

**GILMAR ALVES CARDOSO**

**APLICAÇÃO DA TEORIA DE MARKOWITZ COMO MODELO  
DE GESTÃO DE RISCO EM COMPANHIAS DE SEGUROS**

Monografia apresentada para obtenção do  
título de Especialista no curso de Engenharia  
Financeira do Programa de Educação  
Continuada da Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo - PECE/Poli.  
Orientador: Prof. Oswaldo Luiz do Valle Costa

**SÃO PAULO**  
**2010**

**GILMAR ALVES CARDOSO**

**APLICAÇÃO DA TEORIA DE MARKOWITZ COMO MODELO  
DE GESTÃO DE RISCO EM COMPANHIAS DE SEGUROS**

**Monografia apresentada para obtenção do  
título de Especialista no curso de Engenharia  
Financeira do Programa de Educação  
Continuada da Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo - PECE/Poli.  
Orientador: Prof. Oswaldo Luiz do Valle Costa**

Cardoso, Gilmar Alves  
Aplicação da teoria de Markowitz como modelo de gestão  
de risco em companhias de seguros. São Paulo: Politécnica  
do Vale, 2010. 110p. 978-85-7502-110-9

Monografia (pós-graduação em finanças financeira) da  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Orientador:  
Prof. Oswaldo Luiz do Valle Costa

**SÃO PAULO**  
**2010**

Dedico esta monografia à minha esposa  
Marlene e a minha filha Ana Paula.

## RESUMO

A atividade da empresa de seguros se constitui de uma sucessão coordenada de diferentes operações técnicas e administrativas, que tendem a favorecer a consecução do necessário equilíbrio econômico da gestão de riscos. Em linha geral esse princípio é comum a qualquer atividade industrial ou comercial. Assume, entretanto, aspectos particulares na atividade seguradora, pela natureza de suas operações, ao assumir compromissos financeiros aleatórios, aliados à existência de um risco, de um acontecimento futuro e incerto. A inovação que se busca apresentar neste trabalho trata da adaptação de técnicas e modelos vinculados à gestão de riscos financeiros para a administração em empresas não-financeiras, neste caso específico, do Mercado Segurador. Neste trabalho a técnica de Markowitz será utilizada para estabelecer a alocação ótima de investimentos do seguro de automóvel nas diferentes Unidades Federativas do Brasil. A monografia tem por objetivo ainda, reunir literatura tanto sobre a *Teoria de Portfólios de Markowitz*, como da atividade da empresa de seguros no Brasil, apresentando princípios e conceitos. A empresa escolhida foi a Sul América, uma das mais rentáveis e eficientes seguradoras brasileiras. Para sustentação das conclusões aqui apresentadas, foram utilizadas medidas como média aritmética, variância, desvio padrão e coeficiente de variação. Para cálculo da Carteira de Mínima Variância e Fronteira Eficiente, foi utilizado o suplemento *Solver* do *software Excel*. Os números utilizados neste trabalho, referentes à sinistralidade desta Empresa, foram extraídos do Sistema de Estatísticas da SUSEP (Órgão que regulamenta a atividade do setor). A técnica apresentada revela uma certa ineficiência de gestão desta Entidade, assumindo riscos desnecessários quando da distribuição da alocação da carteira do seguro de automóvel nos diferentes Estados do Brasil.

Palavras-chave: seguro; risco; fronteira eficiente.

## ABSTRACT

The business of an insurance company is comprised of a number of administrative and technical processes, for the accomplishment of a successful and healthy economical balance through risk management. As a general rule, this principle is common to any industry or business. On the insurance industry, however, it has particular components, due to the nature of its processes, which require the handling of random financial liabilities underlying the existence of risks that may occur into the future. The breakthrough that we look to present in this paper deals with the adaptation of techniques and models for financial risk management in non-financial institutions, more precisely, for the insurance market. On this paper, the Markowitz technique is used to achieve an optimal allocation of investments from automobile insurance in different Brazilian states. This paper also aims at collecting literature on Markowitz Portfolio Theory as well as experiences of insurance businesses in Brazil, by discussing concepts and principles. With this intent, we picked Sul America, one of the most profitable and efficient Brazilian insurers. To back up the conclusions that are hereby presented, statistical estimates such as the average, variance, standard deviation and variation coefficient have been used. For the calculation of the minimum variance portfolio and efficient frontier, Excel Solver add-in has been used. The figures used throughout this paper, regarding the loss ratio of this company, have been gathered from SUSEP's statistical databases (the government agency that oversees the industry). The featured technique reveals a somewhat inefficient governance of the studied insurer, which becomes exposed to unnecessary risks through the misallocation of automobile premiums in different Brazilian states.

Keywords: insurance; risk; efficient frontier.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	OBJETIVO GERAL	2
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	2
1.3	JUSTIFICATIVAS	3
<b>2</b>	<b>RISCO E SEGURO</b>	<b>4</b>
2.1	DEFINIÇÃO	4
2.2	CONDIÇÕES DE SEGURABILIDADE	4
<b>3</b>	<b>CONCEITO DE SEGURO</b>	<b>6</b>
3.1	QUANTO A ORGANIZAÇÃO TÉCNICA OU ASPECTO TÉCNICO	6
3.2	QUANTO AOS EFEITOS OU ASPECTO JURÍDICO	6
3.3	QUANTO AOS FINS OU ASPECTOS ECONÔMICO-SOCIAL	6
<b>4</b>	<b>ESTRUTURA DO MERCADO SEGURADOR BRASILEIRO</b>	<b>9</b>
4.1	CONSELHO NACIONAL DE SEGUROS PRIVADOS (CNSP)	9
4.2	SUPERINTENDÊNCIA DE SEGUROS PRIVADOS (SUSEP)	9
4.3	INSTITUTO DE RESSEGUROS DO BRASIL (IRB)	10
4.4	COMPANHIAS DE SEGUROS	10
4.5	CORRETORES DE SEGUROS	10
<b>5</b>	<b>OBJETO DE SEGURO</b>	<b>11</b>
5.1	SEGUROS SOCIAIS	11
5.2	SEGUROS PRIVADOS	11
<b>6</b>	<b>RISCO, PRÊMIO E INDENIZAÇÃO</b>	<b>12</b>
6.1	MENSURAÇÃO DOS RISCOS	16
6.1.1	<i>Prêmio Estatístico e Prêmio Puro</i>	16
6.1.2	<i>Prêmio Comercial</i>	17
6.2	ESTRUTURA DE RESULTADOS E INDICADORES DE AVALIAÇÃO	17
6.2.1	<i>Estrutura de Resultados</i>	17

<b>7 MODELOS DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS E AVALIAÇÃO DO RISCO</b>	<b>19</b>
7.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	19
7.2 A BASE DO MODELO CAPM	19
7.2.1 <i>O Coeficiente Beta (<math>\beta</math>)</i>	20
7.2.2 <i>Risco sistemático e risco não sistemático</i>	21
7.3 DIVERSIFICAÇÃO	22
7.4 FRONTEIRA EFICIENTE	25
7.4.1 <i>Conceito de Dominância</i>	25
7.4.2 <i>Portfólios dominantes de Markowitz</i>	26
7.4.3 <i>Função Utilidade</i>	29
7.5 O MODELO CAPM	31
7.5.1 <i>A Linha de Mercado de Capitais</i>	31
7.5.2 <i>A Hipótese das expectativas homogêneas</i>	33
7.5.3 <i>A carteira de mercado</i>	34
7.5.4 <i>A Linha de Mercado de Títulos (SML)</i>	34
7.5.5 <i>Ascendência e linearidade da SML</i>	35
7.5.6 <i>A base teórica do CAPM</i>	37
<b>8 RESULTADOS PRINCIPAIS</b>	<b>40</b>
8.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	40
8.2 ANALOGIA COM O MERCADO FINANCEIRO	40
8.3 BASE HISTÓRICA DE RETORNOS OU SINISTRALIDADE -1	41
8.4 CÁLCULO DA COVARIÂNCIA E CORRELAÇÃO	43
8.5 OTIMIZAÇÃO DE INVESTIMENTOS	43
8.6 COMPOSIÇÃO DA CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA	46
8.7 OUTRAS COMPOSIÇÕES DE CARTEIRA	47
8.8 FRONTEIRA EFICIENTE	48
<b>9 CONCLUSÃO</b>	<b>50</b>
9.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	50
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>51</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diferentes betas numa carteira	20
Figura 2 - Combinação de dois ativos	25
Figura 3 - Conceito de dominância	26
Figura 4 - Fronteira eficiente	27
Figura 5 - Combinações de vários ativos	28
Figura 6 - Função utilidade	29
Figura 7 - Aversão ao risco	30
Figura 8 - Seleção de portfólio	30
Figura 9 - Linha de mercado de capitais	31
Figura 10 - Seleção de portfólio	32
Figura 11 - Portfólio eficiente	32
Figura 12 - Linha de mercado de títulos	35
Figura 13 - Linearidade de SML	35

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 01 - Quantidade de Sinistros	13
Tabela 02 - Quantidade de Sinistros X Valor dos Prejuízos	14
Tabela 03 - Freqüência Relativa de Sinistros	15
Tabela 04 – Lucro Bruto da Carteira de Seguro Automóveis da Sul América Seguros	42
Tabela 05 – Matriz de Variância / Covariância	44
Tabela 06 – Matriz de Correlação	45

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

APT - *Arbitrage Pricing Theory*

CAPM - *Capital Asset Pricing Model*

CML - *Capital Market Line*

SML - *Security Market Line*

TMA - Taxa Mínima de Atratividade

TIR - Taxa Interna de Retorno

EUA - Estados Unidos da América

IRB – Instituto de Resseguros do Brasil

SUSEP – Superintendência de Seguros Privados

# SÍMBOLOS

$\beta_i$  - Coeficiente beta do ativo  $i$

$\sigma_{i,c}$  - Covariância entre o retorno do ativo  $i$ , com o retorno da carteira

$\sigma_i^2$  - Variância do ativo  $i$

$x_i$  - Proporção do ativo  $i$  na formação da carteira

$\rho_{i,j}$  - Correlação entre os ativos  $i$  e  $j$

$\sigma_i$  - Desvio padrão do retorno do ativo  $i$

$r_i$  - Retorno esperado do ativo  $i$

$r_m$  - Retorno esperado de mercado

$r_f$  - Retorno de ativo livre de risco

$x_{rf}$  - Proporção do ativo livre de risco na formação da carteira

$\sigma_{rf}^2$  - Variância do ativo livre de risco

$\varepsilon_i$  - erro aleatório específico do ativo  $i$

$\bar{r}$  - Corresponde à parte esperada do retorno

$\epsilon$  - retorno relativo ao risco não sistemático

$F_i$  - Fator de risco  $i$

$\beta_{i,j}$  - Sensibilidade do ativo  $i$  em relação ao fator  $F_j$

$(r_i - \bar{r}_i)$  - Prêmio pelo risco

## 1 INTRODUÇÃO

As inovações em gestão financeira têm como origens principais as demandas advinhas do segmento financeiro, notadamente de bancos. Tendo em vista que o objetivo destas empresas baseia-se na criação de valor através da operacionalização de produtos e serviços financeiros, é natural a preocupação com a busca de técnicas que propiciem a identificação de oportunidades de arbitragem e a obtenção de vantagens competitivas em termos de otimização de carteiras de ativos e avaliação e controle de riscos financeiros.

