

NARA ASAKURA VIANNA

**RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE
TRANSPORTE ESCOLAR UTILIZANDO
MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO**

Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do Diploma de
Engenheiro de Produção Área Mecânica.

São Paulo
2002

TF 2002
V 655 n

NARA ASAKURA VIANNA

**RESOLUÇÃO DE UM PROBLEMA DE
TRANSPORTE ESCOLAR UTILIZANDO
MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO**

Trabalho de Formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para a obtenção do Diploma de
Engenheiro de Produção Área Mecânica.

Orientadora:
Prof.^a Dr.^a Débora Pretti Ronconi

São Paulo
2002

AGRADECIMENTOS

À Profª Débora pela confiança, incentivo e , sobretudo, pela firme e incansável orientação em todas as etapas deste trabalho.

À minha mãe, por sua dedicação permanente e apoio incondicional.

Ao Thiago, por todos estes anos de afeto.

Ao meu pai, amigos e familiares, pelo carinho e convivência constante.

RESUMO

O presente trabalho emprega técnicas da área da Pesquisa Operacional no processo de definição do itinerário e alocação dos alunos aos ônibus escolares em uma escola particular de São Paulo. O modelo de otimização elaborado é uma adaptação da formulação proposta no artigo "A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing" (Fisher e Jaikumar, 1981) amplamente reconhecido e utilizado pela literatura específica. O software de otimização utilizado para a resolução deste modelo foi o Cplex. Foi desenvolvido, também, um programa de apoio em Excel capaz de gerar os dados para o modelo, já no formato requerido pelo Cplex. Destaca-se ainda que a metodologia empregada no desenvolvimento do trabalho utiliza recursos simples e de fácil disponibilidade, tais como: situações e dados reais, mapas e guias acessíveis ao público, ferramenta de localização de endereços disponível na internet, entre outros. Como resultado, o trabalho mostra que a aplicação do modelo proporciona uma redução significativa no custo, em razão dos novos itinerários sugeridos. Além disso, o modelo propõe a eliminação de alguns veículos, o que pode representar economia em investimento, em manutenção e no quadro de funcionários. A conclusão é de que o uso de métodos científicos é altamente recomendável, mesmo em empresas menores. Entretanto, para que os modelos e algoritmos possam ser adotados sem dificuldades na prática, é necessário oferecer também um conjunto de recursos de apoio à organização e automatização do processo. Por fim, o texto mostra que o conjunto – modelo e ferramenta de apoio – pode servir como instrumento, não só de operação, como de planejamento, pois permite novos enfoques e análises de forma simples e rápida.

ABSTRACT

This report employs techniques of Operational Research in the process of defining school bus routes and student assignment to buses at a private school in São Paulo. The model of optimization elaborated here is an adaptation of the formulation proposed in the paper "A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing" (Fisher e Jaikumar, 1981), widely recognized and used in technical literature. Cplex was the optimization software used for the resolution of this model. A support program in Excel was also developed with the capacity to generate data for the model that is already in the format needed by Cplex. It should be pointed out that the methodology used to develop the project utilizes simple resources of easy access, such as situations and real data, maps, guidebooks, web site for locating addresses, among others. As a result, the report shows that the use of the model offers considerable cost reductions as new itineraries are suggested. Furthermore, the model proposes a reduced fleet, which can represent further savings in investment, maintenance and staff. The conclusion is that scientific methods are highly recommended, even for smaller businesses. Nonetheless, for the models and algorithms to be adopted with no difficulty in the application, it is also necessary to provide support resources to the organization and to the automation of the process. Finally, the report demonstrates that the package – the model and support resources – can serve not only as an instrument in operations, but also in planning, as it allows new focuses and analysis in a quick and easy way.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

INTRODUÇÃO	1
1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVO DO TRABALHO	3
1.1 DESCRIÇÃO DA EMPRESA	3
1.2 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA: O TRANSPORTE ESCOLAR	7
2. REVISÃO DA LITERATURA	11
2.1 PESQUISA OPERACIONAL	11
2.2 PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS	14
2.2.1 CONCEITUAÇÃO E EXEMPLOS	14
2.2.2 DIFICULDADES DE SOLUÇÃO	16
3. MÉTODO DE RESOLUÇÃO	17
3.1 CONSIDERAÇÕES	17
3.2 MODELO DE FISHER E JAIKUMAR	20
3.3 MODELO ADAPTADO	32
3.3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	32
3.3.2 PROCESSO DE ADAPTAÇÃO	35
3.4 EXEMPLO REDUZIDO	50
4. LEVANTAMENTO DE DADOS	57
4.1 LEVANTAMENTO BÁSICO	57
4.2 LEVANTAMENTO COMPLEMENTAR	58
4.3 COMPILAÇÃO DOS DADOS	59

5. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	63
5.1 ALGORITMO DE DETERMINAÇÃO DOS ARCOS DO MODELO	63
5.2 SOFTWARE DE OTIMIZAÇÃO	70
6. OBTENÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS	73
6.1 RESULTADOS DO MODELO	73
6.2 ESTUDOS DE SENSIBILIDADE DO MODELO	77
6.2.1 ESTUDO DE CAPACIDADES REDUZIDAS	78
6.2.2 ESTUDO DE LIMITAÇÃO DE DISTÂNCIA MÁXIMA PERCORRIDA PELOS ÔNIBUS	80
6.2.3 CONCLUSÃO DOS ESTUDOS	86
7. CONCLUSÃO	87
BIBLIOGRAFIA	
ANEXOS	

LISTA DE TABELAS

<i>Tabela 1.2.1 - Frota de Veículos do Colégio Anglo Latino (Elaborada pela Autora)</i>	9
<i>Tabela 3.2.1 - Índices do Modelo de Fisher e Jaikumar (Elaborado Pela Autora)</i>	21
<i>Tabela 3.2.2 - Parâmetros do Modelo de Fisher e Jaikumar (Elaborado Pela Autora)</i>	22
<i>Tabela 3.2.3 - Variáveis do Modelo de Fisher e Jaikumar (Elaborado Pela Autora)</i>	22
<i>Tabela 3.3.2.1 - Demanda de Alunos nos Endereços para o Exemplo Proposto (Elaborado Pela Autora)</i>	46
<i>Tabela 3.3.2.2 - Capacidade Máxima e Capacidade Atual dos Ônibus do Exemplo Proposto (Elaborado Pela Autora)</i>	46
<i>Tabela 3.4.1 - Tabela de Endereços do Modelo Reduzido</i>	51
<i>Tabela 3.4.2 - Tabela de Variáveis do Exemplo Reduzido (Elaborado Pela Autora)</i>	53
<i>Tabela 4.1.1 - Relatórios do sistema de Transporte Escolar do Colégio Anglo Latino (Elaborado Pela Autora)</i>	58
<i>Tabela 4.3.1 - Relação de endereços e suas Respectivas Demandas (Elaborado Pela Autora)</i>	60
<i>Tabela 4.3.2 - Relação dos Ônibus e Suas Respectivas Capacidades (Elaborado Pela Autora)</i>	61
<i>Tabela 4.3.3- Relação dos Custos (Distância em Metros) Entre Dois Endereços (Elaborado Pela Autora)</i>	61
<i>Tabela 5.1.1 - Representação da Matriz Resultante do Algoritmo de Determinação dos Arcos de Modelo (Elaborado Pela Autora)</i>	66
<i>Tabela 5.1.2 - Matriz do Exemplo Após o 1º passo do Algoritmo (Elaborado Pela Autora)</i>	67
<i>Tabela 5.1.3 - Configuração Final da Matriz do Exemplo (Elaborado Pela Autora)</i>	69
<i>Tabela 6.1.1 - Relação das Variáveis Y_{ik} Escolhidas pelo Modelo (Flaborada Pela autora)</i>	74
<i>Tabela 6.1.2 - Relação das Variáveis X_{ijk} escolhidas pelo modelo (Elaborada Pela autora)</i>	74
<i>Tabela 6.1.3 - Itinerário Proposto Pelo Modelo com a Sequência de Passagem Pelos Endereços (Elaborado Pela Autora)</i>	75
<i>Tabela 6.1.4 - Itinerário Original dos Ônibus com a Sequência se Passagem Pelos Endereços (Elaborado pela Autora)</i>	76
<i>Tabela 6.2.1.1 - Relação dos Ônibus e Suas Capacidades no Modelo de Capacidades Reduzidas (Elaborado Pela Autora)</i>	78

Tabela 6.2.1.2 – Itinerário do Modelo de Capacidades Reduzidas com a Sequência de Passagem Pelos Endereços (Elaborado Pela Autora) _____ 79

Tabela 6.2.2.1 – Itinerário do Estudo de Limitação de Distância dos Ônibus (Elaborado Pela Autora) _____ 83

Tabela 6.2.2.2 - Relação das Distâncias Percorridas pelos Últimos Alunos dos Ônibus no Modelo Original e no Modelo de Limitação de Distâncias(Elaborado Pela Autora) _____ 84

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 2.1.1 - Etapas de um Processo de Modelagem (Transcrito de Goldberg e Luna 2000)</i>	12
<i>Figura 3.2.1- Grafo $G(N,A)$ de Um Problema de Roteamento (Elaborado Pela Autora)</i>	20
<i>Figura 3.2.2 - Possível Configuração Gráfica da Solução (Elaborado Pela Autora)</i>	21
<i>Figura 3.2.3 - Configuração não Permitida pela Restrição (2) (Elaborado Pela Autora)</i>	24
<i>Figura 3.2.4 - Configuração não Permitida pela Restrição (3) (Elaborado Pela Autora)</i>	25
<i>Figura 3.2.5 - Representação das Capacidades dos Veículos e Demanda dos Clientes (Elaborado Pela Autora)</i>	26
<i>Figura 3.2.6 - Representação das Origens e dos Destinos dos Nós (Elaborado Pela Autora)</i>	27
<i>Figura 3.2.7 - Subgrafo S Qualquer (Elaborado Pela Autora)</i>	28
<i>Figura 3.2.8 - Configuração não Permitida pela Restrição 6 (Elaborado Pela Autora)</i>	29
<i>Figura 3.2.9 - Subgrafo S na Solução Apresentada (Elaborado Pela Autora)</i>	30
<i>Figura 3.3.2.1 - Situação Hipotética de 4 Endereços com Todas as Combinações de Arcos (Elaborado Pela Autora)</i>	33
<i>Figura 3.3.1.2 - Situação Hipotética de um Modelo Adaptado</i>	33
<i>Figura 3.3.2.1 - Possibilidade de Realocação de Endereços aos Ônibus (Elaborado Pela Autora)</i>	37
<i>Figura 3.3.2.2 - Ordenação da Seqüência de 2 Endereços Colocados entre i e j (Elaborado Pela Autora)</i>	38
<i>Figura 3.3.2.3 - Posição de um Endereço com Mais de uma Possibilidade em um Mesmo Ônibus (Elaborado Pela Autora)</i>	39
<i>Figura 3.3.2.4 - Alocação de Endereços Entre o Primeiro e o Último Endereço de Um Ônibus (Elaborado Pela Autora)</i>	40
<i>Figura 3.3.2.5 - Mapeamento das Possibilidades de Arcos (Elaborado Pela Autora)</i>	41
<i>Figura 3.3.2.6 - Exemplo ilustrativo (Elaborado Pela Autora)</i>	43
<i>Figura 3.3.2.7 - Metodologia Completa para a Execução da Modelagem Elaborada no Trabalho (Elaborado Pela Autora)</i>	49

<i>Figura 3.4.1 - Representação Gráfica do Exemplo Reduzido (Elaborado Pela Autora)</i>	50
<i>Figura 3.4.2 - Mapeamento dos Arcos do Exemplo Reduzido (Elaborado Pela Autora)</i>	52
<i>Figura 3.4.3 - Rotas dos Ônibus do Exemplo Reduzido (Elaborado Pela Autora)</i>	53
<i>Figura 5.1.1 - Conjunto de Tabelas de Dados de Entrada para o Algoritmo de Determinação dos Arcos de Modelo (Elaborado Pela Autora)</i>	65
<i>Figura 5.1.2 - Primeiro Passo do Algoritmo de Determinação dos Arcos do Modelo (Elaborado pela Autora)</i>	67
<i>Figura 5.1.3 - Segundo Passo do Algoritmo de Determinação dos Arcos do Modelo</i>	68
<i>Figura 5.1.4 - Pasta de Trabalho Excel para o Ônibus do Exemplo (Elaborado Pela Autora)</i>	70
<i>Figura 6.1.1 - Gráfico de Ocupação dos Ônibus no Itinerário Proposto e no Itinerário Atual (Elaborado Pela Autora)</i>	76
<i>Figura 6.2.1.1 - Ocupação das Peruas no Itinerário do Modelo de Capacidades Reduzidas (Elaborado Pela Autora)</i>	79
<i>Figura 6.2.2.1 - Exemplo Para o Estudo de Limitação de Distância dos Ônibus (Elaborado Pela Autora)</i>	82
<i>Figura 6.2.2.2 - Ocupação dos Ônibus no Modelo do Estudo de Limitação de Distâncias dos Ônibus (Elaborado Pela Autora)</i>	84

INTRODUÇÃO



INTRODUÇÃO

A tomada de decisão pode ser entendida, de maneira simplificada, como um processo em que, dentre várias alternativas possíveis, escolhe-se a mais adequada para o alcance de determinado objetivo (Goldbarg e Luna, 2000). Em muitas empresas essa escolha é realizada de forma empírica, ou seja, baseada apenas na experiência de determinado indivíduo ou grupo, sem nenhum método científico.

A competição cada vez mais acirrada no mercado tem levado as empresas a buscar o aperfeiçoamento de todos os seus processos, inclusive o de tomada de decisão. A área da Pesquisa Operacional destaca-se, então, fornecendo ferramentas de caráter científico de apoio à tomada de decisão. Sua aplicação pode ser vantajosa ao permitir a modelagem das inter-relações entre um grande número de variáveis que dificilmente seriam visíveis e compreendidas intuitivamente.

Além disso, o desenvolvimento de softwares específicos nessa área, juntamente com o aumento da capacidade de processamento dos computadores, tornou viável o emprego da técnica em empresas de menor porte e na resolução de problemas mais simples, sem a necessidade de grandes investimentos.

Assim como outras empresas de serviços, a escola particular encontra-se inserida no contexto de competição e pressão de um mercado cada vez mais exigente. Dessa forma, a aplicação de técnicas de pesquisa operacional em alguns de seus processos decisórios pode resultar em uma vantagem competitiva significativa.

Nesse contexto, este trabalho propõe a utilização de técnicas e ferramentas da pesquisa operacional e de outros métodos científicos na área de transporte de alunos de uma escola particular, o Colégio/Faculdade Anglo Latino. Para esta instituição, a questão do transporte escolar é de fundamental importância, representando um serviço diferencial, principalmente por localizar-se em uma região deficitária em matéria de transporte coletivo. Ao mesmo tempo, precisa evitar ao máximo os custos e recursos desnecessários, principalmente por não ser o transporte a atividade principal em seu negócio.

O objetivo do trabalho será, portanto, encontrar uma solução prática que vise à otimização de um processo decisório: alocação de alunos aos ônibus disponíveis e redefinição de itinerários ao menor custo possível.

O trabalho está dividido em sete capítulos, que estão relacionados às etapas de desenvolvimento. O primeiro capítulo é dedicado à apresentação da empresa, com breve relato de sua história, descrição de suas principais atividades e relação de alguns processos em que é possível a aplicação de técnicas científicas. Segue ainda no mesmo capítulo, a apresentação do problema abordado, ou seja, o transporte escolar no Colégio/Faculdade Anglo Latino. O capítulo 2 é destinado à revisão da literatura, contendo conceitos quanto à pesquisa operacional e problemas de roteamento de veículos, além de casos de aplicação prática.. No capítulo 3 é apresentada a técnica de resolução desenvolvida, baseada na referência bibliográfica do capítulo anterior. O capítulo 4 relata o processo de levantamentos de dados do problema. O capítulo 5 descreve os experimentos computacionais. O capítulo 6 traz a análise dos resultados obtidos e estudos de sensibilidade do modelo. Por fim, o capítulo 7 apresenta a conclusão do trabalho.

Os dados utilizados no trabalho são reais e foram obtidos diretamente na fonte, ou seja, junto ao setor de transportes e no sistema implantado em computador. A autorização para o desenvolvimento deste trabalho de formatura, como também para o acesso livre às pessoas e instalações relacionadas ao assunto, foi concedida de forma expressa e acompanhado de incentivo pessoal do próprio presidente do colégio Dr. Sérgio Arcuri. O contato da autora com a instituição foi estabelecido por uma sócia da NAMY Solutions, empresa em que a aluna estagia desde o início do ano de 2002. Essa pessoa responde pelos principais sistemas administrativos do colégio há mais de 15 anos.

CAPÍTULO 1

DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVO DO TRABALHO



1. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVO DO TRABALHO

Este capítulo tem por finalidade definir o problema e o objetivo do trabalho. A primeira parte é dedicada a uma visão geral da empresa em que se desenvolverá o projeto, ou seja, o Colégio/Faculdade Anglo Latino, seus principais processos, dificuldades, desafios e possibilidades. A segunda parte é destinada à apresentação do tema escolhido e à definição do problema e do objetivo propriamente ditos

1.1 DESCRIÇÃO DA EMPRESA

Neste item será realizada uma breve apresentação do contexto em que as escolas particulares de São Paulo estão inseridas, uma descrição da empresa onde está sendo realizado o trabalho (Colégio/Faculdade Anglo Latino), seus principais processos e, ao final, será apresentada uma relação de atividades em que é possível a aplicação de técnicas científicas de apoio à decisão.

Considerações iniciais

Assim como em diversos outros segmentos de serviços, as escolas particulares de São Paulo, inclusive as consideradas mais tradicionais, enfrentam dificuldades crescentes para sobreviver economicamente e manter o padrão de ensino, diante de um mercado cada vez mais exigente, competitivo e acelerado imposto pelo processo de globalização da economia e do conhecimento.

As dificuldades encontradas pelos colégios paulistanos têm como causas principais o inchaço no mercado (houve um aumento de 64% no número de vagas nas escolas particulares enquanto o número de alunos cresceu apenas 12%), a crise econômica e a queda na natalidade (a classe média tem hoje em média apenas um filho) (Veja São Paulo, 9 de outubro de 2002).

Diante de um cenário desfavorável como este, além da busca por novas formas de rentabilidade, todo e qualquer dispêndio desnecessário deve ser eliminado. Surge, portanto, a necessidade de reformular atividades, otimizar processos e re-elaborar fluxos nas diversas áreas com as quais a administração escolar se envolve. Encontra-

se aí um terreno fértil para a aplicação de técnicas científicas de apoio à tomada de decisão.

O Colégio/Faculdade Anglo Latino

O trabalho será desenvolvido no Colégio/Faculdade Anglo Latino. O Anglo Latino é uma escola particular de médio porte, com cerca de 2600 alunos e 300 funcionários. Localizado no bairro da Aclimação na cidade de São Paulo, conta com dois prédios principais e uma completa infra-estrutura para o desenvolvimento de estudos e de práticas esportivas (ginásio, quadras ao ar livre, piscinas, salas de jogos, anfiteatro, laboratórios de informática e ciências, biblioteca, etc).

Fundado há mais de 50 anos, pelo Professor Benjamin Antonio Salles Arcuri, iniciou-se como escola de Ensino Fundamental e Ensino Médio, expandindo-se ao longo do tempo à Educação Infantil e, mais recentemente, ao Ensino Superior, sendo uma das mais tradicionais do bairro da Aclimação, por seu ensino de primeira qualidade.

O Colégio Anglo Latino oferece, no período diurno, cursos de formação para crianças e adolescentes, desde a Pré-escolar até a conclusão do Ensino Médio. Em relação aos alunos de Pré-escola e de Ensino Fundamental dispõe de equipamentos e recursos para atendimento do aluno em período integral, em geral requisitado por pais que trabalham fora o dia inteiro. À noite são oferecidos os cursos da faculdade: Administração, Ciências Contábeis, Pedagogia e Comunicação.

Principais Processos

Visitas e conversas com funcionários, alunos e pais de alunos, permitiram a realização de uma análise das principais atividades e processos administrativos do dia-a-dia do Anglo Latino.

Dessa análise constatou-se que a escola se envolve cotidianamente com questões complexas e interligadas, tendo em vista que:

- Trabalha com uma grande quantidade de pessoas (alunos/pais, corpo docente, equipes de apoio e de administração) em contato e convívio permanentes (cinco dias por semana e praticamente 250 dias por ano);
- É pressionada continuamente por diretrizes, leis, obrigações e necessidades de natureza educacional, fiscal, legal, além das de fundamentos sociais e éticos, senão muitas vezes políticos;
- Necessita de infra-estrutura física significativa e de qualidade (prédios, instalações, equipamentos, materiais);
- Necessita de recursos humanos altamente capacitados, motivados, dinâmicos, atualizados e integrados (direção, corpo docente, apoio, administração);
- Defronta com concorrência cada vez mais acirrada e nem sempre ética, devido ao processo atropelado de expansão do mercado.

A administração dessas questões é, portanto, um empreendimento de grande comprometimento e risco pois, apesar de toda sua complexidade, é desprovido de mecanismos ou facilidades para um ajuste rápido às oportunidades, necessidades e problemas de mercado. Mercado esse cuja conquista é, além de tudo, extremamente lenta e penosa, pois lida com o fator confiança junto a uma clientela altamente sensível e ansiosa, numa tarefa cujos resultados são reconhecidos somente depois de muitos anos de exposição e acertos.

Hoje, talvez mais do que em qualquer outro negócio, é necessário que uma escola desenvolva e adote soluções profissionais e padronizadas à maior quantidade possível de atividades e tarefas, principalmente às relacionadas às funções administrativas, para que possa destinar o máximo de seus recursos à sua atividade fim, que é a de trabalhar na capacitação das pessoas através da recepção, elaboração, transmissão e difusão de conhecimentos.

É desejável também que essas soluções, sempre que possível, sejam baseadas em métodos e técnicas cientificamente fundamentadas, pois isso as tornaria mais confiáveis, previsíveis e controláveis.

Exemplos de Métodos Científicos na Administração Escolar

Administrar uma escola não é uma tarefa trivial. Para que ela consiga cumprir de forma satisfatória seu objetivo final, ou seja, dar formação às pessoas, esse tipo de empreendimento exige uma estrutura organizacional complexa de suporte, apoio e controle, relacionadas a áreas tais como:

- Instalações e Facilidades (prédios, salas de aula, áreas de lazer, de estudos, de esportes, de eventos, refeitório, ambulatório, sala de reuniões, sala de professores...);
- Equipamentos Didáticos (mesas, carteiras escolares, computadores, lousas, equipamentos de vídeo e som...);
- Suprimentos de Materiais;
- Gráfica (impressão, cópias, montagem de material didático...);
- Biblioteca;
- Transporte Escolar;
- Secretaria Escolar (lida com atendimento/contato alunos, fiscais de ensino, grade curricular, planejamento e controle do cumprimento do programa, documentação aluno, histórico escolar...);
- *Marketing* e Promoção;
- Segurança Pessoal (alunos);
- Serviço de Orientação Educacional;
- Coordenação Didática;
- Processo Seletivo (concurso, vestibular, entrevistas...);
- Além das áreas tradicionais de administração (recursos humanos, contabilidade, financeira, informática...).

Ao tomarmos contato maior com as dificuldades que cada uma destas áreas encontram para cumprir satisfatoriamente suas atribuições, surpreendemo-nos com a quantidade de questões complexas a serem respondidas e que em geral vêm sendo solucionadas de forma totalmente empírica, as quais, se tratadas de forma científica, dariam um suporte melhor e mais ágil às decisões.

A seguir, alguns processos do colégio em que seria interessante o uso de métodos científicos:

- *Prospecção e Conquista de Novos Alunos (Marketing)*: neste processo é possível aplicar diversos métodos estatísticos para o planejamento do trabalho de conquista de novos clientes ou revisões de metas, baseados em resultados anteriores, grupos de interesse, classe social, etc.
- *Definição das Classes/Salas e Designação dos Professores conforme a Grade Curricular, Calendário Escolar e Disponibilidade de Mão-de-Obra/Instalações (Secretaria e Coordenação Didática)*: na montagem de classes é importante levar em conta não só a quantidade, como o nível do grupo; a mão-de-obra costuma apresentar restrições quanto aos dias e horários e capacitação; as instalações costumam apresentar restrições quanto à capacidade e disponibilidade de equipamentos, o calendário apresenta problemas de feriados, quantidade mínima aceitável. Trata-se de um processo complexo onde poderiam ser utilizados métodos de otimização combinatória.
- *Transporte Escolar*: hoje a garantia e a segurança no deslocamento e chegada ao destino é um dos itens mais sensíveis em qualquer negócio em que há pessoas envolvidas, como é o caso de uma escola, principalmente tratando-se de menores. A falta de tempo causada pela correria da vida moderna faz com que esse serviço seja cada vez mais requisitado e fundamental em uma escola. Ao mesmo tempo, os custos incorridos com o deslocamento passam a ter importância significativa. É válido, nesse caso, buscar soluções científicas que visem a minimização de custos ou tempos de transporte. Diversos autores trataram desse assunto dentro da área da pesquisa operacional, podendo ser citados alguns exemplos: Newton e Tomas (1974), Bodin e Berman (1979) e outros.

1.2 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA: O TRANSPORTE ESCOLAR

Como as suas unidades localizam-se em uma região carente em matéria de transporte coletivo, o colégio Anglo Latino mantém há muito tempo uma frota própria de transporte escolar. Embora quase sempre deficitário e de gerenciamento bastante complexo, o intuito de mantê-lo é poder proporcionar maior conforto e tranquilidade

aos alunos e pais. No período diurno, essa frota atende às crianças do Colégio mediante pagamento e, à noite, faz um trabalho de transporte dos alunos do Metrô até a sua unidade de ensino e, vice-versa, sem ônus ao cliente.

Pelo fato da logística de transporte ser crítica e estar presente em atividades e negócios dos mais diversos possíveis, principalmente em grandes cidades como São Paulo, este foi o tema escolhido para o trabalho de formatura.

O Sistema de Transporte Atual no Colégio Anglo Latino

Existe atualmente no colégio uma área dedicada exclusivamente ao transporte escolar. Essa área conta com treze funcionários, entre eles oito motoristas e um coordenador geral.

Todos os dados referentes aos alunos, endereços, ônibus, motoristas são armazenados em um banco de dados do software “Clipper”, de maneira que a obtenção dessas informações é bastante simples, bastando o acesso ao sistema ou a impressão de relatórios. Esses dados são constantemente atualizados, à medida que os endereços são alterados ou mais alunos são acrescentados à lista.

Para os alunos do colégio, são oferecidos os seguintes tipos de serviços de transporte:

- Vinda Manhã: o ônibus passa na casa dos alunos que estudam pela manhã e os transporta até o colégio;
- Meio Dia: transporta os alunos da tarde para o colégio e leva os alunos da manhã para suas casas;
- Volta Tarde: o ônibus sai do colégio e leva para casa os alunos que estudam à tarde;
- Noite: há transporte do metrô Ana Rosa à escola e vice-versa.

A frota é composta de 10 micro-ônibus, sendo que 8 são linhas utilizadas regularmente e 2 são linhas especiais (Expressinho e Linha Extra), que são utilizados em casos específicos como passeios, emergência etc.

As 8 linhas convencionais estão listadas na Tabela 1.2.1:

Ônibus	Linha (percurso)
1	Aclimação
2	Jabaquara
3	Cambuci
4	Liberdade
5	Monumento
6	Jardins
7	Circ. Ana Rosa
8	Moema

Tabela 1.2.1 - Frota de Veículos do Colégio Anglo Latino (Elaborada pela Autora)

Cada linha percorre um itinerário diferente, realizando percursos nas vizinhanças da região para a qual foram designadas.

O Processo de Alocação de Alunos Aos Ônibus

A alocação dos alunos aos ônibus é realizada anualmente pelo coordenador de transportes. Cada ônibus tem sua linha pré-estabelecida, como ilustra a tabela anterior. Cada aluno novo que é adicionado ao transporte escolar é alocado a um dos ônibus. O coordenador define, junto com os motoristas, a alocação dos alunos aos ônibus bem como a seqüência de entrega e alimenta o sistema com essas informações. Definidos os endereços que deve atender, bem como a ordem que deve ser seguida, cada motorista elabora seu próprio itinerário, ou seja, cabe a ele decidir quais ruas deve percorrer de forma a obedecer à seqüência da lista.

Como é possível notar, o processo de alocação de alunos é totalmente empírico, baseado na experiência do coordenador e dos motoristas.

Objetivo do trabalho

Propõe-se, nesse trabalho, utilizar ferramentas da Pesquisa Operacional para o desenvolvimento de um modelo matemático capaz de realizar a redefinição de itinerários e alocação de alunos aos ônibus. O objetivo desse projeto é a redução dos

custos de transporte, baseada na escolha dos caminhos mais econômicos. Pretende-se que o empirismo hoje observado nesse processo de tomada de decisão seja substituído por uma metodologia científica mais independente dos funcionários.

O modelo será aplicado para o serviço “Volta Tarde”, podendo ser adaptado para os demais casos.

justificativas?

CAPÍTULO 2

REVISÃO DA LITERATURA



2. REVISÃO DA LITERATURA

A resolução do problema de transporte definido no capítulo 1.2 enquadra-se em modelos de PRV (Problema de Roteamento de Veículo), que por sua vez fazem parte dos modelos clássicos da Pesquisa Operacional.

Dessa maneira, esse capítulo será dedicado a apresentar alguns conceitos relacionados à Pesquisa Operacional e aos Problemas de Roteamento de Veículos.

2.1 PESQUISA OPERACIONAL

A Pesquisa Operacional (PO) consiste, segundo Goldbarg e Luna (2000), em uma disciplina que congrega diversas técnicas da modelagem matemática e que tem por objetivo determinar as melhores condições de funcionamento para um determinado sistema.

O estudo das técnicas de PO provê o tomador de decisão de uma base científica para a resolução de problemas que envolvem a interação de diversos componentes ou variáveis. Na maioria dos casos, a melhor solução (ou solução ótima) é obtida pela maximização (ou minimização) de determinada função dessas variáveis, denominada função objetivo. As variáveis, por sua vez, estão sujeitas a restrições de igualdade ou desigualdade.

A complexidade dos problemas bem como a quantidade de variáveis envolvidas exige a utilização de recursos computacionais para a realização de cálculos. Daí a forte relação entre essas duas áreas, computação e pesquisa operacional.

A recente popularização dos microcomputadores, além do aparecimento de softwares específicos, impulsionou o desenvolvimento da Pesquisa Operacional e tornou possível que sua utilização deixasse de estar restrita apenas às grandes corporações.

De uma maneira simplista o processo de modelagem de um problema de pesquisa operacional passa pelas seguintes etapas, conforme a Figura 2.1.1:

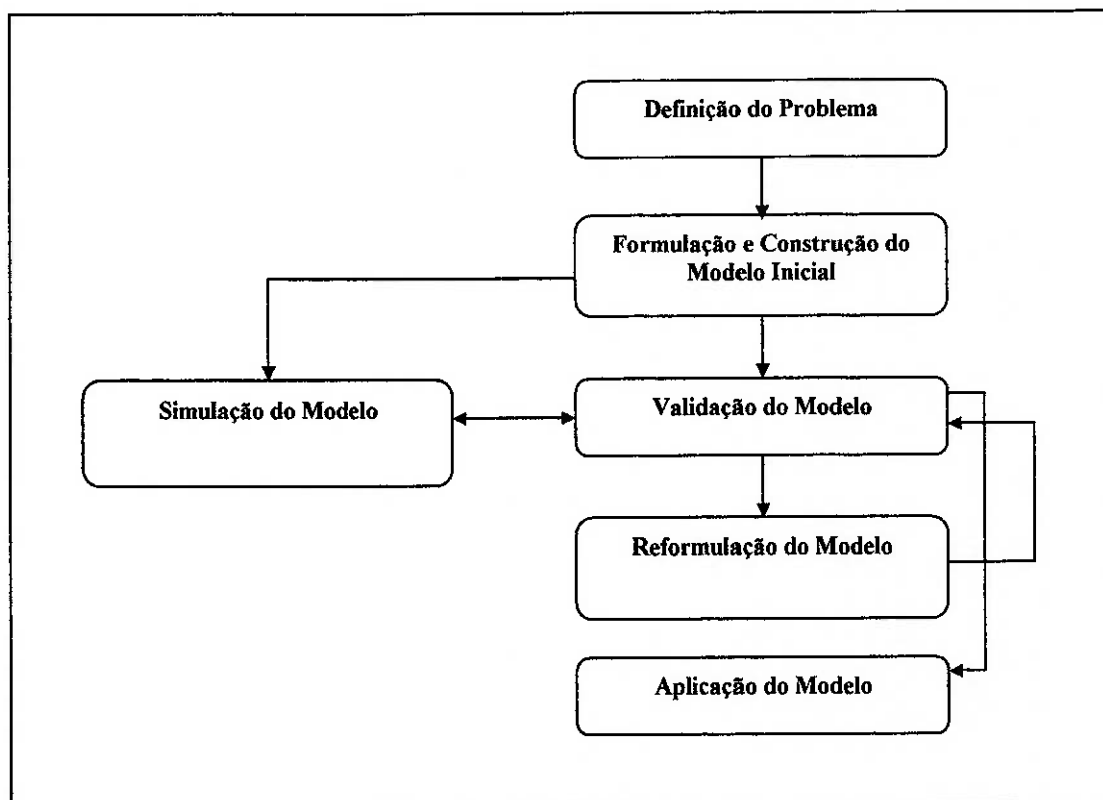


Figura 2.1.1 - Etapas de um Processo de Modelagem (Transcrito de Goldberg e Luna, 2000)

A Pesquisa Operacional teve seu desenvolvimento inicial no Reino Unido à época da Segunda Guerra Mundial. Sua função era solucionar problemas de níveis táticos e estratégicos, então conhecidos por “*executive type problems*”. Cientistas de diferentes disciplinas eram organizados em times inicialmente designados para otimizar a utilização de recursos (Churchman, Ackoff e Arnoff, 1964). Hoje em dia suas aplicações se difundiram para dentro das empresas industriais e de serviços fornecendo ferramentas e metodologias para resolução, aprimoramento e tratamento científico de questões práticas que envolvem a tomada de decisão. Fazendo uma analogia com suas origens, de certa maneira, as empresas atuais encontram-se inseridas em um contexto de guerra constante em que buscam sobreviver em meio às pressões da concorrência, dos clientes, dos fornecedores e de produtos substitutos. Todo o esforço no sentido de reduzir custos, otimizar processos, maximizar resultados têm impacto direto na atuação de uma empresa no mercado. Sendo assim,

a PO, para algumas empresas, é um elemento diferencial (escola particular, por exemplo) e, para outras, uma questão de sobrevivência (transportadora).

A questão do transporte escolar, objeto deste trabalho, enquadra-se num dos problemas clássicos da PO, que é o Problema de Roteamento de Veículos, a ser detalhado no próximo item.

2.2 PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

2.2.1 Conceituação e Exemplos

Define-se um sistema de roteamento por um conjunto organizado de meios que objetiva o atendimento de demandas localizadas nos arcos ou nos vértices de alguma rede de transportes. Na operação desse sistema é necessário elaborar um plano efetivo e flexível de entrega, que seja capaz de atender às especificações do nível de eficiência pretendido para o serviço de transporte. Delineia-se assim um problema de característica combinatória e de grande dificuldade de solução denominado Problema de Roteamento de Veículos (PRV). De forma sucinta, um PRV pode ser descrito da seguinte maneira: “com o uso de veículos, visitar uma série de clientes ao menor custo possível, obedecendo às restrições de demanda dos clientes e de capacidade dos veículos” (Goldbarg e Luna, 2000).

