

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECATRÔNICA



FERNANDO CAPUCINI RODRIGUES

**Geradores piezoelétricos de energia com múltiplos graus de liberdade:
modelagem e experimentação**

São Carlos
2017

FERNANDO CAPUCINI RODRIGUES

**Geradores piezoeletrônicos de energia com múltiplos graus de liberdade:
modelagem e experimentação**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à
Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo como parte dos
requisitos para obtenção do título de Engenheiro
Mecatrônico.

Orientador: Prof. Dr. **Paulo Sérgio Varoto**

VERSÃO CORRIGIDA

**São Carlos
2017**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

R696g Rodrigues, Fernando Capucini
Geradores piezoeletricos de energia com múltiplos
graus de liberdade: modelagem e experimentação /
Fernando Capucini Rodrigues; orientador Prof. Dr. Paulo
Sérgio Varoto. São Carlos, 2017.

Monografia (Graduação em Engenharia Mecatrônica) --
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, 2017.

1. Piezoelectricidade. 2. Gerador de energia. 3.
Múltiplos graus de liberdade. 4. Viga em forma de L. 5.
Materiais inteligentes. 6. Frequência de ressonância.
7. Vibração mecânico-estrutural. I. Título.

FOLHA DE AVALIAÇÃO

Candidato: FERNANDO CAPUCINI RODRIGUES

Título: GERADORES PIEZOELÉTRICOS DE ENERGIA COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE: MODELAGEM E EXPERIMENTAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo
Curso de Engenharia Mecatrônica

BANCA EXAMINADORA

Professor Doutor Paulo Sérgio Varoto
(Orientador)

Nota atribuída: 10,0 (dez)

(assinatura)

Professor Doutor Luiz Augusto Martin Gonçalves

Nota atribuída: 9,5 (nove e meio)

(assinatura)

Professor Doutor Vitor Ramos Franco

Nota atribuída: 9,5 (nove e meio)

(assinatura)

Média: 9,7 (nove e sete)

Resultado: Aprovado

Data: 12/07/2017

Este trabalho tem condições de ser hospedado no Portal Digital da Biblioteca da EESC
SIM NÃO Visto do orientador P.S.V.R.

À minha família, em especial à minha mãe, Roseli, e aos meus avós, Mauro e Josephina, que, sempre com muito amor e dedicação, não medem esforços para que eu transforme meus sonhos em realidade.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por sempre colocar pessoas maravilhosas no meu caminho.

À minha família, em especial à minha mãe, Roseli, e aos meus avós, Mauro e Josephina, por todo o amor, apoio, companheirismo e incentivo incondicionais, os quais foram indubitavelmente fatores motivadores para que eu pudesse me graduar no curso que sempre quis e na universidade que sempre sonhei.

Ao Sérgio, pela amizade, pelos conselhos e por sempre estar presente nos momentos importantes da minha vida.

Ao Professor Dr. Paulo Sérgio Varoto, pela confiança, orientação e disponibilidade para o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço-lhe pelos ensinamentos e pela dedicação no decorrer de toda minha graduação.

Ao curso de Engenharia Elétrica, aos docentes e aos demais colaboradores da Universidade Federal de São Carlos (UFSCar), pelo aprendizado recebido durante o ano de 2013.

Ao curso de Engenharia Mecatrônica, aos docentes e aos demais colaboradores da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo (EESC-USP), pelo aprendizado recebido durante o período de 2014 a 2017.

Ao Professor Dr. Luiz Augusto Martin Gonçalves, que sempre me auxiliou desde meu ingresso na EESC-USP em 2014, com prestatividade, bom senso e solicitude. Agradeço-lhe pelo incentivo e pelo apoio no transcorrer de toda minha graduação.

A todos os amigos que estiveram comigo ao longo desta jornada e que com certeza vão continuar presentes em minha vida.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), que me forneceu uma bolsa de estudos para o desenvolvimento de um Projeto de Iniciação Científica sob a orientação do Professor Dr. Paulo Sérgio Varoto.

A todos que direta ou indiretamente fizeram parte de minha formação profissional, o meu muito obrigado!

“Não confunda derrotas com fracasso nem vitórias com sucesso. Na vida de um campeão sempre haverá algumas derrotas, assim como na vida de um perdedor sempre haverá vitórias. A diferença é que, enquanto os campeões crescem nas derrotas, os perdedores se acomodam nas vitórias.” (SHINYASHIKI, 2017).

RESUMO

RODRIGUES, F. C. Geradores piezoelétricos de energia com múltiplos graus de liberdade: modelagem e experimentação. 2017. 101 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

A crescente demanda por novas tecnologias voltadas à utilização de fontes alternativas de energia tem motivado pesquisadores de diversas áreas do conhecimento a investir esforços no sentido de propor novas técnicas e procedimentos voltados principalmente à utilização de fontes renováveis de energia (eólica, hídrica, estrutural, dentre outras). Nesse sentido a utilização de materiais piezoelétricos no processo de conversão de sinais de vibração estrutural em energia elétrica útil, denominado de *Piezoelectric Energy Harvesting*, vem alcançando posição de destaque dentre os tópicos mais pesquisados atualmente. Embora a quantidade de energia elétrica gerada a partir do uso de dispositivos piezoelétricos ainda seja reduzida, o que restringe o uso desses geradores à alimentação de eletrônica de baixa potência, consideráveis avanços vem sendo atingidos tanto no aumento da energia elétrica útil decorrente da conversão quanto em aspectos importantes relacionados ao desempenho de tais geradores. Uma possível estratégia para a melhoria do desempenho de geradores piezoelétricos de energia ainda pouco aproveitada prevê a inclusão de mais de um modo de vibração no modelo do gerador em estudo. Apesar de pouco explorada, esta proposta pode resultar em uma melhoria significativa do processo eletromecânico de conversão de energia devido principalmente à existência de mais de uma frequência natural na faixa útil de operação do dispositivo em questão. Esta alternativa pode, em princípio, apresentar-se como muito atrativa em ambientes para os quais os sinais de vibração estrutural possuem uma capacidade em frequência capaz de cobrir várias frequências de operação, como é o caso típico de veículos terrestres. Nesse sentido, a presente monografia teve como objetivo precípua realizar um estudo analítico e experimental de geradores de energia piezoelétricos possuindo múltiplos graus de liberdade bem como avaliar sua utilização no aproveitamento de sinais de vibração estrutural provenientes do ambiente. Para tanto, foi estudado com maior ênfase o modelo dinâmico de gerador piezoelétrico que utiliza uma viga em forma de L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph*. Uma modelagem analítica já existente na literatura baseada no modelo linear de Euler-Bernoulli foi estudada, com o intuito de se avaliar o comportamento eletromecânico do gerador de energia piezoelétrico da viga-L. A partir desse modelo linear, foram formuladas as equações eletromecânicas e se obteve a função de resposta do sistema no domínio da frequência (FRF) usando conceitos básicos de análise modal estrutural. Utilizando-se o software MATLAB®, programou-se uma rotina de cálculo para efetuar simulações computacionais que determinassem a FRF da tensão elétrica gerada por aceleração da base para esse modelo. Em seguida, ensaiou-se um protótipo do gerador piezoelétrico da viga em forma de L. Os resultados experimentais obtidos foram analisados e comparados com os resultados das simulações numéricas, permitindo-se verificar que o modelo analítico linear de Euler-Bernoulli escolhido é capaz de descrever e representar com precisão o comportamento eletromecânico do gerador de energia piezoelétrico que utiliza viga-L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph*.

Palavras-chave: Piezoeletricidade. Gerador de energia. Múltiplos graus de liberdade. Viga em forma de L. Materiais inteligentes. Frequência de ressonância. Vibração mecânico-estrutural.

ABSTRACT

RODRIGUES, F.C. **Piezoelectric energy harvesting with multiple degrees of freedom: modeling and experimentation.** 2017. 101 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2017.

The growing demand for new technologies related to the use of alternative energy sources has motivated researchers from various fields of knowledge to invest efforts to propose new techniques and procedures focused mainly on the use of renewable energy sources (wind, hydro, structural, among others). In this sense the use of piezoelectric materials in the conversion process of structural vibration signals into useful electrical energy, called Piezoelectric Energy Harvesting (PEH), has achieved a prominent position among the most widely researched topics. Although the amount of electricity generated from the use of piezoelectric devices is still low, which restricts the use of these harvesters to low power electronics, considerable progresses have been achieved both in increasing the useful electrical energy resulting from the conversion as in important aspects related to performance of such harvesters. One possible strategy for improving the performance of piezoelectric harvesters still underused predicts the inclusion of more than one mode of vibration in the harvester test model. Although little explored, this proposal can result in a significant improvement of the electromechanical energy conversion process mainly due to the existence of more than one natural frequency in the useful operation range of the device in question. This alternative can be in principle very attractive in environments where the structural vibration signals have a frequency capability able to cover multiple operating frequencies, as is the typical case of land vehicles. In this sense, the main objective of this monograph was to carry out an analytical and experimental study of piezoelectric energy harvesters having multiple degrees of freedom and to evaluate its use in the use of structural vibration signals from the environment. For that, the dynamic model of piezoelectric harvester that uses an L-shaped beam with two lumped masses and unimorph configuration was studied with greater emphasis. An already existing analytical model in the literature based on the Euler-Bernoulli linear model was studied in order to evaluate the electromechanical behavior of the piezoelectric energy harvester from an L-shaped beam. From this linear model, the electromechanical equations were formulated and the system response function in the frequency domain (FRF) was obtained using basic concepts of structural modal analysis. Using MATLAB® software, a calculation routine was programmed to perform computational simulations that determined the FRF of the electrical voltage generated by acceleration of the base for this model. Then, a prototype of the piezoelectric harvester of the L-shaped beam was tested experimentally. The experimental results obtained were analyzed and compared with the results of the numerical simulations, allowing to verify that the linear analytical model of Euler-Bernoulli chosen is able to describe and accurately represent the electromechanical behavior of the piezoelectric energy harvester that uses an L-shaped beam with two lumped masses and unimorph configuration.

Keywords: Piezoelectricity. Energy harvesting. Multiple degrees of freedom. L-shaped beam. Intelligent materials. Resonance frequency. Mechanical-structural vibration.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Ilustração do processo de geração e de armazenamento de energia	27
Figura 2 – Comparaçao de potenciais fontes de energia reutilizáveis.....	28
Figura 3 – Comparaçao entre técnicas de conversão de energia, vida útil do dispositivo e custo da energia gerada	29
Figura 4 – Estrutura da viga engastada em balanço com massa concentrada (1 GDL)	32
Figura 5 – FRF de um gerador de energia piezoelétrico linear que utiliza viga cantilever.....	33
Figura 6 – Comparaçao da FRF entre geradores de energia piezoelétricos de 1 GDL linear e não lineares (efeitos <i>soft</i> e <i>hard</i>)	35
Figura 7 – Configuração típica de um modelo de gerador de energia piezoelétrico de 1 GDL	36
Figura 8 – Configurações A, B e C de modelos de geradores de energia piezoelétricos de 2 GDL	38
Figura 9 – Variação do espaçamento relativo entre as frequências naturais dos dois primeiros modos de vibração em função da razão entre a massa concentrada (valor variável) e a massa da viga <i>cantilever</i> (valor constante).....	41
Figura 10 – Estrutura da viga-L com duas massas concentradas (2 GDL)	44
Figura 11 – (a) Modelo do gerador piezoelétrico usando viga-L e (b) Estrutura de referência e variáveis de deslocamento	45
Figura 12 – Circuito elétrico do gerador de energia da viga-L (conexões em série)	52
Figura 13 – Deflexão transversal da viga-L do gerador piezoelétrico de energia para (a) o primeiro modo de vibração e para (b) o segundo modo de vibração	56
Figura 14 – FRF da tensão elétrica por aceleração da base das camadas piezoelétricas ligadas em série (configurações S ₁ e S ₂)	58
Figura 15 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para R _L variável	61
Figura 16 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para R _L variável	62
Figura 17 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para $\Re_2 \cup \Re_3 = 150$ mm e L ₂ e L ₃ variáveis	64
Figura 18 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para $\Re_2 \cup \Re_3 = 150$ mm e L ₂ e L ₃ variáveis	64
Figura 19 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para $\Re_2 \cup \Re_3 = 210$ mm e L ₂ e L ₃ variáveis	66
Figura 20 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para $\Re_2 \cup \Re_3 = 210$ mm e L ₂ e L ₃ variáveis	66

Figura 21 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para $\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3 = 270$ mm e L_2 e L_3 variáveis.....	67
Figura 22 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para $\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3 = 270$ mm e L_2 e L_3 variáveis.....	67
Figura 23 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para \mathfrak{R}_1 variável	69
Figura 24 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para \mathfrak{R}_1 variável	70
Figura 25 – Montagem experimental usada nos ensaios do gerador de energia piezoelétrico da viga-L	73
Figura 26 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal sem massa concentrada no segmento vertical da viga-L e variando-se a resistência de carga R_L	77
Figura 27 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical sem massa concentrada no segmento vertical da viga-L e variando-se a resistência de carga R_L	78
Figura 28 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para $M_2 = 76$ g, $L_2 = 107$ mm, $L_3 = 49$ mm e R_L variável	80
Figura 29 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para $M_2 = 76$ g, $L_2 = 107$ mm, $L_3 = 49$ mm e R_L variável	80
Figura 30 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para $M_2 = 76$ g, $L_2 = 144$ mm, $L_3 = 12$ mm e R_L variável	81
Figura 31 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para $M_2 = 76$ g, $L_2 = 144$ mm, $L_3 = 12$ mm e R_L variável	82
Figura 32 – FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série (Configuração S_1) sem massa concentrada no segmento vertical da viga-L e variando-se a resistência de carga R_L	85
Figura 33 – FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série (Configuração S_2) sem massa concentrada no segmento vertical da viga-L e variando-se a resistência de carga R_L	85
Figura 34 – FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série (Configuração S_1) para $M_2 = 76$ g, $L_2 = 107$ mm, $L_3 = 49$ mm e R_L variável	86
Figura 35 – FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série (Configuração S_2) para $M_2 = 76$ g, $L_2 = 107$ mm, $L_3 = 49$ mm e R_L variável	87
Figura 36 – FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série (Configuração S_1) para $M_2 = 76$ g, $L_2 = 144$ mm, $L_3 = 12$ mm e R_L variável	88

Figura 37 – FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série (Configuração S ₂) para M ₂ = 76 g, L ₂ = 144 mm, L ₃ = 12 mm e R _L variável.....	88
Figura 38 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal sem massa concentrada no segmento vertical da viga-L e variando-se a resistência de carga R _L	92
Figura 39 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical sem massa concentrada no segmento vertical da viga-L e variando-se a resistência de carga R _L	92
Figura 40 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para M ₂ = 76 g, L ₂ = 107 mm, L ₃ = 49 mm e R _L variável	93
Figura 41 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para M ₂ = 76 g, L ₂ = 107 mm, L ₃ = 49 mm e R _L variável	94
Figura 42 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para M ₂ = 76 g, L ₂ = 144 mm, L ₃ = 12 mm e R _L variável	95
Figura 43 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para M ₂ = 76 g, L ₂ = 144 mm, L ₃ = 12 mm e R _L variável	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros utilizados na rotina de cálculo para as simulações numéricas do modelo de gerador de energia piezoelétrico da viga-L.....	59
Tabela 2 – Parâmetros complementares utilizados na rotina de cálculo para as simulações numéricas do modelo de gerador de energia piezoelétrico da viga-L	61
Tabela 3 – Parâmetros complementares utilizados na rotina de cálculo para as simulações numéricas do modelo de gerador de energia piezoelétrico da viga-L	63
Tabela 4 – Parâmetros complementares utilizados na rotina de cálculo para as simulações numéricas do modelo de gerador de energia piezoelétrico da viga-L	68
Tabela 5 – Propriedades geométricas da viga-L usada nos testes experimentais.....	74
Tabela 6 – Propriedades materiais da viga-L utilizada nos testes experimentais.....	74
Tabela 7 – Propriedades geométricas das camadas piezoelétricas usadas nos testes experimentais.....	74
Tabela 8 – Propriedades materiais e eletromecânicas das camadas piezoelétricas utilizadas nos testes experimentais	75

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GDL	Grau(s) de liberdade.
FRF	Função de resposta em frequência.
PEH	<i>Piezoelectric Energy Harvesting.</i>
PZT	Titanato Zirconato de Chumbo.
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EDP	Equação Diferencial Parcial

LISTA DE SÍMBOLOS

M_1	Massa concentrada do segmento horizontal da viga-L.
M_2	Massa concentrada do segmento vertical da viga-L.
j	Unidade imaginária (raiz quadrada de -1).
\mathfrak{R}_1	Segmento horizontal da viga-L.
$(\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3)$	Segmento vertical da viga-L.
L_1	Posição da massa concentrada M_1 no segmento horizontal da viga-L.
L_2	Posição da massa concentrada M_2 no segmento vertical da viga-L (considerando a base da estrutura como referência).
L_3	Posição da massa concentrada M_2 no segmento vertical da viga-L (adotando a extremidade superior do segmento vertical como referência).
g	Aceleração da gravidade.
δ_{rs}	Delta de Kronecker (definido como sendo igual à unidade quando $r = s$ e igual a zero quando $r \neq s$).
J_1	Inércia de rotação relativa à massa concentrada M_1 .
J_2	Inércia de rotação relativa à massa concentrada M_2 .
$\eta_r(t)$	Resposta modal do r -ésimo modo de vibração.
ω_r	Frequência natural não amortecida do r -ésimo modo de vibração.
ξ_r	Taxa de amortecimento modal da viscosidade do r -ésimo modo de vibração.
$v_k(t)$	Tensão elétrica através dos eletrodos no segmento \mathfrak{R}_k da viga-L.
χ_{kr}	Termo de acoplamento eletromecânico modal.
$N_r(t)$	Função de forçamento mecânico modal.
ϑ_k	Termo de acoplamento em coordenadas físicas para a camada piezocerâmica no segmento \mathfrak{R}_k da viga-L.
$i_k(t)$	Corrente elétrica produzida em cada segmento \mathfrak{R}_k da viga-L.
$(d_{31})_k$	Constante piezoelétrica.

$(Y_p)_k$	Módulo de Young (ou Módulo de Elasticidade).
b_k	Largura da camada piezocerâmica.
$(h_{pc})_k$	Distância entre o centro da camada piezocerâmica e o eixo neutro do corte transversal da configuração <i>unimorph</i> no segmento \mathfrak{R}_k da viga-L.
$(C_p)_k$	Capacitância interna da camada piezocerâmica no segmento \mathfrak{R}_k da viga-L.
$(\varepsilon_{33}^S)_k$	Permissividade da camada piezocerâmica sob tensão mecânica constante.
$(h_p)_k$	Espessura da camada piezocerâmica.

SUMÁRIO

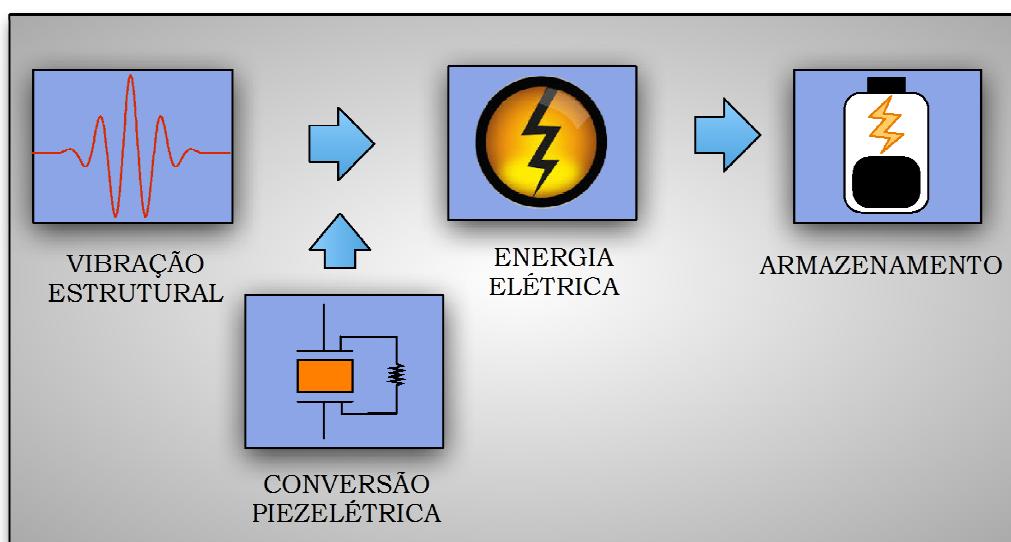
1	INTRODUÇÃO.....	27
1.1	Considerações Preliminares e Motivação.....	27
1.2	Objetivos.....	30
2	REVISÃO DE LITERATURA	31
3	MODELAGEM ANALÍTICA DO GERADOR PIEZOELÉTRICO.....	43
3.1	Prefácio.....	43
3.2	Desenvolvimento das Equações Eletromecânicas do Modelo Analítico.....	44
4	SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	59
4.1	Definição dos Parâmetros para os Cálculos na Rotina Computacional.....	59
4.2	Resultados das Simulações Numéricas.....	60
5	TESTES EXPERIMENTAIS	73
5.1	FRF da Tensão Elétrica de cada Camada Piezoelétrica Isolada.....	76
5.2	FRF da Tensão Elétrica das Camadas Piezoelétricas Ligadas em Série	83
6	VERIFICAÇÃO DO MODELO ANALÍTICO.....	91
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO	97
	REFERÊNCIAS	99

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Preliminares e Motivação

A crescente demanda pelo desenvolvimento de tecnologias alternativas para a geração de fontes renováveis de energia tem impulsionado pesquisas em inúmeras áreas básicas do conhecimento científico. No contexto particular das engenharias, a utilização dos chamados materiais inteligentes vem alcançando posição de destaque com pesquisas voltadas ao uso de tais materiais no processo de conversão de sinais de vibração estrutural em energia elétrica (LEO, 2007). Este processo ficou conhecido como *Energy Harvesting* ou *Piezoelectric Energy Harvesting* (PEH), sendo o último assim denominado quando se utilizam materiais piezoeletricos no processo de conversão energética. Esses materiais têm a capacidade de gerar uma diferença de potencial quando sofrem uma deformação mecânica. A energia elétrica gerada durante o processo pode ser usada na alimentação de equipamentos eletrônicos de pequeno porte como, por exemplo, uma rede remota de sensores usados para o monitoramento da integridade de um dado sistema estrutural (STEPHEN, 2006). De forma simplificada, a Figura 1 ilustra o processo de geração e de armazenamento de energia a partir de sinais de vibração estrutural.

Figura 1 – Ilustração do processo de geração e de armazenamento de energia

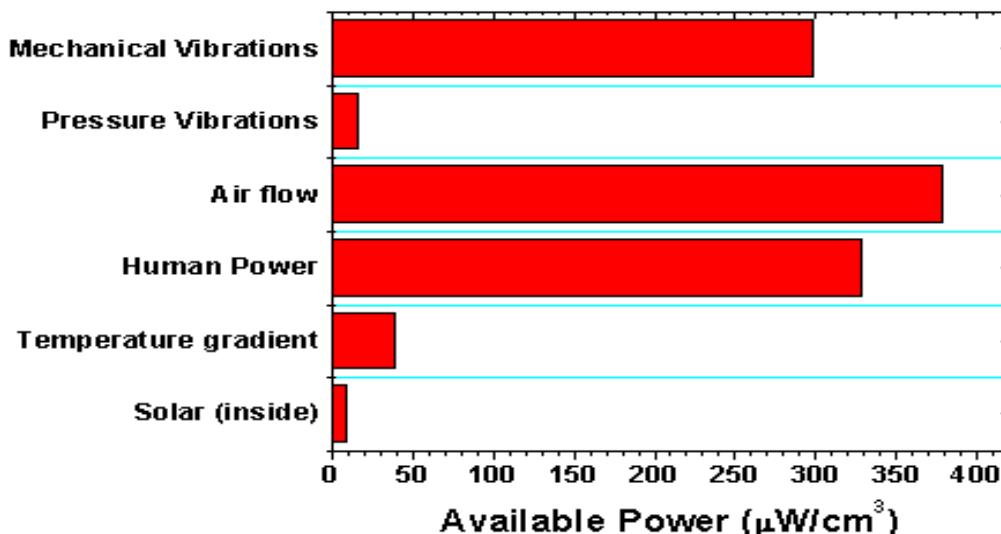


Fonte: O Autor (2015).

De acordo com a ilustração mostrada na Figura 1, observa-se que o fenômeno físico do qual provém a energia que será convertida é a vibração estrutural. No entanto vários outros mecanismos de conversão de energia em eletricidade podem ser abordados, como hidrelétrica, térmica, geotérmica, eólica, solar, das marés, dentre outros. No caso específico da vibração estrutural, os fatores determinantes para a construção de dispositivos de transdução e de armazenamento da energia proveniente das oscilações mecânicas envolvem o conhecimento detalhado das características dos sinais pertinentes ao fenômeno físico em estudo (frequências, amplitudes etc.) (ANTON; SODANO, 2007). Assim sendo, a natureza do sinal vibratório tem uma grande influência no processo de conversão, já que sinais harmônicos ou periódicos normalmente possuem características de amplitude e frequência bem definidas, enquanto que os sinais aleatórios apresentam características particulares diferentes dos primeiros.

A Figura 2 mostra uma comparação da densidade de potência obtida a partir de diversas fontes de energia. Nota-se que as vibrações estruturais se destacam como uma das principais fontes geradoras de energia, ficando atrás apenas do ar fluindo e do ser humano.

Figura 2 – Comparação de potenciais fontes de energia reutilizáveis



Fonte: Harrop e Das (2009)

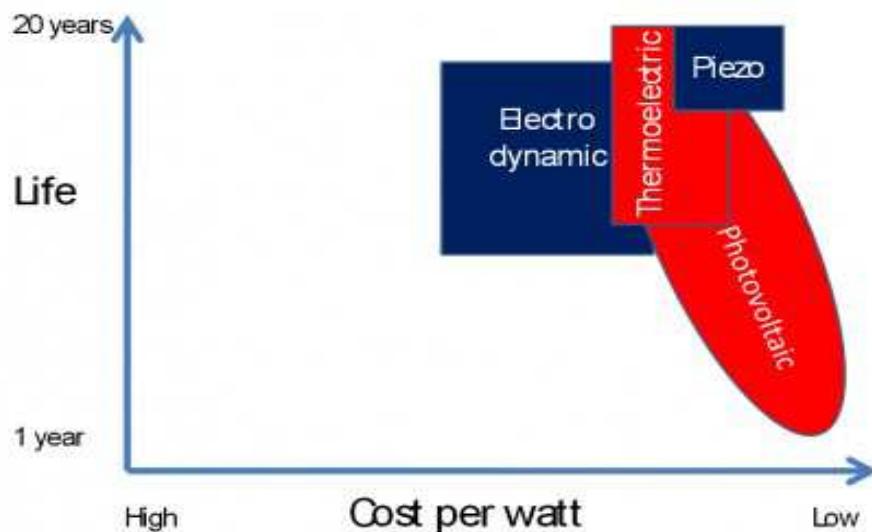
Além disso, a escolha da vibração estrutural como fonte de energia a ser convertida também se destaca tendo em vista que esse fenômeno é intrínseco a todas as estruturas. Qualquer sistema mecânico projetado pode ser modelado essencialmente como um sistema composto por massa, mola e amortecedor e, devido à presença da inércia, a estrutura apresenta um comportamento oscilatório quando é excitado por uma fonte externa, gerando

deformação mecânica, a qual pode ser convertida em energia elétrica a partir da utilização de materiais piezoelétricos.

Nos dias de hoje, há uma grande quantidade de configurações distintas para os conversores de energia que fazem uso de material piezoelétrico. Contudo, o modelo de viga engastada em balanço (ou viga *cantilever*) com camadas de material piezoelétrico recobrindo parcial ou completamente a parte superior e/ou inferior da viga, sendo estimulada em sua base fixa por um mecanismo de excitação, é utilizado pela maior parte dos pesquisadores. Essa configuração é muito empregada devido a sua simplicidade de modelagem e posterior simulação computacional e a sua acessibilidade no tocante à construção física para a realização de ensaios e análises experimentais.

A Figura 3 estabelece uma comparação entre várias técnicas de conversão de energia, vida útil do dispositivo e custo da energia gerada por tais processos. Quando comparado com outras técnicas utilizadas atualmente, como conversores eletrodinâmicos, termoelétricos e fotovoltaicos, os conversores de energia piezoelétricos apresentam certas vantagens, destacando-se uma vida útil elevada, em torno de até vinte anos, e uma razão custo por potência produzida muito baixa. Vê-se então que o emprego de materiais piezoelétricos apresenta uma relação vida *versus* custo muito atrativa, justificando as pesquisas que envolvem esta área, a despeito do fato de que a quantidade de energia elétrica gerada por tais materiais ainda é pequena, destinando-se a alimentação de eletrônica de pequeno porte, conforme supramencionado.

Figura 3 – Comparação entre técnicas de conversão de energia, vida útil do dispositivo e custo da energia gerada



Fonte: Harrop e Das (2009).

As considerações feitas nos parágrafos anteriores permitem afirmar que, embora a quantidade de energia elétrica gerada por esses dispositivos propostos ainda seja pequena e seu uso restrito à alimentação de sensores e de equipamentos eletrônicos de pequeno porte, a ideia de se aproveitar sinais de vibração estrutural (gerados pelo funcionamento de máquinas, provenientes do meio ambiente, dentre outras formas) traz grande motivação à continuidade e ao aprofundamento de investigações na área.