Em contrapartida, as empresas do segmento não-financeiro, principalmente as voltadas à indústria, comércio e ao serviço, vislumbram como objetivo a criação de valor através do uso eficiente dos recursos, otimizando processos de produção, logística, gestão do conhecimento etc. A função financeira em empresas não financeiras, embora importante, tem por atividades a avaliação de resultados gerenciais e legais, o planejamento e o controle de fluxos de caixa, a análise de crédito de clientes, a viabilização monetária de estratégias de financiamento e investimento etc.

Neste sentido, a função financeira na indústria, no comércio e no serviço está associada ao apoio e controle das demais funções da empresa e à viabilização financeira das estratégias empresariais, não constituindo, na maioria dos casos, um núcleo de criação de valor.

Ainda nesta linha, a atividade da empresa de seguros, segmento da economia que trataremos adiante, se constitui de uma sucessão coordenada de diferentes operações técnicas e administrativas, que tendem a favorecer a consecução do necessário equilíbrio econômico da gestão de riscos.

Em linha geral esse princípio é comum a qualquer atividade industrial ou comercial. Assume, entretanto, aspectos particulares na atividade seguradora, pela natureza de suas operações, ao assumir compromissos financeiros aleatórios, aliados à existência de um risco, de um acontecimento futuro e incerto.

Torna-se evidente que o problema do equilíbrio econômico da empresa de seguros liga-se intimamente à possível ocorrência de uma série de hipóteses, cuja realização prática depende da própria natureza dos riscos da carteira e do seu volume de prêmios.

Este trabalho busca apresentar inovações de gestão financeira focadas na administração de riscos que podem ser aplicadas a diferentes segmentos empresariais. Este modelo, com origem no segmento bancário, será adaptado para contemplar as características específicas de empresas não-financeiras. Portanto, a inovação a ser apresentada neste trabalho

trata da adaptação de técnicas e modelos vinculados à gestão de riscos financeiros em aplicação para a administração de empresas não-financeiras. A técnica de Markowitz será utilizada para estabelecer a alocação ótima da carteira de seguros de automóvel de uma determinada Companhia de Seguros nas diferentes Unidades Federativas do país; a pergunta que se procura responder é a seguinte: é possível utilizar técnicas de gestão de risco do mercado financeiro, neste caso o teoria de Markowitz, em segmentos não financeiros?

A empresa escolhida foi a Sul América Seguros, uma das mais rentáveis e eficientes seguradoras brasileiras. Para sustentação das conclusões aqui apresentadas, foram utilizadas medidas como média aritmética, variância, desvio padrão e coeficiente de variação. Para cálculo da Carteira de Mínima Variância e Fronteira Eficiente, foi utilizado o suplemento *Solver* do software Excel.

Os números utilizados neste trabalho, referentes à sinistralidade desta Empresa, foram extraídos do Sistema de Estatísticas da SUSEP.

Para aplicação dos critérios utilizados pela teoria de Markowitz, foi necessário fazer a seguinte analogia/alusão com o Mercado Segurador:

Mercado Financeiro	=	Mercado Segurador
Ação	=	Produto Automóvel
Retorno da Ação	=	(1 – (Sinistro Retido / Prêmio Ganho))
Carteira de Ações	=	Carteira de produtos

## 1.1 OBJETIVO GERAL

A monografia tem por objetivo a aplicabilidade de conceitos e procedimentos da *Teoria de Portfólios de Markowitz* (1952), como ferramenta de análise de entidades não-financeiras, neste caso, do mercado de segurador.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Demonstrar como a *Teoria de Portfólios de Markowitz* (1952) pode auxiliar na gestão de riscos de uma carteira de seguros através da alocação ótima de produtos (no caso específico deste trabalho, seguro de automóveis) em diferentes praças de forma mais eficiente.

A monografia tem por objetivo ainda, reunir literatura tanto sobre a *Teoria de Portfólios de Markowitz* como da atividade da empresa de seguros no Brasil, apresentando princípios e conceitos deste segmento da economia.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

A importância da análise de investimentos em projetos considerando o risco tem se tornado cada vez maior, fruto da maior competição entre empresas, que é consequência da maior difusão de informações, dos avanços tecnológicos e principalmente de mercados globalizados. Neste cenário quanto maior a quantidade de ferramentas disponíveis para análise, melhor: a presente monografia surge como uma tentativa de utilizar métodos desenvolvidos na indústria bancária para gestão de risco em outros setores da economia.

## 2 RISCO E SEGURO

### 2.1 DEFINIÇÃO

Evento aleatório é todo evento capaz de, em determinada experiência ou observação, ocorrer ou não ocorrer. Um evento que ocorre sempre é um evento certo e aquele que não tem condições de ocorrer é um evento impossível.<sup>1</sup> O evento aleatório cuja ocorrência implica prejuízos econômicos é denominado risco.

O seguro pode ser definido como uma operação aleatória segundo o qual um grupo de indivíduos, suficientemente grande, sujeito a um risco comum, se reúne com o fim de repartir entre eles os prejuízos (danos e perdas) sofridos por alguns.

É claro que esse risco que é o vínculo que une os indivíduos para a constituição de um verdadeiro “fundo” deve ser comum a todos. Todos os indivíduos participantes do “fundo” devem ter a possibilidade de vir a sofrer prejuízos em consequência da efetivação do risco segurado.

O homem e os bens que constituem o seu patrimônio representam um potencial sócio-econômico que pode ser reduzido ou anulado pela ocorrência de determinados eventos aleatórios.

A necessidade de se precaver contra eles trouxe ao homem a noção de previdência e daí, como consequência natural, surgiu a instituição do seguro, cuja finalidade principal é resarcir ou compensar os prejuízos econômicos decorrentes da efetivação dos riscos.

Assim operando, consegue o seguro transformar a incerteza em certeza, substituindo prejuízos incertos, geralmente vultosos, por despesas certas, razoavelmente pequenas.

### 2.2 CONDIÇÕES DE SEGURABILIDADE

Para constituição de um “fundo” ou “Carteira de Seguro”<sup>1</sup>, o risco deve observar certas condições fundamentais.

São condições de segurabilidade de um risco:

- Ser Possível – não teria sentido prático a associação de vários indivíduos para se protegerem contra efeitos de um risco impossível de ocorrer. Em contrato de seguro o objeto é sempre possível;

---

<sup>1</sup> Denominação dada ao conjunto de contratos de seguros, de um mesmo ramo ou de ramos afins, emitidos por uma seguradora ou cobertos por um ressegurador. (FIORI, 1996).

- b) Ser Futuro – é necessário, que na ocasião da contratação do seguro o risco não tenha ocorrido. O seguro feito para garantir os efeitos de um risco já ocorrido é nulo;
- c) Ser Incerto – a característica aleatória não pode ser dissociada da própria noção de risco. Só há risco quando há incerteza quanto a sua efetivação. O seguro de vida, por exemplo, como seguro é uma operação aleatória: nele a incerteza diz respeito ao momento em que se verificará a morte do segurado; neste caso o risco não é a morte que é certa, mas, o momento em que irá ocorrer. Nas demais modalidades de seguro há via de regra incertezas não só quanto ao momento de realização do risco como também quanto à sua própria ocorrência;
- d) Ser Independente da vontade das partes contratantes – a ocorrência do risco deve ser independente da vontade do contratante;
- e) Ser Causador de um prejuízo de natureza econômica – o risco é um evento aleatório que causa com a sua ocorrência, necessariamente, prejuízos econômicos. A operação aleatória que garantisse o pagamento de uma importância em dinheiro sem que da ocorrência do evento aleatório resultasse prejuízo econômico, não seria seguro, mas sim simples jogo.

### 3 CONCEITO DE SEGURO

Sendo o seguro uma atividade extremamente relevante aos interesses humanos, para melhor compreendê-lo, faz-se necessário observar as fases de sua ação, as quais são: organização técnica, efeitos e fins.

#### 3.1 QUANTO A ORGANIZAÇÃO TÉCNICA OU ASPECTO TÉCNICO

É a ação realizadora do princípio da solidariedade humana, sob a forma científica da mutualidade que objetiva amenizar a ação do prejuízo de um acontecimento danoso ao atingir um dos membros do grupo, ou seja, ao atingir um dos segurados<sup>2</sup>.

#### 3.2 QUANTO AOS EFEITOS OU ASPECTO JURÍDICO

É a fase que associa a ação de previdência à operação comercial com as garantias de um contrato. Ou seja, é a concretização do seguro, envolvendo as partes interessadas - segurador e segurado. Neste momento o segurado assume a obrigação do pagamento do prêmio, que é o elemento chave para se ter direito a uma possível indenização<sup>3</sup>. O segurador, por sua vez, assume no momento da assinatura do contrato, a responsabilidade, mediante o recebimento do prêmio, de indenizar os prejuízos que o segurado vier a sofrer, decorrentes de acontecimentos alheios a sua vontade e que estejam discriminados nos termos do contrato.

#### 3.3 QUANTO AOS FINS OU ASPECTO ECONÔMICO-SOCIAL

Em relação a este aspecto, o seguro estabelece a tranqüilidade individual ou coletiva, pela ação preventiva de quem busca (segurado), e pela ação realizadora de quem oferece (segurador) a garantia compensadora dos prejuízos e renovadora de valores, no caso de acontecimentos fortuitos.

---

<sup>2</sup> É a pessoa física ou jurídica que precisa proteger-se contra possíveis danos, e recorre à seguradora. Ele obriga-se, ao assinar o contrato, a dar informações precisas e verdadeiras, com relação ao objeto do seguro, sob pena de perda de direitos. Compromete-se ainda, a levar ao conhecimento da seguradora, através do seu corretor, qualquer alteração no risco, que possa vir a agravá-lo (FIORI, 1996).

