

Universidade de São Paulo  
Escola de Engenharia de São Carlos  
Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação

**Trabalho de Conclusão de Curso**

**Uso de Nomogramas para Análise dos Limites de Estabilidade de Tensão de  
Sistemas Elétricos de Potência**

Autor

**Marcelo Elias Brasileiro do Carmo**

Orientador

**Prof. Dr. Luís Fernando Costa Alberto**

São Carlos, 2015



**MARCELO ELIAS BRASILEIRO DO CARMO**

**USO DE NOMOGRAMAS PARA  
ANÁLISE DOS LIMITES DE  
ESTABILIDADE DE TENSÃO DE  
SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Escola de Engenharia de São Carlos, da  
Universidade de São Paulo

Curso de Engenharia Elétrica com ênfase em  
Sistemas de Energia e Automação

ORIENTADOR: Prof. Dr. Luís Fernando Costa Alberto

São Carlos  
2015

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

DC287u

do Carmo, Marcelo Elias Brasileiro

Uso de nomogramas para análise dos limites de  
estabilidade de tensão de sistemas elétricos de  
potência / Marcelo Elias Brasileiro do Carmo;  
orientador Luís Fernando Costa Alberto. São Carlos,  
2015.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com  
ênfase em Sistemas de Energia e Automação) -- Escola de  
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,  
2015.

1. Sistemas Elétricos de Potência. 2. Estabilidade  
de Tensão. 3. Fluxo de Carga. 4. Fluxo de Carga  
Continuado. 5. Redespacho de Geração. 6. Análise de  
Segurança. I. Título.

# FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Marcelo Elias Brasileiro do Carmo

Título: "Uso de nomogramas para análise dos limites de estabilidade de tensão de sistemas elétricos de potência"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado  
em 23/11/2015,

com NOTA 8,0 (oito, zero), pela Comissão Julgadora:

*Prof. Associado Luís Fernando Costa Alberto - (Orientador - SEL/EESC/USP)*

*Mestre Daniel Souto Siqueira - (Doutorando - SEL/EESC/USP)*

*Mestre Anna Giuglia Menechelli Moraco - (Doutorando - SEL/EESC/USP)*

Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:  
Prof. Dr. José Carlos de Melo Vieira Júnior



Dedico este trabalho à minha família, que sempre esteve presente e me incentivou em todas as etapas da minha vida.



## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Luís Fernando Costa Alberto, pela orientação durante a realização deste projeto. Ao Adriano Lima Abrantes, pelo apoio e contribuições a este trabalho.

Aos meus pais e amigos, que sempre buscaram me apoiar e estar ao meu lado durante toda a graduação.



*“Essentially, all models are wrong, but some are useful.”*

*(George E. P. Box)*



## RESUMO

**CARMO, M. E. B. do. Uso de Nomogramas para Análise dos Limites de Estabilidade de Tensão de Sistemas Elétricos de Potência.** Trabalho de Conclusão de Curso – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

Com a crescente utilização da energia elétrica nas mais variadas atividades, os Sistemas Elétricos de Potência (SEP) estão cada vez mais complexos e suscetíveis a variações de carga, que têm relação direta com o aparecimento de fenômenos relacionados à estabilidade de tensão. O entendimento e estudo destes efeitos são importantes para a operação e planejamento eficazes do sistema, e os nomogramas são uma ferramenta auxiliar nesse processo. Nomogramas são gráficos que representam de maneira simples e intuitiva os limites operativos e de estabilidade de um SEP, podendo ser utilizados para auxiliar a operação e planejamento da expansão do sistema. O fluxo de carga é a ferramenta básica para avaliar as condições normais e os limites de operação de um SEP, sendo utilizado para a obtenção dos dados para os nomogramas deste projeto. Inicialmente, propõe-se o desenvolvimento de métodos ponto a ponto de criação de nomogramas, um método de fácil implementação, porém com grande esforço computacional. Posteriormente, implementa-se o método da continuação, abrangendo o estudo do fluxo de carga continuado (CPFLOW), sendo o uso da abordagem preditor - corretor essencial para a redução do esforço computacional e aumento da eficiência geral e da confiabilidade dos nomogramas produzidos. As bifurcações, principalmente aquelas do tipo sela-nó e induzidas por limite, são comuns em casos de não-convergência do fluxo de carga, sendo, portanto, importante estudá-las para compreender a natureza desses fenômenos e analisar corretamente os resultados obtidos pelos nomogramas implementados.

**Palavras-chave:** Sistemas Elétricos de Potência, Estabilidade de Tensão, Fluxo de Carga, Fluxo de Carga Continuado, Redespacho de Geração, Análise de Segurança.



## ABSTRACT

**CARMO, M. E. B. do. Use of Nomograms for Analysis of the Voltage Stability Limits in Electrical Power Systems.** Trabalho de Conclusão de Curso – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2015.

With the constant growth of the use of electrical energy in many different activities, Electrical Power Systems (EPS) are becoming more complex and vulnerable to load variations, which have direct relation to the appearance of phenomena related to voltage stability. The understanding and study of these effects are important for the operation and efficient development of the system, and nomograms are a supporting tool in this process. Nomograms are graphs that represent in a simple and intuitive way the operational and stability limits of an EPS, making them viable for supporting the operation and expansion planning of the system. The power flow is the basic tool for evaluation of the normal conditions and operational limits of an EPS, and it is employed for obtainment of data used in the nomograms of this project. First, the development of a point-to-point method to create nomograms was suggested, which is an easy to implement technique, but with great computational effort. Later, the continued method is implemented, covering the continuous power flow (CPFLOW) study, and using the predictor – corrector approach to reduce the computational effort and increase the general efficiency and reliability of the resulting nomograms. The bifurcations, especially the saddle-node and limit induced types, are common in cases where the power flow does not converge, making it important to study these relations to comprehend the nature of these phenomena and correctly analyze the results obtained with the nomograms.

Keywords: Electrical Power Systems, Voltage Stability, Power Flow, Continuous Power Flow, Generation Dispatch, Security Analysis.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|   |    |
|---|----|
| <i>Figura 1: Injeção de potência em uma barra k do SEP.</i>   | 5  |
| <i>Figura 2: Modelo <math>\pi</math> utilizado para as linhas de transmissão.</i>   | 7  |
| <i>Figura 3: Modelo de transformador de SEP.</i>  | 9  |
| <i>Figura 4: Curva P-V típica de uma barra de SEP.</i>  | 14 |
| <i>Figura 5: Representação da bifurcação induzida por limites devido à violação de limite de reativo.</i>                               | 15 |
| <i>Figura 6: Parametrização física.</i>   | 17 |
| <i>Figura 7: Parametrização local.</i>  | 18 |
| <i>Figura 8: Parametrização por comprimento de arco.</i>  | 18 |
| <i>Figura 9: Preditor pelo método da secante com predição de primeira ordem.</i>  | 21 |
| <i>Figura 10: Obtenção dos pontos do nomograma em uma dada direção de crescimento de carga.</i>   | 26 |
| <i>Figura 11: Topologia do SEP analisado.</i>   | 29 |
| <i>Figura 12: Curva <math>\lambda V</math> relativa à barra 1 do SEP.</i>   | 30 |
| <i>Figura 13: Curva <math>\lambda V</math> relativa à barra 3 do SEP.</i>   | 31 |
| <i>Figura 14: Curva <math>\lambda V</math> relativa à barra 30 do SEP.</i>  | 31 |
| <i>Figura 15: Nomogramas pelo método ponto a ponto na forma polar (<math>\vartheta</math> e <math>\lambda</math>).</i>                  | 33 |
| <i>Figura 16: Nomogramas pelo método ponto a ponto na forma cartesiana.</i>   | 34 |
| <i>Figura 17: Nomogramas pelo método ponto a ponto e da continuação na forma polar (<math>\vartheta</math> e <math>\lambda</math>).</i> | 36 |
| <i>Figura 18: Nomogramas pelo método ponto a ponto e da continuação na forma cartesiana.</i>  | 37 |



## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

|        |  |
|--------|--|
| BIL    | Bifurcação Induzida por Limites                          |
| BSN    | Bifurcação Sela-Nó                                       |
| CPFLOW | <i>Continuation Power Flow</i>                           |
| IEEE   | <i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i> |
| ONS    | Operador Nacional do Sistema Elétrico                    |
| SEP    | Sistema Elétrico de Potência                             |



## LISTA DE SÍMBOLOS

|                        |  |
|------------------------|--|
| $V_k$                  | Módulo da tensão na barra $k$  |
| $\theta_k$             | Ângulo da tensão na barra $k$  |
| $P_k$                  | Injeção líquida de potência ativa na barra $k$                               |
| $P_{Gk}$               | Potência ativa gerada pela unidade geradora da barra $k$                     |
| $P_{Lk}$               | Carga de potência ativa na barra $k$   |
| $Q_k$                  | Injeção líquida de potência reativa na barra $k$                             |
| $Q_{Gk}$               | Potência reativa gerada pela unidade geradora da barra $k$                   |
| $Q_{Lk}$               | Carga de potência reativa na barra $k$                                       |
| $\dot{S}_k$            | Injeção líquida de potência aparente na barra $k$                            |
| $Y_{BARRA}$            | Matriz admitância  |
| $\dot{V}$              | Notação fasorial de tensão   |
| $\dot{I}$              | Notação fasorial de corrente   |
| $I_k^*$                | Notação de complexo conjugado do fasor de corrente referente à barra $k$     |
| $G$                    | Parte real da matriz admitância  |
| $B$                    | Parte complexa da matriz admitância  |
| $Y_{km}$               | Elemento da linha $k$ e coluna $m$ da matriz admitância                      |
| $G_{km}$               | Elemento da linha $k$ e coluna $m$ da matriz $G$                             |
| $B_{km}$               | Elemento da linha $k$ e coluna $m$ da matriz $B$                             |
| $\theta_{km}$          | Diferença entre o ângulo $\theta$ das barras $k$ e $m$                       |
| $g_{km}$               | Condutância série do modelo $\pi$ de linhas de transmissão                   |
| $b_{km}$               | Susceptânciia do modelo $\pi$ de linhas de transmissão                       |
| $y_{km}$               | Admitância do modelo $\pi$ de linhas de transmissão                          |
| $I_{km}$               | Corrente que flui da barra $k$ para a barra $m$                              |
| $P_{km}$               | Potência ativa que flui da barra $k$ para a barra $m$                        |
| $Q_{km}$               | Potência reativa que flui da barra $k$ para a barra $m$                      |
| $E_k$                  | Tensão na barra $k$  |
| $\Delta P_k$           | Resíduo de potência ativa  |
| $\Delta Q_k$           | Resíduo de potência reativa  |
| $P_k^{(especificado)}$ | Potência ativa especificada para a barra $k$                                 |
| $Q_k^{(especificado)}$ | Potência reativa especificada para a barra $k$                               |
| $P_k^{(calculado)}$    | Potência ativa calculada para a barra $k$ durante o método de Newton-Raphson |
| $Q_k^{(calculado)}$    | Potência ativa calculada para a barra $k$ durante o método de Newton-Raphson |

|                       |  |
|-----------------------|--|
| $J$                   | Matriz jacobiana   |
| $H$                   | Componente da matriz jacobiana referente às derivadas parcias de $P$ em relação a $\theta$       |
| $H_{km}$              | Elemento da linha $k$ e coluna $m$ da matriz $H$   |
| $N$                   | Componente da matriz jacobiana referente às derivadas parcias de $P$ em relação a $V$            |
| $N_{km}$              | Elemento da linha $k$ e coluna $m$ da matriz $N$   |
| $M$                   | Componente da matriz jacobiana referente às derivadas parcias de $Q$ em relação a $\theta$       |
| $M_{km}$              | Elemento da linha $k$ e coluna $m$ da matriz $M$   |
| $L$                   | Componente da matriz jacobiana referente às derivadas parcias de $Q$ em relação a $V$            |
| $L_{km}$              | Elemento da linha $k$ e coluna $m$ da matriz $L$   |
| $\Delta\theta$        | Variação de $\theta$ para atualização dos estados dentro do método de Newton-Raphson             |
| $\Delta V$            | Variação de $V$ para atualização dos estados dentro do método de Newton-Raphson                  |
| $V_0$                 | Tensão inicial da barra no traçado da curva $PV$   |
| $V_{crit}$            | Tensão crítica da barra no traçado da curva $PV$   |
| $P_{base}$            | Potência base da barra no traçado da curva $PV$  |
| $P_{max}$             | Potência máxima da barra no traçado da curva $PV$  |
| $Q_{lim}$             | Indicação do limite de reativo de um gerador atingido  |
| $f$                   | Função que equaciona um sistema elétrico de potência   |
| $x$                   | Variáveis de estado do sistema   |
| $\lambda$             | Parâmetro de continuação   |
| $x^j$                 | Variáveis de estado do sistema na solução $j$  |
| $\lambda^j$           | Parâmetro de continuação na solução $j$  |
| $\hat{x}^{j+1}$       | Variáveis de estado do sistema na solução $j+1$ predita pelo preditor                            |
| $\hat{\lambda}^{j+1}$ | Parâmetro de continuação na solução $j+1$ predita pelo preditor                                  |
| $x^{j+1}$             | Variáveis de estado do sistema na solução $j+1$ após o corretor                                  |
| $\lambda^{j+1}$       | Parâmetro de continuação na solução $j+1$ após o corretor  |
| $b$                   | Direção de variação de algum parâmetro do sistema  |
| $\Delta\lambda$       | Largura de passo na parametrização física  |
| $\Delta x_k$          | Largura de passo na parametrização local com um parâmetro de $x$ como elemento de parametrização |
| $\Delta s$            | Largura de passo na parametrização por comprimento de arco                                       |
| $\lambda(s)$          | $\lambda$ predito para a próxima solução na parametrização por comprimento de arco               |
| $x(s)$                | $x$ predito para a próxima solução na parametrização por comprimento de arco                     |
| $f_x$                 | Derivada parcial da função $f$ em relação a $x$  |
| $f_\lambda$           | Derivada parcial da função $f$ em relação a $\lambda$  |
| $D_f$                 | Representação matricial para o sistema de equações do método da tangente                         |
| $\beta_i$             | Coeficientes utilizados para a predição no método da tangente                                    |

|                   |   |
|-------------------|---|
| $h$               | Largura de passo do preditor  |
| $P_d^0$           | Padrão de demanda de potência ativa do caso base  |
| $Q_d^0$           | Padrão de demanda de potência reativa do caso base  |
| $P_g^0$           | Padrão de geração de potência ativa do caso base  |
| $P_d^1$           | Padrão futuro de demanda de potência ativa  |
| $Q_d^1$           | Padrão futuro de demanda de potência reativa  |
| $P_g^1$           | Padrão futuro de geração de potência ativa  |
| $P_d(\lambda)$    | Parametrização da demanda de carga ativa  |
| $Q_d(\lambda)$    | Parametrização da demanda de carga reativa  |
| $P_g(\lambda)$    | Parametrização da geração de potência ativa   |
| $P_{Gi}$          | Potência ativa fornecida pelo grupo de geração $i$  |
| $C$               | Constante numérica referente ao somatório das gerações dos grupos   |
| $\theta$          | Ângulo da direção de crescimento de carga analisada em relação à horizontal   |
| $F_k$             | Fator de participação do grupo de geração $k$   |
| $P_k^{base}$      | Geração de potência ativa base do grupo de geração $k$  |
| $P_i^{base}$      | Geração de potência ativa base do gerador $i$ do grupo de geração $k$   |
| $\theta^{novo}$   | Novo ângulo da direção de crescimento de carga analisada em relação à horizontal, atualizado após encontrar o ponto desejado do nomograma |
| $\theta^{antigo}$ | Ângulo atual da direção de crescimento de carga analisada em relação à horizontal   |
| $npontos$         | Número de pontos desejado para o nomograma  |



# SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b><u>1. INTRODUÇÃO</u></b>                                 | <b>1</b>  |
| <b>1.1. PROPOSTA DO TRABALHO</b>                            | <b>1</b>  |
| <b>1.2. ESTRUTURA DA MONOGRAFIA</b>                         | <b>2</b>  |
| <br>  |           |
| <b><u>2. FLUXO DE CARGA CLÁSSICO</u></b>                    | <b>3</b>  |
| <b>2.1. NOMENCLATURA BÁSICA</b>                             | <b>3</b>  |
| <b>2.2. MODELAGEM DO PROBLEMA E DOS ELEMENTOS DA REDE</b>   | <b>4</b>  |
| 2.2.1. MATRIZ ADMITÂNCIA E INJEÇÃO DE POTÊNCIA              | 4         |
| 2.2.2. EQUAÇÕES DE $P_k$ E $Q_k$ COM VARIÁVEIS REAIS        | 5         |
| 2.2.3. LINHAS DE TRANSMISSÃO                                | 7         |
| 2.2.4. TRANSFORMADORES                                      | 9         |
| 2.2.5. MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON                             | 10        |
| <br>  |           |
| <b><u>3. FLUXO DE CARGA CONTINUADO</u></b>                  | <b>13</b> |
| <b>3.1. USO DE MÉTODOS CONTINUADOS PARA FLUXOS DE CARGA</b> | <b>13</b> |
| <b>3.2. BIFURCAÇÕES EM SEP</b>                              | <b>13</b> |
| 3.2.1. BIFURCAÇÕES SELA-NÓ (BSN)                            | 14        |
| 3.2.2. BIFURCAÇÕES INDUZIDAS POR LIMITES (BIL)              | 15        |
| <b>3.3. MODELAGEM</b>                                       | <b>16</b> |
| <b>3.4. PARAMETRIZAÇÃO</b>                                  | <b>17</b> |
| 3.4.1. PARAMETRIZAÇÃO FÍSICA OU NATURAL                     | 17        |
| 3.4.2. PARAMETRIZAÇÃO LOCAL                                 | 17        |
| 3.4.3. PARAMETRIZAÇÃO POR COMPRIMENTO DE ARCO               | 18        |
| <b>3.5. PREDITOR</b>  | <b>19</b> |
| 3.5.1. MÉTODO DA TANGENTE                                   | 19        |
| 3.5.2. MÉTODO DA SECANTE                                    | 20        |
| <b>3.6. CORRETOR</b>  | <b>21</b> |
| <b>3.7. CONTROLE DO TAMANHO DE PASSO</b>                    | <b>22</b> |
| <b>3.8. ALGORITMO</b>                                       | <b>22</b> |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>4. NOMOGRAMAS</b>                       | <b>25</b> |
| 4.1. REDESPACHO DE GERAÇÃO                 | 25        |
| 4.2. NOMOGRAMAS PELO MÉTODO PONTO A PONTO  | 27        |
| 4.3. NOMOGRAMAS PELO MÉTODO DA CONTINUAÇÃO | 28        |
| <b>5. RESULTADOS</b>                       | <b>29</b> |
| 5.1. CURVAS $\lambda V$                    | 30        |
| 5.2. NOMOGRAMAS                            | 32        |
| 5.2.1. MÉTODO PONTO A PONTO                | 32        |
| 5.2.2. MÉTODO DA CONTINUAÇÃO               | 35        |
| <b>6. CONCLUSÃO</b>                        | <b>39</b> |
| 6.1. PESQUISAS FUTURAS                     | 39        |
| <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>          | <b>41</b> |



# 1. INTRODUÇÃO

---

À medida que a dimensão dos Sistemas Elétricos de Potência (SEP) aumenta, os problemas relacionados à estabilidade de tensão tornam-se mais presentes e relevantes, e muitas vezes o sistema de transmissão opera próximo de sua capacidade máxima. A operação, assim como o planejamento e a expansão dos SEP são atividades naturalmente complexas e devem levar em consideração os limites operacionais dos elementos do sistema. Como o fornecimento de energia elétrica deve ser contínuo e com a maior qualidade possível, assegurar a segurança da operação do SEP é uma tarefa constante dos operadores, e as ferramentas que puderem auxiliar tais atividades são bem-vindas neste cenário.

Nomogramas são gráficos que mostram a região de operação segura de um sistema elétrico e podem auxiliar o operador do sistema em avaliar a margem de segurança e projetar ações de controle preventivo para evitar interrupções do fornecimento de energia. As regiões de segurança são geralmente apresentadas em duas dimensões e são o resultado de avaliação de segurança de um sistema para uma faixa de variação de 2 variáveis de parametrização, tais como geração ou intercâmbio entre áreas. Os nomogramas têm como sua característica principal a maneira simples e intuitiva na exibição dos resultados.

O Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) possui ferramentas para auxiliar os seus operadores a assegurar o fornecimento de energia de forma segura e ininterrupta, que incluem diversos softwares, como o ANAREDE, utilizado para solucionar problemas de fluxo de carga e o Organon (QUADROS, 2008), que é um programa que engloba a solução de fluxos de carga e simulações de transitórios eletromecânicos para traçar os limites de segurança de dado sistema. O resultado fornecido pelo Organon pode ser representado de maneira gráfica por nomogramas, mostrando se o ponto de operação analisado está próximo aos limites operativos do mesmo, ou seja, próximo à fronteira de segurança do sistema.

## 1.1. Proposta do Trabalho

A proposta deste trabalho é desenvolver uma ferramenta computacional que traçará nomogramas úteis na operação e planejamento da expansão de um SEP. As regiões de segurança representadas nos nomogramas levarão em consideração a violação dos limites operativos de tensão em todas as barras do sistema e o limite de máximo carregamento do SEP e, portanto, será uma representação da região de segurança no contexto de análises estáticas de estabilidade de tensão. Além disto deseja-se traçar curvas  $\lambda V$ , importantes para a análise dos limites de operação de um SEP. Dois métodos foram desenvolvidos: método ponto a ponto e método da continuação. O primeiro busca resolver fluxos de carga consecutivos com diferentes despachos de geração para encontrar os limites operativos do sistema, e o segundo utiliza

uma abordagem preditor-corretor para encontrar tais limites, o que aumenta a precisão e a eficiência computacional do traçado destes gráficos. A utilização do método da continuação será interessante pelo fato de que o fluxo de carga clássico apresenta problemas de convergência na fronteira de operação do sistema, ou seja, próximo a bifurcações sela-nó. A utilização do fluxo de carga continuado evitará este tipo de problema, pois nesta abordagem é possível traçar uma curva PV ou  $\lambda V$  mesmo próxima ao ponto de máximo carregamento do SEP, já que a singularidade da matriz jacobiana na região do “nariz” da curva não será problema para o método preditor-corretor (CHIANG, 1995). Uma comparação entre os resultados destes dois métodos também será um objetivo deste trabalho.

## 1.2. Estrutura da monografia

Os capítulos que seguem estão divididos conforme o esquema que segue:

- Capítulo 2: A abordagem clássica do problema do fluxo de carga é apresentada, e foi utilizada para obtenção do estado do sistema no traçado dos nomogramas;
- Capítulo 3: Conceitos e o método do fluxo de carga continuado são apresentados, sendo ferramentas importantes para a obtenção de nomogramas mais precisos e construídos de maneira eficiente;
- Capítulo 4: A maneira como os nomogramas foram traçados é apresentada, tanto para o método ponto a ponto como o da continuação, além do método de redespacho de geração utilizado;
- Capítulo 5: Os resultados obtidos para o SEP escolhido são apresentados, assim como uma análise dos métodos propostos e utilizados;
- Capítulo 6: As conclusões do projeto são apresentadas, também incluindo propostas para trabalhos futuros.

## 2. FLUXO DE CARGA CLÁSSICO

---

Apresenta-se nesta seção a modelagem clássica do problema do fluxo de carga (também conhecido como fluxo de potência), que fornece o estado (tensão e ângulo de todas as barras do sistema) para cada ponto de operação de um SEP em regime permanente. O modelo matemático de um fluxo de potência é basicamente um sistema de equações algébricas não lineares que representam a rede, nas quais os dados de entrada são os parâmetros da rede, as magnitudes das tensões em barras de geração, as cargas ativas e reativas das barras do SEP e gerações ativas das barras. O método de Newton-Raphson é atualmente o mais utilizado para a solução do sistema de equações de fluxo de carga, pois sua robustez e rápida convergência justificam sua escolha. A formulação matricial do método de Newton-Raphson também é apresentada neste capítulo. Além do uso do fluxo de carga para análise de estabilidade de tensão, ele também é útil para cálculos das tensões pré-falta de curto-círcuito, análises de confiabilidade de SEP e fluxo de potência ótimo (BORGES, 2005).

### 2.1. Nomenclatura Básica

Todo o equacionamento que segue nas seções de Nomenclatura Básica e de Modelagem do Problema e dos Elementos da Rede (cm exceção dos transformadores) foi baseada no trabalho de (BORGES, 2005).

Quatro variáveis podem ser associadas a cada barra de um SEP:

- $V_k$ : Módulo da tensão na barra  $k$ ;
- $\theta_k$ : Ângulo da tensão na barra  $k$ ;
- $P_k$ : Injeção líquida de potência ativa na barra  $k$ ;
- $Q_k$ : Injeção líquida de potência reativa na barra  $k$ .

Os ângulos  $\theta_k$  estão defasados em relação a um referencial, que é a barra *swing*, *slack*, flutuante ou de referência. Assume-se que a injeção de potência ativa ou reativa na barra possui sinal positivo, e a saída de  $P$  ou  $Q$  para uma carga possui sinal negativo.

Classifica-se as barras de um SEP em três grupos:

- **Barra de Referência:** apenas uma barra pode ser deste tipo, e ela servirá como referência angular para o SEP, além de ser responsável por suprir as perdas existentes no mesmo, pois sua geração de potência ativa não é previamente estabelecida. São fornecidos  $V_k$  e  $\theta_k$  para esta barra, e calcula-se  $P_k$  e  $Q_k$ ;
- **Barras PV:** são usualmente barras de geração ou barras de compensadores síncronos, nas quais são fornecidos  $P_k$  e  $V_k$ , e calculados  $Q_k$  e  $\theta_k$ . Nestas barras existe controle da magnitude das tensões geradas e da potência ativa fornecida;

- **Barras PQ:** são barras de carga, nas quais são fornecidos  $\mathbf{P}_k$  e  $\mathbf{Q}_k$ , e calculados  $\mathbf{V}_k$  e  $\theta_k$ .

## 2.2. Modelagem do Problema e dos Elementos da Rede

### 2.2.1. Matriz Admitância e Injeção de Potência

A matriz admitância ( $Y_{BARRA}$ ) é importante para a solução do problema de fluxo de carga matricialmente, implementada neste trabalho. Ela possui elementos complexos em sua composição, é simétrica em relação à sua diagonal principal (caso a rede não possua transformadores defasadores, que será o caso das análises deste trabalho), quadrada e de dimensão  $n \times n$ , sendo  $n$  o número de barras do SEP, esparsa, com elementos da diagonal principal com parte real positiva e, fora dela, negativa. O cálculo dos elementos de  $Y_{BARRA}$  pode ser descrito como:

- Elementos da diagonal principal ( $Y_{kk}$ ): somatório das admitâncias diretamente conectadas à barra  $k$ ;
- Elementos fora da diagonal principal ( $Y_{kj}$ ): oposto da soma das admitâncias que ligam as barras  $k$  e  $j$ .

Modela-se a injeção líquida de potência ativa, reativa e aparente em cada barra  $k$ , respectivamente, como:

$$P_k = P_{Gk} - P_{Lk} \quad (1)$$

$$Q_k = Q_{Gk} - Q_{Lk} \quad (2)$$

$$\dot{S}_k = P_k + jQ_k \quad (3)$$

Nas quais o índice  $G$  refere-se às grandezas geradas pela unidade geradora e  $L$  às grandezas consumidas pela carga. A notação fasorial utilizada para dada grandeza de magnitude  $V$  e ângulo  $\theta$  é  $\dot{V} = V\angle\theta$ .

A Figura 1 representa esta injeção de potência em uma barra  $k$  de um SEP, resultando em:

$$\dot{I} = Y_{BARRA} \times \dot{V} \quad (4)$$

$$\dot{S}_k = \dot{V}_k \times \dot{I}_k^* = P_k + jQ_k \rightarrow \dot{I}_k^* = \frac{P_k + jQ_k}{\dot{V}_k} \rightarrow \dot{I}_k = \frac{P_k + jQ_k}{\dot{V}_k^*} \quad (5)$$

Das equações nodais obtém-se:

$$\dot{I}_k = \sum_{m=1}^n Y_{km} \times \dot{V}_m \quad (6)$$

$$\dot{I}_k^* = \sum_{m=1}^n Y_{km}^* \times \dot{V}_m^* \quad (7)$$

As equações do fluxo de potência resultam em:

$$\dot{S}_k = \dot{V}_k \times \dot{I}_k^* = P_k + jQ_k = \dot{V}_k \times \left( \sum_{m=1}^n Y_{km}^* \times \dot{V}_m^* \right), k = 1, \dots, n \quad (8)$$

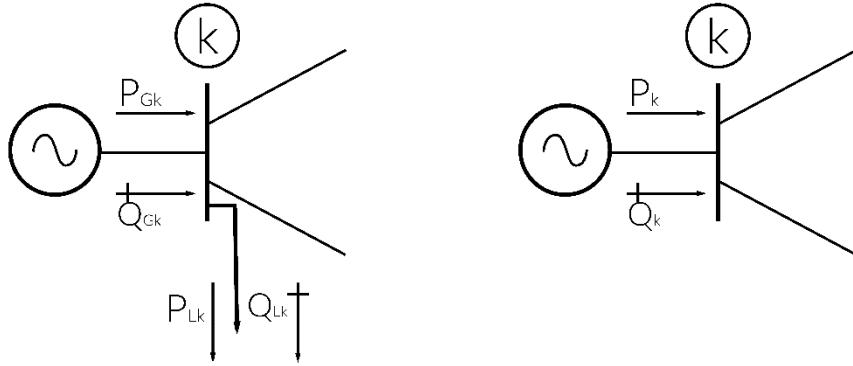


Figura 1: Injeção de potência em uma barra  $k$  do SEP.

$I_k$  refere-se à injeção de corrente na barra  $k$ . As Equações 4 a 8 descrevem o fluxo de potência na forma complexa. Na sequência são apresentadas as equações do fluxo de carga na forma polar e com variáveis reais.

### 2.2.2. Equações de $P_k$ e $Q_k$ com Variáveis Reais

É comum desmembrar a equação complexa de potência em duas equações reais, 9 e 10:

$$P_k = \operatorname{Re}\{\dot{S}_k\} \quad (9)$$

$$Q_k = \operatorname{Im}\{\dot{S}_k\} \quad (10)$$

Segue o equacionamento para potência ativa,  $P_k$ :

$$P_k = \operatorname{Re} \left\{ \dot{V}_k \times \left( \sum_{m=1}^n Y_{km}^* \times \dot{V}_m^* \right) \right\}, k = 1, \dots, n. \quad (11)$$

Sabendo-se que  $\dot{V}_k = V_k \angle \theta_k$ ,  $\dot{V}_m = V_m \angle \theta_m$ ,  $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ , obtém-se:

$$P_k = \operatorname{Re} \left\{ V_k \angle \theta_k \times \left( \sum_{m=1}^n (G_{km} - jB_{km}) \times V_m \angle -\theta_m \right) \right\}, k = 1, \dots, n. \quad (12)$$

Introduzindo-se  $V_k \angle \theta_k$  dentro do somatório, obtém-se:

$$P_k = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{m=1}^n V_k \angle \theta_k \times (G_{km} - jB_{km}) \times V_m \angle -\theta_m \right\}, k = 1, \dots, n. \quad (13)$$

$$P_k = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{m=1}^n V_k \times V_m \angle (\theta_k - \theta_m) \times (G_{km} - jB_{km}) \right\}, k = 1, \dots, n. \quad (14)$$

$$P_k = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{m=1}^n V_k \times V_m \times G_{km} \angle (\theta_k - \theta_m) - jV_k \times V_m \times B_{km} \angle (\theta_k - \theta_m) \right\}, k = 1, \dots, n. \quad (15)$$

Extraindo a parte real da expressão e declarando  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} P_k &= \sum_{m=1}^n \{V_k \times V_m \times G_{km} \times \cos(\theta_{km}) + V_k \times V_m \times B_{km} \times \cos(\theta_{km} - 90^\circ)\}, k \\ &= 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (16)$$

Retirando-se  $V_k$  do somatório, colocando  $V_m$  em evidência e utilizando a identidade trigonométrica  $\cos(\alpha - 90^\circ) = \operatorname{sen}(\alpha)$ , obtém-se:

$$P_k = V_k \times \left[ \sum_{m=1}^n V_m \times \{G_{km} \times \cos(\theta_{km}) + B_{km} \times \operatorname{sen}(\theta_{km})\} \right], k = 1, \dots, n. \quad (17)$$

Analogamente, segue o equacionamento para potência reativa,  $Q_k$ :

$$Q_k = \operatorname{Im} \left\{ \dot{V}_k \times \left( \sum_{m=1}^n Y_{km}^* \times \dot{V}_m^* \right) \right\}, k = 1, \dots, n. \quad (18)$$

Sabendo-se que  $\dot{V}_k = V_k \angle \theta_k$ ,  $\dot{V}_m = V_m \angle \theta_m$ ,  $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$ , obtém-se:

$$Q_k = \operatorname{Im} \left\{ V_k \angle \theta_k \times \left( \sum_{m=1}^n (G_{km} - jB_{km}) \times V_m \angle -\theta_m \right) \right\}, k = 1, \dots, n. \quad (19)$$

Introduzindo-se  $V_k \angle \theta_k$  dentro do somatório, obtém-se:

$$Q_k = \operatorname{Im} \left\{ \sum_{m=1}^n V_k \angle \theta_k \times (G_{km} - jB_{km}) \times V_m \angle -\theta_m \right\}, k = 1, \dots, n. \quad (20)$$

$$Q_k = \operatorname{Im} \left\{ \sum_{m=1}^n V_k \times V_m \angle (\theta_k - \theta_m) \times (G_{km} - jB_{km}) \right\}, k = 1, \dots, n. \quad (21)$$

$$Q_k = \operatorname{Im} \left\{ \sum_{m=1}^n V_k \times V_m \times G_{km} \angle (\theta_k - \theta_m) - jV_k \times V_m \times B_{km} \angle (\theta_k - \theta_m) \right\}, k = 1, \dots, n. \quad (22)$$

Extraindo a parte imaginária da expressão e usando  $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ , obtém-se:

$$Q_k = \sum_{m=1}^n \{V_k \times V_m \times G_{km} \times \sin(\theta_{km}) + V_k \times V_m \times B_{km} \times \sin(\theta_{km} - 90^\circ)\}, k = 1, \dots, n. \quad (23)$$

Retirando-se  $V_k$  do somatório, colocando  $V_m$  em evidência e utilizando a identidade trigonométrica  $\sin(\alpha - 90^\circ) = -\cos(\alpha)$ , obtém-se:

$$Q_k = V_k \times \left[ \sum_{m=1}^n V_m \times \{G_{km} \times \sin(\theta_{km}) - B_{km} \times \cos(\theta_{km})\} \right], k = 1, \dots, n. \quad (24)$$

Para a solução de um fluxo de carga é necessário modelar também os elementos da rede elétrica em análise, basicamente suas linhas de transmissão e transformadores, uma vez que os gerados e cargas serão modelados como barras PV, slack ou PQ do sistema. Os modelos destes elementos são mostrados a seguir.

