

**MARIANA ESTELINA CAMPOS**

**Tomada de decisão de investimento por pequenos investidores**

Monografia apresentada ao Programa de Educação Continuada em Engenharia da Escola Politécnica da USP para obtenção do título de Especialista em Engenharia Financeira.

Orientador: Professor Danilo Z. Figueiredo

São Paulo

2017

## **RESUMO**

Este trabalho trata da tomada de decisão por pequenos investidores e tem como objetivo principal analisar e verificar o desempenho de estratégias de otimização de Markowitz de um portfólio de ativos de risco em relação à diversificação igualmente ponderada ( $1/N$ ). Nesse contexto, foram analisados os desempenhos dessas estratégias ao longo de 7 anos e seus retornos financeiros. O trabalho evidencia que pequenos investidores podem optar por carteiras igualmente ponderadas pela sua simplicidade e retornos superiores à estratégia de Markowitz.

Palavras chave: Investimento. Modelo de Markowitz. Otimização.

## **ABSTRACT**

This work deals with the decision-making by small investors and has as main objective to analyze and verify the performance of Markowitz optimization strategies of a portfolio of risky assets relative to equally weighted diversification ( $1/N$ ). In this way, we will look at the performance of these strategies over the course of 7 years and their financial returns. The work evidence that small investors may choose weighted portfolios due to their simplicity and superior returns.

**Keywords:** Investment. Markowitz Model. Optimization.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Gráfico 1: Retorno médio 2009-2016 .....	17
Gráfico 2: Retorno CIP5 e Markowitz .....	27
Gráfico 3: Rendimento financeiro das estratégias .....	28
Tabela 1: Alíquotas Imposto de Renda .....	17
Tabela 2: Variância e Desvio Padrão .....	19
Tabela 3: Desempenho em 2010 .....	21
Tabela 4: Ponderações 2009 .....	21
Tabela 5: Desempenho 2011 .....	22
Tabela 6: Ponderações 2010 .....	22
Tabela 7: Desempenho 2012 .....	23
Tabela 8: Ponderações 2011 .....	23
Tabela 9: Desempenho 2013 .....	23
Tabela 10: Ponderações 2012 .....	24
Tabela 11: Desempenho 2014 .....	24
Tabela 12: Ponderações 2013 .....	25
Tabela 13: Desempenho 2015 .....	25
Tabela 14: Ponderações 2014 .....	26
Tabela 15: Desempenho 2016 .....	26
Tabela 16: Ponderações 2015 .....	26
Tabela 17: Quantidade de anos como a melhor estratégia .....	28
Tabela 18: Retorno anual máximo .....	28
Tabela 19: Retorno anual mínimo .....	29
Tabela 20: Rendimento financeiro das estratégias .....	29

## SUMÁRIO

<b>1. Introdução.....</b>	<b>6</b>
1.1. Fundamentações.....	6
1.2. Objetivo.....	7
1.3. Justificativa.....	7
<b>2. Revisão da Literatura.....</b>	<b>9</b>
2.1. Ativos Financeiros.....	9
2.2. Hipótese de Mercado Eficiente (HME).....	10
2.3. Risco e Retorno.....	11
2.4. Modelo de Markowitz.....	12
2.5. Diversificação Igualmente Ponderada.....	14
<b>3. Material e Métodos.....</b>	<b>16</b>
3.1. Material.....	16
3.2. Métodos.....	18
<b>4. Resultados.....</b>	<b>20</b>
4.1. Metodologia para Avaliar o Desempenho.....	20
4.2. Análise dos resultados.....	20
<b>5. Conclusões.....</b>	<b>30</b>
<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>32</b>

# **1 INTRODUÇÃO**

## **1.1 Fundamentações**

Nas atividades de investimento, a tomada de decisões é função chave para a busca da solução de um problema financeiro empírico. O retorno esperado dos investimentos e o seu risco associado são parâmetros que precisam ser analisados e otimizados.

Apesar da poupança ainda ser o investimento mais tradicional e popular do Brasil, foi possível observar nos últimos anos um aumento do interesse dos investidores individuais em alternativas de investimentos com maior rentabilidade. Prova disso foi o surgimento das empresas de Fintech no Brasil, que usam tecnologia de forma intensa para oferecer produtos na área de serviços financeiros de uma forma inovadora.

As Fintechs podem oferecer uma grande variedade de serviços, tanto para usuários individuais (pessoas físicas) quanto para empresas e demais instituições (pessoas jurídicas). O principal diferencial está no foco ao usuário, onde os recursos tecnológicos devem trazer praticidade, facilidade de uso, redução de burocracia, etc. Elas ainda têm buscado estratégias para atrair o pequeno investidor. Com a regulamentação, meios de pagamento como cartão de crédito agora podem ser usados na hora do aporte.

A tomada de decisão de investimento exige a aplicação efetiva de estratégias, entre diferentes classes de ativos, a fim de gerar valor sobre esse investimento. As teorias tradicionais de finanças são baseadas em uma abordagem microeconômica neoclássica, que sustentam a Hipótese dos Mercados Eficientes (HME), admitindo que cada indivíduo tem preferências estáveis e coerentes, e maximiza a utilidade dessas preferências de maneira racional.

A presente monografia trata da tomada de decisão por pequenos investidores. Nesse contexto, são estudadas duas estratégias de investimentos que esses investidores podem implementar e analisados os desempenhos delas ao longo do tempo.

Conforme classificação da ANBIMA – Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiros e de Capitais, podemos nos referir a pequeno investidor como investidores de varejo, pouco sofisticados, com conhecimento restrito do mercado de capitais e capacidade limitada de precificar valores mobiliários complexos ou pouco transparentes.

Considerando esses pequenos investidores, com preferências estáveis e coerentes, e conhecimento restrito do mercado, os ativos disponíveis e selecionados para a análise do desempenho das estratégias são: Poupança, CDI e fundos de investimentos (multimercado, moeda e commodities).