<sup>3</sup> Trata-se da importância que a seguradora deverá pagar ao segurado ou beneficiário, no caso de ocorrência do sinistro. Pelo Código Civil, a seguradora é obrigada a pagar o prejuízo do segurado em espécie (dinheiro). Mas, desde que expressamente estipulado no contrato, no seguro de bens, a seguradora poderá optar pela reconstrução ou reposição do que foi danificado (FIORI, 1996).

Há quem, intencionalmente ou não, confunda seguro com aposta e faça analogia entre este e economia (poupança).

O seguro tem função de previdência, traz a certeza, a aposta é um jogo, e como todo jogo, é um ato de aventura, carrega em si incerteza tanto de ganhar, quanto de perder.

O papel do seguro não é guardar economias em acumulações estatísticas, mas criar fundos de valor imediato, mediante alimentação parcelada.

Tanto o seguro, quanto a poupança são instituições de previdência, porém a poupança é uma esperança e o seguro uma certeza. Qualquer ato de previdência baseado na poupança necessita de tempo para alcançar o seu objetivo, o seguro, porém, atinge imediatamente os objetivos de tranquilidade e segurança, sendo o fator tempo o elemento determinante do momento de sua efetivação. Daí, a relevância da função dinâmica do seguro sobre a da poupança.

A firme proteção do seguro afasta temores e gera confiança. Com isso, atua benficialmente na sociedade, tranquilizando o indivíduo (segurado), garantindo a expansão econômica e propiciando a paz social.

O seguro como atividade de ordem social deve sua expansão ao desenvolvimento do capitalismo, ao qual paradoxalmente tem ajudado em seu intento de aperfeiçoar tecnicamente o trabalho, defender as propriedades privadas e públicas e promover o aumento da produção, da circulação, da distribuição e do consumo, fatores criadores de atividades e necessidades sujeitas a acontecimentos independentes da vontade humana. É neste ponto que surge a ação do seguro, no sentido de oferecer segurança econômica ao indivíduo, à sociedade, ao país e para tudo o que se puder designar de patrimônio segurável já conquistado ou em vias de realização; ou seja, a economia em geral.

Esses acontecimentos, cujos efeitos danosos são atenuados pela instituição do seguro, são denominados como “acaso”, ou “caso fortuito”, quando se pode prever, mas não predizer a realização, ou “força maior”, quando se pode prever, mas não impedir a realização.

Alguns especialistas no setor conceituam o seguro formulando as mais variadas teorias, entre as quais destacam:

## TEORIA DA PREVISÃO

Segundo Freire (1959, p. 59), “o seguro é a instituição que evita os inconvenientes da economia, ao atuar como defesa de um risco econômico, distribuindo o peso do mesmo sobre uma ‘malha’ de riscos economicamente semelhantes”.

## TEORIA DA INDENIZAÇÃO

De acordo com Freire (1959, p.59), “Seguro é a instituição econômica que repara ou pelo menos ameniza, mediante distribuição sobre uma série de casos, nos quais está previsto um mesmo risco, não simultâneo, as consequências danosas e futuras de determinado acontecimento, incerto para os interessados e por ele imprevisto quanto ao momento de sua realização”; ou seja, garante ao Segurado, a indenização pelos prejuízos sofridos, em consequência de riscos cobertos e devidamente acordados nas cláusulas do contrato de seguro.

## TEORIA DA NECESSIDADE

Segundo Freire (1959, p.59), “entende-se por seguro uma instituição econômica pela qual, à base de uma reciprocidade, se cobrem necessidades eventuais de capitais, suscetíveis de valorização”. Essa necessidade de capital, dá-se pelo fato do proprietário do objeto do seguro estar impossibilitado financeiramente, de retomar suas atividades normais, como consequência das perdas sofridas, pela ocorrência do evento danoso (Sinistro).

## TEORIA DA GARANTIA

De acordo com Freire (1959, p.59), “a finalidade primordial do seguro é a de proporcionar ao interessado, a garantia de que será indenizado por qualquer prejuízo que possa sofrer em decorrência da realização futura e incerta de um ou mais acontecimentos possíveis. Entre esses acontecimentos, alheios à vontade do homem, pode ocorrer até mesmo a morte de um indivíduo, ocasionando prejuízo aos que dele dependem economicamente ou que com ele tenham realizado transações baseadas exclusivamente em sua capacidade produtiva”.

No entanto, para que esta teoria possa concretizar-se, é necessário que o Segurado submeta-se ao pagamento de um prêmio (custo do seguro) à Seguradora, para estar apto à garantia.

## 4 ESTRUTURA DO MERCADO SEGURADOR BRASILEIRO

Para a regulamentação do Mercado Segurador Brasileiro, criou-se o SISTEMA NACIONAL DE SEGUROS PRIVADOS, que tem como objetivo promover a expansão do mercado de seguros e propiciar as condições necessárias para a sua integração no processo econômico e social do país. Instituído através do Decreto 60.459 de 13/07/1967, que regulamentou o Decreto Lei 73 de 21/11/1996, é constituído pelos seguintes órgãos e entidades:

- Conselho Nacional de Seguros Privados (CNSP);
- Superintendência de Seguros Privados (SUSEP);
- Instituto de Resseguros do Brasil (IRB);
- Companhia de Seguros e
- Corretores de Seguros.

### 4.1 CONSELHO NACIONAL DE SEGUROS PRIVADOS (CNSP)

É o órgão normativo do Sistema Nacional de Seguros Privados. Dentre as principais competências do CNSP, destacam-se:

- a) fixar diretrizes e normas da política de seguros privados;
- b) fixar as características dos contratos de seguros;
- c) estabelecer limites mínimos para os capitais do IRB e das sociedades seguradoras; e
- d) disciplinar a corretagem de seguros e a profissão de corretor.

### 4.2 SUPERINTENDÊNCIA DE SEGUROS PRIVADOS (SUSEP)

É o órgão executor da política traçada pelo CNSP. Sua finalidade é executar e fiscalizar o cumprimento dessa política por parte das sociedades seguradoras, corretores de seguros e segurados. A SUSEP é uma entidade autárquica, jurisdicionada ao Ministério da Fazenda. Sua administração é exercida por um superintendente, nomeado pelo Presidente da República.

#### 4.3 INSTITUTO DE RESSEGUROS DO BRASIL (IRB)

A finalidade do IRB é a de regular o cosseguro<sup>4</sup>, o resseguro<sup>5</sup> e a retrocessão<sup>6</sup>, bem como promover o desenvolvimento das operações de seguro, segundo as diretrizes do CNSP.

Na qualidade de órgão regulador do cosseguro, resseguro e retrocessão, compete ao IRB:

- a) elaborar e expedir normas reguladoras de cosseguro, resseguro e retrocessão;
- b) aceitar resseguros do País e exterior;
- c) promover a colocação, no exterior, de seguro cuja aceitação não convenha aos interesses do País ou que neste, não encontre cobertura.

#### 4.4 COMPANHIAS DE SEGUROS

As Companhias de Seguros são operadoras da política traçada pela CNSP e receptoras das consequências dessa política. A elas cabe, consequentemente, administrar os seguros que lhe são confiados.

#### 4.5 CORRETORES DE SEGUROS

Os Corretores de Seguros, pessoas físicas ou jurídicas, são os intermediários legalmente autorizados a angariar e promover contratos de seguros.

---

<sup>4</sup> Define a participação de mais de um Segurador no mesmo risco; técnica de pulverização de responsabilidades entre duas ou mais seguradoras, dentro ou não de sua capacidade, administrado por uma delas, denominada Lider. (FIORI, 1996).

<sup>5</sup> É o seguro das seguradoras. É a operação pela qual uma seguradora transfere a outra seguradora parte das responsabilidades assumidas em um risco, excedentes à sua capacidade. (FIORI, 1996).

<sup>6</sup> É o meio ao qual recorre o ressegurador, para transferir os excessos de responsabilidades, que ultrapassem os limites de sua capacidade de indenizar, afim de pulverizar a responsabilidade assumida acima de sua capacidade. A retrocessão é feita primeiramente com o mercado segurador nacional, permanecendo o excesso, o excedente será repassado ao exterior. (FIORI, 1996).

## 5 OBJETO DO SEGURO

O objeto do seguro são bens, pessoas, responsabilidades, obrigações, direitos e garantias que se quer garantir contra as consequências danosas previstas no contrato.

O seguro divide-se em dois grupos: Seguros Sociais e Seguros Privados.

### 5.1 SEGUROS SOCIAIS

Seguros Sociais são aqueles que se destinam, prioritariamente, a proteger as classes economicamente mais pobres. São obrigatórios e geralmente operados pelo Estado.

### 5.2 SEGUROS PRIVADOS

Seguros Privados são todos aqueles operados por empresas privadas de seguro. Podem ser ou não obrigatórios. Podem, inclusive, ter características sociais, por exemplo, o DPVAT.

O seguro divide-se, ainda, em dois grandes ramos: Ramos Elementares e de Vida.

## 6 RISCO, PRÊMIO E INDENIZAÇÃO

Com o intuito de apresentar ao leitor a forma como é taxado o valor de um determinado seguro será apresentado alguns exemplos retirados da obra de Mendes (1977). São exemplos básicos, mas que focam as principais bases técnicas do seguro, além de familiarizar o leitor sobre os principais termos técnicos usados amplamente por este mercado.

Os elementos essenciais de um contrato de seguros são:

- a) O risco – do qual já conhecemos as condições de segurabilidade.
- b) O prêmio – que é a prestação ou remuneração paga ao segurador, para que este assuma o risco.
- c) A indenização – que é a contraprestação do segurador ao segurado que, com a efetivação do risco venha a sofrer prejuízos de natureza econômica.

Suponhamos que em janeiro de 2010, uma seguradora tenha aceitado o seguro de 5.000 veículos Gol pela importância de R\$ 10.000,00 cada um. Em 31 dezembro de 2010, verificou que no decorrer do ano, ocorreram 4.000 sinistros com prejuízos os mais variados possíveis.

Inicialmente, classifica os sinistros, segundo as suas percentagens de danos, e chega ao seguinte:

**TABELA 01 – QUANTIDADE DE SINISTROS**

PERCENTAGEM DE DANOS (%)	NÚMERO DE SINISTROS OBSERVADOS
0 a 10	3.200
10 a 20	460
20 a 30	200
30 a 40	50
40 a 50	30
50 a 60	25
60 a 70	18
70 a 80	10
80 a 90	5
90 a 100	2
<b>TOTAL</b>	<b>4.000</b>

Na primeira linha, indica que ocorreram 3.200 sinistros com percentagens de danos superiores a 0% mas inferiores ou no máximo iguais a 10%. Sabemos que cada veículo segurado “valia” R\$ 10.000,00. Temos então 3.200 sinistros com prejuízos que podem atingir no máximo 10% de R\$ 10.000,00 ou sejam R\$ 1.000,00. Ou, em outras palavras, com prejuízos de 0 a R\$ 1.000,00.