### 2.2.3. Linhas de Transmissão

Utiliza-se o modelo  $\pi$  de linhas de transmissão, também conhecido como modelo de linhas médias, para modelar estes elementos. Ele é composto por uma impedância em série  $Z_{km} = r_{km} + jx_{km}$  e susceptância shunt  $b_{km}^{sh}$ , conforme Figura 2:

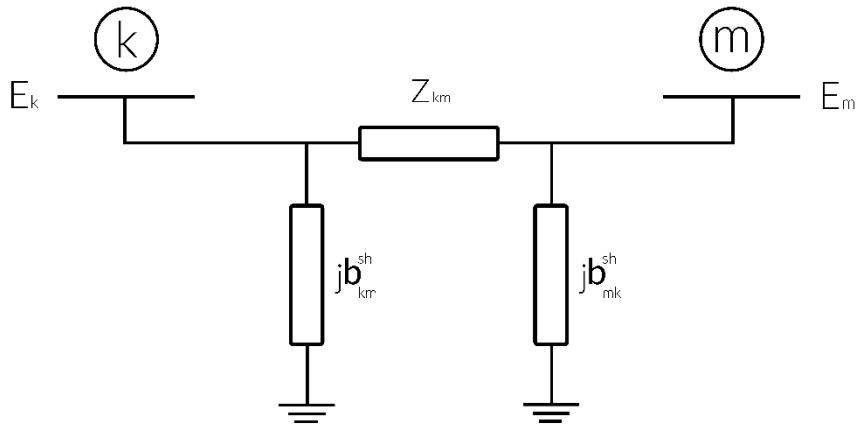


Figura 2: Modelo  $\pi$  utilizado para as linhas de transmissão.

Neste modelo,  $E_k$  representa o fasor de tensão em determinada barra  $k$ , explicitado como  $E_k = V_k \angle \theta_k$ , com módulo  $V_k$  e ângulo  $\theta_k$  (MONTICELLI, 1983). A corrente que sai da barra  $k$  para  $m$  é

definida como  $I_{km}$ . A admitância série  $y_{km}$  pode ser escrita em função da condutância série  $g_{km}$  e da susceptância  $b_{km}$ , como segue:

$$g_{km} = \frac{r_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (25)$$

$$b_{km} = \frac{-x_{km}}{r_{km}^2 + x_{km}^2} \quad (26)$$

$$y_{km} = g_{km} + jb_{km} \quad (27)$$

As correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$  podem ser expressas por:

$$I_{km} = (y_{km} + jb_{km}^{sh})E_k - y_{km}E_m = y_{km}(E_k - E_m) + jb_{km}^{sh}E_k \quad (28)$$

$$I_{mk} = (y_{km} + jb_{km}^{sh})E_m - y_{km}E_k = y_{km}(E_m - E_k) + jb_{km}^{sh}E_m \quad (29)$$

O fluxo de potência saindo da barra  $k$  rumo  $m$  pode ser representado como segue:

$$S_{km}^* = P_{km} - jQ_{km} = E_k^*I_{km} = y_{km}V_k e^{-j\theta_k} (V_k e^{j\theta_k} - V_m e^{j\theta_m}) + jb_{km}^{sh}V_k^2 \quad (30)$$

Os fluxos  $P_{km}$  e  $Q_{km}$  podem ser obtidos separando as partes reais e imaginárias da equação (30), resultando em:

$$P_{km} = V_k^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos(\theta_{km}) - V_k V_m b_{km} \sin(\theta_{km}) \quad (31)$$

$$Q_{km} = -V_k^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + V_k V_m b_{km} \cos(\theta_{km}) - V_k V_m g_{km} \sin(\theta_{km}) \quad (32)$$

Analogamente, os fluxos  $P_{mk}$  e  $Q_{mk}$  são obtidos:

$$P_{mk} = V_m^2 g_{km} - V_k V_m g_{km} \cos(\theta_{km}) + V_k V_m b_{km} \sin(\theta_{km}) \quad (33)$$

$$Q_{mk} = -V_m^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + V_k V_m b_{km} \cos(\theta_{km}) + V_k V_m g_{km} \sin(\theta_{km}) \quad (34)$$

### 2.2.4. Transformadores

Utiliza-se o modelo da Figura 3 para modelar os transformadores de um SEP.

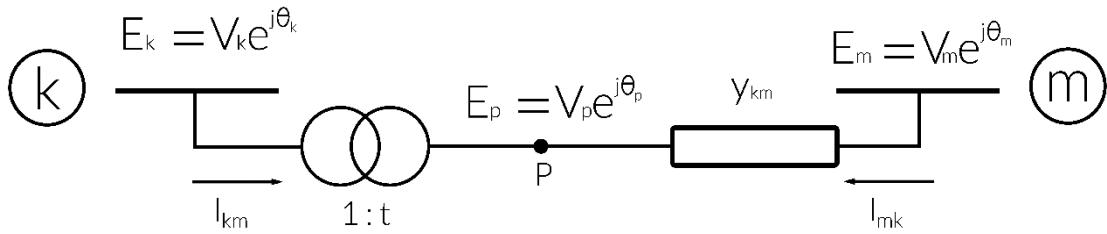


Figura 3: Modelo de transformador de SEP.

Pode-se utilizar o modelo de transformador da Figura 3 para equacionar tanto transformadores em fase como os defasadores, pois o parâmetro  $t$  pode assumir um valor numérico  $a$  qualquer (caracterizando um transformador em fase), um valor  $e^{j\varphi}$  (modelando um defasador puro) ou um valor  $ae^{j\varphi}$  (representando um defasador). O equacionamento que segue para o modelo de transformador está baseado no trabalho de (ABRANTES, 2013).

Este modelo possui relação entre as magnitudes das tensões dos nós terminais  $k$  e  $p$  igual a:

$$\frac{V_p}{V_k} = a \quad (35)$$

Como  $\theta_k = \theta_p$  (transformador em fase), têm-se que:

$$\frac{E_p}{E_k} = \frac{V_p e^{j\theta_p}}{V_k e^{j\theta_k}} = a \quad (36)$$

Como o transformador deste modelo é ideal, não existem perdas de potência ativa ou reativa entre os nós  $k$  e  $p$ , o que resulta em:

$$E_k I_{km}^* + E_p I_{mk}^* = 0 \quad (37)$$

Pode-se reescrever a equação acima de forma e encontrar a relação entre as correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$ , resultando em:

$$\frac{I_{km}^*}{I_{mk}^*} = \frac{I_{km}}{I_{mk}} = -a \quad (38)$$

Portanto, as correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$  estão defasadas de  $180^\circ$  e com magnitudes na razão  $a:1$ . As expressões para as correntes  $I_{km}$  e  $I_{mk}$  podem ser escritas como:

$$I_{mk} = y_{km}(E_m - E_p) = y_{km}(E_m - aE_k) = (-ay_{km})E_k + y_{km}E_m \quad (39)$$

$$I_{km} = -aI_{mk} = (a^2y_{km})E_k + (-ay_{km})E_m \quad (40)$$

### 2.2.5. Método de Newton-Raphson

O número de equações a se resolver em um SEP é usualmente grande, pois existem muitas barras e muitas linhas de transmissão em sistemas reais. O número de equações para solucionar um fluxo de carga é igual a  $(2 \times n - v - 2)$ , sendo  $n$  o número de barras e  $v$  o número de barras com tensão controlada. Isto enfatiza a necessidade de um método robusto e eficiente para resolução das equações do fluxo de carga, especialmente para grandes sistemas, e neste contexto o método de Newton-Raphson possui destaque. Neste capítulo é apresentada a aplicação deste método na solução do problema do fluxo de potência.

As equações básicas do fluxo de carga a serem solucionadas são aquelas obtidas em (41) e (42):

$$P_k = V_k \times \left[ \sum_{m=1}^n V_m \times \{G_{km} \times \cos(\theta_{km}) + B_{km} \times \sin(\theta_{km})\} \right], k \in \{PQ, PV\}. \quad (41)$$

$$Q_k = V_k \times \left[ \sum_{m=1}^n V_m \times \{G_{km} \times \sin(\theta_{km}) - B_{km} \times \cos(\theta_{km})\} \right], k \in \{PQ\}. \quad (42)$$

Os resíduos de potência são representados como:

$$\Delta P_k = P_k^{(especificado)} - P_k^{(calculado)}(V, \theta), k \in \{PQ, PV\}. \quad (43)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{(especificado)} - Q_k^{(calculado)}(V, \theta), k \in \{PQ\}. \quad (44)$$

O sistema a ser solucionado pelo método de Newton-Raphson é:

$$\begin{cases} \Delta P_k = 0, k \in \{PQ, PV\} \\ \Delta Q_k = 0, k \in \{PQ\} \end{cases} \quad (45)$$

O sistema a ser resolvido pode ser colocado na forma matricial da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}^{(i)} = -J^{(i)} \times \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}^{(i)} \quad (46)$$

E a atualização das variáveis de estado é calculada por:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}^{(i+1)} = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}^{(i)} + \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}^{(i)} \quad (47)$$

A convergência do método ocorre quando o maior elemento de  $\Delta P$  e o maior elemento de  $\Delta Q$  são menores, em módulo, do que dada tolerância  $\varepsilon$ .  $J$  é a Matriz Jacobiana aplicada à solução do fluxo de

carga, explicitada abaixo. Sua dimensão é  $(n - 1 + l) \times (n - 1 + l)$ , na qual  $n$  é o número total de barras do sistema e  $l$  é o número de barras PQ do sistema.

$$J_{(n-1+l) \times (n-1+l)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial \theta_{n-l}} & \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & \frac{\partial P_1}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_1}{\partial V_l} \\ \frac{\partial P_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_{n-l}} & \frac{\partial P_2}{\partial V_1} & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_2}{\partial V_l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_{n-l}}{\partial \theta_1} & \frac{\partial P_{n-l}}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial P_{n-l}}{\partial \theta_{n-l}} & \frac{\partial P_{n-l}}{\partial V_1} & \frac{\partial P_{n-l}}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial P_{n-l}}{\partial V_l} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial \theta_{n-l}} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_1}{\partial V_l} \\ \frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_1} & \frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial \theta_1}{\partial \theta_{n-l}} & \frac{\partial \theta_1}{\partial V_1} & \frac{\partial \theta_1}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial \theta_1}{\partial V_l} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial \theta_{n-l}} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_2}{\partial V_l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_l}{\partial \theta_1} & \frac{\partial Q_l}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial Q_l}{\partial \theta_{n-l}} & \frac{\partial Q_l}{\partial V_1} & \frac{\partial Q_l}{\partial V_2} & \dots & \frac{\partial Q_l}{\partial V_l} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Pode-se dividir a matriz  $J$  em quatro outras,  $H$ ,  $N$ ,  $M$  e  $L$ , como segue:

$$J = - \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$H_{(n-l) \times (n-l)} = \frac{\partial P}{\partial \theta} \quad (50)$$

$$N_{(n-l) \times l} = \frac{\partial P}{\partial V} \quad (51)$$

$$M_{l \times (n-l)} = \frac{\partial Q}{\partial \theta} \quad (52)$$

$$L_{l \times l} = \frac{\partial Q}{\partial V} \quad (53)$$

O sistema matricial a ser resolvido pode ser representado, em termos de  $H$ ,  $N$ ,  $M$  e  $L$ , por:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}^{(i)} = - \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix}^{(i)} \times \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}^{(i)} \quad (54)$$

Pode-se desenvolver as equações de  $H$ ,  $N$ ,  $M$  e  $L$  para os seus elementos da diagonal principal (índice  $kk$  subscrito) e fora dela (índice  $km$  subscrito), resultando em:

$$H_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k \times V_m \times \{G_{km} \times \sin(\theta_{km}) - B_{km} \times \cos(\theta_{km})\} \quad (55)$$

$$H_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 \times B_{kk} - V_k \times \left[ \sum_{m \neq k} V_m \times \{G_{km} \times \sin(\theta_{km}) - B_{km} \times \cos(\theta_{km})\} \right] \quad (56)$$

$$N_{km} = \frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k \times \{G_{km} \times \cos(\theta_{km}) + B_{km} \times \sin(\theta_{km})\} \quad (57)$$

$$N_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = V_k \times G_{kk} + \sum_{m \neq k} V_m \times \{G_{km} \times \cos(\theta_{km}) + B_{km} \times \sin(\theta_{km})\} \quad (58)$$

$$M_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_m} = -V_k \times V_m \times \{G_{km} \times \cos(\theta_{km}) + B_{km} \times \sin(\theta_{km})\} \quad (59)$$

$$M_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \theta_k} = -V_k^2 \times G_{kk} + V_k \times \left[ \sum_{m \in k} V_m \times \{G_{km} \times \cos(\theta_{km}) + B_{km} \times \sin(\theta_{km})\} \right] \quad (60)$$

$$L_{km} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_m} = V_k \times \{G_{km} \times \sin(\theta_{km}) - B_{km} \times \cos(\theta_{km})\} \quad (61)$$

$$L_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = -V_k \times B_{kk} + \sum_{m \in k} V_m \times \{G_{km} \times \sin(\theta_{km}) - B_{km} \times \cos(\theta_{km})\} \quad (62)$$

Uma característica notável da matriz jacobiana é o fato de seus elementos fora da diagonal principal que são correspondentes a barras não diretamente conectadas são nulos, pois como  $H_{km} = V_k \times V_m \times \{G_{km} \times \sin(\theta_{km}) - B_{km} \times \cos(\theta_{km})\}$ , se as barras  $k$  e  $m$  não estiverem diretamente conectadas,  $G_{km} = B_{km} = 0$ , o que resulta em  $H_{km} = 0$ , tornando o jacobiano uma matriz esparsa;

Segue o algoritmo para a solução do fluxo de carga pelo método de Newton-Raphson:

1. Monta-se a matriz  $Y_{\text{BARRA}}$  com os dados do SEP;
2. Escolhem-se condições iniciais arbitrárias para os estados  $(\theta^{(0)}, V^{(0)})$  e inicia-se o contador de iterações em  $i = 1$ ;
3. Calcula-se  $\Delta P_k$  e  $\Delta Q_k$  e verifica-se a convergência. Caso  $\max\{|\Delta P_k|\} \leq \varepsilon$  e  $\max\{|\Delta Q_k|\} \leq \varepsilon$  o método é finalizado. Caso contrário, continua-se o método:

$$\Delta P_k = P_k^{(\text{especificado})} - P_k^{(\text{calculado})}, k \in \{PQ, PV\}. \quad (63)$$

$$\Delta Q_k = Q_k^{(\text{especificado})} - Q_k^{(\text{calculado})}, k \in \{PQ\}. \quad (64)$$

4. Aumenta-se o contador de iterações,  $i = i + 1$ . Monta-se a matriz jacobiana  $J^{(i)}$ ;
5. Soluciona-se o sistema linearizado:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}^{(i)} = -J^{(i)} \times \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}^{(i)} \quad (65)$$

6. Atualiza-se a solução do problema:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}^{(i+1)} = \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix}^{(i)} + \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}^{(i)} \quad (66)$$

7. Volta-se ao passo 3.

### **3. FLUXO DE CARGA CONTINUADO**

---

Apresenta-se neste capítulo a abordagem do fluxo de carga continuado utilizado para o traçado de nomogramas, além de conceitos importantes para o entendimento deste método.