## **1.2 Objetivo**

O objetivo do trabalho é apresentar duas estratégias que um pequeno investidor pode implementar e verificar seus desempenhos ao longo do tempo. As estratégias utilizadas foram o modelo de Markowitz e a diversificação igualmente ponderada.

O modelo de Markowitz possui algumas limitações bem conhecidas e a maior delas é a dificuldade em se estimar os parâmetros para a aplicação prática do modelo. Tendo em mente a idéia de diversificação, optou-se por adotar na análise realizada neste trabalho, além do modelo de Markowitz, a estratégia de diversificação igualmente ponderada. Nessa estratégia, o financeiro total à disposição para investimento é dividido numa carteira em que cada um dos ativos para investimento recebe igual fração do financeiro total. Ao longo desta monografia, a estratégia de diversificação igualmente ponderada será também referida por 1/N.

O trabalho visa verificar se a diversificação igualmente ponderada é uma alternativa atraente para os pequenos investidores. O desempenho das carteiras 1/N é comparado ao desempenho das carteiras otimizadas por Markowitz de 2010 até 2016, com rebalanceamento feito uma vez ao ano.

Para analisar o desempenho ao longo dos anos foi considerado um investimento inicial de R\$100,000.00 em uma carteira composta pelos ativos: poupança, CDI e três fundos de investimentos. A carteira foi rebalanceada anualmente, considerando os custos com os impostos para cada classe de ativos.

## **1.3 Justificativa**

No mercado brasileiro atuam mais de 200 gestores de ativos e os fundos são o principal veículo de investimento no Brasil. Segundo dados da ANBIMA e o GV CEF (Centro de Estudos em Finanças da Fundação Getúlio Vargas), os ativos totais administrados pelos gestores de fundos atingiram R\$ 1,6 trilhão no fim de 2010, e R\$ 3,1

trilhões em abril de 2016, o que coloca o mercado brasileiro como um dos maiores do mundo.

Atualmente, com estimativa de redução da inflação para 3,8% a.a. e os juros de curto prazo, balizados pela taxa Selic em 7,5% a.a., o cenário torna-se favorável para a diversificação do investimento, a fim de conseguir aumentar os ganhos através da exposição a riscos associados a diferentes classes de ativos.

A importância prática das estratégias de otimização por Markowitz e 1/N pode ser atestada por meio de diversos índices construídos com base nessas normas nos principais mercados de capitais do mundo. São exemplos os índices de ações *S&P 500 Equal Weight Index* e o *FTSE Global Minimum Variance Index*, além de índices de renda fixa tal como o *Dow Jones Equal Weight U.S. Issued Corporate Bond Index*.



## **2 REVISÃO DA LITERATURA**

### **2.1 Ativos Financeiros**

Como a moeda é um ativo financeiro não remunerado, e portanto possui uma renda esperada nula, os poupadores e investidores buscam outras formas de alocação do seu dinheiro a fim de receber uma rentabilidade positiva. Os ativos financeiros remunerados abrangem o direito sobre os ativos reais e a renda gerada por eles, e são negociados no mercado financeiro.

No mercado monetário são negociados os instrumentos financeiros que afetam de alguma forma a moeda. Trata-se de produtos como títulos públicos, certificados de depósitos bancários (CDBs), entre outros. Os ativos financeiros não-monetários possuem custo de carregamento desprezível e apresentam rendimentos positivos. Por incorrerem em custos de transação e porque seus preços de venda imediata podem ser relativamente baixos, seu prêmio de liquidez é inferior a moeda, como ações e cotas de fundos de investimentos.

A CVM é uma autarquia criada pela Lei n. 6.385, de 07/12/1976, que lhe conferiu poderes para normatizar e disciplinar o mercado de capitais. Com a sua criação, pretendia-se proteger o pequeno investidor de fraudes e de práticas irregulares na negociação de valores mobiliários.

Em linhas gerais, os principais ativos financeiros disponíveis para o pequeno investidor são: Poupança, CDBs, LCIs (Letras de Crédito Imobiliário), LCAs (Letras de Crédito do Agronegócio), Títulos Públicos, Imóveis Físicos, Fundos de Investimentos, Dólar, Ações e Opções.

Levando em conta um pequeno investidor com perfil moderado de risco, pode-se considerar a poupança e ativos indexados a taxas de mercado (como CDI e Índice Bovespa), e ativos indexados a moedas e a commodities como estando disponíveis para que o investidor defina sua carteira de investimento.

Entre as vantagens da caderneta de poupança estão a isenção de pagamento de Imposto de Renda sobre ganhos e a inexistência de cobrança de taxa de administração, como em outros investimentos. A remuneração dos depósitos de poupança é composta de duas parcelas: A remuneração básica, dada pela Taxa Referencial – TR, e a

remuneração adicional corresponde a: i) 0,5% ao mês, enquanto a meta da taxa Selic ao ano for superior a 8,5%; ou ii) 70% da meta da taxa Selic ao ano, mensalizada, enquanto a taxa Selic ao ano for igual ou inferior a 8,5%.

Os Certificados de Depósito Interbancários (CDIs) são títulos de emissão das instituições financeiras para lastrear as operações de tomada de recursos ou de empréstimos entre elas mesmas. A taxa associada ao CDI serve como principal benchmark para os fundos de renda fixa e como indexador de aplicações e empréstimos ao setor privado.

Existem diversos instrumentos financeiros que acompanham o CDI e estão à disposição dos pequenos investidores, tais como LCI, LCA, CDB, Letras Financeiras do Tesouro (LFT) e outros. A taxa média diária do CDI é calculada com base nas operações de emissão de certificados de um dia e é sempre muito próxima da taxa básica da economia – a Selic.