Os Problemas de Roteamento de Veículos possuem diversas aplicações práticas, cada uma com suas particularidades, que já foram ou estão sendo tratadas por diferentes autores e pesquisadores. Pode-se citar algumas:

Roteamento de Linhas Aéreas

Yan e Tu (1997) apresentam em seu artigo “*MultiFleet Routing and Multistop Flight Scheduling for Schedule Perturbation*” uma estrutura para auxiliar o roteamento da frota e o agendamento dos vôos para operações de múltiplos vôos e múltiplas paradas.

Recolhimento de Lixo

A publicação “*Optimizing Solid Waste Collection in Brussels*” da autoria de Thierry Kulcar (1996) relata, em um estudo de caso, o gerenciamento da coleta de lixo em um centro urbano. A metodologia utilizada combina ferramentas da Pesquisa Operacional e Engenharia de Sistemas. Levou-se em consideração nessa análise os possíveis meios de transporte do lixo: automóvel, trem e embarcação. Entre outras coisas, visava-se reduzir custos de transportes e números de depósitos de lixo.

Transporte Escolar

“Bus Routing in a Multi-School System” (Newton e Thomas, 1974) apresenta uma heurística (algoritmo que encontra boas soluções em um tempo razoável) para o problema do transporte escolar na qual cada estudante deve ser designado a um ônibus e a rota de cada ônibus deve ser definida. Ao contrário da maioria dos problemas que consideram uma única escola como ponto de partida/chegada dos ônibus, o modelo apresenta a solução para uma base de muitas escolas. A linguagem de programação utilizada para a resolução do problema foi o FORTRAN IV.

Bodin e Berman (1979) também abordam o assunto do transporte escolar em sua publicação *“Routing and Scheduling of School Buses by Computer”*. Nesse artigo, os autores propõem um novo método, também heurístico, para roteamento e determinação de itinerários de ônibus escolares. Além disso, apresentam um diferente procedimento para geração, processamento e preparação de dados de entrada, atividades que, segundo os autores, constituem-se das mais tediosas e demoradas no processo em questão.

Modelos Genéricos

Além dos modelos aplicados existem também os genéricos, como o proposto por Fisher e Jaikumar (1981) em sua publicação *“A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing”*. Utilizando-se de uma frota de veículos deve-se, a partir de um armazém central, realizar a entrega de pedidos a diferentes clientes. Neste artigo, apresenta-se uma formulação de programação inteira. A função objetivo é uma função linear que visa à minimização de custos. As restrições, também lineares, englobam limitações de capacidade e demanda, elaboração de percursos, alocação de clientes a um único ônibus etc.

O problema de roteamento tem recebido a atenção de muitos pesquisadores nos últimos 30 anos, particularmente por sua dificuldade intrínseca. A seguir são apresentados alguns pontos dessa peculiar característica.

2.2.2 Dificuldades de Solução

Em sua pesquisa "*Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems*", Lenstra e Kan (1981) verificam que quase todos os problemas de PRV podem ser enquadrados na categoria *NP-Hard* (também conhecido em português como NP-Difícil) e, portanto, pouco provável de serem solucionados em tempo polinomial.

A complexidade dos modelos de PRV reside na natureza combinatorial dos mesmos, o que vem impedindo a concepção de algoritmos eficientes de solução (Hoffman, 2000). Um algoritmo é dito eficiente quando atende ao seu objetivo final: solucionar um problema de forma rápida e econômica. Em outras palavras, encontrar um algoritmo que simplesmente soluciona determinado problema pode não significar que se tenha encontrado um bom algoritmo em termos práticos. Deve-se levar em consideração os recursos (humanos e computacionais) requeridos, o tempo de processamento, a memória, a complexidade de suas operações entre outras coisas.

A formulação de um modelo, por sua vez, tem impacto direto no desempenho dos algoritmos de solução. Dessa maneira, o estudo de diferentes alternativas é uma consideração relevante, já que um mesmo problema de otimização pode admitir formulações diferentes.

Sabe-se ainda que quanto maior for o número de restrições e variáveis de um mesmo problema, normalmente, maior será o esforço necessário para encontrarmos sua solução. Dessa forma, a redução do número de variáveis e do universo de soluções é também um ponto a ser considerado.

CAPÍTULO 3

MÉTODO DE RESOLUÇÃO



3. MÉTODO DE RESOLUÇÃO

O presente capítulo dedica-se à descrição do modelo elaborado para resolver o problema de transporte escolar apresentado. Este modelo é uma adaptação da formulação de Fisher e Jaikumar (1981) publicada em "*A Generalized Assignment Heuristics for Vehicle Routing*", Networks, 11,109-124.

O capítulo será dividido em quatro partes. A primeira dedica-se à explicação do problema e a justificativa da escolha do modelo de Fisher e Jaikumar. A segunda descreve com detalhes tal modelo. A terceira apresenta o modelo adaptado para o problema real e as razões de sua adaptação. Na última parte, há um exemplo em escala reduzida de todo o processo desenvolvido para a modelagem.

3.1 CONSIDERAÇÕES

O Colégio Anglo Latino adota procedimentos empíricos na determinação da alocação de alunos e definição de itinerários no serviço de transporte escolar oferecido. Como conseqüências desse fato pode-se citar, entre outras:

- *Dependência do Quadro Atual de Funcionários:* A tomada de decisão quanto à alocação de alunos e à definição de itinerários depende totalmente da habilidade e experiência do coordenador de transportes e dos motoristas. A forte dependência em um indivíduo ou grupo pode representar uma ameaça ao sistema, em caso da ausência daquele. Além disso, os resultados irão variar consideravelmente de acordo com a pessoa que estiver realizando o trabalho, já que cada um possui experiências e características próprias.
- *Custos Adicionais:* Intuitivamente o coordenador de transportes leva em conta o fator custo no momento da tomada de decisão. No entanto, é muito difícil conseguir avaliar as inúmeras inter-relações das variáveis no custo, em um tratamento empírico de dados.

Dessa maneira, vislumbrou-se a necessidade de dar um tratamento mais científico ao processo em questão, tornando-o mais exato, automático e independente do usuário.

Definiu-se, então, o seguinte problema a ser solucionado com uma metodologia científica:

“Dados uma frota de k ônibus, cada qual com uma capacidade de transportar Q_k alunos, uma escola (Colégio Anglo Latino) como ponto de partida/chegada comum e um determinado número de alunos a serem entregues, encontrar o conjunto de rotas que forneça o mínimo custo total e atenda à demanda de alunos. Todos os itinerários começam e terminam na escola e devem ser designados de tal forma que cada aluno é atendido apenas uma vez e por um único ônibus.”

O estudo da literatura existente apontou diversas formulações e metodologias possíveis para a resolução desse problema, como detalhado no capítulo 2.2. Dentre as alternativas selecionou-se o modelo elaborado por Fisher e Jaikumar (1981).

Nesse modelo os autores buscam a resolução da seguinte questão: "Uma frota de veículos entrega produtos estocados em um armazém central a fim de satisfazer os pedidos dos clientes. Cada veículo possui uma capacidade fixa e cada pedido utiliza uma porção fixa dessa capacidade. As decisões acerca do roteamento envolvem determinar quais demandas serão satisfeitas por cada veículo e qual rota cada veículo deverá seguir para atender à demanda dos clientes em busca da minimização do custo total de entrega”.

Algumas observações podem ser colocadas a respeito do modelo de Fisher e Jaikumar:

- O problema tratado é bastante semelhante ao problema a ser solucionado no colégio Anglo Latino, salvo pequenos detalhes de nomenclatura como: substituir produtos por alunos, clientes por endereços dos alunos, armazém central por Colégio Anglo Latino etc.
- A formulação matemática do modelo é de Programação Linear Inteira. Simplificadamente, conforme Winston (1995), um problema de Programação Linear Inteira é uma Programação Linear em que todas ou algumas de suas variáveis devem ser inteiras não negativas. Para esse tipo de problema, existem métodos exatos de resolução, como por exemplo,

Branch and Bound, que já se encontram desenvolvidos em softwares tal como o Cplex.

- Por fim, trata-se de um modelo genérico clássico da literatura e que serviu de base para o desenvolvimento de diversos outros modelos (Goldbarg e Luna, 2000).

Por todos esses motivos, o modelo contido em “A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing” foi o escolhido para este trabalho de formatura.

3.2 MODELO DE FISHER E JAIKUMAR

Neste item é feito um detalhamento da formulação do modelo elaborado por Fisher e Jaikumar (1981) em sua publicação "*A Generalized Assignment Heuristics for Vehicle Routing*".

Representação Gráfica

O modelo deverá elaborar circuitos para cada veículo de maneira que:

- Nenhum cliente deixe de ser atendido;
- Nenhum cliente seja atendido por mais de 1 veículo;
- Todos os veículos iniciem e terminem seu trajeto no mesmo ponto;
- O custo total, ou seja, a soma dos custos de todos os percursos escolhidos, deve ser minimizado.

Adotando a representação da teoria dos grafos, conforme Anexo I, para o modelo proposto por Fisher e Jaikumar é possível elaborar um exemplo ilustrativo. Seja uma empresa com oito clientes e uma frota de três veículos. A Figura 3.2.1 ilustra o grafo $G(N,A)$, em que $N = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ representa o conjunto dos endereços da empresa (vértice 1) e dos clientes (demais vértices). Os percursos que interligam estes endereços são representados pelas arestas do conjunto $A = \{1-2; 1-3; 1-4....; 2-1; 2-3;....; 3-1....\}$.

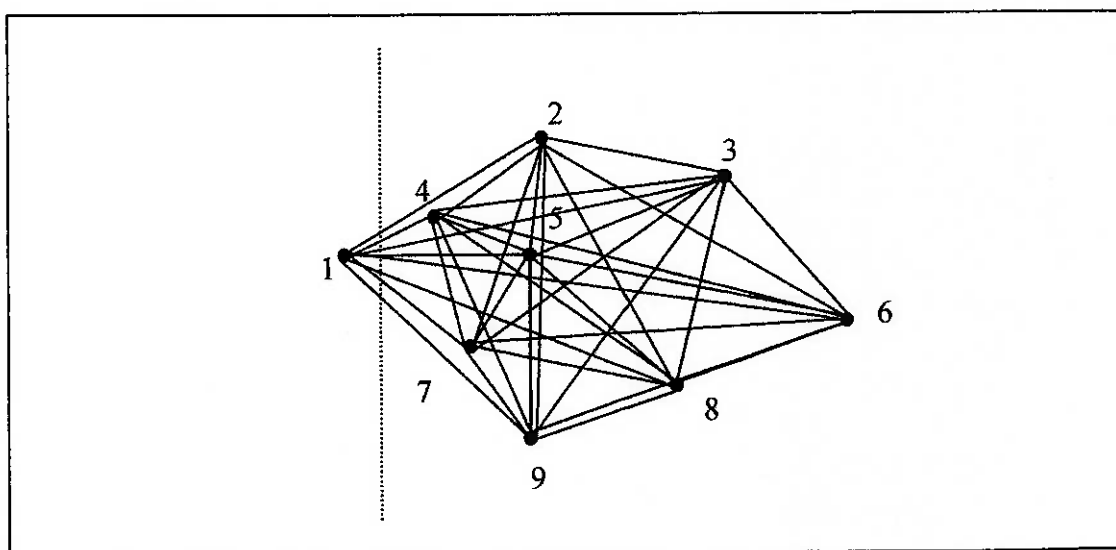


Figura 3.2.1 – Grafo $G(N,A)$ de Um Problema de Roteamento (Elaborado Pela Autora)

Dessa forma, uma possível configuração gráfica da solução para o exemplo acima, poderia ser a da Figura 3.2.2:

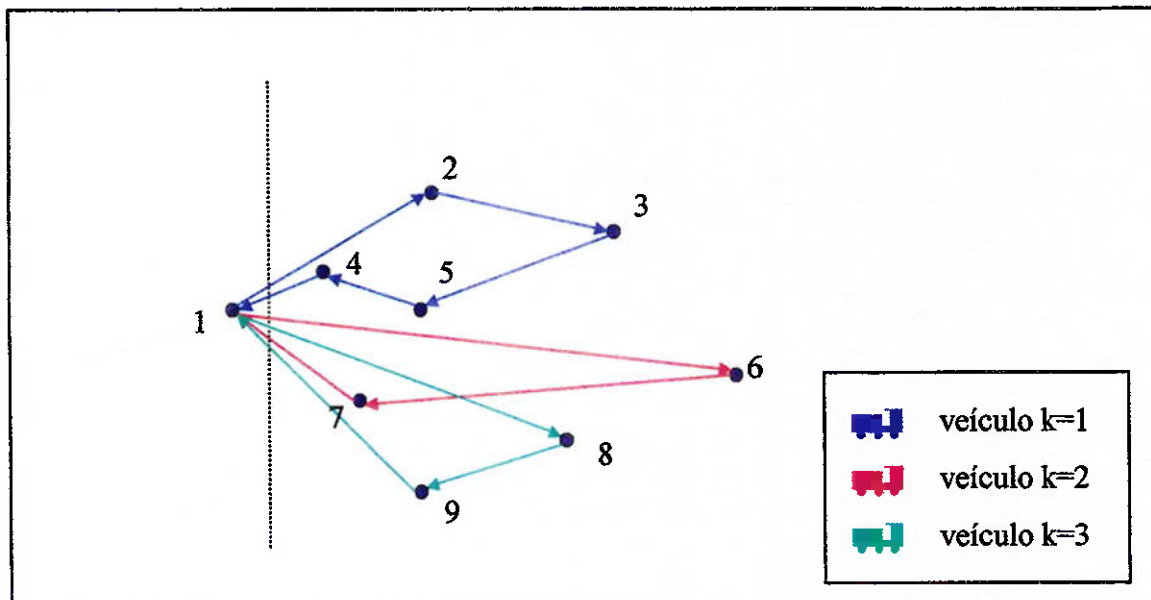


Figura 3.2.2 - Possível Configuração Gráfica da Solução (Elaborado Pela Autora)

Descrição de Variáveis e Parâmetros

Os índices, parâmetros e variáveis do modelo são apresentados a seguir em forma de tabelas.

Na Tabela 3.2.1 estão definidos os índices :

Índice	Representa a Entidade	Intervalo de Variação
i, j	Endereço do cliente, no modelo de Fisher e Jaikumar. Endereço do aluno, para o colégio	$(1, \dots, N)$, sendo $i=1$ o ponto de partida/chegada
k	Veículo, no modelo de Fisher e Jaikumar. Ônibus escolar, para o colégio.	$(1, \dots, M)$

Tabela 3.2.1 - Índices do Modelo de Fisher e Jaikumar (Elaborado Pela Autora)

Na Tabela 3.2.2 estão definidos os parâmetros :

Parâmetro	Significado
N	Número total de clientes (ou endereços, no caso do colégio).
M	Número total de veículos (ou ônibus, no caso do colégio).
c_{ij}	Custo de percorrer o percurso do endereço i para o j . Foi considerado, para o problema do colégio, o critério distância (em metros) para a determinação desse custo. Essa distância é obtida pela soma da medida de todas as ruas ou trechos que compõe o percurso $i - j$.
Q_k	Capacidade máxima do veículo k . No caso do colégio, o número máximo de alunos que um ônibus k consegue transportar.
q_i	É a demanda do cliente i . No caso do colégio, representa o número de alunos que desembarcam no endereço i .

Tabela 3.2.2 - Parâmetros do Modelo de Fisher e Jaikumar (Elaborado Pela Autora)

Na Tabela 3.2.3 estão definidas as variáveis :

Variável	Tipo	Significado
X_{ijk}	Binária	Assumindo o valor: - 1 : indica se o percurso que sai de i e vai para j , utilizando o ônibus k , é escolhido para fazer parte da solução - 0 , caso contrário
Y_{ik}	Binária	Assumindo o valor: - 1 : indica que o ônibus k visita o endereço i - 0 , caso contrário

Tabela 3.2.3 - Variáveis do Modelo de Fisher e Jaikumar (Elaborado Pela Autora)

Formulação

A formulação do modelo é apresentada a seguir:

Função objetivo :

$$\min z = \sum_{i,j} (c_{ij} \cdot \sum_k X_{ijk}) \quad (1)$$

Sujeito a :

$$\sum_{k=1}^M Y_{ik} = 1 \quad i = 2, \dots, N \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^M Y_{1k} = M \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N q_i \cdot Y_{ik} \leq Q_k \quad k=1, \dots, M \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^N X_{ijk} = \sum_{j=1}^N X_{jik} = Y_{ik} \quad i=1, \dots, N \text{ e } k=1, \dots, M \quad (5)$$

$$\sum_{i,j \in S} X_{ijk} \leq |S| - 1, \forall S \subseteq \{2, \dots, N\} \quad k=1, \dots, M \quad (6)$$

$$Y_{i,k} \in \{0,1\} \quad (7)$$

$$X_{i,j,k} \in \{0,1\} \quad (8)$$

Detalhamento do Modelo

Este item tem por finalidade explicar em detalhes a função objetivo e cada uma das restrições.

Função Objetivo (1): $\min z = \sum_{i,j} (c_{ij} \cdot \sum_k X_{ijk})$

Representa a soma do custo de todos os percursos escolhidos para fazer parte da solução do problema. Caso $\sum_k X_{ijk}$ receba o valor zero, o custo de seu respectivo arco, c_{ij} , não entrará na solução, pois este percurso $i-j$ não está sendo utilizado por qualquer ônibus. Caso $\sum_k X_{ijk}$ receba 1, ou seja, um dos ônibus foi designado para realizar o percurso $i-j$, o custo do seu respectivo arco será computado e adicionado aos outros. O modelo buscará uma configuração que minimize o custo total e ao mesmo tempo atenda a todas as demais restrições.

Restrição (2): $\sum_{k=1}^M Y_{ik} = 1, \quad i = 2, \dots, N$

Garante o atendimento de cada cliente, sendo este visitado por um veículo apenas. Esta restrição impede a situação ilustrada na Figura 3.2.3:

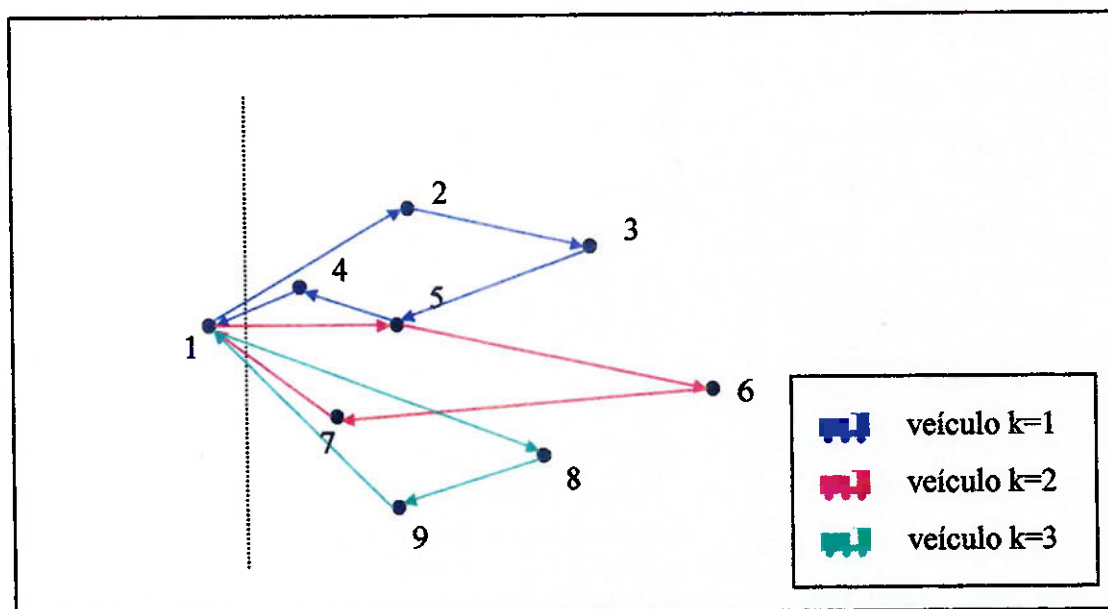


Figura 3.2.3 - Configuração não Permitida pela Restrição (2) (Elaborado Pela Autora)

Nesse exemplo, o cliente 5 não pode ser visitado pelos veículos 1 e 2 ao mesmo tempo, já que a restrição $Y_{5,1} + Y_{5,2} + Y_{5,3} = 1$ garante que apenas um dos três veículos seja designado para atendê-lo.

Restrição (3): $\sum_{k=1}^M Y_{1k} = M$

Assegura que o ponto de partida/chegada ($i=1$) receba a visita de todos os veículos. Essa restrição impede a situação apresentada na Figura 3.2.4:

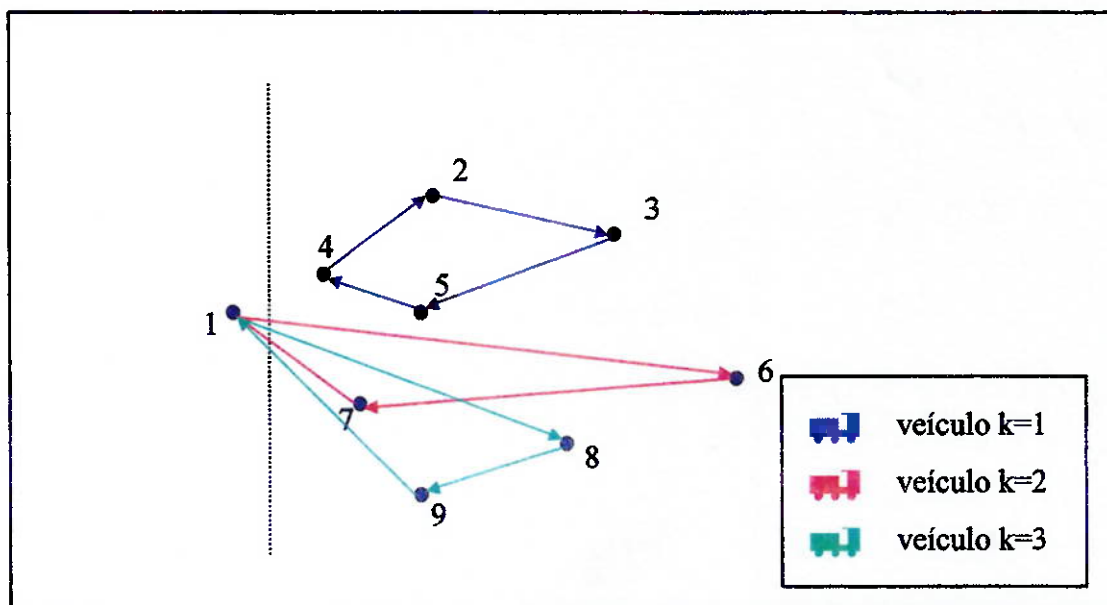


Figura 3.2.4 - Configuração não Permitida pela Restrição (3) (Elaborado Pela Autora)

Da restrição $Y_{1,1} + Y_{1,2} + Y_{1,3} = 3$, resulta que: $Y_{1,1} = 1$, $Y_{1,2} = 1$ e $Y_{1,3} = 1$, ou seja, que todos os veículos devem passar pelo ponto 1.

Restrição (4): $\sum_{i=1}^N q_i \cdot Y_{ik} \leq Q_k, \quad k=1, \dots, M$

Representa uma restrição de capacidade dos veículos: limita a utilização de cada veículo até sua capacidade máxima.

Cada veículo possui uma capacidade máxima de carga Q_k . Cada cliente, por sua vez, demandará uma quantidade q_i de carga. Sendo assim, a soma das demandas (q_i) de

todos os clientes escolhidos pelo modelo, para o veículo k , não poderá ultrapassar a capacidade máxima Q_k deste veículo.

Seja o exemplo da Figura 3.2.5:

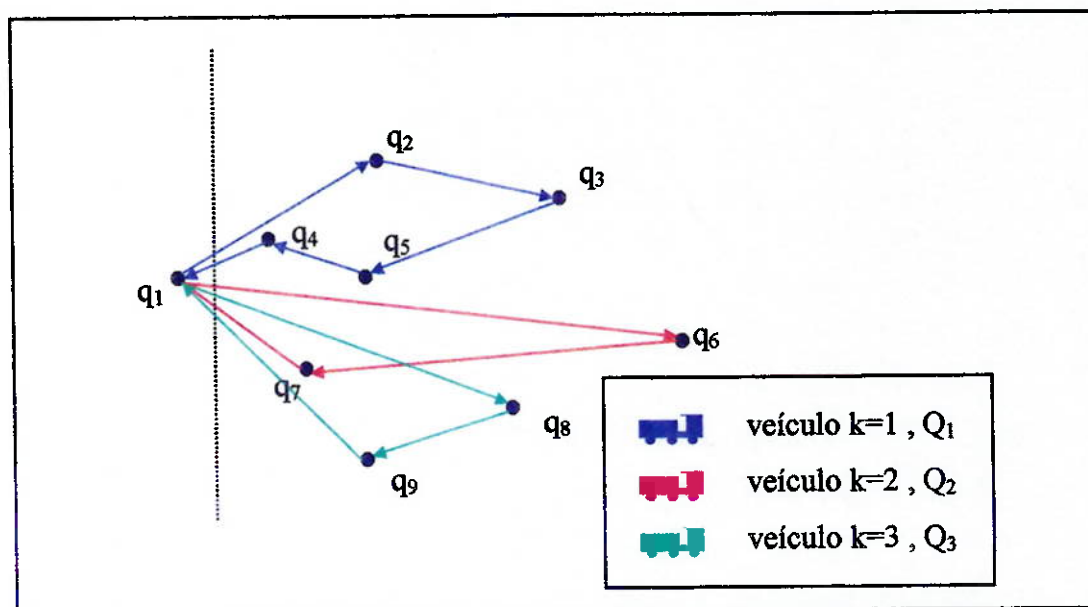


Figura 3.2.5 - Representação das Capacidades dos Veículos e Demanda dos Clientes
(Elaborado Pela Autora)

Neste exemplo, as variáveis $Y_{1,1}$, $Y_{2,1}$, $Y_{3,1}$, $Y_{4,1}$, $Y_{5,1}$, $Y_{1,2}$, $Y_{6,2}$, $Y_{7,2}$, $Y_{1,3}$, $Y_{8,3}$ e $Y_{9,3}$ receberiam o valor 1, e as demais variáveis Y_{ik} , o valor 0. Assim, as restrições resultantes seriam:

$$q_2 + q_3 + q_4 + q_5 \leq Q_1;$$

$$q_6 + q_7 \leq Q_2;$$

$$q_8 + q_9 \leq Q_3$$

Note-se que $q_1 = 0$, pois não há demanda associada ao ponto de partida/chegada.

$$\text{Restrição (5): } \sum_{j=1}^N X_{ijk} = \sum_{j=1}^N X_{jik} = Y_{ik}, \quad i=1, \dots, N \quad \text{e } k=1, \dots, M$$

Caso um veículo k seja escolhido para atender um cliente i ($Y_{ik}=1$), então:

- haverá obrigatoriamente um arco de origem (arco de chegada) e ele será único: $\sum_{j=1}^N X_{jik} = 1$

- haverá obrigatoriamente um arco de destino (arco de saída) e ele será único: $\sum_{j=1}^N X_{ijk} = 1$

Por outro lado, caso o ônibus k não passe pelo endereço i ($Y_{ik}=0$), não haverá qualquer arco de origem ($\sum_{j=1}^N X_{jik} = 0$) ou qualquer arco de destino ($\sum_{j=1}^N X_{ijk} = 0$).

A Figura 3.2.6 ilustra essas situações:

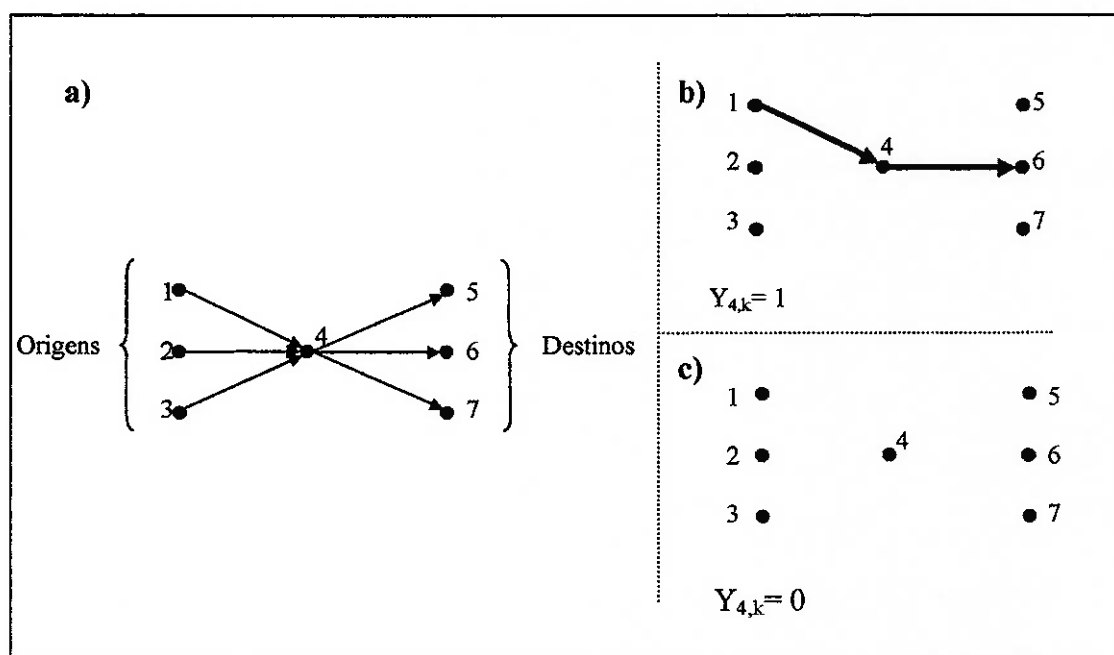


Figura 3.2.6 - Representação das Origens e dos Destinos dos Nós (Elaborado Pela Autora)

O item a) da figura considera o contexto de um cliente $i=4$ em um ônibus k qualquer, sendo que os arcos representam as possibilidades de origem e de destino desse cliente e os pontos 1, 2, 3, 5, 6 e 7, outros clientes. A equação de restrição para essa situação seria:

$$Y_{4,k} = X_{1,4,k} + X_{2,4,k} + X_{3,4,k} = X_{4,5,k} + X_{4,6,k} + X_{4,7,k}$$

Caso o veículo k seja designado para atender o cliente 4 ($Y_{4,k}=1$), serão escolhidos um único arco de origem e um único arco de destino, que poderia ser a situação ilustrada no item b). Nesse caso, as variáveis receberiam os seguintes valores:

$$Y_{4,k}=1 ; X_{1,4,k}=1 ; X_{2,4,k}=0 ; X_{3,4,k}=0 ; X_{4,5,k}=0 ; X_{4,6,k}=1 ; X_{4,7,k}=0$$

Caso o veículo k não seja designado para atender o cliente 4 ($Y_{4,k}=0$), todos os arcos receberão o valor 0, como ilustra o item c). A solução dessa situação seria:

$$Y_{4,k}=0; X_{1,4,k}=0; X_{2,4,k}=0; X_{3,4,k}=0; X_{4,5,k}=0; X_{4,6,k}=0; X_{4,7,k}=0$$

Restrição (6): $\sum_{i,j \in S} X_{ijk} \leq |S| - 1, \forall S \subseteq \{2, \dots, N\}, k = 1, \dots, M$

Considere $S \subseteq \{2, \dots, N\}$ um subgrafo de G e $|S|$ a quantidade de vértices desse subgrafo, como ilustrado na Figura 3.2.7 a seguir:

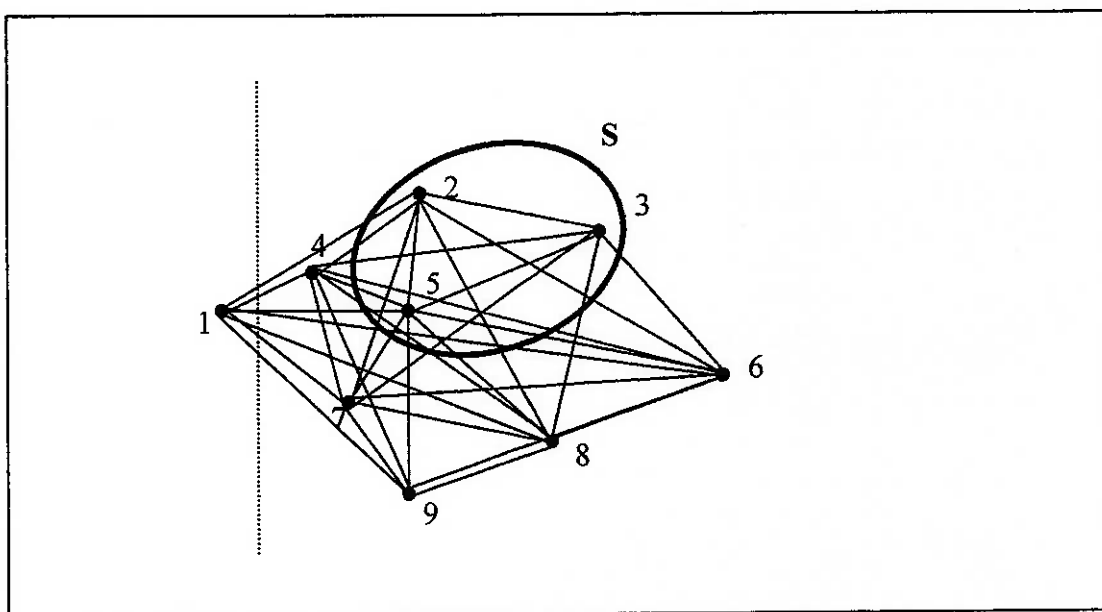


Figura 3.2.7 - Subgrafo S Qualquer (Elaborado Pela Autora)

A restrição (6) impõe, para cada ônibus k , que os arcos dos subgrafos S possíveis de fazer parte da solução não formem circuitos isolados (subrotas isoladas), inaceitáveis na prática. Para isso, é necessário que a quantidade de arcos de cada um desses subgrafos S ($\sum_{i,j \in S} X_{ijk}$) seja menor ou igual à quantidade de seus vértices menos 1 ($|S|-1$).

Sem essa restrição, o modelo poderia sugerir uma configuração de itinerário impossível, tal como a do exemplo ilustrado na Figura 3.2.8, mesmo que todas as demais restrições (restrições de (2) a (5)) fossem obedecidas.

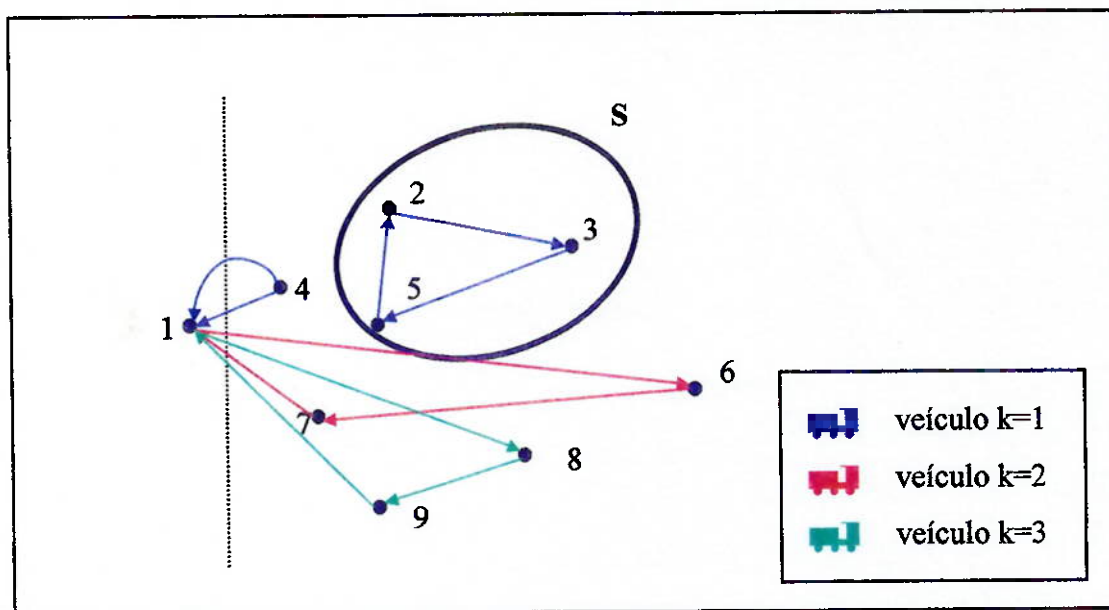


Figura 3.2.8 - Configuração não Permitida pela Restrição 6 (Elaborado Pela Autora)

Confirmando se as restrições (2) a (5) estão sendo respeitadas neste caso:

- A restrição (2) ($\sum_{k=1}^M Y_{ik} = 1$) está sendo obedecida, já que todos os clientes são atendidos por um único ônibus.
- A restrição (3) ($\sum_{k=1}^M Y_{1k} = M$) está sendo obedecida, pois todos os veículos passam pelo ponto de partida/chegada.
- A restrição (4) ($\sum_{i=1}^N q_i \cdot Y_{ik} \leq Q_k$) está sendo obedecida, supondo-se que a capacidade máxima de cada ônibus seja respeitada.
- Por fim, a restrição (5) ($\sum_{j=1}^N X_{ijk} = \sum_{j=1}^N X_{jik} = Y_{ik}$) está sendo obedecida, pois, para todo endereço designado a um determinado ônibus existe um único arco de destino e um único arco de origem e, ao mesmo tempo, para aquele que não foi designado ao ônibus, não existe qualquer arco de destino ou qualquer arco de origem.