#### **3.1. Uso de Métodos Continuados para Fluxos de Carga**

A justificativa do uso de métodos continuados para a resolução de fluxos de carga recai sobre o fato de que estes métodos são ferramentas adequadas ao traçado de curvas para sistemas de equações algébricas não-lineares com variação de seus parâmetros. Métodos do tipo ponto a ponto, baseados em resoluções sucessivas de fluxo de carga, possuem problemas de convergência nas proximidades do ponto de máximo carregamento do sistema elétrico. Consequentemente, deixam de convergir antes do sistema atingir o valor de máximo carregamento, o que pode resultar em avaliações conservadoras dos limites de carregamento de um sistema. O CPFLOW, proposto em (CHIANG, 1995), é uma abordagem do fluxo de carga continuado para evitar os problemas de convergência do fluxo de carga convencional em situações próximas a uma bifurcação sela-nó do sistema (ponto de máximo carregamento do mesmo). Isto possibilita, por exemplo, o traçado de curvas PV ou  $\lambda V$  mesmo próximo ao “nariz” da curva, e no caso dos nomogramas o método da continuação busca encontrar, para cada direção de crescimento de carga, o ponto real de máximo carregamento do SEP. Neste trabalho, o uso deste método busca, portanto, melhorar o processo de determinação dos pontos da fronteira de estabilidade de um sistema, além da fronteira dos limites de tensão estabelecidos. Busca-se aumentar a eficiência computacional do traçado dos nomogramas em relação à solução sucessiva de fluxos de carga e também a confiabilidade das respostas encontradas, pois o método da continuação implementado possui a característica de encontrar o ponto de máximo carregamento mesmo quando o fluxo de carga clássico apresenta singularidades na sua matriz jacobiana.

#### **3.2. Bifurcações em SEP**

Os SEP podem ser extensos e são naturalmente sistemas não-lineares e complexos, expostos a perturbações que afetam sua dinâmica e seu comportamento em regime permanente (SALIM, 2011). O foco deste trabalho são as variações lentas de parâmetros de um SEP, em especial as mudanças de carga e de geração.

As perturbações podem aparecer devido a uma mudança na configuração do sistema, como uma contingência ou perda de determinado elemento da rede (linha de transmissão, ou transformador, por exemplo). Por outro lado, algumas perturbações não alteram a topologia do SEP, como é o caso das

alterações de carga, modeladas como variações lentas de parâmetros e com relação direta com o aparecimento de bifurcações em SEP. Neste contexto, abaixo estão apresentadas as bifurcações locais mais relevantes em SEP, baseadas nos trabalhos de (SALIM, 2011) e (ABRANTES, 2013).

### 3.2.1. Bifurcações Sela-Nó (BSN)

Neste tipo de bifurcação, a variação do parâmetro que descreve o comportamento do sistema faz com que dois pontos de equilíbrio se aproximem até se encontrar, desaparecendo. Além disto, esta bifurcação tem relação com a matriz Jacobiana, sendo que um autovalor real sobre o ponto fixo estável se aproxima de zero por valores negativos. O fenômeno da bifurcação sela-nó tem relação com o desaparecimento do ponto de equilíbrio estável de operação do SEP, o que ocorre comumente quando o sistema atinge seu limite máximo de transferência de potência, podendo resultar em um colapso de tensão. Neste trabalho, devido à modelagem das cargas como injeções constantes (as cargas são barras  $PQ$  constantes), o ponto de BSN coincide com o ponto de máxima transferência de potência do sistema. A **Error! Reference source not found.** ilustra este fato, e os estudos de estabilidade de tensão utilizam constantemente análise de curvas P-V e Q-V, como a da Figura 4. A parte de cima da curva, representada com o traço em negrito na Figura abaixo, é a região estável de operação do sistema, enquanto a parte inferior da curva, que possui um traçado suave, é a região instável.

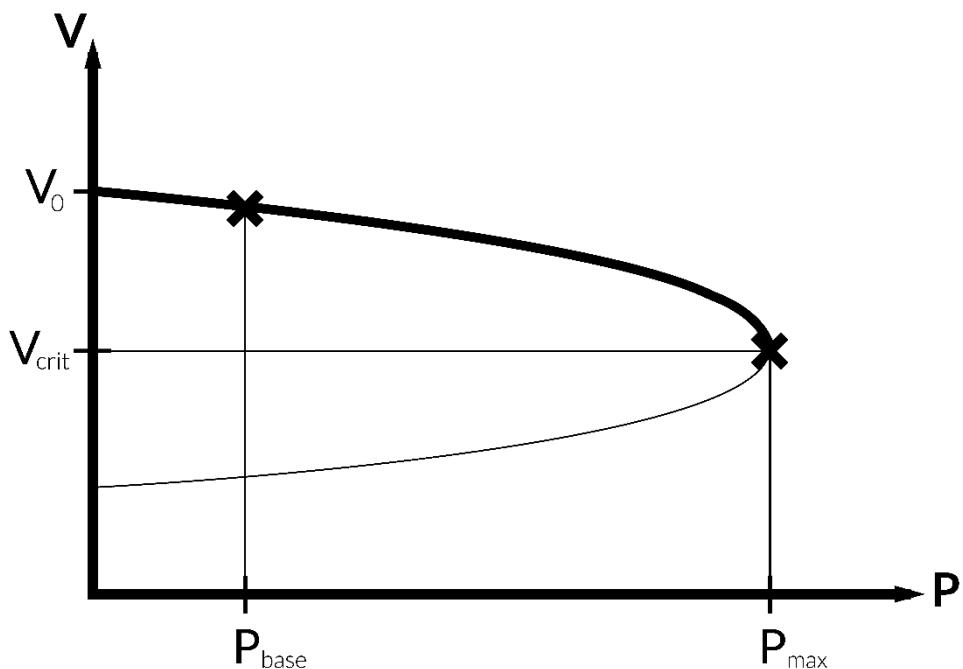


Figura 4: Curva P-V típica de uma barra de SEP.

Na Figura 4,  $V_0$  representa a tensão inicial da barra em análise,  $V_{crit}$  representa a tensão crítica próxima à instabilidade do sistema e  $P_{max}$  é o máximo carregamento do SEP. A condição base de carregamento do sistema é a potência inicial. O Ponto de BSN é útil para a determinação da fronteira da região segura de operação de um SEP.

### 3.2.2. Bifurcações Induzidas por Limites (BIL)

Como explicado, a BSN tem relação próxima com o limite de capacidade de transmissão de um SEP. Por outro lado, a BIL tem relação com o limite de geração de potência reativa de geradores, podendo ocorrer, por exemplo, quando um aumento de carga no SEP implica em uma violação do limite de injeção de potência reativa de algum gerador, tornando um ponto de equilíbrio estável em um instável (ABRANTES, 2013).

Se a carga e geração possuem uma variação unidirecional, ao alcançar um limite de reativos de um gerador, a equação que rege o sistema é alterada imediatamente, pois a barra de geração PV passa a ser modelada como uma barra de carga PQ, uma vez que se atingiu a potência reativa máxima que este gerador pode fornecer. O sistema com novo equacionamento pode ter um ponto de equilíbrio estável próximo ao da solução anterior ou passar a possuir um ponto de equilíbrio instável, resultando em colapso de tensão. Ambos os casos estão ilustrados na Figura 5.

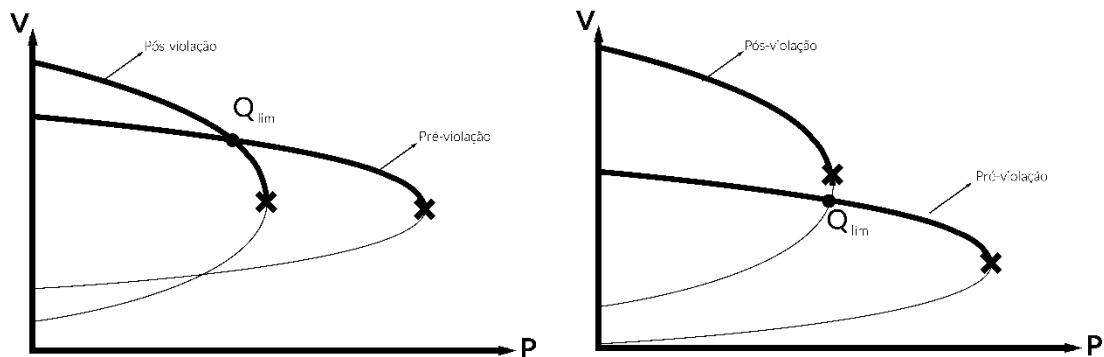


Figura 5: Representação da bifurcação induzida por limites devido à violação de limite de reativo.

Na Figura 5, no primeiro caso, o limite de reativo de um gerador é violado, porém o sistema continua estável. No segundo caso, a violação do limite de reativo implica na instabilidade do ponto de operação e na formação de uma BIL, que ocorre antes da BSN do SEP.

Uma variação de carga ou uma contingência pode tirar o sistema de seu estado de equilíbrio, como mostrado pelos exemplos de bifurcações apresentados.

As seções a seguir, referentes a modelagem, parametrização, predição, correção, controle do tamanho de passo e algoritmo do fluxo de carga continuado foram baseadas no trabalho de (CHIANG, 1995).

### 3.3. Modelagem

A seguir está explicitada a modelagem do fluxo de carga continuado aplicado a SEP, incluindo a modelagem, parametrização, preditores, corretor, controle do tamanho de passo e, finalmente, o algoritmo da implementação.

Os métodos continuados são também conhecidos como métodos preditor-corretor devido à necessidade de predizer o próximo ponto da solução e corrigir esta predição para obter o ponto real da curva. Estes métodos são usados no contexto de SEP para determinar limites de estabilidade do sistema em regime permanente (ZIMMERMAN, 2011).

Considera-se um SEP com equacionamento como segue:

$$f(x, \lambda) = 0 \quad (67)$$

Na qual  $\lambda$  é um parâmetro de continuação (parâmetro de controle) e  $x$  representa as variáveis de estado do sistema. Vale ressaltar que  $\lambda \in \mathbb{R}$  e a equação (67) pode representar de forma compacta o fluxo de carga do SEP conforme capítulo 2 deste trabalho. Pode-se representar o processo continuado de obtenção de pontos como:

$$(x^j, \lambda^j) \xrightarrow{\text{Preditor}} (\hat{x}^{j+1}, \hat{\lambda}^{j+1}) \xrightarrow{\text{Corretor}} (x^{j+1}, \lambda^{j+1}) \quad (68)$$

Na qual  $(x^j, \lambda^j)$  representa a solução atual,  $(\hat{x}^{j+1}, \hat{\lambda}^{j+1})$  é a solução predita e  $(x^{j+1}, \lambda^{j+1})$  é a próxima solução da curva.

Reescrevendo a Equação (67) pode-se equacionar como o parâmetro  $\lambda$  influenciará a solução.

$$f(x, \lambda) = g(x) - \lambda b \quad (69)$$

Na qual  $b$  representa a direção da variação de algum parâmetro do sistema. Na construção de nomogramas, por exemplo,  $b$  é a direção da variação de geração de potência ativa. Variando-se o parâmetro  $b$  adequadamente é possível investigar os efeitos de variação de carga ou geração em determinadas porções de um SEP.

### 3.4. Parametrização

Parametrização é o modo matemático de identificar cada solução de modo que a próxima solução ou a anterior possa ser quantificada. Há diversas maneiras de parametrizar os valores de  $(x, \lambda)$  ao longo da curva de solução, e algumas destas possibilidades são apresentadas abaixo (CHIANG, 1995).

#### 3.4.1. Parametrização Física ou Natural

Este tipo de parametrização usa simplesmente  $\lambda$  como elemento para parametrização, sendo que a largura de passo é  $\Delta\lambda$ . O novo  $\lambda$  é igual ao anterior somado ao tamanho do passo. A Figura 6 ilustra este tipo de parametrização.

Uma desvantagem deste tipo de parametrização é o fato de que nas vizinhanças de um ponto de BSN pode haver problemas na resolução numérica do sistema, devido à singularidade da matriz jacobiana. O tamanho de passo também deve ser selecionado e controlado de maneira adequada para evitar que uma predição fuja muito do ponto real da curva, causando uma não convergência do corretor e possíveis falhas nas curvas traçadas.

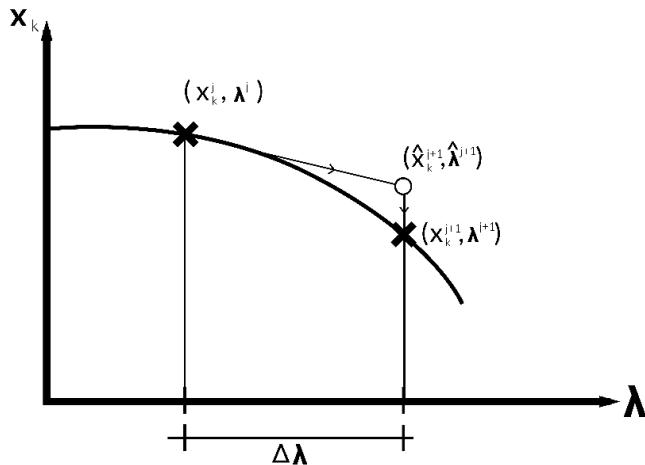


Figura 6: Parametrização física.

#### 3.4.2. Parametrização Local

Neste tipo de parametrização utiliza-se qualquer componente do vetor das variáveis de estado  $x$  para parametrizar a curva de solução, incluindo  $\lambda$ . O tamanho de passo é  $\Delta x_k$  ou  $\Delta\lambda$ , sendo que  $x_k$  representa algum dos parâmetros de  $x$ . A Figura 7 ilustra este caso de parametrização, utilizando um parâmetro diferente de  $\lambda$  para parametrizar a curva.

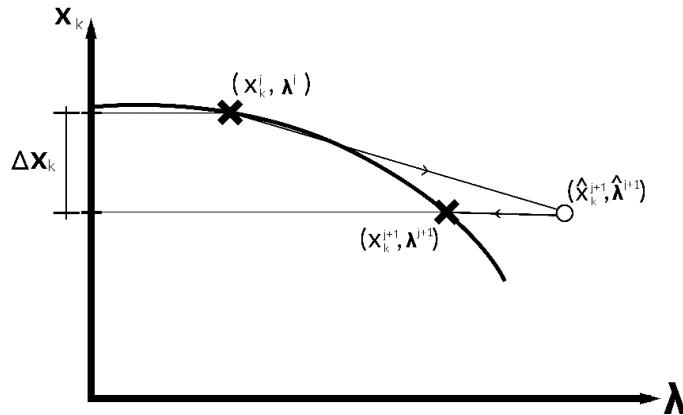


Figura 7: Parametrização local.

### 3.4.3. Parametrização por Comprimento de Arco

Neste tipo de parametrização utiliza-se a seguinte relação:

$$\Delta s = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n (x_i - x_i(s))^2 + (\lambda - \lambda(s))^2 \right)} \quad (70)$$

Na qual  $\Delta s$  é o tamanho do passo, que tem relação com a distância entre duas soluções consecutivas,  $\lambda$  e  $x_i$  estão associados à solução anterior,  $\lambda(s)$  e  $x_i(s)$  associados à predição da próxima solução. A Figura 8 ilustra este tipo de parametrização.