Os ativos financeiros citados acima compõem a classe de renda fixa e uma característica importante, que um pequeno investidor deve levar em conta, é que tanto a poupança, quanto o CDB, LCI e LCA contam com a garantia do Fundo Garantidor de Crédito. Esse fundo protege os correntistas, poupadores e investidores, e permite recuperar os depósitos ou créditos mantidos em instituição financeira em caso de falência ou de liquidação, até o valor de R\$ 250.000,00.

Um fundo de investimento é uma comunhão de recursos, constituída sob a forma e condomínio destinado à aplicação de ativos financeiros. Ao aplicar num fundo, o investidor compra cotas desse fundo, e o investimento não conta com a garantia do Fundo Garantidor de Crédito.

## **2.2 Hipótese de Mercado Eficiente (HME)**

A hipótese de eficiência de mercado tem como uma das premissas as expectativas racionais para a precificação de ativos. Essa teoria afirma que na cotação dos ativos financeiros estão precificadas todas as informações disponíveis, ao alcance de todos os que atuam no mercado.

Em termos gerais, a expressão hipótese de eficiência de mercado (HME) divulgada principalmente por Fama (1970, p.389) é baseada na noção de comportamento humano racional, maximizador de utilidades esperadas e capaz de processar de maneira ótima todas as informações disponíveis. Desse modo, a HME expõe que os mercados são operados por agentes representativos que atuam sob racionalidade ilimitada, tomando decisões conforme a teoria da utilidade esperada e formando expectativas não viesadas sobre eventos futuros (MILANEZ, 2001, p.4).

### **2.3 Risco e Retorno**

No mundo dos investimentos, risco é a possibilidade de resultados não esperados ou uma estimativa para as possíveis perdas de um investimento, devido a incertezas que envolvem suas atividades diárias.

No mercado financeiro, usamos três conceitos muito importantes sobre investimentos: retorno, incerteza e risco. O retorno pode ser entendido como medida numérica da apreciação do capital investido, ao final de um horizonte de tempo. No momento da decisão de investimento existem incertezas ligadas ao retorno que se espera obter ao final do período. A avaliação numérica dessa incerteza, pode ser chamada de risco. Portanto, o risco é a medida da incerteza em relação ao retorno esperado.

Para Gitman (2001), “risco é a chance de perda financeira”, quanto maior a possibilidade de realização de perda financeira em um investimento, maior é o seu risco. Ainda para o mesmo autor, o termo risco está relacionado à incerteza e à variabilidade dos retornos de um ativo.

Segundo Solomon (1981, apud SECURATO, 2007), “risco é o grau de incerteza a respeito de um evento.” O Melagi Filho e Ishikawa (2008) definem o risco no mercado de ações “simplesmente como a variância ou o desvio padrão dos retornos”.

A taxa de retorno para um ativo financeiro  $i$ ,  $R^i$ , para um certo período de tempo qualquer  $t$  é definido como:

$$R^i = \frac{S_t^i}{S_0^i} - 1$$

Sendo:

$S_t^i$ : preço do ativo i no tempo t.

A rentabilidade esperada de  $R_i$  é denotado por  $\mu_i$ ,

$$\mu^i = E(R^i)$$

O risco associado ao ativo financeiro i será representado pelo desvio padrão  $\sigma^i$ ,

$$\sigma^i = \sqrt{E((R^i - \mu^i)^2)}$$

## 2.4 Modelo de Markowitz

Harry Markowitz demonstrou matematicamente como a diversificação do investimento pode ser usada para reduzir os riscos de uma carteira para um determinado retorno. Por meio da abordagem de média-variância é possível alocar os recursos de um investidor entre diferentes ativos financeiros e por meio da solução de um problema de programação quadrática, encontrar os pesos ideais de cada ativo no portfólio.

A teoria de Markowitz é desenvolvida seguindo a premissa de que os investidores avaliariam suas carteiras apenas com base no valor esperado e na variância das taxas de retorno no espaço de tempo considerado, sendo essas as duas variáveis de decisão para a seleção dos ativos. (COSTA E ASSUNÇÃO, 2005, p.37).

Esse modelo de otimização de carteiras possui grande aplicabilidade prática nos processos de alocação de carteiras de investimento. Assim, o trabalho de Markowitz (1952), o qual deu origem à Teoria Moderna de Portfólio, fez com que a análise média-

variância olhasse para o processo de alocação de ativos como uma otimização matemática.

Thomé Neto, Leal e Almeida (2011) afirmam que uma carteira eficiente segundo o modelo de média-variância pode ser bem aceita pelos investidores mais reticentes, já que oferece a menor volatilidade possível, sendo assim de fácil compreensão.

Para um dado valor de  $\mu$  (rentabilidade desejada), o problema de otimização é dado pelo equacionamento abaixo,

$$\begin{aligned} & \text{Min } x' \Sigma x \\ & \text{Sujeito a} \\ & x'r = \mu \\ & x'e = 1 \\ & x_i \geq 0 \text{ para todos ativos } i \\ & x \in R^n \end{aligned}$$

Na formulação acima e no restante desta monografia adota-se a notação que segue,

$$P = \sum_{i=1}^n x_i R_i, \sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, R = \begin{pmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_n \end{pmatrix}, e = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$r = \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix} = E(R) = \begin{pmatrix} E(R_1) \\ \vdots \\ E(R_n) \end{pmatrix},$$

$$\Sigma = \text{cov}(R) = E((R - r)(R - r)'),$$

$$\mu = E(P) = E(x'R) = x'E(R) = x'r,$$

$$\sigma^2 = x' \Sigma x.$$

Resumindo, a notação introduziada é tal que tem-se:

$$\begin{cases} P = x'R \\ \mu = x'r \\ \sigma^2 = x'\Sigma x \\ 1 = x'e \end{cases}$$

## 2.5 Diversificação Igualmente Ponderada

Kritzman, Page e Turkington (2010) afirmaram que a otimização de média-variância de Markowitz (1952) possui limitações conhecidas, como a dependência dos pesos obtidos com o método de estimação ou com erros nas variáveis estimadas. Tu e Zhou (2011) alegam que os erros de estimativa nas variáveis de entrada anulariam (em parte) os benefícios potenciais de um modelo otimizado.