Verificando agora se a restrição (6) está sendo obedecida:

Por esta restrição, a $\sum_{i,j \in S} X_{ijk}$ para o subgrafo S do exemplo deveria ser menor ou igual a 2.

No entanto : $X_{2,3,1} + X_{2,5,1} + X_{3,2,1} + X_{3,5,1} + X_{5,2,1} + X_{5,3,1} = 3$, ou seja, a $\sum_{i,j \in S} X_{ijk}$ é maior que 2, pois, conforme o desenho, $X_{2,3,1} = 1$, $X_{3,5,1} = 1$ e $X_{5,2,1} = 1$, concluindo-se que a restrição (6) não está sendo obedecida.

É, portanto, a restrição (6) que impedirá a situação impossível, tal como a em estudo.

Analisando agora o subgrafo S com uma solução possível na prática, como a representada na Figura 3.2.9, quanto à restrição (6):

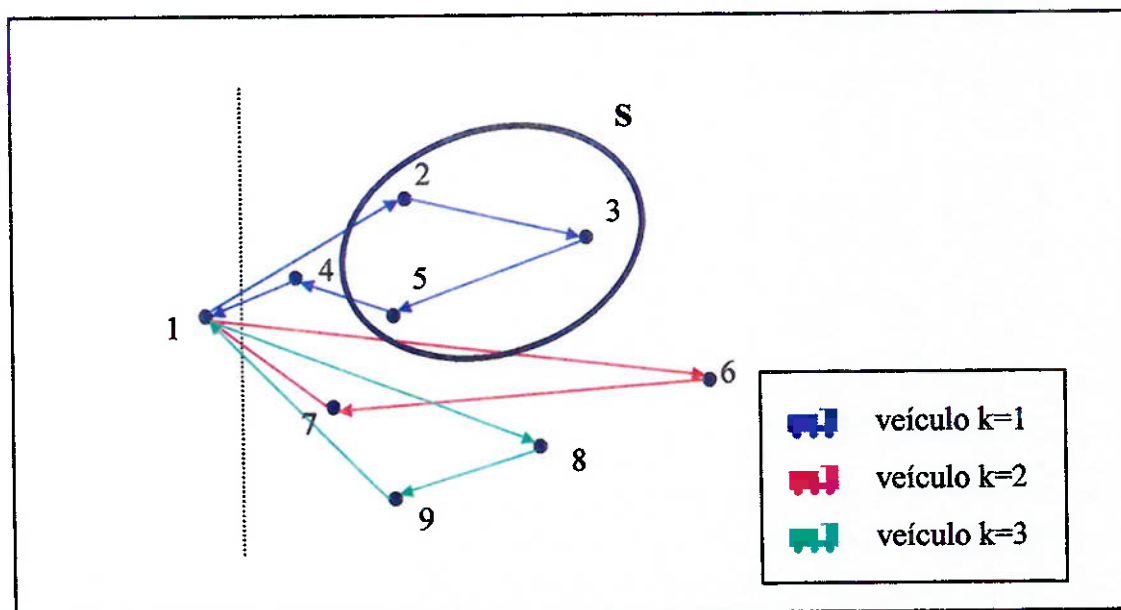


Figura 3.2.9 - Subgrafo S na Solução Apresentada (Elaborado Pela Autora)

De fato, para esse caso: $\sum_{i,j \in S} X_{ijk} = X_{2,3,1} + X_{2,5,1} + X_{3,2,1} + X_{3,5,1} + X_{5,2,1} + X_{5,3,1} = 2$

Analisou-se apenas uma das possíveis combinações de subgrafos S que poderiam ser definidas.

O modelo de Fisher faz uma análise semelhante, para cada ônibus, de todos os subgrafos possíveis. Isso reforça um aspecto importante, que é a sua natureza combinatória, tornando a questão altamente complexa.

3.3 MODELO ADAPTADO

Conforme destacado no capítulo 2.2, a resolução prática dos problemas PRV, de natureza *NP-Hard*, é em geral extremamente complexa, principalmente pela imensa quantidade de combinações que podem existir teoricamente, dependendo do número de variáveis e restrições envolvidas. Até mesmo em um problema simples como o deste trabalho, em que há somente oito ônibus e 51 endereços a considerar, a quantidade de percursos teoricamente possíveis seria da ordem de 20.000.

Assim colocado, o modelo do trabalho será baseado na formulação de Fisher e Jaikumar, porém, adaptado às condições práticas, de forma a evitar ao máximo as complicações do modelo teórico.

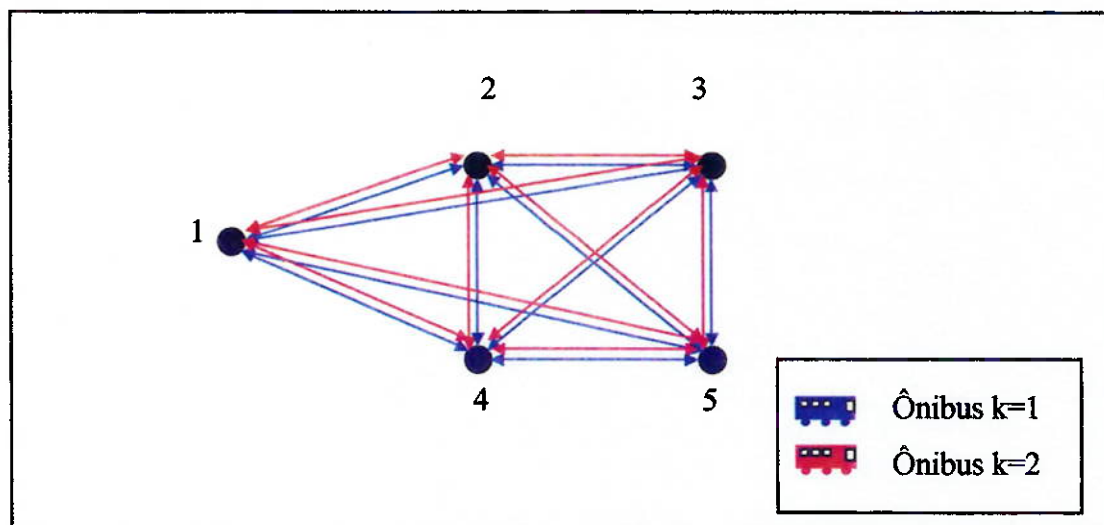
A principal adaptação a ser feita é o pré-mapeamento dos arcos. Com base nas condições reais do problema, onde algumas possibilidades teóricas são inviáveis ou inaceitáveis e outras, obrigatórias a priori, reduz-se ao mínimo possível a quantidade de arcos a serem submetidos ao modelo. Este só deve trabalhar com as variáveis correspondentes aos arcos cuja situação não está ainda plenamente definida. Além da redução do número de variáveis, essa medida (pré-mapeamento) possibilitará também a eliminação de algumas restrições do modelo de Fisher e Jaikumar.

Certamente, uma das condições relevantes no pré-mapeamento para o caso do Anglo Latino seria o aproveitamento da logística de transporte já existente.

3.3.1 Considerações Iniciais

O modelo Fisher e Jaikumar, tal como descrito no Capítulo 3.2, considera todas as variáveis X_{ijk} e Y_{ik} (com $i=1, \dots, N$ e $k=1, \dots, M$). Numa situação hipotética de quatro endereços ($i=2$ a 5), um ponto de partida ($i=1$) e dois ônibus, a configuração de possibilidades de arcos seria a da Figura 3.3.1.1.

Em termos da função objetivo e das equações de restrição, esse modelo trabalhará com todos os arcos traçados.



*Figura 3.3.1.1 - Situação Hipotética de 4 Endereços com Todas as Combinações de Arcos
(Elaborado Pela Autora)*

Por outro lado, o gráfico de um modelo adaptado, com a quantidade de arcos já devidamente reduzida por condições específicas impostas, seria muito mais simples, quem sabe talvez, como o apresentado na figura 3.3.1.2

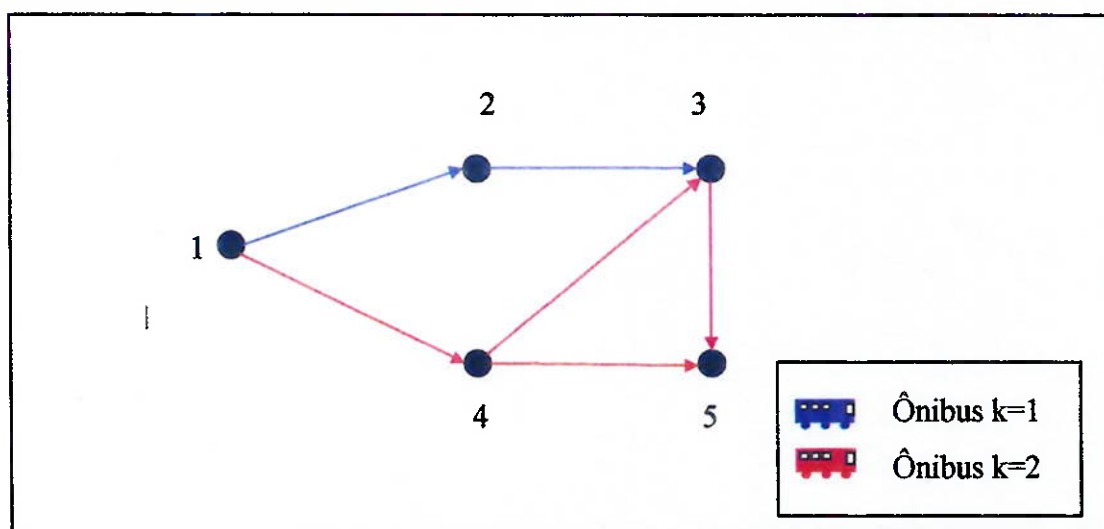


Figura 3.3.1.2 – Situação Hipotética de um Modelo Adaptado

Em termos da função objetivo e das equações de restrição, um modelo adaptado receberá apenas as variáveis correspondentes aos arcos cuja situação de “se faz parte ou não da solução” não está ainda definida.

No caso hipotético da Figura 3.3.1.2, quanto às variáveis X_{ijk} :

- Os arcos 2-3, 4-3, 3-5 e 4-5 não tem ainda sua situação definida. De fato, caso o endereço 3 seja designado ao ônibus 1, as variáveis $X_{4,5,2}$ e $X_{2,3,1}$ receberão o valor 1, pois farão parte da solução, enquanto $X_{4,3,2}$, $X_{3,5,2}$

receberão 0, pois não o farão. Se, ao contrário, o endereço 3 for designado ao ônibus 2, os valores dessas variáveis serão trocados. Dessa forma, as variáveis $X_{2,3,1}$, $X_{4,3,2}$, $X_{3,5,2}$ e $X_{4,5,2}$ devem ser consideradas no modelo adaptado.

- Os arcos 1-2 e 1-4 já tem, a priori, sua situação definida. Serão obrigatoriamente percorridos por imposição do próprio pré-mapeamento e, portanto, suas correspondentes variáveis $X_{1,2,1}$ e $X_{1,4,2}$ terão um valor já definido e igual a 1. Dessa maneira, essas variáveis não serão colocadas nem na função objetivo e nem nas equações de restrição.
- Os demais arcos, que não aparecem no pré-mapeamento, como por exemplo o 2-4, também não serão considerados no equacionamento, pois já possuem o valor definido e igual a 0.

Quanto às variáveis Y_{ik} :

- Serão consideradas no equacionamento as variáveis Y_{ik} que não têm seu valor fixo e conhecido desde o princípio. Estas correspondem às Y_{ik} cujo respectivo endereço i pode ser designado para dois ou mais ônibus. No exemplo da Figura 3.3.1.2, as variáveis que respeitam essa condição são apenas $Y_{3,1}$ e $Y_{3,2}$, pois o endereço 3 é o único que pode ser atendido tanto pelo ônibus 1 como pelo ônibus 2.
- As variáveis Y_{ik} cujo correspondente endereço i pode ser designado a um único ônibus, têm, a princípio, seu valor fixo e igual a 1. Essas variáveis não serão consideradas no equacionamento. No exemplo da Figura, essas variáveis são $Y_{2,1}$, $Y_{4,2}$ e $Y_{5,2}$.
- As demais variáveis Y_{ik} , ou seja, aquelas cujo endereço i não pode ser designado ao ônibus k , têm seu valor fixo e igual a 0 e, portanto, não serão consideradas no modelo: $Y_{2,2}$, $Y_{4,1}$ e $Y_{5,1}$.

Descreve-se a seguir processo de adaptação do modelo de Fisher e Jaikumar para o problema deste trabalho.

3.3.2 Processo de Adaptação

O processo completo de adaptação envolverá três etapas:

- *Determinação dos Endereços com Possibilidade de Realocação:* nesta etapa serão identificados os endereços que teriam mais de um ônibus como possibilidade de escolha, baseados em critérios a serem estabelecidos;
- *Mapeamento dos Arcos:* esta etapa servirá para identificar quais arcos, resultantes da decisão da etapa anterior, serão considerados no modelo adaptado, os quais serão apenas aqueles que não têm sua situação definida a priori. São as variáveis correspondentes a esses arcos que entrarão no equacionamento do modelo;
- *Tradução do Modelo de Fisher e Jaikumar Para o Modelo Adaptado:* a partir das variáveis definidas na etapa anterior, constroem-se as equações de restrição e a função objetivo. Cabe destacar que as equações do modelo adaptado não terão uma conformação genérica como a do modelo teórico, pois uma grande parte das variáveis estará ausente nesse modelo, ou porque elas não existem de fato ou, ao contrário, porque sua solução é previamente conhecida e única.

Analisando agora o problema real do trabalho com vistas à formulação do modelo adaptado, pode-se realizar algumas observações:

- O Colégio Anglo Latino dispõe hoje de 8 ônibus, cada qual atendendo uma determinada região, ou seja, tem um conjunto de itinerários plenamente definidos;
- Não há necessidade e nem desejo, por exemplo, de que o ônibus do Jabaquara venha a atender um endereço localizado nos Jardins;
- Confrontando os relatórios de transporte do próprio colégio (AnexoII) com o mapa da cidade, observa-se que talvez muitos dos endereços hoje

atendidos por um determinado ônibus pudessem passar a sê-lo por outros, pela proximidade.

Nessas condições, o processo de adaptação pode levar em conta as seguintes sugestões:

- Aproveitar parte dos itinerários atuais;
- Não aceitar grandes desvios de rota;
- Analisar a possibilidade de realocação dos endereços a itinerários de outros ônibus, desde que não resulte em um desvio muito grande;
- Tentar preservar a direção e sentido dos itinerários originais;

Em seguida é apresentado o processo de adaptação.

Primeira Etapa: Determinação dos Endereços com Possibilidade de Realocação

Seguindo as sugestões anteriormente relacionadas como critério para a determinação dos endereços com possibilidade de realocação, chegou-se ao seguinte procedimento:

- Em uma planta da cidade de São Paulo, marca-se com caneta todos os endereços dos alunos e o ponto de partida.
- Para cada ônibus, marca-se o itinerário original.
- Para cada par de endereços i e j consecutivos de cada ônibus k : desenha-se uma circunferência cujo centro se encontra no ponto médio de i e j e cujo raio é $\frac{d_{ij}}{2}$, sendo d_{ij} o segmento de reta que une o endereço i ao j .

Todos os endereços de outros ônibus que estiverem contidos na área compreendida por essa circunferência deverão entrar no ônibus k , entre os pontos i e j .

Seja o caso da Figura 3.3.2.1, onde traçou-se uma circunferência entre os pontos 1 e 2 do ônibus 1, obedecendo ao procedimento já descrito:

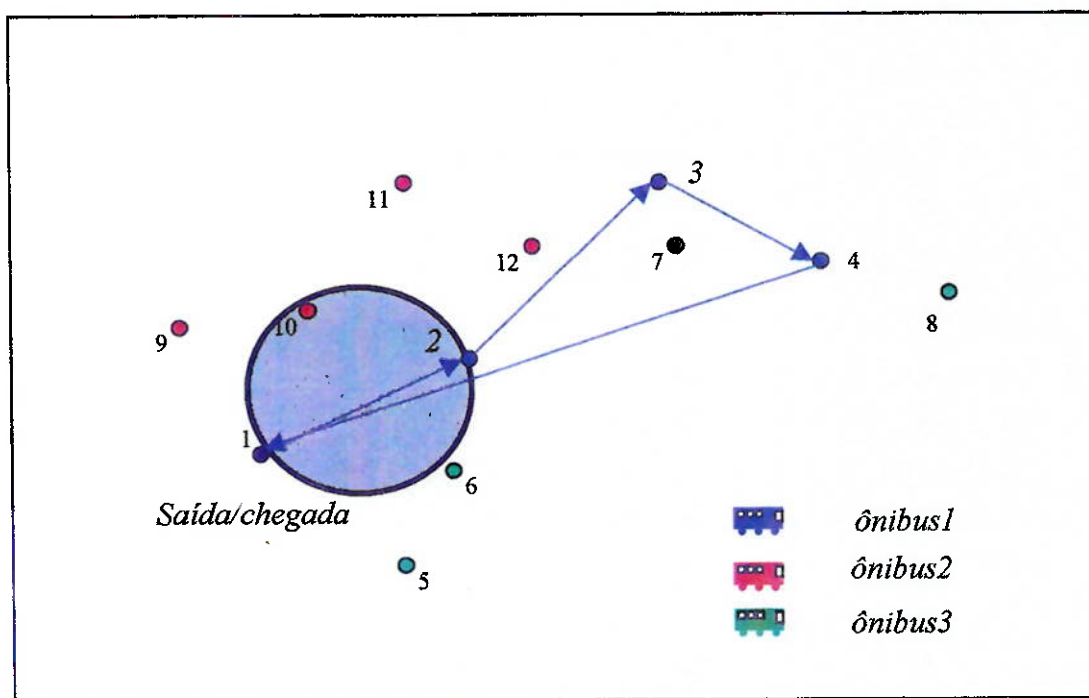


Figura 3.3.2.1 - Possibilidade de Realocação de Endereços aos Ônibus (Elaborado Pela Autora)

Neste caso, o endereço 10 (hoje atendido pelo ônibus 2) é o único endereço de outro ônibus que poderia eventualmente vir a ser atendido pelo ônibus 1 no trecho 1-2. Assim, o endereço 10 é definido como uma possibilidade no itinerário do ônibus 1, nesse trecho.

No caso em que mais de um endereço pode ser designado entre i e j de um ônibus k , a sequência estabelecida deve ser tal que o sentido original seja respeitado. Seja então a Figura 3.3.2.2:

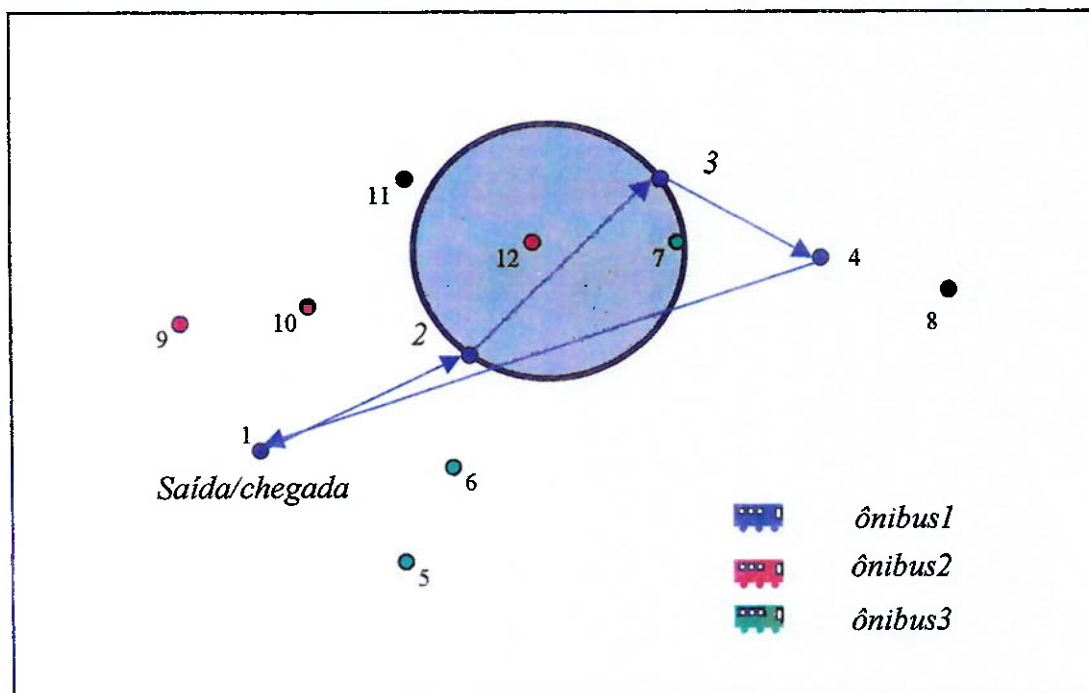


Figura 3.3.2.2 - Ordenação da Sequência de 2 Endereços Colocados entre i e j
(Elaborado Pela Autora)

Nesse exemplo, entre os endereços 2 e 3 do ônibus 1 podem ser designados os endereços 12 (ônibus 2) e 7 (ônibus 3). Considerando-se o sentido original de 2 para 3 observa-se que o ônibus 12 é anterior ao 7. Nesse caso, a possível sequência a ser obedecida é 2-12-7-3.

No caso em que determinado endereço i pode estar em mais do que uma posição dentro de um mesmo ônibus, conforme ilustrado na Figura 3.3.2.3, será escolhida aquela que resulte em menor alteração na distância.

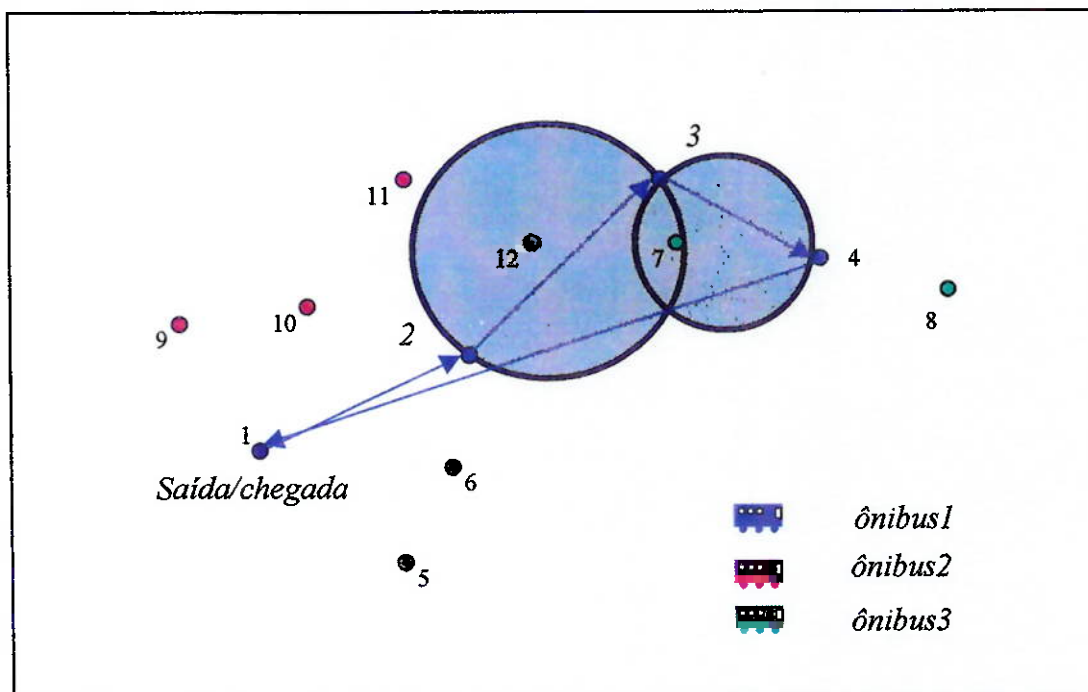


Figura 3.3.2.3 - Posição de um Endereço com Mais de uma Possibilidade em um Mesmo Ônibus
(Elaborado Pela Autora)

Na Figura 3.3.2.3 o endereço $i=7$ pode ser alocado tanto entre os pontos 2 e 3 como também entre os pontos 3 e 4 do mesmo ônibus 1. Nesse caso, o endereço em questão será posicionado entre os endereços 3 e 4, já que a distância 7-4 é menor que a distância 7-2 e a distância 7-3 é igual para ambas as opções.

O percurso entre o último endereço de entrega e o endereço do colégio não será incluído no processo de determinação dos endereços com possibilidade de realocação. Em geral, essa distância é muito grande, originando uma circunferência também muito grande, o que contrariaria as considerações iniciais propostas.

A Figura 3.3.2.4 ilustra a situação do arco 4-1 do ônibus 1.

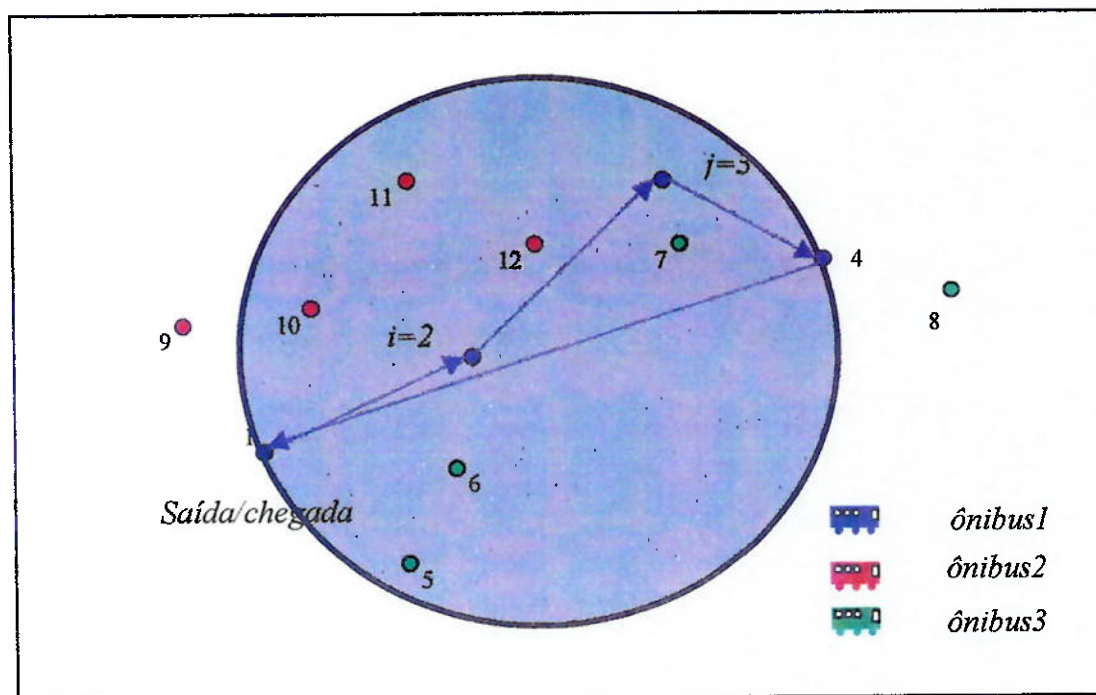


Figura 3.3.2.4 - Alocação de Endereços Entre o Primeiro e o Último Endereço de Um Ônibus
(Elaborado Pela Autora)

Nesse caso, a circunferência teria um raio tal que englobaria quase todos os demais endereços. Para evitar esse tipo de situação, decidiu-se que não será permitida a alocação de endereços no último percurso dos ônibus.

Segunda Etapa: Mapeamento dos Arcos

Como resultado da primeira etapa, serão alterados os itinerários tanto do ônibus que continha originalmente o endereço, como do ônibus para o qual esse endereço passa a ser uma nova alternativa, mapeando-se todas as novas possibilidades de arcos e considerando-se a ausência e a presença desse endereço nos ônibus. Conforme foi estabelecido na primeira etapa, é definida uma sequência clara para os endereços, não sendo permitida a volta a um endereço que esteja numa posição anterior nessa sequência. A única volta permitida é a do último endereço de destino para o endereço $i=1$ (ponto de chegada/partida). Ao final do mapeamento dos arcos, obtém-se todas as variáveis que farão parte efetivamente do modelo, ou seja, aquelas que podem receber 0 ou 1.

O processo de obtenção dos arcos pode ser acompanhado pelo exemplo da Figura 3.3.2.5:

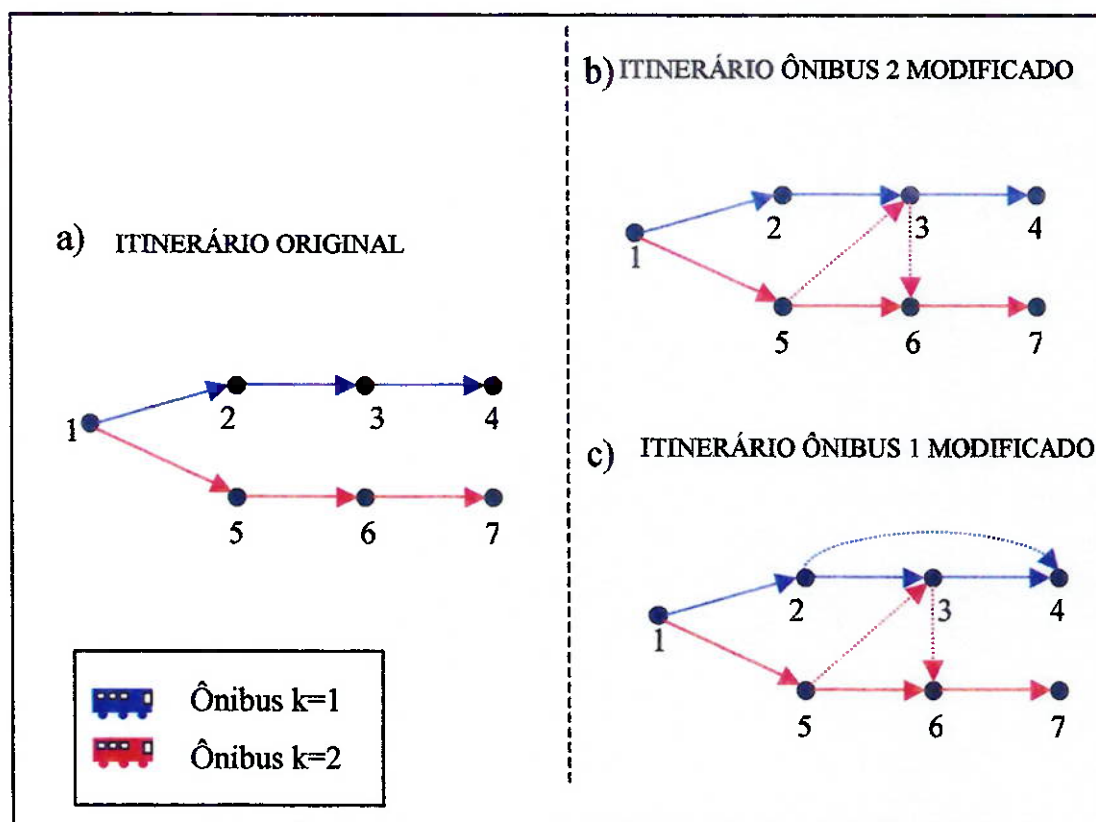


Figura 3.3.2.5 - Mapeamento das Possibilidades de Arcos (Elaborado Pela Autora)

Supondo que na primeira etapa da adaptação, ou seja, determinação dos endereços com possibilidade de realocação, o endereço 3, originalmente atendido pelo ônibus 1 (item a) da Figura 3.3.2.5), tenha sido identificado como possibilidade do itinerário do ônibus 2.

Nesse caso, o mapeamento dessa segunda etapa seria: com a introdução do endereço 3 como possibilidade no itinerário do ônibus 2, este é modificado de maneira a considerar a possível visita do ônibus 2 ao endereço 3, resultando nas duas variáveis $X_{5,3,2}$ e $X_{3,6,2}$. Como o sentido inicial era do endereço 5 para o 6, os sentidos dos arcos criados serão: do 5 para o 3 e do 3 para o 6 (item b) da Figura 3.3.2.5).

Paralelamente, o ônibus 1 deve também ter seu itinerário original modificado, pois deve considerar a possibilidade da ausência do endereço 3. Nesse caso, busca-se uma forma de se chegar ao endereço 4 sem passar pelo 3, resultando na variável $X_{2,4,1}$ (item c) da Figura 3.3.2.5).

Assim, as variáveis X_{ijk} do exemplo do modelo seriam:

$X_{2,3,1}$; $X_{2,4,1}$; $X_{3,4,1}$; $X_{5,6,2}$; $X_{5,3,2}$; $X_{3,6,2}$.

É importante observar que as variáveis $X_{1,2,1}$; $X_{1,5,1}$ e $X_{6,7,2}$ não serão consideradas, já que seus valores já são definitivamente conhecidos e iguais a 1.

No exemplo apresentado, as únicas variáveis Y_{ik} que não têm seu valor fixo e conhecido desde o começo e, portanto, irão ser consideradas no modelo, são $Y_{3,1}$ e $Y_{3,2}$. O endereço 3 é, neste caso, o único que pode ser designado tanto para o ônibus 1 como para o ônibus 2. Os demais endereços já têm seu ônibus definido desde o começo.

Terceira Etapa: Tradução do Modelo de Fisher e Jaikumar Para o Modelo Adaptado

A tradução do modelo de Fisher e Jaikumar para o modelo adaptado consiste no detalhamento da função objetivo e das equações de restrição considerando-se as condições da adaptação. Conforme já anunciado, a formulação de Fisher e Jaikumar, escrita na forma de equações genéricas do tipo $\sum_{i=1}^N q_i Y_{ik} \leq Q_k$ ($k=1, \dots, M$), não será utilizada como tal no modelo adaptado. Em seu lugar, entrarão equações não genéricas, que serão chamadas de *restritas* no trabalho, as quais considerarão tão somente as variáveis não ainda completamente definidas, conforme etapa anterior.

Esta terceira etapa trata do equacionamento do modelo adaptado nas condições descritas.