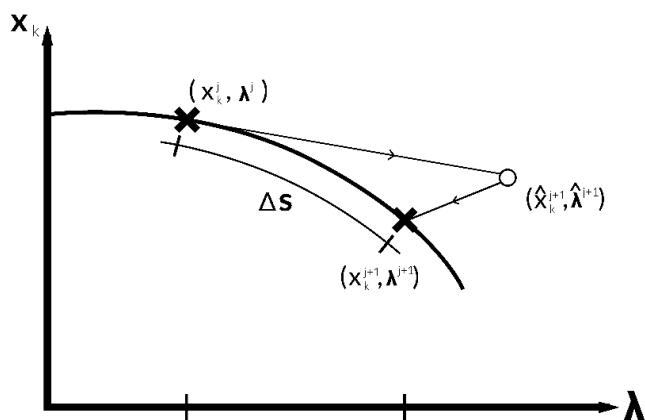


Figura 8: Parametrização por comprimento de arco.

A utilização deste tipo de parametrização é mais interessante que a parametrização física ou local, uma vez que este método possui bom comportamento próximo a pontos de BSN, o que pode não ocorrer nas outras duas parametrizações citadas (CHIANG, 1995).

Existem parametrizações por pseudocomprimento de arco, que basicamente utilizam a mesma formulação aqui apresentada, porém com fatores de pesos diferentes nos termos da equação.

### 3.5. Predictor

O preditor é utilizado para estimar a próxima solução da curva sendo traçada, e quanto melhor a predição, mais rápida será a convergência para a solução, pelo corretor. Duas grandes abordagens podem ser usadas para o preditor: métodos baseados em Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), que usam a solução atual e suas derivadas para prever a próxima, e métodos baseados em extração polinomial, que utilizam apenas a solução atual e anteriores para prever a próxima (CHIANG, 1995).

Pode-se utilizar os dois preditores juntamente, partindo do método da tangente para obter uma solução e, tendo conhecimento desta solução e de uma inicial (caso base), partir para o uso do método da secante, menos custoso computacionalmente.

#### 3.5.1. Método da Tangente

O método da tangente utiliza o cálculo das derivadas das variáveis de estado e de  $\lambda$  em relação ao comprimento de arco  $s$  para realizar as previsões. Partindo da Equação (67) e diferenciando-se em relação a  $s$ , obtém-se:

$$f_x \frac{dx}{ds} + f_\lambda \frac{d\lambda}{ds} = 0 \rightarrow f_x \frac{dx}{ds} + f_{x_{n+1}} \frac{dx_{n+1}}{ds} = 0 \quad (71)$$

Na qual  $\lambda = x_{n+1}$ . A equação acima representa um sistema implícito de  $n$  equações algébricas lineares e  $n + 1$  incógnitas, podendo ser representado de forma matricial como segue:

$$D_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_k} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_{n+1}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_k} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_{n+1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_k} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_{n+1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dx_1}{ds} \\ \vdots \\ \frac{dx_k}{ds} \\ \vdots \\ \frac{dx_{n+1}}{ds} \end{bmatrix} = 0 \quad (72)$$

Na qual  $1 \leq k \leq n + 1$ .

Para garantir que  $s$  é o comprimento de arco na curva, é necessário a seguinte equação:

$$\left( \frac{dx_1}{ds} \right)^2 + \dots + \left( \frac{dx_n}{ds} \right)^2 + \left( \frac{dx_{n+1}}{ds} \right)^2 = 1 \quad (73)$$

As Equações (71) e (73) formam um sistema de  $n + 1$  equações e  $n + 1$  incógnitas. Vale notar que (71) é um conjunto de equações lineares e (73) é não-linear. O procedimento a seguir pode ser utilizado para resolver este sistema de equações (CHIANG, 1995).

Supondo que:

$$\frac{dx_k}{ds} \neq 0 \quad (74)$$

para  $k$ , respeitando  $1 \leq k \leq n + 1$ , e seja  $D_{fk}$  a matriz de  $D_f$  com a remoção da  $k$ -ésima coluna. Considerando que  $D_{fk}$  não é singular, a equação (71) pode ser resolvida para as incógnitas

$$\frac{dx_1}{ds}, \dots, \frac{dx_{k-1}}{ds}, \frac{dx_{k+1}}{ds}, \dots, \frac{dx_{n+1}}{ds} \quad (75)$$

na forma de

$$\frac{dx_i}{ds} = \beta_i \frac{dx_k}{ds}, i \neq k, i = 1, \dots, n + 1 \quad (76)$$

Utilizando-se o método da Eliminação de Gauss para a matriz  $D_{fk}$  pode-se obter os coeficientes  $\beta_i$ . Substituindo-se (76) em (73) obtém-se:

$$\left( \frac{dx_k}{ds} \right)^2 = \left( 1 + \sum_{i=1, i \neq k}^{n+1} \beta_i^2 \right)^{-1} \quad (77)$$

As Equações (76) e (77) são a representação explícita das derivadas da curva  $x(\lambda)$  passando pelo  $j$ -ésimo ponto continuado  $(x^i, \lambda^i)$  em relação ao comprimento de arco  $s$ . Um passo do preditor pode ser completado pela integração um passo adiante na direção escolhida com largura de passo  $h$ .

$$\hat{x}_j^{i+1} = x_j^{j+1} + h \frac{dx_i}{ds}, j = 1, \dots, n + 1 \quad (78)$$

Do ponto de vista computacional, uma vez que o cálculo dos coeficientes  $\beta_i$  envolvem a solução de um sistema de equações algébricas lineares, o tempo consumido por este método pode ser grande.

### 3.5.2. Método da Secante

O método da secante é baseado em extrapolação polinomial, usando apenas a solução atual e a anterior para prever a próxima. Um exemplo trivial de preditor deste método é um polinômio de ordem zero, no qual a solução atual é utilizada como aproximação para a próxima, ou seja:

$$(\hat{x}^{i+1}, \hat{\lambda}^{i+1}) = (x^i, \lambda^i) \quad (79)$$

Um polinômio de primeira ordem proporciona ao preditor secante uma reta que passa pela atual solução e pela última para estimar a próxima, matematicamente:

$$(\hat{x}^{i+1}, \hat{\lambda}^{i+1}) = (x^i, \lambda^i) + h(x^i - x^{i-1}, \lambda^i - \lambda^{i-1}) \quad (80)$$

Na qual  $h$  representa o tamanho de passo, que deve ser escolhido apropriadamente. Preditores baseados em polinômios de ordem mais alta podem ser obtidos de maneira semelhante, porém os de ordem mais baixa são mais eficientes na execução do fluxo de carga continuado (CHIANG, 1995). A Figura 9 representa o preditor pelo método da secante utilizando aproximação linear.

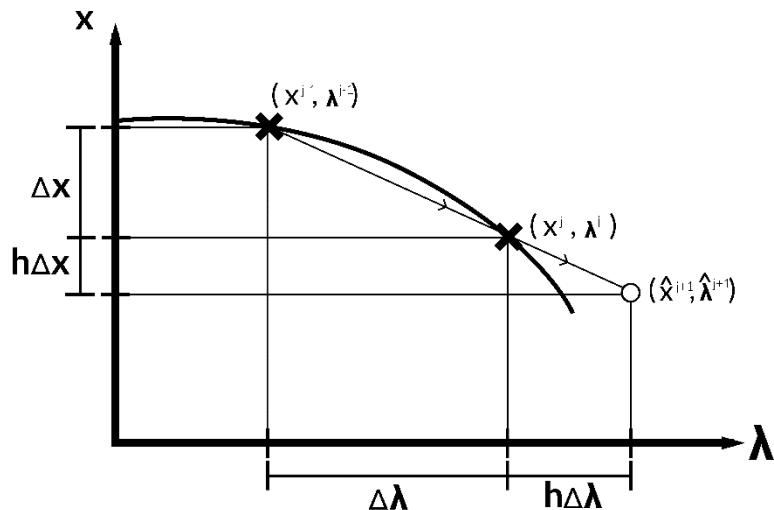


Figura 9: Predictor pelo método da secante com predição de primeira ordem.

É possível utilizar o método da secante após o método da tangente ter obtido dois pontos para aumentar a eficiência computacional do fluxo de carga continuado, pois o uso do preditor tangente é muito custoso do ponto de vista computacional (CHIANG, 1995).

### 3.6. Corretor

A princípio, qualquer método numérico efetivo para resolver um conjunto de equações algébricas não-lineares pode ser usado como corretor. Um bom preditor fornece uma aproximação próxima da solução real do sistema, o que faz com que o corretor converja para esta solução em poucas iterações. Utilizou-se o método de Newton-Raphson como método corretor, já explicitado anteriormente.

### 3.7. Controle do Tamanho de Passo

O controle do tamanho de passo é um elemento chave na eficiência computacional do fluxo de carga continuado. É seguro escolher um tamanho de passo pequeno e constante para qualquer método da continuação, porém isto diminui a eficiência computacional e implica em muitos passos em partes da curva que não sofrem muitas variações. Analogamente, um tamanho de passo grande pode causar que o preditor faça uma predição longe da real solução do sistema, o que implicará em muitas iterações do corretor ou até mesmo sua possível não-convergência.

Idealmente, o tamanho de passo deve ser adaptado para cada trecho da solução, utilizando grande tamanho de passo na parte da curva na qual as variáveis de estado mudam pouco com variações no parâmetro e menor tamanho de passo quando a curva é acentuada. Pode-se utilizar uma estimativa do erro entre a solução predita e a corrigida no passo anterior para adaptar o tamanho de passo (ZIMMERMAN, 2011). Outra abordagem é calcular o comprimento de arco no espaço de estados, forçando passos maiores nos trechos menos sensíveis à variações e passos menores nos trechos com maior variação dos estados em relação ao comprimento de arco (CHIANG, 1995).

Vale ressaltar que existe uma relação entre velocidade e robustez do método da continuação, o que afeta a escolha dos preditores, corretores e das estratégias de controle do tamanho de passo. A velocidade diz respeito à total quantidade de esforço computacional utilizado para atingir a resposta com a tolerância desejada e a robustez tem relação com o uso do maior tamanho de passo possível e um preditor rápido (de baixa ordem) que esteja dentro dos limites de convergência da predição e correção.

### 3.8. Algoritmo

O algoritmo a seguir representa o procedimento adotado por (CHIANG, 1995) para o fluxo de carga continuado.

1. Entrada de dados do SEP (dados de barra, de linhas, de áreas, entre outros);
2. Inicialização:
  - a. Roda-se um fluxo de carga padrão para verificar a solução do caso base e garantir que o procedimento partirá de um ponto na curva de solução;
  - b. São construídos os padrões de demanda de potência ativa e reativa ( $P_d^0, Q_d^0$ ) e de geração de potência ativa ( $P_g^0$ ), excluindo a barra *Slack*.
3. Entrada das barras que sofrerão alterações de carga e/ou geração e a quantidade de variações:
  - a. São construídos os padrões futuros de demanda de potência ativa e reativa ( $P_d^1, Q_d^1$ ) e de geração de potência ativa ( $P_g^1$ ), excluindo a barra *Slack*;

- b. Parametriza-se o padrão de demanda de carga  $(P_d(\lambda), Q_d(\lambda))$  e o padrão de geração de potência ativa  $(P_g(\lambda))$  de modo que

$$(P_d(0), Q_d(0), P_g(0)) = (P_d^0, Q_d^0, P_g^0) \quad (81)$$

$$(P_d(1), Q_d(1), P_g(1)) = (P_d^1, Q_d^1, P_g^1) \quad (82)$$

4. Predictor (fase 1 - tangente):

- Calculam-se as derivadas  $\frac{dx_1}{ds}, \dots, \frac{dx_n}{ds}, \frac{dx_{n+1}}{ds}$  utilizando  $\beta'$ s;
- Escolhe-se um tamanho de passo apropriado;
- Obtêm-se um ponto predito através da Equação (78).

5. Predictor (fase 2 - secante):

Quando ao menos duas soluções foram encontradas pode-se utilizar o método da secante, menos custoso computacionalmente:

- Escolhe-se um tamanho de passo apropriado;
  - Obtêm-se um ponto aproximada através da Equação (80);
- Corretor: resolve-se o conjunto de Equações (67) e (70) partindo da aproximação dada pelo predictor;
  - Critério de parada: caso deseja-se traçar mais pontos da curva, volta-se ao passo 4, caso contrário, fim do algoritmo.



## 4. NOMOGRAMAS

---

Os nomogramas, quando aplicados a SEP, podem mostrar se um sistema está operando próximo aos limites de segurança, auxiliando na tomada de decisões caso o sistema esteja atingindo seus limites de máximo carregamento ou se suas barras estão extrapolando os limites pré-estabelecidos de tensão. Neste trabalho busca-se traçar tais gráficos para o auxílio da operação e expansão de um SEP, e para tal são utilizados dois métodos de construção de nomogramas apresentados nesta seção.

O traçado da região de segurança (nomograma) de um sistema elétrico é feito de forma iterativa. A carga e a geração são aumentadas em certa direção até um determinado ponto em que as condições de segurança e ou estabilidade sejam violadas. Este ponto pertence a fronteira da região de segurança do sistema. Repete-se o procedimento para diversas direções de crescimento de carga e geração construindo-se uma região de segurança do sistema elétrico.

A seguir são apresentados os procedimentos utilizados no redespacho de geração na construção dos nomogramas, tanto pelo método ponto a ponto como pelo método da continuação.

### 4.1. Redespacho de Geração

Optou-se por traçar os nomogramas em duas dimensões e, para tal, as unidades geradoras de determinado SEP analisado devem ser divididas em três grupos de geração: G1, G2 e G3. A soma da geração de potência ativa dos três grupos é mantida constante, matematicamente:

$$P_{G1} + P_{G2} + P_{G3} = C \quad (83)$$

Na qual  $C$  é uma constante.

Os nomogramas representam no eixo horizontal a potência ativa gerada pelo grupo G1 e, no eixo vertical, a do G2. As barras a serem divididas nestes grupos são aquelas conhecidas como  $PV$  no fluxo de carga, ou seja, as barras de carga ( $PQ$ ) e a de referência ( $V\theta$ ) não participam desta divisão. A Figura 10 representa, em uma direção, o método de obtenção dos pontos do nomograma.

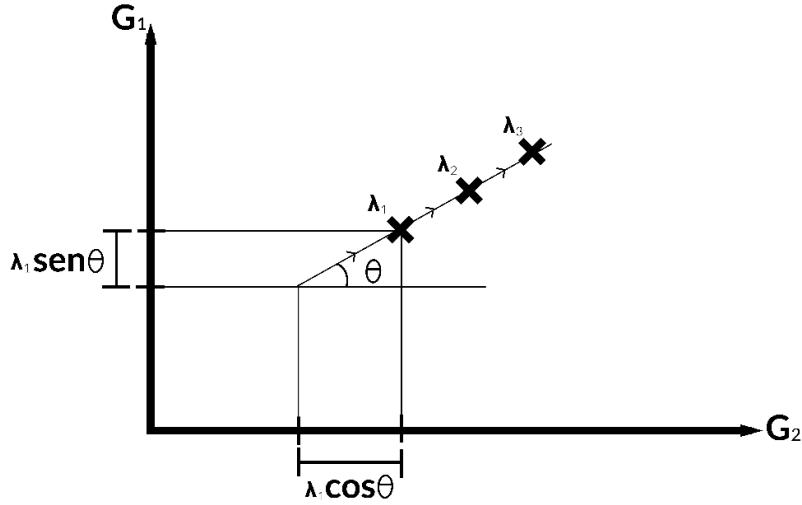


Figura 10: Obtenção dos pontos do nomograma em uma dada direção de crescimento de carga.

Percebe-se na Figura 10 que  $\lambda_i$  representa o acréscimo de geração de potência ativa em determinada direção, e  $\theta$  é o ângulo em relação à horizontal da direção analisada.

Foi definido que cada grupo de geração possui um fator de participação  $F_k$ , definido como:

$$F_1 = \cos(\theta) \quad (84)$$

$$F_2 = \sin(\theta) \quad (85)$$

$$F_3 = -(\cos(\theta) + \sin(\theta)) \quad (86)$$

Esta definição para os fatores de participação implica em que a relação (83) seja respeitada, e as potências ativas geradas por cada grupo são descritas como:

$$P_k = P_k^{base} + \lambda F_k \quad (87)$$

Na qual  $P_k^{base}$  representa a soma de todas as potências ativas geradas pelos geradores do grupo  $k$  ( $G_k$ ) no caso base, matematicamente:

$$P_k^{base} = \sum_{i \in G_k} P_i^{base} \quad (88)$$

O índice  $i$  indica as barras de geração do grupo  $k$ .