1.2 Objetivos

Diante do que foi exposto na subseção anterior, uma das metas deste trabalho de conclusão de curso foi realizar um estudo analítico e experimental de um gerador de energia piezoeletrico que utiliza uma viga em forma de L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph*.

Um segundo objetivo foi analisar propostas técnicas de alterações na estrutura física do gerador piezoeletrico de viga-L, visando-se à melhoria de sua eficiência energética. Para isso, os resultados oriundos das variações estruturais do gerador foram avaliados quanto à sintonia de suas frequências naturais em relação a frequências de excitação externas e quanto ao aumento de sua faixa útil de frequências de utilização.

Um terceiro propósito foi verificar a precisão do modelo analítico linear de Euler-Bernoulli adotado para representar o gerador piezoeletrico de viga-L através de comparações entre os resultados das simulações numéricas e dos testes experimentais.

A seção subsequente apresenta uma revisão de literatura cobrindo o tema, que não pretende ser completa, mas que tem como objetivo situar a presente monografia no cenário atual do tema de PEH.

2 REVISÃO DE LITERATURA

O efeito piezoeletrônico foi descoberto pelos irmãos Currie em meados de 1880. Jacques e Pierre Currie demonstraram que certos materiais, como os cristais de quartzo, eram capazes de gerar um potencial elétrico quando sofriam uma tensão mecânica. Posteriormente, em 1881, Lippman deduziu algebricamente a partir de princípios da Termodinâmica que o efeito contrário também era possível, isto é, a aplicação de um campo elétrico resultava em uma deformação mecânica do material piezoeletrônico, e esse fato também fora comprovado experimentalmente pelos irmãos Currie (MINETO, 2011).

Por causa da efemeridade do efeito piezoeletrônico em materiais comumente encontrados na natureza, desenvolveram-se cerâmicas sintéticas que apresentavam esse efeito a partir de 1950. Oriundas do titanato de chumbo ($PbTiO_3$) e do zirconato de chumbo ($PbZrO_3$), as aplicações das pastilhas de titanato zirconato de chumbo (PZT), que apresentam a piezoelectricidade, cresceram bastante devido principalmente à sua dureza e densidade elevadas (podendo ser produzidos em diversos tamanhos e formas), ao fato de serem quimicamente inertes e ao fato de que, quando o material vibra, uma diferença de potencial elétrica surge em seus terminais.

Os trabalhos de Umeda, Nakamura e Ueha (1996) e Goldfarb e Jones (1999) foram pioneiros em tratar o problema de conversão de sinais de vibração estrutural em energia elétrica com o objetivo precípua de aproveitamento da energia convertida. Umeda, Nakamura e Ueha (1996) utilizaram como motivação para seu trabalho o impacto de um objeto em queda livre em uma placa feita de material piezoeletrônico, sendo que esse trabalho apresenta resultados de uma modelagem do processo mecânico em questão (choque de um objeto rígido com uma placa de material piezoeletrônico atuando no modo 3-1). Esta investigação inicial teve continuidade em outro trabalho Umeda, Nakamura e Ueha (1997), o qual tinha foco no processo de armazenamento da energia elétrica proveniente do impacto entre o objeto e a placa e os resultados reportados indicaram uma eficiência de aproximadamente 35% no processo de conversão energética. Já Goldfarb e Jones (1999) estudaram a eficiência do processo de conversão eletromecânica de energia através de um conjunto de pastilhas PZT vibrando no modo 3-3.

Uma revisão bastante completa sobre técnicas de geração e aproveitamento de energia vibratória usando materiais piezoeletrônicos encontra-se no artigo de Anton e Sodano (2007). Embora esses trabalhos tenham sido publicados há vários anos, os autores abordaram

questões importantes que ainda hoje são debatidas e para as quais ainda não se tem respostas definitivas. Uma dessas questões trata da **sintonia da frequência natural do gerador em relação à(s) frequência(s) da excitação externa**. Esse é um problema crítico no projeto de geradores tendo em vista que, para que se atinjam níveis adequados de transdução eletromecânica, a frequência de ressonância do gerador deve ser muito próxima ou praticamente igual a do distúrbio externo. Portanto, a questão do ajuste da frequência natural do gerador tem merecida e destacada importância no contexto das técnicas de geração de energia via materiais piezoelétricos. Associada a essa questão de sintonia de frequências surge também paralelamente o interesse de se propor técnicas em que se possa **aumentar a faixa de utilização do gerador**, conferindo a ele alguma forma de adaptabilidade para o caso onde a frequência da fonte de excitação sofra variações com o tempo.

Nos últimos cinco anos a grande maioria dos trabalhos publicados na área de *Energy Harvesting* emprega o conhecido modelo linear de Euler-Bernoulli da viga engastada em balanço (comumente denominada viga *cantilever*) na modelagem de geradores piezoelétricos de energia (ERTURK; INMAN, 2008a; ERTURK et al., 2008; ERTURK; INMAN, 2009). O modelo considera uma viga metálica, comumente denominada subestrutura ou substrato, que é total ou parcialmente recoberta por material piezoelétrico, em uma ou nas duas superfícies. Quando apenas uma das faces da viga recebe a camada de material piezoelétrico, tem-se a chamada configuração ***unimorph*** para o gerador. Quando duas camadas de material piezoelétrico são utilizadas, uma em cada superfície da viga, a denominação ***bimorph*** é geralmente empregada. A viga em balanço apresenta ainda uma massa concentrada em sua extremidade livre, usada para realizar a sintonia entre as frequências supracitadas. A estrutura da viga *cantilever* é mostrada na Figura 4.

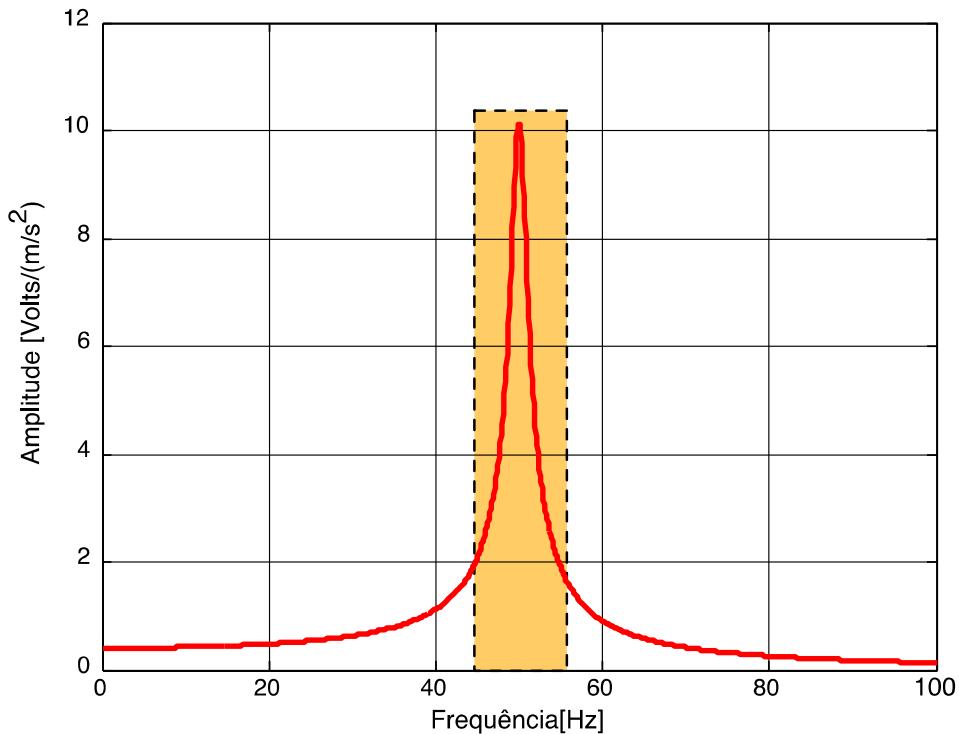
Figura 4 – Estrutura da viga engastada em balanço com massa concentrada (1 GDL)



Fonte: O Autor (2017).

Uma abordagem geralmente aceita na modelagem do gerador de viga em balanço é excitar esse sistema dinâmico de parâmetros distribuídos, o qual possui infinitos graus de liberdade, apenas em seu modo fundamental de vibração (correspondente à primeira frequência natural da viga *cantilever*). Isso equivale a dizer que somente o primeiro modo de vibrar desse modelo contínuo é utilizado e ele pode portanto ser modelado como um sistema de um grau de liberdade (1 GDL). Embora possua algumas limitações inerentes, o modelo de 1 GDL é bastante usado no projeto de geradores piezoelétricos de energia, apresentando um desempenho adequado em várias aplicações de natureza tecnológica. A Figura 5 mostra um exemplo típico da função de resposta em frequência (FRF) de um gerador piezoelétrico de 1 GDL obtido através do modelo da viga em balanço.

Figura 5 – FRF de um gerador de energia piezoelétrico linear que utiliza viga cantilever



Fonte: O Autor (2015).

Conforme se pode observar na Figura 5, a FRF do gerador é típica de um sistema de 1 GDL, cuja amplitude representa a razão entre a tensão elétrica obtida das camadas de material piezoelétrico e a aceleração imposta ao gerador via base (comumente denominada de FRF de transmissibilidade de tensão). No exemplo mostrado, escolheu-se um gerador de energia possuindo uma frequência natural de aproximadamente 50 Hz. Verifica-se também que na vizinhança da frequência natural a FRF é bastante aguda, decorrência de o sistema ser

puramente resistivo e de um baixo fator de amortecimento modal (ξ) apresentado pelo modo fundamental de vibrar desse gerador. Essa "agudez" da FRF na região da ressonância fundamental mostra que a faixa de amplificação do sinal de tensão tende a ser bastante estreita, exigindo, portanto, uma sintonia precisa entre a frequência natural do gerador e a frequência do distúrbio externo. Uma observação adicional revela que a faixa sombreada na Figura 5 mostra que o gerador em questão pode apresentar um fator de amplificação de aproximadamente cinco vezes quando apropriadamente sintonizado à frequência do distúrbio.

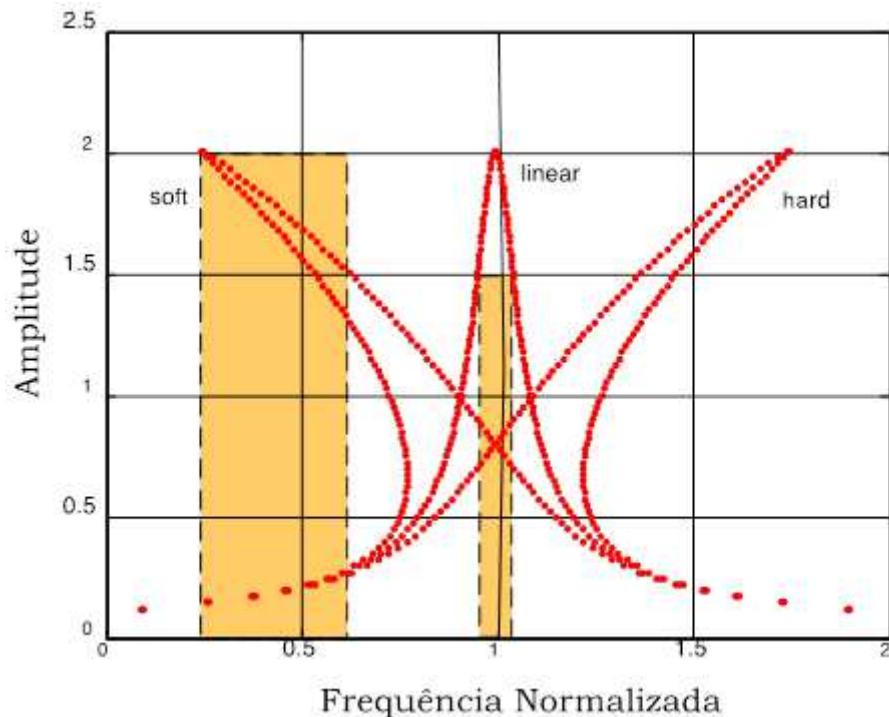
Dentre as principais vantagens do modelo de 1 GDL, as seguintes se destacam: (i) simplicidade analítica do modelo; (ii) facilidade de sintonia ao sinal do distúrbio externo através da escolha adequada de parâmetros físicos e geométricos (para o caso de sinais harmônicos em frequência fixa); (iii) facilidade na realização de testes experimentais para a verificação de modelos teóricos.

As principais desvantagens do modelo de 1 GDL são: (i) limitação quanto à faixa útil de frequências de operação do gerador; (ii) possibilidade de geração máxima de energia em apenas uma frequência (a natural) do gerador; (iii) baixa seletividade em frequência para sinais que possuem múltiplas frequências ou frequências que variem no tempo (também para o caso de sinais harmônicos e especialmente no caso de alguns sinais transientes).

Portanto, futuros avanços no desenvolvimento de modelos mais eficientes de geradores piezoelétricos de energia requerem que atenção especial seja dada a dois aspectos fundamentais: (i) **sintonia do gerador ao(s) sinal(is) de distúrbio;** (ii) **aumento da faixa útil de frequências do dispositivo em estudo.**

Inúmeras estratégias vêm sendo propostas e testadas nos últimos anos com o objetivo de se aumentar a faixa de frequências úteis dos geradores piezoelétricos de 1 GDL e, consequentemente, aumentar sua eficiência na conversão eletromecânica de energia. A introdução de efeitos restauradores não lineares através de efeitos magnéticos, por exemplo, tem sido muito explorada no processo de otimização energética do gerador em questão nos estudos de Mann e Sims (2009a, 2009b), Barton, Burrow e Clare (2010) e Stanton, McGehee e Mann (2010). A Figura 6 mostra um exemplo típico de um gerador piezoelétrico de 1 GDL não linear, onde dois tipos de efeitos não lineares são considerados, o chamado efeito *soft* e o *hard*, respectivamente. Ambos são comparados com o correspondente gerador linear. Nota-se que em ambos os casos a introdução do efeito não linear contribui para o aumento da faixa de frequências úteis de operação do gerador.

Figura 6 – Comparação da FRF entre geradores de energia piezoelétricos de 1 GDL linear e não lineares (efeitos soft e hard)



Fonte: O Autor (2015).

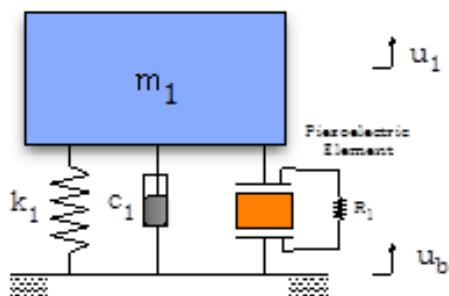
A utilização de modelos dinâmicos possuindo múltiplos graus de liberdade no contexto de técnicas de geração de energia a partir de elementos piezoelétricos vem despertando o interesse de pesquisadores nos últimos anos (ERTURK; HOFFMANN; INMAN, 2009; ERTURK, RENNO; INMAN, 2009; KIM et al., 2011; WU et al., 2012, 2014). A introdução de um modelo piezoelétrico que possui mais de uma frequência natural apresenta-se como uma proposta interessante tanto do ponto de vista de sintonia quanto de faixa útil de frequências. No tocante à sintonia, a existência de mais de um modo de vibração presente na faixa de frequências úteis do gerador permite que mais de uma frequência natural seja sintonizada à excitação externa, contribuindo, portanto, para a ampliação do intervalo de frequências admissíveis do gerador. Em particular o trabalho de Erturk, Renno e Inman (2009) explora um sistema de múltiplos graus de liberdade a partir da combinação de vigas de secção transversal retangular e com aplicações no setor aeronáutico.

Outro modo de incrementar a faixa útil de frequências do gerador é por meio da alteração de sua estrutura física. Erturk, Renno e Inman (2009) discutem e propõem o uso de uma viga em forma de L, com massas concentradas em cada extremidade dos segmentos da viga. Essa configuração estrutural de dois graus de liberdade (2 GDL) pode ser ajustada para apresentar as duas primeiras frequências naturais relativamente próximas uma da outra,

resultando na possibilidade de ampliar a faixa de frequências úteis do dispositivo. Os autores Erturk, Renno e Inman (2009) e Erturk, Hoffmann e Inman (2009) descrevem as características importantes sobre a geração de energia elétrica utilizando a viga-L com o material piezoelétrico acoplado e desenvolve um modelo linear de parâmetros distribuídos do sistema para prever a tensão de resposta do acoplamento eletromecânico e o deslocamento de resposta da estrutura. Após derivar esse modelo, um estudo de caso é apresentado para investigar o desempenho da geração de energia obtido pela viga em forma de L com o material piezoelétrico acoplado: foi proposta a utilização dessa configuração em trens de pouso de veículos aéreos não tripulados (VANT) e observou-se um desempenho mais favorável da viga-L em relação a uma viga curvada com as mesmas características de massa.

Os modelos de geradores piezoelétricos convencionais apresentados na literatura frequentemente descrevem e analisam os sistemas de parâmetros concentrados de um único grau de liberdade (Figura 7), os quais são eficientes apenas quando excitados por uma vibração próxima à frequência de resonância do sistema como supramencionado. Infelizmente, a maior parte das frequências de vibração encontradas na prática não é fixa, elas geralmente apresentam formas variáveis ou aleatórias. Por consequência, um assunto crítico no que tange às pesquisas envolvendo transdução abrangendo material piezoelétrico é uma maneira de aumentar a eficiência da conversão de energia por meio da utilização de uma gama maior de frequências de vibração encontradas na prática.

Figura 7 – Configuração típica de um modelo de gerador de energia piezoelétrico de 1 GDL



Fonte: Tang e Yang (2012).

Roundy et al. (2005) foram os primeiros a propor o uso de um sistema com múltiplos graus de liberdade, através da utilização de várias massas concentradas, para atingir uma faixa de frequências úteis mais ampla. Quando se desenvolve um gerador piezoelétrico multimodal e se trabalha com frequências de vibração variáveis ou aleatórias, é importante que os múltiplos modos sejam relativamente próximos uns dos outros para garantir maior eficiência.

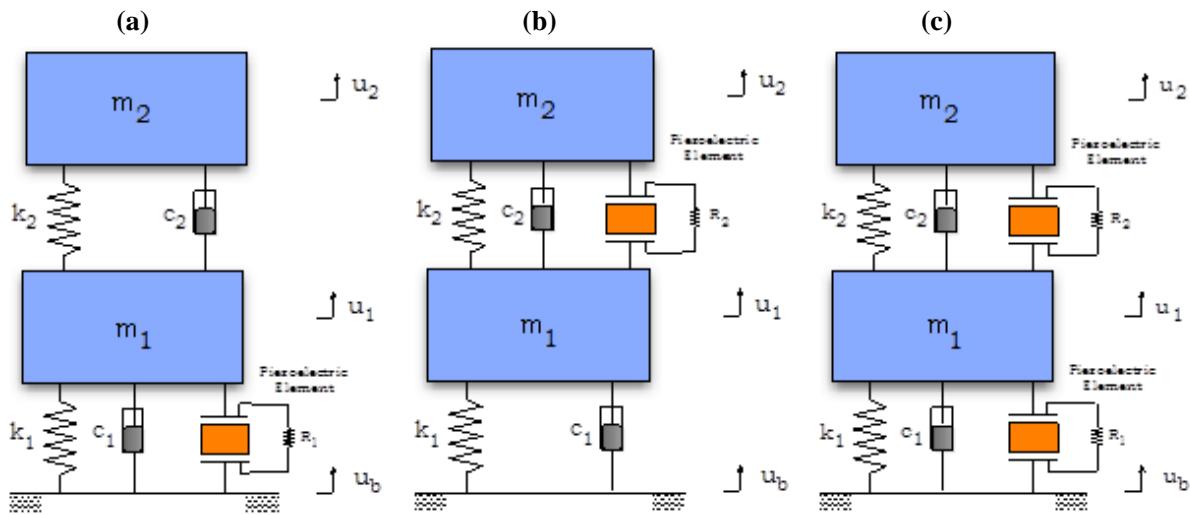
Contudo, o modelo apresentado por Roundy et al. (2005) apresentava os modos de mais alta ordem muito distantes do modo fundamental do sistema.

Aldraihem e Baz (2011) e Arafa et al. (2011) estudaram o gerador piezoelétrico de 2 GDL com uma massa atuando como amplificador dinâmico. Embora frequências de ressonância próximas pudessem ser obtidas, a amplificação requeria um incremento considerável no peso da estrutura, o que causou algumas limitações na prática.

Tang e Yang (2012) também analisaram o gerador piezoelétrico de 2 GDL e propuseram duas configurações (A e B), tendo como meta obter um sistema que possuísse os modos de ressonância próximos e com pequeno crescimento do peso ou do volume da estrutura. Na configuração A, representada pela Figura 8(a), o elemento piezoelétrico é colocado entre a primeira massa e a base; na configuração B, mostrada pela Figura 8(b), ele é colocado entre as duas massas do sistema. Apesar da diferença entre ambas as configurações seja somente a localização do elemento piezoelétrico, o desempenho energético é totalmente diferente. A vantagem da configuração A é que, com um pequeno incremento do peso geral do sistema em relação ao modelo de 1 GDL, obtém-se dois picos de resposta de potência próximos e efetivos (embora esses picos sejam incapazes de superar o modelo de 1 GDL em magnitude) ou obtém-se um único pico de resposta de potência, mas com significativo aumento de magnitude. A configuração B fornece dois picos de resposta de potência próximos e elevados, porém com um aumento bastante significativo do peso geral da estrutura, o que pode comprometer a eficiência do sistema em termos de potência.

Xiao, Wang e John (2016) estudaram o gerador de 2 GDL com dois elementos piezoelétricos colocados entre a primeira massa e a base e entre as duas massas do sistema (configuração C, apresentada pela Figura 8(c)). Com essa proposta, espera-se extrair cerca de 9,78 vezes mais energia elétrica do que é obtido com o modelo da configuração A, que corresponde a um gerador de 2 GDL com apenas um elemento piezoelétrico inserido próximo à base. Verificou-se que um gerador piezoelétrico com maior número de graus de liberdade associado com elementos piezoelétricos inseridos entre todas as massas oscilantes permitia que o sistema obtivesse maior energia. A frequência de ressonância do primeiro modo é deslocada para uma faixa de baixa frequência conforme o número de graus de liberdade é incrementado.

Figura 8 – Configurações A, B e C de modelos de geradores de energia piezoelétricos de 2 GDL



Fonte: (a) e (b) Tang e Yang (2012) e (c) Xiao, Wang e John (2016).

Outra configuração importante de gerador de energia piezoelétrico utiliza uma única viga *cantilever* com uma ou com suas duas superfícies cobertas por camada piezocerâmica (configuração *unimorph* ou *bimorph*, respectivamente), como citado anteriormente. Tipicamente, a viga em balanço é fixa em uma estrutura que apresenta vibração e a tensão de flexão dinâmica induzida sobre a(s) camada(s) piezocerâmica(s) resulta na geração de diferença de potencial elétrico alternado entre os eletrodos que cobrem essas camadas piezocerâmicas, ou seja, devido à tensão ou à compressão mecânicas induzidas sobre o material piezoelétrico presente na viga *cantilever*, ocorre a geração de tensão elétrica.

Geralmente, geradores de energia que usam viga em balanço são projetados para ter uma massa concentrada, a qual pode ser ajustada com o intuito de que a estrutura possua sua frequência natural fundamental (ω_1) de vibração bastante próxima da frequência de excitação dominante presente no ambiente em que o gerador for instalado. Embora a viga *cantilever* seja uma estrutura simples e não muito propensa a grandes melhorias, os pesquisadores da área investiram um esforço considerável para melhorar a eficiência de geração de energia elétrica desse modelo. Baker, Roundy e Wright (2005) examinaram os efeitos da geometria da viga em balanço com material piezoelétrico com relação à densidade de potência produzida para encontrar melhores alternativas para a forma da viga retangular. Erturk et al. (2008) discutiram como organizar os eletrodos das camadas piezocerâmicas da viga *cantilever* com diferentes condições de fronteira para evitar o cancelamento de tensões elétricas durante a captação de energia. Hu, Xue e Hu (2007) introduziram uma pré-carga axial ao modelo convencional da viga em balanço de configuração *bimorph*, o que lhe permitiu ajustar a

frequência natural de vibração da estrutura para lidar com excitações de frequência variável. Portanto, observa-se que o gerador de energia piezoelétrico utilizando o modelo convencional da viga *cantilever* foi extensivamente estudado na literatura e um esforço considerável foi feito para otimizar essa estrutura simples, almejando-se melhorar a eficiência na transdução da energia mecânica para a elétrica desse sistema.

Outro modelo que tem sido investigado em detalhes pela literatura da dinâmica não linear nas últimas décadas é a viga em forma de L. Essa estrutura possui um relevante fenômeno não linear: ela pode apresentar suas **duas primeiras frequências naturais de vibração na proporção dois-para-um** (isto é, $\omega_2 \cong 2 \omega_1$), permitindo uma ampliação do intervalo útil de frequências de excitação externa, o que possibilita aplicações práticas interessantes (OUEINI; NAYFEH; PRATT, 1998). Neste trabalho de conclusão de curso, analisou-se a dinâmica linear da estrutura da viga-L com material piezoelétrico acoplado, para gerar uma faixa de frequências úteis ao gerador de energia mais ampla do que a disponível em uma configuração simples (como no caso da viga em balanço).

Apesar da modelagem não linear não ser o objetivo desta monografia, um possível uso das primeiras frequências de ressonância na proporção dois-para-um foi discutido, visando-se ao aumento da geração de energia piezoelétrica a partir da excitação de base, uma vez que uma das vantagens da viga em forma de L com massas concentradas nas pontas é a ampliação da faixa útil de frequências de excitação externa.

A estrutura da viga-L com massas concentradas tem sido investigada na literatura da dinâmica não linear por Haddow, Barr e Mook (1984) e Balachandran e Nayfeh (1990). Como mencionado por Nayfeh e Mook (1979), um sistema com múltiplos graus de liberdade (N GDL) possui duas ou mais de suas frequências naturais proporcionais ou relativamente próximas. O modelo de N GDL mais simples é o sistema de 2 GDL, em que já é possível obter a condição de suas frequências de ressonância estarem na proporção dois-para-um (esse caso particular é chamado de **ressonância interna dois-para-um**). Embora estruturas básicas, como a viga *cantilever*, não possam ser projetadas para obter passivamente a condição de ressonância interna dois-para-um, foi demonstrado na literatura por Haddow, Barr e Mook (1984) que a viga em forma de L com massas concentradas é capaz de apresentar essa condição de ressonância (com o terceiro e os demais modos mais elevados distantes dos dois primeiros modos de vibração).

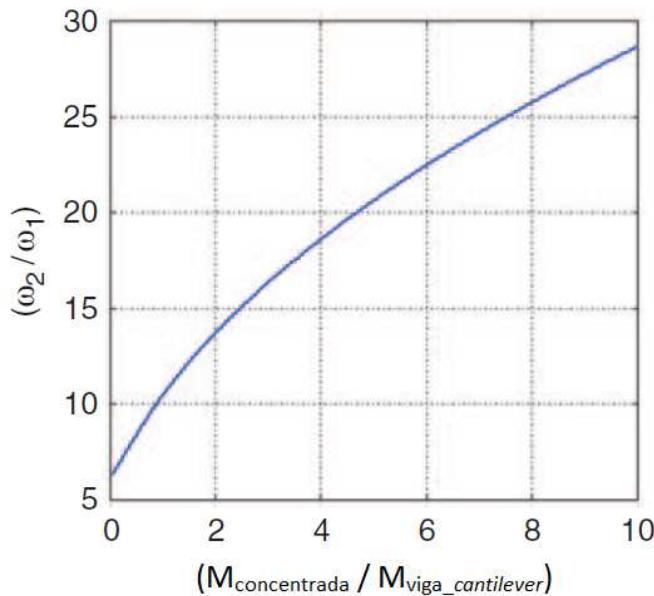
Uma estrutura que apresenta a ressonância interna dois-para-um e não linearidades quadráticas pode exibir a chamada **interação modal**, que consiste na troca dinâmica de energia entre os modos naturais de vibração do sistema oscilatório, ou pode apresentar o

chamado **fenômeno de saturação** no caso de excitação senoidal próximo da frequência fundamental da estrutura (NAYFEH; MOOK, 1979). O fenômeno de saturação associado com um sistema de N GDL, como o modelo da viga-L com massas concentradas, fornece a possibilidade de transferir a energia mecânica de entrada para modos de vibração superiores (do terceiro em diante) e extrair a resposta elétrica para esses modos mais elevados. Haddow, Barr e Mook (1984) realizaram um estudo teórico e experimental em uma viga em forma de L e definiram como parâmetro de projeto que a segunda frequência de ressonância da estrutura fosse aproximadamente o dobro da primeira. Os autores Haddow, Barr e Mook (1984) observaram a presença do efeito não linear de interação modal em seus resultados, mostrando que um dos modos de vibração poderia ser solicitado quando a frequência de excitação externa se igualava à frequência natural do outro modo em estudo.