A Figura 3.3.2.6 será utilizada como exemplo para ilustrar o processo de tradução da função objetivo e das equações de restrição do modelo:

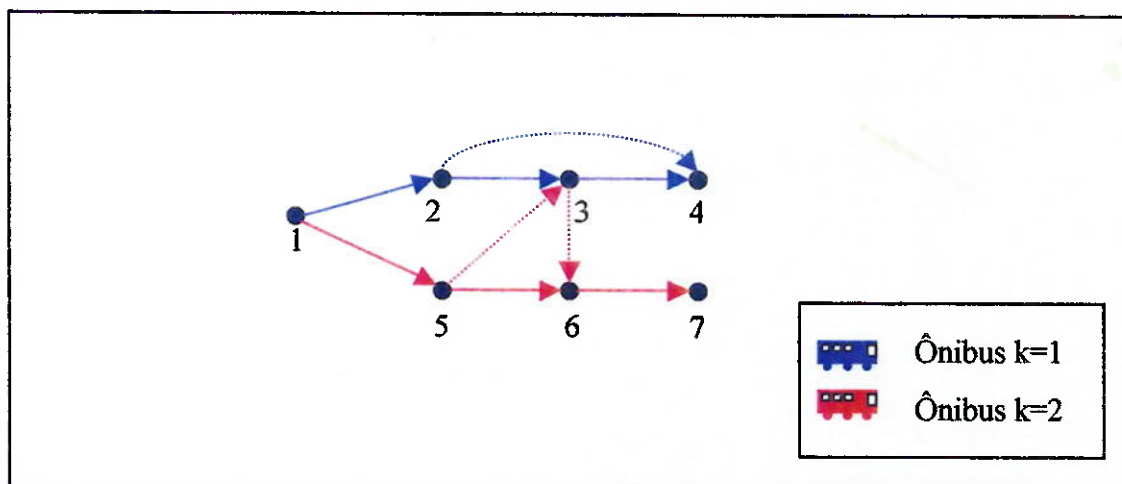


Figura 3.3.2.6 - Exemplo ilustrativo (Elaborado Pela Autora)

Função objetivo (1): $\min z = \sum_{i,j} (c_{ij} \cdot \sum_k X_{ijk})$

A função objetivo busca a solução que forneça o menor custo total de deslocamento, ou seja, a menor distância percorrida possível.

A função objetivo restrita irá considerar como custo total apenas a soma dos custos dos arcos associados às variáveis X_{ijk} definidas na etapa de mapeamento.

Observe-se que, nesse exemplo, as variáveis $X_{1,2,1}$, $X_{1,5,2}$ e $X_{6,7,2}$ já têm um valor fixo, sendo que seus percursos serão obrigatoriamente percorridos, qualquer que seja a solução. Portanto essas variáveis não entrarão na função objetivo e, também, os custos correspondentes ($c_{1,2}$, $c_{1,5}$ e $c_{6,7}$) não serão contabilizados na soma total.

Para o exemplo, seria construída a seguinte função objetivo restrita:

$$\min z = c_{2,3} \cdot X_{2,3,1} + c_{2,4} \cdot X_{2,4,1} + c_{3,4} \cdot X_{3,4,1} + c_{5,6} \cdot X_{5,6,2} + c_{5,3} \cdot X_{5,3,2} + c_{3,6} \cdot X_{3,6,2}$$

Restrição (2): $\sum_{k=1}^M Y_{ik} = 1, \quad i = 2, \dots, N$

Para cada endereço i que tenha a possibilidade de ser designado a dois ônibus ou mais, será elaborada uma equação restrita a partir da genérica. No modelo do exemplo, apenas o endereço 3 satisfaz a essa condição, já que os demais endereços estão previamente designados a um determinado ônibus. Neste caso, a equação restrita seria:

$$Y_{3,1} + Y_{3,2} = 1$$

Como já explicado no capítulo 3.2, essa restrição garante que apenas um dos endereços seja escolhido.

Restrição (3):
$$\sum_{k=1}^M Y_{1k} = M$$

A restrição (3) do modelo original não será utilizada no modelo adaptado. Como foi demonstrado no capítulo 3.2, esta restrição assegura que todos os ônibus passem pelo ponto de partida/chegada ($i=1$). No entanto, os arcos definidos no pré-mapeamento estão inter-relacionados de tal maneira que:

- Se pelo menos 1 endereço for alocado a determinado ônibus, a solução será um circuito passando necessariamente pelo ponto inicial;
- Se nenhum endereço for alocado para esse ônibus k , então $Y_{1,k}$ receberá 0 e o ônibus não será utilizado.

Dessa forma, o modelo do trabalho permite a eliminação dos ônibus não utilizados e, para os demais, garante sua passagem pelo ponto de partida/chegada, sem a necessidade da restrição (3).

Restrição (4):
$$\sum_{i=1}^N q_i \cdot Y_{ik} \leq Q_k, \quad k=1, \dots, M$$

Para cada ônibus, existirá uma inequação restrita, considerando apenas as variáveis $Y_{i,k}$ definidas na etapa de mapeamento, ou seja, aquelas cujos valores podem variar.

Além disso, no modelo adaptado, o parâmetro Q_k não corresponderá à capacidade total do ônibus, mas sim a esta capacidade descontada a quantidade de alunos que se sabe desde o início que utilizarão esse ônibus. Essa capacidade resultante será denominada *capacidade atual*.

Supondo, para o exemplo dado, que a capacidade máxima de cada ônibus seja 8.

A Tabela 3.3.2.1 apresenta a distribuição de demanda nos endereços.

Endereço i	Demanda q_i
2	2 alunos
3	1 alunos
4	3 alunos
5	1 alunos
6	1 alunos
7	2 alunos

*Tabela 3.3.2.1 - Demanda de Alunos nos Endereços para o Exemplo Proposto
(Elaborado Pela Autora)*

Considerando-se que os endereços 2 e 4 já estão designados ao ônibus 1, por falta de outra opção, verifica-se, pela tabela acima, que cinco de seus assentos já estão reservados. Da mesma maneira, como os endereços 5, 6 e 7 já estão designados ao ônibus 2, haverá, neste, 4 assentos já ocupados. A capacidade atual Q_k , levando-se em conta os lugares previamente reservados, é apresentada na Tabela 3.3.2.2:

Ônibus k	Capacidade Máxima	Assentos Reservados	Capacidade atual Q_k
1	8	5	3
2	8	4	4

*Tabela 3.3.2.2 - Capacidade Máxima e Capacidade Atual dos Ônibus do Exemplo Proposto
(Elaborado Pela Autora)*

Dessa maneira, são definidas as seguintes equações restritas para o modelo do exemplo:

$$1.Y_{3,1} \leq 3$$

$$1.Y_{3,2} \leq 4$$

$$\text{Restrição (5): } \sum_{j=1}^N X_{ijk} = \sum_{j=1}^N X_{jik} = Y_{ik} \quad , \quad i=1,\dots,N \quad \text{e } k=1,\dots,M$$

A restrição genérica pode, sem perda de validade, ser transformada em duas equações equivalentes:

$$\text{Restrição de Chegada ou Origens: } \sum_{j=1}^N X_{jik} = Y_{i,k} \quad (5.1)$$

$$\text{Restrição de Saída ou Destinos: } \sum_{j=1}^N X_{ijk} = Y_{i,k} \quad (5.2)$$

No processo de tradução para o modelo adaptado, é realizada a seguinte análise para cada Y_{ik} :

- Se o endereço i associado ao ônibus k é possível e obrigatório ($Y_{i,k}=1$): o lado direito da equação recebe o valor 1 e o lado esquerdo recebe a soma de todas as possíveis origens (para restrição 5.1) ou todos os possíveis destinos (restrição 5.2). Havendo apenas uma possível origem, ou apenas um possível destino a equação não será montada (pois configura-se a situação $1=1$);
- Se o endereço i associado ao ônibus k é possível, mas não obrigatório ($Y_{i,k} = 0$ ou 1): o lado direito das equações recebe a variável Y_{ik} e o lado esquerdo recebe a soma de todas as possíveis origens (para restrição 5.1) ou todos os possíveis destinos (restrição 5.2);
- Se o endereço i associado ao ônibus k é impossível ($Y_{i,k}=0$): não é elaborada nenhuma restrição do tipo (5).

Para o exemplo considerado, as seguintes equações seriam elaboradas:

$$\text{Saída } Y_{2,1} : X_{2,3,1} + X_{2,4,1} = 1 \quad ;$$

$$\text{Saída } Y_{3,1} : X_{3,4,1} = Y_{3,1} \quad ;$$

$$\text{Chegada } Y_{3,1} : X_{2,3,1} = Y_{3,1} \quad ;$$

$$\text{Chegada } Y_{4,1} : X_{3,4,1} + X_{2,4,1} = 1 \quad ;$$

$$\text{Saída } Y_{5,2} : X_{5,3,2} + X_{5,6,2} = 1 \quad ;$$

$$\text{Saída } Y_{3,2} : X_{3,6,2} = Y_{3,2} ;$$

$$\text{Chegada } Y_{3,2} : X_{5,3,2} = Y_{3,2} ;$$

$$\text{Chegada } Y_{6,2} : X_{5,6,2} + X_{3,6,2} = 1 .$$

$$\text{Restrição (6): } \sum_{i,j \in S} X_{ijk} \leq |S| - 1, \forall S \subseteq \{2, \dots, N\}, \quad k = 1, \dots, M$$

A restrição (6) do modelo original não será utilizada no modelo adaptado, pois foi decidido, desde o início, que a “volta” para um endereço anterior na sequência de endereço, exceto à do último destino até a origem, não seria permitida. Esta condição impede a formação de circuitos isolados, tornando o uso da restrição (6) dispensável.

Observações Importantes

A decisão pela adaptação do modelo de Fisher e Jaikumar trouxe como benefícios a simplificação e viabilização prática do modelo, pois:

- Permitiu uma redução significativa das variáveis consideradas;
- Permitiu a eliminação da restrição (3) do modelo original;
- Permitiu a eliminação da restrição (6) da formulação original. Essa restrição é particularmente representativa, pois é responsável por atribuir a característica combinatorial ao problema. A eliminação da mesma é um importante fator no processo de tornar o algoritmo eficiente.

Por outro lado, criou outras necessidades intrínsecas ao próprio processo:

- Determinação dos endereços com possibilidade de realocação (1ª etapa);
- Mapeamento dos Arcos (2ª etapa);
- Tradução do modelo de Fisher e Jaikumar para o modelo adaptado (3ª etapa).

Essas atividades, principalmente as duas últimas (mapeamento e tradução) tornam-se mais trabalhosas quanto maior o número de endereços e ônibus. Com o intuito de

agilizar e proporcionar maior segurança às etapas 2 e 3 do processo de tradução, foi elaborado um programa em Excel que utiliza um algoritmo de determinação dos arcos do modelo, também desenvolvido no trabalho, como ferramenta de apoio. Esse experimento será detalhado no capítulo 5.

Ao final do processo de adaptação, todo o equacionamento do modelo adaptado estará pronto. Esse equacionamento, junto com os parâmetros do modelo (valores de custos, demandas e capacidades), serão as entradas para o software Cplex, escolhido para realizar a otimização do modelo. As saídas desse programa constituirão no resultado do problema de transporte do colégio.

Nesse ponto, cabe apresentar um resumo esquemático de todo o processo de modelagem desenvolvido neste trabalho:

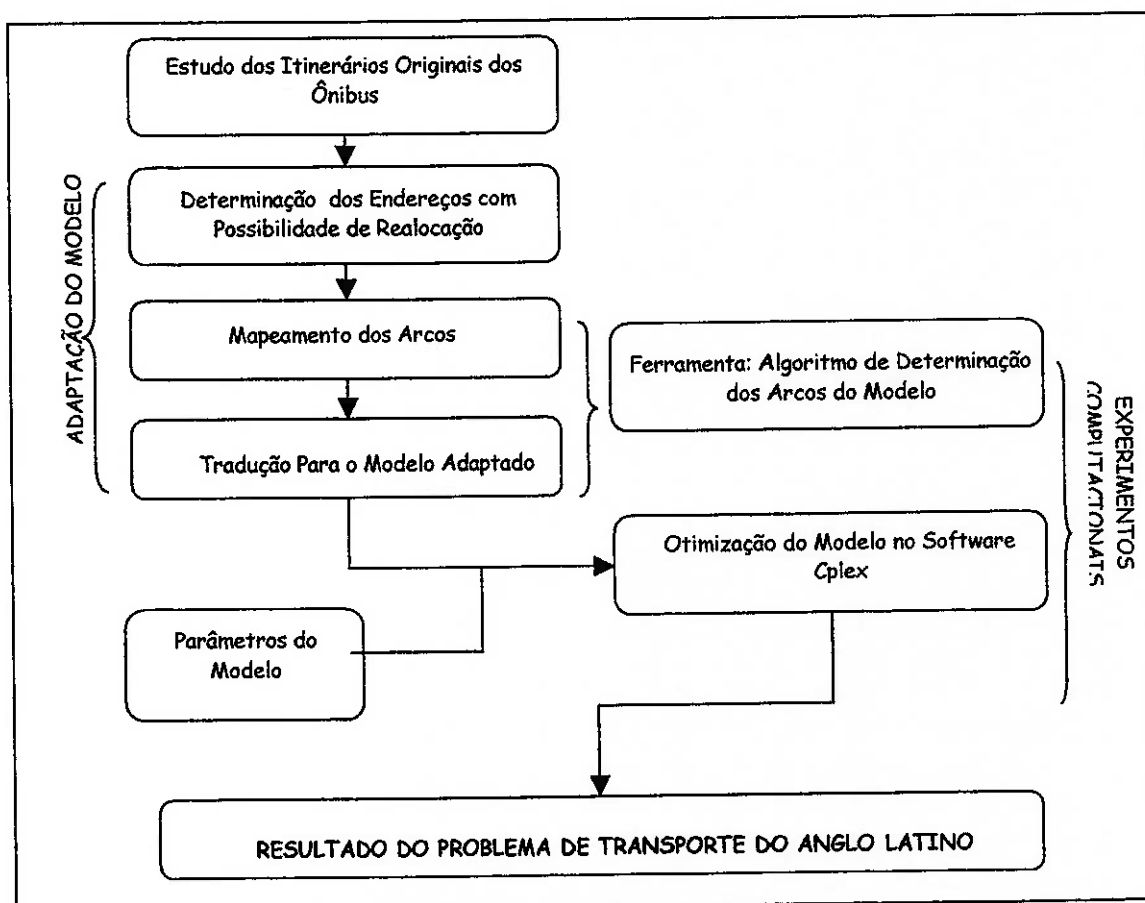


Figura 3.3.2.7 - Metodologia Completa para a Execução da Modelagem Elaborada no Trabalho (Elaborado Pela Autora)

3.4 EXEMPLO REDUZIDO

O objetivo deste tópico é mostrar, através de um exemplo reduzido, o processo completo de modelagem que foi seguido no desenvolvimento deste trabalho, conforme esquema ilustrado na Figura 3.3.2.7 do item 3.3.2.

A decisão de recorrer a um exemplo reduzido, ao invés de utilizar os dados reais, foi tomada visando um melhor entendimento do todo esse processo. Nesse exemplo foram considerados 3 ônibus, cada qual com seu respectivo itinerário original, 10 endereços e 1 ponto de partida/chegada, como ilustra a figura 3.4.1.

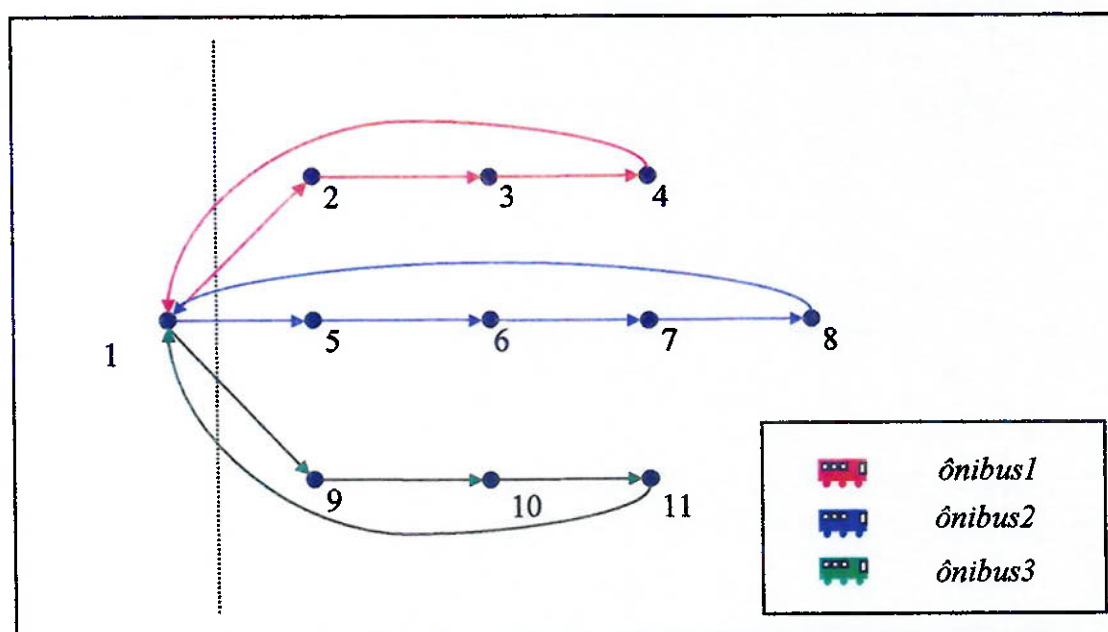


Figura 3.4.1 – Representação Gráfica do Exemplo Reduzido (Elaborado Pela Autora)

Estudo dos Itinerários Originais dos Ônibus e Determinação dos endereços com possibilidade de Realocação

Seguindo o procedimento definido no item 3.3.2, são determinados todos os endereços que poderão fazer parte do itinerário de outros ônibus. Ao final dessa etapa, obtém-se o conjunto de endereços possíveis de cada ônibus na sequência do percurso, além da indicação de se o endereço é exclusivo ou não do ônibus em questão.

Considere-se que o resultado dessa etapa para o modelo reduzido seja a Tabela 3.4.1 a seguir.

Ônibus 1		Ônibus 2		Ônibus 3	
Endereço	Exclusividade	Endereço	Exclusividade	Endereço	Exclusividade
1	Sim	1	Sim	1	Sim
2	Sim	5	Não	9	Não
5	Não	9	Não	10	Sim
6	Não	6	Não	8	Não
3	Sim	7	Sim	11	Sim
4	Sim	8	Não		

Tabela 3.4.1 - Tabela de Endereços do Modelo Reduzido

Mapeamento dos Arcos

Com base nos endereços identificados na etapa anterior, são determinados todos os arcos a serem considerados no modelo.

Este processo envolve a análise de possibilidade da ausência ou da presença de cada um dos endereços apontados nos ônibus. Exemplificando: caso o endereço 5 tenha sido designado como possibilidade do ônibus 1 entre os endereços 2 e 3, será necessário criar no ônibus 1 os arcos 2-5 e 5-3.. Paralelamente, no ônibus 2, deverá ser criado um arco (1-6) que considere a ausência do endereço 5. Supondo agora a situação em que o endereço 6 também tenha sido designado como possibilidade do ônibus 1: além dos arcos que surgem como consequência da possibilidade de ausência ou presença individual do endereço 6 nos ônibus 1 e 2, será necessário levar em conta também as possibilidades do endereço 5, como por exemplo, a ausência de ambos os endereços (5 e 6) no ônibus 2, caso em que deverá ser criado um arco que ligue o endereço 1 diretamente ao 7.

Assim deve seguir todo o raciocínio do processo de mapeamento dos arcos. Na prática foi utilizada uma ferramenta desenvolvida em Excel, o Algoritmo das Combinações dos Arcos do Modelo, que será apresentada no capítulo 5.

O resultado do mapeamento baseado na situação definida na tabela 3.4.1 está ilustrado na figura 3.4.2.

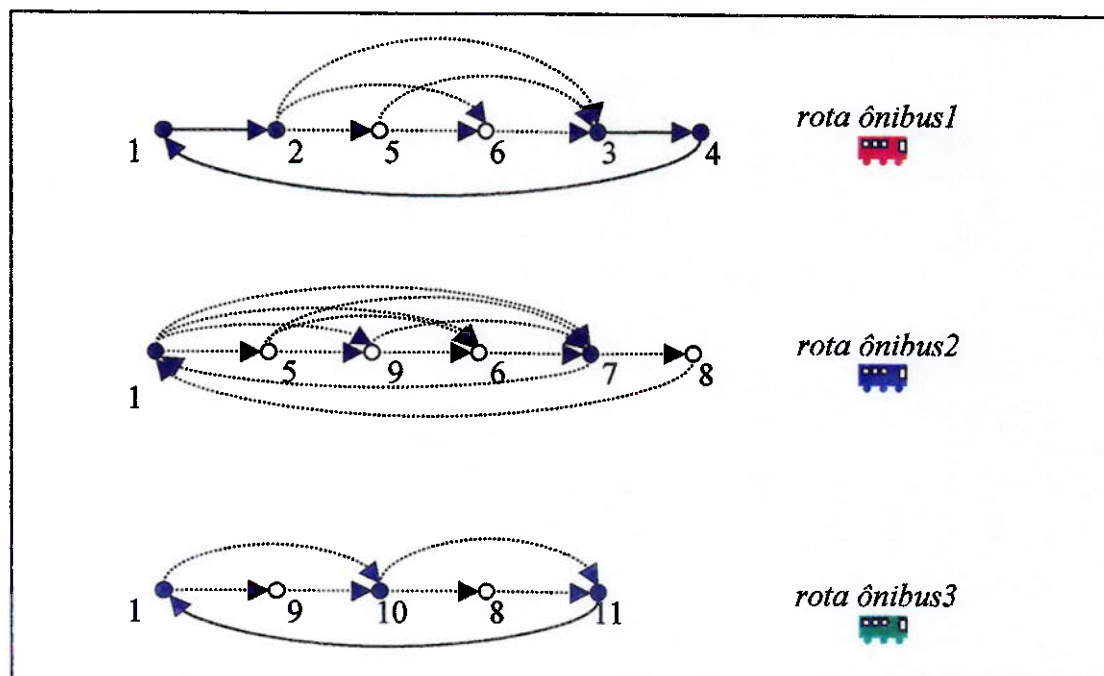


Figura 3.4.3 - Rotas dos Ônibus do Exemplo Reduzido (Elaborado Pela Autora)

Essa nova disposição também facilita a identificação das variáveis relevantes para o modelo: as variáveis $Y_{i,k}$ relevantes são as correspondentes ao ponto vazio; as variáveis $X_{i,j,k}$ relevantes são as correspondentes aos arcos pontilhados. A tabela 3.4.2 contém as variáveis do modelo reduzido.

	$k=1$	$k=2$	$k=3$
$X_{i,j,k}$	$X_{2,5,1}; X_{2,6,1}; X_{2,3,1};$ $X_{5,3,1}; X_{5,6,1}; X_{6,3,1}$	$X_{1,5,2}; X_{1,9,2}; X_{1,6,2};$ $X_{1,7,2}; X_{5,9,2}; X_{5,6,2};$ $X_{5,7,2}; X_{9,6,2}; X_{9,7,2};$ $X_{6,7,2}; X_{7,8,2}; X_{7,1,2};$ $X_{8,1,2};$	$X_{1,9,3}; X_{1,10,3}; X_{9,10,3};$ $X_{10,11,3}; X_{10,8,3}; X_{8,11,3}$
$Y_{i,k}$	$Y_{5,1}; Y_{6,1}$	$Y_{5,2}; Y_{9,2}; Y_{6,2}; Y_{8,2}$	$Y_{9,3}; Y_{8,3}$

Tabela 3.4.2 – Tabela de Variáveis do Exemplo Reduzido (Elaborado Pela Autora)

Tradução para o Modelo Adaptado

Consiste no desenvolvimento do equacionamento, com base nas variáveis do modelo. Assim como na etapa anterior, o Algoritmo de Determinação dos arcos do modelo terá importância fundamental nessa etapa.

A função objetivo e as equações de restrição referentes ao modelo reduzido são:

Função objetivo:

$$\begin{aligned} \min z = & c_{2,5} \cdot X_{2,5,1} + c_{2,6} \cdot X_{2,6,1} + c_{2,3} \cdot X_{2,3,1} + c_{5,3} \cdot X_{5,3,1} + c_{5,6} \cdot X_{5,6,1} + c_{6,3} \cdot X_{6,3,1} + c_{1,5} \cdot X_{1,5,} \\ & + c_{1,9} \cdot X_{1,9,2} + c_{1,6} \cdot X_{1,6,2} + c_{1,7} \cdot X_{1,7,2} + c_{5,9} \cdot X_{5,9,2} + c_{5,6} \cdot X_{5,6,2} + c_{5,7} \cdot X_{5,7,2} + c_{9,6} \cdot X_{9,6,2} \\ & + c_{9,7} \cdot X_{9,7,2} + c_{7,8} \cdot X_{7,8,2} + c_{7,1} \cdot X_{7,1,2} + c_{8,1} \cdot X_{8,1,2} + c_{1,9} \cdot X_{1,9,3} + c_{1,10} \cdot X_{1,10,3} \\ & + c_{9,10} \cdot X_{9,10,3} + c_{10,11} \cdot X_{10,11,3} + c_{10,8} \cdot X_{10,8,3} + c_{8,11} \cdot X_{8,11,3} \end{aligned}$$

Restrições endereço:

$$\text{Endereço 5: } Y_{5,1} + Y_{5,2} = 1$$

$$\text{Endereço 6: } Y_{6,1} + Y_{6,2} = 1$$

$$\text{Endereço 8: } Y_{8,2} + Y_{8,3} = 1$$

$$\text{Endereço 9: } Y_{9,2} + Y_{9,3} = 1$$

Restrições Capacidade:

$$\text{Onibus1: } q_5 \cdot Y_{5,1} + q_6 \cdot Y_{6,1} \leq Q_1$$

$$\text{Ônibus2: } q_5 \cdot Y_{5,2} + q_6 \cdot Y_{6,2} + q_8 \cdot Y_{8,2} + q_9 \cdot Y_{9,2} \leq Q_2$$

$$\text{Ônibus 3: } q_9 \cdot Y_{9,3} + q_8 \cdot Y_{8,3} \leq Q_3$$

Restrição Chegada/Saída:

$$\text{Saída 2_1: } X_{2,3,1} + X_{2,6,1} + X_{2,5,1} = 1$$

$$\text{Chegada 3_1: } X_{2,3,1} + X_{5,3,1} + X_{6,3,1} = 1$$

$$\text{Chegada 5_1: } X_{2,5,1} = Y_{5,1}$$

$$\text{Saída 5_1: } X_{5,3,1} + X_{5,6,1} = Y_{5,1}$$

$$\text{Chegada 6_1: } X_{2,6,1} + X_{5,6,1} = Y_{6,1}$$

$$\text{Saída 6_1: } X_{6,3,1} = Y_{6,1}$$

$$\text{Chegada 1_2: } X_{8,1,2} + X_{7,1,2} = 1$$

$$\text{Saída 1_2: } X_{1,5,2} + X_{1,9,2} + X_{1,6,2} + X_{1,7,2} = 1$$

$$\text{Chegada 5_2: } X_{1,5,2} = Y_{5,2}$$

$$\text{Saída 5_2: } X_{5,9,2} + X_{5,6,2} + X_{5,7,2} = Y_{5,2}$$

$$\text{Chegada 6_2: } X_{1,6,2} + X_{5,6,2} + X_{9,6,2} = Y_{6,2}$$

$$\text{Saída 6_2: } X_{6,7,2} = Y_{6,2}$$

$$\text{Chegada 7_2: } X_{1,7,2} + X_{5,7,2} + X_{9,7,2} + X_{6,7,2} = 1$$

$$\text{Saída 7_2: } X_{7,8,2} + X_{7,1,2} = 1$$

$$\text{Chegada 8_2: } X_{7,8,2} = Y_{8,2}$$

$$\text{Saída 8_2: } X_{8,1,2} = Y_{8,2}$$

$$\text{Chegada 9_2: } X_{5,9,2} + X_{1,9,2} = Y_{9,2}$$

$$\text{Saída 9_2: } X_{9,6,2} + X_{9,7,2} = Y_{9,2}$$

$$\text{Saída 1_3: } X_{1,9,3} + X_{1,10,3} = 1$$

$$\text{Chegada 9_3: } X_{1,9,3} = Y_{9,3}$$

$$\text{Saída 9_3: } X_{9,10,3} = Y_{9,3}$$

$$\text{Chegada 10_3: } X_{1,10,3} + X_{9,10,3} = 1$$

$$\text{Saída 10_3: } X_{10,8,3} + X_{10,11,3} = 1$$

$$\text{Chegada 11_3: } X_{10,11,3} + X_{8,11,3} = 1$$

$$\text{Chegada 8_3: } X_{10,8,3} = Y_{8,3}$$

$$\text{Saída 8_3: } X_{8,11,3} = Y_{8,3}$$

Parâmetros do Modelo

Paralelamente ao processo de adaptação, deve ser feita a coleta de dados para obtenção dos parâmetros do modelo:

- Custos c_{ij} entre os endereços;
- Capacidade atual Q_k de cada ônibus;
- Demanda q_i de cada endereço;
- Número N de endereços;
- Número M de ônibus.

Essa atividade será melhor detalhada no capítulo 4. De uma forma resumida, os parâmetros Q_k , q_i , N e M foram obtidos dos relatórios do sistema de transportes do colégio, enquanto o parâmetro c_{ij} foi obtido em um site da internet.

Otimização do Modelo no Software Cplex

A otimização do modelo é feita pelo software Cplex com base nos parâmetro e no equacionamento obtidos na etapa anterior.

Resultado do Problema de Transporte do Anglo Latino

A solução do problema de roteamento são as saídas do modelo executado no Cplex.

CAPÍTULO 4

LEVANTAMIENTO DE DADOS



4. LEVANTAMENTO DE DADOS

O objetivo do levantamento de dados foi realizar a coleta, análise e tratamento de todos os dados, ou parâmetros, necessários à completa representação e definição do modelo de otimização, estes são:

- Número total de endereços;
- Demanda de cada endereço;
- Número total de ônibus;
- Capacidade máxima de cada ônibus;
- Custo do deslocamento de um endereço i para um endereço j .

O processo de obtenção desses dados dividiu-se em três etapas, resumidamente descritas a seguir:

- Levantamento básico: coletas dos dados obtidos diretamente do sistema de informação do colégio;
- Levantamento complementar: obtenção de dados por outros meios;
- Compilação dos dados: organização das informações relevantes para o modelo a partir dos dados obtidos nas etapas anteriores.

4.1 LEVANTAMENTO BÁSICO

Uma vez que o Colégio Anglo Latino já possuía um Sistema de Transporte Escolar em computador, optou-se por começar o trabalho consultando a pessoa por ele responsável. Como resultado, obteve-se um conjunto de modelos de relatórios (com dados reais), os quais foram utilizados para análise e estudo iniciais.

A Tabela 4.1.1 contém uma explicação de cada tipo de relatório. Estes, por sua vez, encontram-se no Anexo I desse trabalho.

Relatório	Nome/Título	Conteúdo
1	ÔNIBUS	Identificação do Veículo (placa). Relação de todos os ônibus do colégio utilizados no transporte escolar.
2	LINHAS/TURMAS/ÔNIBUS/ MOTORISTAS	Relação de todas as viagens existentes e, para cada uma delas, o ônibus e o motorista.
3	PROGRAMAÇÃO DE TRANSPORTE DE ALUNOS	Identificação, localização e contato dos passageiros (alunos). O relatório apresenta os alunos agrupados por viagem e em ordem crescente de chegada. Os horários também são explicitados.

*Tabela 4.1.1 - Relatórios do sistema de Transporte Escolar do Colégio Anglo Latino
(Elaborado Pela Autora)*

Dentre as informações necessárias ao problema, essa primeira coleta foi capaz de fornecer:

- Número total de endereços;
- Demanda de cada endereço;
- Número total de ônibus;
- Capacidade máxima de cada ônibus.

4.2 LEVANTAMENTO COMPLEMENTAR

O levantamento básico forneceu a listagem dos endereços dos alunos, bem como a sequência de entrega em cada ônibus. No entanto não havia informação sobre as distâncias entre os endereços.

O modelo exige o conhecimento da distância entre dois endereços i e j , pois esta define o custo c_{ij} cuja soma total deve ser minimizada na função objetivo. Sendo assim, realizou-se um levantamento complementar com o intuito de obter essa informação faltante à representação completa do modelo.

*distância em
linha reta?*

Esse levantamento foi realizado consultando-se o site www.Apontador.com.br, que oferece serviços de Mapas e Rotas em *web* no Brasil. Nesse site é possível obter a distância e o itinerário entre 2 pontos quaisquer da cidade, bastando, para isso, indicar a localização (rua e número) de tais pontos. A tecnologia do Apontador é fornecida pela empresa Webraska do Brasil, líder brasileira em tecnologia e aplicações de mapas, rotas e localização, que provê soluções para as principais operadoras de telecom, portais de internet, páginas amarelas, etc.

Ao fim dessa etapa, todos os dados necessários à formulação do problema haviam sido coletados. Dessa maneira, restava apenas a organização desses dados de uma forma mais adequada.

4.3 COMPILAÇÃO DOS DADOS

Os dados foram selecionados e organizados de maneira a facilitar a utilização no modelo. As tabelas resultantes desse processo são apresentadas a seguir. Os dados relacionados são referentes à viagem “Volta Tarde” conforme mencionado no capítulo 1.2.

A Tabela 4.3.1 apresenta uma relação com todos os endereços dos alunos e suas respectivas demandas q_i (em número de alunos). Apresenta ainda o endereço do colégio, o número total de alunos e o número total de endereços.

Endereço	Demanda q_i
E1 R. Oscar guanabarino	-
E2 R. Basílio da Cunha, 78	2
E3 R. Carlos Petit, 490	1
E4 R. Apeninos, 845	1
E5 R. Castro Alves, 318	1
E6 R. Tamandaré, 272	2
E7 R. Castro Alves, 803	4
E8 R. Loureiro da Cruz, 305	1
E9 R. Rodrigo Cláudio, 161	2
E10 R. Júpiter, 233	1
E11 R. Urano, 14	1
E12 R. José Getúlio, 474	1
E13 Av. Turmalina, 166	1
E14 R. Safira, 456	1
E15 Av. Aclimação, 193	1
E16 R. Eça de Queiróz, 258	1
E17 R. França Pinto, 756	1
E18 Av. Cons Rodrigues Alves, 102	1
E19 R. Ituxi, 58	2
E20 R. Paracatu, 575	1
E21 R. Bertioga, 280	1
E22 R. São João Del Rei, 12	1
E23 R. Lins de Vasconcelos, 1426	1
E24 R. Laurindo Rabelo, 124	2
E25 R. João Lopes, 235	1
E26 R. Pedro Pomponazzi, 445	2
E27 R. Domingos Augusto Setti, 200	1

Endereço	Demanda q_i
E28 R. Vergueiro, 4241	1
E29 R. Francisco Cruz, 252	1
E30 Av. Lins de Vasconcelos, 3111	1
E31 R. Dr. Pinto Ferraz, 97	1
E32 R. Dr. Neto de Araújo, 288	1
E33 R. Tenente Azevedo, 104	1
E34 R. Mazzini, 495	2
E35 R. Tamandaré, 300	1
E36 R. Tagua, 376	2
E37 R. Sarg. Capistrano, 77	1
E38 R. do Arraial, 164	3
E39 R. Vigário Albernaz, 637	1
E40 R. Marquês de Olinda, 575	2
E41 R. Cipriano Barata, 1512	3
E42 R. Martiniano de Carvalho, 548	1
E43 R. Manuel da Nóbrega, 1240	1
E44 R. Caconde, 128	2
E45 R. Arthur Prado, 449	2
E46 Estação Ana Rosa	4
E47 R. Dr. Jesuino Maciel, 1371	1
E48 R. João de Souza Dias, 520	1
E49 Av. Jandira, 185	2
E50 Av. Rouxinol, 857	1
E51 R. Prof. Filadelfo Azevedo, 639	1
Número de Endereços (N)	51
Número de Alunos	72

Tabela 4.3.1 - Relação de endereços e suas Respectivas Demandas (Elaborado Pela Autora)

A Tabela 4.3.2 apresenta a relação dos ônibus, suas capacidades máxima e atual. O valor da capacidade atual foi obtido após o estudo das possibilidades de realocação de endereços. Os assentos reservados são destinados àqueles alunos que não têm possibilidade de realocação a outros ônibus.