O programa implementado utiliza os fatores de participação  $F_k$  para determinar a geração de potência ativa dos grupos de geração, o ângulo  $\theta$  para fornecer a direção de crescimento de potência dos grupos e  $\lambda$  é o parâmetro de acréscimo de geração, que a cada cálculo do fluxo de carga altera as potências ativas geradas de acordo com (87). O parâmetro  $\lambda$  é responsável, portanto, pela alteração do

padrão de geração de potência ativa dos grupos. Por exemplo, para um  $\lambda$  igual a 6 e dado um  $\theta$  igual a 0, o acréscimo de geração do grupo 1 seria de 6 p.u., de acordo com (87), uma vez que  $\cos(\theta) = 1$  neste caso. O passo com que  $\lambda$  é incrementado dita a velocidade com que se encontrará a fronteira de máximo carregamento do sistema (na qual o fluxo de carga deixa de convergir no método ponto a ponto).

## 4.2. Nomogramas pelo Método Ponto a Ponto

Como citado anteriormente, os nomogramas construídos pelo método ponto a ponto utilizam a solução de fluxos de carga sucessivos para obter os limites de estabilidade e de tensão de um SEP. Parte-se do caso base e para cada direção de  $\theta$  encontra-se dois pontos, um para o nomograma dos limites de estabilidade (não-convergência do fluxo de carga) e um para a extrapolação dos limites de tensão de alguma barra do SEP. O crescimento de geração em cada direção é dado por  $\lambda$  e os fatores de participação usados foram expressos em (84), (85) e (86).

Este método possui um alto esforço computacional, uma vez que muitos fluxos de carga são resolvidos sucessivamente até encontrar os pontos desejados do sistema. Além disto, outra desvantagem desta abordagem é a falta de precisão nas regiões próximas às fronteiras de máximo carregamento, pois o fluxo de carga pode deixar de convergir antes do real limite de máximo carregamento do SEP, resultando em nomogramas conservadores. Isto justifica a utilização do método da continuação, descrito na seção seguinte. Grandes incrementos de  $\lambda$  podem fazer com que o último ponto de convergência do fluxo de carga encontre-se distante da fronteira da região de factibilidade, fornecendo estimativa conservadora para a fronteira da região de operação segura.

Segue o algoritmo para o traçado de nomogramas pelo método ponto a ponto:

1. Define-se o número de pontos desejados para o nomograma, inicializa-se  $\theta = 0$  e  $\lambda = 0$ ;
2. Calcula-se os fatores de participação  $F_1 = \cos(\theta)$ ,  $F_2 = \sin(\theta)$  e  $F_3 = -(\cos(\theta) + \sin(\theta))$ ;
3. Executa-se o fluxo de carga e verifica-se a convergência. Caso o fluxo de potência tenha收敛ido, incrementa-se  $\lambda$  e volta-se ao passo 2. Caso contrário, armazena-se  $\lambda$  e  $\theta$  e faz-se  $\lambda = 0$  e  $\theta^{novo} = \theta^{antigo} + \frac{360^\circ}{npontos}$ , na qual  $npontos$  representa o número de pontos escolhido para o nomograma. O critério de parada é  $\theta \geq 360^\circ$ , verificado a cada execução do passo 3.

Além da não convergência do fluxo de carga analisou-se também a extrapolação dos limites de tensão das barras do SEP, e isto foi feito a cada solução obtida, armazenando o ponto do nomograma no qual alguma barra extrapola seu limite de tensão. O resultado serão dois nomogramas em um gráfico, e espera-se que o relativo à tensão seja sempre interior ao de estabilidade.

### 4.3. Nomogramas pelo Método da Continuação

A utilização do método da continuação busca produzir nomogramas de maneira mais eficiente e mais fiéis à realidade, quando comparados aos nomogramas produzidos pelo método ponto a ponto, pois o método da continuação eliminará o problema de não-convergência do fluxo de carga próximo à fronteira de máximo carregamento (CHIANG, 1995). A construção dos nomogramas pelo método da continuação é muito semelhante àquela pelo método ponto a ponto, porém utilizando outra verificação intermediária, que é a comparação entre o  $\lambda$  da última solução e o  $\hat{\lambda}$  estimado ao invés da verificação da convergência do método. Em algoritmo, este método pode ser representado como segue:

1. Define-se o número de pontos desejados para o nomograma, inicializa-se  $\theta = 0$  e  $\lambda = 0$ ;
2. Calculam-se os fatores de participação  $F_1 = \cos(\theta)$ ,  $F_2 = \sin(\theta)$  e  $F_3 = -(\cos(\theta) + \sin(\theta))$ ;
3. Utiliza-se o preditor tangente para obter os primeiros dois pontos em dada direção de crescimento de carga, com o método de Newton Raphson como corretor;
4. Utiliza-se o preditor secante, com o método de Newton Raphson como corretor. A solução atual possui determinado valor de  $\lambda$  e sua estimativa corrigida é  $\hat{\lambda}$ ;
5. Verifica-se se  $\hat{\lambda} < \lambda$ . Em caso afirmativo, armazena-se  $\lambda$  e  $\theta$ , incrementa-se  $\theta$  ( $\theta^{novo} = \theta^{antigo} + \frac{360^\circ}{npontos}$ , na qual  $npontos$  representa o número de pontos escolhido para o nomograma), faz-se  $\lambda = 0$  e volta-se ao passo 2. Caso contrário, volta-se ao passo 4, incrementando  $\lambda$ . O critério de parada é  $\theta \geq 360^\circ$ .

## 5. RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos na implementação das metodologias apresentadas. O sistema analisado possui 30 barras e está no padrão do IEEE, sendo utilizado amplamente para estudos de fluxo de potência, e sua configuração está representada na Figura 11, com seus dados de barra e de linhas no Apêndice. Os códigos foram executados em um computador pessoal com processador Intel® Core™ i7-3840QM com oito núcleos operando a 2,8 GHz, e os gráficos gerados e apresentados neste capítulo foram obtidos pelo software Matlab®.

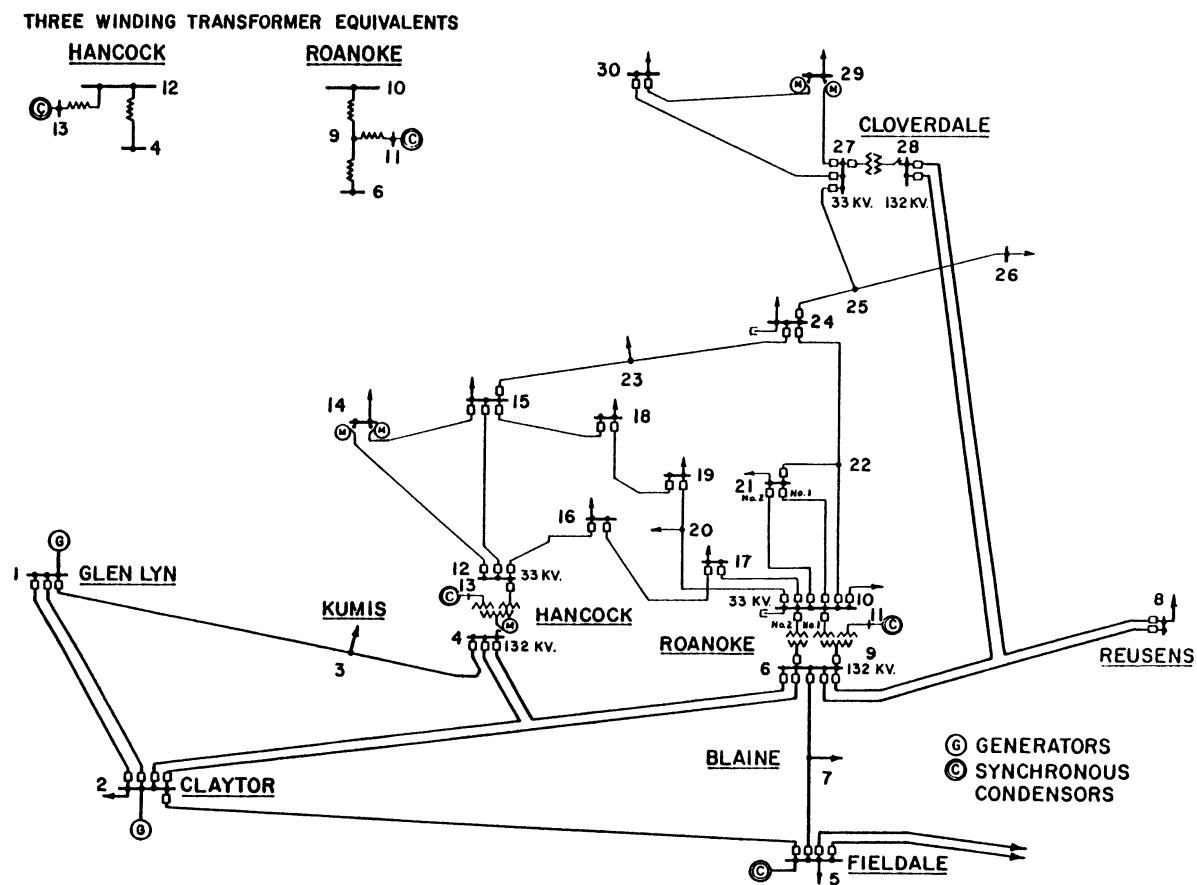


Figura 11: Topologia do SEP analisado.

## 5.1. Curvas $\lambda V$

As curvas PV ou as  $\lambda V$  são úteis para verificar o comportamento da tensão nas barras de um SEP com a variação lenta da carga do mesmo. Além disto, elas mostram o ponto de máximo carregamento e a margem de estabilidade do sistema, ou seja, a distância do ponto de operação até o ponto de máximo carregamento, sendo recomendável operar com certa margem de segurança em relação a este limite de estabilidade.

Vale ressaltar que todas as curvas  $\lambda V$ , de todas as barras, possuem o mesmo ponto de máximo carregamento (usualmente conhecido como “nariz da curva  $\lambda V$ ”), apesar de que cada uma delas possuirá um perfil de tensão diferente. Isto se deve ao ponto de máximo carregamento ser uma característica do SEP como um todo e não de uma barra individualmente, sendo que este ponto depende apenas da direção de crescimento das potências ativas e reativas das barras do sistema.

As curvas obtidas nesta seção utilizaram o método da continuação e o pacote *MATPOWER* referenciado em (ZIMMERMAN, 2011). As potências ativas e reativas de todas as cargas e geradores foram aumentadas em iguais proporções para o traçado das curvas  $\lambda V$ . As Figuras Figura 12, Figura 13 e Figura 14 representam as curvas  $\lambda V$  para três barras diferentes do sistema.

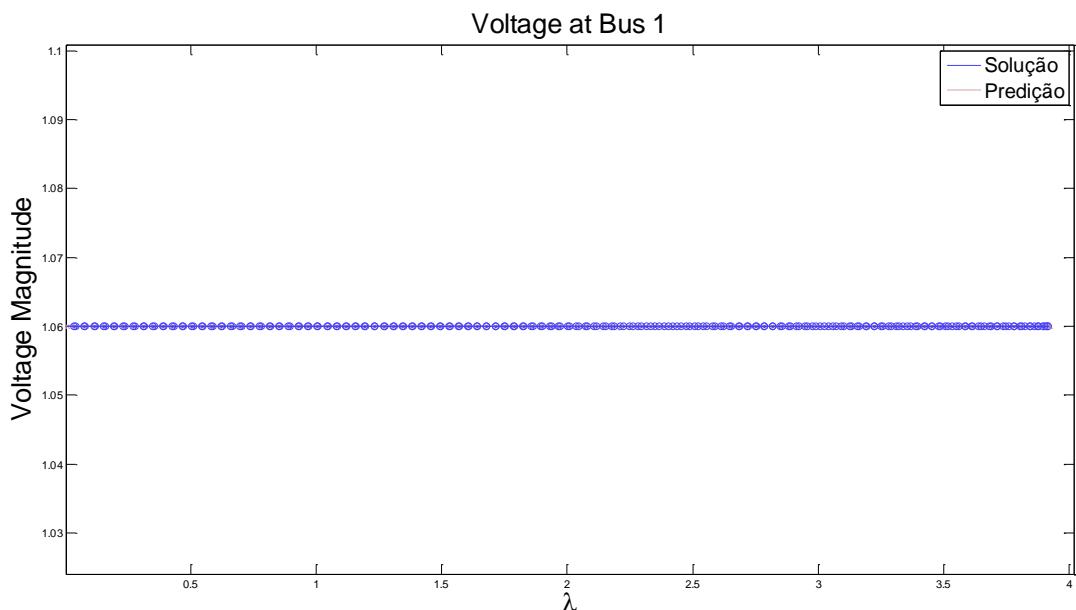


Figura 12: Curva  $\lambda V$  relativa à barra 1 do SEP.

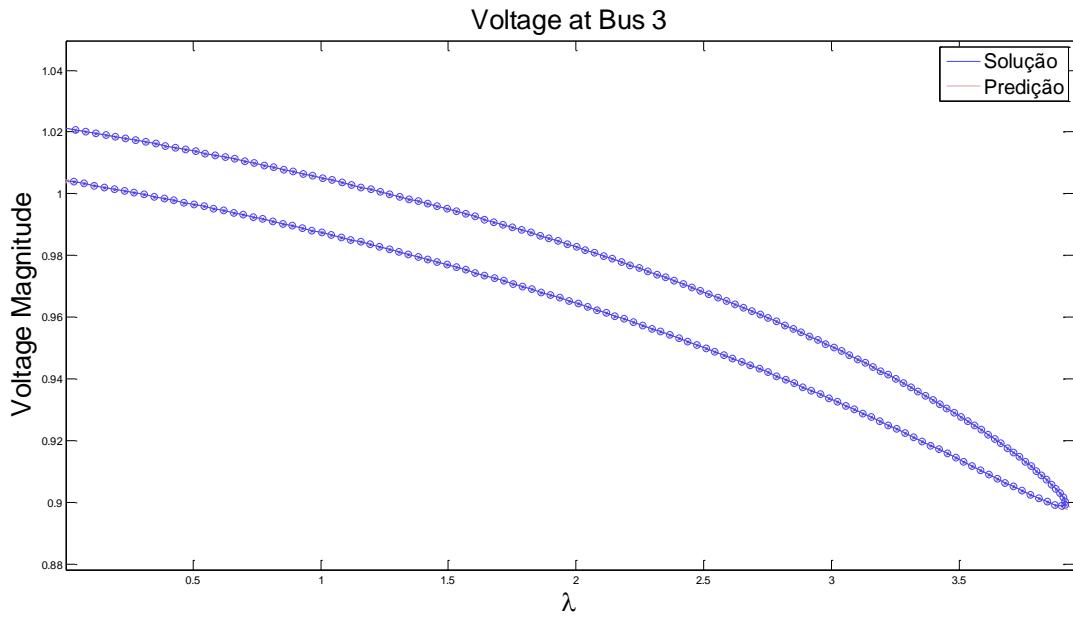


Figura 13: Curva  $\lambda V$  relativa à barra 3 do SEP.

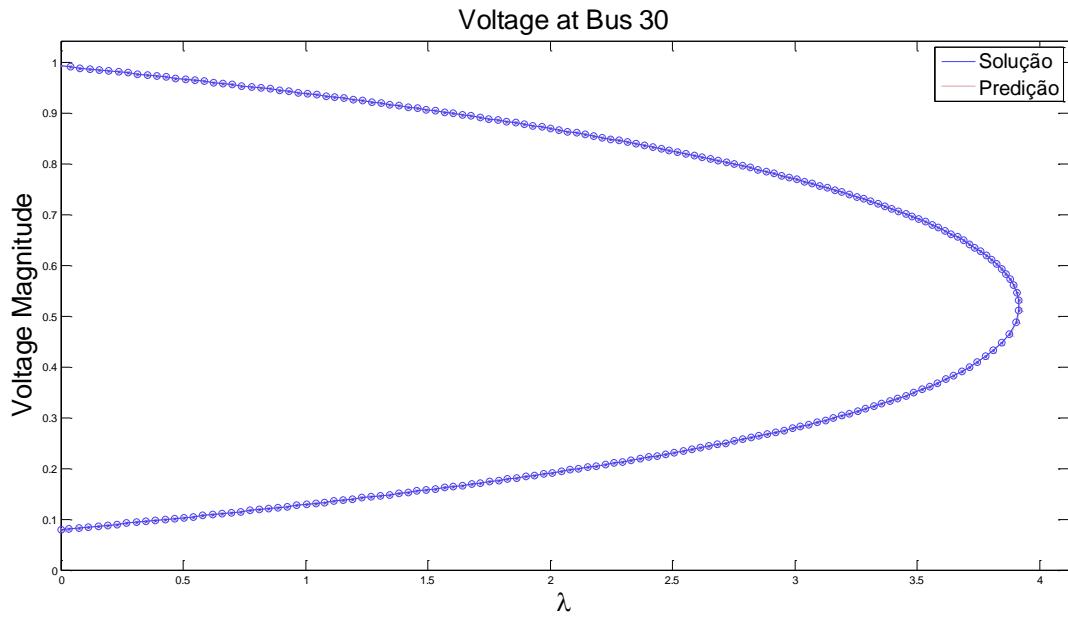


Figura 14: Curva  $\lambda V$  relativa à barra 30 do SEP.