Diversos estudos sugerem que carteiras 1/N podem ser atraentes para o investidor sem sofisticação que queira manejar um número relativamente pequeno de ações, o que seria relevante para reduzir seus custos de transação. Portanto, a formação de carteiras igualmente ponderadas ou 1/N é um método alternativo à diversificação proposta pelo modelo de Markowitz.

Benartzi e Thaler (2001) afirmam que os investidores tomam decisões segundo a regra 1/N muito frequentemente, mesmo que de forma intuitiva. Outro argumento a favor dessa norma é que o investidor compra mais ativos cujos preços caíram (supostamente baratos) e vende aqueles cujos preços subiram (supostamente caros) no momento do rebalanceamento da carteira, de forma automática, para voltar aos pesos iniciais.

DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) investigaram as condições em que as carteiras otimizadas teriam desempenho satisfatório mesmo na presença do risco de estimativa. Os autores consideraram a carteira igualmente ponderada (1/N) como benchmark a ser superado, porque ela é de fácil implementação e muitos investidores a empregam na alocação de seus recursos.

Os resultados de vários estudos de DeMiguel et al. (2009) foram comparados segundo o Índice Sharpe (IS), entre outras métricas, e observou-se que as carteiras 1/N tipicamente obtiveram desempenho superior ao modelo de Markowitz sem nenhum ajuste para tratar dos erros de estimativa em uma aplicação fora da amostra (out-of-

sample). Os modelos de estimativa bayesianos também não foram muito eficientes para lidar com esses erros. As carteiras com restrições nos momentos ofereceram desempenho superior ao modelo clássico de média-variância, embora fossem superadas pela estratégia ingênua  $1/N$ .

Duchin e Levy (2009) destacam que a carteira igualmente ponderada  $1/N$  possui a desvantagem de não usar a informação dos dados históricos, mas também não se torna tendenciosa, uma vez que os parâmetros históricos podem não ser boas estimativas dos parâmetros futuros. Considerando carteiras formadas por ações, os autores concluíram que a carteira  $1/N$  atingiu resultados superiores às otimizadas para carteiras com menos de 30 ações, mas a partir daí o aumento no número de ações reduz e elimina essa vantagem.

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1 Material

Para testar a teoria que está por trás do modelo de Markowitz foi necessário utilizar uma série de dados, os retornos esperados de cada ativo, variâncias e as covariâncias entre eles. Neste estudo, foi considerada apenas a metodologia em que os parâmetros do modelo de Markowitz são obtidos a partir de dados históricos, ou seja, parte da premissa que retornos passados implicam ou pelo menos dão alguma indicação de como serão os retornos futuros.

No estudo realizado foram considerados os preços e rendimentos da poupança, CDI, BOVA11 (fundo de índice que tem como objetivo obter uma performance próxima ao índice Bovespa), um fundo de commodities e um fundo de moedas – sendo esses os ativos considerados à disposição dos pequenos investidores – no período de dezembro de 2008 até dezembro de 2016. Os dados foram obtidos utilizando um terminal da Bloomberg.

Foram extraídos os preços mensais do CDI do terminal, e como a base do CDI é anual, trouxemos para base mensal (taxa elevada a 21 dias úteis no mês dividido por 252 dias úteis no ano).

Para obter as rentabilidades da poupança, foram extraídas as taxas da TR (Taxa Referencial) e Selic e aplicada a regra da poupança descrita no capítulo anterior. Como CDI, a Selic é uma taxa anualizada, e também foi aplicada a fórmula de elevar a taxa a 0.0833 (21/252) para chegar ao preço mensalizado.

Os retornos dos fundos considerados já foram extraídos mensalizados. Os tickers desses ativos na Bloomberg são: BZTRTRD Index (TR), BZSELICA Index (Selic), BZDIOVRA Index (CDI), BOVA11 BZ Equity (BOVA11), ITAUCOM BZ Equity (Fundo Commodities) e REACVIP BZ Equity (Fundo Moeda).

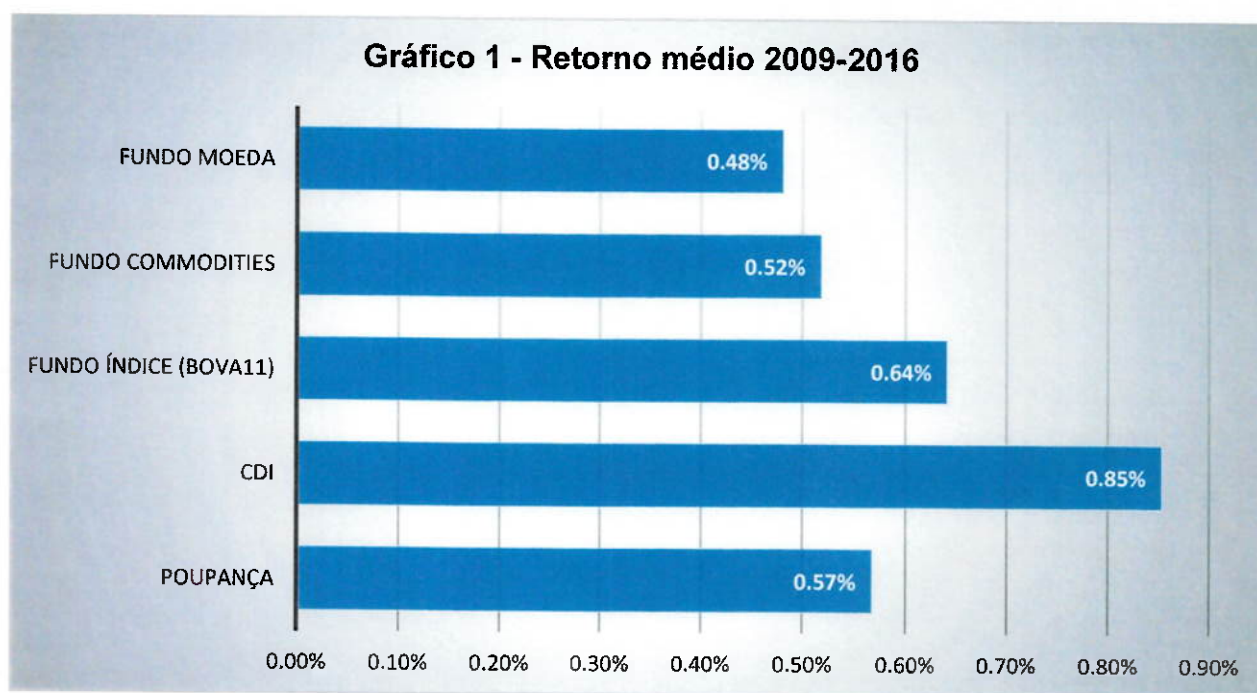
Para obter os resultados das estratégias foram considerados os custos de transação (impostos) para investimento em cada classe de ativos, considerando o horizonte de 1 ano de aplicação. Na tabela 1 estão as alíquotas aplicadas nos rendimentos de cada ativo:



**Tabela 1 – Alíquotas Imposto de Renda**

<b>Ativos</b>	<b>Alíquotas</b>
Poupança	0,00%
CDI	17,50%
Fundo Índice (BOVA11)	15,00%
Fundo Commodities	17,50%
Fundo Moeda	17,50%

Os retornos anuais médios dos ativos de 2009 até 2016 podem ser vistos no gráfico 1:



Fonte: Bloomberg, apud Bank of America Merrill Lynch, 2017, s/p (Elaboração própria)

### 3.2 Métodos

Este trabalho busca comparar as performances do modelo de Markowitz com a estratégia de alocação por diversificação igualmente ponderada. Para isto, foram construídas duas carteiras com 5 ativos e realizados rebalanceamentos anuais.

Na diversificação igualmente ponderada, o portfólio possui pesos iguais para todos os ativos de risco. Essa alocação de ativos não apresenta otimização envolvida e os dados históricos não são considerados.

Vale ressaltar que todos os ativos considerados foram tratados como ativos de risco, inclusive a poupança. No período analisado, a poupança teve volatilidade bem inferior às dos demais ativos, mas com valor diferente de zero.

A implementação do modelo de Markowitz foi feita de forma numérica utilizando o Microsoft Office Excel 2013 e seu suplemento Solver. A abordagem adotada foi a de obter a diversificação que maximiza o retorno esperado da carteira para um dado nível de risco.

O nível de risco foi definido como a metade da volatilidade do BOVA11 no período anterior. Portanto, ao rodar o processo de otimização, a ferramenta Solver vai maximizar o retorno esperado, considerando a restrição do risco ser menor ou igual à metade da volatilidade (variância) observada para o ativo BOVA11, no período anterior à alocação da carteira.

Além da restrição definida pelo limite de risco da carteira, foi imposta a restrição a vendas a descoberto, isto é, não foram permitidas posições vendidas. Assim, na otimização foi imposta uma restrição de não negatividade aos pesos dos ativos na carteira. A adoção dessa restrição foi motivada pelo fato de que nem todas as classes de ativos permitem vendas a descoberto e, mesmo para aquelas que permitem esse tipo de operação, não é comum a realização de vendas a descoberto por pequenos investidores.

As variâncias e os desvios padrão dos ativos de 2009 até 2016 podem ser observados na tabela 2:

**Tabela 2 – Variância e Desvio Padrão**

<b>Ativos</b>	<b>Variância</b>	<b>Desvio Padrão</b>
Poupança	0,0001%	0,0799%
CDI	0,0003%	0,1705%
Fundo Índice (BOVA11)	0,3828%	6,1867%
Fundo Commodities	0,6725%	8,2007%
Fundo Moeda	0,2202%	4,6925%

## **4 RESULTADOS**

### **4.1 Metodologia para avaliar o desempenho**

O estudo se baseia em analisar e comparar o retorno da carteira de Markowitz com a carteira igualmente ponderada para todos os ativos. Como mencionado anteriormente, foi considerada apenas a metodologia com dados históricos para definição dos parâmetros do modelo de Markowitz, porém é muito importante ter em mente que a performance observada no passado, não necessariamente refletida em resultados futuros.

Existem diversos fatores a serem considerados antes de escolher uma estratégia de investimento. O investidor deve considerar primeiramente o retorno das estratégias, sendo importante verificar a média do retorno do ativo nos últimos 12 meses, o retorno durante o período que está estudando, e também os retornos máximos e mínimos.

Nas análises de retornos de estratégias de investimento, é relevante incluir os custos (taxas e impostos) incorridos. Outro aspecto relevante é que o horizonte das aplicações, além de ser importante para as decisões em si (através dos parâmetros obtidos de dados históricos), também influencia nos custos associados às estratégias.

A gestão de ativos é complexa, muitas variáveis devem ser levadas em consideração para montar um portfólio que dê resultados positivos e apenas uma parte dos riscos podem ser mitigados através da diversificação. É preciso ter em mente que quando há uma mudança brusca de cenário, ocorrerá uma demora importante para o investidor conseguir se proteger.

Vale ressaltar que mesmo com a possibilidade de diversificação para a composição de um portfólio de investimentos, não é possível eliminar o risco não diversificável.

### **4.2 Análise dos resultados**

Esta seção apresenta o resultado do retorno das carteiras, considerando um investimento inicial de R\$100.000,00, para mensurar a diferença das carteiras de diversificação igualmente ponderada e Markowitz. Nas tabelas abaixo é analisado o desempenho de cada estratégia ao longo de 8 anos.