CAPACIDADES DO MODELO PROPOSTO			
Ônibus	Capacidade Máxima	Assentos Reservados	Capacidade Atual
1 Aclimação	20	0	20
2 Jabaquara	20	0	20
3 Cambuci	20	0	20
4 Liberdade	20	1	19
5 Monumento	20	5	15
6 Jardins	20	3	17
7 Ana Rosa	20	0	20
8 Moema	20	6	14
Número de Ônibus (M)			8

Tabela 4.3.2 – Relação dos Ônibus e Suas Respectivas Capacidades
(Elaborado Pela Autora)

A Tabela 4.3.3 é uma parte da tabela integral do Anexo III e apresenta os custos c_{ij} , representados em metros, dos percursos que serão considerados no modelo.

Origem	Destino	Custo $c_{i,j}$
1	2	1400
1	3	2200
1	4	1400
1	5	1200
1	6	1400
1	7	818
1	8	853
1	9	933
1	10	899
1	11	1000
1	12	985
1	13	455
1	14	775
1	15	742
1	16	2200
1	17	3600
1	18	2800
1	19	7000
1	20	7900
1	21	6800

Origem	Destino	Custo $c_{i,j}$
1	22	1200
1	23	1200
1	24	2300
1	25	3600
1	26	3900
1	27	3600
1	28	3800
1	29	3400
1	30	2700
1	31	3300
1	32	2900
1	33	1300
1	34	1100
1	35	1400
1	36	2400
1	37	8900
1	38	5200
1	39	6500
1	40	5300
1	42	3200

Origem	Destino	Custo $c_{i,j}$
1	43	4300
1	44	4500
1	46	1200
1	47	9700
2	1	929
2	3	1300
2	4	2000
2	5	2200
2	6	2600
2	7	1800
2	8	1700
2	9	1800
2	10	1800
2	11	1900
2	12	1900
2	13	1300
2	14	1700
2	15	1600
2	16	2400
2	17	3000

Tabela 4.3.3 – Relação dos Custos (Distância em Metros) entre Dois Endereços
(Elaborado Pela Autora)

Estes dados de custos, demandas e capacidades foram inseridos no software de otimização Cplex na forma de parâmetros do modelo de transporte escolar. A compilação foi feita com o objetivo de facilitar esse processo.

CAPÍTULO 5

EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS



5. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Para a realização do trabalho, foram feitos dois experimentos computacionais. O primeiro foi a obtenção dos arcos possíveis conforme o Algoritmo de Determinação dos Arcos do Modelo, por meio de um programa desenvolvido em planilha Excel. O segundo foi a otimização do modelo formulado, com o uso do software de otimização Cplex. Seguem considerações sobre cada um desses experimentos.

5.1 ALGORITMO DE DETERMINAÇÃO DOS ARCOS DO MODELO

A adaptação do modelo de Fisher e Jaikumar trouxe como vantagens a redução do universo de variáveis e a simplificação do modelo. Por outro lado, produziram novas necessidades:

- Determinar todos os endereços que têm possibilidade de realocação e sua sequência dentro do itinerário dos ônibus;
- Determinar todos os arcos que surgem em decorrência da etapa anterior;
- Transformar o modelo genérico para um modelo restrito, ou seja, escrever uma a uma e tão somente as equações necessárias de acordo com o universo de variáveis definido em decorrência da determinação dos arcos possíveis.

O primeiro requisito foi solucionado sem grandes dificuldades, com a utilização de um mapa da cidade de São Paulo, sobre o qual foram marcados os endereços e traçadas as circunferências de determinação dos limites, conforme exposto no item 3.3.2 do capítulo 3.

No entanto, a resolução manual das demais questões mostrou-se praticamente inviável, tanto do ponto de vista de confiabilidade como de consumo de tempo, devido à necessidade de se obter quantidade cada vez maior de combinações a cada novo endereço introduzido no itinerário original.

Estes problemas foram solucionados com a elaboração de um algoritmo capaz de identificar todos os arcos possíveis a cada novo endereço introduzido num

determinado ônibus, apresentando-os em forma de matriz, a partir da qual foi possível obter:

- A representação gráfica dos percursos;
- A determinação dos arcos e das variáveis do modelo;
- O equacionamento do modelo, que pode ser transferido diretamente ao Cplex.

O software utilizado para a programação da interface que contém o algoritmo foi o Excel. Além de dispor de recursos tanto para a parte lógica como para a parte gráfica, é um software bastante conhecido e utilizado no mercado.

Cabe ressaltar que o algoritmo mencionado tem por finalidade facilitar e automatizar os processos de definição dos arcos possíveis e de tradução do modelo de Fisher e Jaikumar para o modelo adaptado, descritos nas etapas 2 e 3 do item 3.3.2 do capítulo 3. Trata-se, portanto, de uma ferramenta auxiliar e, não, obrigatória, porém de fundamental importância na aplicação prática do modelo. Nunca é demais lembrar que um trabalho efetivo não deve restringir-se apenas a resolver o problema, mas deve ser capaz de realizá-lo de maneira rápida e econômica.

A Matriz

Para cada ônibus, a aplicação do algoritmo deve resultar numa matriz composta de todos os arcos teoricamente existentes, sendo que cada um deles terá a indicação de se é obrigatório, possível ou impossível, em termos do modelo formulado. Essas matrizes possibilitarão a obtenção das equações do modelo, bem como uma representação gráfica dos arcos.

A matriz é gerada a partir dos seguintes dados:

- Os endereços viáveis de cada ônibus na sequência do percurso estabelecido, incluindo o ponto final;
- Indicação de se o endereço é exclusivo ou não do ônibus em questão.

Esses dados são colocados em tabelas (uma para cada ônibus) com configuração semelhante à do exemplo que se segue (Figura 5.1.1):

Ônibus M		
Endereço	Código (i)	Exclusividade E (i)

Ônibus 2		
Endereço	Código (i)	Exclusividade E (i)

Ônibus 1		
Endereço	Código (i)	Exclusividade E (i)
E1	1	1
E2	2	0
E3	3	1
E4	4	1
E1	5	1

Figura 5.1.1 – Conjunto de Tabelas de Dados de Entrada para o Algoritmo de Determinação dos Arcos de Modelo (Elaborado Pela Autora)

Cabem algumas observações:

- Embora o ponto final represente, na realidade, o mesmo endereço que o inicial, o primeiro será tratado, tanto nas tabelas de entrada como nas matrizes resultante, como se fosse diferente do segundo, pois o algoritmo está preocupado em analisar a sequência do percurso e não o endereço físico em si. Como consequência, tanto a tabela como a matriz correspondente terá um ponto a mais que a quantidade de endereços reais associados ao ônibus;
- Assim, n representará o número de endereços mais 1;
- Ao campo exclusividade $E(i)$ será atribuído um dos seguintes valores:
 - 1: que simbolizará *endereço exclusivo*, quando o endereço é exclusivo do ônibus em foco, ou seja, não pode ser realocado para nenhum outro;

- 0: que simbolizará *endereço não exclusivo*, no caso em que, além daquele ônibus, há pelo menos mais um capaz de atender o endereço em questão.

Com as informações de entrada relacionadas nas tabelas, o algoritmo gerará, para cada ônibus, uma matriz $n \times n$, que será chamada de P , com seus elementos representados por $P(i,j)$, tal que:

- i : representa o código dos endereços de origem
- j : representa o código dos endereços de destino
- $P(i,j)$ recebe os valores:
 - 0: caso o percurso não deva existir nesse ônibus (percurso impossível);
 - 1 : caso o percurso seja obrigatório nesse ônibus (percurso obrigatório);
 - 9 : caso o percurso possa existir ou não nesse ônibus (percurso possível).

Dessa maneira, cada matriz P terá a seguinte forma:

Destino (j) Origem (i)	1	2	...	n
1	$P(1,1)$	$P(1,2)$	...	$P(1,n)$
2	$P(2,1)$	$P(2,2)$	...	$P(2,n)$
...	...	...	...	
n	$P(n,1)$	$P(n,2)$	...	$P(n,n)$

Tabela 5.1.1 – Representação da Matriz Resultante do Algoritmo de Determinação dos Arcos de Modelo (Elaborado Pela Autora)

O Algoritmo

1º Passo

Definida a matriz P , o algoritmo atribui o valor 0 (zero) aos elementos da matriz que representam os arcos impossíveis conforme a restrição descrita no item 3.3.2 do

capítulo 3, ou seja, a que impede a volta a um endereço que comparece antes na sequência do percurso. Aos demais, atribui o valor 9. A lógica adotada para a execução desse primeiro passo do algoritmo é:

```

For i = 1 to n
  For j=1 to n
    If j>i then
      P(i,j)=9
    Else
      P(i,j)=0
    End if
  Next j
Next i

```

*Figura 5.1.2 - Primeiro Passo do Algoritmo de Determinação dos Arcos do Modelo
(Elaborado pela Autora)*

É possível observar que, depois desse procedimento, todos os arcos situados na diagonal principal ou abaixo dela ficam com o valor zero e os acima, com valor nove.

No exemplo da Figura 5.5.1, a configuração da matriz ao final dessa primeira etapa, para o ônibus 1, seria:

	E1	E2	E3	E4	E1
E1	0	9	9	9	9
E2	0	0	9	9	9
E3	0	0	0	9	9
E4	0	0	0	0	9
E1	0	0	0	0	0

Tabela 5.1.2 - Matriz do Exemplo Após o 1º passo do Algoritmo (Elaborado Pela Autora)

2º Passo

Após o primeiro passo, os percursos $P(i,j)$ marcados com 0 (zero) já estão definitivamente considerados impossíveis, porém, os percursos marcados com 9 (nove) não têm ainda sua condição final estabelecida. É para estes últimos, então, que se destina a rotina do segundo passo. Desta vez, com base na análise da condição de exclusividade do endereço no ônibus, o algoritmo determina a classificação final de cada um dos percursos citados, remarcando-os como: impossível (alterando o $P(i,j)$ de 9 para 0), obrigatório (alterando o $P(i,j)$ de 9 para 1) e possível (mantendo $P(i,j) = 9$). A lógica, para fins de explanação, foi dividida em duas partes:

```

a)
For i=1 to n-1
    Exclusivo=n
    For j = 1+i to n
        If Exclusivo=n then
            If E(j)=1 then
                Exclusivo =j
            End if
        End if
        If j > Exclusivo then
            P( i, j ) = 0
        End if
    -----
b)
        If P(i,j)=9 and j=1+i then
            If E(i)=1 and E(j)=1 then
                P(i,j)=1
            End if
        End if
    Next j
Next i

```

*Figura 5.1.3 - Segundo Passo do Algoritmo de Determinação dos Arcos do Modelo
(Elaborado pela Autora)*

Na parte a), o algoritmo marca, dentre os $P(i,j)=9$, aqueles que são impossíveis. Para cada ponto i de origem, o algoritmo deve varrer cada ponto j de destino, da sequência, até encontrar o primeiro exclusivo. A partir desse ponto, todos os demais $P(i,j)$ são impossíveis e recebem o valor 0.

Na parte b), o algoritmo marca, dentre os $P(i,j)=9$, aqueles percursos que são obrigatórios. Isso ocorre quando dois pontos são consecutivos e exclusivos. Nesse caso $P(i,j)$ receberá o valor 1.

A matriz final do ônibus 1 do exemplo, apresentaria os seguintes valores:

	E1	E2	E3	E4	E1
E1	0	9	9	0	0
E2	0	0	9	0	0
E3	0	0	0	1	0
E4	0	0	0	0	1
E1	0	0	0	0	0

Tabela 5.1.3 - Configuração Final da Matriz do Exemplo (Elaborado Pela Autora)

Os dados fornecidos pelas matrizes são suficientes para determinar todo o equacionamento do modelo e a representação gráfica dos arcos.

Para fins de organização, controle e automatização, o programa desenvolvido mantém, para cada ônibus, uma pasta de trabalho Excel como a da Figura 5.1.4, contendo: a tabela de entrada de dados para o algoritmo, a matriz resultante, as restrições de chegada/saída (restrição 5 - capítulo 3.2), a restrição de capacidade (restrição 4 - capítulo 3.2) e a representação gráfica dos arcos. A partir dessas pastas cria-se uma pasta “geral” com a formulação da função objetivo (função 1 - capítulo 3.2) e as restrições de endereços (restrição 2 - capítulo 3.2). Todo o equacionamento obtido é transferido diretamente para o software de otimização Cplex, que será apresentado a seguir.

Os relatórios resultantes da aplicação do algoritmo ao modelo de transporte do Colégio Anglo Latino encontram-se no Anexo IV.

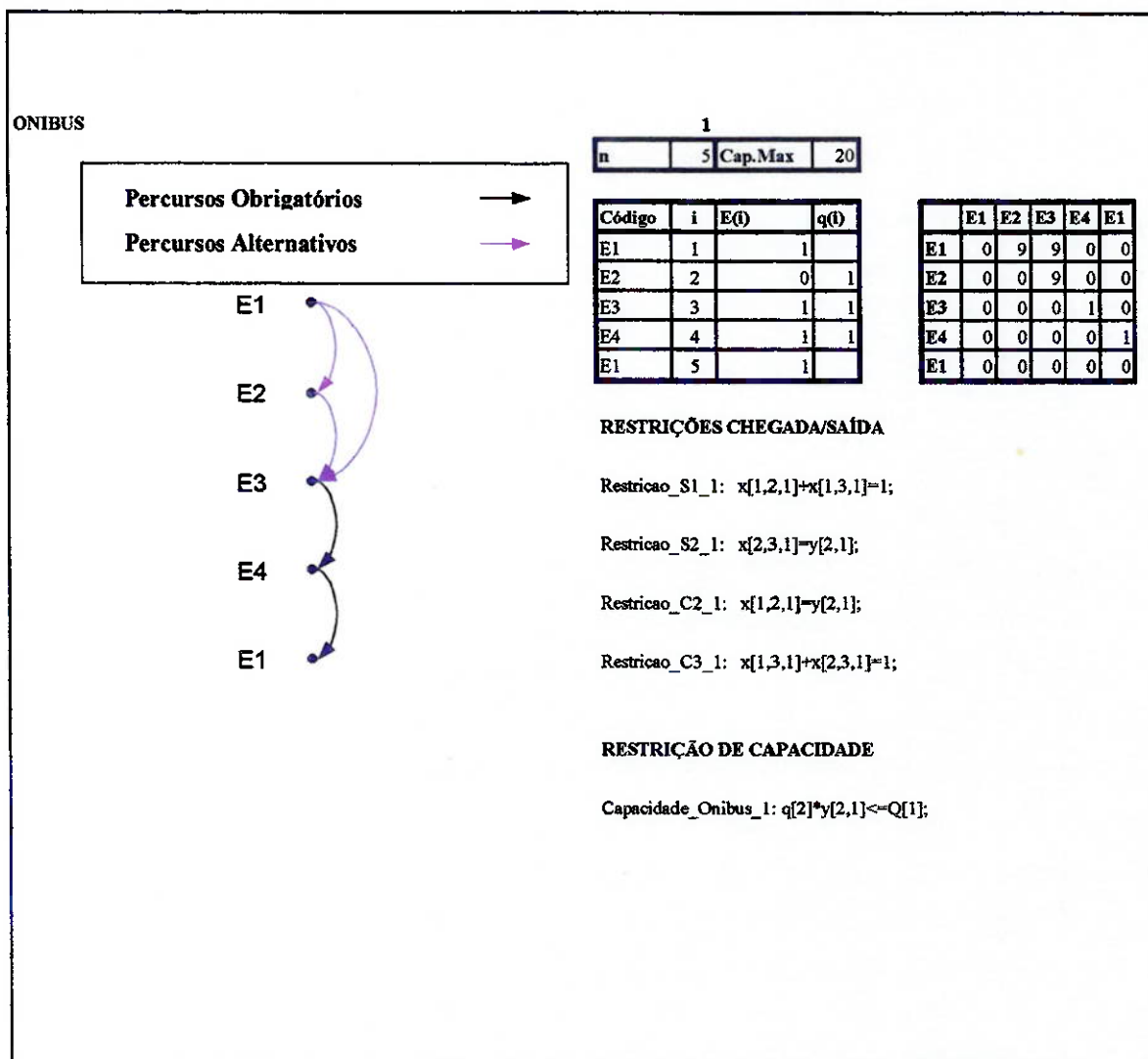


Figura 5.1.4 - Pasta de Trabalho Excel para o Ônibus do Exemplo (Elaborado Pela Autora)

5.2 SOFTWARE DE OTIMIZAÇÃO

O software escolhido para a execução da etapa de otimização do modelo foi o IlogCplex 7.0, que está disponível para uso no departamento de Engenharia de Produção da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Trata-se de uma ferramenta específica voltada para a solução de problemas de otimização linear, mais conhecidos como Programação Linear (LP). O uso do Cplex pode ainda ser estendido para:

- Programação Quadrática (QP), na qual a função objetivo é expandida de maneira a receber termos quadráticos;

- Problemas de fluxo em rede (*Network flow problems*), um caso especial da programação linear na qual a utilização de Cplex pode agilizar a busca da solução;
- Programação inteira mista (MIP), onde algumas ou todas as variáveis são necessariamente inteiras.

Seguindo essas classificações, o modelo deste trabalho enquadra-se como MIP.

No Cplex, cada tipo de problema recebe um tratamento diferente:

- Os problemas de Programação Linear podem ser resolvidos com algum dos seguintes otimizadores Cplex: *dual simplex*, *primal simplex*, *barrier* e *network optimizer*;
- Os modelos tipo MIP são todos solucionados pelo *mixed integer optimizer*;
- Os modelos QP são solucionados por meio do *barrier optimizer*;
- Os modelos de rede são solucionados pelo *network optimizer*.

O Cplex é um otimizador de alta performance, robusto e flexível, capaz de solucionar problemas com milhões de restrições e variáveis. O software pode ser utilizado em PC's (*personal computers*) e executado nos sistemas operacionais Windows, Unix e Linux.

Utilização no Modelo

A utilização do Cplex acontece na última etapa de modelagem, logo após a construção do equacionamento. O algoritmo de combinações descrito no item anterior permitiu a transferência direta das equações obtidas para o Cplex, o que facilitou imensamente o trabalho. Os parâmetros de custos, demandas e capacidades, também necessários à otimização, foram alimentados diretamente no Cplex, sem maior dificuldade. Os resultados obtidos com esse experimento são analisados no capítulo 6.

As entradas do programa para o modelo de transporte do Colégio Anglo Latino são apresentadas no Anexo V deste trabalho. Constitui-se do equacionamento e da parametrização do modelo. As saídas do programa, ou seja, os resultados obtidos, encontram-se no Anexo VI.

CAPÍTULO 6

OBTENÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS



6. OBTENÇÃO E ANÁLISE DE RESULTADOS

A análise dos resultados, apresentada no item 6.1, foi feita com apoio de tabelas e gráficos construídos com base nos resultados fornecidos pelo modelo de otimização processado no Cplex. O item 6.2 trata de outras possibilidades interessantes de exploração do modelo, através de pequenas modificações no original.

É oportuno destacar que, em todas as simulações realizadas, o tempo de processamento no Cplex foi da ordem de segundos, ou seja, praticamente desprezível.

6.1 RESULTADOS DO MODELO

Valor da Função Objetivo

O valor da função objetivo, que é o somatório das distâncias dos percursos escolhidos pelo modelo, foi de 61.705 metros. Nessa função, os trechos obrigatórios não foram contabilizados, conforme justificado no item 3.3.2 do capítulo 3.

No itinerário em vigor, com as mesmas considerações quanto aos trechos obrigatórios, a distância total a percorrer é de 86.261 metros.

Portanto, a adoção da estrutura proposta pelo modelo deve proporcionar uma redução na distância a percorrer de 24.456 metros, que corresponde a 28,4% do total dos percursos atuais, excluída a parte obrigatória.

Variáveis Resultantes

A Tabela 6.1.1 relaciona todas as variáveis Y_{ik} , que recebem 1, ou seja, que foram escolhidas pelo modelo como parte da solução.

VARIÁVEIS Y_{ik}				
Ônibus 2	Ônibus 4	Ônibus 5	Ônibus 6	Ônibus 8
$Y_{13,2}$	$Y_{33,3}$	$Y_{22,5}$	$Y_{14,6}$	$Y_{46,8}$
$Y_{15,2}$	$Y_{34,3}$	$Y_{23,5}$	$Y_{4,6}$	$Y_{18,8}$
$Y_{12,2}$	$Y_{37,3}$	$Y_{2,5}$	$Y_{11,6}$	$Y_{16,8}$
$Y_{8,2}$		$Y_{24,5}$	$Y_{5,6}$	$Y_{17,8}$
$Y_{9,2}$		$Y_{25,5}$	$Y_{6,6}$	$Y_{43,8}$
$Y_{7,2}$		$Y_{26,5}$	$Y_{35,6}$	$Y_{44,8}$
$Y_{10,2}$		$Y_{27,5}$	$Y_{36,6}$	$Y_{47,8}$
$Y_{3,2}$		$Y_{28,5}$	$Y_{42,6}$	$Y_{48,8}$
$Y_{32,2}$		$Y_{38,5}$	$Y_{45,6}$	$Y_{49,8}$
$Y_{30,2}$		$Y_{39,5}$		$Y_{50,8}$
$Y_{31,2}$		$Y_{40,5}$		$Y_{51,8}$
$Y_{29,2}$		$Y_{41,5}$		
$Y_{19,2}$				
$Y_{20,2}$				
$Y_{21,2}$				

Tabela 6.1.1 - Relação das Variáveis Y_{ik} Escolhidas pelo Modelo (Elaborada Pela autora)

A Tabela 6.1.2 relaciona as variáveis X_{ijk} escolhidas pelo modelo com seus respectivos custos, cuja soma representa o valor da função objetivo.

VARIÁVEIS X_{ijk}									
Ônibus 2		Ônibus 4		Ônibus 5		Ônibus 6		Ônibus 8	
Variável	Cij	Variável	cij	Variável	cij	Variável	cij	Variável	cij
$X_{1,13,2}$	455	$X_{1,33,4}$	1300	$X_{1,22,5}$	1200	$X_{1,14,6}$	775	$X_{1,46,8}$	1200
$X_{13,15,2}$	286	$X_{33,34,4}$	470	$X_{22,23,5}$	194	$X_{14,4,6}$	821	$X_{46,18,8}$	1500
$X_{15,12,2}$	242	$X_{34,37,4}$	6900	$X_{23,2,5}$	469	$X_{4,11,6}$	805	$X_{18,16,8}$	866
$X_{12,8,2}$	161			$X_{2,24,5}$	1500	$X_{11,5,6}$	368	$X_{16,17,8}$	1700
$X_{8,9,2}$	146			$X_{24,25,5}$	1400	$X_{5,6,6}$	817	$X_{17,43,8}$	2400
$X_{9,7,2}$	371			$X_{25,26,5}$	770	$X_{6,35,6}$	70	$X_{43,44,8}$	945
$X_{7,10,2}$	160			$X_{26,27,5}$	1000	$X_{35,36,6}$	819	$X_{44,47,8}$	6900
$X_{10,3,2}$	2000			$X_{27,28,5}$	321	$X_{36,42,6}$	970		
$X_{3,32,2}$	1000			$X_{28,38,5}$	1700	$X_{42,45,6}$	417		
$X_{32,30,2}$	590			$X_{38,39,5}$	786				
$X_{30,31,2}$	611			$X_{39,40,5}$	1600				
$X_{31,29,2}$	2200								
$X_{29,19,2}$	3500								
$X_{19,20,2}$	1600								
$X_{20,21,2}$	2100								
$X_{21,1,2}$	5300								
Total	20722	Total	8670	Total	10940	Total	5862	Total	15511
Custo Total = 61705 metros									

Tabela 6.1.2 - Relação das Variáveis X_{ijk} escolhidas pelo modelo (Elaborada Pela autora)

Itinerário

A Tabela 6.1.3 apresenta os itinerários finais sugeridos com base nas informações das tabelas 6.1.1 e 6.1.2. Os endereços *i* alocados a cada ônibus estão relacionados na sequência do percurso a ser seguido. Ao lado de cada endereço é apresentada sua respectiva demanda para que se tenha o valor da ocupação total de cada ônibus. Os endereços marcados com * correspondem aos endereços exclusivos, ou seja, aqueles que não tinham possibilidade de realocação.

ITINERÁRIO PROPOSTO															
Ônibus 1		Ônibus 2		Ônibus 3		Ônibus 4		Ônibus 5		Ônibus 6		Ônibus 7		Ônibus 8	
i	q(i)	I	q(i)	I	Q(i)	I	Q(i)	i	q(i)	i	q(i)	i	q(i)	I	q(i)
		13	1			33	1	22	1	14	1			46	4
		15	1			34	2	23	1	4	1			18	1
		12	1			*37	1	2	2	11	1			16	1
		8	1					24	2	5	1			17	1
		9	2					25	1	6	2			43	1
		7	4					26	2	35	1			44	2
		10	1					27	1	36	2			*47	1
		3	1					28	1	*42	1			*48	1
		32	1					38	3	*45	2			*49	2
		30	1					39	1					*50	1
		31	1					*40	2					*51	1
		29	1					*41	3						
		19	2												
		20	1												
		21	1												
-		20		-		4		20		12		-		16	
CUSTO TOTAL DESCONTADOS OS PERCURSOS OBRIGATÓRIOS = 61.705 metros															

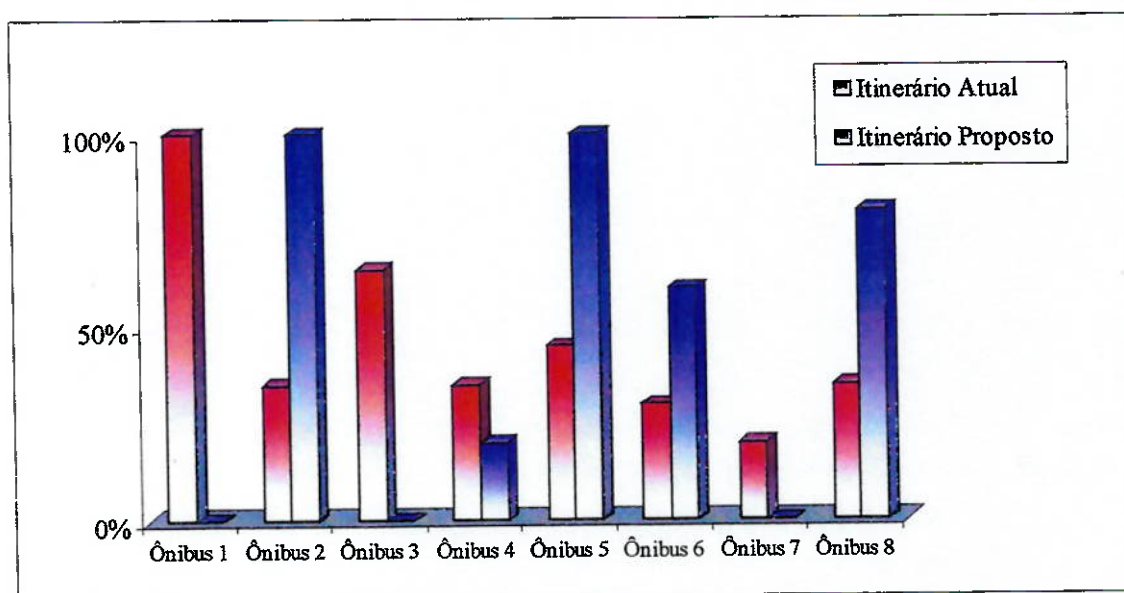
*Tabela 6.1.3 - Itinerário Proposto Pelo Modelo com a Sequência de Passagem Pelos Endereços
(Elaborado Pela Autora)*

A tabela 6.1.4 apresenta os itinerários utilizados atualmente pelo colégio, em uma estrutura semelhante à da Tabela 6.1.3:

ITINERÁRIO ATUAL															
Ônibus 1		Ônibus 2		Ônibus 3		Ônibus 4		Ônibus 5		Ônibus 6		Ônibus 7		Ônibus 8	
i	q(i)	I	q(i)	i	q(i)	I	Q(i)	I	q(i)	I	q(i)	i	q(i)	i	q(i)
2	2	16	1	22	1	33	1	38	3	*42	1	46	4	*47	1
3	1	17	1	23	1	34	2	39	1	43	1			*48	1
4	1	18	1	24	2	35	1	*40	2	44	2			*49	2
5	1	19	2	25	1	36	2	*41	3	*45	2			*50	1
6	2	20	1	26	2	*37	1							*51	1
7	4	21	1	27	1										
8	1			28	1										
9	2			29	1										
10	1			30	1										
11	1			31	1										
12	1			32	1										
13	1														
14	1														
15	1														
	20		7		13		7		9		6		4		6
CUSTO TOTAL DESCONTANDO OS PERCURSOS OBRIGATÓRIOS = 86.261 metros															

*Tabela 6.1.4 - Itinerário Original dos Ônibus com a Sequência de Passagem Pelos Endereços
(Elaborado pela Autora)*

O gráfico apresentado na Figura 6.1.1 foi obtido a partir das tabelas 6.1.3 e 6.1.4 e mostra o grau de ocupação dos ônibus na situação atual em relação à situação proposta, para uma capacidade máxima de 20 alunos em cada ônibus.



*Figura 6.1.1 – Gráfico de Ocupação dos Ônibus no Itinerário Proposto e no Itinerário Atual
(Elaborado Pela Autora)*

maior tempo
de viagem.
honários de
passagem

Análise dos Resultados

O estudo das tabelas e gráficos apresentados conduziu a algumas observações:

- O modelo do trabalho eliminou três ônibus: ônibus 1 (linha Aclimação), ônibus 3 (linha Cambuci) e ônibus 7 (Linha Ana Rosa). Este resultado mostra que o modelo transferiu os endereços originalmente atendidos por linhas destinadas às regiões próximas do colégio para os ônibus que vão a lugares mais distantes.
- Há uma sub-ocupação dos ônibus no itinerário original, com seis ônibus dentre oito com capacidade utilizada menor que 50%.
- No itinerário proposto, a ocupação dos ônibus aumenta sensivelmente, sendo que apenas um deles está utilizando menos de 50% de sua capacidade máxima.

O modelo aplicado ao problema de transporte escolar do Colégio/Faculdade Anglo Latino trouxe como resultado um itinerário em que as distâncias são reduzidas em 28,4% em relação ao itinerário em vigor, desconsiderando-se os percursos obrigatórios. Dessa maneira seriam economizados ao redor de 24 km diariamente somente nas viagens “volta tarde”.

Além disso, o modelo sugere a redução da frota de veículos para 5 ônibus, já que três deles deixariam de ser utilizados. A redução da frota traria, entre outras coisas, a diminuição do custo de manutenção e a possibilidade de redução de mão-de-obra. Essas decisões, no entanto, não devem ser tomadas apenas com base neste modelo já que outros fatores devem ser considerados, tais como: nível de atendimento de clientes, planos futuros de expansão da escola, outras “viagens” oferecidas etc.

6.2 ESTUDOS DE SENSIBILIDADE DO MODELO

O modelo desenvolvido neste trabalho apresenta como característica importante a flexibilidade. Aceita sem dificuldades pequenas alterações, tais como supressão ou adição de restrições, alteração de parâmetros entre outras, possibilitando estudos com

abordagens ligeiramente diferentes, ou mesmo novas, do problema. Este item tem como objetivo apresentar algumas tentativas nesse sentido.

6.2.1 Estudo de Capacidades Reduzidas

Tendo em vista o resultado do modelo com os dados reais, que apontou um nível significativo de sobra de assentos e acenou com a possibilidade de eliminação de veículos, foi feita uma nova simulação com capacidade máxima um pouco menor: 15 alunos. O objetivo desse estudo foi o de verificar o impacto da substituição dos micro-ônibus atuais por peruas, o que poderia resultar em boa economia no consumo de combustível, em manutenção, em espaço de estacionamento etc.

A única mudança necessária no modelo foi a troca das capacidades dos ônibus para 15, no Cplex.

A Tabela 6.2.1.1 mostra o novo quadro de capacidades.

CAPACIDADES DO MODELO DE CAPACIDADES REDUZIDAS			
Ônibus	Capacidade Máxima	Assentos Reservados	Capacidade Atual
1 Aclimação	15	0	15
2 Jabaquara	15	0	15
3 Cambuci	15	0	15
4 Liberdade	15	1	14
5 Monumento	15	5	10
6 Jardins	15	3	12
7 Ana Rosa	15	0	15
8 Moema	15	6	9
Número de Ônibus (M)			8

Tabela 6.2.1.1 - Relação dos Ônibus e Suas Capacidades no Modelo de Capacidades Reduzidas
(Elaborado Pela Autora)

Os resultados do processamento do modelo com as novas capacidades são apresentados no Anexo VII desse trabalho. Os itinerários construídos com os novos dados são apresentados a seguir (Tabela 6.2.1.2).



Análise dos Resultados

O resultado apresentado com a quantidade de assentos reduzida para 15 propõe a utilização de uma frota de 6 peruas, ao invés de 5 ônibus, sendo que 5 delas terá ocupação acima de 50%. A distância total percorrida nessas viagens será de 67.070 metros, ou seja, um pouco maior que a distância do modelo proposto com as capacidades reais (61.705 metros).

Dessa forma, a análise feita com base nos resultados do modelo sugere que é válido aprofundar o estudo possibilidade de substituição da frota. No entanto, é importante lembrar que outras questões devem ser consideradas:

- Idade da frota atual de ônibus, considerando custos futuros de manutenção;
- Valor da frota atual e preço de uma nova frota;
- Quantidade necessária de motoristas;
- Cálculo das despesas com combustível;
- Recursos necessários às demais viagens oferecidas pelo colégio;
- etc.

*Outras
considerações*

6.2.2 Estudo de Limitação de Distância Máxima Percorrida Pelos Ônibus

O modelo básico deste trabalho não leva em conta um importante fator em serviços de transporte de pessoas que é o tempo de atendimento, ou a rapidez na entrega no nosso caso.

Este novo estudo teve como objetivo simular um modelo semelhante ao originalmente proposto acrescentando restrições que limitam a distância máxima percorrida por cada ônibus até chegar ao último endereço do itinerário. Trata-se de uma tentativa de limitar o tempo máximo de permanência do último aluno de cada ônibus, através da suposição de que o tempo é razoavelmente proporcional à distância percorrida, para efeito de simplificação. Busca-se, com isso, o aumento da satisfação de pais e alunos, garantindo que os últimos não demorem mais do que um determinado tempo até chegar a sua casa. O modelo original, que não contém essas restrições, pode realizar a alocação até a capacidade máxima do ônibus sem a preocupação da distância total percorrida ser muito grande.

Para a realização desse estudo, foi introduzida uma nova restrição de limitação de distância para cada ônibus. Esta restrição pode ser escrita genericamente como:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n X_{ijk} * c_{ij} \leq D$$

onde:

D representa um valor fixo de distância para cada ônibus.

$n = 51$ é o número de endereços

Note que j varia de 2 a 51 e não de 1 a 51. Foi excluído de cada ônibus o último trecho, ou seja, o retorno ao ponto de origem (colégio), uma vez que o objetivo deste estudo é o de dar um tratamento ao tempo máximo de permanência do aluno no veículo, com vistas a atender à questão da satisfação do cliente.

A tradução dessa restrição genérica para o modelo adaptado é realizada de maneira semelhante à descrita no capítulo 3.3.2 quanto a englobar somente as variáveis X_{ijk} que representam os percursos possíveis. Neste caso, porém, o custo correspondente às distâncias percorridas pelos percursos obrigatórios será considerado, pois se deseja conhecer a distância total efetivamente percorrida pelos ônibus.