Além das interações não lineares entre os modos de vibração, a estrutura da viga-L também é vantajosa por aumentar a faixa útil de frequências externas de excitação. Na maioria das pesquisas sobre gerador de energia piezoelétrico, utiliza-se uma viga em balanço para ser excitada com uma frequência igual ou muito próxima de sua frequência fundamental. Em outras palavras, a primeira frequência natural do gerador piezoelétrico é sintonizada para estar próxima da frequência de vibração dominante no ambiente. Esse processo de sintonização é normalmente realizado pelo acoplamento e ajuste de uma massa concentrada na extremidade livre da viga. Na realidade, porém, a maior parte das fontes de vibração presentes no ambiente é aleatória ou de frequência variável com o tempo. Assim, em geral, as vibrações ambientais não podem ser representadas por uma única função harmônica. Como consequência, a energia de vibração disponível no ambiente também excita os modos de vibração mais elevados da estrutura do gerador, o que não é aproveitado para geração de tensão elétrica, ou seja, é uma energia desperdiçada do ponto de vista da transdução. Para minimizar essa perda, é importante que a estrutura do gerador apresente seu segundo modo de vibração próximo ao primeiro para que se obtenha uma ampliação da faixa de frequências úteis do sistema. Dessa forma, o segundo modo de vibrar ganha importância no caso de excitações aleatórias e de frequências variáveis disponíveis no ambiente.

De acordo com o gráfico da Figura 9, referente à configuração da viga *cantilever* com seção transversal uniforme, observa-se que o espaçamento relativo entre os dois primeiros modos de vibração aumenta monotonamente com o incremento da massa concentrada. O valor mínimo desse espaçamento é de $\omega_2 \cong 6,5 \omega_1$, o qual corresponde ao caso em que não há massa concentrada na estrutura da viga em balanço.

Figura 9 – Variação do espaçamento relativo entre as frequências naturais dos dois primeiros modos de vibração em função da razão entre a massa concentrada (valor variável) e a massa da viga *cantilever* (valor constante)



Fonte: Erturk, Renno e Inman (2009).

Como mencionado anteriormente, é prática comum ajustar-se a primeira frequência de ressonância (ω_1) do gerador piezoelétrico para ser igual ou muito próximo do componente de frequência de excitação que se destaca no ambiente. Esse procedimento automaticamente atribui certo valor para a segunda frequência natural (ω_2) do sistema e sabe-se, a partir da Figura 9, que o segundo modo de vibração da viga *cantilever* não será próximo do modo fundamental ($\omega_2 \geq 6,5 \omega_1$). Como consequência, a resposta do dispositivo para excitações harmônicas presentes na vibração ambiental apresentará uma faixa de frequências muito afastada entre ω_1 e ω_2 , fazendo com que a transdução seja ineficiente para excitações aleatórias ou de frequência variável com o tempo.

A partir dessa circunspecção, o modelo do gerador de energia piezoelétrico utilizando uma viga em forma de L tem uma importante vantagem sobre a viga em balanço (com ou sem massa concentrada acoplada): ao ser selecionado o componente de frequência de excitação que se destaca no ambiente e ao defini-lo como sendo a frequência fundamental (ω_1) do gerador que utiliza a viga-L, os parâmetros geométricos desse dispositivo podem ser ajustados para apresentar a segunda frequência natural (ω_2) não muito distante da primeira. Por exemplo, a ressonância interna dois-para-um ($\omega_2 \cong 2 \omega_1$) pode ser obtida com a configuração da viga em forma de L, enquanto que esse caso é inexequível com a viga *cantilever*. Dessa forma, pode-se concluir que o modelo do gerador de energia piezoelétrico que usa viga-L

possui melhores características de ampliação do intervalo de frequências úteis e é menos sensível a variações da frequência de excitação dominante quando comparado com a configuração da viga em balanço.

Diante do exposto nesta revisão de literatura, percebe-se o empenho de vários pesquisadores visando a aumentar a eficiência energética dos conversores piezoelétricos. Desse modo, conforme descrito a seguir, o presente trabalho de conclusão de curso teve como meta realizar um estudo teórico e experimental da geração de energia elétrica obtida de um modelo de conversor piezoelétrico linear utilizando uma viga em forma de L com duas massas concentradas em suas extremidades e de configuração *unimorph*.

3 MODELAGEM ANALÍTICA DO GERADOR PIEZOELÉTRICO

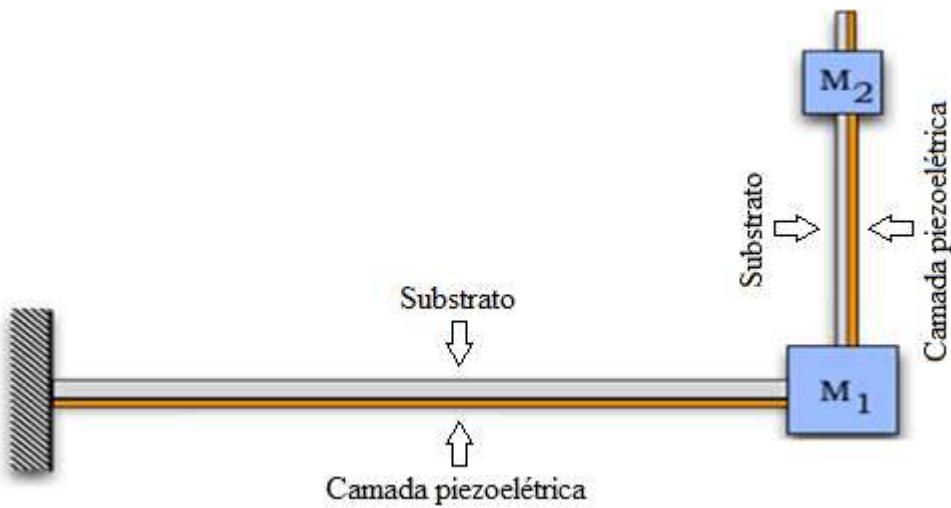
Nesta seção é desenvolvida toda a modelagem analítica do sistema dinâmico referente ao gerador de energia piezoelétrico que utiliza uma viga em forma de L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph*, baseando-se no modelo linear de Euler-Bernoulli.

3.1 Prefácio

A precisão de um modelo matemático depende do conjunto de hipóteses simplificadoras adotadas para a sua obtenção. Tendo isso em mente, buscou-se adotar um conjunto mínimo de hipóteses simplificadoras a fim de que os modelos matemáticos obtidos nesta etapa da monografia não deixassem de considerar aspectos importantes no processo de conversão de energia. A obtenção dos modelos teóricos foi realizada utilizando-se preferencialmente modelos analíticos de parâmetros distribuídos, obtidos através de métodos de energia para sistemas eletromecânicos. Deve-se ter em mente que um bom modelo para um determinado sistema não necessariamente precisa ser composto por equações matemáticas complexas, mas sim por um conjunto de equações capaz de descrever o fenômeno adequadamente. Assim sendo, até mesmo os modelos usando a abordagem por parâmetros concentrados pode ser utilizada para se modelar com precisão os geradores de energia piezoelétricos.

A estrutura mostrada na Figura 10, denominada viga em forma de L com duas massas concentradas, corresponde a um sistema de dois graus de liberdade (2 GDL) e fora o objeto de estudo precípuo deste trabalho de conclusão de curso. Empregou-se a teoria de Euler-Bernoulli para que se obtivesse o seu modelo analítico linear. A partir desse modelo, foram formuladas as equações eletromecânicas e obteve-se o modelo de função de resposta do sistema no domínio da frequência (FRF) usando conceitos básicos de análise modal estrutural.

Figura 10 – Estrutura da viga-L com duas massas concentradas (2 GDL)



Fonte: O Autor (2017).

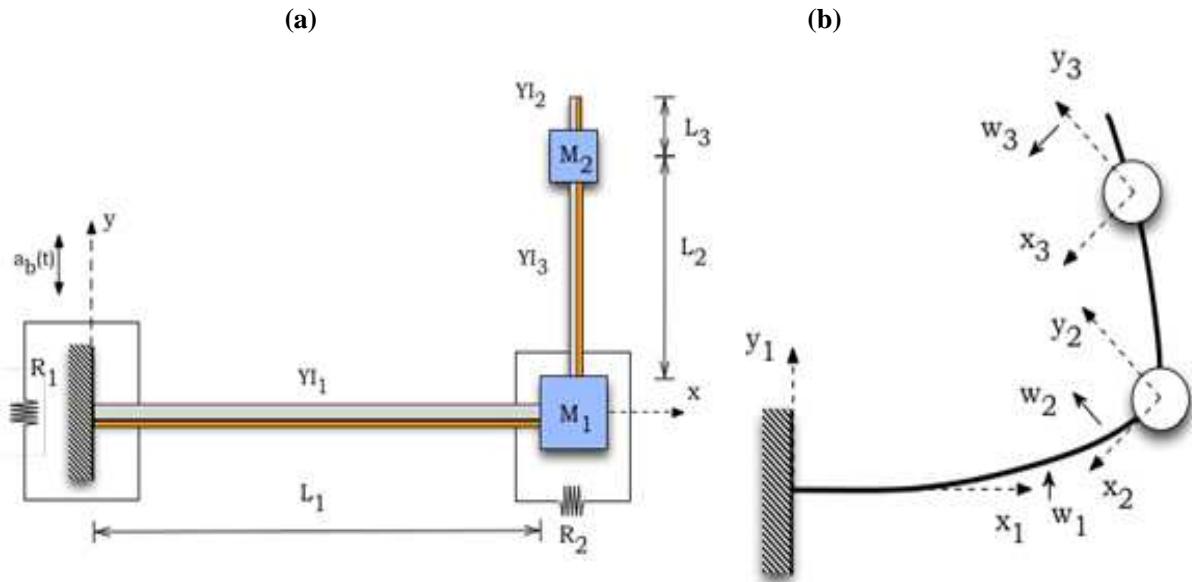
Os efeitos não lineares relevantes da estrutura mostrada na Figura 10 são inerentes ao acoplamento dos segmentos horizontal e vertical que compõem a viga-L e às camadas de material piezoelétrico, as quais são responsáveis por converter a energia mecânica em elétrica.

Pretendeu-se assim obter uma ampla compreensão dos fenômenos físicos que ocorrem nesse tipo de gerador piezoelétrico usando viga em forma de L, mais especificamente no que tange ao seu comportamento dinâmico para que se obtenha uma maior eficiência energética na transdução eletromecânica.

3.2 Desenvolvimento das Equações Eletromecânicas do Modelo Analítico

A Figura 11(a) ilustra detalhadamente o modelo eletromecânico da viga-L com apenas uma das superfícies possuindo camada de material piezoelétrico (configuração *unimorph*):

Figura 11 – (a) Modelo do gerador piezoelétrico usando viga-L e (b) Estrutura de referência e variáveis de deslocamento



Fonte: Erturk, Renno e Inman (2009).

De acordo com a descrição mostrada na Figura 11(a), o sistema da viga em forma de L é uma combinação de duas barras delgadas (uma horizontal e outra vertical) com duas massas concentradas (M_1 e M_2). A estrutura é excitada através de uma aceleração $a_B(t)$ na sua base engastada. A subestrutura e a camada piezocerâmica são uniformes geometricamente ao longo de suas direções horizontais. As duas massas concentradas e a localização da massa M_2 sobre a barra vertical são importantes parâmetros de ajuste para o sistema, as quais tornam possível obter as frequências de ressonância interna dois-para-um, que é uma característica das interações modais não lineares.

O movimento vibratório do gerador é examinado em três segmentos (ou regiões), \mathfrak{R}_k , usando-se para tanto a referência (x_k, y_k) , como mostrado na Figura 11(b). Cada segmento é modelado para casos gerais com comprimentos L_k , massas por unidade de comprimento m_k e termos de dureza $Y_k I_k$ distintos. Portanto, a subestrutura e as camadas de piezocerâmicas assim como as suas propriedades geométricas podem ser feitas para serem diferentes em cada segmento \mathfrak{R}_k .

$$\mathfrak{R}_k = \{x_k \mid 0 \leq x_k \leq L_k\} \quad (1)$$

em que $k = 1, 2, 3$.

O objetivo aqui é modelar e investigar o comportamento eletromecânico básico do gerador para um carregamento elétrico resistivo. Embora essa análise seja feita para a configuração *unimorph*, o caso *bimorph* pode ser considerado usando o mesmo procedimento. A configuração *bimorph* permite combinar um número maior de saídas elétricas de segmentos distintos em série ou em paralelo em relação ao caso *unimorph*, dependendo da tensão ou da corrente elétrica requeridas (ERTURK; INMAN, 2009).

Uma vez que as taxas de configurações típicas de geração de energia permitem negligenciar os efeitos de deformação por cisalhamento e inércia de rotação, o procedimento de modelagem utilizado baseia-se nas suposições e características do modelo de Euler-Bernoulli. Tem-se interesse nas vibrações de flexão do gerador e, por conseguinte, as vibrações longitudinais dos segmentos da viga são desprezadas ao se assumir a hipótese de que os segmentos sejam axialmente rígidos. Geometricamente, oscilações pequenas são consideradas aqui juntamente com a suposição de o material apresentar comportamento linearmente elástico.

As equações de movimento para vibração livre não amortecida de cada segmento em sua direção lateral podem ser escritas como:

$$\frac{\partial^2 (M_b)_k(x_k, t)}{\partial x_k^2} + m_k \cdot \frac{\partial^2 w_k(x_k, t)}{\partial t^2} + \delta_{2k} \cdot M_2 \cdot g \cdot \frac{\partial^2 w_k(x_k, t)}{\partial x_k^2} = 0 , \quad (2)$$

$x_k \in \mathfrak{R}_k$

em que m_k é a massa por unidade de comprimento do segmento \mathfrak{R}_k ; o termo $(M_b)_k(x_k, t)$ é o momento de flexão; o termo $w_k(x_k, t)$ é o deslocamento de vibração transversal do segmento \mathfrak{R}_k ; M_2 é a segunda massa concentrada em $x_2 = L_2$; g é a aceleração da gravidade e; δ_{rk} é o Delta de Kronecker (definido como sendo igual à unidade quando $r = s$ e igual a zero quando $r \neq s$).

É importante destacar que o efeito piezoeletrico está incluso no momento de flexão $(M_b)_k(x_k, t)$, que pode ser expandido para um termo relacionado com a dureza de flexão $Y \cdot I_k$ e para um termo ligado à tensão $v_k(t)$ através dos eletrodos do segmento \mathfrak{R}_k (ERTURK; INMAN, 2008a). Nota-se também que o peso $M_2 \cdot g$ da segunda massa concentrada age como uma carga axial para o segmento \mathfrak{R}_2 .

As condições de contorno, as quais definem as especificidades dinâmicas do modelo do gerador, foram formuladas a partir de premissas envolvendo: a extremidade engastada do

segmento horizontal, o deslocamento linear/angular e as relações de equilíbrio força/momento nos locais das massas concentradas M_1 e M_2 e a extremidade livre do segmento vertical. As condições de contorno e uma descrição sobre cada uma delas são apresentadas a seguir:

$$w_1(0, t) = 0 \quad (3a)$$

ou seja, o deslocamento vertical (ou flexo) do segmento \mathfrak{R}_1 é nulo na posição da extremidade engastada ($x_1 = 0$).

$$\left. \frac{\partial w_1(x_1, t)}{\partial x_1} \right|_{x_1=0} = 0 \quad (3b)$$

ou seja, o deslocamento angular (ou inclinação) do segmento \mathfrak{R}_1 é nulo na posição da extremidade engastada ($x_1 = 0$).

$$w_2(0, t) = 0 \quad (3c)$$

ou seja, o deslocamento vertical (ou flexo) do segmento \mathfrak{R}_2 é nulo na posição da massa concentrada M_1 ($x_2 = 0$).

$$\left. \frac{\partial w_1(x_1, t)}{\partial x_1} \right|_{x_1=L_1} = \left. \frac{\partial w_2(x_2, t)}{\partial x_2} \right|_{x_2=0} \quad (3d)$$

ou seja, o deslocamento angular (ou inclinação) à esquerda do segmento \mathfrak{R}_1 na posição da massa concentrada M_1 ($x_1 = L_1$) é igual ao deslocamento angular (ou inclinação) à direita do segmento \mathfrak{R}_2 na posição da massa concentrada M_1 ($x_2 = 0$).

$$Y \cdot I_1 \cdot \left. \frac{\partial^3 w_1(x_1, t)}{\partial x_1^3} \right|_{x_1=L_1} = (M_1 + M_2 + m_2 \cdot L_2 + m_3 \cdot L_3) \cdot \left. \frac{\partial^2 w_1(x_1, t)}{\partial t^2} \right|_{x_1=L_1} \quad (3e)$$

ou seja, a força cortante no segmento \mathfrak{R}_1 na posição da massa concentrada M_1 ($x_1 = L_1$) é igual ao produto da soma das massas concentradas e das massas do segmento $\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3$ pela aceleração do segmento \mathfrak{R}_1 na posição da massa concentrada M_1 ($x_1 = L_1$).

Sendo J_1 a inércia de rotação relativa à massa concentrada M_1 , tem-se:

$$Y \cdot I_1 \cdot \frac{\partial^2 w_1(x_1, t)}{\partial x_1^2} \Big|_{x_1=L_1} + J_1 \cdot \frac{\partial^3 w_1(x_1, t)}{\partial t^2 \cdot \partial x_1} \Big|_{x_1=L_1} = Y \cdot I_2 \cdot \frac{\partial^2 w_2(x_2, t)}{\partial x_2^2} \Big|_{x_2=0} \quad (3f)$$

ou seja, a soma do momento flexor à esquerda no segmento \mathfrak{R}_1 na posição da massa concentrada M_1 ($x_1 = L_1$) e do momento flexor angular (devido à aceleração angular) no segmento \mathfrak{R}_1 na posição da massa concentrada M_1 ($x_1 = L_1$) é igual ao momento flexor à direita no segmento \mathfrak{R}_2 na posição da massa concentrada M_1 ($x_2 = 0$).

$$w_2(L_2, t) = w_3(0, t) \quad (3g)$$

ou seja, o deslocamento vertical (ou flexo) à esquerda do segmento \mathfrak{R}_2 na posição da massa concentrada M_2 ($x_2 = L_2$) é igual ao deslocamento vertical (ou flexo) à direita do segmento \mathfrak{R}_3 na posição da massa concentrada M_2 ($x_3 = 0$).

$$\frac{\partial w_2(x_2, t)}{\partial x_2} \Big|_{x_2=L_2} = \frac{\partial w_3(x_3, t)}{\partial x_3} \Big|_{x_3=0} \quad (3h)$$

ou seja, o deslocamento angular (ou inclinação) à esquerda do segmento \mathfrak{R}_2 na posição da massa concentrada M_2 ($x_2 = L_2$) é igual ao deslocamento angular (ou inclinação) à direita do segmento \mathfrak{R}_3 na posição da massa concentrada M_2 ($x_3 = 0$).

$$\begin{aligned} M_2 \cdot g \cdot \frac{\partial w_2(x_2, t)}{\partial x_2} \Big|_{x_2=L_2} + Y \cdot I_2 \cdot \frac{\partial^3 w_2(x_2, t)}{\partial x_2^3} \Big|_{x_2=L_2} \\ = Y \cdot I_3 \cdot \frac{\partial^3 w_3(x_3, t)}{\partial x_3^3} \Big|_{x_3=0} + M_2 \cdot \frac{\partial^2 w_2(x_2, t)}{\partial t^2} \Big|_{x_2=L_2} \end{aligned} \quad (3i)$$

ou seja, o peso da massa concentrada M_2 inclinado (isto é, projetado na direção do movimento) somado à força cortante à esquerda no segmento \mathfrak{R}_2 na posição da massa concentrada M_2 ($x_2 = L_2$) é igual à força cortante à direita no segmento \mathfrak{R}_3 na posição da massa concentrada M_2 ($x_3 = 0$) somada ao produto da massa concentrada M_2 pela aceleração do segmento \mathfrak{R}_2 na posição da massa concentrada M_2 ($x_2 = L_2$).

Sendo J_2 a inércia de rotação relativa à massa concentrada M_2 , tem-se:

$$Y \cdot I_2 \cdot \frac{\partial^2 w_2(x_2, t)}{\partial x_2^2} \Big|_{x_2=L_2} + J_2 \cdot \frac{\partial^3 w_2(x_2, t)}{\partial t^2 \cdot \partial x_2} \Big|_{x_2=L_2} = Y \cdot I_3 \cdot \frac{\partial^2 w_3(x_3, t)}{\partial x_3^2} \Big|_{x_3=0} \quad (3j)$$

ou seja, a soma do momento flexor à esquerda no segmento \mathfrak{R}_2 na posição da massa concentrada M_2 ($x_2 = L_2$) e do momento flexor angular (devido à aceleração angular) no segmento \mathfrak{R}_2 na posição da massa concentrada M_2 ($x_2 = L_2$) é igual ao momento flexor à direita no segmento \mathfrak{R}_3 na posição da massa concentrada M_2 ($x_3 = 0$).

$$Y \cdot I_3 \cdot \frac{\partial^3 w_3(x_3, t)}{\partial x_3^3} \Big|_{x_3=L_3} = 0 \quad (3k)$$

ou seja, a força cortante no segmento \mathfrak{R}_3 é nula na extremidade livre ($x_3 = L_3$).

$$Y \cdot I_3 \cdot \frac{\partial^2 w_3(x_3, t)}{\partial x_3^2} \Big|_{x_3=L_3} = 0 \quad (3l)$$

ou seja, o momento flexor no segmento \mathfrak{R}_3 é nulo na extremidade livre ($x_3 = L_3$).

Com base no teorema de expansão, o movimento de vibração do segmento da viga \mathfrak{R}_k pode ser representado por séries absolutas e uniformemente convergentes como:

$$w_k(x_k, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_{kr}(x_k) \cdot \eta_r(t), \quad x_k \in \mathfrak{R}_k \quad (4)$$

em que $\eta_r(t)$ é a resposta modal do r -ésimo modo de vibração.

As autofunções definidas por partes da estrutura são:

$$\begin{aligned} \phi_{1r}(x_1) &= A_{1r} \cdot \sin(\alpha_r \cdot x_1) + B_{1r} \cdot \cos(\alpha_r \cdot x_1) + C_{1r} \cdot \operatorname{senh}(\alpha_r \cdot x_1) \\ &\quad + D_{1r} \cdot \cosh(\alpha_r \cdot x_1) \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} \phi_{2r}(x_2) &= A_{2r} \cdot \sin(\beta_r \cdot x_2) + B_{2r} \cdot \cos(\beta_r \cdot x_2) + C_{2r} \cdot \operatorname{senh}(\gamma_r \cdot x_2) \\ &\quad + D_{2r} \cdot \cosh(\gamma_r \cdot x_2) \end{aligned} \quad (5b)$$

$$\begin{aligned}\phi_{3r}(x_3) = & A_{3r} \cdot \sin(\mu_r \cdot x_3) + B_{3r} \cdot \cos(\mu_r \cdot x_3) + C_{3r} \cdot \operatorname{senh}(\mu_r \cdot x_3) \\ & + D_{3r} \cdot \cosh(\mu_r \cdot x_3)\end{aligned}\quad (5c)$$

As autofunções (5a)-(5c) são obtidas através da separação das soluções variáveis de suas respectivas equações diferenciais parciais (EDP) dadas pela Equação (2).

Para oscilações harmônicas no domínio do tempo, as relações entre os parâmetros de frequência dos diferentes segmentos da estrutura e as frequências naturais podem ser obtidos de (RAO, 2007):

$$\begin{aligned}\alpha_r^4 &= \omega_r^2 \cdot \frac{m_1}{Y \cdot I_1} ; \quad \mu_r^4 = \omega_r^2 \cdot \frac{m_3}{Y \cdot I_3} ; \quad \beta_r^4 = \frac{k}{2} + \sqrt{\frac{k^2}{4} + \omega_r^2 \cdot \frac{m_2}{Y \cdot I_2}} ; \\ \gamma_r^4 &= -\frac{k}{2} + \sqrt{\frac{k^2}{4} + \omega_r^2 \cdot \frac{m_2}{Y \cdot I_2}} ; \quad k = \frac{M_2 \cdot g}{Y \cdot I_2}\end{aligned}\quad (6)$$

em que ω_r é a frequência natural não amortecida do r-ésimo modo de vibração.

Com a intenção de ser consistente com a formulação proposta por Erturk e Inman (2008a) para a viga *cantilever unimorph*, as autofunções definidas por partes da estrutura são normalizadas pela massa de acordo com a condição de ortogonalização dada por:

$$\begin{aligned}& \sum_{k=1}^3 \int_0^{L_k} m_k \cdot \phi_{kr}(x_k) \cdot \phi_{ks}(x_k) dx_k \\ & + (M_1 + M_2 + m_2 \cdot L_2 + m_3 \cdot L_3) \cdot \phi_{1r}(L_1) \cdot \phi_{1s}(L_1) \\ & + M_2 \cdot \phi_{2r}(L_2) \cdot \phi_{2s}(L_2) + J_1 \cdot \left. \frac{d\phi_{1r}(x_1)}{dx_1} \right|_{x_1=L_1} \cdot \left. \frac{d\phi_{1s}(x_1)}{dx_1} \right|_{x_1=L_1} \\ & + J_2 \cdot \left. \frac{d\phi_{2r}(x_2)}{dx_2} \right|_{x_2=L_2} \cdot \left. \frac{d\phi_{2s}(x_2)}{dx_2} \right|_{x_2=L_2} = \delta_{rs}\end{aligned}\quad (7)$$

Com o intuito de derivar as equações eletromecânicas do gerador, deve-se inicialmente considerar o efeito do forçamento mecânico no sistema. Após substituir a Equação (4) na Equação (2) e aplicar as condições de ortogonalização, a equação do movimento forçado pode ser escrita em coordenadas modais como:

$$\frac{d^2\eta_r(t)}{dt^2} + 2.\zeta_r.\omega_r \cdot \frac{d\eta_r(t)}{dt} + \omega_r^2 \cdot \eta_r(t) + \sum_{k=1}^3 \chi_{kr} \cdot v_k(t) = N_r(t) \quad (8)$$

em que ζ_r é a taxa de amortecimento modal viscoso do r -ésimo modo de vibração; $v_k(t)$ é a tensão elétrica através dos eletrodos no segmento \mathfrak{R}_k ; χ_{kr} é o termo de acoplamento eletromecânico modal e; $N_r(t)$ é a função de forçamento mecânico modal.

O termo de acoplamento eletromecânico modal (χ_{kr}) e a função de forçamento mecânico modal ($N_r(t)$) são obtidos usando as seguintes equações, respectivamente:

$$\chi_{kr} = \vartheta_k \cdot \left. \frac{d\phi_{kr}(x_k)}{dx_k} \right|_0^{L_k} \quad (9a)$$

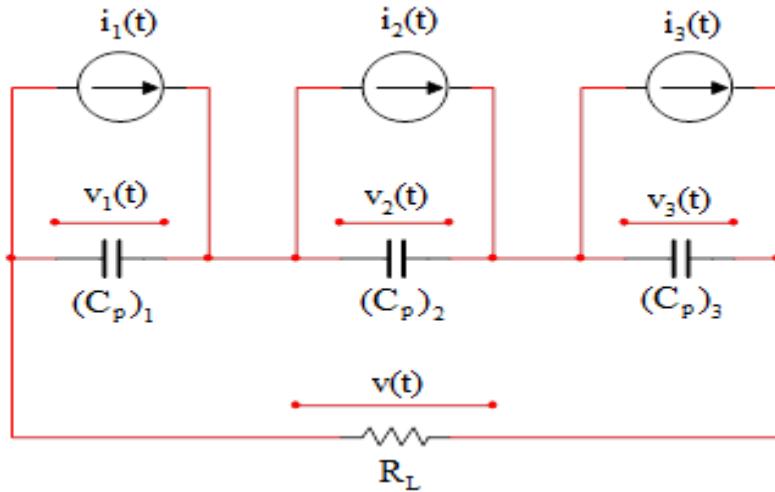
em que ϑ_k é o termo de acoplamento em coordenadas físicas para a camada de piezocerâmica em \mathfrak{R}_k .

$$N_r(t) = - \left[m_1 \cdot \int_0^{L_1} \phi_{1r}(x_1) dx_1 + (M_1 + M_2 + m_2 \cdot L_2 + m_3 \cdot L_3) \cdot \phi_{1r}(L_1) \right] \cdot a_B(t) \quad (9b)$$

A função de excitação modal dada pela Equação (9b) é devida à inércia lateral da massa distribuída em \mathfrak{R}_1 bem como da massa concentrada no contorno $x_1 = L_1$, que incluem as massas dos segmentos \mathfrak{R}_2 e \mathfrak{R}_3 da viga vertical e as massas concentradas M_1 e M_2 . Nota-se que na função de forçamento modal, o termo forçante devido ao efeito de amortecimento externo é desprezado (ERTURK; INMAN, 2008b).

A Figura 12 mostra o circuito elétrico correspondente ao gerador de energia da viga-L em que as saídas elétricas das camadas piezocerâmicas dos segmentos \mathfrak{R}_1 , \mathfrak{R}_2 e \mathfrak{R}_3 são combinadas em série e conectadas a uma carga resistiva R_L . Cada camada piezocerâmica é mostrada como uma fonte de corrente juntamente com sua interna (ou inerente) capacidade conectada em paralelo.

Figura 12 – Circuito elétrico do gerador de energia da viga-L (conexões em série)



Fonte: Erturk; Renno e Inman (2009).

A corrente elétrica $i_k(t)$ produzida em cada segmento \mathfrak{R}_k é dada por:

$$i_k(t) = \sum_{r=1}^{\infty} \psi_{kr} \cdot \frac{d\eta_r(t)}{dt} \quad (10)$$

sendo ψ_{kr} dado por:

$$\psi_{kr} = -(d_{31})_k \cdot (Y_p)_k \cdot (h_{pc})_k \cdot b_k \cdot \left. \frac{d\phi_{kr}(x_k)}{dx_k} \right|_0^{L_k} \quad (11)$$

em que $(d_{31})_k$ é a constante piezoelétrica; $(Y_p)_k$ é o Módulo de Young (ou Módulo de Elasticidade); b_k é a largura da camada piezocerâmica e; $(h_{pc})_k$ é a distância entre o centro da camada piezocerâmica e o eixo neutro do corte transversal da configuração *unimorph* no segmento \mathfrak{R}_k .