Cada tabela apresentada expõe o período compreendido e ao seu lado o ano em que o resultado é analisado. A carteira igualmente ponderada será chamada de CIP5. Logo abaixo da tabela é possível verificar as ponderações dos 5 ativos nas carteiras de Markowitz e CDIP5.

**Tabela 3: Desempenho em 2010**

Período: 2009      Retorno: 2010

CIP5	1,41%
Markowitz	2,13%

Em 2010 a carteira otimizada de Markowitz apresentou um retorno superior à carteira igualmente ponderada composta por 5 ativos. A simulação considerou que o investimento foi feito no final de 2009 e a carteira foi otimizada com base nos retornos ao longo de 2009. A carteira de Markowitz é composta por 26,11% em CDI e 73,89% em BOVA11, conforme posições abaixo:

**Tabela 4 – Ponderações 2009**

Ponderações para 5 ativos		
Ativos	CIP5	Markowitz
Poupança	0,20	0,00
CDI	0,20	0,26
Fundo Índice (BOVA11)	0,20	0,74
Fundo Commodities	0,20	0,00
Fundo Moeda	0,20	0,00

**Tabela 5 – Desempenho 2011**

Período: 2009/2010 Retorno: 2011

CIP5	-1,73%
Markowitz	-11,82%

O ano de 2011 foi marcado pelo desempenho negativo das duas estratégias, sendo uma queda bem expressiva para a carteira de Markowitz. A carteira foi otimizada considerando os preços de 2009 e 2010, e tem na sua composição 27,77% em CDI e 72,23% em BOVA11.

**Tabela 6 – Ponderações 2010**

Ponderações para 5 ativos		
Ativos	CIP5	Markowitz
Poupança	0,20	0,00
CDI	0,20	0,28
Fundo Índice (BOVA11)	0,20	0,72
Fundo Commodities	0,20	0,00
Fundo Moeda	0,20	0,00

Como estamos tratando de pequenos investidores, que não possuem um fluxo de caixa robusto, e podem precisar desfazer da carteira em períodos mais curtos, consideramos que a carteira do período anterior foi vendida, aplicando o imposto de renda sobre o rendimento. Portanto, o valor de investimento considerado para a carteira de Markowitz e a carteira igualmente ponderada foi rebalanceado considerando o rendimento do período anterior deduzido o imposto de renda.

**Tabela 7 – Desempenho 2012**

Período: 2009/2011 Retorno: 2012

CIP5	5,46%
Markowitz	5,66%

O desempenho das carteiras em 2012 apresentou uma melhora significativa e a carteira otimizada de Markowitz apresentou um rendimento levemente superior à carteira igualmente ponderada. A composição da carteira otimizada seguiu a carteira dos períodos anteriores, com 28,16% em CDI e 71,84% em BOVA11. Para obter a carteira eficiente segundo o modelo de Markowitz foram considerados os retornos de 2009, 2010 e 2011 dos ativos.

**Tabela 8 – Ponderações 2011**

Ponderações para 5 ativos		
Ativos	CIP5	Markowitz
Poupança	0,20	0,00
CDI	0,20	0,28
Fundo Índice (BOVA11)	0,20	0,72
Fundo Commodities	0,20	0,00
Fundo Moeda	0,20	0,00

**Tabela 9 – Desempenho 2013**

Período: 2009/2012 Retorno: 2013

CIP5	-0,55%
Markowitz	-9,43%

Mais uma vez o rendimento da carteira de Markowitz sofre uma queda expressiva e bem superior à estratégia igualmente ponderada. A composição da carteira, em linha com os períodos anterior, é 28,48% em CDI e 71,52% em BOVA11.

**Tabela 10 – Ponderações 2012**

Ponderações para 5 ativos		
Ativos	CIP5	Markowitz
Poupança	0,20	0,00
CDI	0,20	0,28
Fundo Índice (BOVA11)	0,20	0,72
Fundo Commodities	0,20	0,00
Fundo Moeda	0,20	0,00

**Tabela 11 – Desempenho 2014**

Período: 2009/2013 Retorno: 2014

CIP5	-2,22%
Markowitz	8,92%

O desempenho em 2014 foi bem favorável à carteira de Markowitz, mostrando um rendimento de 8,92%, comparado a uma queda de 2,22% da carteira igualmente ponderada.



**Tabela 12 – Ponderações 2013**

Ponderações para 5 ativos		
Ativos	CIP5	Markowitz
Poupança	0,20	0,00
CDI	0,20	1,00
Fundo Índice (BOVA11)	0,20	0,00
Fundo Commodities	0,20	0,00
Fundo Moeda	0,20	0,00

A carteira de Markowitz foi otimizada considerando os preços de 2009, 2010, 2011, 2012 e 2013 e a composição sofreu uma grande mudança, sendo que a composição foi de 100% no CDI.

**Tabela 13 – Desempenho 2015**

Período: 2010/2014 Retorno: 2015

CIP5	6,32%
Markowitz	37,40%

Para otimizar a carteira no final de 2014, os retornos de 2009 foram excluídos e considerados os retornos de 5 anos: 2010, 2011, 2012, 2013 e 2014. A carteira de Markowitz apresentou um rendimento expressivo de 37,40%, e esse resultado pode ser explicado pelo ótimo desempenho do fundo de moedas (variação cambial).