Seja o exemplo da Figura 6.2.2.1 de um determinado ônibus k , para ilustrar o procedimento de tradução:

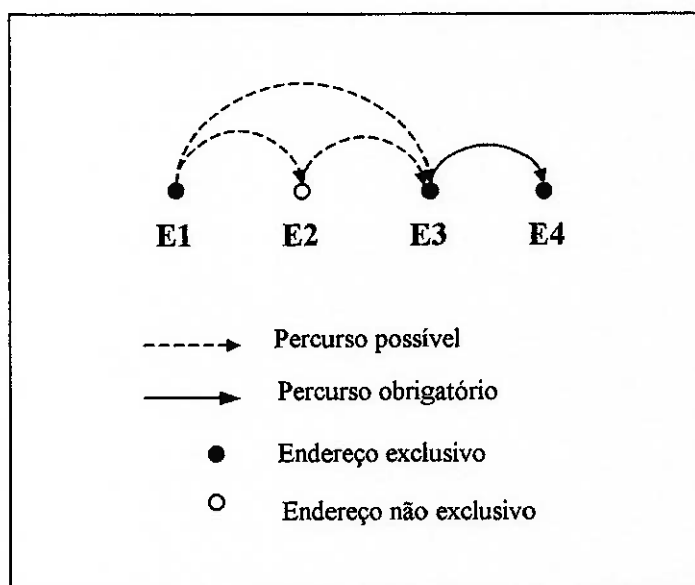


Figura 6.2.2.1 – Exemplo Para o Estudo de Limitação de Distância dos Ônibus
(Elaborado Pela Autora)

A restrição obtida para esse ônibus seria:

$$X_{1,2,k} \cdot c_{1,2} + X_{2,3,k} \cdot c_{2,3} + X_{1,3,k} \cdot c_{1,3} + c_{3,4} \leq D$$

Note que o custo $c_{3,4}$ não vem acompanhado da variável $X_{3,4,k}$, pois irá ocorrer necessariamente por tratar-se de um percurso obrigatório.

Adotou-se a distância $D = 10$ km como sendo a máxima a ser percorrida por um determinado ônibus. Supondo-se uma média de 20 km/h, essa distância corresponderia a um tempo de 30 minutos. Em outras palavras, o estudo buscará otimizar o custo total, de maneira que cada ônibus não ultrapasse um tempo presumido de 30 minutos de percurso até a entrega do último aluno. Novamente, vale ressaltar que o cálculo do tempo está sendo simplificado.

Para aqueles ônibus que possuem endereços exclusivos, ou seja, devem necessariamente passar por determinados endereços, a distância máxima permitida é maior. A distância D , neste caso, seria os 10 km acrescidos da distância mínima que seria requerida para percorrer os endereços exclusivos. Para fins de ilustração, seja novamente o exemplo da Figura 6.2.2.1. Neste caso, os endereços exclusivos são E3

e E4. Dessa forma, a distância mínima que o ônibus deverá percorrer até chegar ao último endereço será $c_{1,3} + c_{3,4}$. A distância máxima D , em metros, será portanto:

$$D = c_{1,3} + c_{3,4} + 10000$$

Conforme descrito acima, foram definidas as restrições para os oito ônibus do problema real. Estas restrições foram adicionadas ao equacionamento do modelo no software Cplex e o programa foi executado em seguida. A transcrição das restrições encontra-se no anexo VIII desse trabalho.

A Tabela 6.2.2.1 ilustra o novo itinerário obtido a partir da análise do relatório de saída do programa.

[illegible]

*Tabela 6.2.2.1 – Itinerário do Estudo de Limitação de Distância dos Ônibus
(Elaborado Pela Autora)*

O valor da função objetivo para esta simulação resultou em 70.550 metros, ou seja, 8.845 metros a mais que no modelo originalmente proposto.

A configuração gráfica que representa a porcentagem de ocupação dos ônibus para o estudo em questão é apresentada na Figura 6.2.2.2:

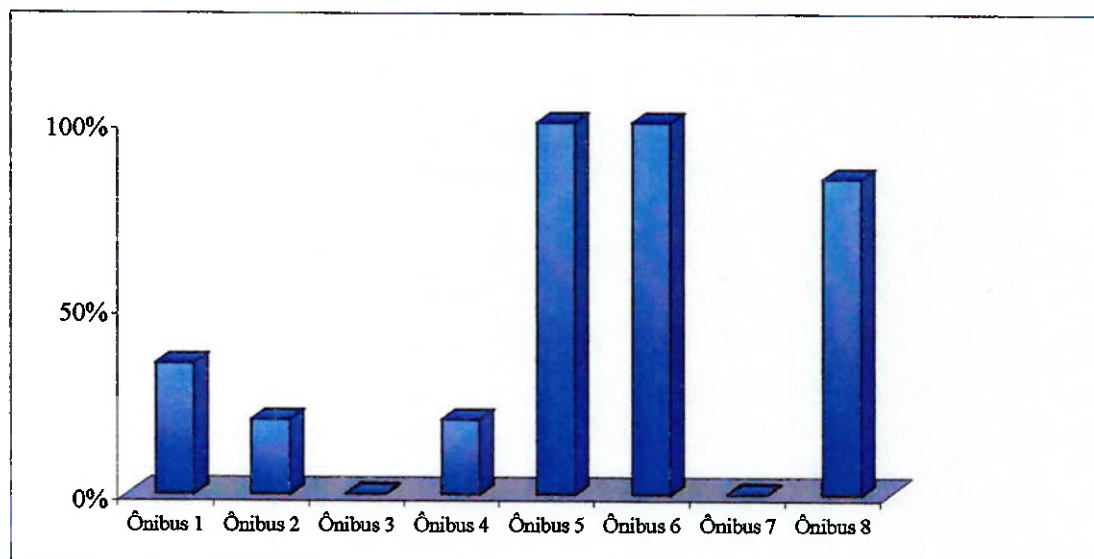


Figura 6.2.2.2 - Ocupação dos Ônibus no Modelo do Estudo de Limitação de Distâncias dos Ônibus (Elaborado Pela Autora)

A Tabela 6.2.2.2 apresenta o valor da distância máxima D definida para cada ônibus e a distância total percorrida pelo último aluno neste estudo (Modelo de Limitação de Distâncias) e no modelo original.

	Distância Máxima D (metros)	Distância do Último Aluno Modelo de Limitação de Distâncias (metros)	Distância do Último Aluno Modelo Original (metros)
Ônibus 1	10000	7180	0
Ônibus 2	10000	9948	15422
Ônibus 3	10000	0	0
Ônibus 4	18900	8670	8670
Ônibus 5	18200	17471	13840
Ônibus 6	13617	5863	5862
Ônibus 7	10000	0	0
Ônibus 8	27867	26312	23678
Distância Média do Último Aluno (metros)		12.574	13.494

Tabela 6.2.2.2 - Relação das Distâncias Percorridas pelos Últimos Alunos dos Ônibus no Modelo Original e no Modelo de Limitação de Distâncias (Elaborado Pela Autora)

A distância média do último aluno representa a soma total das distâncias dos últimos alunos dividida pelo número de ônibus utilizados. O resultado dessa conta é a distância que, em média, o último aluno deve percorrer até chegar em sua casa.

Análises dos Resultados

Os resultados mostraram um aumento de 8.845 metros no custo total em relação ao modelo original, devido à adição das restrições de limitação de distância. Com isso, o valor da função objetivo passou para 70.550 metros. Por outro lado, a distância média percorrida pelo último aluno passou de 13.494, no modelo original, para 12.574 metros, no estudo de limitação das distâncias. Em linhas gerais, é possível dizer que houve uma perda em termos de custo total, porém um ganho no nível de atendimento, já que o tempo médio de espera foi reduzido.

Neste caso, deve-se pesar o que é mais importante para o colégio: a redução do custo ou o aumento da satisfação do cliente, fator este difícil de ser mensurado.

É importante ressaltar novamente que esse tipo de estudo não traz a solução final, mas é uma interessante ferramenta no auxílio à tomada de decisão.

6.2.3 Conclusão dos estudos

O modelo pronto deste trabalho proporcionou a simulação dos dois estudos de maneira simples e rápida. Deve-se ressaltar que o baixo tempo computacional, decorrente das simplificações realizadas no modelo adaptado, viabilizou a realização desses estudos em termos práticos.

No caso do estudo de capacidades reduzidas, cuja finalidade era analisar a possibilidade de troca do tipo de frota, de micro-ônibus para perua, bastou alterar os valores das capacidades máximas de cada veículo e submeter novamente ao programa.

No segundo caso, ou seja, o do estudo de limitação das distâncias máximas percorridas, foi necessário elaborar um tipo a mais de restrição. O esforço adicional requerido foi plenamente compensado pela possibilidade de se obter um modelo mais completo que o original.

Nota-se ainda que há um espaço muito grande para a abordagem de outras questões. A observação que cabe ser registrada é a de que estudos proporcionados por modelos como o deste trabalho não devem ser vistos como simples complemento do trabalho básico, mas sim como parte integrante do objetivo de qualquer projeto dessa natureza.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÃO



7. CONCLUSÃO

Este trabalho de formatura apresentou uma metodologia para o processo de decisão de roteamento de veículos e alocação de alunos de uma escola particular, cumprindo com a função de atribuir uma abordagem científica para uma atividade que vem sendo realizada de forma empírica.

A análise dos resultados obtidos mostrou uma redução significativa de 24 km por dia (aproximadamente 30%, subtraídos os trechos obrigatórios) das distâncias percorridas, com a utilização do novo itinerário resultante do modelo proposto. Esse modelo foi aplicado em apenas uma das viagens que a escola oferece, de maneira que o benefício tende a ser ainda maior conforme o modelo seja estendido às demais. Os relatórios de saída do modelo possibilitaram ainda uma análise crítica da configuração atual do sistema de transporte, trazendo à tona questões como a possibilidade de redução ou troca da frota.

A solução do problema foi obtida com a utilização de um algoritmo exato adaptado do clássico modelo de otimização de Fisher e Jaikumar "*A Generalized Assignment Heuristics for Vehicle Routing*". O processo de modelagem foi detalhado passo a passo, inclusive com a utilização de exemplos em escala reduzida. Procurou-se estabelecer uma metodologia com critérios bem definidos de maneira a permitir a compreensão e a implementação prática do modelo por outras pessoas que não apenas um especialista na área de transporte. Apresentou-se ainda uma ferramenta auxiliar elaborada para facilitar e automatizar algumas das etapas da modelagem.

Como pontos fortes do trabalho pode-se citar a automatização de alguns processos e o detalhamento da metodologia, o que permite uma solução bastante independente da pessoa que a estiver empregando. A adaptação sugerida, que promoveu a simplificação do modelo e a redução do número de variáveis envolvidas, permitiu a viabilização de uma resolução prática e econômica do problema. O modelo apresenta também boa flexibilidade, permitindo a análise de diferentes cenários com simples alteração de parâmetros ou inclusão de outras restrições. Isso sugere ainda a possibilidade de refinamento do próprio modelo através do acréscimo de outras particularidades que venham a interessar. Por fim, o modelo proposto, apesar de ter

sido desenvolvido para uma escola em especial, tem aplicabilidade em outros problemas práticos de transporte tais como distribuição de produtos, transporte coletivo etc.

Como sugestão de melhoria, propõe-se um detalhamento maior do fator custo, levando-se em conta outras considerações que não apenas a distância. O trânsito das ruas pode ser um fator a ser utilizado. Outra sugestão seria o uso de restrição de tempos, considerando-se, neste caso, não apenas o tempo de percurso dos ônibus mas também o tempo de descida dos alunos.

BIBLIOGRAFIA



BIBLIOGRAFIA

- BODIN, L.; BERMAN, L. Routing and Scheduling of School Buses by Computer. **Transportation Science**, v.13, p.113-129, 1979.
- CHURCHMAN, C.W.; ACKOFF, R.L.; Arnoff, E.L. **Introduction to Operations Research**. New York: John Wiley and Sons, 1964.
- FISHER, M.; JAIKUMAR, R. A Generalized Assignment Heuristic for Vehicle Routing. **Networks**, v.11, p.109-124, 1981.
- GOLDBARG, M.C.; LUNA, H.P. **Otimização Combinatória e Programação Linear – Modelos e Algoritmos**. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2000.
- HOFFMAN, K.L. Combinatorial Optimization: Current successes and directions for the future. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v.124 , p.341-360, 2000.
- KULCAR, T. Optimizing Solid Collection in Brussels. **European Journal of Operational Research**, v.90, p.71-77, 1996.
- LENSTRA, J.; KAN, A. Complexity of Vehicle Routing and Scheduling Problems. **Networks**, v.11, p.221-227, 1981.
- NEWTON, R.; THOMAS, W. Bus Routing in a Multi-School System. **Comp. & ops. Res**, v.1, p.213-222, 1974.
- WINSTON, W.L.; **Introduction to Mathematical Programming – Applications and Algoritms**. 2nd edition, Indiana: International Thompson Publishing, 1995 .
- YAN, S.; TU, Y. Multifleet Routing and Multishop for Schedule Perturbation. **European Journal of Operational Research**, v.103, p.155-169, 1997.

ILOG CPLEX, version 7.0: Introducing Ilog Cplex.- manual.

VEJA SÃO PAULO. São Paulo: Editora Abril, 9 out. 2002.

<http://www.apontador.com.br>

<http://www.webraska.com.br>

ANEXOS



ANEXO I

TEORIA DOS GRAFOS



TEORIA DOS GRAFOS

Definição

“Um grafo é uma estrutura de abstração que representa um conjunto de elementos denominados *nós* (ou *vértices*) e suas relações de interdependência ou *arestas*.”

Denominando por N o conjunto de vértices e por M o conjunto de arestas, podemos representar um grafo $G=(N,M)$ da seguinte maneira:

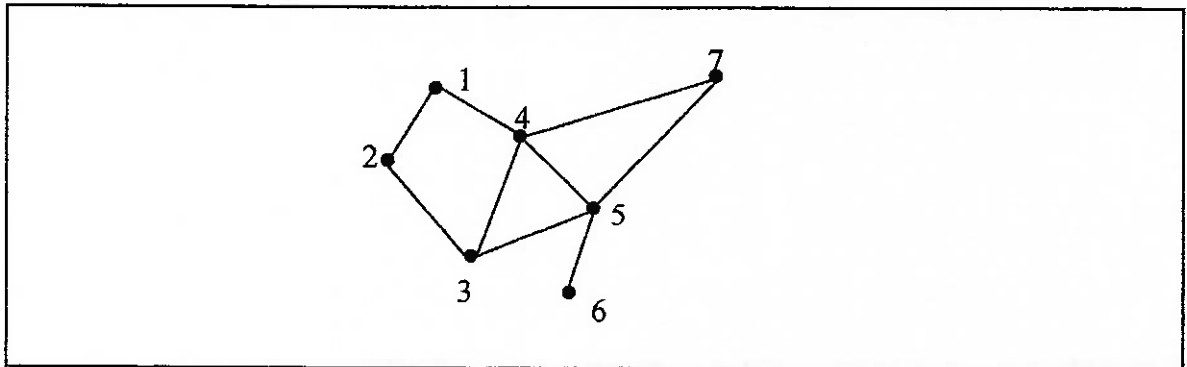


Figura 1 – Exemplo de Grafo (Elaborado Pela Autora)

O grafo acima representado é composto por $N=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ e $M=\{1-2,2-3,3-4,3-5,4-5,4-7,5-6,5-7,4-7\}$

Um *subgrafo* é sempre obtido pela supressão em G de pelo menos um vértice e suas respectivas arestas incidentes

$G_s=(N_s,A_s)$ é um *subgrafo* de $G=(N,A)$ se $N_s \subset N$ e $A_s \subset A$, e uma aresta $(i,j) \in A_s$ se $i,j \in N_s$.

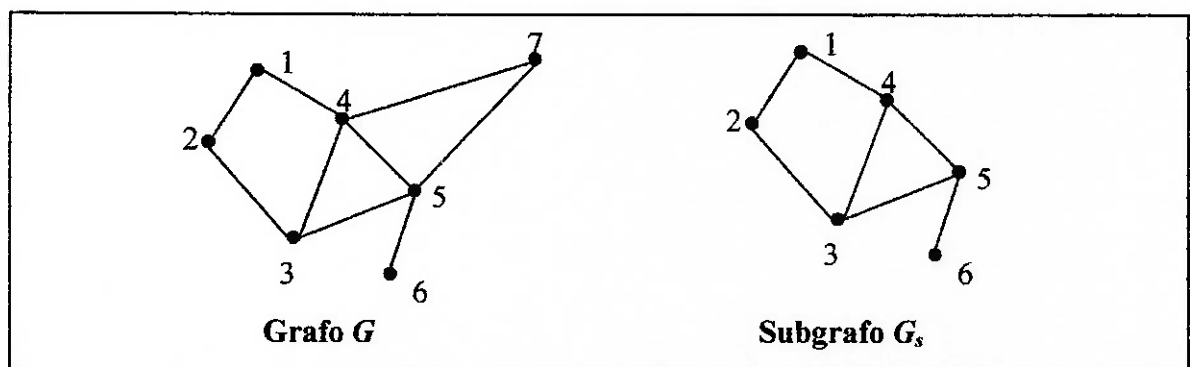
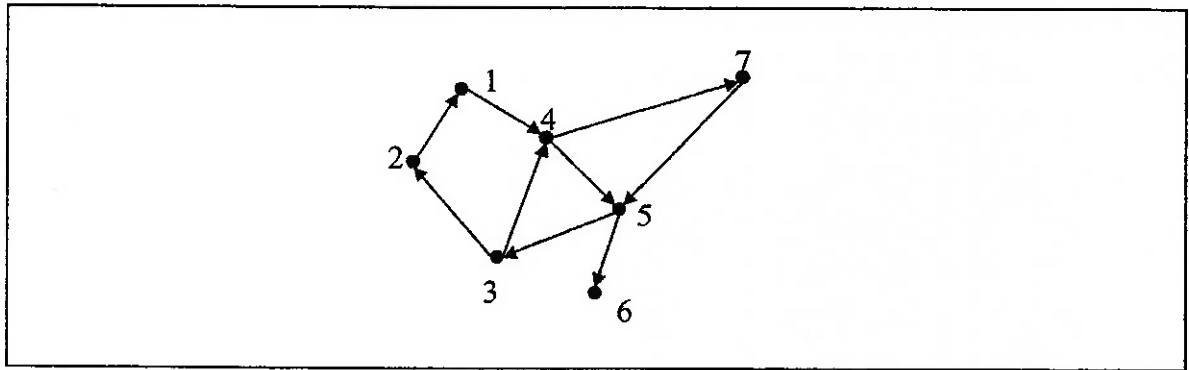


Figura 2 – Exemplo de Subgrafo (Elaborado Pela Autora)

Um grafo é *direcionado* (ou *orientado*) quando o sentido de ligação entre seus vértices é importante. Nesse caso as arestas passam a ser denominadas *arcos*. Como convenção, os grafos direcionados são representados por $G=(N,E)$ e os não



direcionados por $G=(N,A)$.

Figura 3 – Exemplo de Grafo Direcionado (Elaborado Pela Autora)

Um *caminho* é uma sequência de arestas em que todos os nós visitados são distintos, como no exemplo abaixo.

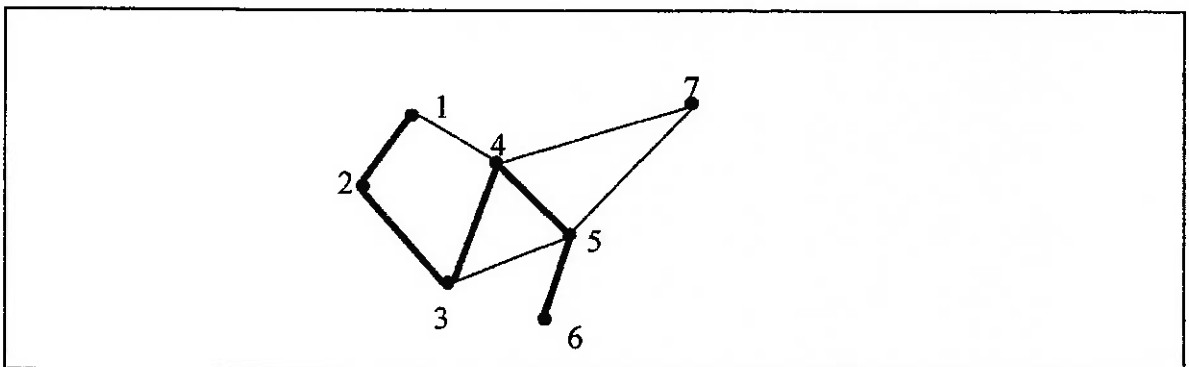


Figura 4 Exemplo de Caminho (Elaborado Pela Autora)

Um *ciclo*, em um grafo G , é uma cadeia fechada, ou seja, que inicia e termina em um mesmo nó.

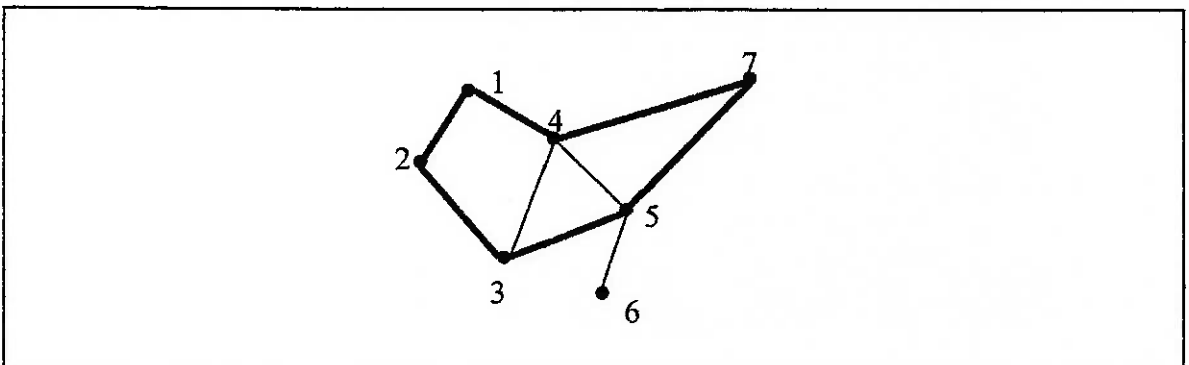


Figura 5 – Exemplo de Ciclo (Elaborado Pela Autora)

Um *circuito* é a sequência distinta de arcos que repete o último nó visitado, em um grafo G orientado.

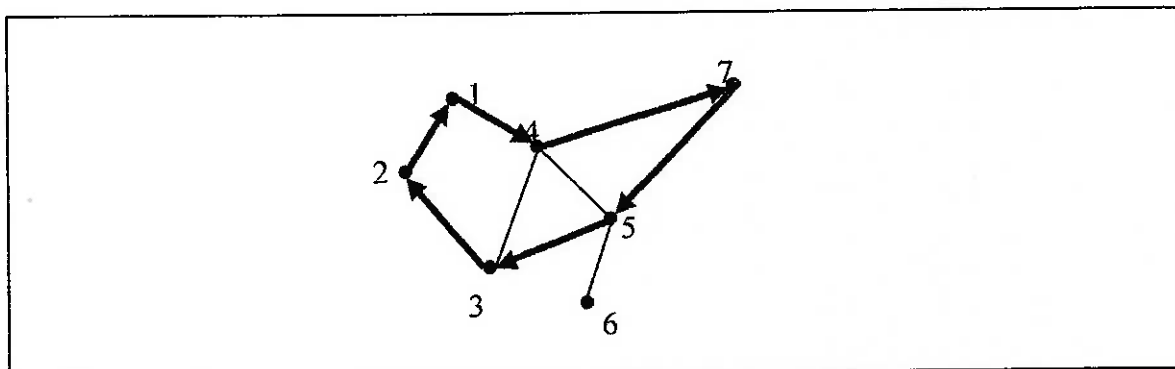


Figura 6 – Exemplo de Circuito (Elaborado Pela Autora)

Um *percurso* é a denominação genérica para qualquer trajetória sobre os nós e arestas de G .

ANEXO II

RELATÓRIOS DO SISTEMA DO COLÉGIO ANGLO LATINO



Versão 1.1

Colegio Anglo Latino - TRANSPORTE

TABELA DE ONIBUS

Nº Onibus	Placa
007	BYF8622
008	BYF9373
009	BYE8955
010	BYF8621
011	RYE8604
012	BYC4001
018	BYE8950
019	BYE8620
020	BYF8599
029	BYE8942

selecionar F3 hora

01/11/02

Colegio Anglo Latino Pag. 1
 * Controle de Transporte *
 * TABELA DE LINHAS/TURMAS/ONIBUS/MOTORISTAS *

Lin/Tur	Nome Linha	Carro	Motorista	Sit.
A 1	JABAQUARA - VINDA MANHA	009	02426 ALBINO	
A 2	JABAQUARA - MEIO DIA	009	02426 ALBINO	
A 4	JABAQUARA - VOLTA TARDE	009	02426 ALBINO	
B 1	LIBERDADE - VINDA MANHA	012	02454 ADEMAR	
B 2	LIBERDADE - MEIO DIA	012	02454 ADEMAR	
B 4	LIBERDADE - VOLTA TARDE	012	02454 ADEMAR	
B 6	LIBERDADE - TARDE ESPECIAL	012	01965 LORIVAL	
C 1	MONUMENTO - VINDA MANHA	008	02360 VITORIO	
C 2	MONUMENTO - MEIO DIA	008	02360 VITORIO	
C 4	MONUMENTO - VOLTA TARDE	008	02360 VITORIO	
D 1	MOEMA - VINDA MANHA	010	01759 EDNEI	
D 2	MOEMA - MEIO DIA	010	01759 EDNEI	
D 4	MOEMA - VOLTA TARDE	010	01759 EDNEI	
D 6	MOEMA - TARDE ESPECIAL	010	01759 EDNEI	
E 1	CANBUCCI - VINDA MANHA	019	01192 JAIME	
E 2	CANBUCCI - MEIO DIA	019	01192 JAIME	
E 4	CANBUCCI - VOLTA TARDE	019	01192 JAIME	
E 6	CANBUCCI - TARDE ESPECIAL	019	01192 JAIME	
F 1	JARDINS - VINDA MANHA	020	02431 WILSON	
F 2	JARDINS - MEIO DIA	020	02431 WILSON	
F 4	JARDINS - VOLTA TARDE	020	02431 WILSON	
F 6	JARDINS - TARDE ESPECIAL	011	02431 WILSON	
G 1	CIRC ANA ROSA - VINDA MANHA	007	02446 ANSELMO	
G 2	CIRC ANA ROSA - MEIO DIA	007	02446 ANSELMO	
G 4	CIRC ANA ROSA - VOLTA TARDE	007	02446 ANSELMO	
H 1	ACLIACAO - VINDA MANHA	029	01874 LUIZ	
H 2	ACLIACAO - MEIO DIA	029	01874 LUIZ	
H 4	ACLIACAO - VOLTA TARDE	029	01874 LUIZ	
I 1	LINHA EXTRA	011	01722 MANOEL	
I 2	LINHA EXTRA	011	01722 MANOEL	
I 3	EXTRA	011	01965 LORIVAL	
J 1	EXPRESSINHO	016	02361 ROBERTO	
J 2	EXPRESSINHO	016	02361 ROBERTO	
J 4	EXPRESSINHO	016	02361 ROBERTO	

horario	aluno	bairro	classe periodo	dt.nasc. Sex	REGISTRO
17:55:	Fica CATO PALAZZI COELHO	V MARIANA	JD2H T	M 940207-1	
end:	R ECA DE QUEIROS 258 AP 172			transp: TB5	
tel:	5719776	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:10:	Fica IRVIN KING LTU	VILA MARIANA	PG2F T	M 940311-6	
end:	RUA FRANCA PINTO 758 APT. 191			transp: TB5	
tel:	572/9157	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:15:	Fica FELIPE RANGEL DE OLIVEIRA	V.MARIANA	PG1F T-Integr	M 940233-0	
end:	AV. CONS. RODRIGUES ALVES 102			transp: TB7	
tel:	573/9643 573/8182	Obs: RES.ALUNO/R.MADRE CABRINI 332/A.114 A.F.571/4917		opcao: P(rincipal)	
18:30:	Fica RODRIGO CESAR MENDES CARVALHO	PLAN.PAULISTA	PG3F T	M 950050-2	
end:	R ITUXI 58 APT 1003			transp: TB5	
tel:	5581-3824	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:40:	Fica RODRIGO CESAR MENDES CARVALHO	PLAN.PAULISTA	PG3F T	M 950050-2	
end:	R ITUXI 58 APT 1003			transp: TA5	
tel:	5581-3824	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:50:	Fica JULIA ATSUMI MOREIRA KONO	PARQ. IMPERIAL	MT3C M-Integr	F 960173-2	
end:	RUA PARACATU 575 AP. 101			transp: TA1	
tel:	55819549	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
19:05:	Fica ELIZABETH EUN JUNG LEE	SAUDE	PG1L T	F 960165-1	
end:	RUA BERTIOGA, 280 APT. 81			transp: TC1 **WTC**	
tel:	5589-3635	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	

Linha: B/4 - LIBERDADE - VOLTA TARDE

(Fone:)

horario	aluno	bairro	classe periodo	dt.nasc. Sex	REGISTRO
17:50:	Fica RAPHAEL ROBERT GARRANHANI	ACLIMACAO	JD1G T	M 950587-3	
end:	RUA TENT. AZEVEDO 104 AP.195/8			transp: TA5	
tel:	264/0644	Obs: END.ALUN.RUA DA MOOCA 4.214/T.264/0644		opcao : P(rincipal)	
17:55:	Fica HUGO MATTAR OCHIAY	ACLIMACAO	PG3G T	M 940833-9	
end:	RUA MAZZINE 495 AP 24			transp: TA5	
tel:	2831096	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
17:55:	Fica KAUE MATTAR BORGES	ACLIMACAO	JD1G T	M 950570-9	
end:	RUA MAZZINE 495 AP 24			transp: TA5	
tel:	2831096	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:05:	Fica IVANA SAEMY WADA	ACLIMACAO	JD1D T	F 940304-3	
end:	R TAMANDARE 300 BL B 1 AND AP 11			transp: TA5	
tel:	2775257 2725747	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:10:	Fica JESSICA DE ALMEIDA CORREA	LIBERDADE	PG2G T	F 950147-9	
end:	RUA TAGUA 376 A.02			transp: TB5	
tel:	277/0825 289/4224	Obs: END.AL.R.JOAOQUIM E.DE LIMA 984 A.123/289/4224		opcao : P(rincipal)	
18:10:	Fica NATALIE DE ALMEIDA CORREA	LIBERDADE	PG4F T	F 950148-7	
end:	RUA TAGUA 376 AP.02			transp: TB5	
tel:	277/0825 289/4224	Obs: END.AL.R.JOAOQUIM E. DE LIMA 984 A.123/289/4224		opcao : P(rincipal)	
18:50:	Fica ALESSANDRA CURRALO MOLINA	BELEM	PG1F T-Integr	F 940839-8	
end:	R.SARG.CAPISTRANO 77			transp: TA6	
tel:	291/6634 269/0520	Obs: END.AL.RUA HERVAL 459 AP.41/264/2229		opcao : P(rincipal)	

* PROGRAMACAO DE TRANSPORTE DE ALUNOS *

Linha: C/4 - MONUMENTO - VOLTA TARDE

Onibus: 008

VITORIO

(Fone: 7275435 (RECADOS))

horario	aluno	bairro	classe periodo	dt.nasc. Sex	REGISTRO
12:35:	Fica EDUARDO CARBOLLAN PERIN	V.GUMERCINDO	SG1D M	M 960051-5	
end:	RUA DO ARRAIAL 164 APT. 74			transp: TB1	
tel:	573-4348	Obs: DE 2.3.E 6./VOLTA COM O CARRO 16/POS AULA		opcao : P(rincipal)	
18:12:	Fica FABIANA TOYODA	V GUMERCINDO	PG1F T-Integr	F 940470-8	
end:	R DO ARRAIAL 176 AP 104			transp: TA5	
tel:	5738296	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:12:	Fica FELIPE HAMAMOTO TOYODA	V GUMERCINDO	MT2B M-Integr	M 950535-0	
end:	R DO ARRAIAL 176 AP 104			transp: TA1	
tel:	5738296	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:22:	Fica RENATA ASTOLPHO THOMAZ	VILA GUMERCINDO	PG2F T-Integr	F 940057-5	
end:	R. VIGARIO ALBERNAZ 637 APTO 82			transp: TB7	
tel:	2750119	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:25:	Fica SILVIA NUNES DE S.R.MOMPEAN	IPIRANGA	PG4E T	F 900231-6	
end:	R MARQUES DE OLINDA 575			transp: TB5	
tel:	2722067	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:25:	Fica THIAGO NUNES DE S.R.MOMPEAN	IPIRANGA	PG6D T	M 900232-4	
end:	R MARQUES DE OLINDA 575			transp: TB5	
tel:	2722067	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:35:	Fica FERNANDA FRERICHs CHIAVENATO	IPIRANGA	MT2C M-Integr	F 950314-5	
end:	R CIPRIANO BARATA 1512 AP 122			transp: TA1	
tel:	2721885	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:35:	Fica LAURA FRERICHs CHIAVENATO	IPIRANGA	JD1A M-Integr	F 930106-2	
end:	R CIPRIANO BARATA 1512 AP 122			transp: TA1	
tel:	2721885	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:35:	Fica LUISA FRERICHs CHIAVENATO	IPIRANGA	JD2A M-Integr	F 930105-4	
end:	R CIPRIANO BARATA 1512 AP 122			transp: TA1	
tel:	2721885	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	

horario	aluno	bairro	classe periodo	dt.nasc. Sex	REGISTRO
18:20:	Fica MARIA FERNANDA C.DE CARVALHO	CAMPO BELO	MG1A T	F 960264-0	
end:	RUA DR JESUINO MACIEL 1371			transp: TC5	
tel:	5334914	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:30:	Fica LEANDRO CARDINALI SARDENBERG	CAMPO BELO	PG2E T	M 940838-0	
end:	RUA JOAO DE SOUZA DIAS 520 AP.73			transp: TC5	
tel:	5561/1804	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:50:	Fica ANA TIESSA HO	MOEMA	PG3E T-Integr	F 930241-7	
end:	AV JANDIRA 185 AP 163 B			transp: TA7	
tel:	5341562	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:50:	Fica ARTHUR TIEGO HO	MOEMA	PG1F T-Integr	M 930240-9	
end:	AV JANDIRA 185 AP 163 B			transp: TA7	
tel:	5341562	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
19:00:	Fica ANDRE MAEOKA FONSECA FERNANDES	MOEMA	JD2C M-Integr	M 960214-3	
end:	AV. ROUXINOL 857, APT. 51			transp: TA1	
tel:	542-8715	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
19:20:	Fica MICHEL JULIEN NETO	V.N.CONCEICAO	PG4G T-Integr	M 950244-0	
end:	R PROF. FILADELFO AZEVEDO 639 8 ANDAR			transp: TA5	
tel:	8876310/8856469	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	

horario	aluno	bairro	classe periodo	dt.nasc.	Sex	REGISTRO
17:50:	Fica CAMILA PIO PAIXAO	V DEODORO	JD2A M-Integr		F	950003-0
end:	RUA SAO JOAO DEL REI, 12				transp:	TA1
tel:	2771346	Obs: Endereco do Aluno			opcao:	P(rincipal)
17:55:	Fica AMANDA BATHA BRIESE	CAMBUCI	PG2F T		F	950069-3
end:	RUA LINS DE VASCONCELOS 1426				transp:	TA5
tel:	638929	Obs: Endereco do Aluno			opcao:	P(rincipal)
18:00:	Fica BARBARA SOUZA DE OLIVEIRA	ACLI MACAO	PG3G T-Integr		F	950200-9
end:	RUA LAURINDO RABELO 124				transp:	TA7
tel:	5717174	Obs: Endereco do Aluno			opcao:	P(rincipal)
18:00:	Fica DEBORA SOUZA DE OLIVEIRA	JARDIM GLORIA	JD2E M-Integr		F	960415-4
end:	RUA LAURINDO RABELO 124				transp:	TA3
tel:	5717174	Obs: Endereco do Aluno			opcao:	P(rincipal)
18:07:	Fica PAULO HENRIQUE GOMES FERREIRA	V MARIANA	PG3E T		M	880325-0
end:	RUA JOAO LOPES N 235 4 ANDAR APT 04				transp:	TB5
tel:	5716878	Obs: Endereco do Aluno			opcao:	P(rincipal)
18:10:	Fica VANESSA ARMENTO SCONTRE	KLABIN	PG3F T		F	930492-4
end:	RUA PEDRO POMPONAZZI 401 AP. 51				transp:	TA5
tel:	5735474	Obs: Endereco do Aluno			opcao:	P(rincipal)
18:10:	Fica VITOR ARMENTO SCONTRE	KLABIN	PG2G T		M	930493-2
end:	RUA PEDRO POMPONAZZI 401 AP. 51				transp:	TA5
tel:	5735474	Obs: Endereco do Aluno			opcao:	P(rincipal)
18:12:	Fica DENIS POLIFEMI LEONARDO	V.MARIANA	JD2E M-Integr		M	960195-3
end:	RUA DOMINGOS AUGUSTO SETTI 200				transp:	TA1
tel:	5753361/5735876	Obs: Endereco do Aluno			opcao:	P(rincipal)
18:15:	Fica LETICIA KURAHARA SUGA	VILA MARIANA	JD1G T		F	950467-2
end:	RUA VERGUEIRO 4241 APT 153				transp:	TB5
tel:		Obs: Endereco do Aluno			opcao:	P(rincipal)
18:17:	Fica CLAUDIA NUNES CAMILO	V.MARIANA	PG4E T		F	930146-1
end:	RUA FRANCISCO CRUZ 252 AP.33				transp:	TB5
tel:	5720384	Obs: Endereco do Aluno			opcao:	P(rincipal)
18:18:	Fica PEDRO HENRIQUE M. CORREIA	VILA MARIANA	PG1L T-Integr		M	960401-4
end:	AV. LINS DE VASCONCELOS 3111 AP.103B				transp:	TA7
tel:	5758445	Obs: Endereco do Aluno			opcao:	P(rincipal)
18:19:	Fica CATO SPOSITO KUPERSZWIT	V.MARIANA	JD2C M-Integr		M	960071-0
end:	RUA DR. PINTO FERRAZ 97 APT. 162				transp:	TA1
tel:	573-1604	Obs: Endereco do Aluno			opcao:	P(rincipal)
18:20:	Fica BRUNO BENEDETTI GAZELLI	V.MARIANA	JD2C M-Integr		M	960024-8
end:	R.DR.NETO DE ARAUJO 288/AVO				transp:	TA3
tel:	570/9648 253/2177	Obs: END.AL.R.CAP.ROSENDO 100 BL.A AP.13/TEL.273/1625			opcao:	P(rincipal)