Pode-se observar que a forma da Equação (10) assume que os eletrodos dos segmentos \mathfrak{R}_1 , \mathfrak{R}_2 e \mathfrak{R}_3 são isolados uns dos outros, isto é, eles são descontínuos em $x_1 = L_1$ e em $x_2 = L_2$. Como é visto nas Equações (10) e (11), a corrente elétrica gerada em cada segmento é proporcional à diferença de inclinação da curvatura nas fronteiras do eletrodo. Isso é devido ao fato da corrente elétrica ser igual à taxa de tempo de mudança do deslocamento elétrico integrado sobre a área do eletrodo, em que o deslocamento elétrico é, por sua vez, proporcional à curvatura da viga (ERTURK; INMAN, 2008a; ERTURK et al., 2008). Contudo, deve-se atentar ao formato da estrutura quando se combinam correntes elétricas de

saída, pois, dependendo dos modos de vibração, é possível que as correntes sejam canceladas, o que obviamente não é interessante.

A capacidade interna $(C_p)_k$ da camada piezocerâmica no segmento \mathfrak{R}_k pode ser obtida de:

$$(C_p)_k = \frac{(\varepsilon_{33}^s)_k \cdot b_k \cdot L_k}{(h_p)_k} \quad (12)$$

em que $(\varepsilon_{33}^s)_k$ é a permissividade da camada piezocerâmica sob tensão mecânica constante e; $(h_p)_k$ é a espessura da camada piezocerâmica.

Nota-se que a forma da Equação (12) assume que todo o comprimento da camada piezocerâmica no segmento \mathfrak{R}_k é coberto com eletrodos contínuos.

Aplicando-se as Leis de Kirchhoff para o circuito mostrado na Figura 12 e empregando a Equação (10), tem-se como resultado as três seguintes equações para as tensões $v_1(t)$, $v_2(t)$ e $v_3(t)$:

$$\frac{1}{R_L} \cdot v_1(t) + (C_p)_1 \cdot \frac{dv_1(t)}{dt} + \frac{1}{R_L} \cdot v_2(t) + \frac{1}{R_L} \cdot v_3(t) = \sum_{r=1}^{\infty} \psi_{1r} \cdot \frac{d\eta_r(t)}{dt} \quad (13a)$$

$$\frac{1}{R_L} \cdot v_1(t) + \frac{1}{R_L} \cdot v_2(t) + (C_p)_2 \cdot \frac{dv_2(t)}{dt} + \frac{1}{R_L} \cdot v_3(t) = \sum_{r=1}^{\infty} \psi_{2r} \cdot \frac{d\eta_r(t)}{dt} \quad (13b)$$

$$\frac{1}{R_L} \cdot v_1(t) + \frac{1}{R_L} \cdot v_2(t) + \frac{1}{R_L} \cdot v_3(t) + (C_p)_3 \cdot \frac{dv_3(t)}{dt} = \sum_{r=1}^{\infty} \psi_{3r} \cdot \frac{d\eta_r(t)}{dt} \quad (13c)$$

A Equação (8) e as Equações (13a)-(13c) constituem quatro equações diferenciais ordinárias (EDO) para as quatro incógnitas $v_1(t)$, $v_2(t)$, $v_3(t)$ e $\eta_r(t)$. Essas são as equações eletromecânicas do gerador de energia usando uma viga em forma de L. A resposta da tensão através da carga resistiva é simplesmente:

$$v(t) = \sum_{k=1}^3 v_k(t) \quad (14)$$

A resposta do acoplamento mecânico do gerador no segmento desejado pode ser obtida usando $\eta_r(t)$ na Equação (4) juntamente com as autofunções da estrutura, as quais são normalizadas de acordo com a Equação (7).

Como é comum na literatura de geração de energia piezoelétrica, assume-se que a aceleração da base seja harmônica da forma: $a_B(t) = A_B \cdot e^{j\omega t}$, em que A_B é a amplitude da aceleração da base, ω é a frequência de excitação e j é a unidade imaginária. Para oscilações lineares, as expressões de estado estacionário para a resposta mecânica modal $\eta_r(t)$ e a resposta da tensão $v_k(t)$ do gerador podem ser escritas como:

$$\eta_r(t) = H_r \cdot e^{j\omega t} ; \quad v_k(t) = V_k \cdot e^{j\omega t} \quad (15)$$

em que H_r e V_k são os valores de amplitude complexos.

Utilizando-se as Equações (8) e (15), obtém-se a seguinte relação:

$$H_r = \frac{\lambda_r \cdot A_B \cdot \sum_{k=1}^3 (\chi_{kr} \cdot V_k)}{\omega_r^2 - \omega^2 + j \cdot 2 \cdot \zeta_r \cdot \omega_r \cdot \omega} \quad (16)$$

sendo λ_r dado por:

$$\lambda_r = - \left[m_1 \cdot \int_0^{L_1} \phi_{1r}(x_1) dx_1 + (M_1 + M_2 + m_2 \cdot L_2 + m_3 \cdot L_3) \cdot \phi_{1r}(L_1) \right] \quad (17)$$

Eliminando-se o termo referente à resposta mecânica modal nas Equações (13a)-(13c), resultam três equações para V_1 , V_2 e V_3 que podem ser escritas, em notação compacta, como:

$$\sum_{k=1}^3 Q_{mk} \cdot V_k = P_m \quad (18)$$

em que $m = 1, 2, 3$.

Sendo Q_{mk} e P_m valores complexos, tem-se:

$$Q_{mk} = \frac{1}{R_L} + j \cdot \omega \cdot (C_p)_m \cdot \delta_{mk} + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j \cdot \omega \cdot \psi_{Mr} \cdot \chi_{kr}}{\omega_r^2 - \omega^2 + j \cdot 2 \cdot \zeta_r \cdot \omega_r \cdot \omega} ;$$

$$P_m = \sum_{r=1}^{\infty} \frac{j \cdot \omega \cdot \psi_{mr} \cdot \lambda_r \cdot A_B}{\omega_r^2 - \omega^2 + j \cdot 2 \cdot \zeta_r \cdot \omega_r \cdot \omega}$$
(19)

A solução em malha fechada da amplitude da tensão complexa V_k pode ser obtida da Equação (18), a qual pode ser usada na Equação (15) para obter as expressões da resposta em estado estacionário da tensão através dos eletrodos das camadas piezocerâmicas individuais. Então, a amplitude da tensão complexa através da carga resistiva é:

$$V = \sum_{k=1}^3 V_k$$
(20)

A amplitude complexa da corrente elétrica I que percorre a carga resistiva R_L e a amplitude da potência de pico P são, respectivamente:

$$I = \frac{V}{R_L} ; P = \frac{|V|^2}{R_L}$$
(21)

Note que V é a amplitude da tensão de pico e o valor médio quadrático da tensão é simplesmente:

$$V_{RMS} = V_{eficaz} = \frac{V}{\sqrt{2}}$$
(22)

que produz uma potência média de:

$$P_{média} = \frac{P}{2}$$
(23)

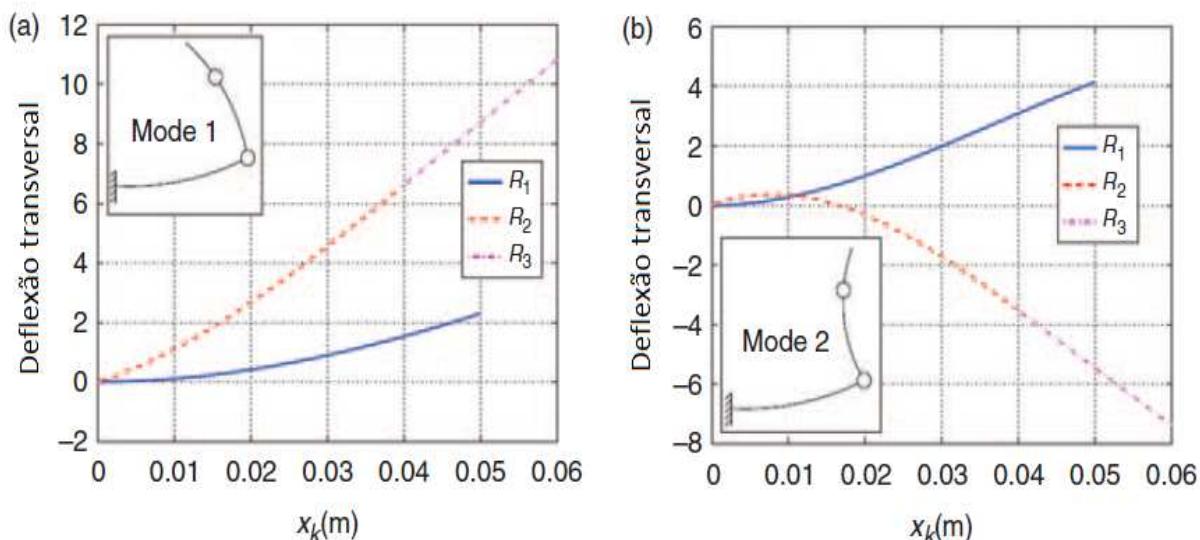
Com o objetivo de obter a resposta da vibração de acoplamento do gerador, deve-se usar V_1 , V_2 e V_3 em H_r (Equação (16)), que podem ser utilizados na Equação (15) e eventualmente na Equação (4) para obter a resposta física do acoplamento do gerador.

Recordando-se da Figura 12, a qual mostra que as camadas individuais de piezocerâmica podem ser modeladas como fontes de corrente elétrica com suas capacitâncias

internas em paralelo, a Equação (10) mostra que a fonte de corrente $i_k(t)$ do segmento \mathfrak{R}_k é uma função de resposta da velocidade modal $\frac{d\eta_r(t)}{dt}$ e a forma do modo depende do parâmetro ψ_{kr} . No caso de excitação em torno de um dos modos de vibração ($\omega \cong \omega_r$), o somatório na Equação (10) reduz-se a um único termo dominante. Então, a partir da expressão dada por ψ_{kr} , a amplitude e a fase da fonte de corrente dependem da diferença de inclinação de flexão das condições de contorno do eletrodo no segmento \mathfrak{R}_k . Para incrementar a quantidade de carga coletada no segmento \mathfrak{R}_k , deve-se fazer essa diferença de inclinação tão grande quanto possível. No entanto, consideráveis cancelamentos podem ocorrer durante a obtenção de energia pelo gerador, caso ele seja excitado em certo modo de vibração e possua eletrodos contínuos cobrindo uma região onde a curvatura (e, portanto, a tensão de flexão) muda de sinal para esse modo de excitação (ERTURK; INMAN, 2008a; ERTURK et al., 2008).

As Figuras 13(a) e 13(b) exibem a vista lateral esquerda da viga em forma de L, destacando-se o comportamento da deflexão que ela sofre devido ao primeiro e ao segundo modos de vibração, respectivamente. Da figura 13(a), observa-se que a diferença de inclinação nos três segmentos possui o mesmo sinal para o primeiro modo de excitação. Consequentemente, os termos de fonte de corrente $i_1(t)$, $i_2(t)$ e $i_3(t)$ dos segmentos \mathfrak{R}_1 , \mathfrak{R}_2 e \mathfrak{R}_3 , apresentados na Figura 12, estão em fase e eles não cancelarão um ao outro por combinação direta oriunda da condução dos eletrodos no primeiro modo de vibrar.

Figura 13 – Deflexão transversal da viga-L do gerador piezoeletrico de energia para (a) o primeiro modo de vibração e para (b) o segundo modo de vibração

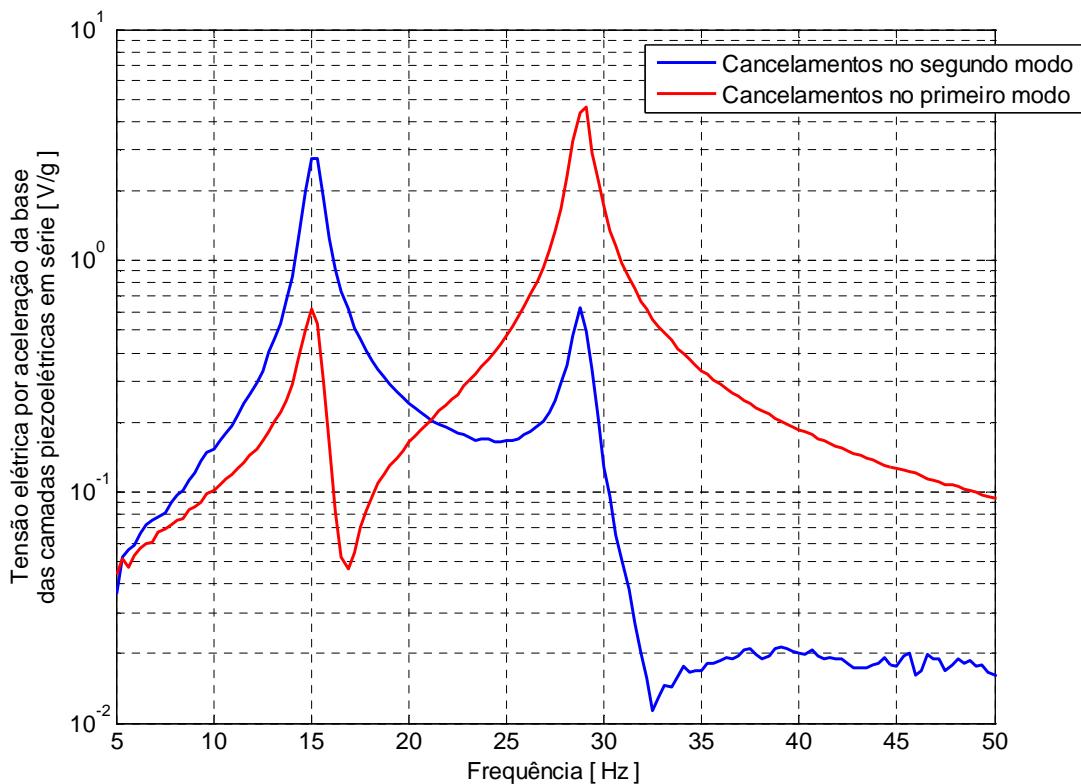


Fonte: Erturk, Renno e Inman (2009).

Entretanto, fato semelhante não ocorre para o segundo modo de vibração, como pode ser visto na Figura 13(b), uma vez que a diferença de inclinação nas fronteiras dos eletrodos \mathfrak{R}_1 e $\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3$ tem sinal oposto, o que significa que a fonte de corrente $i_1(t)$ está defasada em 180° quando comparada com as fontes $i_2(t)$ e $i_3(t)$. Como consequência, a combinação direta oriunda da condução dos eletrodos mencionada anteriormente causa cancelamentos de tensão ao redor do segundo modo, diminuindo-se a eficiência de geração de energia do sistema. A fim de evitar esses cancelamentos para frequências de excitação em torno do segundo modo de vibrar, uma forma simples e prática é ligar os conectores referentes ao segmento \mathfrak{R}_1 de maneira invertida (o que corresponde a inverter o sinal de $i_1(t)$). Contudo, como é de se esperar, essa modificação proposta com o intuito de evitar cancelamentos de tensão para excitações em torno do segundo modo de vibração resulta agora em cancelamentos para excitações em torno do primeiro modo.

Essa discussão é ilustrada no gráfico da Figura 14, o qual foi obtido a partir dos dados experimentais dos ensaios realizados para compor este trabalho, em que são mostradas duas curvas da função de resposta em frequência (FRF) da tensão elétrica por aceleração da base das camadas piezoelétricas horizontal e vertical conectadas em série para uma banda de frequências que inclui os dois primeiros modos de vibração. Essas FRF foram determinadas a partir de uma carga resistiva fixada em $R_L = 100 \text{ k}\Omega$. A curva de linha azul no gráfico corresponde à ligação em série das camadas piezoelétricas horizontal e vertical da viga-L na configuração S_1 , que é favorável ao primeiro modo de excitação, porém resulta em cancelamentos de tensão no segundo modo. Já a curva de linha vermelha no gráfico pertence à ligação em série das camadas piezoelétricas horizontal e vertical da viga-L na configuração S_2 , que é oportuna ao segundo modo de vibrar, todavia produz cancelamentos para o primeiro modo.

Figura 14 – FRF da tensão elétrica por aceleração da base das camadas piezoelétricas ligadas em série (configurações S₁ e S₂)



Fonte: O Autor (2016).

Não obstante, é possível evitar o cancelamento das saídas elétricas dos segmentos \mathfrak{R}_1 , \mathfrak{R}_2 e \mathfrak{R}_3 para ambos os modos de vibração, empregando-se um retificador de onda completa no sistema (ERTURK; INMAN, 2008b). É importante destacar que o fenômeno de cancelamento é essencialmente um problema elétrico que depende da localização dos eletrodos, de modo que as principais tendências mecânicas da FRF do deslocamento transversal por aceleração da base não sofrem alterações consideráveis.

4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Empregou-se a teoria de Euler-Bernoulli para a obtenção do modelo analítico do sistema. A partir desse modelo linear, foram formuladas as equações eletromecânicas e se obteve a FRF do sistema usando conceitos básicos de análise modal estrutural, como demonstrado ao longo da Seção 2 desta monografia.

Na presente seção são apresentados os resultados das simulações numéricas do modelo do gerador de energia piezoelétrico da viga em forma de L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph*. Conforme citado anteriormente, esse sistema dinâmico de parâmetros distribuídos, o qual possui infinitos graus de liberdade, é excitado apenas em seus dois primeiros modos de vibração, o que equivale a dizer que essa estrutura pode ser modelada como um sistema de 2 GDL, em que apenas uma superfície de cada segmento da viga-L possui camada de material piezoelétrico acoplado.

4.1 Definição dos Parâmetros para os Cálculos na Rotina Computacional

Utilizando-se o software MATLAB[®], programou-se uma rotina de cálculo para efetuar simulações computacionais que determinassem a FRF da tensão elétrica gerada por aceleração da base para o modelo linear adotado, com o objetivo de obter uma ampla compreensão do comportamento dinâmico e dos fenômenos físicos que ocorrem nesse gerador de energia piezoelétrico da viga-L.

Os parâmetros fixos usados nos cálculos são apresentados na Tabela 1, enquanto que os variáveis são mostrados nas Tabelas 2, 3 e 4, as quais são apresentadas no decorrer desta seção conforme as análises das simulações numéricas vão sendo realizadas.

Tabela 1 – Parâmetros utilizados na rotina de cálculo para as simulações numéricas do modelo de gerador de energia piezoelétrico da viga-L

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Comprimento da camada piezoelétrica	L_p	38,1	mm
Espessura do segmento horizontal da viga	h_{v1}	0,300	mm
Espessura do segmento vertical da viga	h_{v2}	0,150	mm
Espessura da camada piezoelétrica	h_p	0,005	mm
Continua			

Conclusão

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Espessura equivalente do segmento horizontal da viga	h_1	0,500	mm
Espessura equivalente do segmento vertical da viga	h_2	0,500	mm
Largura dos segmentos da viga	b_v	2,50	mm
Largura equivalente do segmento horizontal da viga	b_1	2,55	mm
Largura equivalente do segmento vertical da viga	b_2	2,55	mm
Densidade do material da viga	ρ_v	7870	kg/m^3
Densidade do material piezoeletrico	ρ_p	7500	kg/m^3
Massa concentrada do segmento horizontal	M_1	0,075	kg
Módulo de Young da viga	E_v	207	GPa
Módulo de Young da camada piezoeletrica	c_{11}	60,6	GPa
Constante de acoplamento	c_{1111}	$-3,667 \times 10^8$	–
Constante piezoeletrica	d_{31}	-190×10^{-12}	–
Constante piezoeletrica	e_{31}	-16,6	C/m^2
Permissividade da camada piezocerâmica	ϵ_{33}^S	$13,27 \times 10^{-9}$	F/m
Capacitância interna da camada piezocerâmica do primeiro segmento da viga	C_{f1}	32	mF
Capacitância interna da camada piezocerâmica do segundo segmento da viga	C_{f2}	32	mF
Tensão de referência	V_i	1	V
Aceleração da gravidade	g	9,81	m/s^2

Fonte: O Autor (2016).

4.2 Resultados das Simulações Numéricas

Para a primeira simulação desse modelo do gerador de energia da viga-L, além dos parâmetros expostos na Tabela 1, mantiveram-se fixas também as grandezas mostradas na Tabela 2, salvo as resistências de carga R_L . Ao todo, foram usados cinco valores distintos de R_L : 100 Ω , 1 k Ω , 10 k Ω , 100 k Ω e 1 M Ω , com o objetivo de avaliar a influência desse parâmetro na FRF da tensão elétrica gerada por meio da transdução eletromecânica.

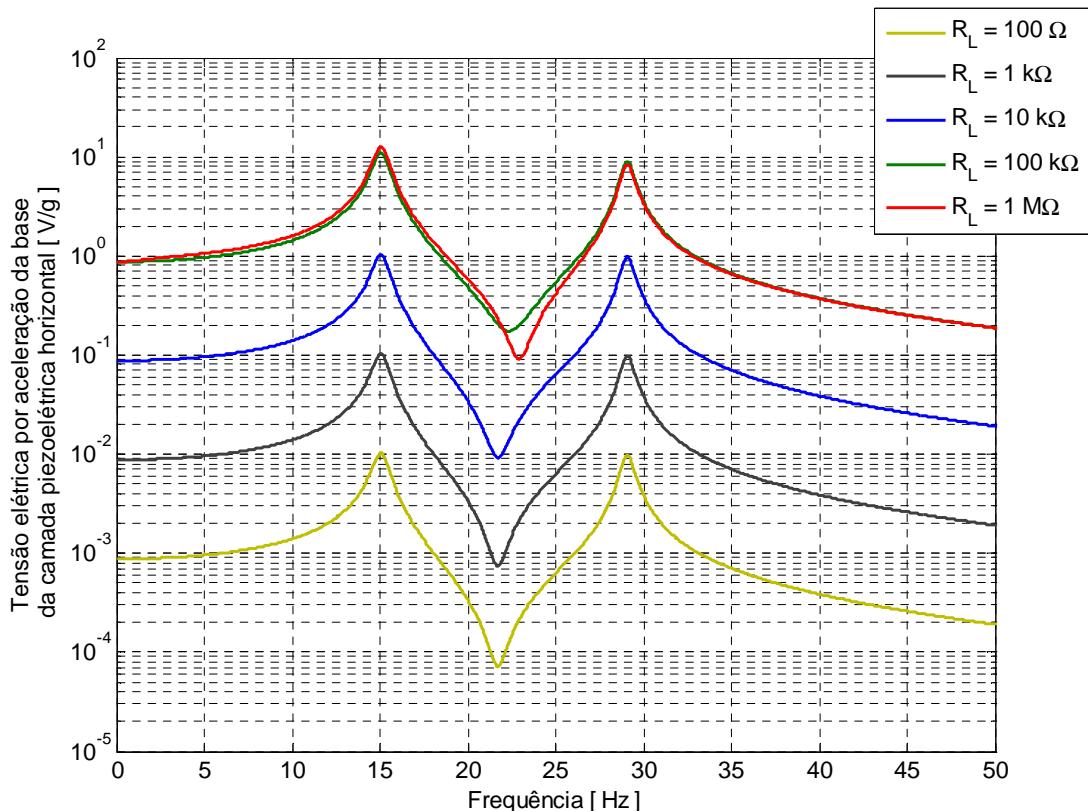
Tabela 2 – Parâmetros complementares utilizados na rotina de cálculo para as simulações numéricas do modelo de gerador de energia piezoelétrico da viga-L

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Massa concentrada do segmento vertical	M_2	0,080	kg
Comprimento do segmento horizontal da viga-L	$ \mathfrak{R}_1 $	210	mm
Comprimento do segmento vertical da viga-L	$ \mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3 $	160	mm
Posição da massa concentrada M_2 (referência base)	L_2	110	mm
Posição da massa concentrada M_2 (referência topo)	L_3	50	mm
Resistência de carga	R_L	variável	Ω

Fonte: O Autor (2016).

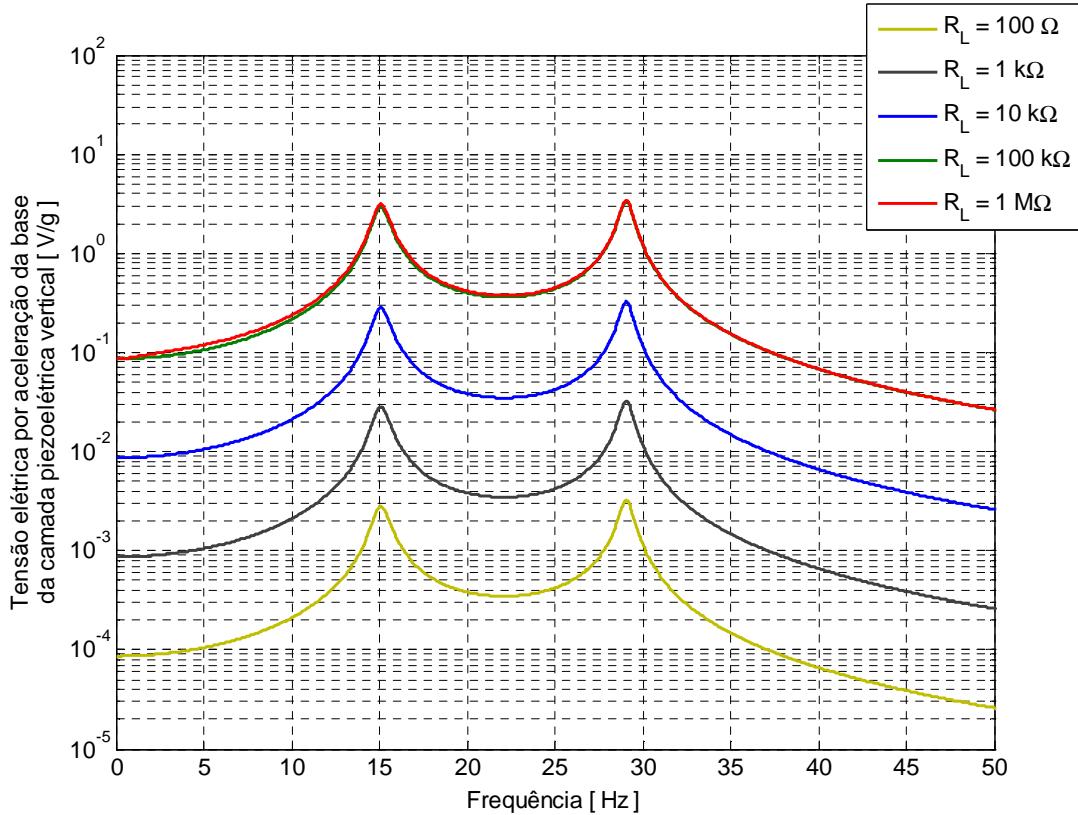
Os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas horizontal e vertical são apresentados, pela ordem, nas Figuras 15 e 16.

Figura 15 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

Figura 16 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

Analizando-se os gráficos das Figuras 15 e 16, percebem-se algumas características comuns. Ambos apresentam dois picos de tensão para cada curva, o primeiro em 15 Hz e o segundo em 29 Hz. Esses picos equivalem ao momento em que a base da viga-L, que corresponde a um modelo de 2 GDL, foi excitada com uma frequência externa de oscilação semelhante a suas frequências naturais de ressonância. Outra semelhança muito importante é que a tensão produzida pelo gerador piezoelétrico tem sua intensidade incrementada com o aumento da resistência de carga R_L . Uma terceira característica comum é a ordem de grandeza da tensão gerada das camadas piezoelétricas horizontal e vertical, considerando-se os valores correspondentes de resistência de carga para a comparação quantitativa.

Além disso, no gráfico da Figura 15, nota-se a existência de um vale de tensão para cada curva, o qual varia de 21,7 Hz para $R_L = 100 \Omega$ até 22,9 Hz para $R_L = 1 M\Omega$. Esse vale equivale ao momento em que a base da viga-L foi excitada com uma frequência externa de vibração semelhante a sua frequência de antirressonância. A frequência de antirressonância é um fenômeno intrínseco aos modelos que possuem pelo menos 2 GDL e quando o sistema é excitado nessa frequência a estrutura não apresenta oscilação, ou seja, o sistema não vibra

embora seja excitado externamente. Consequentemente, a camada piezoelétrica horizontal não sofre deformação mecânica de tração ou de compressão e, por conseguinte, não há geração de tensão elétrica teoricamente. Contudo, na prática a estrutura pode até apresentar uma pequena oscilação residual quando excitada em sua frequência de antirressonância. Isso é ilustrado pelas curvas da Figura 15, em que apesar da tensão gerada não ser nula ela sofre um decreimento vertiginoso de magnitude quando o sistema é excitado na sua frequência de antirressonância.

Para a segunda simulação numérica desse modelo do gerador que utiliza uma viga em forma de L, além dos parâmetros expostos na Tabela 1, mantiveram-se fixas também as grandezas mostradas na Tabela 3, exceto as posições L_2 e L_3 da massa concentrada M_2 no segmento vertical da viga-L. Três casos distintos (C_1 , C_2 e C_3) foram avaliados: adotaram-se para os casos C_1 , C_2 e C_3 , respectivamente, os valores de 150 mm, 210 mm e 270 mm referentes ao comprimento total do segmento vertical ($\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3$) da viga-L.