A composição de Markowitz foi 10,80% em CDI e 89,20% no fundo de moedas:

**Tabela 14 – Ponderações 2014**

Ponderações para 5 ativos		
Ativos	CIP5	Markowitz
Poupança	0,20	0,00
CDI	0,20	0,11
Fundo Índice (BOVA11)	0,20	0,00
Fundo Commodities	0,20	0,00
Fundo Moeda	0,20	0,89

**Tabela 15 – Desempenho 2016**

Período: 2011/2015 Retorno: 2016

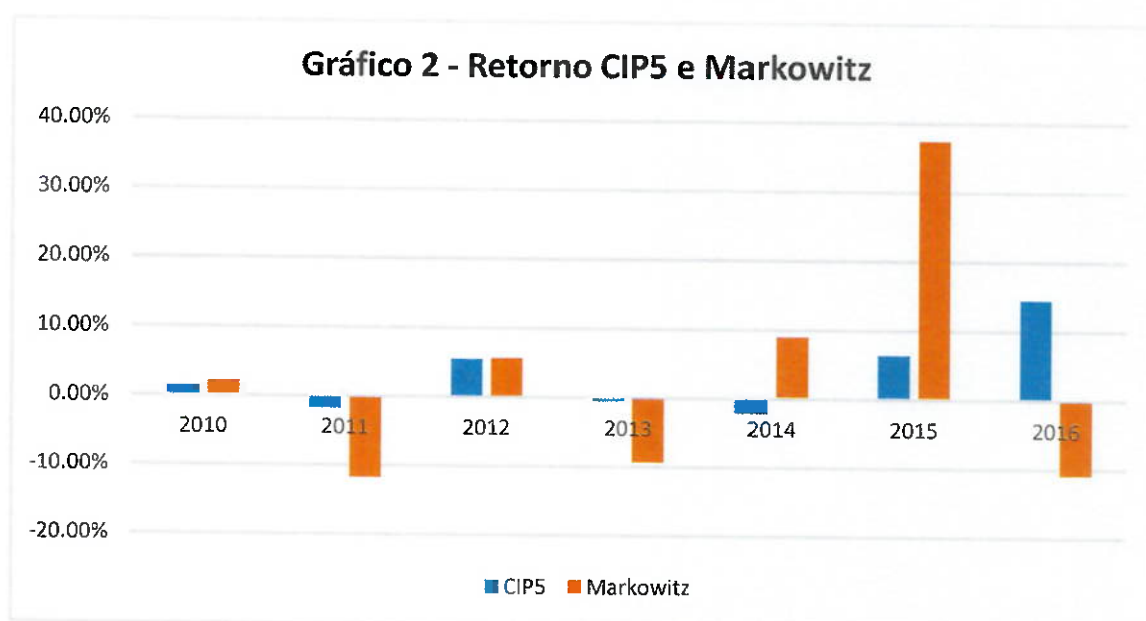
CIP5	14,39%
Markowitz	-10,99%

E em 2016 a carteira igualmente ponderada foi superior, teve um rendimento de 14,9% comparado a uma queda de 10,99% da carteira de Markowitz.

**Tabela 16 – Ponderações 2015**

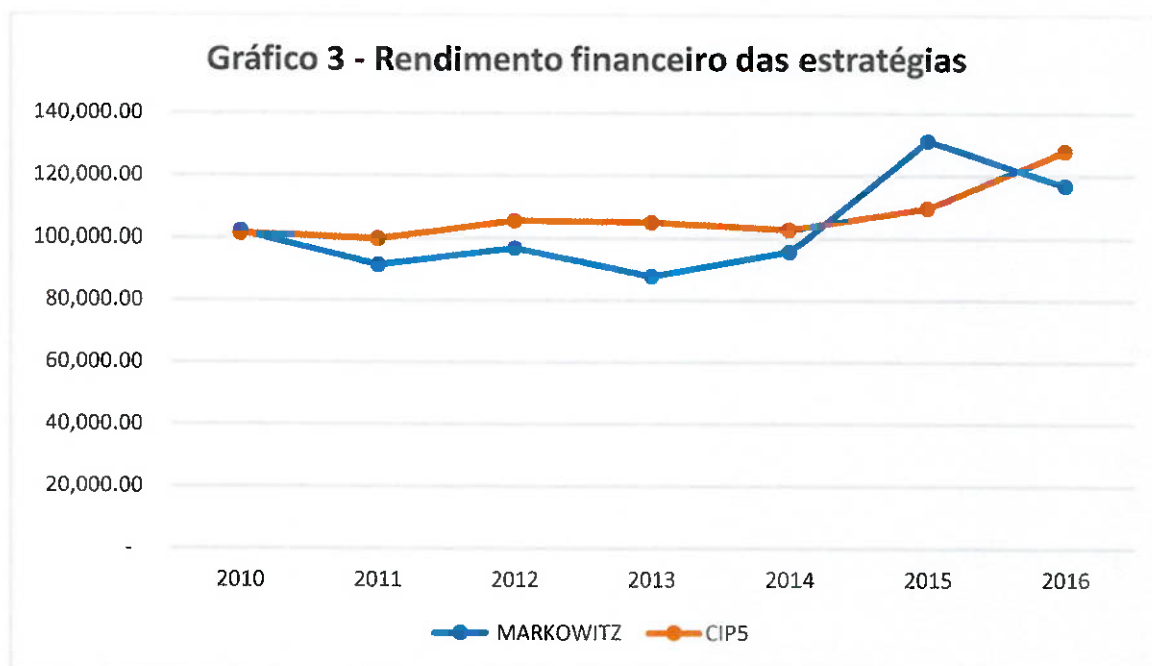
Ponderações para 5 ativos		
Ativos	CIP5	Markowitz
Poupança	0,20	0,00
CDI	0,20	0,19
Fundo Índice (BOVA11)	0,20	0,00
Fundo Commodities	0,20	0,00
Fundo Moeda	0,20	0,81

Pode-se afirmar que a estratégia de Markowitz não foi eficaz contra um risco não diversificável, uma vez que nos momentos que ocorreram uma mudança repentina e rápida dos fundamentos, a carteira otimizada anualmente fez seus ajustes tarde demais. A carteira de Markowitz mostrou maior exposição ao mercado em queda em comparação à carteira de diversificação igualmente ponderada. Os retornos das estratégias podem ser observadas no gráfico 2 abaixo:



Fonte: Bloomberg, apud Bank of America Merrill Lynch, 2017, s/p (Elaboração própria)

No gráfico 3 é possível observar a evolução do investimento inicial de R\$100.000,00 em função do tempo para cada uma das estratégias:



Fonte: Bloomberg, apud Bank of America Merrill Lynch, 2017, s/p (Elaboração própria)

É interessante observar que o modelo de Markowitz foi em número de anos a melhor estratégia, porém teve um rendimento inferior à estratégia igualmente ponderada, conforme tabelas abaixo:

**Tabela 17: Quantidade de anos como melhor estratégia**

	Quantidade de anos como a melhor estratégia
CIP5	3
Markowitz	4

**Tabela 18: Retorno anual máximo**

	Retorno Máximo
CIP5	14,39%
Markowitz	37,40%

**Tabela 19: Retorno anual mínimo**

	Retorno Mínimo
CIP5	-2,22%
Markowitz	-11,82%

**Tabela 20: Rendimento financeiro das estratégias**

	Rendimento no final dos períodos
CIP5	R\$ 27,918.22
Markowitz	R\$ 16,801.90

## 5 CONCLUSÕES

Os resultados obtidos no estudo de caso realizado neste trabalho, que tratou do problema de tomada de decisão de investimento de pequenos investidores no período de 2010 a 2016 e com 5 ativos à disposição para aplicação (poupança, CDI, BOVA11, fundo de commodities e fundo de moedas), demonstraram que a estratégia igualmente ponderada apresentou um desempenho superior à carteira de Markowitz. Apesar do modelo de Markowitz ter sido a melhor estratégia por 4 anos e a carteira igualmente ponderada em 3 dos anos analisados, o retorno financeiro da carteira igualmente ponderada foi bem superior.

Foi possível verificar que a volatilidade do rendimento da carteira de Markowitz é bem maior com perdas superiores à carteira igualmente ponderada. Portanto, em primeira análise pode-se afirmar que pequenos investidores podem optar por carteiras igualmente ponderadas de ativos pela sua simplicidade e pelas limitações da otimização de Markowitz.

Os resultados obtidos foram coerentes com o que é relatado na literatura como, por exemplo, por DeMiguel, Garlappi e Uppal (2009) que indicam que, apesar do progresso da teoria de otimização de portfólio, as performances dessas estratégias não superam a estratégia de diversificação igualmente ponderada.

Como o estudo que foi realizado tratou da decisão de investimento de pequenos investidores e sem sofisticação, conclui-se que a carteira igualmente ponderada é mais vantajosa e de fácil desenvolvimento. Vários estudos sugerem que as carteiras 1/N podem ser atraentes para o pequeno investidor que queira manejar um número relativamente pequeno de ativos, o que seria relevante para reduzir seus custos de transação.

Os estudos e artigos publicados sobre essas estratégias indicam que pode ser interessante desenvolver benchmarks que reflitam essas estratégias de investimento. Cabe ainda dizer que estudos futuros podem considerar outros critérios de formação de carteiras 1/N, bem como experimentos de Monte Carlo com a formação aleatória dessas carteiras a partir do universo de ações considerado, com renovação do universo de empresas para sorteio, estendendo trabalhos como o de Battaglia (2013).

Em suma, os resultados obtidos implicam que em situações reais a carteira igualmente ponderada pode ter resultados superiores à carteira associada ao modelo que revolucionou a teoria moderna de finanças.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BANK OF AMERICA MERRILL LYNCH, **Bloomberg (ícone)**. Informação privilegiada, 2017. Acesso em julho e agosto de 2017.
- BATTAGLIA, T.K.; LEAL, R.P.C. **Seleção aleatória de ações para carteiras igualmente ponderadas e o investidor individual**. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2015.
- BENARTZI, S.; THALER, R.H. *Naïve diversification strategies in defined contribution saving plans*. **The American Economic Review**, Vol. 91 p. 79-98, 2001.
- COSTA, O; ASSUNÇÃO, H. **Análise de Risco e Retorno em Investimentos Financeiros**. Barueri: Manole, 2005.
- DEMIGUEL, V.; GARLAPPI, L; UPPAL, R. *Optimal versus naïve diversification how inefficient is the 1/N portfolio strategy?* **Review of Financial Studies**, Vol. 22 p. 1915-1953, 2009.
- DUCHIN, R.; LEVY, H. *Markowitz versus the Talmudic portfolio diversification strategies*. **The Journal of Portfolio Management**, Vol. 35 p. 71-74, 2009.
- FAMA, E. *Efficient capital markets: A review of theory and empirical work*. **The Journal of Finance**, Vol. 2 p.383-417, 1970.
- GITMAN, L. J. **Princípios de administração financeira – Essencial**. São Paulo: Bookman, 2001.
- KRITZMAN, M.; PAGE, S.; TURKINGTON, D. *In defense of optimization: the fallacy of 1/N*. **Financial Analysts Journal**, Vol. 66 p. 31-39, 2010.
- MELLAGI FILHO, A; ISHIKAWA, S. **Mercado Financeiro e de Capitais**. São Paulo: Atlas, 2008.
- MILANEZ, D. Y. **Finanças comportamentais no Brasil**. São Paulo: Dissertação (Mestrado em Economia), FEA-USP, 2001.



SECURATO, J. R. **Decisões financeiras em condições de risco**. São Paulo: Atlas, 2007.

TU, J.; ZHOU, G. Markowitz meets Talmud: *a combination of sophisticated and naive diversification strategies*. **Journal of Financial Economics**, Vol. 99 p. 204-215, 2011.

THOMÉ NETO, C.; LEAL, R. P. C.; ALMEIDA, V.S. Um índice de mínima variância de ações brasileiras. **Economia Aplicada**, Vol. 15, p. 535-557, 2011.