Linha: F/4 - JARDINS - VOLTA TARDE

Onibus: 020

WILSON

(Fone: 683-0178)

horario	aluno	bairro	classe periodo	dt.nasc. Sex	REGISTRO
18:00:	Fica ERIKA LEHNER GOMES DE LIMA	BELA VISTA	PG1G T	F 950176-2	
end:	R MARTINIANO DE CARVALHO, 548 APT. 44			transp: TB5	
tel:	2874927	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:15:	Fica MARINA LISBOA R. DE ASSIS	IBIRAPUERA	PG1F T-Integr	F 950074-0	
end:	R MANOEL DA NOBREGA 1240 AP 222 BL A			transp: TA7	
tel:	8843629	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:20:	Fica ALEYLOVE TALANS	JD.PAULISTA	PG3E T	M 950664-0	
end:	RUA CACONDE 128 CASA 6			transp: TC5	
tel:	8854682	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:20:	Fica LOVELEY TALANS	JD.PAULISTA	PG3F T	M 950663-2	
end:	RUA CACONDE 128 CASA 6			transp: TC5	
tel:	8854682	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:30:	Fica DEBORAH PERES DE CAMARGO	BELA VISTA	WT3E T	F 940275-6	
end:	R ARTHUR PRADO 449 AP 102			transp: TB5	
tel:	2890650	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:30:	Fica ERIKA PEREZ DE CAMARGO	BELA VISTA	JD2F T	F 930386-3	
end:	R ARTHUR PRADO 449 AP 102			transp: TB5	
tel:	2890650	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	

horario	aluno	bairro	classe periodo	dt.nasc. Sex	REGISTRO
18:30:	Fica CAMILA YUMI KASHIWAKURA	SAUDE	MG1A T	F 960296-8	
end:	RUA GEN. CHAGAS SANTOS 272 AP. 501			transp: OC1	
tel:	5776677	Obs: CIRCULAR/METRO ANA ROSA		opcao : P(rincipal)	
18:30:	Fica GABRIELA CABRAL GIMENES PEREIRA	JARDIM REY	MG1A T	F 960288-7	
end:	AV. VISC. DO RIO BRANCO 345 AP. 12 BL I			transp: OC1 **TRC**	
tel:	4452891	Obs: CIRCULAR/METRO ANA ROSA		opcao : P(rincipal)	
18:30:	Fica SIMONE RAIMUNDO ALCIDES	VILA BRASILANDIA	MG1A T	F 960292-5	
end:	RUA BERENICE 83			transp: OC1	
tel:	876-5007	Obs: CIRCULAR/METRO ANA ROSA		opcao : P(rincipal)	
18:30:	Fica TATIANA IZUMI CARACA ONO	VILA MARIANA	MG1A T	F 960270-4	
end:	AV. DR. ALTINO ARANTES 668 APT. 63			transp: OC1 **TRC**	
tel:	55850198	Obs: CIRCULAR/METRO ANA ROSA		opcao : P(rincipal)	

horario	aluno	bairro	classe periodo	dt.nasc. Sex	REGISTRO
17:40:	Fica KARINA THALITA C DI SIERVI	ACLIMACAO	PG1I T	F 910738-0	
end:	RUA BASILIO DA CUNHA 78 CASA 4 B			transp: TA5	
tel:	5756102	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
17:40:	Fica THIONI CARRETTI DI SIERVI	ACLIMACAO	PG2G T	F 900582-0	
end:	RUA BASILIO DA CUNHA 78 CASA 4B			transp: TA5	
tel:	5756102	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
17:45:	Fica ISADORA ARAUJO DE S FERREIRA	V. MARIANA	PG1G T	F 950188-6	
end:	RUA CARLOS PETIT 490 AP 44			transp: TA5	
tel:	5492406	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
17:50:	Fica TATIANA BITTAR LOBO VIANNA	ACLIMACAO	PG6D T	F 910096-2	
end:	RUA APENINOS 845			transp: TB7	
tel:	287/0214	Obs: END.ALUN.CEL.DIOGO 840 AP.51 TEL.591/0466		opcao: P(rincipal)	
17:51:	Fica ISABELA COUTINHO FERREIRA DUARTE	ACLIMACAO	MT1B T	F 960495-2	
end:	RUA CASTRO ALVES 318 APT. 71			transp: TA5	
tel:	278-3835	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
17:59:	Fica RAFAEL RODRIGUES HATAMURA	LIBERDADE	PG1H T	M 940344-2	
end:	R TAMANDARE 272 AP 81 F			transp: TA5	
tel:	2796562	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
17:59:	Fica TATIANA RODRIGUES HATAMURA	LIBERDADE	PG3G T	F 940345-0	
end:	R TAMANDARE 272 AP 81 F			transp: TA5	
tel:	2796562	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:00:	Fica BRUNO GUALTIERI PEREZ	ACLIMACAO	PG2G T-Integr	M 900813-6	
end:	RUA CASTRO ALVES 803 A 815 APT 111			transp: TA7	
tel:	2707618	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:00:	Fica CAMILA GUALTIERI PEREZ	ACLIMACAO	JD2A M-Integr	F 910820-3	
end:	RUA CASTRO ALVES 803 A 815 APT 111			transp: TA7	
tel:	2707618	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:00:	Fica LUCAS GUALTIERI PEREZ	ACLIMACAO	MT3A M-Integr	M 940303-5	
end:	RUA CASTRO ALVES 803 A 815 APT 111			transp: TA7	
tel:	2707618	Obs: ENDERECO DO ALUNO		opcao: P(rincipal)	
18:00:	Fica WALTER JOSE GONCALVES JUNIOR	ACLIMACAO	PG7D T	M 940143-1	
end:	R CASTRO ALVES 778 AP 101			transp: TA5	
tel:	2704404	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:01:	Fica JULIA GUGLIELMI MOREIRA	ACLIMACAO	MT2F T	F 960509-6	
end:	RUA LOUREIRO DA CRUZ 305 APT 43			transp: TA5	
tel:	2789889	Obs: Endereco do Aluno		opcao: P(rincipal)	
18:05:	Fica LUCAS NUNES ITRI	ACLIMACAO	JD2G T	M 950219-0	
end:	RUA RODRIGO CLAUDIO 161 AP.22			transp: TA5	
tel:	2894462	Obs: ENDERECO DO ALUNO		opcao: P(rincipal)	

horario	aluno	bairro	classe periodo	dt.nasc. Sex	REGISTRO
18:05:	Fica MARIANA NUNES ITRI	ACLIMACAO	PG2G T	F 950220-3	
end:	RUA RODRIGO CLAUDIO 161 AP.22			transp: TA5	
tel:	2894462	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:06:	Fica GUSTAVO LEE	ACLIMACAO	PG2F T	M 940493-7	
end:	RUA JUPITER 233 AP.71			transp: TA5	
tel:	2796476	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:10:	Fica LIVIA MENEZES ELIAS	ACLIMACAO	JD1E T	F 960045-0	
end:	RUA URANO 14 APT. 44			transp: TA7	
tel:	278-0639	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:11:	Fica ALLAN KANG	ACLIMACAO	PG1I T	M 940236-5	
end:	R JOSE GETULIO 474 AP 91			transp: TA5	
tel:	2792345	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:12:	Fica DEBORA ANA IBANHES	ACLIMACAO	JD2G T	F 950546-6	
end:	AV. TURMALINA 166			transp: TA5	
tel:	2792261	Obs: END.ALUN. TEN.AZEVEDO 140 AP.23 TEL.242/8937		opcao : P(rincipal)	
18:13:	Fica MONIKE MARTINEZ BARROSO	ACLIMACAO	PG2G T	F 940639-5	
end:	R SAFIRA 456 APT 171 17.ANDAR			transp: TA5	
tel:	242-0491	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	
18:15:	Fica PATRICIA HE LIM HONG	ACLIMACAO	PG1F T	F 950515-6	
end:	AV ACLIMACAO 193 APT. 31			transp: TA5	
tel:	2705419	Obs: Endereco do Aluno		opcao : P(rincipal)	

ANEXO III

COMPILAÇÃO DE DADOS



CAPACIDADES DO MODELO PROPOSTO			
Ônibus	Capacidade Máxima	Assentos Reservados	Capacidade Atual
1 Aclimação	20	0	20
2 Jabaquara	20	0	20
3 Cambuci	20	0	20
4 Liberdade	20	1	19
5 Monumento	20	5	15
6 Jardins	20	3	17
7 Ana Rosa	20	0	20
8 Moerna	20	6	14
Número de Ônibus (M)			8

Endereço	Demanda q_i
E1 R. Oscar guanabarino	-
E2 R. Basílio da Cunha, 78	2
E3 R. Carlos Petit, 490	1
E4 R. Apeninos, 845	1
E5 R. Castro Alves, 318	1
E6 R. Tamandaré, 272	2
E7 R. Castro Alves, 803	4
E8 R. Loureiro da Cruz, 305	1
E9 R. Rodrigo Cláudio, 161	2
E10 R. Júpiter, 233	1
E11 R. Urano, 14	1
E12 R. José Getúlio, 474	1
E13 Av. Turmalina, 166	1
E14 R. Safira, 456	1
E15 Av. Aclimação, 193	1
E16 R. Eça de Queiróz, 258	1
E17 R. França Pinto, 756	1
E18 Av. Cons Rodrigues Alves, 102	1
E19 R. Ituxi, 58	2
E20 R. Paracatu, 575	1
E21 R. Bertioga, 280	1
E22 R. São João Del Rei, 12	1
E23 R. Lins de Vasconcelos, 1426	1
E24 R. Laurindo Rabelo, 124	2
E25 R. João Lopes, 235	1
E26 R. Pedro Pomponazzi, 445	2
E27 R. Domingos Augusto Setti, 200	1

Endereço	Deman da q_i
E28 R. Vergueiro, 4241	1
E29 R. Francisco Cruz, 252	1
E30 Av Lins de Vasconcelos, 3111	1
E31 R. Dr Pinto Ferraz, 97	1
E32 R. Dr. Neto de Araújo, 288	1
E33 R. Tenente Azevedo, 104	1
E34 R. Mazzini, 495	2
E35 R. Tamandaré, 300	1
E36 R. Tagua, 376	2
E37 R. Sarg. Capistrano, 77	1
E38 R. do Arraial, 164	3
E39 R. Vigário Albernaz, 637	1
E40 R. Marquês de Olinda, 575	2
E41 R. Cipriano Barata, 1512	3
E42 R. Martiniano de Carvalho, 548	1
E43 R. Manuel da Nóbrega, 1240	1
E44 R. Caconde, 128	2
E45 R. Arthur Prado, 449	2
E46 Estação Ana Rosa	4
E47 R. Dr. Jesuino Maciel, 1371	1
E48 R. João de Souza Dias, 520	1
E49 Av. Jandira, 185	2
E50 Av. Rouxinol, 857	1
E51 R. Prof. Filadelfo Azevedo, 639	1
Número de Endereços (N)	51
Número de Alunos	72

Origem	Destino	Custo c.i.j
1	2	1400
1	3	2200
1	4	1400
1	5	1200
1	6	1400
1	7	818
1	8	853
1	9	933
1	10	899
1	11	1000
1	12	985
1	13	455
1	14	775
1	15	742
1	16	2200
1	17	3600
1	18	2800
1	19	7000
1	20	7900
1	21	6800
1	22	1200
1	23	1200
1	24	2300
1	25	3600
1	26	3900
1	27	3600
1	28	3800
1	29	3400
1	30	2700
1	31	3300
1	32	2900
1	33	1300
1	34	1100
1	35	1400
1	36	2400
1	37	8900
1	38	5200
1	39	6500
1	40	5300
1	42	3200
1	43	4300
1	44	4500
1	46	1200
1	47	9700
2	1	929
2	3	1300
2	4	2000
2	5	2200
2	6	2600
2	7	1800
2	8	1700
2	9	1800
2	10	1800
2	11	1900
2	12	1900
2	13	1300
2	14	1700
2	15	1600
2	16	2400
2	17	3000
2	18	2900

Origem	Destino	Custo c.i.j
2	19	6000
2	20	6900
2	21	5800
2	22	1100
2	23	859
2	24	1500
2	25	2700
2	26	2800
2	27	2600
2	28	2700
2	29	2400
2	30	1500
2	31	2300
2	32	1700
2	33	2200
2	35	2700
2	36	3200
2	38	4200
2	39	5400
2	40	4400
2	43	4500
2	44	4600
2	46	1400
2	47	8800
3	1	2100
3	4	2000
3	5	2600
3	6	3400
3	7	2200
3	8	2200
3	9	2300
3	10	1900
3	11	2400
3	12	2700
3	13	2500
3	14	1900
3	15	2400
3	16	1800
3	17	2100
3	18	2000
3	19	5000
3	20	5900
3	21	4800
3	25	1800
3	26	1900
3	27	1700
3	28	1800
3	29	1500
3	30	816
3	31	1300
3	32	1000
3	33	3300
3	35	3500
3	36	3700
3	38	3300
3	39	4500
3	40	4000
3	43	3900
3	44	4100
3	46	1000
3	47	7800

Origem	Destino	Custo c.i.j
4	1	2000
4	3	3200
4	5	795
4	6	1600
4	7	1000
4	8	1000
4	9	655
4	10	804
4	11	805
4	12	1000
4	13	1400
4	14	1000
4	15	1200
4	16	3100
4	17	4500
4	18	3600
4	19	7500
4	20	8400
4	21	7300
4	24	4300
4	25	4600
4	26	4700
4	27	4500
4	28	4600
4	29	4300
4	30	3400
4	31	4100
4	32	3600
4	33	1700
4	35	1600
4	36	2000
4	38	6100
4	39	7300
4	42	1800
4	43	6100
4	44	6000
4	46	2000
4	47	10300
5	1	1700
5	3	3300
5	4	975
5	6	817
5	7	952
5	8	915
5	9	861
5	10	1100
5	11	658
5	12	813
5	13	1300
5	14	1400
5	15	981
5	16	3300
5	17	4700
5	18	3900
5	19	7700
5	20	8600
5	21	7500
5	26	4800
5	27	4600
5	28	4700
5	29	4400

Origem	Destino	Custo c.i.j
5	30	3500
5	31	4300
5	32	3700
5	33	1500
5	35	887
5	36	1100
5	37	7600
5	39	7400
5	42	2400
5	46	2300
6	1	1800
6	5	1300
6	7	1600
6	8	1300
6	9	1400
6	10	1600
6	11	1200
6	12	1100
6	13	1700
6	14	1800
6	15	1300
6	33	1300
6	35	70
6	36	889
6	37	7400
6	42	1600
7	1	741
7	3	2200
7	4	923
7	5	397
7	6	1400
7	8	302
7	9	54
7	10	160
7	11	161
7	12	733
7	13	350
7	14	342
7	15	490
7	16	2100
7	17	3500
7	18	2600
7	19	6500
7	20	7300
7	21	6300
7	24	3100
7	25	3600
7	26	3700
7	27	3400
7	28	3600
7	29	3200
7	30	2400
7	31	3100
7	32	2600
7	35	1500
7	36	1500
7	38	5000
7	39	6300
7	42	2600
7	43	4200
7	44	4400

Origem	Destino	Custo ci,j
7	46	1000
7	47	9200
8	1	846
8	3	2400
8	4	983
8	5	489
8	6	1400
8	7	373
8	9	146
8	10	387
8	11	197
8	12	531
8	13	589
8	14	536
8	15	530
8	16	2400
8	17	3800
8	18	2900
8	19	6800
8	20	7700
8	21	6600
8	24	3100
8	25	3800
8	26	3900
8	27	3700
8	28	3800
8	29	3500
8	30	2600
8	31	3300
8	32	2800
8	35	1500
8	36	1600
8	38	5300
8	39	6300
8	42	2700
8	43	4300
8	44	4700
8	46	1200
8	47	9500
9	1	1100
9	3	2300
9	4	836
9	5	622
9	6	1400
9	7	371
9	10	532
9	11	387
9	12	1100
9	13	916
9	14	714
9	15	857
9	16	2500
9	17	3900
9	18	3000
9	19	6800
9	20	7700
9	21	6600
9	24	3500
9	25	3900
9	26	4100
9	27	3800

Origem	Destino	Custo ci,j
9	28	4000
9	29	3600
9	30	2700
9	31	3500
9	32	2900
9	35	1500
9	36	1700
9	38	5400
9	39	6700
9	42	2500
9	43	4600
9	44	4700
9	46	1400
9	47	9600
10	1	916
10	3	2000
10	4	763
10	5	652
10	6	1500
10	7	255
10	8	412
10	9	309
10	11	417
10	12	843
10	13	659
10	14	209
10	15	600
10	16	1900
10	17	3400
10	18	2500
10	19	6300
10	20	7200
10	21	6100
10	24	3200
10	25	3400
10	26	3500
10	27	3300
10	28	3400
10	29	3100
10	30	2200
10	31	3000
10	32	2400
10	35	1600
10	36	1700
10	38	4900
10	39	6200
10	42	2400
10	43	4100
10	44	4200
10	46	921
10	47	9100
11	1	1100
11	3	2600
11	4	1100
11	5	368
11	6	1100
11	7	427
11	10	587
11	12	667
11	13	977
11	14	770

Origem	Destino	Custo ci,j
11	15	918
11	16	2500
11	17	3900
11	18	3000
11	19	6900
11	20	7800
11	21	6700
11	24	3500
11	25	4000
11	26	4100
11	27	3900
11	28	4000
11	29	3700
11	30	2800
11	31	3500
11	32	3000
11	35	1200
11	36	1400
11	38	5500
11	39	6700
11	42	2800
11	43	4600
11	44	4800
11	46	1400
11	47	9600
12	1	966
12	3	2500
12	4	1100
12	5	524
12	6	1300
12	7	493
12	8	161
12	9	307
12	10	507
12	11	289
12	13	439
12	14	656
12	15	380
12	16	2500
12	17	3900
12	18	3000
12	19	6900
12	20	7800
12	21	6700
12	26	4000
12	27	3800
12	28	3900
12	29	3600
12	30	2700
12	31	3400
12	32	2900
12	35	1400
12	36	1600
12	39	6600
12	42	2900
12	46	1300
13	1	501
13	3	2200
13	4	1400
13	5	871
13	6	1200

Origem	Destino	Custo ci,j
13	7	485
13	8	454
13	9	535
13	10	500
13	11	635
13	12	529
13	14	545
13	15	286
13	16	2200
13	17	3600
13	18	2700
13	19	6600
13	20	7500
13	21	6400
13	26	3700
13	27	3500
13	28	3600
13	29	3300
13	30	2400
13	31	3200
13	32	2600
13	33	1100
13	34	1600
13	35	1300
13	36	1900
13	37	8500
13	39	6300
13	42	2700
13	46	1200
14	1	1200
14	3	2300
14	4	821
14	5	888
14	6	1800
14	7	368
14	8	658
14	9	265
14	10	312
14	11	652
14	12	1100
14	15	912
14	16	2300
14	17	3700
14	18	2800
14	19	6600
14	20	7500
14	21	6400
14	24	3500
14	25	3700
14	26	3900
14	27	3600
14	28	3800
14	29	3400
14	30	2500
14	31	3300
14	32	2700
14	35	1900
14	36	2000
14	38	5200
14	39	6500
14	42	2500

Origem	Destino	Custo ci,j
14	43	4400
14	44	4500
14	46	1200
14	47	9400
15	1	873
15	3	2700
15	4	1400
15	5	584
15	6	967
15	7	650
15	8	379
15	9	526
15	10	664
15	11	384
15	12	242
15	14	813
15	16	2700
15	17	4100
15	18	3200
15	19	7100
15	20	7900
15	21	6900
15	26	4200
15	27	3900
15	28	4100
15	29	3700
15	30	2900
15	31	3600
15	32	3100
15	35	1000
15	36	1700
15	39	6800
15	42	2400
15	46	1600
16	1	2400
16	17	1700
16	18	764
16	19	5200
16	20	6100
16	21	5000
16	25	3200
16	26	3300
16	27	3100
16	28	3200
16	29	2900
16	30	2100
16	31	2800
16	32	2300
16	38	4700
16	39	5400
16	43	2100
16	44	2500
16	46	1200
16	47	7600
17	1	2700
17	18	1000
17	19	4700
17	20	5600
17	21	4500
17	26	2800
17	27	2600

Origem	Destino	Custo ci,j
17	28	2700
17	29	2400
17	30	1600
17	31	2200
17	32	1800
17	39	4900
17	43	2400
17	44	2800
17	47	5900
18	1	1700
18	3	1000
18	4	1100
18	5	1800
18	6	3000
18	7	1900
18	8	1900
18	9	2000
18	10	1600
18	11	1800
18	12	2300
18	13	2100
18	14	1500
18	15	2100
18	16	866
18	17	1600
18	19	4600
18	20	5500
18	21	4400
18	25	2500
18	26	2700
18	27	2400
18	28	2600
18	29	2200
18	30	1500
18	31	2100
18	32	1600
18	33	3000
18	35	3100
18	36	2800
18	38	4000
18	39	4700
18	40	4800
18	43	2900
18	44	3100
18	46	588
18	47	7300
19	1	6600
19	20	1600
19	21	2200
19	47	4900
20	1	6600
20	21	2100
20	47	8100
21	1	3300
21	19	4200
21	20	2400
21	47	6900
22	1	985
22	2	683
22	3	2000
22	18	4000

Origem	Destino	Custo ci,j
22	23	194
22	24	1600
22	25	2700
22	26	3200
22	27	2900
22	28	3100
22	29	2700
22	30	1900
22	31	2600
22	32	2100
22	38	4500
22	39	5800
22	40	4200
22	46	2100
23	1	1000
23	2	469
23	3	1800
23	18	3800
23	24	1400
23	25	2500
23	26	2900
23	27	2700
23	28	2800
23	29	2500
23	30	1700
23	31	2400
23	32	1900
23	38	4300
23	39	5500
23	40	4200
23	46	1900
24	1	2300
24	3	2200
24	16	3600
24	17	3100
24	18	2900
24	19	6600
24	20	6500
24	21	5300
24	25	1400
24	26	2000
24	27	2800
24	28	2600
24	29	2800
24	30	1400
24	31	2900
24	32	2000
24	38	3300
24	39	4200
24	40	3300
24	43	6900
24	44	6000
24	46	2900
24	47	9400
25	1	3200
25	17	3100
25	19	4800
25	20	5700
25	21	4600
25	26	770
25	27	1000

Origem	Destino	Custo ci,j
25	28	1300
25	29	1300
25	30	1400
25	31	1100
25	32	1600
25	38	2200
25	39	3400
25	40	3100
25	43	5100
25	44	5900
25	47	7600
26	1	3600
26	17	3800
26	19	5400
26	20	5700
26	21	4600
26	27	1000
26	28	1300
26	29	1900
26	30	2000
26	31	1700
26	32	2200
26	38	2200
26	39	3400
26	40	2900
26	43	5800
26	44	6600
26	47	8200
27	1	4000
27	17	3000
27	19	4700
27	20	4900
27	21	3300
27	28	321
27	29	1100
27	30	1300
27	31	1000
27	32	1400
27	38	1700
27	39	2900
27	40	2400
27	43	5000
27	44	5800
27	47	7500
28	1	3800
28	17	2900
28	19	4500
28	20	4600
28	21	3000
28	29	1000
28	30	1100
28	31	875
28	32	1300
28	38	1700
28	39	3000
28	43	4900
28	44	5600
28	47	7300
29	1	2900
29	17	1800
29	19	3500

Origem	Destino	Custo c _{ij}
29	20	4400
29	21	3300
29	25	2400
29	26	2600
29	27	2300
29	28	2500
29	30	1400
29	31	2000
29	32	1500
29	38	3700
29	39	3600
29	40	4700
29	43	3800
29	44	4600
29	47	6300
30	1	2700
30	17	2100
30	19	4300
30	20	5100
30	21	4100
30	25	1000
30	26	1100
30	27	946
30	28	1000
30	29	748
30	31	611
30	32	190
30	38	2500
30	39	3800
30	40	3200
30	43	4600
30	44	5400
30	47	7000
31	1	2900
31	17	2300
31	19	4500
31	20	5400
31	21	4300
31	25	2500
31	26	2600
31	27	2400
31	28	2500
31	29	2200
31	32	1600
31	38	4000
31	39	4700
31	40	4700
31	43	4900
31	44	5600
31	47	7300
32	1	3200
32	17	1900
32	19	4900
32	20	5800
32	21	4700
32	25	1600
32	26	1700
32	27	1400
32	28	1600
32	29	1300
32	30	590

Origem	Destino	Custo c _{ij}
32	31	1100
32	38	3100
32	39	4300
32	40	3800
32	43	3800
32	44	4000
32	47	7700
33	1	1500
33	4	2500
33	5	2200
33	6	1000
33	7	2400
33	8	2300
33	9	2400
33	10	2400
33	11	2100
33	12	1900
33	13	1800
33	14	2300
33	15	2100
33	34	470
33	35	1100
33	36	1700
33	37	7100
33	42	2500
34	4	2400
34	5	2100
34	6	933
34	7	1900
34	8	1900
34	9	2000
34	10	1900
34	11	2000
34	12	1900
34	13	1400
34	14	1800
34	15	1700
34	33	696
34	35	1000
34	36	1600
34	37	6900
34	42	2400
35	1	2000
35	5	1300
35	6	70
35	7	1500
35	8	1200
35	9	1400
35	10	1600
35	11	1200
35	12	1000
35	13	1600
35	14	1700
35	15	1200
35	33	1200
35	36	819
35	37	7200
35	42	1600
36	1	1900
36	5	1200
36	6	464

Origem	Destino	Custo c _{ij}
36	7	1400
36	8	1100
36	9	1300
36	10	1500
36	11	1100
36	12	1000
36	13	1500
36	14	1600
36	15	1100
36	33	1400
36	37	7100
36	42	970
37	1	9500
38	17	4400
38	19	6000
38	20	4100
38	21	3100
38	39	786
38	40	1400
38	43	6400
38	44	7100
38	47	8800
39	1	5700
39	17	5300
39	19	6800
39	20	3500
39	21	2500
39	40	1600
39	43	7300
39	44	8100
39	47	9600
40	41	2900
42	43	4200
42	44	4200
42	45	417
43	19	5800
43	20	6800
43	21	6400
43	44	945
43	45	3200
43	47	6700
44	19	6000
44	20	7100
44	21	6600
44	45	2300
44	47	6900
45	1	3200
46	1	1100
46	3	1200
46	4	1100
46	5	1600
46	6	2500
46	7	1300
46	8	1300
46	9	1300
46	10	1000
46	11	1400
46	12	1700
46	13	1500
46	14	987
46	15	1500

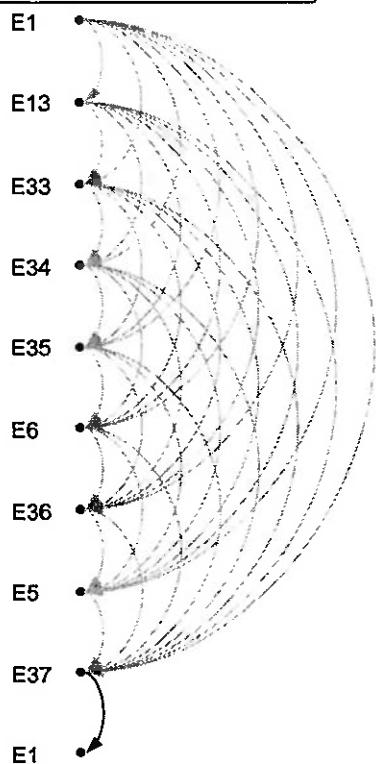
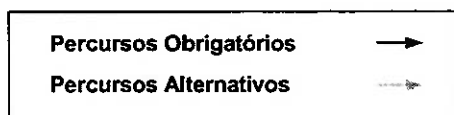
Origem	Destino	Custo c _{ij}
46	16	1000
46	17	2500
46	18	1500
46	19	5800
46	20	6600
46	21	5600
46	25	2500
46	26	2600
46	27	2400
46	28	2500
46	29	2200
46	30	1800
46	31	2000
46	32	1900
46	33	2400
46	35	2500
46	36	3000
46	38	4000
46	39	5200
46	40	4700
46	43	3100
46	44	3300
46	47	8500
47	48	667
48	49	3300
49	50	1600
50	51	2600
51	1	7000

ANEXO IV

SAÍDAS DO ALGORITMO DE DETERMINAÇÃO DE ARCOS DO MODELO (EXCEL)



LIBERDADE



n	10	Cap.Max	20
---	----	---------	----

Código	i	E(i)	q(i)
E1	1	1	
E13	2	0	1
E33	3	0	1
E34	4	0	1
E35	5	0	1
E6	6	0	1
E36	7	0	1
E5	8	0	1
E37	9	1	1
E1	10	1	

	E1	E13	E33	E34	E35	E6	E36	E5	E37	E1
E1	0	9	9	9	9	9	9	9	9	0
E13	0	0	9	9	9	9	9	9	9	0
E33	0	0	0	9	9	9	9	9	9	0
E34	0	0	0	0	9	9	9	9	9	0
E35	0	0	0	0	0	9	9	9	9	0
E6	0	0	0	0	0	0	9	9	9	0
E36	0	0	0	0	0	0	0	9	9	0
E5	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0
E37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
E1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

RESTRIÇÕES CHEGADA/SAÍDA

Restricao_S1_4: $x[1,13,4] + x[1,33,4] + x[1,34,4] + x[1,35,4] + x[1,6,4] + x[1,36,4] + x[1,5,4] + x[1,37,4] = 1$;

Restricao_S13_4: $x[13,33,4] + x[13,34,4] + x[13,35,4] + x[13,6,4] + x[13,36,4] + x[13,5,4] + x[13,37,4] = y[13,4]$;

Restricao_C13_4: $x[1,13,4] = y[13,4]$;

Restricao_S33_4: $x[33,34,4] + x[33,35,4] + x[33,6,4] + x[33,36,4] + x[33,5,4] + x[33,37,4] = y[33,4]$;

Restricao_C33_4: $x[1,33,4] + x[13,33,4] = y[33,4]$;

Restricao_S34_4: $x[34,35,4] + x[34,6,4] + x[34,36,4] + x[34,5,4] + x[34,37,4] = y[34,4]$;

Restricao_C34_4: $x[1,34,4] + x[13,34,4] + x[33,34,4] = y[34,4]$;

Restricao_S35_4: $x[35,6,4] + x[35,36,4] + x[35,5,4] + x[35,37,4] = y[35,4]$;

Restricao_C35_4: $x[1,35,4] + x[13,35,4] + x[33,35,4] + x[34,35,4] = y[35,4]$;

Restricao_S6_4: $x[6,36,4] + x[6,5,4] + x[6,37,4] = y[6,4]$;

Restricao_C6_4: $x[1,6,4] + x[13,6,4] + x[33,6,4] + x[34,6,4] + x[35,6,4] = y[6,4]$;

Restricao_S36_4: $x[36,5,4] + x[36,37,4] = y[36,4]$;

Restricao_C36_4: $x[1,36,4] + x[13,36,4] + x[33,36,4] + x[34,36,4] + x[35,36,4] + x[6,36,4] = y[36,4]$;

Restricao_S5_4: $x[5,37,4] = y[5,4]$;

Restricao_C5_4: $x[1,5,4] + x[13,5,4] + x[33,5,4] + x[34,5,4] + x[35,5,4] + x[6,5,4] + x[36,5,4] = y[5,4]$;

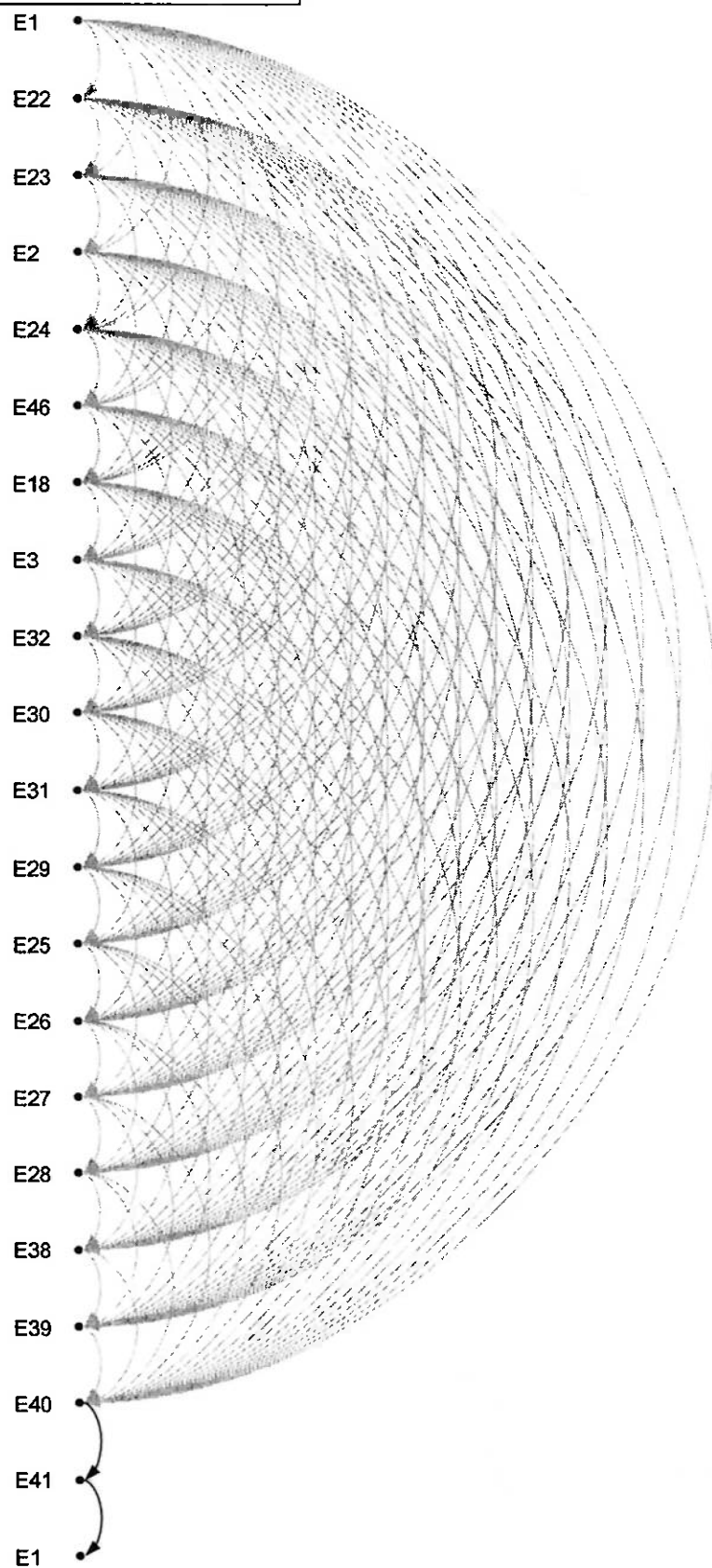
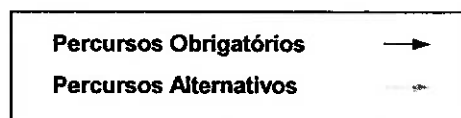
Restricao_C37_4: $x[1,37,4] + x[13,37,4] + x[33,37,4] + x[34,37,4] + x[35,37,4] + x[6,37,4] + x[36,37,4] + x[5,37,4] = 1$;