Se, ao invés de 3.200, tivéssemos, nessa primeira classe de danos, 320.000 sinistros, iríamos observar que em média os danos da classe se situariam em torno do valor central da classe, 5% de R\$ 10.000,00, ou seja, R\$ 500,00. A mesma observação é válida para todas as outras classes. Determina-se o valor central de cada classe subtraindo-se do maior valor da classe o menor, dividindo-se o resultado por 2 e somando-se o resultado ao menor valor da classe. Teríamos assim, em percentagens, o valor médio de todos os sinistros enquadrados na classe.

Como os intervalos de classe são, no exemplo, todos iguais a 10%, bastaria, para termos os valores centrais das classes, somar 5% ao menor valor da classe. Assim sendo e tendo em vista o valor de cada veículo que admitimos fosse sempre o de R\$ 10.000,00, poderíamos calcular o tal de prejuízos de acordo com a forma de cálculo indicada a seguir:

**TABELA 02 - QUANTIDADE DE SINISTROS X VALOR DOS PREJUÍZOS**

PERCENTAGEM DE DANOS (%)	VALOR CENTRAL (%)	VALOR DE CADA SINISTRO (R\$)	NÚMERO DE SINISTROS	VALOR DOS PREJUÍZOS (R\$)
0 a 10	5	500,00	3.200	1.600.000,00
10 a 20	15	1.500,00	460	690.000,00
20 a 30	25	2.500,00	200	500.000,00
30 a 40	35	3.500,00	50	175.000,00
40 a 50	45	4.500,00	30	135.000,00
50 a 60	55	5.500,00	25	137.500,00
60 a 70	65	6.500,00	18	117.000,00
70 a 80	75	7.500,00	10	75.000,00
80 a 90	85	8.500,00	5	42.500,00
90 a 100	95	9.500,00	2	19.000,00
<b>TOTAIS</b>			4.000	3.491.000,00

Em seguida, alguns índices importantes serão apresentados:

**Sinistro Médio** – Chama-se de sinistro médio o resultado da divisão do total de prejuízos pelo número de sinistros observado, isto é:

**Sinistro Médio** = Total de Prejuízos / Número de Sinistros

No exemplo, o sinistro médio seria: R\$ 3.491.000,00 / 4.000 = R\$ 872,75

**Capital Segurado Médio** – É a média aritmética dos capitais segurados isto é, é igual a soma dos capitais segurados dividida pelo número de seguros realizados; isto é:

**Capital Segurado Médio** = Total dos Capitais Segurados / Número de Seguros

No exemplo teríamos:

**Capital Segurado Médio** = 5.000 \* R\$ 10.000,00 / 5.000 = R\$ 10.000,00

Visto isto, podemos conceituar tecnicamente o risco:

**TABELA 03 - FREQUÊNCIA RELATIVA DE SINISTROS**

PERCENTAGEM DE DANOS (%)	VALOR CENTRAL (%)	NÚMERO DE SINISTROS (FREQUÊNCIA)	FREQUÊNCIA RELATIVA
0 a 10	5	3.200	0,80000
10 a 20	15	460	0,11500
20 a 30	25	200	0,05000
30 a 40	35	50	0,01250
40 a 50	45	30	0,00750
50 a 60	55	25	0,00625
60 a 70	65	18	0,00450
70 a 80	75	10	0,00250
80 a 90	85	5	0,00125
90 a 100	95	2	0,00050
TOTAIS	-	4.000	1,00000

A “Freqüência Relativa” é obtida dividindo-se a “Freqüência” de classe pela “Freqüência Total”, 4.000.

Risco é, assim, sob o ponto de vista técnico, uma variável cujos valores estão condicionados a certas freqüências relativas.

Se o número de observações for suficientemente grande, as freqüências relativas podem ser confundidas com as probabilidades de ocorrer as várias percentagens de danos. Neste caso, diz-se que o risco é uma variável aleatória que pode tomar todos os valores possíveis das percentagens de danos.

Assim sendo, o dano médio ou risco médio é a soma dos produtos dos valores centrais de cada classe pelas respectivas freqüências relativas; desta forma, o dano médio do exemplo exposto é 8,7275%.

Entre o dano médio e o sinistro médio existe a seguinte relação: Sinistro Médio = dano médio \* capital sinistrado médio; onde conclui-se: dano médio = sinistro médio / capital sinistrado médio ou ainda dano médio = total de prejuízos / total dos capitais sinistrados.

Com isso podemos conceituar prêmio e indenização:

- a) Prêmio: denominamos prêmio de seguro a soma do total dos prejuízos com as despesas da Seguradora dividida pelo número de seguros;
- b) Indenização: no caso de o valor em risco ser igual à importância segurada nos seguros de bens e em qualquer caso nas outras modalidades de seguros, a indenização é igual ao valor dos prejuízos, desde que estes não ultrapassem o capital segurado. Em princípio, a indenização nunca deve ser superior à importância segurada (capital segurado).

## 6.1 MENSURAÇÃO DOS RISCOS

### 6.1.1 *Prêmio Estatístico e Prêmio Puro*

É chamado de Prêmio Estatístico a repartição pura do total dos prejuízos sofridos por alguns segurados pela totalidade dos segurados que participam do “fundo” ou carteira, isso, admitindo que a carteira fosse constituída de um certo número de seguros homogêneos, quer quanto à natureza dos riscos, quer quanto aos valores dos bens segurados.

Usando os dados do exemplo anterior, teríamos como Prêmio Estatístico R\$ 698,20 (R\$ 3.491.000,00 / 5.000); ou seja, R\$ 698,20 seria a quantia necessária a ser arrecadada de cada segurado para pagar os sinistros. A taxa do prêmio estatístico ou taxa estatística será o prêmio estatístico dividido pelo capital segurado médio, neste caso, 6,9820% (R\$ 698,20 / R\$ 10.000,00).

Uma forma técnica de estudar o risco consiste, em primeiro lugar, calcular o dano médio e em seguida, a probabilidade de ocorrer um sinistro. O dano médio já foi calculado anteriormente, neste caso 8,7275% (R\$ 872,75 / R\$ 10.000,00) e a probabilidade de ocorrer um sinistro é igual ao número de sinistros divididos pelo número de seguros, neste caso, 80,00% (4.000 / 5.000). A taxa estatística é igual ao produto da probabilidade de ocorrer um sinistro pelo dano médio, isto é:  $0,087275 * 0,80 = 0,06982$  ou 6,9820%.

O prêmio estatístico é, simplesmente, a repartição do total de prejuízos pelo número de segurados. Desta maneira, se no futuro o total de prejuízos for igual ao observado no passado, o “fundo” teria numerário suficiente para fazer face ao pagamento dos sinistros. Todavia, por não ter certeza de que no futuro os acontecimentos obedecerão às mesmas leis observadas no passado, não se pode constituir um “fundo” com bases em prêmios estatísticos, pois correria o risco de, no fim do exercício, não ter uma quantia necessária capaz de cobrir todos os sinistros ocorridos. Com o intuito de evitar este risco, é acrescentado ao prêmio estatístico, um

carregamento de segurança destinado a cobrir as flutuações aleatórias. O prêmio estatístico acrescido deste carregamento de segurança é denominado de “Prêmio Puro”. Este carregamento de segurança é proporcional ao desvio padrão do total de indenizações.

#### 6.1.2 *Prêmio Comercial*

É denominado de prêmio comercial ou prêmio tarifário o prêmio que efetivamente é cobrado dos segurados. Corresponde ao prêmio puro acrescido de um “carregamento” capaz de cobrir as despesas de aquisição dos seguros ( comissão de corretagem, de agenciamento, etc.), as despesas administrativas gerais da seguradora e a remuneração do capital empregado na empresa.

Taxa comercial ou taxa de tarifa é a taxa que, aplicada ao capital segurado, fornece o prêmio comercial.

### 6.2 ESTRUTURA DE RESULTADOS E INDICADORES DE AVALIAÇÃO

#### 6.2.1 *Estrutura de Resultados*

Para que se possa avaliar a situação operacional de uma Companhia Seguradora, é necessário estabelecer uma estrutura de itens de receitas e despesas que permitam, de forma lógica e simples, determinar as principais variações ocorridas. Para tal é necessário que a Contabilidade Gerencial classifique corretamente as contas do Plano Contábil Padrão da SUSEP, transformando os dados contábeis em informações para o acompanhamento e tomada de decisão. Exemplo:

- (=) Prêmios Emitidos**
  - (-) Prêmios Cancelados
  - (-) Prêmios Restituídos
  - (-) Prêmios Cosseguros Cedidos
- (=) Prêmios Líquidos Emitidos**
  - (-) Prêmios Ressegurados
- (=) Prêmios Retidos Emitidos**
  - (-) Prêmios Não Ganhos
- (=) Prêmios Ganhos**
  - (-) Sinistros Retidos

**(=) Margem Técnica**

- (-) Custos de Comercialização
- (+) Outras Receitas Operacionais
- (-) Outras Despesas Operacionais

**(=) Margem de Contribuição**

- (-) Custos Administrativos

**(=) Resultado Industrial**

- (+) Resultado Financeiro da Operação

**(=) Resultado Operacional**

- (+) Resultado do Patrimônio Líquido

**(=) Resultado Antes de Tributos**

- (-) Provisão para I.R e Contribuição Social

**(=) Resultado do Período**

Merecem destaque nesta relação de contas os grupos Sinistros Retidos e Prêmios Ganhos: que serão as duas unidades que irão compor o retorno do produto (seguro automóvel) em cada Unidade da Federação. Prêmios Ganhos, representam os valores que uma Companhia Seguradora pode reconhecer como receita em função do prazo do risco assumido. Para isso é constituído uma conta, chamada de Provisão de Prêmios Pagos e Não Ganhos. A constituição dessa provisão é baseada no período de vigência do negócio, de modo que a Companhia reconhecerá como prêmios ganhos as parcelas que forem vencendo. Por uma questão de simplificação operacional, adotou-se o critério de X/24 (divisão em 24 avos), onde o numerador é representado por quinzenas. Já o Sinistro Retido incorpora todos os sinistros pagos e avisados líquidos de recuperações de cosseguro e resseguro, salvados e resarcimentos. O resultado da divisão entre o Sinistro Retido e o Prêmio Ganho é chamado de sinistralidade; assim sendo, quanto menor a sinistralidade, maior será o retorno da Companhia. Na presente monografia usaremos a sinistralidade subtraída de 1 como unidade de retorno de do seguro de automóvel em cada Estado.