Tabela 3 – Parâmetros complementares utilizados na rotina de cálculo para as simulações numéricas do modelo de gerador de energia piezoelétrico da viga-L

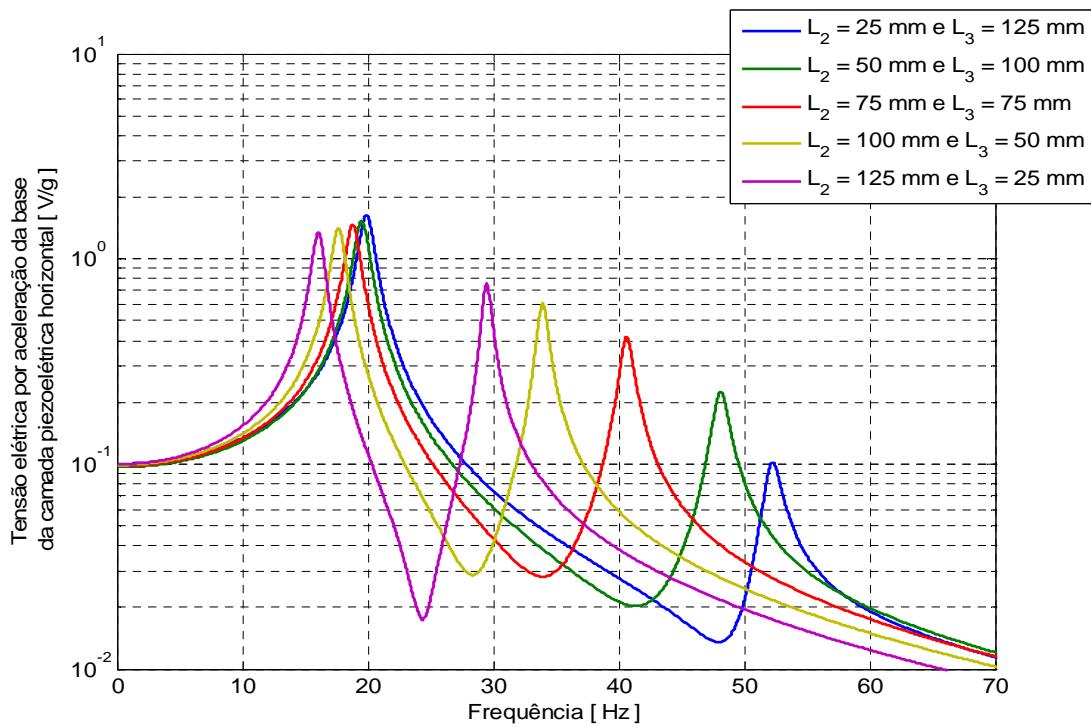
Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Massa concentrada do segmento vertical	M_2	0,080	kg
Comprimento do segmento horizontal da viga-L	$ \mathfrak{R}_1 $	210	mm
Comprimento do segmento vertical da viga-L	$ \mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3 $	variável	mm
Posição da massa concentrada M_2 (referência base)	L_2	variável	mm
Posição da massa concentrada M_2 (referência topo)	L_3	variável	mm
Resistência de carga	R_L	10	kΩ

Fonte: O Autor (2016).

Considerando-se o caso C_1 , variaram-se os comprimentos de L_2 e de L_3 entre 25 mm e 125 mm, mantendo-se sempre fixo o comprimento total do segmento vertical da viga-L em $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3| = 150$ mm, com o intuito de avaliar a influência da posição da massa concentrada M_2 na FRF da tensão elétrica gerada por meio da transdução eletromecânica.

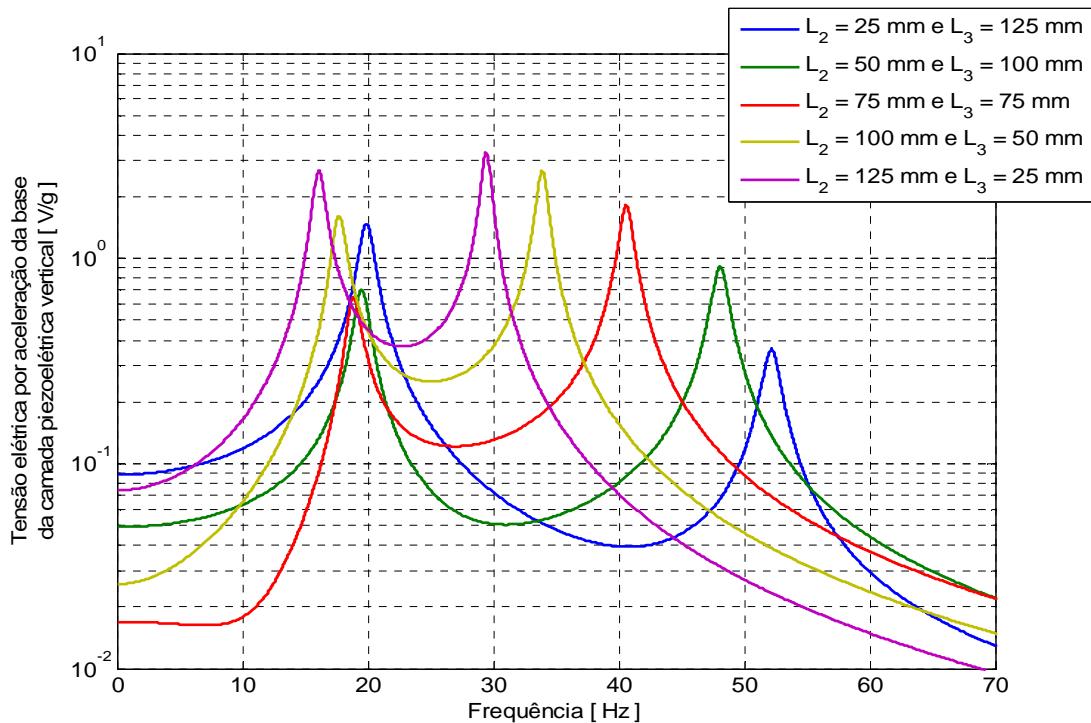
Os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas horizontal e vertical são apresentados, pela ordem, nas Figuras 17 e 18.

Figura 17 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3| = 150$ mm e L_2 e L_3 variáveis



Fonte: O Autor (2016).

Figura 18 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3| = 150$ mm e L_2 e L_3 variáveis



Fonte: O Autor (2016).

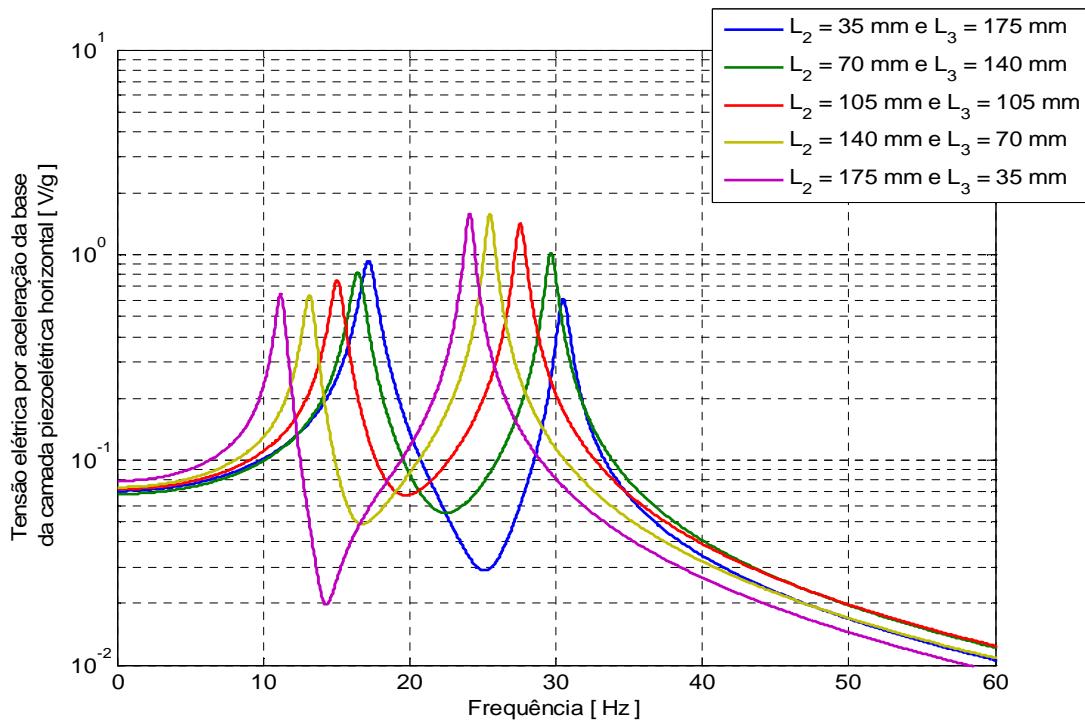
Analizando-se os gráficos das Figuras 17 e 18, percebe-se que em ambos, as duas curvas se deslocam para a esquerda quando a posição L_2 da massa concentrada M_2 aumenta (e, consequentemente a posição L_3 diminui, uma vez que o comprimento do segmento vertical é fixo em 150 mm), fazendo com que o gerador piezoelétrico apresente maior eficiência na conversão da energia mecânica para elétrica em frequências de excitação externa menores.

Outra característica relevante que se observa nas Figuras 17 e 18 é que as frequências naturais de ressonância se aproximam uma da outra conforme a posição L_2 da massa concentrada M_2 é incrementada. Esse comportamento é muito benéfico, pois torna possível o ajuste da estrutura da viga-L para a obtenção das frequências de ressonância dois-para-um, cujas vantagens englobam maior eficiência na transdução eletromecânica (ou seja, maior tensão elétrica gerada) e ampliação da faixa de frequências úteis de excitação, conforme já fora discutido e explicado ao longo da revisão de literatura deste trabalho.

Considerando-se o caso C_2 , variaram-se os comprimentos de L_2 e de L_3 entre 35 mm e 175 mm, mantendo-se sempre fixo o comprimento total do segmento vertical da viga-L em $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3| = 210$ mm. Em seguida, considerando-se o caso C_3 , variaram-se os comprimentos de L_2 e de L_3 entre 45 mm e 225 mm, mantendo-se sempre fixo o comprimento total do segmento vertical da viga-L em $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3| = 270$ mm. Isso foi feito com o objetivo de avaliar a influência do comprimento total do segmento vertical $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3|$ da viga em forma de L na FRF da tensão elétrica gerada por meio da transdução eletromecânica.

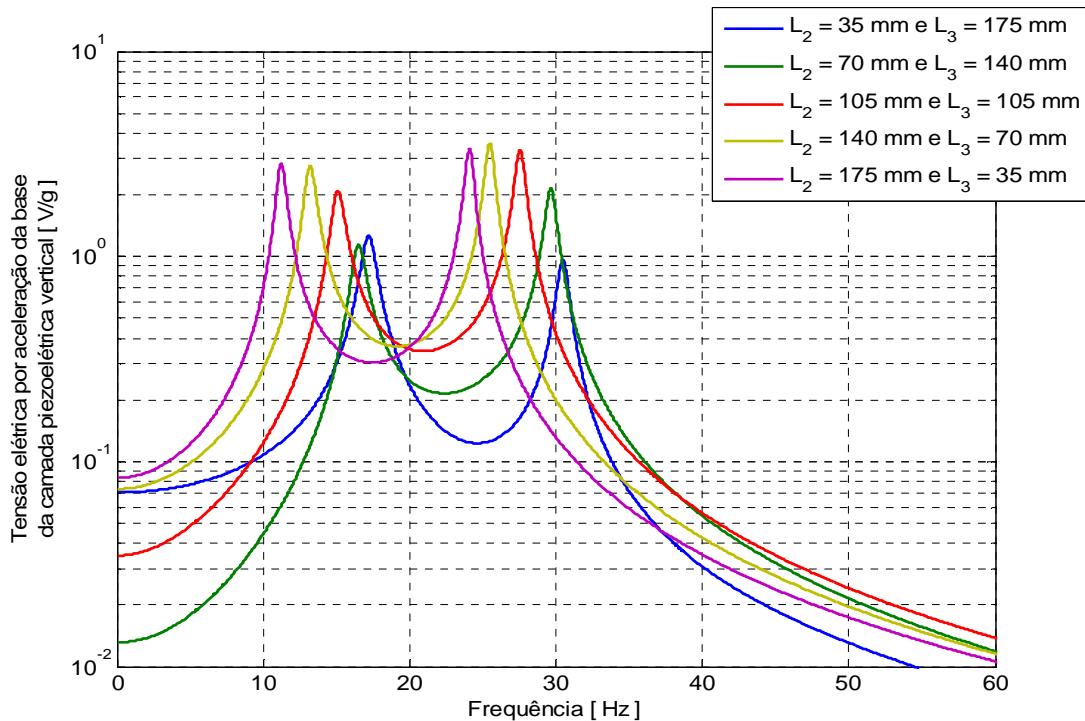
Os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas horizontal e vertical para o caso C_2 são apresentados, pela ordem, nas Figuras 19 e 20.

Figura 19 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3| = 210$ mm e L_2 e L_3 variáveis



Fonte: O Autor (2016).

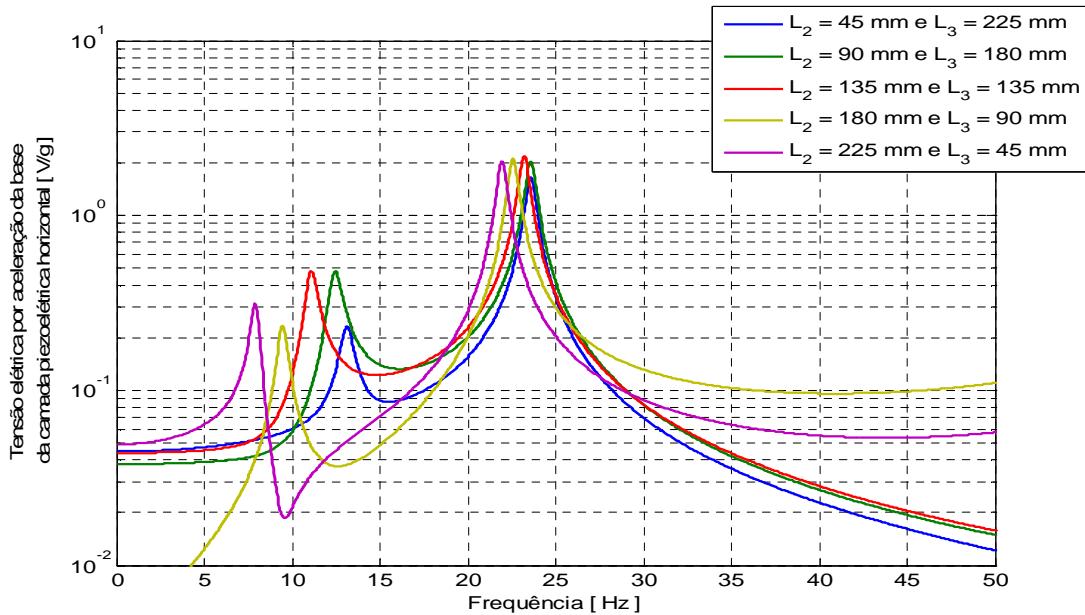
Figura 20 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3| = 210$ mm e L_2 e L_3 variáveis



Fonte: O Autor (2016).

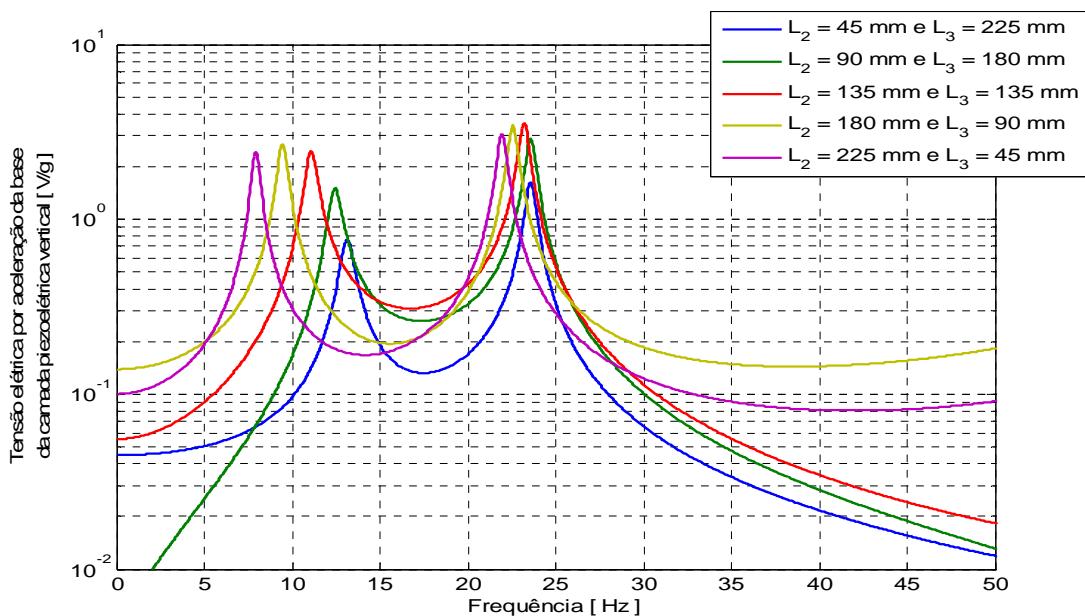
Os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas horizontal e vertical para o caso C_3 são apresentados, pela ordem, nas Figuras 21 e 22.

Figura 21 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3| = 270$ mm e L_2 e L_3 variáveis



Fonte: O Autor (2016).

Figura 22 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3| = 270$ mm e L_2 e L_3 variáveis



Fonte: O Autor (2016).

A partir da análise das Figuras 17, 19 e 21, as quais correspondem às FRF da tensão elétrica por aceleração da base da camada piezoelétrica horizontal, considerando-se o comprimento do segmento horizontal sempre fixo em $|\mathfrak{R}_1| = 210$ mm, observa-se que a tensão gerada referente ao modo fundamental de vibração vai diminuindo e a tensão correspondente ao segundo modo vai aumentando conforme o comprimento total do segmento vertical $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3|$ da viga-L é incrementado. Depreende-se disso uma informação valiosa para se definir um parâmetro de projeto: se as frequências de excitação dominantes no ambiente onde a estrutura da viga-L será implantada forem próximas da primeira frequência de ressonância do sistema, então deve-se preferir uma viga-L que possua o comprimento do segmento vertical menor do que o do horizontal; caso contrário, isto é, se as frequências de excitação dominantes no ambiente forem próximas da segunda frequência natural do sistema, então deve-se escolher uma viga-L que possua o comprimento do segmento vertical maior do que o do horizontal. Para o caso em que as frequências de excitação dominantes no ambiente variam entre os dois primeiros modos de vibração do sistema, deve-se optar por uma viga-L que possua os comprimentos dos segmentos vertical e horizontal relativamente próximos. Este último caso é preferível em relação aos dois primeiros, pois as frequências naturais serão mais próximas, conforme mostrado pela Figura 19, o que torna mais fácil o ajuste da estrutura da viga-L para a obtenção das frequências naturais dois-para-um.

Para a terceira simulação desse modelo do gerador que utiliza uma viga em forma de L, além dos parâmetros expostos na Tabela 1, mantiveram-se fixas também as grandezas mostradas na Tabela 4, exceto o comprimento do segmento horizontal \mathfrak{R}_1 da viga-L. Ao todo, foram usados cinco valores distintos de $|\mathfrak{R}_1|$: 150 mm, 180 mm, 210 mm, 240 mm e 270 mm, com o objetivo de avaliar a influência desse parâmetro na FRF da tensão elétrica gerada por meio da transdução eletromecânica.

Tabela 4 – Parâmetros complementares utilizados na rotina de cálculo para as simulações numéricas do modelo de gerador de energia piezoelétrico da viga-L

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Massa concentrada do segmento vertical	M_2	0,080	kg
Comprimento do segmento horizontal da viga-L	$ \mathfrak{R}_1 $	variável	mm
Comprimento do vertical da viga-L	$ \mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3 $	160	mm
Posição da massa concentrada M_2 (referência base)	L_2	110	mm

Continua

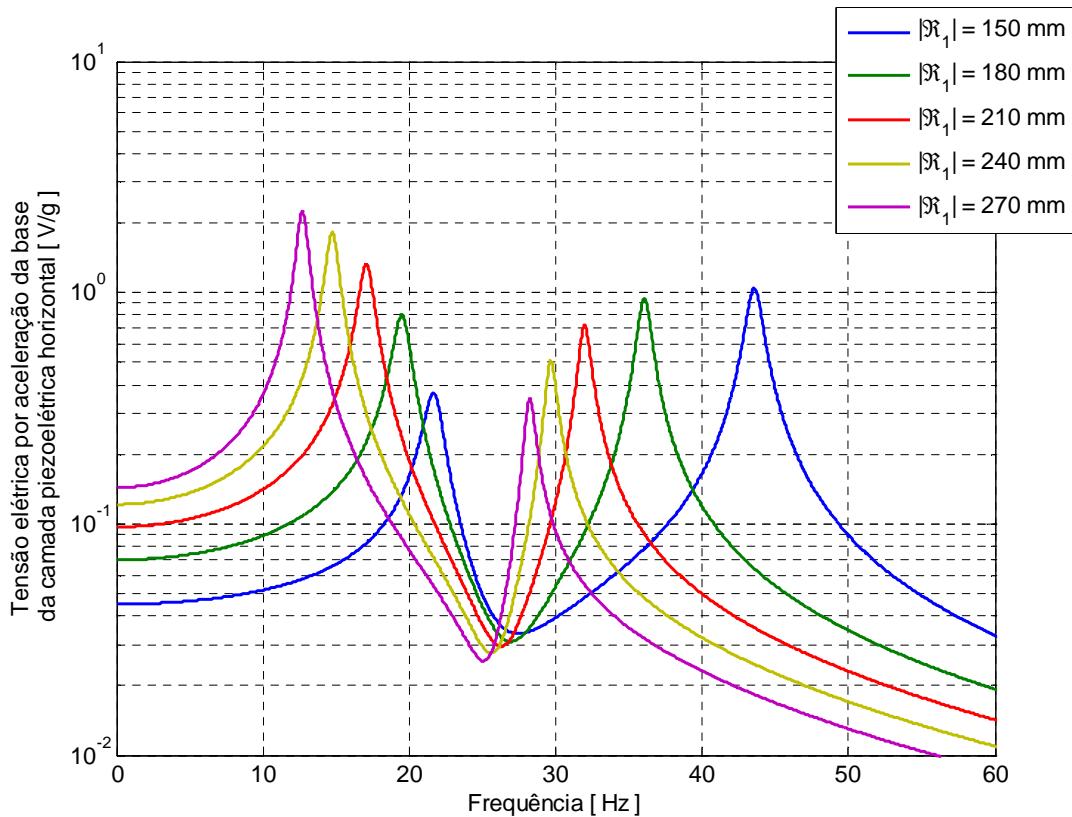
Conclusão

Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Posição da massa concentrada M_2 (referência topo)	L_3	50	mm
Resistência de carga	R_L	10k	Ω

Fonte: O Autor (2016).

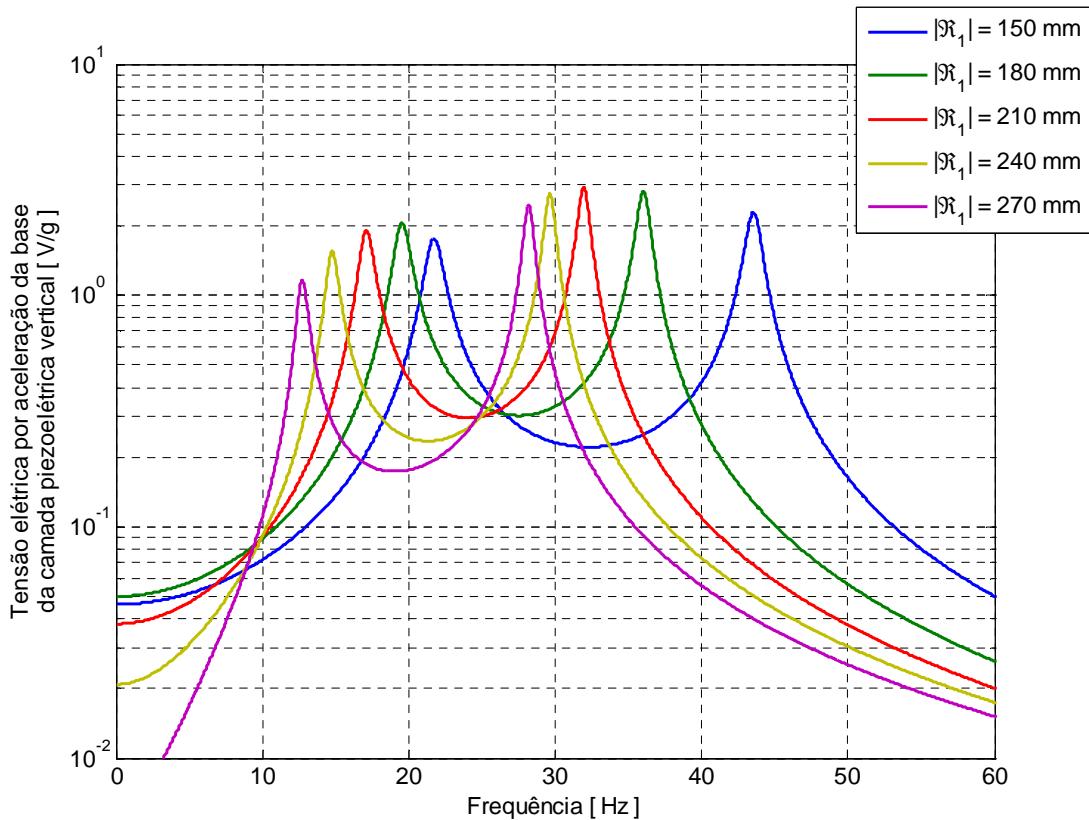
Os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas horizontal e vertical são apresentados, pela ordem, nas Figuras 23 e 24.

Figura 23 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para $|\Re_1|$ variável



Fonte: O Autor (2016).

Figura 24 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para $|\mathfrak{R}_1|$ variável



Fonte: O Autor (2016).

Analizando-se os gráficos das Figuras 23 e 24, percebe-se que em ambos houve uma diminuição das frequências de ressonância, fazendo com que o gerador piezoelétrico apresente maior eficiência na transdução energética em frequências de excitação externa menores, conforme o comprimento do segmento horizontal $|\mathfrak{R}_1|$ da viga-L foi sendo incrementado. No caso do gráfico da Figura 23, nota-se que a amplitude da tensão gerada cresce com relação ao modo fundamental de vibração e decresce com relação ao segundo modo de vibrar, conforme o comprimento do segmento horizontal $|\mathfrak{R}_1|$ da viga-L aumenta. Por outro lado, no caso do gráfico da Figura 24, vê-se que a magnitude da tensão gerada decresce com relação ao primeiro modo de vibração e cresce com relação ao segundo modo de vibrar, conforme o comprimento do segmento horizontal $|\mathfrak{R}_1|$ da viga-L aumenta.

A partir das observações e das análises dos gráficos das Figuras 15 a 24, percebe-se que a resistência de carga R_L , as posições L_2 e L_3 da massa concentrada M_2 no segmento vertical e o comprimento dos segmentos horizontal $|\mathfrak{R}_1|$ e vertical $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3|$ influenciam diretamente na eficiência da transdução eletromecânica do modelo do gerador de energia piezoelétrico que utiliza uma viga em forma de L e de configuração *unimorph*, uma vez que a

tensão elétrica gerada é afetada por esses parâmetros. Assim, de um modo geral, o modelo de gerador de energia piezoelétrico da viga-L tem seu desempenho na conversão eletromecânica incrementado quando se aumenta a resistência de carga, quando a massa concentrada M_2 está posicionada perto da extremidade superior do segmento vertical da viga-L ou quando os comprimentos dos segmentos horizontal e vertical são relativamente próximos, pois isso torna possível o ajuste da estrutura da viga em forma de L para apresentar as duas primeiras frequências naturais perto uma da outra, de preferência na proporção dois-para-um. Como consequência disso, os picos de tensão elétrica, os quais ocorrem nas frequências de ressonância da estrutura da viga-L, também estarão mais próximos. Apresentar dois picos de tensão perto um do outro garante uma grande vantagem, tendo em vista que, para se atingirem níveis adequados de conversão eletromecânica de energia, as frequências naturais do gerador piezoelétrico devem estar na vizinhança ou uma delas ser praticamente igual à frequência do distúrbio externo. Portanto, um gerador de 2 GDL com modos de vibração próximos possui maior faixa útil de frequências e, consequentemente, detém maior eficiência na transdução eletromecânica.