RESTRIÇÃO DE CAPACIDADE

Capacidade_Onibus_4: $1 \cdot y[13,4] + 1 \cdot y[33,4] + 1 \cdot y[34,4] + 1 \cdot y[35,4] + 1 \cdot y[6,4] + 1 \cdot y[36,4] + 1 \cdot y[5,4] \leq 19$;

Capacidade_Onibus_4: $q[13] \cdot y[13,4] + q[33] \cdot y[33,4] + q[34] \cdot y[34,4] + q[35] \cdot y[35,4] + q[6] \cdot y[6,4] + q[36] \cdot y[36,4] + q[5] \cdot y[5,4] \leq Q[4]$;

MONUMENTO



[illegible]

Capacidade_Outbox_6: $1 \cdot (22,5) + 1 \cdot (23,5) + 1 \cdot (25,5) + 1 \cdot (24,5) + 1 \cdot (46,5) + 1 \cdot (18,5) + 1 \cdot (3,5) + 1 \cdot (22,5) + 1 \cdot (30,5) + 1 \cdot (31,5) + 1 \cdot (28,5) + 1 \cdot (25,5) + 1 \cdot (25,5) + 1 \cdot (27,5) + 1 \cdot (28,5) + 1 \cdot (38,5) + 1 \cdot (36,5) = 55$

Capacidade_Outbox_5: $0 \cdot (27,5) + 22 \cdot (22,5) + 23 \cdot (23,5) + 27 \cdot (25,5) + 24 \cdot (24,5) + 46 \cdot (46,5) + 18 \cdot (18,5) + 3 \cdot (3,5) + 22 \cdot (22,5) + 30 \cdot (30,5) + 31 \cdot (31,5) + 28 \cdot (28,5) + 25 \cdot (25,5) + 25 \cdot (25,5) + 27 \cdot (27,5) + 28 \cdot (28,5) + 38 \cdot (38,5) + 36 \cdot (36,5) = 125$

ANEXO V

ENTRADAS PARA O MODELO ORIGINAL (CPLEX)



PÁGINA 1 DO RELATÓRIO DE PARÂMETROS DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO

set PONTO:= 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28
29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51;

set ONIBUS:= 1 2 3 4 5 6 7 8;

param: Q :=

1 20
2 20
3 20
4 19
5 15
6 17
7 20
8 14;

param: q :=

1 0
2 2
3 1
4 1
5 1
6 2
7 4
8 1
9 2
10 1
11 1
12 1
13 1
14 1
15 1
16 1
17 1
18 1
19 2
20 1
21 1
22 1
23 1
24 2
25 1
26 2
27 1
28 1
29 1
30 1
31 1
32 1
33 1
34 2
35 1
36 2
37 1
38 3
39 1
40 2
41 3
42 1
43 1
44 2
45 2
46 4
47 1
48 1
49 2
50 1
51 1;

PÁGINA 2 DO RELATÓRIO DE PARÂMETROS DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO

param c(tr):

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
	45	46	47	48	49	50	51:=				
1	0	929	2100	2000	1700	1800	741	846	1100	916	1100
	966	501	1200	873	2400	2700	1700	6600	6600	5300	985
	1000	2300	3200	3600	4000	3800	2900	2700	2900	3200	1500
	0	2000	1900	0	0	5700	0	0	0	0	0
	0	1100	0	0	0	0	0				
2	1400	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	683
	469	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0				
3	2200	1300	0	3200	3300	0	2200	2400	2500	2000	2600
	2500	2200	2300	2700	0	0	1000	0	0	0	2000
	1800	2200	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1200	0	0	0	0	0				
4	1400	2000	2000	0	975	0	923	983	836	763	1100
	1100	1400	821	1400	0	0	1100	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2500
	2400	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1100	0	0	0	0	0				
5	1200	2200	2600	795	0	1300	397	489	622	652	368
	524	871	888	584	0	0	1800	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2200
	2100	1300	1200	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1600	0	0	0	0	0				
6	1400	2600	3400	1600	817	0	1400	1400	1400	1500	1100
	1300	1200	1800	967	0	0	3000	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1000
	933	70	464	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	2500	0	0	0	0	0				
7	818	1800	2200	1000	952	1600	0	373	371	255	427
	493	485	568	650	0	0	1900	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2400
	1900	1500	1400	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1300	0	0	0	0	0				
8	853	1700	2200	1000	915	1300	302	0	0	412	0
	161	454	658	379	0	0	1900	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2300
	1900	1200	1100	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1300	0	0	0	0	0				
9	933	1800	2300	655	861	1400	54	146	0	309	0
	307	535	265	526	0	0	2000	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2400
	2000	1400	1300	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1300	0	0	0	0	0				
10	899	1800	1900	804	1100	1600	160	387	532	0	587
	507	500	312	664	0	0	1600	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2400
	1900	1600	1500	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1000	0	0	0	0	0				
11	1000	1900	2400	805	658	1200	161	197	387	417	0
	289	635	652	384	0	0	1800	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2100
	2000	1200	1100	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1400	0	0	0	0	0				
12	985	1900	2700	1000	813	1100	733	531	1100	843	667
	0	529	1100	242	0	0	2300	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1900
	1900	1000	1000	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1700	0	0	0	0	0				
13	455	1300	2500	1400	1300	1700	550	589	916	659	977
	439	0	0	0	0	0	2100	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1800
	1400	1600	1500	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	1500	0	0	0	0	0				
14	775	1700	1900	1000	1400	1800	342	536	714	209	770

PÁGINA 1 DO RELATÓRIO DO EQUACIONAMENTO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO

set PONTO;
set ONIBUS;

param Q{ONIBUS} : #CAPACIDADE DO ONIBUS
param q{PONTO} ;
param c{PONTO,PONTO} ;

var x{PONTO,PONTO,ONIBUS}binary;
var y{PONTO,ONIBUS}binary;

minimize custo: c[1,2]*(x[1,2,1]+x[1,2,3]+x[1,2,5]+x[1,2,7]+x[1,2,8])+c[1,3]*(x[1,3,1]+
x[1,3,2]+x[1,3,5]+x[1,3,7]+x[1,3,8])+c[1,4]*(x[1,4,1]+x[1,4,2]+x[1,4,6]+x[1,4,7]+x
[1,4,8])+c[1,5]*(x[1,5,1]+x[1,5,2]+x[1,5,4]+x[1,5,6])+c[1,6]*(x[1,6,1]+x[1,6,4]+x
[1,6,6])+c[1,7]*(x[1,7,1]+x[1,7,2]+x[1,7,6]+x[1,7,7]+x[1,7,8])+c[1,8]*(x[1,8,1]+x
[1,8,2]+x[1,8,6]+x[1,8,7]+x[1,8,8])+c[1,9]*(x[1,9,1]+x[1,9,2]+x[1,9,6]+x[1,9,7]+x
[1,9,8])+c[1,10]*(x[1,10,1]+x[1,10,2]+x[1,10,6]+x[1,10,7]+x[1,10,8])+c[1,11]*(x
[1,11,1]+x[1,11,2]+x[1,11,6]+x[1,11,8])+c[1,12]*(x[1,12,1]+x[1,12,2]+x[1,12,6])+c
[1,13]*(x[1,13,1]+x[1,13,2]+x[1,13,4]+x[1,13,6]+x[1,13,7])+c[1,14]*(x[1,14,1]+x
[1,14,2]+x[1,14,6]+x[1,14,7]+x[1,14,8])+c[1,15]*(x[1,15,1]+x[1,15,2]+x[1,15,6])+c
[1,16]*(x[1,16,2]+x[1,16,8])+c[1,17]*(x[1,17,2]+x[1,17,8])+c[1,18]*(x[1,18,1]+x
[1,18,2]+x[1,18,5]+x[1,18,8])+c[1,19]*(x[1,19,2]+x[1,19,8])+c[1,20]*(x[1,20,2]+x
[1,20,8])+c[1,21]*(x[1,21,2]+x[1,21,8])+c[1,22]*(x[1,22,3]+x[1,22,5])+c[1,23]*(x
[1,23,3]+x[1,23,5])+c[1,24]*(x[1,24,3]+x[1,24,5]+x[1,24,8])+c[1,25]*(x[1,25,3]+x
[1,25,5]+x[1,25,8])+c[1,26]*(x[1,26,2]+x[1,26,3]+x[1,26,5]+x[1,26,8])+c[1,27]*(x
[1,27,2]+x[1,27,3]+x[1,27,5]+x[1,27,8])+c[1,28]*(x[1,28,2]+x[1,28,3]+x[1,28,5]+x
[1,28,8])+c[1,29]*(x[1,29,2]+x[1,29,3]+x[1,29,5]+x[1,29,8])+c[1,30]*(x[1,30,2]+x
[1,30,3]+x[1,30,5]+x[1,30,8])+c[1,31]*(x[1,31,2]+x[1,31,3]+x[1,31,5]+x[1,31,8])+c
[1,32]*(x[1,32,2]+x[1,32,3]+x[1,32,5]+x[1,32,8])+c[1,33]*(x[1,33,1]+x[1,33,4]+x
[1,33,6])+c[1,34]*(x[1,34,4]+x[1,34,6])+c[1,35]*(x[1,35,1]+x[1,35,4]+x[1,35,6])+c
[1,36]*(x[1,36,1]+x[1,36,4]+x[1,36,6])+c[1,37]*(x[1,37,4]+c[1,38]*(x[1,38,5]+x[1,38,8])
+c[1,39]*(x[1,39,2]+x[1,39,5]+x[1,39,8])+c[1,40]*(x[1,40,5]+c[1,42]*(x[1,42,6]+c[1,43]*x
[1,43,8])+c[1,44]*(x[1,44,8]+c[1,46]*(x[1,46,1]+x[1,46,2]+x[1,46,5]+x[1,46,7]+x[1,46,8])
+c[1,47]*x[1,47,8]
+c[2,1]*(x[2,1,1]+x[2,1,3]+x[2,1,7])+c[2,3]*(x[2,3,1]+x[2,3,5]+x[2,3,7]+x[2,3,8])+c
[2,4]*(x[2,4,1]+x[2,4,7]+x[2,4,8])+c[2,5]*(x[2,5,1]+c[2,6]*(x[2,6,1]+c[2,7]*(x[2,7,1]+x
[2,7,7]+x[2,7,8])+c[2,8]*(x[2,8,1]+x[2,8,7]+x[2,8,8])+c[2,9]*(x[2,9,1]+x[2,9,7]+x
[2,9,8])+c[2,10]*(x[2,10,1]+x[2,10,7]+x[2,10,8])+c[2,11]*(x[2,11,1]+x[2,11,8])+c[2,12]
x[2,12,1]+c[2,13](x[2,13,1]+x[2,13,7])+c[2,14]*(x[2,14,1]+x[2,14,7]+x[2,14,8])+c
[2,15]*(x[2,15,1]+c[2,16]*(x[2,16,8]+c[2,17]*(x[2,17,8]+c[2,18]*(x[2,18,1]+x[2,18,5]+x
[2,18,8])+c[2,19]*(x[2,19,8]+c[2,20]*(x[2,20,8]+c[2,21]*(x[2,21,8]+c[2,22]*(x[2,22,3]+c
[2,23]*(x[2,23,3]+c[2,24]*(x[2,24,3]+x[2,24,5]+x[2,24,8])+c[2,25]*(x[2,25,3]+x[2,25,5]
+x[2,25,8])+c[2,26]*(x[2,26,3]+x[2,26,5]+x[2,26,8])+c[2,27]*(x[2,27,3]+x[2,27,5]+x
[2,27,8])+c[2,28]*(x[2,28,3]+x[2,28,5]+x[2,28,8])+c[2,29]*(x[2,29,3]+x[2,29,5]+x
[2,29,8])+c[2,30]*(x[2,30,3]+x[2,30,5]+x[2,30,8])+c[2,31]*(x[2,31,3]+x[2,31,5]+x
[2,31,8])+c[2,32]*(x[2,32,3]+x[2,32,5]+x[2,32,8])+c[2,33]*(x[2,33,1]+x[2,33,5]+x
+c[2,36]*(x[2,36,1]+c[2,38]*(x[2,38,5]+x[2,38,8])+c[2,39]*(x[2,39,5]+x[2,39,8])+c[2,40]
x[2,40,5]+c[2,43](x[2,43,8]+c[2,44]*(x[2,44,8]+c[2,46]*(x[2,46,1]+x[2,46,5]+x[2,46,7]
+x[2,46,8])+c[2,47]*x[2,47,8]
+c[3,1]*(x[3,1,1]+x[3,1,2]+x[3,1,7])+c[3,4]*(x[3,4,1]+c[3,5]*(x[3,5,1]+c[3,6]*(x[3,6,1]+c
[3,7]*(x[3,7,1]+c[3,8]*(x[3,8,1]+c[3,9]*(x[3,9,1]+c[3,10]*(x[3,10,1]+c[3,11]*(x[3,11,1]+c
[3,12]*(x[3,12,1]+c[3,13]*(x[3,13,1]+c[3,14]*(x[3,14,1]+c[3,15]*(x[3,15,1]+c[3,16]*(x
[3,16,2]+x[3,16,8])+c[3,17]*(x[3,17,2]+x[3,17,8])+c[3,18]*(x[3,18,1]+x[3,18,2]+x
[3,18,8])+c[3,19]*(x[3,19,2]+x[3,19,8])+c[3,20]*(x[3,20,2]+x[3,20,8])+c[3,21]*(x
[3,21,2]+x[3,21,8])+c[3,25]*(x[3,25,5]+x[3,25,8])+c[3,26]*(x[3,26,2]+x[3,26,5]+x
[3,26,8])+c[3,27]*(x[3,27,2]+x[3,27,5]+x[3,27,8])+c[3,28]*(x[3,28,2]+x[3,28,5]+x
[3,28,8])+c[3,29]*(x[3,29,2]+x[3,29,5]+x[3,29,8])+c[3,30]*(x[3,30,2]+x[3,30,5]+x
[3,30,8])+c[3,31]*(x[3,31,2]+x[3,31,5]+x[3,31,8])+c[3,32]*(x[3,32,2]+x[3,32,5]+x
[3,32,8])+c[3,33]*(x[3,33,1]+c[3,35]*(x[3,35,1]+c[3,36]*(x[3,36,1]+c[3,38]*(x[3,38,5]+x
[3,38,8])+c[3,39]*(x[3,39,2]+x[3,39,5]+x[3,39,8])+c[3,40]*(x[3,40,5]+c[3,43]*(x[3,43,8]
+c[3,44]*(x[3,44,8]+c[3,46]*(x[3,46,1]+x[3,46,2]+x[3,46,7]+x[3,46,8])+c[3,47]*(x[3,47,8]
+c[4,1]*(x[4,1,1]+x[4,1,2]+x[4,1,7])+c[4,3]*(x[4,3,2]+x[4,3,7]+x[4,3,8])+c[4,5]*(x
[4,5,1]+x[4,5,6])+c[4,6]*(x[4,6,1]+x[4,6,6])+c[4,7]*(x[4,7,1]+c[4,8]*(x[4,8,1]+c[4,9]*(x
[4,9,1]+c[4,10]*(x[4,10,1]+c[4,11]*(x[4,11,1]+x[4,11,6])+c[4,12]*(x[4,12,1]+x[4,12,6])
+c[4,13]*(x[4,13,1]+c[4,14]*(x[4,14,1]+c[4,15]*(x[4,15,1]+x[4,15,6])+c[4,16]*(x[4,16,2]
+x[4,16,8])+c[4,17]*(x[4,17,2]+x[4,17,8])+c[4,18]*(x[4,18,2]+x[4,18,8])+c[4,19]*(x
[4,19,2]+x[4,19,8])+c[4,20]*(x[4,20,2]+x[4,20,8])+c[4,21]*(x[4,21,2]+x[4,21,8])+c
[4,24]*(x[4,24,8]+c[4,25]*(x[4,25,8]+c[4,26]*(x[4,26,2]+x[4,26,8])+c[4,27]*(x[4,27,2]+x
[4,27,8])+c[4,28]*(x[4,28,2]+x[4,28,8])+c[4,29]*(x[4,29,2]+x[4,29,8])+c[4,30]*(x
[4,30,2]+x[4,30,8])+c[4,31]*(x[4,31,2]+x[4,31,8])+c[4,32]*(x[4,32,2]+x[4,32,8])+c
[4,33]*(x[4,33,1]+c[4,35]*(x[4,35,1]+x[4,35,6])+c[4,36]*(x[4,36,1]+x[4,36,6])+c[4,38]*(x
[4,38,8]+c[4,39]*(x[4,39,2]+x[4,39,8])+c[4,42]*(x[4,42,6]+c[4,43]*(x[4,43,8]+c[4,44]*x

PÁGINA 4 DO RELATÓRIO DO EQUACIONAMENTO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO

subject to

Endereco2: $y[2,1] + y[2,3] + y[2,5] + y[2,7] + y[2,8] = 1$;
Endereco3: $y[3,1] + y[3,2] + y[3,5] + y[3,7] + y[3,8] = 1$;
Endereco4: $y[4,1] + y[4,2] + y[4,6] + y[4,7] + y[4,8] = 1$;
Endereco5: $y[5,1] + y[5,2] + y[5,4] + y[5,6] = 1$;
Endereco6: $y[6,1] + y[6,4] + y[6,6] = 1$;
Endereco7: $y[7,1] + y[7,2] + y[7,6] + y[7,7] + y[7,8] = 1$;
Endereco8: $y[8,1] + y[8,2] + y[8,6] + y[8,7] + y[8,8] = 1$;
Endereco9: $y[9,1] + y[9,2] + y[9,6] + y[9,7] + y[9,8] = 1$;
Endereco10: $y[10,1] + y[10,2] + y[10,6] + y[10,7] + y[10,8] = 1$;
Endereco11: $y[11,1] + y[11,2] + y[11,6] + y[11,8] = 1$;
Endereco12: $y[12,1] + y[12,2] + y[12,6] = 1$;
Endereco13: $y[13,1] + y[13,2] + y[13,4] + y[13,6] + y[13,7] = 1$;
Endereco14: $y[14,1] + y[14,2] + y[14,6] + y[14,7] + y[14,8] = 1$;
Endereco15: $y[15,1] + y[15,2] + y[15,6] = 1$;
Endereco16: $y[16,2] + y[16,8] = 1$;
Endereco17: $y[17,2] + y[17,8] = 1$;
Endereco18: $y[18,1] + y[18,2] + y[18,5] + y[18,8] = 1$;
Endereco19: $y[19,2] + y[19,8] = 1$;
Endereco20: $y[20,2] + y[20,8] = 1$;
Endereco21: $y[21,2] + y[21,8] = 1$;
Endereco22: $y[22,3] + y[22,5] = 1$;
Endereco23: $y[23,3] + y[23,5] = 1$;
Endereco24: $y[24,3] + y[24,5] + y[24,8] = 1$;
Endereco25: $y[25,3] + y[25,5] + y[25,8] = 1$;
Endereco26: $y[26,2] + y[26,3] + y[26,5] + y[26,8] = 1$;
Endereco27: $y[27,2] + y[27,3] + y[27,5] + y[27,8] = 1$;
Endereco28: $y[28,2] + y[28,3] + y[28,5] + y[28,8] = 1$;
Endereco29: $y[29,2] + y[29,3] + y[29,5] + y[29,8] = 1$;
Endereco30: $y[30,2] + y[30,3] + y[30,5] + y[30,8] = 1$;
Endereco31: $y[31,2] + y[31,3] + y[31,5] + y[31,8] = 1$;
Endereco32: $y[32,2] + y[32,3] + y[32,5] + y[32,8] = 1$;
Endereco33: $y[33,1] + y[33,4] + y[33,6] = 1$;
Endereco34: $y[34,4] + y[34,6] = 1$;
Endereco35: $y[35,1] + y[35,4] + y[35,6] = 1$;
Endereco36: $y[36,1] + y[36,4] + y[36,6] = 1$;
Endereco38: $y[38,5] + y[38,8] = 1$;
Endereco39: $y[39,2] + y[39,5] + y[39,8] = 1$;
Endereco43: $y[43,6] + y[43,8] = 1$;
Endereco44: $y[44,6] + y[44,8] = 1$;
Endereco46: $y[46,1] + y[46,2] + y[46,5] + y[46,7] + y[46,8] = 1$;

Capacidade Onibus 1: $q[2]*y[2,1] + q[3]*y[3,1] + q[18]*y[18,1] + q[46]*y[46,1] + q[4]*y[4,1] + q[5]*y[5,1] + q[35]*y[35,1] + q[36]*y[36,1] + q[6]*y[6,1] + q[33]*y[33,1] + q[7]*y[7,1] + q[8]*y[8,1] + q[9]*y[9,1] + q[10]*y[10,1] + q[11]*y[11,1] + q[12]*y[12,1] + q[13]*y[13,1] + q[14]*y[14,1] + q[15]*y[15,1] \leq Q[1]$;
Capacidade Onibus 2: $q[13]*y[13,2] + q[15]*y[15,2] + q[12]*y[12,2] + q[8]*y[8,2] + q[9]*y[9,2] + q[5]*y[5,2] + q[7]*y[7,2] + q[11]*y[11,2] + q[10]*y[10,2] + q[14]*y[14,2] + q[4]*y[4,2] + q[3]*y[3,2] + q[16]*y[16,2] + q[46]*y[46,2] + q[17]*y[17,2] + q[18]*y[18,2] + q[32]*y[32,2] + q[30]*y[30,2] + q[31]*y[31,2] + q[29]*y[29,2] + q[26]*y[26,2] + q[27]*y[27,2] + q[28]*y[28,2] + q[39]*y[39,2] + q[19]*y[19,2] + q[20]*y[20,2] + q[21]*y[21,2] \leq Q[2]$;
Capacidade Onibus 3: $q[2]*y[2,3] + q[22]*y[22,3] + q[23]*y[23,3] + q[24]*y[24,3] + q[25]*y[25,3] + q[26]*y[26,3] + q[27]*y[27,3] + q[28]*y[28,3] + q[29]*y[29,3] + q[30]*y[30,3] + q[31]*y[31,3] + q[32]*y[32,3] \leq Q[3]$;
Capacidade Onibus 4: $q[13]*y[13,4] + q[33]*y[33,4] + q[34]*y[34,4] + q[35]*y[35,4] + q[6]*y[6,4] + q[36]*y[36,4] + q[5]*y[5,4] \leq Q[4]$;
Capacidade Onibus 5: $q[22]*y[22,5] + q[23]*y[23,5] + q[2]*y[2,5] + q[24]*y[24,5] + q[46]*y[46,5] + q[18]*y[18,5] + q[3]*y[3,5] + q[32]*y[32,5] + q[30]*y[30,5] + q[31]*y[31,5] + q[29]*y[29,5] + q[25]*y[25,5] + q[26]*y[26,5] + q[27]*y[27,5] + q[28]*y[28,5] + q[38]*y[38,5] + q[39]*y[39,5] \leq Q[5]$;
Capacidade Onibus 6: $q[34]*y[34,6] + q[33]*y[33,6] + q[13]*y[13,6] + q[14]*y[14,6] + q[10]*y[10,6] + q[7]*y[7,6] + q[8]*y[8,6] + q[9]*y[9,6] + q[4]*y[4,6] + q[12]*y[12,6] + q[15]*y[15,6] + q[11]*y[11,6] + q[5]*y[5,6] + q[6]*y[6,6] + q[35]*y[35,6] + q[36]*y[36,6] + q[43]*y[43,6] + q[44]*y[44,6] \leq Q[6]$;
Capacidade Onibus 7: $q[2]*y[2,7] + q[13]*y[13,7] + q[8]*y[8,7] + q[9]*y[9,7] + q[7]*y[7,7] + q[10]*y[10,7] + q[14]*y[14,7] + q[4]*y[4,7] + q[3]*y[3,7] + q[46]*y[46,7] \leq Q[7]$;
Capacidade Onibus 8: $q[2]*y[2,8] + q[8]*y[8,8] + q[9]*y[9,8] + q[11]*y[11,8] + q[7]*y[7,8] + q[10]*y[10,8] + q[14]*y[14,8] + q[4]*y[4,8] + q[24]*y[24,8] + q[3]*y[3,8] + q[46]*y[46,8] + q[18]*y[18,8] + q[16]*y[16,8] + q[32]*y[32,8] + q[30]*y[30,8] + q[31]*y[31,8] + q[29]*y[29,8] + q[25]*y[25,8] + q[26]*y[26,8] + q[27]*y[27,8] + q[28]*y[28,8] + q[38]*y[38,8] + q[39]*y[39,8] + q[17]*y[17,8] + q[43]*y[43,8] + q[44]*y[44,8] + q[21]*y[21,8] + q[19]*y[19,8] + q[20]*y[20,8] \leq Q[8]$;

ANEXO VI

SAÍDAS DO MODELO ORIGINAL (CPLEX)



PÁGINA 2 DO RELATÓRIO DE SAÍDA DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO


```
49  0  0  0  0  0  0  0  0
50  0  0  0  0  0  0  0  0
51  0  0  0  0  0  0  0  0
;
```

```
ampl: display {i in 1..51, j in 1..51, k in 1..8}
ampl? {x[i,j,k]};
x[i,j,k]  [*,* ,1]
```

```
:  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
:=
1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
3  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
4  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
5  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
6  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
7  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
8  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
9  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
10 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
11 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
12 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
13 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
14 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
15 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
16 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
17 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
18 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
19 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
20 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
21 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
22 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
23 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
24 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
25 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
26 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
27 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
28 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
29 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
30 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
31 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
32 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
33 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
34 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
35 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
36 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
37 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
38 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
39 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
40 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
41 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
42 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
43 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
44 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
45 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
46 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
47 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
48 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
49 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
50 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
51 0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0

:  20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38
:=
1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
2  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
3  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
4  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
5  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
6  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
7  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
8  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
9  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
```

ANEXO VII

SAÍDAS DO MODELO DE CAPACIDADES REDUZIDAS (CPLEX)



PÁGINA 1 DO RELATÓRIO DE SAÍDA DO MODELO DO ESTUDO DE CAPACIDADES REDUZIDAS

Presolve eliminates 2 constraints and 19473 variables.

Adjusted problem:

1743 variables, all binary

342 constraints, all linear; 3745 nonzeros

1 linear objective; 1600 nonzeros.

ILOG CPLEX 7.000, licensed to "universidade-sao paulo, brazil", options: e m b

CPLEX 7.0.0: timing=1

mipdisplay=3

mipinterval=1

MIP emphasis: optimality

Root relaxation solution time = 0.07 sec.

Objective is integral.

Nodes		Objective	IInf	Best Integer	Cuts/	ItCnt	Gap
Node	Left				Best Node		
0	0	64282.3619	183		64282.3619	285	
		64463.9550	134		Fractcuts: 12	328	
		64581.6950	168		Fractcuts: 7	365	
*	0+	0	0	72763.0000	64581.6950	365	11.24%
1	1	65094.9040	168	72763.0000	64590.7640	435	11.23%
2	2	65559.7813	158	72763.0000	64590.7640	495	11.23%
3	3	65706.4363	150	72763.0000	64590.7640	526	11.23%
4	4	65971.6763	149	72763.0000	64590.7640	578	11.23%
5	5	66041.8288	126	72763.0000	64590.7640	615	11.23%
6	6	66345.3288	127	72763.0000	64590.7640	619	11.23%
7	7	66770.9776	118	72763.0000	64590.7640	676	11.23%
8	8	67074.3494	114	72763.0000	64590.7640	754	11.23%
9	8	71166.4119	99	72763.0000	64590.7640	814	11.23%
10	9	71183.7109	86	72763.0000	64590.7640	824	11.23%
11	10	71293.0000	29	72763.0000	64590.7640	839	11.23%
12	11	71306.3333	25	72763.0000	64590.7640	842	11.23%
13	12	71539.4762	29	72763.0000	64590.7640	856	11.23%
14	13	71730.1133	55	72763.0000	64590.7640	876	11.23%
15	14	71740.8250	49	72763.0000	64590.7640	879	11.23%
16	14	71740.8833	44	72763.0000	64590.7640	882	11.23%
17	15	71796.5333	50	72763.0000	64590.7640	887	11.23%
18	16	71797.4103	43	72763.0000	64590.7640	888	11.23%
19	17	71965.3333	39	72763.0000	64590.7640	903	11.23%
20	18	71968.3333	41	72763.0000	64590.7640	904	11.23%
Elapsed b&b time = 2.17 sec. (tree size = 0.01 MB)							
21	19	71985.0000	36	72763.0000	64590.7640	907	11.23%
22	20	71988.7667	31	72763.0000	64590.7640	908	11.23%
23	21	72005.4333	35	72763.0000	64590.7640	914	11.23%
24	22	72072.9500	41	72763.0000	64590.7640	920	11.23%
25	23	72141.9500	41	72763.0000	64590.7640	926	11.23%
26	24	72178.4500	41	72763.0000	64590.7640	930	11.23%
27	25	72277.3667	40	72763.0000	64590.7640	943	11.23%
28	26	72541.4429	79	72763.0000	64590.7640	964	11.23%
29	25	65526.9200	185	72763.0000	65248.1953	1048	10.33%
30	26	65705.7758	140	72763.0000	65248.1953	1087	10.33%
31	27	65708.5746	138	72763.0000	65248.1953	1091	10.33%
32	28	66339.0882	99	72763.0000	65248.1953	1213	10.33%
33	29	66616.0120	92	72763.0000	65248.1953	1238	10.33%
34	30	66641.0725	68	72763.0000	65248.1953	1255	10.33%
35	31	66823.6580	68	72763.0000	65248.1953	1294	10.33%
36	32	67117.7529	59	72763.0000	65248.1953	1342	10.33%
37	33	67195.0189	55	72763.0000	65248.1953	1374	10.33%
38	34	67210.5358	69	72763.0000	65248.1953	1385	10.33%
39	35	67283.0680	57	72763.0000	65248.1953	1426	10.33%
40	36	67285.2514	53	72763.0000	65248.1953	1428	10.33%
Elapsed b&b time = 3.63 sec. (tree size = 0.03 MB)							
41	37	67292.2286	40	72763.0000	65248.1953	1435	10.33%
42	38	67299.1240	42	72763.0000	65248.1953	1444	10.33%
43	39	67300.5562	50	72763.0000	65248.1953	1445	10.33%
44	40	67306.2860	39	72763.0000	65248.1953	1447	10.33%
45	41	67595.5000	22	72763.0000	65248.1953	1471	10.33%
46	42	67597.0000	14	72763.0000	65248.1953	1473	10.33%
*	47	67691.0000	0	67691.0000	65248.1953	1482	3.61%
48	23	65952.7345	181	67691.0000	65551.4809	1561	3.16%
49	24	65806.8202	162	67691.0000	65709.2133	1601	2.93%

ANEXO VIII

ENTRADAS E SAÍDAS DO MODELO DE LIMITAÇÃO DAS DISTÂNCIAS DOS ÔNIBUS (CPLEX)



PÁGINA 1 DO RELATÓRIO DE SAÍDA DO MODELO DO ESTUDO DE
LIMITAÇÃO DE DISTÂNCIA MÁXIMA PERCORRIDA PELOS ÔNIBUS

Presolve eliminates 3 constraints and 19473 variables.
Adjusted problem:
1743 variables, all binary
349 constraints, all linear; 5267 nonzeros
1 linear objective; 1600 nonzeros.

ILOG CPLEX 7.0.00, licensed to "universidade-sao paulo, brazil", options: e m b
CPLEX 7.0.0: timing=1
mipdisplay=3
mipinterval=1

Clique table members: 225
MIP emphasis: optimality
Root relaxation solution time = 0.04 sec.
Objective is integral.

Nodes		Objective	IInf	Best Integer	Cuts/ Best Node	ItCnt	Gap
Node	Left						
0	0	62907.2070	132		62907.2070	213	
		63321.8550	127		Fractcuts: 17	253	
		63444.2334	131		Fractcuts: 14	304	
1	1	66497.5995	101		63455.0330	478	
2	2	68261.9674	85		63455.0330	515	
3	3	68430.6518	83		63455.0330	536	
4	4	68514.5086	69		63455.0330	562	
5	5	68643.5675	110		63455.0330	589	
6	6	68648.7339	107		63455.0330	590	
7	7	68648.7738	106		63455.0330	591	
8	8	68655.4939	86		63455.0330	594	
9	9	68660.5360	80		63455.0330	596	
10	10	68660.9465	87		63455.0330	599	
11	11	69138.9925	108		63455.0330	646	
12	12	69163.5187	107		63455.0330	648	
13	13	69190.2349	91		63455.0330	660	
14	14	69301.4701	78		63455.0330	672	
15	15	69309.3862	86		63455.0330	678	
16	16	69391.0796	104		63455.0330	698	
17	17	69454.1375	81		63455.0330	704	
18	18	69482.6303	85		63455.0330	709	
19	19	69623.2386	60		63455.0330	726	
20	20	69683.0040	60		63455.0330	733	
Elapsed b&b time = 2.08 sec. (tree size = 0.01 MB)							
21	21	69721.5367	64		63455.0330	738	
22	22	69759.7188	52		63455.0330	741	
23	23	70042.3578	64		63455.0330	757	
24	24	70311.8338	90		63455.0330	796	
25	25	70311.8556	76		63455.0330	798	
26	26	70312.3996	72		63455.0330	803	
27	27	70347.5246	66		63455.0330	806	
28	28	70573.0203	57		63455.0330	829	
29	29	70743.5367	62		63455.0330	840	
30	30	70745.4051	57		63455.0330	841	
31	31	70751.1646	46		63455.0330	843	
32	32	70792.6329	62		63455.0330	853	
33	33	70811.4810	58		63455.0330	857	
34	34	70843.4962	56		63455.0330	866	
35	35	70852.0380	52		63455.0330	869	
36	36	70896.4684	48		63455.0330	872	
37	37	70926.8809	54		63455.0330	885	
38	38	70928.3924	48		63455.0330	887	
39	39	71621.2232	48		63455.0330	943	
40	40	71659.4972	40		63455.0330	948	
Elapsed b&b time = 3.05 sec. (tree size = 0.03 MB)							
41	41	71665.5316	35		63455.0330	951	
42	42	71881.0347	29		63455.0330	1007	
43	43	71909.1770	38		63455.0330	1042	
44	44	71915.2315	34		63455.0330	1050	
45	45	71925.7785	26		63455.0330	1055	
46	46	71939.0497	101		63455.0330	1072	
47	47	71939.8706	86		63455.0330	1073	
48	48	71941.4320	107		63455.0330	1076	