## 7 MODELOS DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS E AVALIAÇÃO DO RISCO

### 7.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Neste capítulo pretende-se fazer uma revisão bibliográfica do modelo CAPM. O capítulo mostra que o CAPM é um modelo que relaciona retorno e risco de ativos e de carteira de ativos. Nele se apresentam conceitos, considerações importantes no desenvolvimento deste modelo, suas condições de contorno e as aproximações necessárias para seu emprego na realidade prática de empresas. Destaca-se ainda, algumas vantagens e desvantagens de seu uso e como ele pode ser aplicado na análise de investimentos.

### 7.2 A BASE DO MODELO CAPM

Em 1990, William Sharpe recebeu o prêmio Nobel de Economia pelo desenvolvimento na década de 60 do *Capital Asset Pricing Model (CAPM)* - um modelo que relaciona a taxa de retorno esperada de um ativo ou carteira de ativos com seu risco.

As carteiras são formadas com a inclusão de ativos de forma que o risco individual de cada ativo não influencie diretamente no risco da carteira, mas que apenas sua contribuição a este risco seja significativa. Esta contribuição ao risco da carteira é medida através do coeficiente beta de cada ativo formador. Por outro lado, o retorno da carteira é formado com a ponderação do retorno de cada ativo que a compõe. Pode-se dizer então, que um investidor que possui apenas um título, deve esperar que o retorno deste seja a medida do resultado do investimento. O desvio padrão, ou a variância, por sua vez, é a medida apropriada do risco deste título individual. Um investidor que possui uma carteira de títulos diversificada tem no retorno esperado de cada título a medida correta da contribuição deste título ao retorno esperado total da carteira. Entretanto, a medida apropriada da contribuição do título ao risco da carteira é seu coeficiente beta (que será visto no item 7.2.1) e não mais seu desvio padrão ou variância.

Deste modo, um aparente paradoxo está na base do modelo CAPM: - um ativo com alto desvio padrão pode não ter grande impacto sobre o risco de uma ampla carteira de ativos, mas um ativo com desvio padrão reduzido pode ter impacto substancial sobre o risco de uma carteira ampla. Este paradoxo é explicado pela diversificação que é alcançada com o acréscimo de ativos em uma carteira. Isto é, o que definitivamente aumenta o risco de uma carteira é a covariância entre o ativo a ela acrescentado e a carteira em si, e não mais a variância individual do ativo. Portanto, o coeficiente beta, ao invés do desvio padrão individual de cada ativo, é a medida apropriada de risco em uma carteira de ativos.

A implicação primária do CAPM é que os maiores retornos vêm de títulos que têm maiores níveis de risco sistemático - medido pelo coeficiente beta - (Goetzmann, 1997).

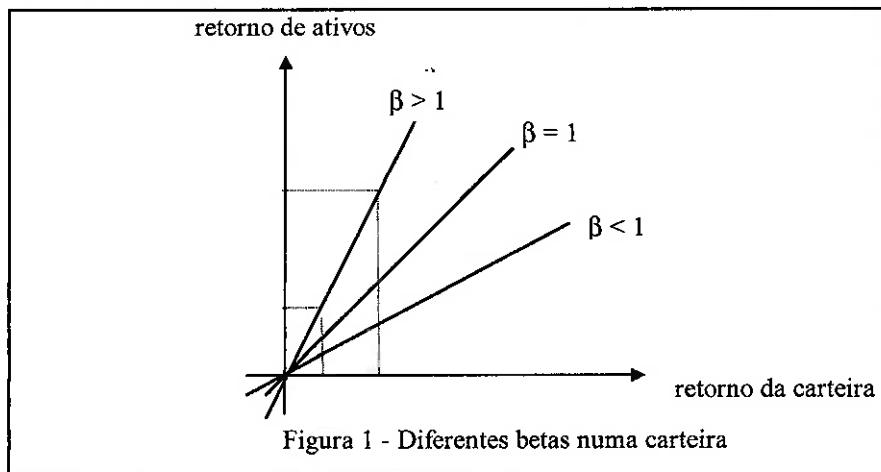
### 7.2.1 O Coeficiente Beta ( $\beta$ )

A contribuição do ativo  $i$  ao risco da carteira em que será inserido é medida pela covariância entre o retorno do ativo e o retorno desta carteira. Esta contribuição dividida pela variância do retorno da carteira é chamado de coeficiente beta, conforme a **Equação 1**.

$$\beta_i = \frac{\sigma_{i,c}}{\sigma^2} \quad (1)$$

onde:  $\sigma_{i,c}$  é a covariância do retorno do ativo  $i$  com a carteira e  $\sigma^2$  é a variância do retorno da carteira.

O coeficiente beta é também a medida da tendência de um ativo individual variar em conjunto com a carteira. Isto é, beta é a medida de sensibilidade do retorno do título às variações do retorno da carteira de mercado a qual ele será acrescentado. Esta sensibilidade está representada graficamente na **Figura 1**.



Na **Figura 1**, observa-se que:

- Uma variação no retorno da carteira corresponde a uma maior variação no retorno do ativo (maior sensibilidade), quando  $\beta > 1$ .
- Para a mesma variação no retorno da carteira, a variação no retorno do ativo é menor (menor sensibilidade), quando  $\beta < 1$ .

- O beta da carteira de mercado é o somatório dos diversos betas de cada ativo que a compõe, ponderados pela proporção de seu valor de mercado. Este somatório ponderado é por definição igual a um.

$$\beta = \sum_{i=1}^n \beta_i x_i = 1 \quad (2)$$

Na prática, a estimativa de beta de um ativo é usualmente feita através da regressão linear dos retornos do ativo em questão, contra os retornos de mercado no período de 60 meses (Goetzmann, 1997). A inclinação da reta então encontrada é tomada como o coeficiente beta do ativo.

No exemplo de Ross (1995), o beta de inflação de uma empresa mineradora de ouro é positivo, pois quando há alta inesperada da inflação, a cotação do grama o ouro também aumenta. Já o beta de inflação da indústria automotiva seria negativo, pois seus custos com salários e insumos crescem numa proporção maior que a receita proveniente da venda de seus produtos numa inflação elevada, considerando o mercado global competitivo, onde os preços não cresceriam tanto quanto o índice de inflação. Ou seja, a inflação aumenta enquanto decresce a rentabilidade desta indústria. Para empresas cujos custos e receitas crescem e decrescem na mesma proporção, ou seja que ficam imunes à inflação, seu beta de inflação seria nulo ( $\beta = 0$ ).

#### 7.2.2 Risco Sistemático e Risco não Sistemático

O risco total de uma carteira de ativos é composto dos riscos sistemáticos e não sistemáticos dos ativos que a compõem, conforme **Equação 3**. Portanto, é preciso entender e diferenciar cada um destes riscos, conforme são vistos pelos vários autores que deles se utilizam na apresentação do modelo CAPM.

$$\text{Risco total da carteira} = \text{risco não sistemático} + \text{risco sistemático} \quad (3)$$

**Definições:**

*Risco não sistemático* é aquele relacionado com eventos aleatórios que afetam um único ativo ou um pequeno grupo de ativos. É também chamado de específico ou idiossincrático por ser peculiar a determinada empresa, projeto ou pequenos grupos destes.

*Risco sistemático* é aquele que afeta grande número de ativos em maior ou menor grau. É também chamado de risco de mercado ou risco comum, pois está relacionado a eventos que podem afetar toda a economia de um país ou mesmo a economia mundial.

Ross (1995) alerta que a distinção entre estes tipos de risco não é precisa, mas bastante sutil e que na prática entretanto, este fato torna-se irrelevante, já que estes tipos de risco são identificados e diferenciados tão logo se apresentam.

### 7.3 DIVERSIFICAÇÃO

Com a diversificação, ativos com risco podem ser combinados de modo que a carteira por eles formada tenha menor risco que aqueles riscos dos ativos individualmente considerados. A diversificação reduz parte do risco total da carteira formada, sem entretanto eliminá-lo completamente. A parte deste risco que pode ser eliminada é o *risco não sistemático*. A outra parte, que não se consegue eliminar pela diversificação, é o *risco sistemático*.

Seja uma carteira formada por dois ativos *A* e *B*. Seus retorno e risco (variância) são respectivamente calculados da seguinte forma:

$$r = x_A r_A + x_B r_B \quad (4)$$

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 x_A^2 + \sigma_B^2 x_B^2 + 2\sigma_A \sigma_B x_A x_B \rho_{A,B} = \sigma_A^2 x_A^2 + \sigma_B^2 x_B^2 + 2\sigma_{A,B} x_A x_B \quad (5)$$

e

$$x_A + x_B = 1 \quad (6)$$

onde: -  $x_A$ ,  $x_B$  são proporções de cada ativo na formação da carteira;

-  $\rho_{A,B}$  é a correlação<sup>7</sup> entre os ativos *A* e *B*;

-  $\sigma_A^2$ ,  $\sigma_B^2$  e  $\sigma_A$ ,  $\sigma_B$  são respectivamente as variâncias e os desvios padrão dos ativos e

-  $r_A$ ,  $r_B$  são os retornos esperados de cada ativo.

Observando a **Equação 5**, nota-se que a variância de uma carteira composta de dois ativos  $A$  e  $B$ , depende tanto das variâncias dos retornos dos ativos que a compõem, quanto da correlação (ou covariância) entre os retornos dos dois ativos. A variância mede a variabilidade (ou dispersão) do retorno de um dado título. A covariância mede a relação entre os retornos dos dois ativos. Uma relação ou covariância positiva entre os dois ativos aumenta a variância do retorno de toda a carteira. A covariância negativa entre os dois ativos, ao contrário, reduz a variância do retorno da carteira. Se um dos ativos tende a valorizar quando o outro se desvaloriza e vice-versa, os dois ativos estarão se contrabalançando e o risco da carteira como um todo tenderá a ser mais baixo. A esta proteção que um ativo proporciona ao outro, de modo que o risco da carteira se reduza, chama-se em finanças de *hedging*. Em outras palavras, ativos de correlação negativa ( $\rho_{A,B} < 0$ ), estarão reduzindo o risco da carteira que compõem através do *hedging*.

A diversificação simples (*naive*) é aquela que não se preocupa com a correlação entre os ativos na composição da carteira. Neste caso os ativos são escolhidos aleatoriamente e embora reduzam o risco da carteira, o fazem de forma ineficaz, podendo ainda, prejudicar o retorno da carteira.