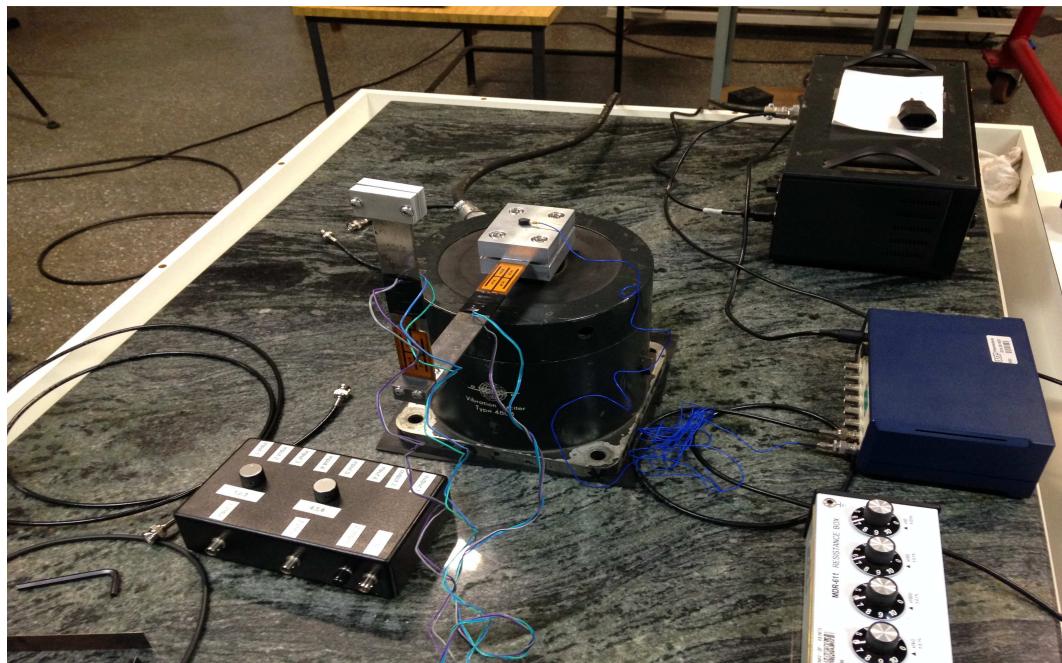
5 TESTES EXPERIMENTAIS

Na presente seção são apresentados os resultados obtidos a partir dos ensaios realizados com um protótipo de gerador de energia piezoelétrico utilizando uma viga-L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph*. As características geométricas desse modelo físico foram baseadas nas análises das simulações numéricas desenvolvidas e mostradas na Seção 3 desta monografia.

Ao invés de especificar uma única frequência de excitação da base, as características de resposta eletromecânica da estrutura do gerador de energia de 2 GDL foram investigadas a partir de funções de resposta em frequência.

A Figura 25 apresenta a montagem experimental utilizada nos ensaios em laboratório do gerador de energia piezoelétrico utilizando uma viga em forma de L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph*.

Figura 25 – Montagem experimental usada nos ensaios do gerador de energia piezoelétrico da viga-L



Fonte: O Autor (2016).

Os instrumentos utilizados para a realização dos ensaios consistem em um excitador eletrodinâmico (fabricante Brüel and Kjaer, modelo B&K4808) conectado a um amplificador de potências (fabricante Brüel and Kjaer, modelo B&K2712) para prover o sinal de excitação ao conversor piezoelétrico. A excitação de aceleração da base foi medida por um

acelerômetro miniatura uniaxial PCB com resolução de 101,5 V/g (fabricante Pieotronics, modelo PCB 352A24), associado a um amplificador de tensões com dezesseis canais (fabricante Pieotronics, modelo 482A19). A geração dos sinais de excitação bem como a medição e processamento digital de todos os sinais medidos foi realizada por meio de um analisador espectral de quatro canais (fabricante Data Physics, modelo ACE 104 PCMCIA).

As propriedades geométricas e materiais da viga-L do gerador de energia piezoelétrico utilizada nos testes experimentais são apresentadas, respectivamente, nas Tabelas 5 e 6.

Tabela 5 – Propriedades geométricas da viga-L usada nos testes experimentais

Propriedades geométricas da viga em forma de L		
Grandezas mensuradas	Segmento horizontal	Segmento vertical
Comprimento, L_v [mm]	197	156
Espessura, h_v [mm]	3,0	1,5
Largura, b_v [mm]	25,4	25,4

Fonte: O Autor (2016).

Tabela 6 – Propriedades materiais da viga-L utilizada nos testes experimentais

Propriedades materiais da viga em forma de L		
Propriedade	Segmento horizontal	Segmento vertical
Material utilizado	Aço Mola	Aço Mola
Densidade, ρ_v [kg/m ³]	7870	7870
Módulo de Elasticidade, E_v [GPa]	207	207

Fonte: O Autor (2016).

Quanto às camadas piezoelétricas PZT, suas propriedades geométricas e eletromecânicas são mostradas, respectivamente, nas Tabelas 7 e 8.

Tabela 7 – Propriedades geométricas das camadas piezoelétricas usadas nos testes experimentais

Propriedades geométricas das camadas piezoelétricas		
Grandezas mensuradas	Segmento horizontal	Segmento vertical
Comprimento, L_p [mm]	45	50
Espessura, h_p [mm]	0,05	0,05
Largura, b_p [mm]	25,4	25,4

Fonte: O Autor (2016).

Tabela 8 – Propriedades materiais e eletromecânicas das camadas piezoelétricas utilizadas nos testes experimentais

Propriedades materiais e eletromecânicas das camadas piezoelétricas		
Propriedade	Segmento horizontal	Segmento vertical
Densidade, ρ_p [kg/m ³]	7500	7500
Módulo de Young, E_p ou c_{11} [GPa]	60,6	60,6
Constante piezoelétrica, e_{31} [C/m ²]	-16,6	-16,6
Permissividade do PZT, ϵ_{33}^s [F/m]	$3400.\epsilon_0$	$3400.\epsilon_0$
Permissividade no vácuo, ϵ_0 [F/m]	$8,85.10^{-12}$	$8,85.10^{-12}$

Fonte: O Autor (2016).

Para a realização dos testes experimentais, primeiramente o lado engastado do segmento \mathfrak{R}_1 da viga em forma de L foi fixado ao excitador eletrodinâmico (ou *shaker*), o qual fornece a entrada de aceleração da base, derivada de um movimento de translação na direção vertical, e a banda de frequências de excitação para estrutura. É importante destacar que a formulação desenvolvida ao longo da Seção 2 deste trabalho restringe que a inclinação entre o lado engastado da viga-L e o *shaker* seja igual a zero. Após essa montagem, aplicou-se um sinal aleatório de vibração de entrada do tipo ruído branco à estrutura do gerador piezoelétrico. Esse sinal aleatório foi gerado pelo analisador espectral e, apesar desse tipo de sinal consumir mais tempo de ensaio (visto que necessita de um número maior de aquisições de dados para fornecer resultados satisfatórios), ele foi escolhido porque possui uma densidade espectral quadrática média praticamente constante ao longo de toda a faixa de frequências de excitação usadas no ensaio. Posteriormente, mediram-se os sinais de resposta do sistema no domínio do tempo. Em seguida, os sinais foram convertidos pelo analisador espectral para o domínio da frequência através da aplicação da Transformada de Fourier e, por fim, a razão entre os sinais (agora no domínio da frequência) foi calculada para todas as frequências de excitação consideradas no experimento. Durante a realização dos ensaios, teve-se o cuidado de manter a amplitude do sinal de excitação em níveis baixos, visto que maiores forças poderiam gerar vibrações de amplitudes elevadas no sistema, fazendo com que efeitos não lineares indesejáveis quanto ao escopo desta monografia surgissem nos resultados experimentais.

Os testes experimentais utilizando uma entrada aleatória englobaram uma faixa de frequências de 0 a 500 Hz. Cada pacote completo de dados era adquirido em um intervalo de tempo total de 3,2 s, correspondendo a uma resolução de frequência de $\Delta f = 312,5$ mHz e a

um intervalo de tempo de aquisição $\Delta t = 781,25 \mu s$ para se obter um novo ponto do sinal de resposta do sistema diante do sinal de excitação aleatório contínuo de entrada. Esse intervalo de tempo de aquisição reduzido é de suma importância para que se tenha uma elevada taxa de amostragem e, assim, evitem-se possíveis erros de aquisição do tipo *Aliasing*. Segundo o Critério de Nyquist, a frequência de amostragem deve ser maior ou igual ao dobro da frequência de excitação máxima do sistema em estudo para evitar erros de *Aliasing*. Tendo em vista que a maior frequência de excitação do sistema foi de 500 Hz (ou seja, a frequência de aquisição dos dados experimentais deveria ser no mínimo igual a 1000 Hz) e a taxa de amostragem tinha frequência de aquisição de 1280 Hz (que corresponde ao inverso do intervalo de tempo de obtenção dos dados, isto é, $f_{\text{aquisição}} = \Delta t^{-1}$), tem-se que o critério de Nyquist foi respeitado durante a realização dos ensaios. Utilizaram-se também janelas do tipo *Hanning* no processamento dos sinais de tensão elétrica e de aceleração para corrigir eventuais erros de aquisição do tipo *Leakage*.

Os testes experimentais realizados podem ser separados basicamente em dois grupos: o primeiro conjunto de experimentos foi efetuado para estudar o comportamento da FRF da tensão elétrica de cada camada piezoelétrica isolada, enquanto que o segundo conjunto de ensaios buscou avaliar a FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas conectadas em série nas configurações S_1 e S_2 .

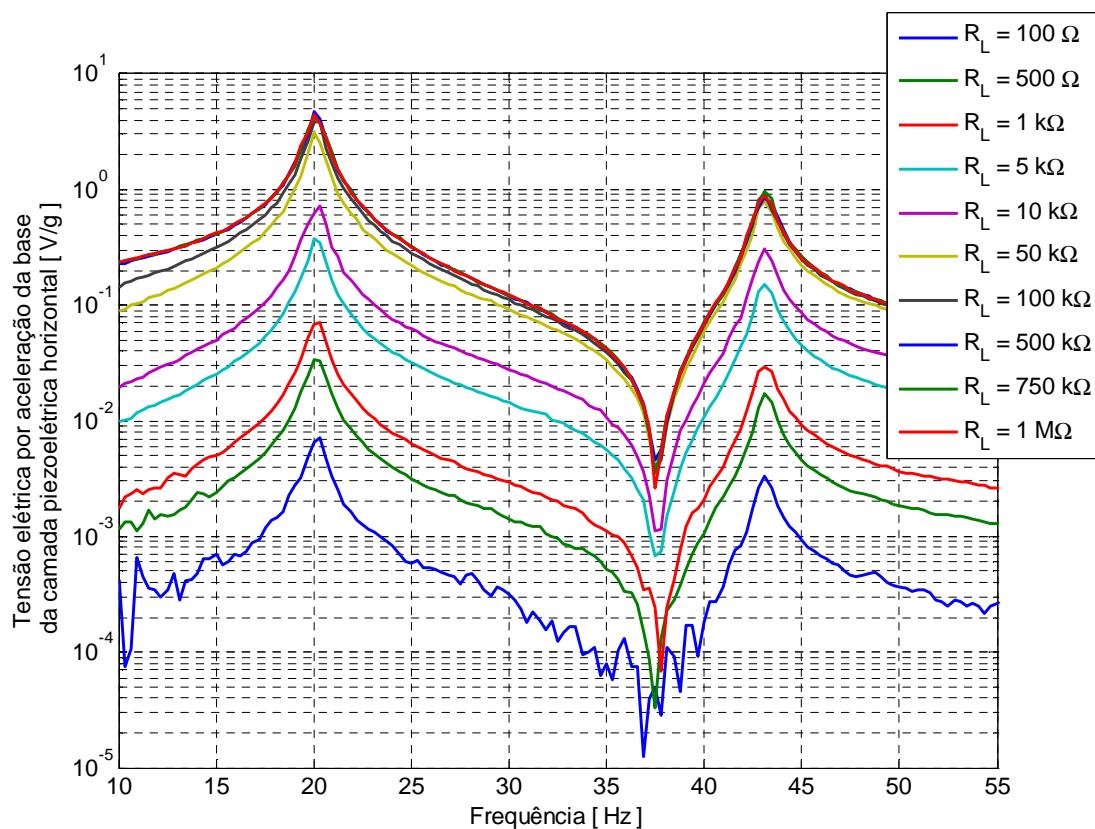
5.1 FRF da Tensão Elétrica de cada Camada Piezoelétrica Isolada

Para o caso da FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical da estrutura da viga-L isoladas entre si, realizaram-se três experimentos. No primeiro ensaio, a estrutura da viga-L foi excitada sem a massa concentrada M_2 anexada ao seu segmento vertical. No segundo experimento, adicionou-se uma massa concentrada M_2 de 76 g no segmento vertical da viga-L em uma posição tal que os comprimentos L_2 e L_3 fossem de 107 mm e 49 mm, respectivamente. No terceiro ensaio, manteve-se a massa concentrada M_2 de 76 g, porém ela foi deslocada para a extremidade superior do segmento vertical da viga-L tal que os comprimentos L_2 e L_3 passassem a ser 144 mm e 12 mm, respectivamente. É importante destacar que todos os parâmetros apresentados nas Tabelas 5 a 8 mantiveram-se invariáveis para esses três experimentos efetuados, inclusive a massa concentrada M_1 de 71 g (localizada na extremidade direita do segmento horizontal tal que $L_1 = 197$ mm). Esses ensaios tiveram o

objetivo de avaliar a influência da presença e da posição da massa concentrada M_2 na FRF da tensão elétrica gerada por meio da transdução eletromecânica.

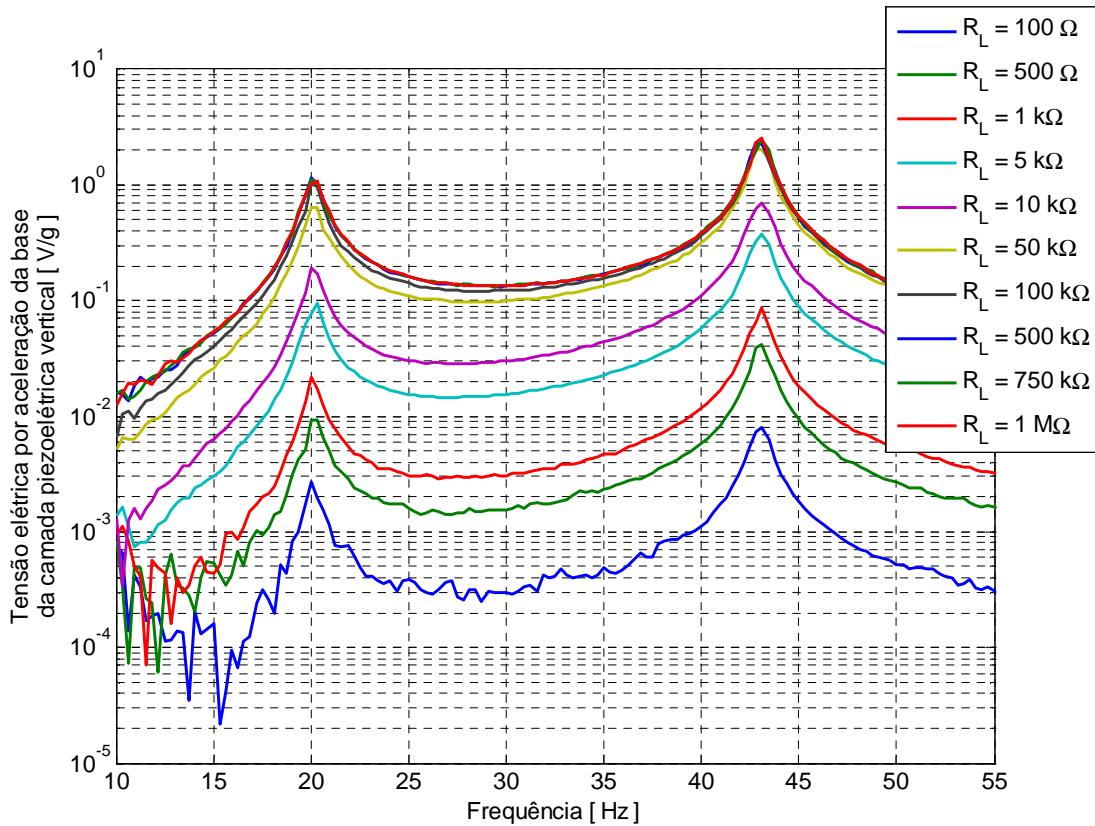
Para o primeiro teste experimental, a estrutura da viga em forma de L foi excitada sem a massa concentrada M_2 anexada ao seu segmento vertical. Os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas horizontal e vertical são apresentados nas Figuras 26 e 27, respectivamente.

Figura 26 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal sem massa concentrada no segmento vertical da viga-L e variando-se a resistência de carga R_L



Fonte: O Autor (2016).

Figura 27 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical sem massa concentrada no segmento vertical da viga-L e variando-se a resistência de carga R_L



Fonte: O Autor (2016).

Analizando-se os gráficos das Figuras 26 e 27, percebem-se algumas características comuns. Ambos apresentam dois picos de tensão para cada curva, o primeiro em 20,0 Hz e o segundo em 43,1 Hz. Como supradito, esses picos equivalem ao momento em que a base da viga-L, que corresponde a um modelo de 2 GDL, foi excitada com uma frequência externa de oscilação semelhante a suas frequências naturais de ressonância. Assim, a razão entre as duas primeiras frequências naturais do gerador piezoelétrico sem a massa concentrada M_2 anexada ao segmento vertical é $\omega_2 = 2,16 \omega_1$. Do ponto de vista da transdução eletromecânica, essa configuração do gerador não é a mais eficiente, pois a frequência interna de ressonância na proporção dois-para-um não foi obtida neste caso.

Outro detalhe muito importante entre os gráficos das Figuras 26 e 27 é que a tensão produzida pelo gerador piezoelétrico tem sua intensidade incrementada com o aumento da resistência de carga R_L . Uma terceira característica comum é a ordem de grandeza da tensão gerada das camadas piezoelétricas horizontal e vertical, considerando-se os valores correspondentes de resistência de carga para a comparação quantitativa.

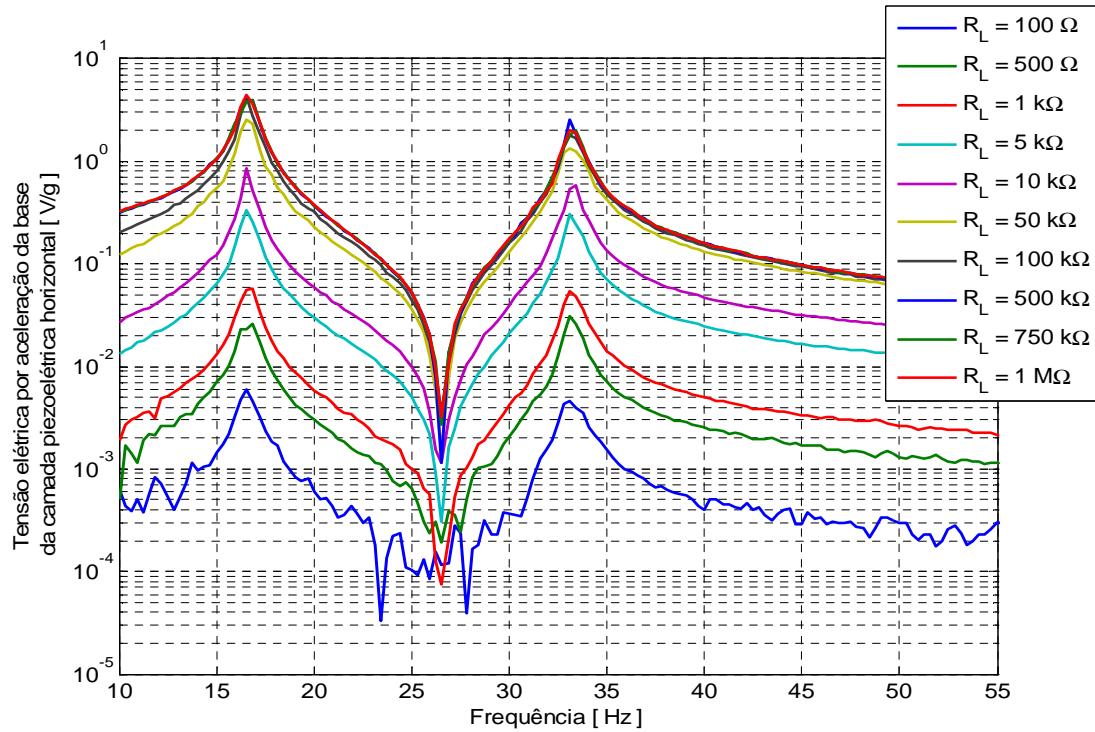
Além disso, no gráfico da Figura 26, nota-se a existência de um vale de tensão para cada curva, o qual varia de 33,9 Hz para $R_L = 100 \Omega$ até 37,5 Hz para $R_L = 1 M\Omega$. Como também já foi explicado, esse vale equivale ao momento em que a base da viga-L foi excitada com uma frequência externa de vibração semelhante a sua frequência de antirressonância.

Outra característica a ser destacada é a diferença entre as amplitudes da tensão gerada por aceleração da base dependendo do modo de vibração e da camada piezoelétrica considerados. Examinando-se o gráfico da Figura 26, referente à camada piezoelétrica horizontal, nota-se que a magnitude da tensão por aceleração da base é maior para o primeiro modo de vibração em detrimento do segundo modo. Por outro lado, considerando-se o gráfico da Figura 27, relativo à camada piezoelétrica vertical, observa-se que a amplitude da tensão por aceleração da base é maior para o segundo modo de vibração em detrimento do modo fundamental.

Conforme a teoria apresentada ao final da Seção 2 e da análise dos gráficos que será realizada posteriormente ao longo da Subseção 4.2 deste relatório, existe a possibilidade de ligar os conectores das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série em duas configurações distintas (S_1 ou S_2), o que representa a capacidade de obter maior eficiência energética na transdução por parte do gerador piezoelétrico.

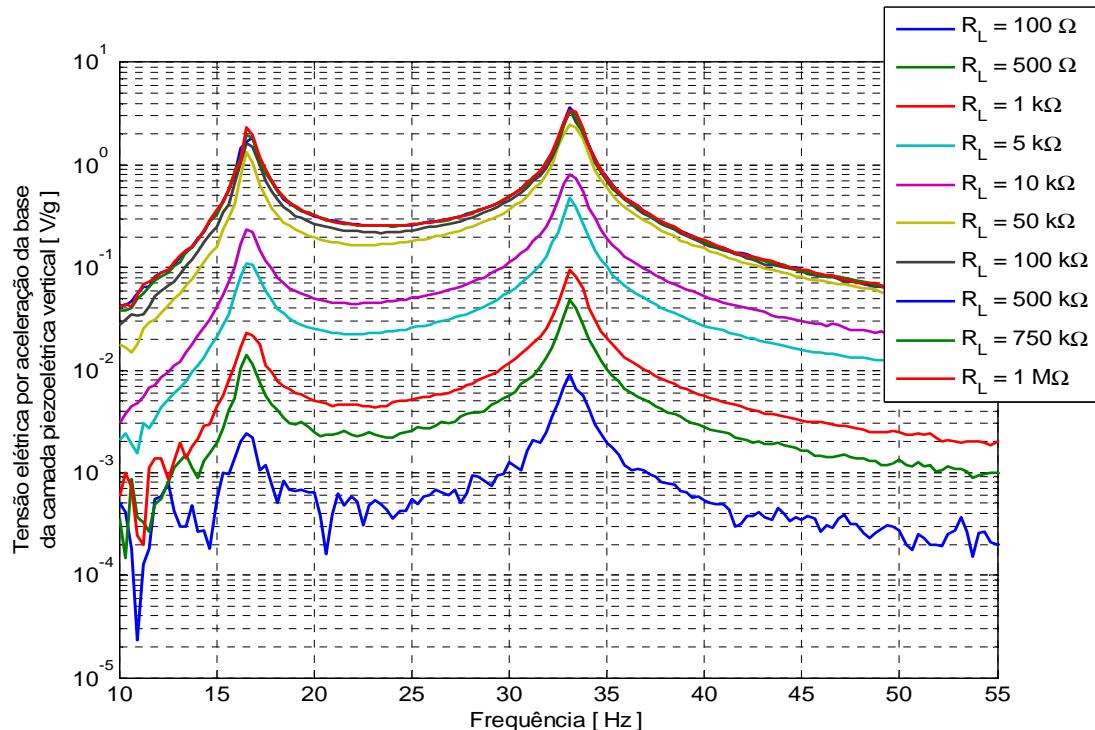
Para o segundo ensaio, a estrutura da viga em forma de L foi excitada com uma massa concentrada M_2 de 76 g anexada ao seu segmento vertical em uma posição tal que os comprimentos L_2 e L_3 fossem de 107 mm e 49 mm, nesta ordem. Os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas horizontal e vertical são apresentados nas Figuras 28 e 29, respectivamente.

Figura 28 – FRF da tensão elétrica da camada piezoeletrica horizontal para $M_2 = 76\text{ g}$, $L_2 = 107\text{ mm}$, $L_3 = 49\text{ mm}$ e R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

Figura 29 – FRF da tensão elétrica da camada piezoeletrica vertical para $M_2 = 76\text{ g}$, $L_2 = 107\text{ mm}$, $L_3 = 49\text{ mm}$ e R_L variável

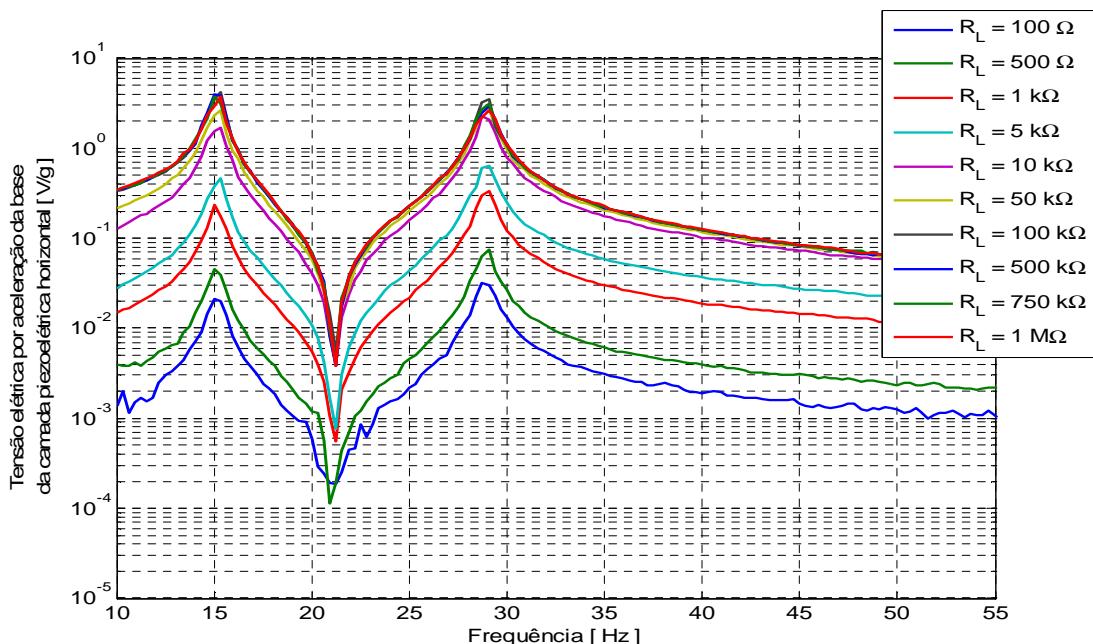


Fonte: O Autor (2016).

Analisando-se os gráficos das Figuras 28 e 29 e comparando-os, respectivamente, com os gráficos das Figuras 26 e 27, percebe-se que, com a inclusão da massa concentrada M_2 na estrutura, houve um deslocamento para a esquerda das curvas da FRF da tensão elétrica por aceleração da base (fazendo com que o gerador piezoelétrico apresente maior eficiência na transdução energética em frequências de excitação externa menores) e houve uma aproximação entre as frequências de ressonância dos dois primeiros modos de vibração do gerador de energia piezoelétrico (a primeira e a segunda frequências naturais são 16,6 Hz e 33,4 Hz, respectivamente, e a proporção entre elas é de $\omega_2 = 2,01 \omega_1$). Do ponto de vista da transdução eletromecânica, essa configuração do gerador é bastante eficiente, pois a frequência interna de ressonância na proporção dois-para-um foi praticamente alcançada neste caso, cujas vantagens englobam maior tensão elétrica gerada e ampliação da faixa de frequências úteis de excitação, conforme já fora discutido e explicado ao longo da revisão de literatura desta monografia.

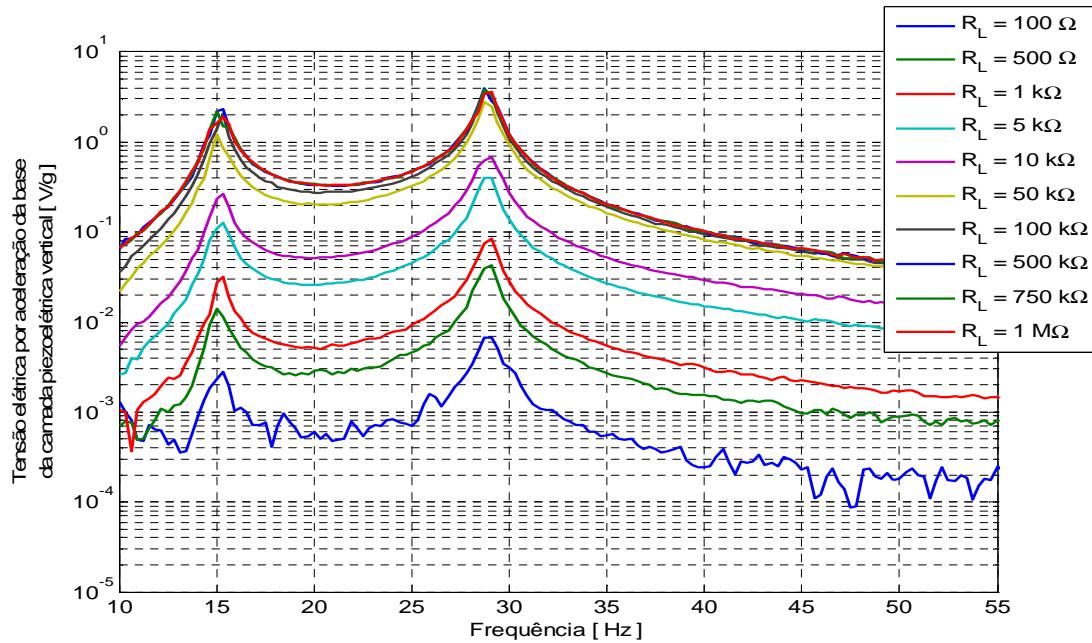
Para o terceiro teste experimental, a estrutura da viga em forma de L foi excitada com uma massa concentrada M_2 de 76 g anexada ao seu segmento vertical em uma posição tal que os comprimentos L_2 e L_3 fossem de 144 mm e 12 mm, nesta ordem. Os gráficos de FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas horizontal e vertical são apresentados nas Figuras 30 e 31, respectivamente.