Percebe-se pelas Figuras Figura 12, Figura 13 e Figura 14 que a curva  $\lambda V$  pode diferir muito entre diferentes barras do SEP. No primeiro caso, a barra de referência possui uma característica de não sofrer nenhuma alteração na sua tensão com variações de  $\lambda$ , ao contrário das barras 3 e 30, que são barras de carga e sofrem alterações marcantes na sua tensão com a variação de  $\lambda$ . Entretanto, o ponto de máximo carregamento é o mesmo para todas as barras, situado com  $\lambda$  entre 3,5 e 4 de acordo com as Figuras acima apresentadas.

## 5.2. Nomogramas

A construção dos nomogramas exigiu a divisão das unidades geradoras do SEP analisado em três grupos, definidos pela área de cada gerador. A barra de referência não foi incluída em nenhum dos três grupos definidos, como mostra a Tabela 1. Verificou-se nestes nomogramas apenas os limites de estabilidade do SEP e a extrapolação dos limites de tensão das barras.

*Tabela 1: Grupos de geração definidos para as barras PV.*

| Grupo de Geração | Barras PV do Grupo |
|------------------|--------------------|
| Grupo 1          | 2                  |
|                  | 5                  |
| Grupo 2          | 8                  |
|                  | 11                 |
| Grupo 3          | 13                 |

Os dados do SEP analisado estão contidos no Apêndice. Outras possibilidades de divisão dos grupos de geração são possíveis, e a divisão proposta na Tabela 1 foi escolhida devido à localização geográfica das unidades geradoras.

### 5.2.1. Método Ponto a Ponto

Para o método de Newton-Raphson foram utilizados os seguintes parâmetros na obtenção dos nomogramas pelo método ponto a ponto:

- Tolerância usada como critério de parada escolhida como  $\varepsilon = 10^{-5}$ ;
- Número máximo de iterações definido como 100.

Uma vez que o método de Newton-Raphson converge rapidamente, um número máximo de iterações igual a 100 é suficiente para considerar que o sistema não convergiu caso atinja este limite.

Analisa-se um sistema de 30 barras no padrão do IEEE, disponível *online* pelo departamento de engenharia elétrica da *University of Washington* e já citado anteriormente (CHRISTIE, 1999).

Percebe-se a presença de seis unidades geradoras, o que implica que cinco delas serão divididas em grupos de acordo com a metodologia explicada no capítulo anterior e uma delas será utilizada como referência angular do SEP (de acordo com a Tabela 1).

Os nomogramas da Figura 15 apresentam 100 pontos cada, ou seja, 100 pontos azuis que representam a extrapolação do limite de tensão de alguma barra do SEP e 100 pontos vermelhos que representam o limite de carregamento do sistema. Para cada direção de crescimento de carga (100 no total) a carga foi aumentada com fator de potência constante até se obter os pontos limites. Os círculos mais externos correspondem a maiores valores de  $\lambda$  e os ângulos de cada direção de crescimento de  $\lambda$

são os  $\theta$ 's Vale ressaltar que apenas alterou-se a geração de potência ativa dos grupos de geradores, mantendo-se a potência reativa dos mesmos inalterada. Os incrementos em  $\lambda$  foram de 0,1 a cada iteração.

A Tabela 2 representa os tempos de execução dos principais trechos do programa executado, e facilmente percebe-se o esforço computacional exigido para o traçado de nomogramas por este método, uma vez que o tempo total de execução foi de mais de 500 segundos. Nos dois gráficos em função de  $\theta$  e  $\lambda$  apresentados (Figura 15 e Figura 17) a unidade de  $\theta$  é graus e a de  $\lambda$  é p.u.

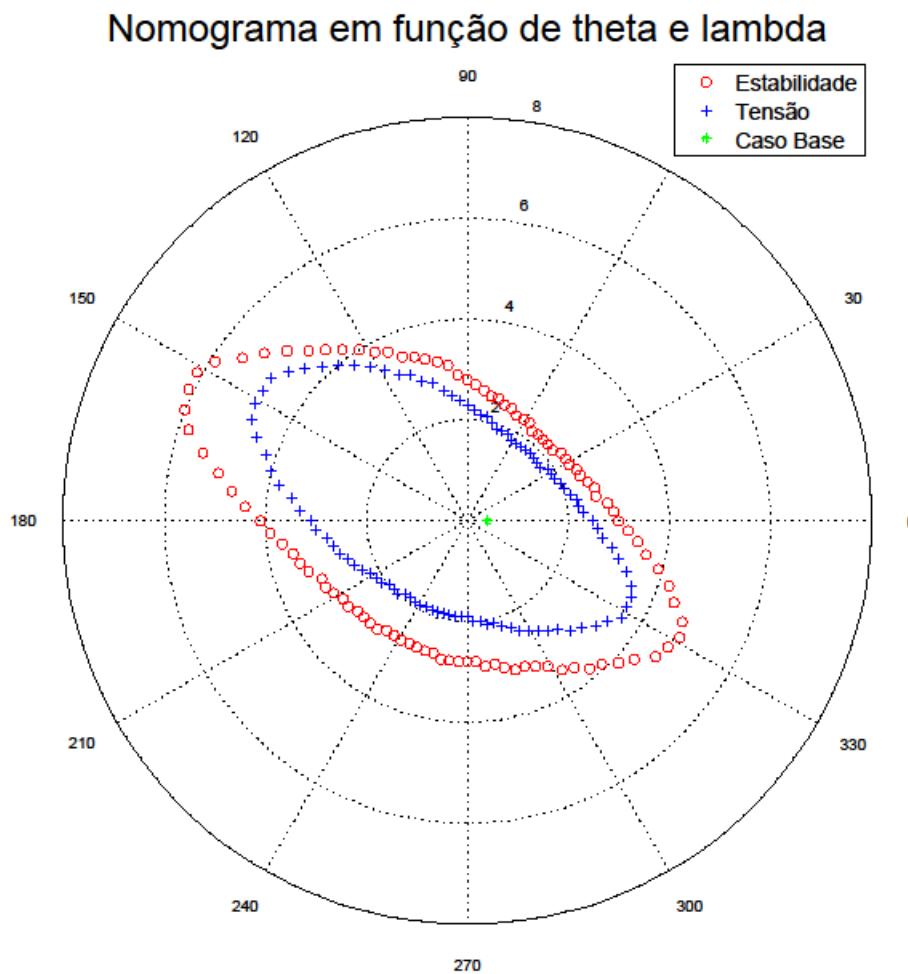


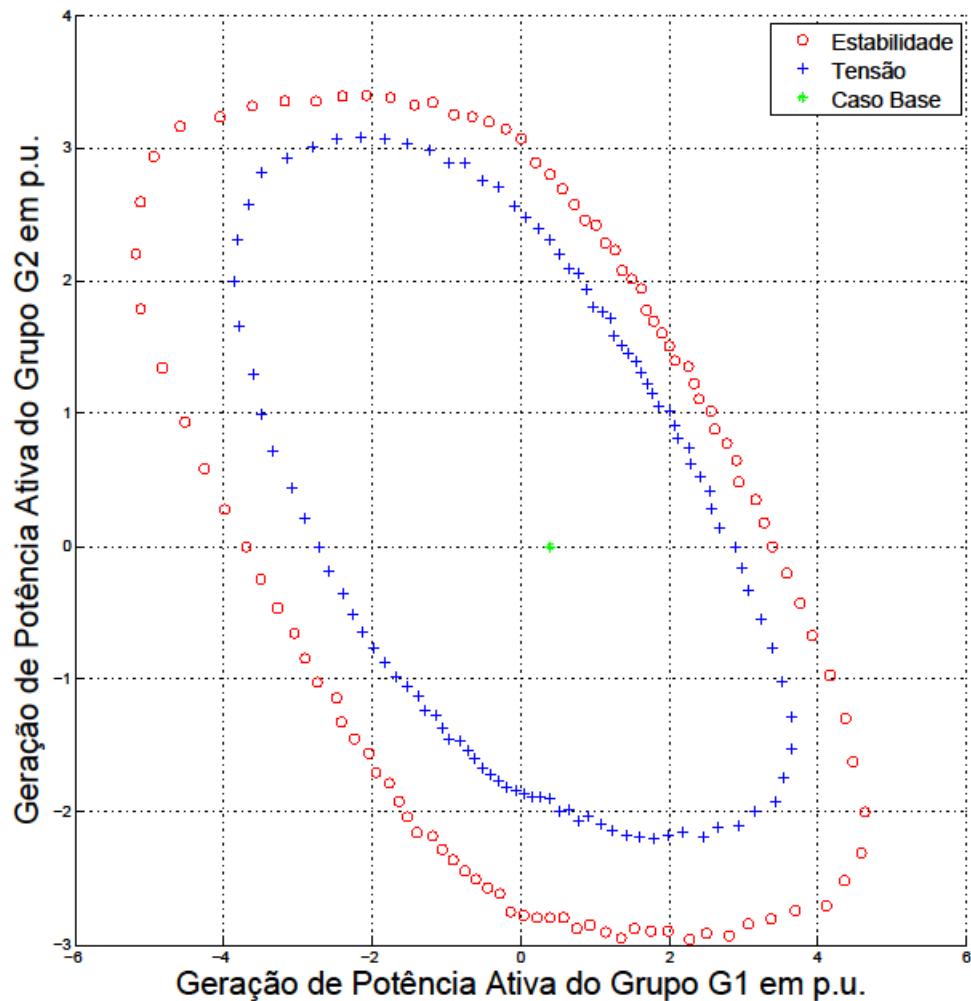
Figura 15: Nomogramas pelo método ponto a ponto na forma polar ( $\theta$  e  $\lambda$ ).

Adotou-se para o nomograma de tensão que se alguma barra do SEP atingisse uma tensão inferior a 0,90 p.u. ou superior a 1,10 p.u. seria considerada extração dos limites e o ponto seria salvo para posterior criação do nomograma.

*Tabela 2: Tempos de execução das principais funções do código ponto a ponto.*

| Nome da Função  | Tempo decorrido [s] |
|---|---------------------|
| <b>Programa Principal de nomogramas (ponto a ponto)</b> | 529,630             |
| <b>Newton-Raphson geral</b>                             | 366,645             |
| <b>Newton-Raphson tensão</b>                            | 154,490             |

Além da representação dos nomogramas em  $\theta$  e  $\lambda$ , foi feita a representação com eixos cartesianos correspondentes às potências ativas geradas pelos grupos 1 e 2, como mostra a Figura 16.



*Figura 16: Nomogramas pelo método ponto a ponto na forma cartesiana.*

Os pontos em azul na Figura 16 representam a fronteira na qual as barras do sistema apresentam problemas nas suas características de tensão, extrapolando seus limites superiores ou inferiores pré-estabelecidos. Os pontos em vermelho são uma estimativa da fronteira de máximo carregamento do sistema obtida pelo método ponto a ponto. Observa-se neste caso que as tensões sempre violam o limite operativo antes do sistema atingir o nível de máximo carregamento em todas as direções de crescimento de carga consideradas. Verifica-se neste exemplo que o ponto de operação atual, representado pelo ponto verde, está distante dos limites de violação de tensão e dos limites de máximo carregamento do sistema. A menor margem de violação dos limites de tensão é de cerca de 200 MW, considerando a direção de crescimento de carga com  $\theta = 30^\circ$ .

### 5.2.2. Método da Continuação

Percebe-se na Tabela 3 que o tempo de execução para a obtenção do nomograma pelo método da continuação é menor que pelo método ponto a ponto e seu resultado é um gráfico externo ao obtido anteriormente, como mostra a Figura 17. Este resultado era esperado, pois o método ponto a ponto apresenta problemas de convergência nas proximidades da sua fronteira.

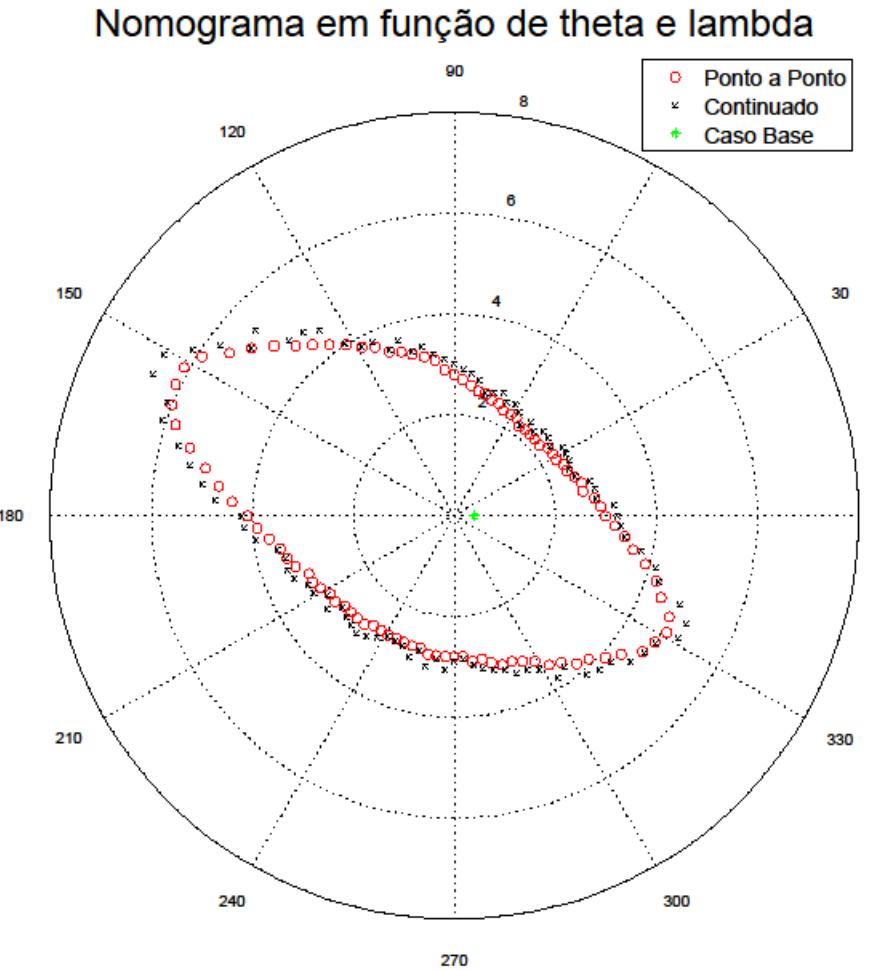


Figura 17: Nomogramas pelo método ponto a ponto e da continuação na forma polar ( $\theta$  e  $\lambda$ ).

Tabela 3: Tempos de execução das principais funções do código continuado.

| Nome da Função                                | Tempo decorrido [s] |
|---|---------------------|
| Programa Principal de nomogramas (continuado) | 42,025              |
| runcpf  | 41,400              |

Além da representação dos nomogramas em  $\theta$  e  $\lambda$ , foi feita novamente a representação com eixos cartesianos correspondentes às potências ativas geradas pelos grupos 1 e 2, como mostra a Figura 18.