O exemplo<sup>8</sup> a seguir, ilustra a vantagem obtida na redução do risco, quando se combina ativos de correlação negativa: Seja um investimento de \$ 100 numa carteira com dois ativos, sendo \$60 em  $A$  e \$40 em  $B$ . Os retornos esperados dos ativos  $A$  e  $B$  são:  $r_A = 17,5\%$ ,  $r_B = 5,5\%$ . Suas variâncias são:  $\sigma_A^2 = 0,066875$ ,  $\sigma_B^2 = 0,013225$  e sua correlação e covariância são:  $\rho_{A,B} = -0,1639$  e  $\sigma_{A,B} = -0,004875$ . Substituindo-se estes valores nas **Equações 4 e 5**, tendo  $\sigma_m$  como a média ponderada dos desvios padrão de  $A$  e  $B$ , tem - se:

$$r = 0,6 \cdot 0,175 + 0,4 \cdot 0,055 = 0,127$$

$$\sigma^2 = 0,36 \cdot 0,066875 + 0,16 \cdot 0,013225 + 2 \cdot [0,6 \cdot 0,4 \cdot (-0,004875)] = 0,023851$$

portanto o desvio padrão desta carteira é:

$$\sigma = 0,1544$$

---

<sup>7</sup> A correlação é função da covariância que será mais utilizada no decorrer desta monografia. A equação matemática que relacionada estas grandezas é  $\sigma_{A,B} = \sigma_A \sigma_B \rho_{A,B}$ .

<sup>8</sup> Adaptado de Ross (1995)

por outro lado, a média ponderada dos desvios padrão dos ativos componentes desta carteira é:

$$\sigma_m = x_A \sigma_A + x_B \sigma_B = 0,6 \cdot 0,2586 + 0,4 \cdot 0,115 = 0,2012$$

Observa-se que o desvio padrão desta carteira ( $\sigma = 0,1544$ ) é menor que a média ponderada dos desvios padrão ( $\sigma_m = 0,2012$ ) dos ativos formadores  $A$  e  $B$ . Isto se deve à diversificação na formação da carteira. Se os dois ativos possuíssem correlação positiva, haveria menor benefício da diversificação, o que pode ser comprovado simplesmente observando a **Equação 5**.

Por exemplo, se na **Equação 5**, fosse substituído  $\rho_{A,B} = 1$ , ter-se-ia:

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 x_A^2 + \sigma_B^2 x_B^2 + 2\sigma_A \sigma_B x_A x_B = (x_A \sigma_A + x_B \sigma_B)^2 \quad (7)$$

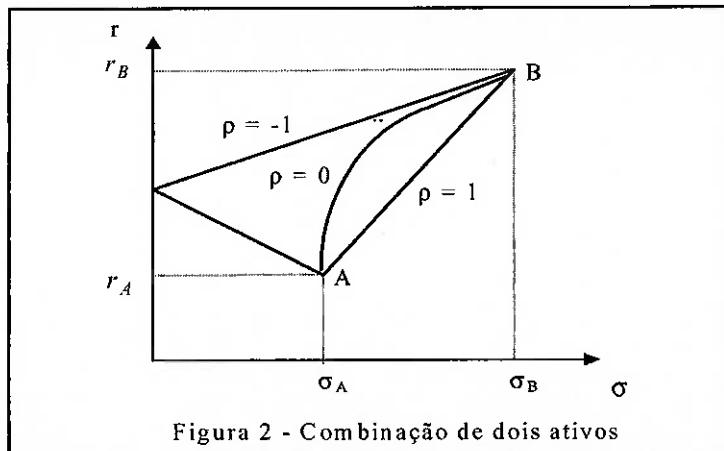
e portanto,

$$\sigma = (x_A \sigma_A + x_B \sigma_B) = \sigma_m \quad (8)$$

Ou seja, neste caso particular, o desvio padrão da carteira formada pelos ativos  $A$  e  $B$ , é igual a média ponderada dos desvios padrão dos ativos componentes desta carteira. Portanto, conclui-se que o desvio padrão do retorno de uma carteira será sempre menor que a média ponderada dos desvios padrão dos ativos que a compõem, com exceção de quando  $\rho_{A,B} = 1$ . Em outras palavras, a diversificação existe para quaisquer dois ativos  $A$  e  $B$ , desde que  $\rho_{A,B} < 1$ . Se  $\rho_{A,B} = 1$ , não há diversificação.

Outra observação importante que se faz sobre o efeito de diversificação, é que o mesmo se intensifica à medida que a correlação entre os ativos  $A$  e  $B$  se aproxima do valor teórico  $\rho_{A,B} = -1$ . Na **Figura 2**, a intensificação da diversificação pode ser visualizada com a crescente curvatura observada, partindo-se de  $\rho = 1$  (reta), até o limite extremo  $\rho = -1$ .

Graficamente, a carteira formada pelos ativos  $A$  e  $B$  fica assim representada:



$A$  e  $B$  são ativos individualmente considerados com seus respectivos retornos esperados e desvio padrão (risco) representados na **Figura 2** por:  $r_A, r_B$  e  $\sigma_A, \sigma_B$ . Qualquer proporção combinada dos ativos  $A$  e  $B$  formará uma carteira que poderá estar sobre uma das três curvas representadas ( $\rho_{A,B} = -1$ ,  $\rho_{A,B} = 0$  e  $\rho_{A,B} = 1$ ). Seus retornos e risco são diferentes daqueles individuais de  $A$  e  $B$ . Ou seja, em determinada proporção combinada de  $A$  e  $B$ , o retorno da carteira estará entre  $r_A$  e  $r_B$ , e o risco estará entre zero e  $\sigma_B$ , dependendo da correlação entre  $A$  e  $B$ .

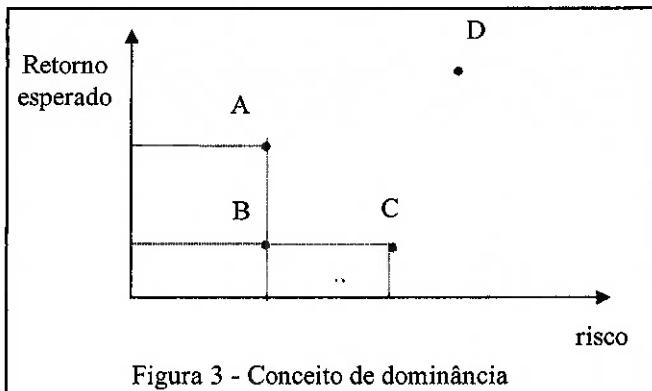
Na prática entretanto, a probabilidade de se encontrar dois ativos de correlação perfeitamente negativa (ou inversa) é quase nula. Portanto, a curva  $\rho = -1$  da **Figura 2** é na verdade um limite teórico. Consequentemente, consegue-se apenas a redução parcial do risco total de uma carteira, já que na prática a correlação entre ativos não chega a este limite e assim, o risco observado no eixo horizontal da **Figura 2** não chega a zero.

## 7.4 FRONTEIRA EFICIENTE

### 7.4.1 Conceito de Dominância

Para se entender a existência da fronteira eficiente é necessário conhecer o significado da dominância de um ativo (ou carteira de ativos) sobre outros ativos.

Dominância é a preferência que o investidor apresenta pelo investimento de maior retorno esperado para um mesmo nível de risco ou, inversamente, o menor risco para o mesmo retorno esperado.



Na **Figura 3** o ativo *B* domina o ativo *C*, pois apresenta menor risco para o mesmo retorno esperado. O ativo *A* domina o ativo *B*, já que apresenta maior retorno esperado para o mesmo nível de risco. Consequentemente, o ativo *A* também domina o ativo *C*, sendo portanto, o ativo preferido. Diz-se que os ativos *B* e *C* são dominados pelo ativo *A*. Contudo, nada se pode dizer sobre o ativo *D* que possui risco e retorno esperado maiores que *A*, *B* e *C*.

#### 7.4.2 Portfólios Dominantes de Markowitz

Segundo Goetzmann(1997), se na formação da carteira for usado um conjunto de ativos com proporções variadas, ao invés de serem iguais, os benefícios com a diversificação poderão ser maiores, apesar da matemática mais complexa no cálculo da variância da carteira. Se assim o fizer, encontra-se um conjunto de portfólios com o menor nível de risco para cada retorno e o mais alto retorno para cada nível de risco. Este conjunto de portfólios<sup>9</sup> que desonta, é chamado de *fronteira eficiente*. A fronteira eficiente é um conjunto de portfólios dominantes. Ou seja, para qualquer nível de risco, a fronteira eficiente identifica o portfólio de mais alto retorno para aquela classe de risco. A fronteira eficiente possui um número infinito de portfólios que correspondem às infinitas variações de aversão ao risco dos diferentes investidores.

Desta forma, define-se a fronteira eficiente como o lugar geométrico dos pontos referentes aos portfólios que não são dominados por outros.

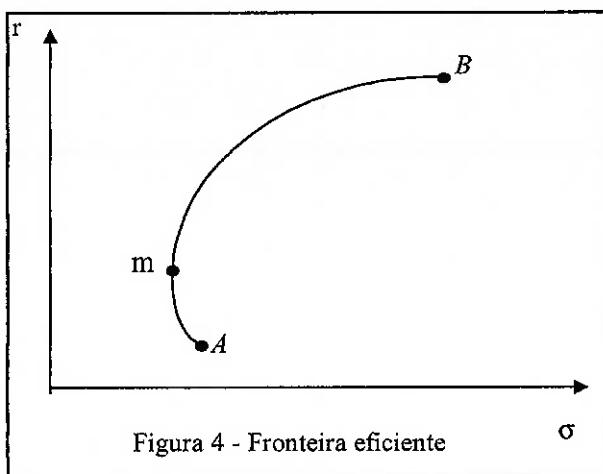
Algumas características básicas, importantes, da fronteira eficiente a serem lembradas, são apontadas por Goetzmann(1997):

- Sempre existe um portfólio de mínima variância, conforme representado pelo ponto *m* na **Figura 4**;

<sup>9</sup> Portfólio é sinônimo de carteira e também será usado nesta monografia para preservar o jargão utilizado por muitos estudiosos do assunto.

- O portfólio de máximo retorno é um ativo individual, embora por isto, também apresente alto risco;
- Qualquer ponto sobre a fronteira eficiente é crítico, isto é, representa um portfólio único e que se sair um ativo ou entrar um outro, este ponto mudará de posição;
- Não há ativos além da fronteira eficiente. Isto é, a fronteira eficiente é o limite factível de combinações de maior benefício retorno-risco.