Figura 30 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para $M_2 = 76$ g, $L_2 = 144$ mm, $L_3 = 12$ mm e R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

Figura 31 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para $M_2 = 76$ g, $L_2 = 144$ mm, $L_3 = 12$ mm e R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

Analizando-se os gráficos das Figuras 30 e 31 e comparando-os, respectivamente, com os gráficos das Figuras 28 e 29, nota-se que as curvas da FRF da tensão elétrica por aceleração da base se deslocam para a esquerda quando a posição L_2 da massa concentrada M_2 aumenta (e, consequentemente a posição L_3 diminui, uma vez que o comprimento do segmento vertical é fixo em 156 mm), fazendo com que o gerador piezoelétrico apresente maior eficiência na transdução eletromecânica em frequências de excitação externa menores. Observa-se também que houve uma aproximação entre as frequências de ressonância dos dois primeiros modos de vibração do gerador de energia piezoelétrico (a primeira e a segunda frequências naturais são 15,1 Hz e 29,1 Hz, respectivamente, e a proporção entre elas é de $\omega_2 = 1,93 \omega_1$). Do ponto de vista da conversão da energia mecânica para a elétrica, essa configuração do gerador não é tão eficiente, pois a frequência interna de ressonância na proporção dois-para-um não foi atingida neste caso.

A partir das observações e das análises dos gráficos das Figuras 26 a 31, vê-se que a resistência de carga R_L , a presença ou ausência da massa concentrada M_2 assim como a sua localização (identificada pelos comprimentos L_2 e L_3) no segmento vertical ($\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3$) da viga-L influenciam diretamente na eficiência da conversão eletromecânica do modelo do gerador de energia piezoelétrico, uma vez que a tensão elétrica gerada é afetada por esses parâmetros. Assim, de um modo geral, o modelo de gerador de energia piezoelétrico da viga

em forma de L tem seu desempenho na conversão eletromecânica incrementado quando se aumenta a resistência de carga R_L ou quando a massa concentrada M_2 está presente e localizada em uma posição do segmento vertical da viga-L tal que $L_2 \cong \frac{9}{13} |\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3|$ e, por conseguinte, $L_3 \cong \frac{4}{13} |\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3|$, pois dessa forma é possível ajustar a estrutura da viga-L para apresentar as duas primeiras frequências naturais na proporção dois-para-um. Como consequência disso, os picos de tensão elétrica, os quais ocorrem nas frequências de ressonância do sistema, apresentam maior amplitude e estarão mais próximos. Isso é uma grande vantagem, tendo em vista que, para se atingirem níveis adequados de conversão eletromecânica de energia, as frequências de ressonância do gerador piezoelétrico devem estar próximas da frequência do distúrbio externo, garantindo-lhe maior faixa útil de frequências e, portanto, maior eficiência na transdução eletromecânica.

Como pode ser observado, os comportamentos das FRF da tensão por aceleração da base das camadas piezoelétricas horizontal e vertical isoladas apresentados pelos gráficos das Figuras 26 a 31, os quais referem-se aos resultados dos testes experimentais, são qualitativamente semelhantes aos comportamentos das FRF mostrados nos gráficos das Figuras 15 e 16 da Seção 3, os quais correspondem aos resultados obtidos a partir das simulações computacionais utilizando uma rotina desenvolvida em ambiente MATLAB®. Essa similitude é sem dúvida uma evidência de que o modelo analítico adotado na Seção 2 representa satisfatoriamente o comportamento eletrodinâmico do protótipo físico do gerador de energia piezoelétrico que utiliza uma viga em forma de L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph* ensaiado experimentalmente. Uma análise mais profunda sobre as semelhanças entre os resultados experimentais e das simulações numéricas é realizada na Seção 5 mais adiante, intitulada Verificação do Modelo Analítico.

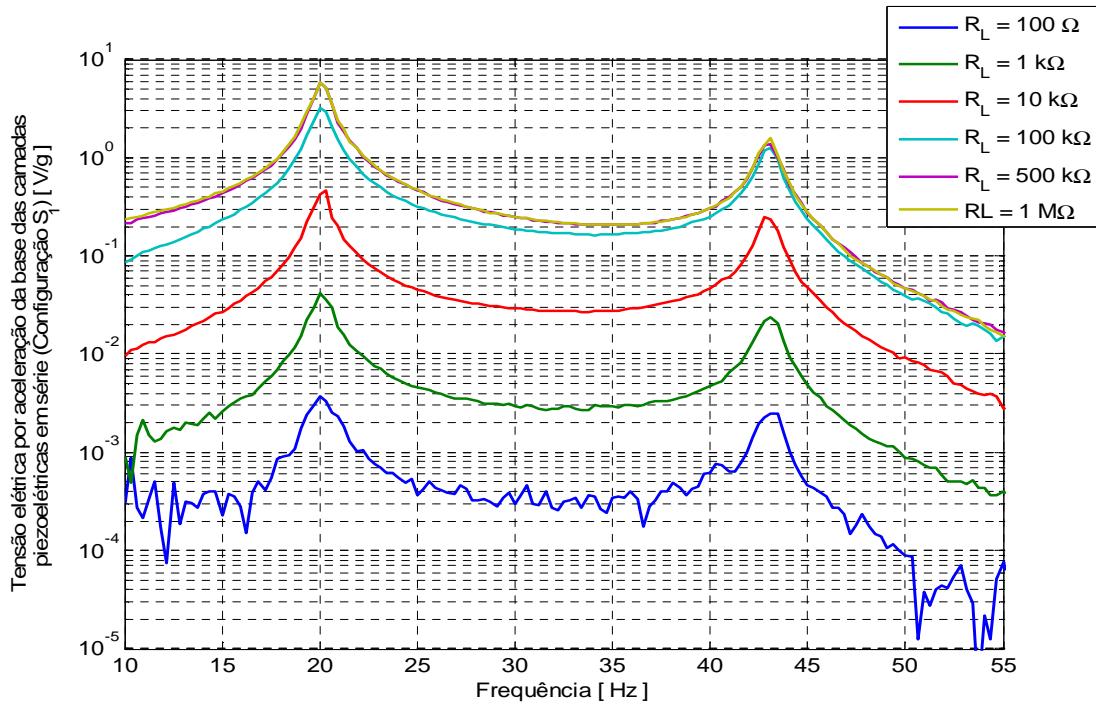
5.2 FRF da Tensão Elétrica das Camadas Piezoelétricas Ligadas em Série

Na parte final da Seção 2 deste trabalho, discutiu-se a possibilidade de ligar os conectores das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série em duas configurações distintas: S_1 , a qual é favorável ao modo fundamental de vibração, porém resulta em cancelamentos de tensão para o segundo modo; e S_2 , que é oportuna ao segundo modo de vibrar, todavia produz cancelamentos para o primeiro modo.

Para o caso da FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical da estrutura da viga-L conectadas em série, realizaram-se três experimentos. No primeiro ensaio, a estrutura da viga-L foi excitada sem a massa concentrada M_2 anexada ao seu segmento vertical. No segundo experimento, adicionou-se uma massa concentrada M_2 de 76 g no segmento vertical da viga-L em uma posição tal que os comprimentos L_2 e L_3 fossem de 107 mm e 49 mm, respectivamente. No terceiro ensaio, manteve-se a massa concentrada M_2 de 76 g, porém ela foi deslocada para a extremidade superior do segmento vertical tal que os comprimentos L_2 e L_3 passassem a ser 144 mm e 12 mm, respectivamente. É importante destacar que todos os parâmetros apresentados nas Tabelas 5 a 8 e a massa concentrada M_1 de 71 g (localizada na extremidade direita do segmento horizontal tal que $L_1 = 197$ mm) mantiveram-se invariáveis para esses três ensaios efetuados. Esses experimentos tiveram como objetivo principal avaliar os eventuais cancelamentos de tensão que podem ocorrer durante a obtenção de energia elétrica pelo gerador piezoelétrico, caso seus eletrodos contínuos cubram uma região onde a curvatura (e, portanto, a tensão de flexão) muda de sinal para um determinado modo de vibração da estrutura (ERTURK; INMAN, 2008a, 2008b).

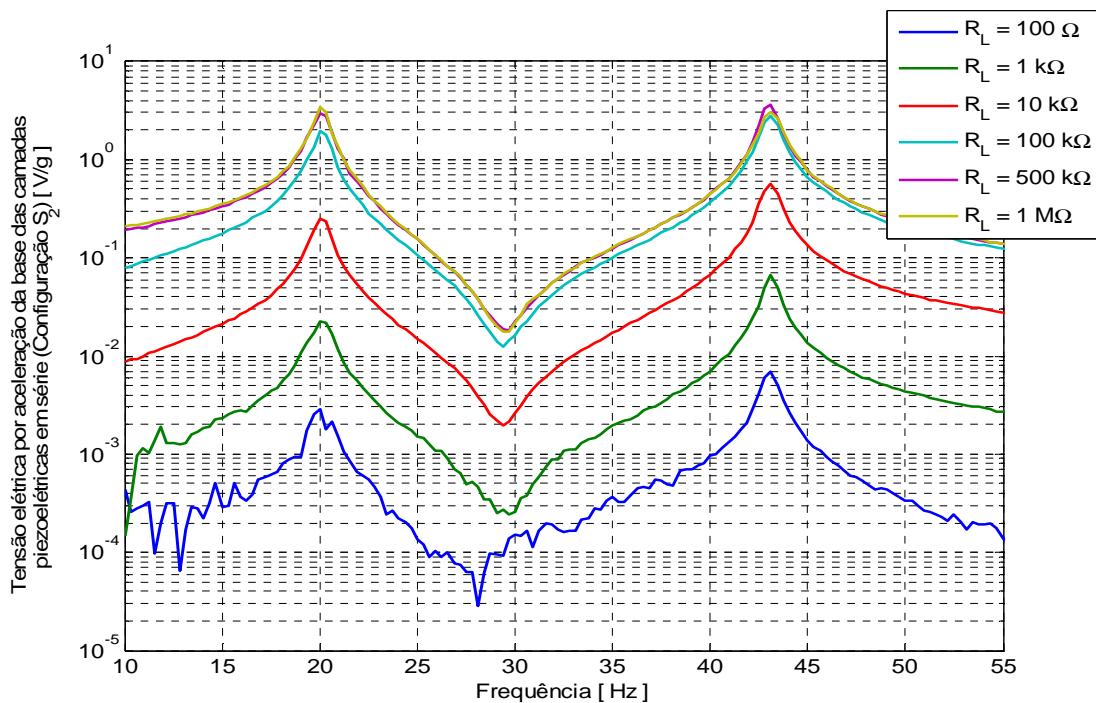
Para o primeiro teste experimental, em que a estrutura da viga-L foi excitada sem a massa concentrada M_2 anexada ao segmento vertical, os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas ligadas em série nas configurações S_1 e S_2 são apresentados nas Figuras 32 e 33, respectivamente.

Figura 32 – FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série (Configuração S₁) sem massa concentrada no segmento vertical da viga-L e variando-se a resistência de carga R_L



Fonte: O Autor (2016).

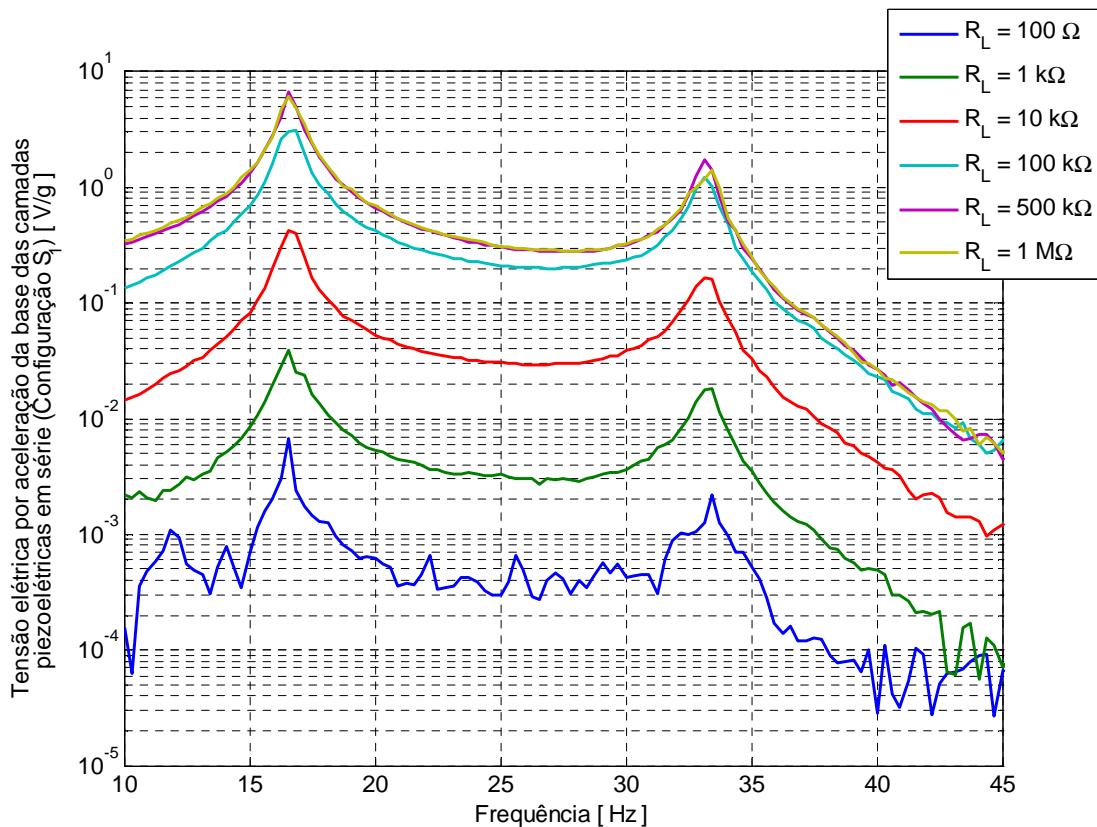
Figura 33 – FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série (Configuração S₂) sem massa concentrada no segmento vertical da viga-L e variando-se a resistência de carga R_L



Fonte: O Autor (2016).

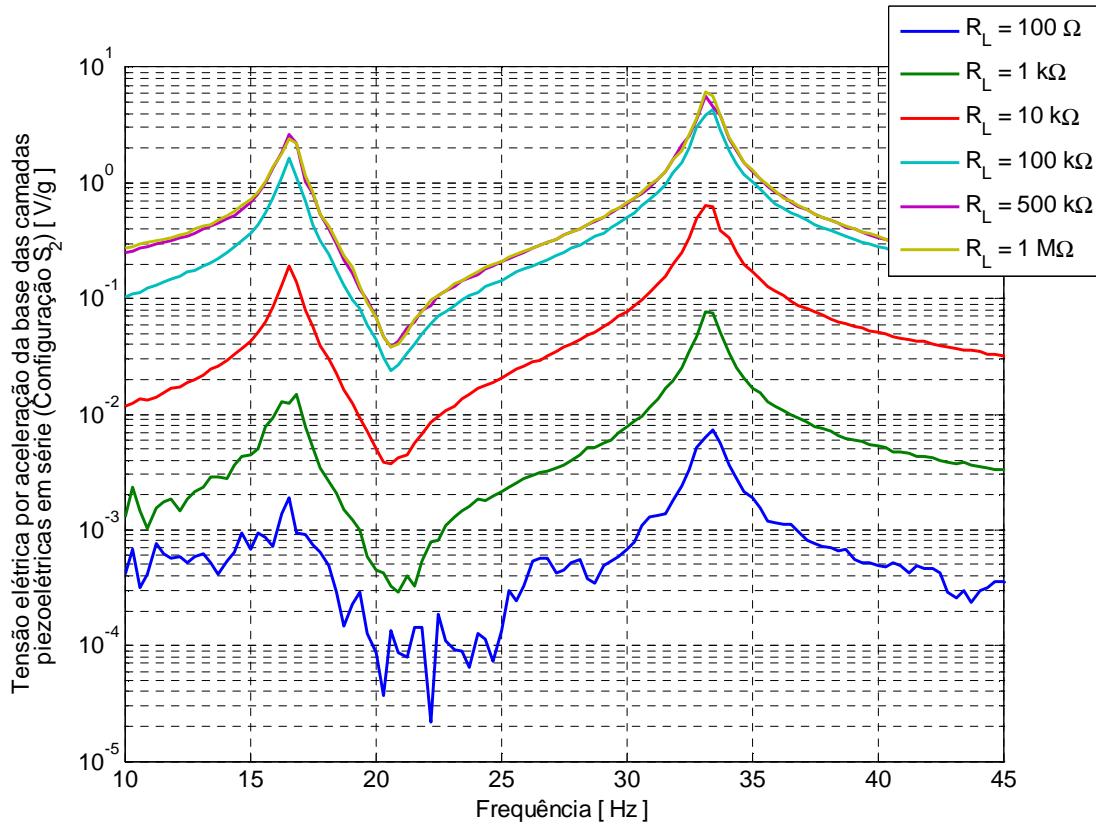
Para o segundo ensaio, em que a estrutura da viga-L foi excitada com uma massa concentrada M_2 de 76 g anexada ao seu segmento vertical em uma posição tal que os comprimentos L_2 e L_3 fossem de 107 mm e 49 mm, nesta ordem, os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas ligadas em série nas configurações S_1 e S_2 são apresentados nas Figuras 34 e 35, respectivamente.

Figura 34 – FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série (Configuração S_1) para $M_2 = 76$ g, $L_2 = 107$ mm, $L_3 = 49$ mm e R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

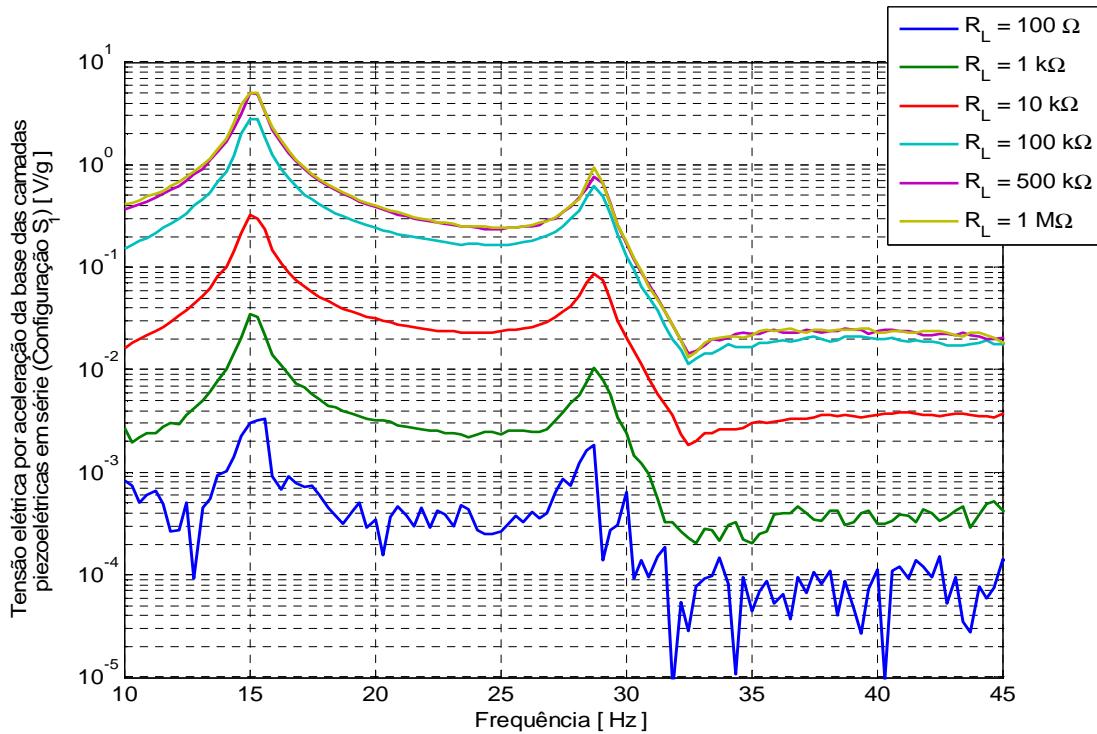
Figura 35 – FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série (Configuração S₂) para M₂ = 76 g, L₂ = 107 mm, L₃ = 49 mm e R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

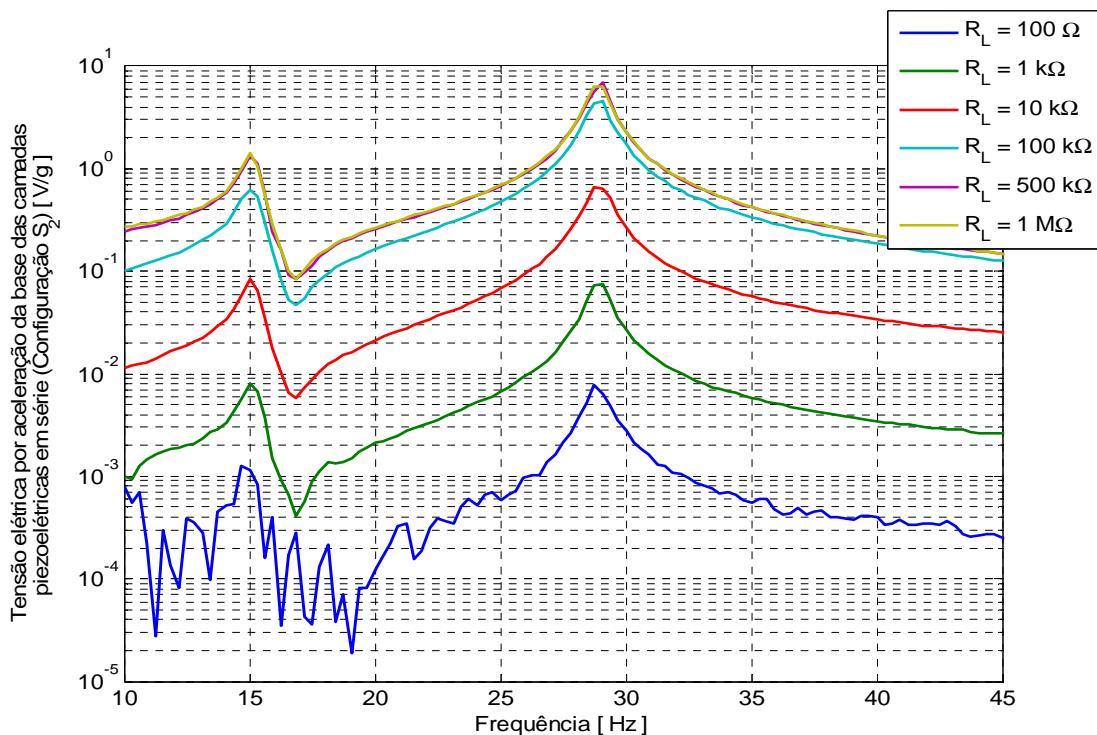
Para o terceiro teste experimental, em que a estrutura da viga-L foi excitada com uma massa concentrada M₂ de 76 g anexada ao seu segmento vertical em uma posição tal que os comprimentos L₂ e L₃ fossem de 144 mm e 12 mm, nesta ordem, os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas ligadas em série nas configurações S₁ e S₂ são apresentados nas Figuras 36 e 37, respectivamente.

Figura 36 – FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série (Configuração S₁) para M₂ = 76 g, L₂ = 144 mm, L₃ = 12 mm e R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

Figura 37 – FRF da tensão elétrica das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série (Configuração S₂) para M₂ = 76 g, L₂ = 144 mm, L₃ = 12 mm e R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

Analizando-se os gráficos das Figuras 32, 34 e 36, relativos às FRF da tensão elétrica por aceleração da base das camadas piezoelétricas horizontal e vertical conectadas em série na configuração S_1 , observa-se que a amplitude da tensão referente à primeira frequência natural é maior do que a da segunda frequência de ressonância. Isso já era esperado, uma vez que a configuração em série S_1 privilegia a geração de tensão em torno do primeiro modo de vibração do sistema como explicado anteriormente. Da mesma forma, examinando-se os gráficos das Figuras 33, 35 e 37, concernentes às FRF da tensão elétrica por aceleração da base das camadas piezoelétricas horizontal e vertical conectadas em série na configuração S_2 , observa-se que a magnitude da tensão relativa à segunda frequência natural é maior do que a da frequência fundamental de ressonância. Isso também já era esperado, tendo em vista que a configuração em série S_2 beneficia a geração de tensão em torno do segundo modo de vibração do sistema como supracitado.

Depreende-se disso uma informação valiosa de parâmetro de projeto associada à eficiência energética do gerador piezoelétrico: se as frequências de excitação dominantes no ambiente onde a estrutura da viga-L será implantada forem próximas do primeiro modo de vibração do sistema, é vantajoso do ponto de vista energético ligar os conectores das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série na configuração S_1 , pois as tensões elétricas geradas em cada camada estarão em fase em torno da frequência fundamental da estrutura, embora também estarão defasadas em 180° entre si ao redor da segunda frequência natural. Consequentemente, a tensão resultante será maior em torno do primeiro modo de vibrar, apesar de existirem cancelamentos de tensão ao redor do segundo modo.

Por outro lado, se as frequências de excitação dominantes no ambiente forem próximas do segundo modo de vibrar do sistema, é benéfico do ponto de vista energético ligar os conectores das camadas piezoelétricas horizontal e vertical em série na configuração S_2 , pois as tensões elétricas geradas em cada camada estarão em fase em torno da segunda frequência de ressonância da estrutura, embora também estarão defasadas em 180° entre si ao redor da frequência fundamental. Consequentemente, a tensão resultante será maior em torno do segundo modo de vibrar, apesar de existirem cancelamentos de tensão ao redor do primeiro modo.

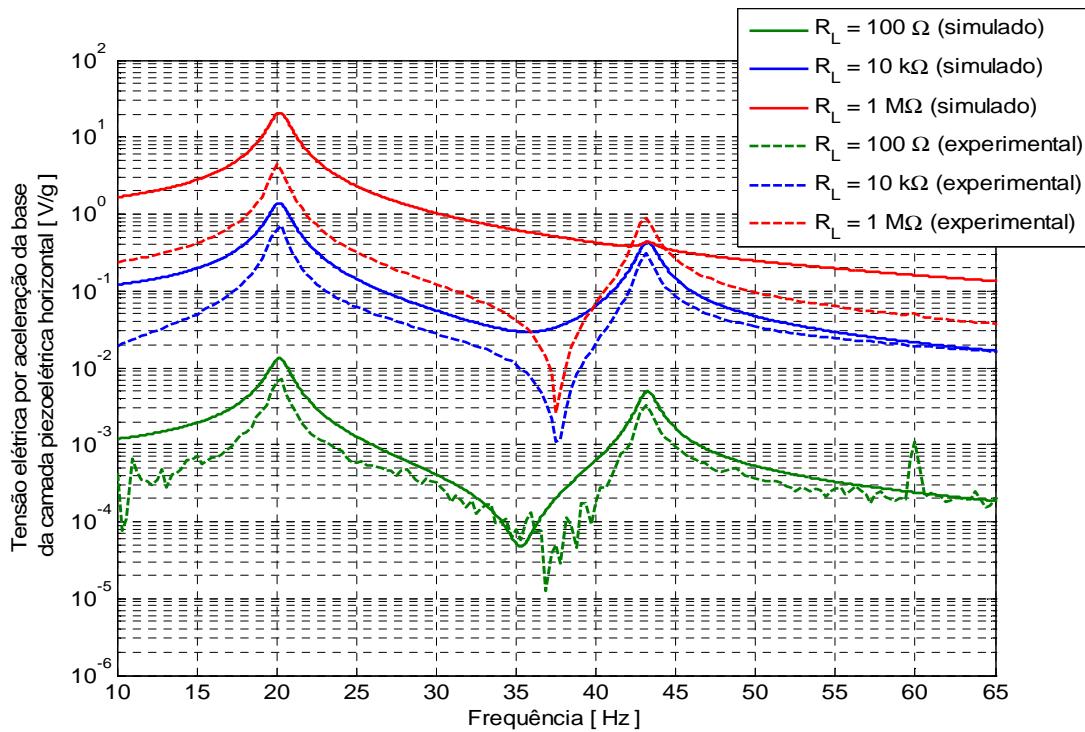
6 VERIFICAÇÃO DO MODELO ANALÍTICO

Na presente seção são apresentadas comparações gráficas entre alguns dos resultados das simulações numéricas e dos testes experimentais mostrados ao longo das Seções 3 e 4, respectivamente. Almeja-se com isso averiguar a precisão do modelo analítico linear de Euler-Bernoulli adotado neste trabalho para representar o gerador de energia piezoelétrico que utiliza uma viga em forma de L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph*.