A fronteira mais externa, representada na cor preta na Figura 18, é a curva mais próxima da real fronteira de máximo carregamento do sistema, pois foi obtida com o método da continuação (fluxo de

carga continuado). Percebe-se que os pontos do nomograma obtidos pelo método ponto a ponto, representados em vermelho, ficaram interiores aos pontos do nomograma obtido com o fluxo de carga continuado, o que era esperado, pois a não convergência do fluxo de carga ocorre antes do ponto de máximo carregamento. Portanto, a fronteira encontrada pelo método ponto a ponto se mostrou mais conservadora do que a obtida pelo método da continuação. O maior erro percentual está por volta de 9,7% na direção de  $\theta = 39,6^\circ$

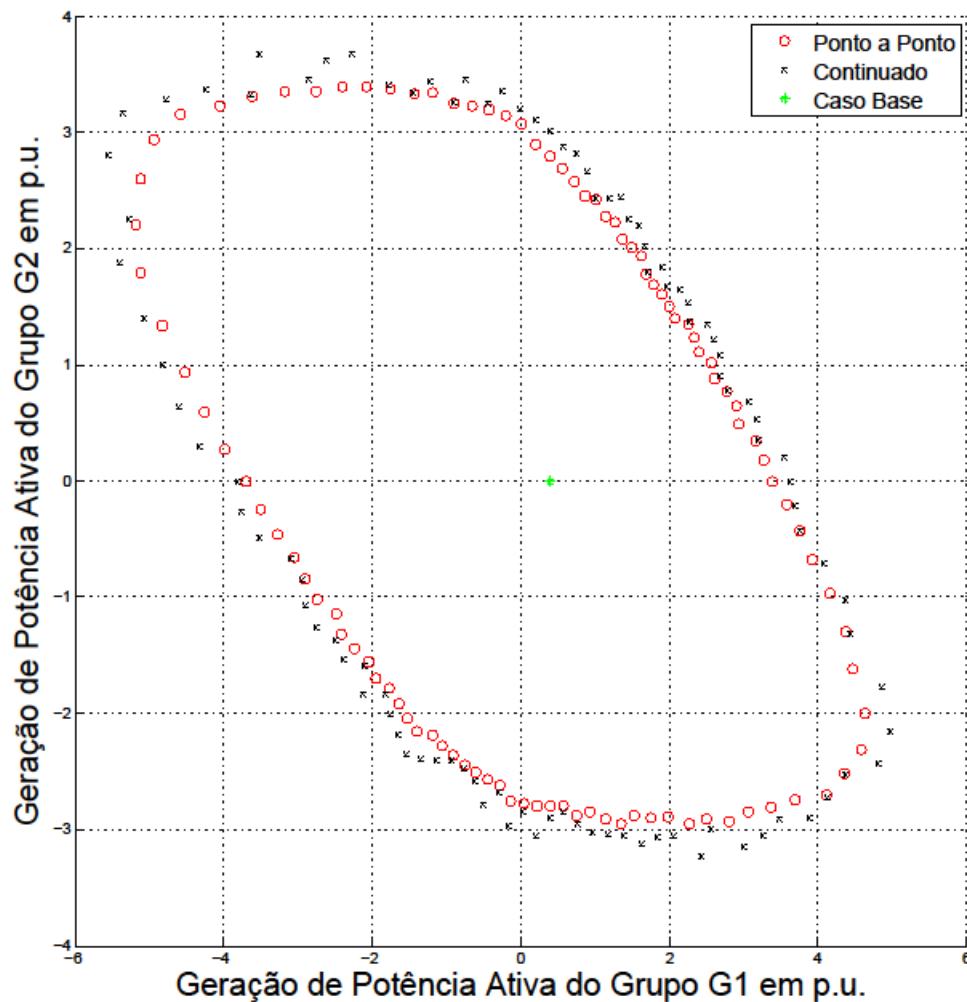


Figura 18: Nomogramas pelo método ponto a ponto e da continuação na forma cartesiana.



## 6. CONCLUSÃO

---

Os problemas relacionados à estabilidade de tensão são desafios aos operadores de um SEP, e os nomogramas e curvas  $\lambda V$  podem auxiliá-los nas tomadas de decisões do seu cotidiano, como entrada ou saída de unidades geradoras e linhas de transmissão.

A construção de nomogramas pelo método ponto a ponto mostrou-se ineficiente do ponto de vista computacional, além de conservadora, pois o fluxo de carga pode deixar de convergir antes da real fronteira de estabilidade do sistema, fornecendo pontos incorretos ao nomograma. Já o método da continuação proporciona uma solução para este problema encontrado no método ponto a ponto, além de proporcionar um eficiente traçado das curvas  $\lambda V$ , nas quais as bifurcações em determinadas condições de carregamento do sistema podem fazer com que o método ponto a ponto não seja capaz de traçar a curva.

### 6.1. Pesquisas Futuras

Propõe-se como possível objeto de estudo em trabalhos futuros a formulação das máximas capacidades de transmissão das linhas, uma vez que esta limitação não foi considerada no desenvolvimento deste projeto e inclui parâmetros de difícil obtenção, como os limites das linhas e os cabos usados no sistema, indisponíveis para o SEP em estudo neste trabalho.

Além disto, estudos na área de fluxo de potência ótimo, com a minimização das perdas e de custos poderiam ser realizados, auxiliando no despacho econômico de geração. Existe no pacote *MATPOWER*, que foi utilizado para o fluxo de carga continuado, uma função específica para obtenção de fluxo de potência ótimo, que poderia ser utilizada para tais estudos com uma devida análise e estudo prévio.

Pode-se também estudar o traçado dos nomogramas caminhando pela sua fronteira em trabalhos futuros, e os limites reativos dos geradores do sistema também podem ser levados em conta em outros projetos.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- ABRANTES, A. L. **Análise Estática de Estabilidade de Tensão em Sistemas Elétricos de Potência via Nomogramas e Computação Paralela.** 2013. 58 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Elétrica) - Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2013.
- BORGES, C. L. T. **Análise de Sistemas de Potência.** 2005. 143 f. Apostila didática - Departamento de Eletrotécnica - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2005.
- BRETTAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C. **Estabilidade Transitoria em Sistemas Eletroenergéticos.** São Carlos: EESC USP - Projeto REENGE, 2000. 154 p.
- CHIANG, H.-D; et al. CPFLOW: *A Practical Tool for Tracing Power System Steady-State Stationary Behavior Due to Load and Generation Variations.* **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 10, n. 2, p 623-634, 1995.
- CHRISTIE, R. D. University of Washington, Electrical Engineering. **Power Systems Test Case Archive.** Disponível em:<<http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>>. Acesso em 7 de outubro de 2015.
- HALE, J. K., KOÇAK, H. **Dynamics and Bifurcations.** New York: Springer, 1991.
- MONTICELLI, A. J. **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica.** São Paulo: Edgard Blücher, 1983.
- QUADROS, M. A., et al. **Aplicação da Avaliação Dinâmica e Estática do SIN nos Centros de Operação do ONS.** São Paulo: EDAO, 2008.
- SALIM, K. C. de O. **Metodologia de Avaliação de Margem de Estabilidade Devido a Bifurcações em Sistemas Elétricos de Potência.** 2011. 194 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos. 2011.

SEYDEL, R. *From Equilibrium to Chaos – Practical Bifurcation and Stability Analysis*. New York: Elsevier, 1988.

TAYLOR, C. W. *Power System Voltage Stability*. New York: McGraw-Hill, 1994.

ZIMMERMAN, R. D.; MURILLO-SÁNCHEZ, C. E.; THOMAS, R. J., *MATPOWER: Steady-State Operations, Planning and Analysis Tools for Power Systems Research and Education*, *Power Systems, IEEE Transactions*, v. 26, n. 1, p. 12-19, 2011.

## APÊNDICE – Arquivo de Texto Referente ao Sistema de 30 Barras Analisado

Segue o arquivo texto disponível *online* do sistema de 30 barras utilizado, dividido em *Bus Data* e *Branch Data*, respectivamente, dados de barra e dados de linha. O arquivo texto aqui representado foi adaptado às necessidades deste trabalho, omitindo colunas de dados não relevantes nas análises aqui feitas. As colunas representam as grandezas relevantes ao fluxo de carga, como definidas nas tabelas abaixo.

*Tabela 4: Grandezas de Bus Data.*

| Colunas de <i>BUS DATA</i> | Grandeza Representada                                 |
|----------------------------|---|
| <b>A</b>                   | Área da barra no SEP (geradores divididos em 3 áreas) |
| <b>T</b>                   | Tipo da barra (3=referência, 2=PV e 0=PQ)             |
| <b>V</b>                   | Tensão da barra em p.u.                               |
| <b>Ang</b>                 | Ângulo da tensão da barra [°]                         |
| <b>Pl</b>                  | Potência ativa de carga na barra em p.u.              |
| <b>Ql</b>                  | Potência reativa de carga na barra em p.u.            |
| <b>Pg</b>                  | Potência ativa gerada na barra em p.u.                |
| <b>Qg</b>                  | Potência reativa gerada na barra em p.u.              |
| <b>Qsh</b>                 | Potência reativa shunt na barra em p.u.               |

*Tabela 5: Grandezas de Branch Data.*

| Colunas de <i>BRANCH DATA</i> | Grandeza Representada                                      |
|-------------------------------|--|
| <b>R</b>                      | Resistência da linha em p.u.                               |
| <b>X</b>                      | Reatância da linha em p.u.                                 |
| <b>Bsh</b>                    | Capacitância shunt total da linha em p.u.                  |
| <b>Tap</b>                    | <i>Tap</i> do transformador em questão (valor entre 0 e 1) |

Para cada linha de *Branch Data* são lidos também os números referentes às barras nos extremos da linha de transmissão, e os números concordam com a nomenclatura utilizada em *Bus Data*.

08/20/93 UW ARCHIVE

100.0 1961 W IEEE 30 Bus Test Case

| <b>BUS DATA FOLLOWS</b> | <b>A</b> | <b>T</b> | <b>V</b> | <b>Ang</b> | <b>P1</b> | <b>Q1</b> | <b>Pg</b> | <b>Qg</b> | <b>Qsh</b> |
|-------------------------|----------|----------|----------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|
| 1 Glen Lyn 132          | 0 1 3    | 1.060    | 0.0      | 0.0        | 0.0       | 260.2     | -16.1     | 0.0       |            |
| 2 Claytor 132           | 1 1 2    | 1.043    | -5.48    | 21.7       | 12.7      | 40.0      | 50.0      | -40.0     |            |
| 3 Kumis 132             | 0 1 0    | 1.021    | -7.96    | 2.4        | 1.2       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 4 Hancock 132           | 0 1 0    | 1.012    | -9.62    | 7.6        | 1.6       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 5 Fieldale 132          | 1 1 2    | 1.010    | -14.37   | 94.2       | 19.0      | 0.0       | 37.0      | -40.0     |            |
| 6 Roanoke 132           | 0 1 0    | 1.010    | -11.34   | 0.0        | 0.0       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 7 Blaine 132            | 0 1 0    | 1.002    | -13.12   | 22.8       | 10.9      | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 8 Reusens 132           | 2 1 2    | 1.010    | -12.10   | 30.0       | 30.0      | 0.0       | 37.3      | -10.0     |            |
| 9 Roanoke 1.0           | 0 1 0    | 1.051    | -14.38   | 0.0        | 0.0       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 10 Roanoke 33           | 0 1 0    | 1.045    | -15.97   | 5.8        | 2.0       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 11 Roanoke 11           | 2 1 2    | 1.082    | -14.39   | 0.0        | 0.0       | 0.0       | 16.2      | -6.0      |            |
| 12 Hancock 33           | 0 1 0    | 1.057    | -15.24   | 11.2       | 7.5       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 13 Hancock 11           | 3 1 2    | 1.071    | -15.24   | 0.0        | 0.0       | 0.0       | 10.6      | -6.0      |            |
| 14 Bus 14               | 33 0 1 0 | 1.042    | -16.13   | 6.2        | 1.6       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 15 Bus 15               | 33 0 1 0 | 1.038    | -16.22   | 8.2        | 2.5       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 16 Bus 16               | 33 0 1 0 | 1.045    | -15.83   | 3.5        | 1.8       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 17 Bus 17               | 33 0 1 0 | 1.040    | -16.14   | 9.0        | 5.8       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 18 Bus 18               | 33 0 1 0 | 1.028    | -16.82   | 3.2        | 0.9       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 19 Bus 19               | 33 0 1 0 | 1.026    | -17.00   | 9.5        | 3.4       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 20 Bus 20               | 33 0 1 0 | 1.030    | -16.80   | 2.2        | 0.7       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 21 Bus 21               | 33 0 1 0 | 1.033    | -16.42   | 17.5       | 11.2      | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 22 Bus 22               | 33 0 1 0 | 1.033    | -16.41   | 0.0        | 0.0       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 23 Bus 23               | 33 0 1 0 | 1.027    | -16.61   | 3.2        | 1.6       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 24 Bus 24               | 33 0 1 0 | 1.021    | -16.78   | 8.7        | 6.7       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 25 Bus 25               | 33 0 1 0 | 1.017    | -16.35   | 0.0        | 0.0       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 26 Bus 26               | 33 0 1 0 | 1.000    | -16.77   | 3.5        | 2.3       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 27 Cloverdle 33         | 0 1 0    | 1.023    | -15.82   | 0.0        | 0.0       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 28 Cloverdle 132        | 0 1 0    | 1.007    | -11.97   | 0.0        | 0.0       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 29 Bus 29               | 33 0 1 0 | 1.003    | -17.06   | 2.4        | 0.9       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |
| 30 Bus 30               | 33 0 1 0 | 0.992    | -17.94   | 10.6       | 1.9       | 0.0       | 0.0       | 0.0       |            |

-999

| BRANCH | DATA | FOLLOWS | R      | X      | Bsh    | 41 ITEMS |   |   | Tap |       |  |
|--------|------|---------|--------|--------|--------|----------|---|---|-----|-------|--|
| 1      | 2    | 1 1 1 0 | 0.0192 | 0.0575 | 0.0528 | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 1      | 3    | 1 1 1 0 | 0.0452 | 0.1652 | 0.0408 | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 2      | 4    | 1 1 1 0 | 0.0570 | 0.1737 | 0.0368 | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 3      | 4    | 1 1 1 0 | 0.0132 | 0.0379 | 0.0084 | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 2      | 5    | 1 1 1 0 | 0.0472 | 0.1983 | 0.0418 | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 2      | 6    | 1 1 1 0 | 0.0581 | 0.1763 | 0.0374 | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 4      | 6    | 1 1 1 0 | 0.0119 | 0.0414 | 0.0090 | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 5      | 7    | 1 1 1 0 | 0.0460 | 0.1160 | 0.0204 | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 6      | 7    | 1 1 1 0 | 0.0267 | 0.0820 | 0.0170 | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 6      | 8    | 1 1 1 0 | 0.0120 | 0.0420 | 0.0090 | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 6      | 9    | 1 1 1 0 | 0.0    | 0.2080 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.978 |  |
| 6      | 10   | 1 1 1 0 | 0.0    | 0.5560 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.969 |  |
| 9      | 11   | 1 1 1 0 | 0.0    | 0.2080 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 9      | 10   | 1 1 1 0 | 0.0    | 0.1100 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 4      | 12   | 1 1 1 0 | 0.0    | 0.2560 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.932 |  |
| 12     | 13   | 1 1 1 0 | 0.0    | 0.1400 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 12     | 14   | 1 1 1 0 | 0.1231 | 0.2559 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 12     | 15   | 1 1 1 0 | 0.0662 | 0.1304 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 12     | 16   | 1 1 1 0 | 0.0945 | 0.1987 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 14     | 15   | 1 1 1 0 | 0.2210 | 0.1997 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 16     | 17   | 1 1 1 0 | 0.0524 | 0.1923 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 15     | 18   | 1 1 1 0 | 0.1073 | 0.2185 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 18     | 19   | 1 1 1 0 | 0.0639 | 0.1292 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 19     | 20   | 1 1 1 0 | 0.0340 | 0.0680 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 10     | 20   | 1 1 1 0 | 0.0936 | 0.2090 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 10     | 17   | 1 1 1 0 | 0.0324 | 0.0845 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 10     | 21   | 1 1 1 0 | 0.0348 | 0.0749 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 10     | 22   | 1 1 1 0 | 0.0727 | 0.1499 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 21     | 22   | 1 1 1 0 | 0.0116 | 0.0236 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 15     | 23   | 1 1 1 0 | 0.1000 | 0.2020 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 22     | 24   | 1 1 1 0 | 0.1150 | 0.1790 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 23     | 24   | 1 1 1 0 | 0.1320 | 0.2700 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 24     | 25   | 1 1 1 0 | 0.1885 | 0.3292 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 25     | 26   | 1 1 1 0 | 0.2544 | 0.3800 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 25     | 27   | 1 1 1 0 | 0.1093 | 0.2087 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 28     | 27   | 1 1 1 0 | 0.0    | 0.3960 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.968 |  |
| 27     | 29   | 1 1 1 0 | 0.2198 | 0.4153 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 27     | 30   | 1 1 1 0 | 0.3202 | 0.6027 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 29     | 30   | 1 1 1 0 | 0.2399 | 0.4533 | 0.0    | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 8      | 28   | 1 1 1 0 | 0.0636 | 0.2000 | 0.0428 | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |
| 6      | 28   | 1 1 1 0 | 0.0169 | 0.0599 | 0.0130 | 0        | 0 | 0 | 0 0 | 0.0   |  |

-999