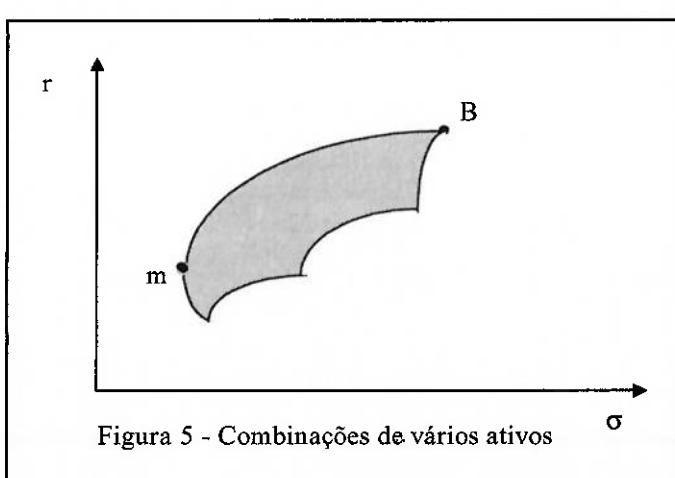
A fronteira eficiente pode ser visualizada com a **Figura 4** a seguir:



Ao observar a **Figura 4**, nota-se que:

- A curva entre  $m$  e  $B$  é conhecida como *conjunto eficiente* ou *fronteira eficiente*;
- $m$  representa a carteira (ou portfólio) de mínima variância ou de menor desvio padrão;
- O investidor poderia escolher qualquer carteira representada pelos pontos da curva  $AB$ , sendo que quanto maior o risco que estivesse disposto a correr, o ponto escolhido deveria estar mais próximo de  $B$ , tendo como recompensa um maior retorno;
- O investidor que for mais avesso ao risco deveria escolher o ponto  $m$ , tendo um retorno bem menor que aquele relativo ao ponto  $B$ ;
- As carteiras representadas pelos pontos entre  $A$  e  $m$  são dominadas pela carteira de mínima variância. Ou seja, oferecem maior risco e um retorno esperado inferior ao representado pela carteira de mínima variância;
- Um conjunto eficiente surge espontaneamente, quando se combina duas carteiras  $A$  e  $B$  que já são carteiras diversificadas. Por exemplo, se  $A$  corresponde a uma carteira de ações norte-americanas e  $B$  corresponde a outra carteira de ações

estrangeiras, qualquer proporção de combinação de  $A$  e  $B$  será uma carteira diversificada e pertencerá à fronteira eficiente, portanto, estará sobre a curva  $AB$  da **Figura 4**



Como os investidores geralmente possuem mais de dois títulos em sua carteira, a área da **Figura 5** representa todas as combinações possíveis de retorno esperado e desvio padrão de uma carteira. Por exemplo, qualquer ponto no interior desta área poderia representar uma carteira com 30, 40, 100 ativos. Assim, as combinações de ativos, que são infinitas, estão contidas nesta região limitada. O investidor naturalmente, irá desejar uma carteira representada por um ponto entre  $m$  e  $B$ , no limite superior da área, pois qualquer ponto abaixo desta curva seria dominado pelo ponto situado sobre a mesma.

O modelo de Markowitz (1952) mostra que a escolha do melhor portfólio em qualquer nível de risco é dado por três estatísticas simples: a média, o desvio padrão e a correlação. Infelizmente, o retorno médio histórico é uma estimativa pobre do retorno médio futuro e ao se acrescentar novos ativos, as correlações não são precisas. Isto pode comprometer o resultado do modelo. Apesar disso, o modelo serve de base para avaliar os riscos e retornos de ativos e tem evoluído muito com o uso do computador e a inclusão de novas variáveis em sua análise. Por exemplo, o retorno esperado de uma ação para o próximo período pode ser calculado utilizando um modelo computacional que leve em conta seu retorno médio obtido no passado e outras variáveis. Por exemplo, o *feeling* do investidor que dispõe de informações especiais de mercado ou informações privilegiadas sobre a ação, ou ativo em questão.

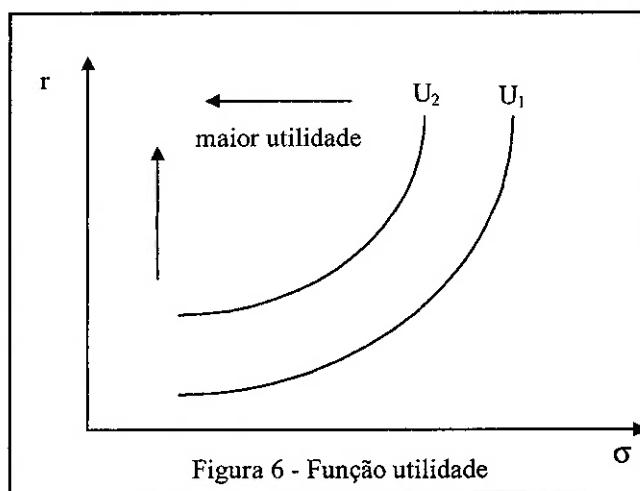
Segundo Ross (1995) existem vários tipos de *softwares* que calculam a fronteira eficiente, já que este trabalho envolve muitos cálculos num caso real. A tendência observada é que estes *softwares* incorporem as estatísticas do modelo de Markowitz e as informações de mercado disponíveis aos investidores.

#### 7.4.3 Função Utilidade

A decisão de investir entre dois ativos individuais, ou carteira de ativos, é função da relação retorno-risco proporcionada pelos dois ativos em questão. Ou seja, o investidor que estiver disposto a correr mais riscos, investirá no ativo mais arriscado, tendo como benefício, maior retorno em seu investimento.

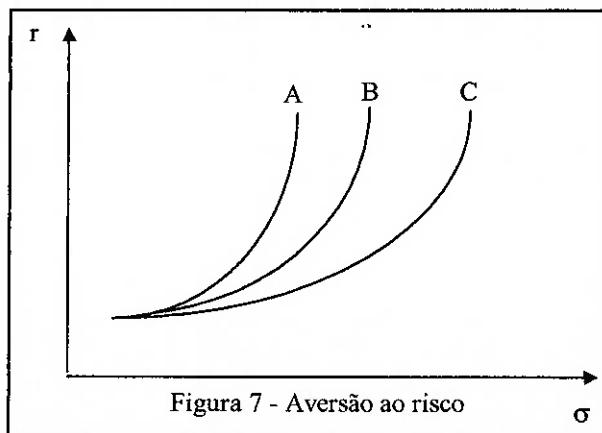
Segundo Bernstein (1997), o conceito de utilidade de Bernoulli transmite sentido de desejo, satisfação ou utilidade. Assim, os tomadores de decisões racionais tentarão maximizar a utilidade. Ele observa também, que a utilidade é inversamente proporcional à quantidade de bens ou riqueza possuídos pelo investidor. Ou seja, quanto maior a riqueza do investidor, menor satisfação lhe será proporcionada por um acréscimo desta.

Uma abordagem que modela a preferência do investidor é dada pelas curvas de iso-utilidades que expressam a relação retorno-risco no espaço bidimensional. As curvas de iso-utilidades representadas na **Figura 6** mostram que um aumento no retorno esperado, *ceteris paribus*, implica em aumento de utilidade do investidor. Inversamente, um aumento de risco, *ceteris paribus*, resulta em uma redução da utilidade.

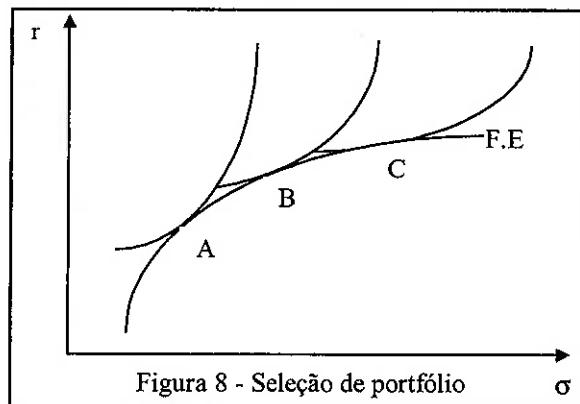


Um meio de se caracterizar as diferenças de aversão ao risco entre investidores é através da curvatura das linhas de iso-utilidades dos diferentes tipos de investidores como na **Figura 7**. A linha *A* representa a curva de iso-utilidade de maior aversão ao risco e a linha *C* representa a curva de menor aversão ao risco. Ou seja, em *A*, o investidor só irá aceitar um pequeno acréscimo na variabilidade (risco) do investimento, se o retorno correspondente for bem maior. Em *C*, para o mesmo acréscimo de risco, o investidor aceita um acréscimo de retorno menor que aqueles de *A* e *B* (Goetzmann, 1997).

Bernstein (1997) afirma que se todos os investidores avaliassem o risco exatamente da mesma forma, muitas boas oportunidades arriscadas seriam perdidas.



Aplicar esta metodologia na escolha de carteiras ou portfólios ótimos para cada investidor, considerando seu nível de aversão ao risco, é questão de buscar a tangência das linhas de iso-utilidades apresentadas na **Figura 7** anterior, com a fronteira eficiente, conforme **Figura 8**. O ponto de tangência *A* representa portfólio ótimo para o investidor mais avesso ao risco. O ponto de tangência *B* é um ótimo portfólio para investidor de aversão moderada ao risco e o portfólio *C* é ideal para o investidor menos avesso ao risco.



Segundo Goetzmann (1997), a maior dificuldade ao estimar a fronteira eficiente de modo preciso está no erro estatístico que cresce com o acréscimo de mais ativos na carteira. A dificuldade de identificar o portfólio tangente levou pesquisadores como William Sharpe a desenvolver a teoria chamada CAPM.

## 7.5 O MODELO *CAPITAL ASSET PRICING MODEL*

### 7.5.1 A Linha de Mercados de Capitais

Sharpe (1964) ampliou a conceituação da fronteira eficiente, permitindo a inclusão de ativos livres de risco ( $r_f$ ) e criando os *portfólios eficientes*. Os portfólios eficientes são aqueles que combinam uma carteira diversificada (com apenas o risco sistemático) com o ativo livre de risco. Na **Figura 9**, a linha reta tangente à fronteira eficiente no ponto  $M$ , partindo do ativo livre de risco, caracteriza um conjunto de portfólios eficientes. Ou seja, a inclusão na carteira sobre a fronteira eficiente de um ativo livre de risco  $r_f$ , que por definição não tem correlação com outros ativos, permite a formação da linha de mercado de capitais (*Capital market line - CML*). Assim, a linha de mercado de capitais é um conjunto de portfólios que combinam ativos com o menor risco possível para determinado nível de retorno e o ativo livre de risco  $r_f$ .