Para a comparação entre os resultados simulados e experimentais do modelo, analisaram-se três casos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base das camadas piezoelétricas horizontal e vertical da estrutura da viga-L isoladas entre si, utilizando-se três valores distintos de resistência de carga R_L (100Ω , $10 k\Omega$ e $1 M\Omega$) em cada exemplo. No primeiro caso, a estrutura da viga-L foi excitada sem a massa concentrada M_2 anexada ao seu segmento vertical. No segundo exemplo, adicionou-se uma massa concentrada M_2 de 76 g no segmento vertical da viga-L em uma posição tal que os comprimentos L_2 e L_3 fossem de 107 mm e 49 mm, respectivamente. No terceiro caso, manteve-se a massa concentrada M_2 de 76 g, porém ela foi deslocada para a extremidade superior do segmento vertical tal que os comprimentos L_2 e L_3 passassem a ser 144 mm e 12 mm, respectivamente.

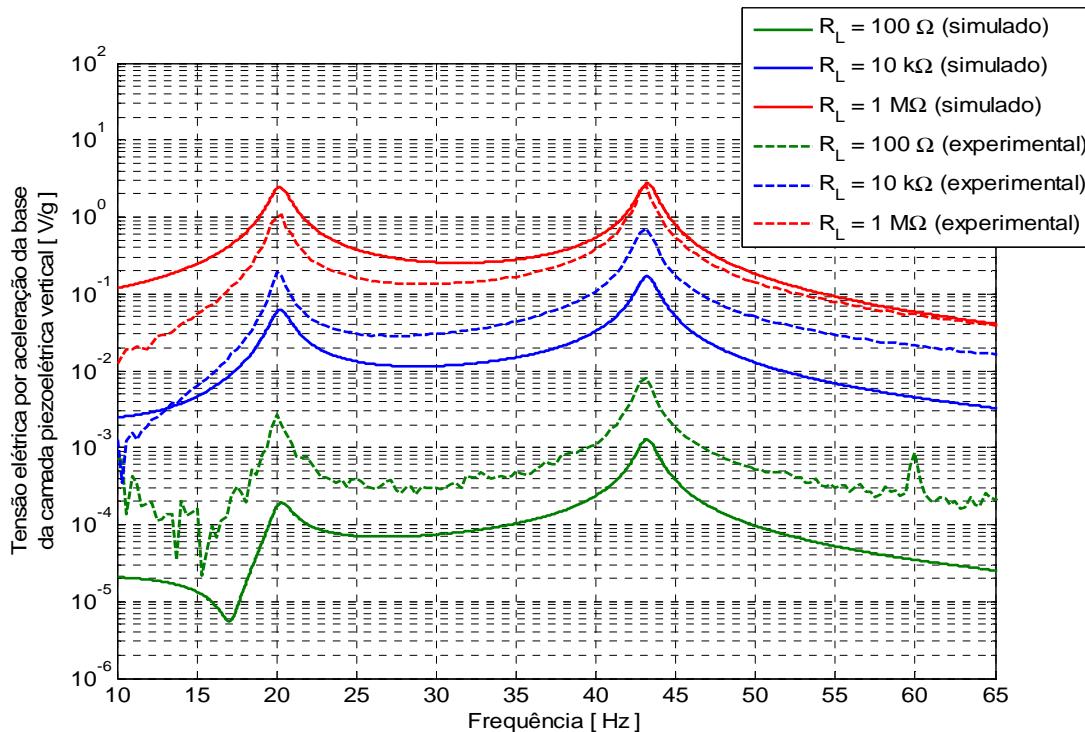
Para o primeiro exemplo comparativo, a estrutura da viga em forma de L foi excitada sem a massa concentrada M_2 anexada ao segmento vertical. Os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas horizontal e vertical são apresentados nas Figuras 38 e 39, respectivamente.

Figura 38 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal sem massa concentrada no segmento vertical da viga-L e variando-se a resistência de carga R_L



Fonte: O Autor (2016).

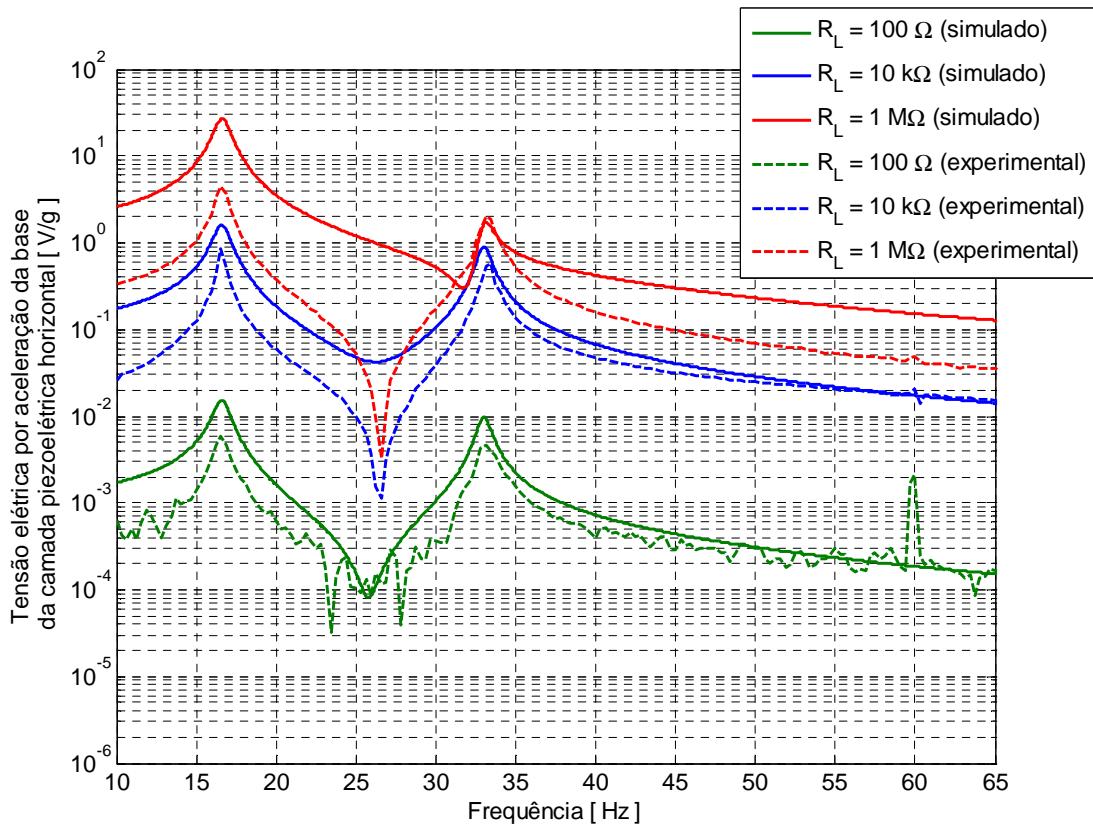
Figura 39 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical sem massa concentrada no segmento vertical da viga-L e variando-se a resistência de carga R_L



Fonte: O Autor (2016).

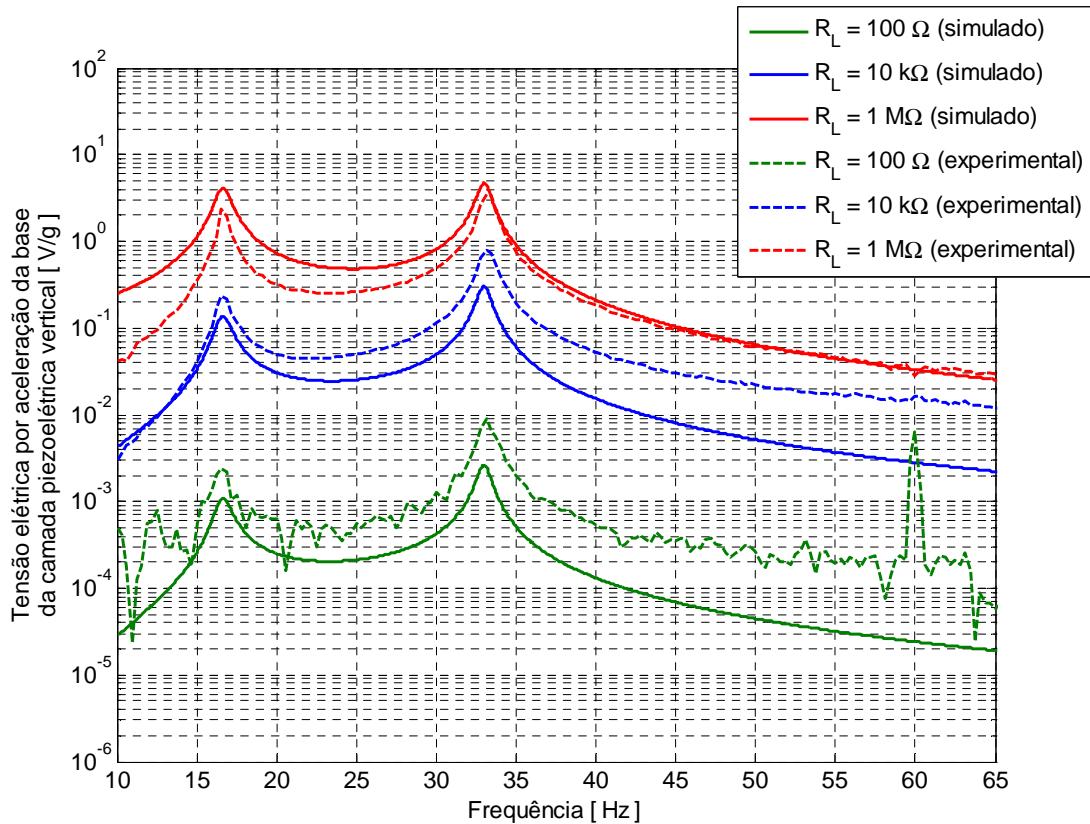
Para o segundo caso comparativo, a estrutura da viga-L foi excitada com uma massa concentrada M_2 de 76 g anexada ao seu segmento vertical em uma posição tal que os comprimentos L_2 e L_3 fossem de 107 mm e 49 mm, nesta ordem. Os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas horizontal e vertical são apresentados nas Figuras 40 e 41, respectivamente.

Figura 40 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para $M_2 = 76$ g, $L_2 = 107$ mm, $L_3 = 49$ mm e R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

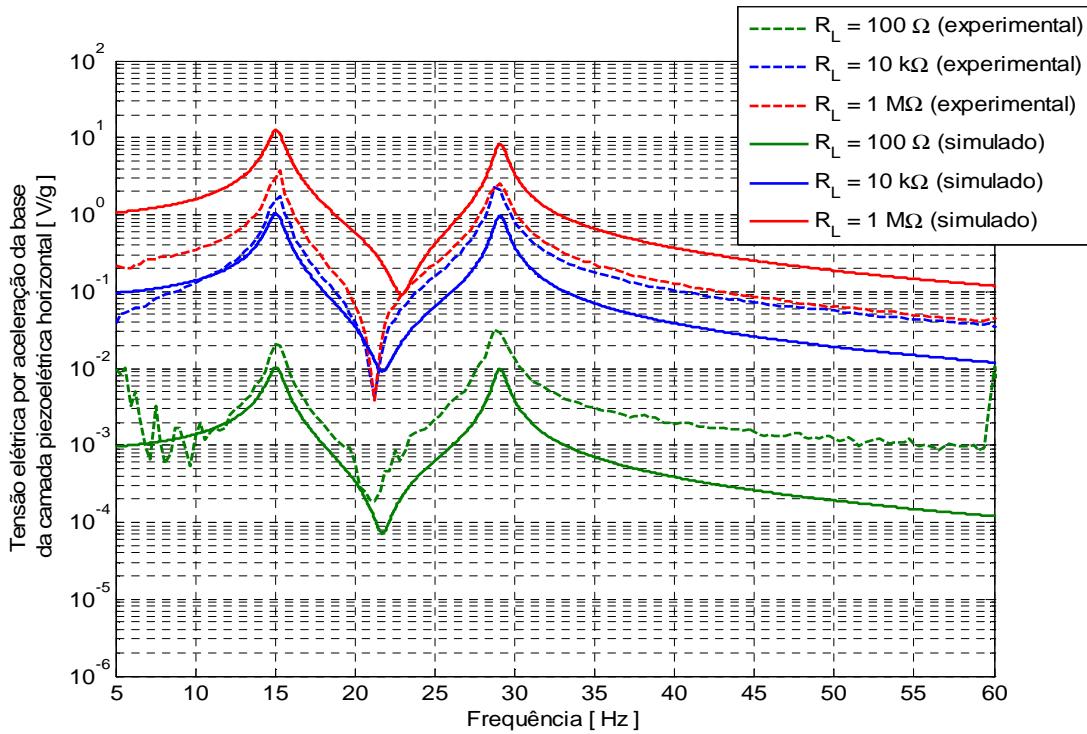
Figura 41 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para $M_2 = 76$ g, $L_2 = 107$ mm, $L_3 = 49$ mm e R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

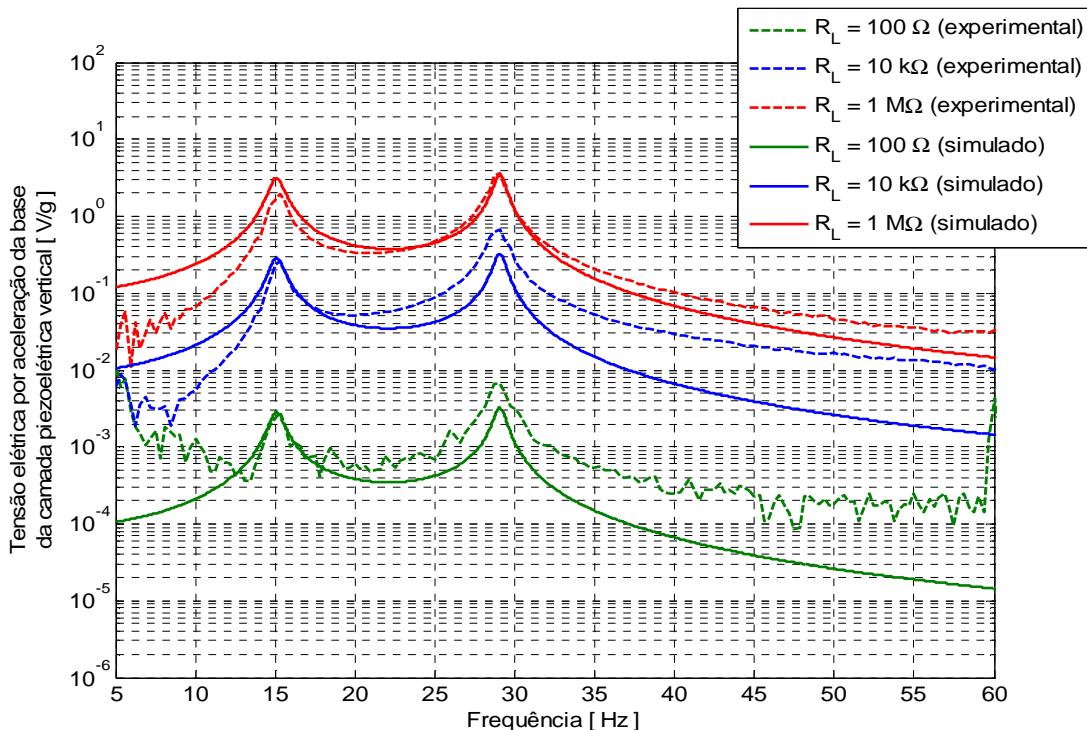
Para o terceiro exemplo comparativo, a estrutura da viga-L foi excitada com uma massa concentrada M_2 de 76 g anexada ao seu segmento vertical em uma posição tal que os comprimentos L_2 e L_3 fossem de 144 mm e 12 mm, nesta ordem. Os gráficos da FRF da tensão elétrica por aceleração da base obtidos para as camadas piezoelétricas horizontal e vertical são apresentados nas Figuras 42 e 43, respectivamente.

Figura 42 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica horizontal para $M_2 = 76\text{ g}$, $L_2 = 144\text{ mm}$, $L_3 = 12\text{ mm}$ e R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

Figura 43 – FRF da tensão elétrica da camada piezoelétrica vertical para $M_2 = 76\text{ g}$, $L_2 = 144\text{ mm}$, $L_3 = 12\text{ mm}$ e R_L variável



Fonte: O Autor (2016).

Analizando-se os gráficos das Figuras 38 a 43, em termos de amplitude da tensão elétrica por aceleração da base, notam-se disparidades entre as curvas provenientes das simulações numéricas e as curvas derivadas dos testes experimentais. Isso se deve ao fato de que foi considerada uma entrada de aceleração unitária via base na rotina de cálculo desenvolvida para efetuar as simulações computacionais em MATLAB®. Entretanto, devido a questões de limitação dos equipamentos utilizados nos testes em laboratório, o ganho do amplificador de potência precisou ser ajustado para valores maiores do que um durante a realização dos ensaios e, consequentemente, a entrada de aceleração via base é maior do que a unidade nesses testes experimentais.

Contudo, examinando-se os gráficos das Figuras 38 a 43, em termos de frequência, observam-se similaridades entre as curvas procedentes das simulações numéricas e as curvas oriundas dos testes experimentais, que é um indício de que o modelo analítico adotado representa com precisão o sistema real.

Assim, com base nesses resultados, pode-se afirmar indubitavelmente que o gerador de energia piezoelétrico que utiliza uma viga em forma de L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph* é representado analiticamente de forma plenamente satisfatória pelo modelo linear de Euler-Bernoulli.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO

Os modelos de geradores piezoelétricos convencionais apresentados na literatura frequentemente descrevem e analisam sistemas de parâmetros concentrados de um único grau de liberdade, os quais são eficientes apenas quando excitados por uma vibração próxima à frequência de ressonância do sistema. Infelizmente, a maior parte das frequências de vibração encontradas na prática não é fixa, elas geralmente apresentam formas variáveis ou aleatórias. Por consequência, um assunto crítico no que tange as pesquisas envolvendo transdução eletromecânica envolvendo material piezoelétrico é uma maneira de aumentar a eficiência da conversão de energia por meio da utilização de uma gama maior de frequências de excitação encontradas na prática.

A utilização de modelos dinâmicos possuindo múltiplos graus de liberdade no contexto de técnicas de geração de energia a partir de elementos piezoelétricos vem despertando o interesse de pesquisadores nos últimos anos (ERTURK; HOFFMANN; INMAN, 2009; ERTURK; RENNO; INMAN, 2009; KIM et al., 2011; WU et al., 2012, 2014). A introdução de um modelo piezoelétrico que possui mais de uma frequência natural apresenta-se como uma proposta interessante tanto do ponto de vista de sintonia quanto de ampliação da faixa útil de frequências. No tocante à sintonia, a existência de mais de um modo de vibração presente na banda de frequências admissíveis do gerador permite que mais de uma frequência de ressonância seja sintonizada à excitação externa, contribuindo, portanto, para a ampliação do intervalo de frequências úteis de trabalho do gerador.

Neste trabalho de conclusão de curso, estudou-se com maior ênfase o gerador de energia piezoelétrico que utiliza uma viga em forma de L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph*. Essa composição estrutural de 2 GDL pode ser ajustada para apresentar as duas primeiras frequências naturais relativamente perto uma da outra, quando comparado com o caso da viga engastada em balanço (ou viga *cantilever*). Razoavelmente, apresentar as duas primeiras frequências de ressonância próximas é uma característica bastante favorável, tendo em vista a ampliação da faixa útil de frequências do gerador para excitações aleatórias ou de frequência variável.

Na Seção 2 desta monografia, empregou-se a teoria de Euler-Bernoulli para a obtenção do modelo analítico linear do gerador piezoelétrico da viga-L. A partir desse modelo foram formuladas as equações eletromecânicas e se obteve a função de resposta do sistema no domínio da frequência usando conceitos básicos de análise modal estrutural.

A Seção 3 mostrou através de simulações numéricas a importância de uma escolha adequada para alguns parâmetros de projeto. Observou-se que a resistência de carga R_L , as posições L_2 e L_3 da massa concentrada M_2 no segmento vertical e o comprimento dos segmentos horizontal $|\mathfrak{R}_1|$ e vertical $|\mathfrak{R}_2 \cup \mathfrak{R}_3|$ influenciam diretamente na eficiência da transdução eletromecânica do modelo do gerador de energia piezoelétrico que utiliza uma viga em forma de L e de configuração *unimorph*, uma vez que a tensão elétrica gerada é afetada por esses parâmetros. Assim, de um modo geral, esse modelo de gerador tem seu desempenho na conversão eletromecânica incrementado quando se aumenta a resistência de carga, quando a massa concentrada M_2 está posicionada perto da extremidade superior do segmento vertical da viga-L ou quando os comprimentos dos segmentos horizontal e vertical são relativamente próximos, pois isso torna possível o ajuste da estrutura da viga-L para apresentar as duas primeiras frequências naturais perto uma da outra, de preferência na proporção dois-para-um.

Um protótipo eletromecânico foi apresentado e analisado detalhadamente na Seção 4. Inicialmente, investigaram-se as saídas elétricas das camadas piezocerâmicas isoladamente e, depois, elas foram combinadas em série. Adicionalmente, discutiu-se a forma como combinar os eletrodos das camadas piezoelétricas para evitar o cancelamento de parte da tensão gerada dependendo do modo de vibração com o qual o gerador piezoelétrico da viga em forma de L for excitado.

Por fim, compararam-se graficamente os resultados provenientes das simulações numéricas com os resultados derivados dos testes experimentais, verificando-se a precisão do modelo analítico linear de Euler-Bernoulli adotado neste trabalho para representar o gerador de energia piezoelétrico que utiliza uma viga em forma de L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph*.

Diante de tudo que fora discutido, pode-se concluir que a introdução de um modelo piezoelétrico capaz de utilizar mais de uma frequência natural apresenta-se como uma proposta interessante tanto em termos de sintonia da frequência de ressonância do gerador em relação à frequência de excitação externa quanto em termos de aumento da sua faixa útil de frequências de utilização. Além disso, é importante atentar-se para a forma de se combinar os eletrodos das camadas piezoelétricas do gerador, com o intuito de evitar o cancelamento de parte da tensão elétrica gerada dependendo do modo de vibração com o qual o sistema for excitado. Por fim, observa-se que o modelo analítico linear de Euler-Bernoulli escolhido é capaz de representar com precisão o comportamento eletromecânico do gerador de energia piezoelétrico de viga-L com duas massas concentradas e de configuração *unimorph*.

REFERÊNCIAS

- ALDRAIHEM, O.; BAZ, A. Energy Harvester with a dynamic magnifier. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 22, n. 6, p. 521-530, 2011.
- ANTON, S. R.; SODANO, H. A. A Review of power harvesting using piezoelectric materials (2003-2006). **Smart Materials and Structures**, v. 16, n. 3, p. R1-R21, 2007. doi:10.1088/0964-1726/16/3/R01.
- ARAFA, M. et al. Experimental implementation of a cantilevered piezoelectric energy harvester with a dynamic magnifier. In: CONFERENCE ON ACTIVE AND PASSIVE SMART STRUCTURES AND INTEGRATED SYSTEMS, 2011, San Diego. **Proceedings...** San Diego: SPIE, 2011. Proceedings of SPIE , vol. 7977, article 79770Q.
- BAKER, J. M.; ROUNDY, S.; WRIGHT, P. K. Alternative geometries for increasing power density in vibration energy scavenging for wireless sensor networks. In: INTERNATIONAL ENERGY CONVERSION ENGINEERING CONFERENCE, 3., 2005, San Francisco. **Proceedings...** San Francisco: AIAA, 2005. v. 2, p. 959-970.
- BALACHANDRAN, B; NAYFEH, A. H. Nonlinear motions of beam-mass structure. **Nonlinear Dynamics**, v. 1, n. 1, 1990, p. 39-61.
- BARTON, D. A. W.; BURROW, S. G.; CLARE, L. R. Energy harvesting from vibrations with a nonlinear oscillator. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 132, n.2, p.1-7, 2010. doi:10.1115/1.4000809.
- ERTURK, A.; INMAN, D. J. A Distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 130, n. 4, p. 041002-1-041002-15, 2008a. doi:10.1115/1.2890402.
- _____. On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 19, p. 1311-1325, 2008b. doi:10.1177/1045389X07085639.
- ERTURK, A. et al. Effect of strain nodes and electrode configuration on piezoelectric energy harvesting from cantilevered beams. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 131, n. 1, p. 011010-1- 011010-11, 2008. doi:10.1115/1.2981094.
- ERTURK, A.; INMAN, D. J. An Experimentally validated bimorph cantilever model for piezoelectric energy harvesting from base excitations. **Smart Materials and Structures**, v.18, n. 2 , p. 1-18, 2009.
- ERTURK, A.; HOFFMANN, J.; INMAN, D. J. A Piezomagnetoelastic structure for broadband vibration energy harvesting. **Applied Physics Letters**, v. 94, n.25, p. 1-3, 2009. doi:10.1063/1.3159815.
- ERTURK, A.; RENNO, J. M.; INMAN, D. J. Modeling of piezoelectric energy harvesting from an L-shaped beam-mass structure with an application to UAVs. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v.20, p. 529-544, 2009. doi:10.1177/1045389X08098096.

GOLDFARB, M; JONES, L.D. On The Efficiency electric power generation with piezoelectric ceramic. **Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control**, v. 121, n. 3, p. 566-571, 1999.

HADDOW, A. G.; BARR, A. D. S.; MOOK, D. T. Theoretical and experimental study of modal interaction in a two-degree-of-freedom structure. **Journal of Sound and Vibration**, v. 97, n. 3, p. 451-473, 1984. doi:10.1016/0022-460X(84)90272-4.

HARROP, P.; DAS, R. **Energy harvesting and storage for electronic devices 2009-2019**, Cambridge, UK: IDTechEx, 2009. Disponível em: <http://www.idtechex.com/research/articles/paybacks_from_energy_harvesting_00001201.asp>. Acesso em: 10 out. 2015.

HU, Y.; XUE, H.; HU, H. A Piezoelectric Power Harvester with Adjustable Frequency through Axial Preloads. **Smart Materials and Structures**, v. 16, n. 7, p. 1961-1966, 2007.

KIM, I-H. et al. Broadband energy-harvesting using a two degree-of-freedom vibrating body. **Applied Physics Letters**, v. 98, n. 21, 2011. doi: 10.1063/1.3595278.

LEO, D. J. **Engineering analysis of smart materials systems**. New Jersey: John Wiley & Sons, 2007. 576 p.

MANN, B. P.; SIMS, N. D. Energy harvesting from the nonlinear oscillations of magnetic levitation. **Journal of Sound and Vibration**, v. 319, n.1-2, p, 515-530. 2009a. Disponível em: <<http://www-sciencedirect-com.ez67.periodicos.capes.gov.br/science/article/pii/S0022460X08005567>>. Acesso em: 14 mai. 2016.

_____. On the performance and resonant frequency of electromagnetic induction energy harvesters. **Journal of Sound and Vibration**, v. 329, n.9, p. 1348-1361. 2009b. Disponível em: <<http://www-sciencedirect-com.ez67.periodicos.capes.gov.br/science/article/pii/S0022460X09009201>>. Acesso em: 15 mai. 2016.

MINETO, A. T. Geração de energia através da vibração de dispositivos piezelétricos não lineares. 2013. 148 f. Tese (Doutorado em Ciências) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2011.

NAYFEH, A. H.; MOOK, D. T. **Nonlinear oscillations**. New York: Wiley, 1979.

OUEINI, S. S.; NAYFEH, A. H.; PRATT, J. R. A Nonlinear vibration absorber for flexible structures. **Nonlinear Dynamics**, v. 15, n. 3 , p. 259-282, 1998.

RAO, S. S. **Vibration of continuous systems**. New York: Wiley, 2007.

ROUNDY, S. et al. Improving power output for vibration-based energy scavengers. **IEEE Pervasive Computing**, v. 4, n. 1, 28-36, 2005.

SHINYASHIKI, R. Disponível em: <<https://www.pensador.com/frase/NTMyMTY3/>>. Acesso em: 28 jun. 2017.

STANTON, S. C.; MCGEHEE, C. C.; MANN, B. P. Nonlinear dynamics for broadband energy harvesting: investigations of a bistable piezoelectric inertial generator. **Physica D: Nonlinear Phenomena**, v. 239, n. 10, 2010. Disponível em: <<http://www-sciencedirect-com.ez67.periodicos.capes.gov.br/science/article/pii/S0167278910000394>>. Acesso em: 02 jun. 2016.

STEPHEN, N. On energy harvesting from ambient vibration. **Journal of Sound and Vibration**, v. 293, n.1-2, p. 409-425, 2006. doi:10.1016/j.jsv.2005.10.003.

TANG, L.; YANG, Y. A multiple-degree-of-freedom piezoelectric energy harvesting model. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 13, n. 14, p.1631-1647, 2012. doi:10.1177/1045389X12449920.

UMEDA, M; NAKAMURA, K.; UEHA, S. Analysis of transformation of mechanical impact energy to electrical energy using a piezoelectric vibrator. **Japanese Journal of Applied Physics**, v. 35, n. 5B, p. 3267-3273, 1996.

_____. Energy storage characteristics of a piezo-generator using impact induced vibration. **Japanese Journal of Applied Physics**, v. 36, n. 5B, p. 3146-3151, 1997.

WU, H. et al. A novel two-degrees-of-freedom piezoelectric energy harvester. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 24, n. 3, p. 357-368, 2012. doi:10.1177/1045389X12457254.

_____. Development of a Broadband Non-linear two-degree-of-freedom piezoelectric energy harvester. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 25, n. 14, p. 1875-1889, 2014. doi:10.1177/1045389X14541494.

XIAO, H.; WANG, X.; JOHN, S. A multi-degree of freedom piezoelectric vibration energy harvester with piezoelectric elements inserted between two nearby oscillators. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v.68-69, p. 138-154, 2016. doi:10.1016/j.ymssp.2015.07.001.