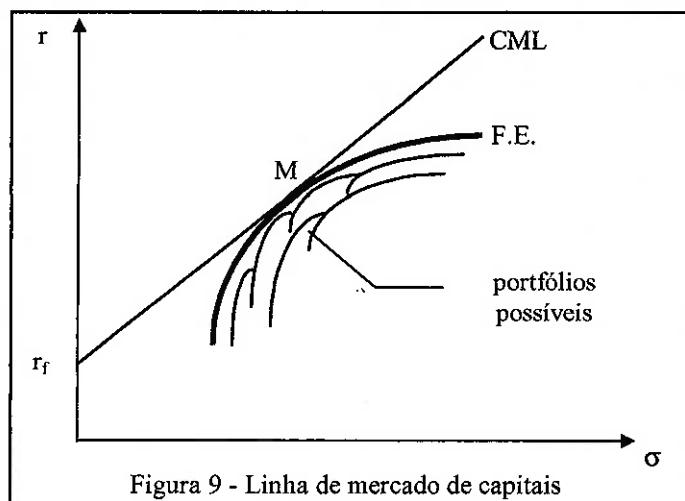
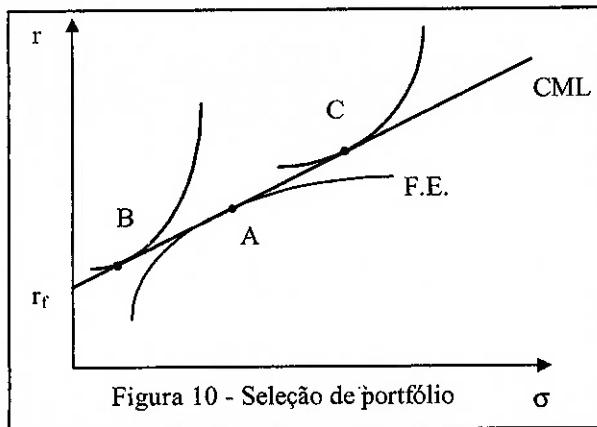


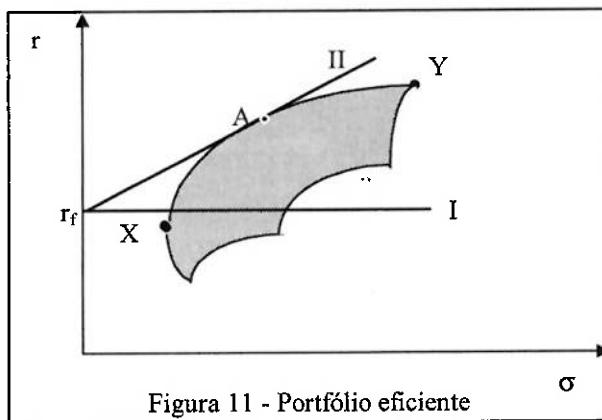
Figura 9 - Linha de mercado de capitais

Com a inclusão do ativo livre de risco  $r_f$ , a escolha do portfólio ótimo para cada tipo de investidor de maior ou menor aversão ao risco fica ainda mais fácil. Este portfólio será aquele de tangência entre as curvas de iso-utilidades (apresentadas na **Figura 7**) e a reta CML (**Figura 9**), conforme **Figura 10**. Nesta figura,  $A$  é o ponto de tangência da linha de mercado de capitais com a fronteira eficiente  $B$  e  $C$ , são respectivamente os pontos de tangência entre a CML e as curvas de iso-utilidades para aqueles investidores de maior e menor aversão ao risco.



O investidor típico tem aversão ao risco, ou no mínimo evita aqueles desnecessários, tal como o risco não sistemático de uma carteira de ativos. Este investidor somente aceitaria correr certo risco se fosse compensado com maiores retornos. Esta relação é satisfeita com o modelo CAPM, através de sua equação fundamental (**Equação 12**).

A **Figura 11** ilustra o investimento em aplicações que combinam uma carteira de ativos com risco e um ativo livre de risco, onde o ponto *A* representa uma carteira diversificada com apenas o risco sistemático.



Nota-se que o conjunto de oportunidades de combinações entre a carteira de ativos com risco (*A*) e o ativo livre de risco ( $r_f$ ) é dado pela reta II representada na **Figura 11**. Supondo que um investidor resolva tomar emprestado à taxa livre de risco e aplicar no ativo *A*, os pontos à direita de *A*, sobre a linha II, são atingidos. Ou seja, formam-se carteiras além do ponto *A*, tomando-se emprestado à taxa livre de risco para comprar mais de *A* do que seria possível apenas com recursos próprios. Assim, o investidor de acordo com sua maior ou menor aversão ao risco escolhe a carteira que melhor lhe convier sobre a reta CML. Sua

carteira escolhida será mais próxima de  $r_f$ , se tiver maior aversão ao risco. Será em  $A$ , ou à sua direita, conforme decresce esta aversão.

Observa-se que para qualquer carteira representada por pontos na linha I, sempre haverá outro ponto dominante na linha II (*linha de mercado de capitais - CML*).

Matematicamente, a consideração do ativo livre de risco na carteira de investimento (representada por  $A$ , na **Figura 11**), produz os seguintes resultados:

Como por definição o ativo livre de risco possui variabilidade nula ( $\sigma_{rf} = 0$ ), a **Equação 5.** ficaria reduzida a:

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 x_A^2 + \sigma_{rf}^2 x_{rf}^2 = \sigma_A^2 x_A^2 \quad (9)$$

Ou seja, o risco da carteira com a inclusão do ativo livre de risco depende apenas do risco da carteira  $A$  e de sua proporção na nova carteira então formada.

Já o retorno deste investimento seria dado pela **Equação 10:**

$$r = x_A r_A + x_{rf} r_f \quad (10)$$

Pode-se inclusive, conforme visto anteriormente, emprestar-se à taxa livre de risco, aplicando os recursos obtidos na compra de mais ativos  $A$ . Isto equivale a fazer  $x_{rf} < 0$  e  $x_A > 1$  na

**Equação 10**, desde que  $x_A + x_{rf} = 1$ . Consequentemente aumenta-se o retorno e também o risco da carteira, atingindo-se portfólios além do ponto  $A$  na **Figura 11**. Ou seja, obtém-se investimentos que se adequam a investidores menos avessos ao risco.

### 7.5.2 A Hipótese de Expectativas Homogêneas

As estimativas de diferentes investidores sobre variáveis como: retornos esperados, variâncias e covariâncias entre ativos são obviamente distintas entre si. Entretanto, estas estimativas não devem diferir muito umas das outras, já que a maioria das fontes de informações em que se baseiam estão publicamente disponíveis. Embora isto não seja absolutamente verdadeiro, os economistas consideram que os investidores possuem as mesmas estimativas dessas variáveis, o que se torna uma hipótese simplificadora bastante útil nas análises e recebe o nome de *hipótese de expectativas homogêneas*. Assim, todos investidores teriam a mesma fronteira eficiente XAY da **Figura 11**, a mesma taxa livre de

risco ( $r_f$ ) e possuiriam a mesma carteira  $A$  de ativos com risco. Portanto segundo esta hipótese, a linha de mercado de capitais (reta II) representaria aproximadamente, os investimentos antes ou após  $A$ , conforme menor ou maior aversão ao risco por parte do investidor.

#### 7.5.3 A Carteira de Mercado

A carteira de mercado é aquela que contém todos os ativos existentes, ponderados pelo seu valor de mercado. Sendo assim, um índice amplo de mercado (por exemplo, o S&P500) é um bom representante para esta carteira de mercado, pois se aproxima o suficiente da carteira teórica de mercado. No caso do mercado brasileiro de capitais, índices como FGV-100 ou Ibovespa poderiam ser utilizados, embora seja questionável sua representatividade. Deste modo, o coeficiente beta de um ativo componente da carteira de mercado é uma medida razoável da contribuição de risco para esta carteira. Isto é,  $\beta_i$  é a medida da contribuição do título  $i$  ao risco da carteira de mercado.

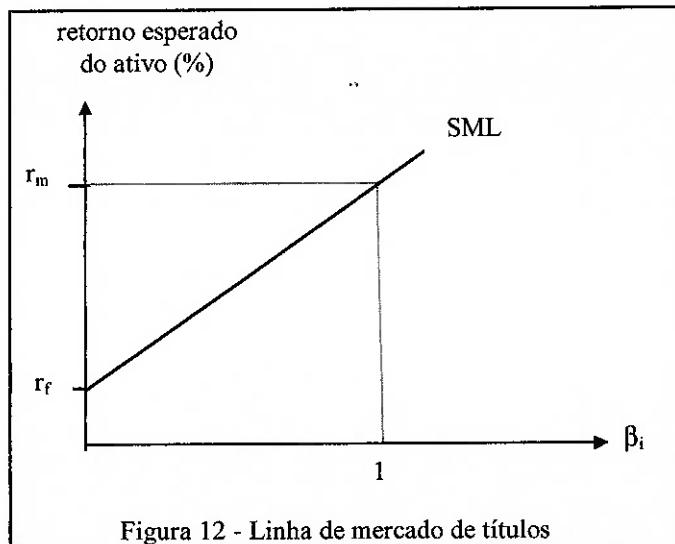
Uma propriedade útil de beta, é que o somatório do beta de todos os títulos ponderado pela sua proporção de valor de mercado é igual a 1, conforme visto na **Equação 2** Ativos com  $\beta > 1$  contribuem para aumentar o risco de uma carteira, pois são mais sensíveis aos movimentos de mercado. Por outro lado, ativos com  $\beta < 1$  contribuem para reduzi-lo. Embora a existência de ativos com betas negativos seja virtualmente improvável, estes ativos funcionariam como seguros ou *hedges*, reduzindo o risco de uma carteira ampla e bem diversificada, já que teriam um bom desempenho quando o mercado estivesse em queda, e vice-versa (Ross, 1995). Na prática porém, os investidores possuem carteiras distintas e razoavelmente diversificadas.

#### 7.5.4 A Linha de Mercado de Títulos (SML)

O modelo CAPM foi criado para relacionar riscos e retornos de ativos e carteira de ativos, sendo que numa carteira diversificada, o coeficiente beta é que é a medida apropriada do risco na carteira. Isto é, relacionar beta de ativos com o seu retorno é equivalente a relacionar riscos com retornos. Esta relação risco x retorno é dada pela reta SML (conforme **Figura 12**), que representa então, o modelo CAPM.

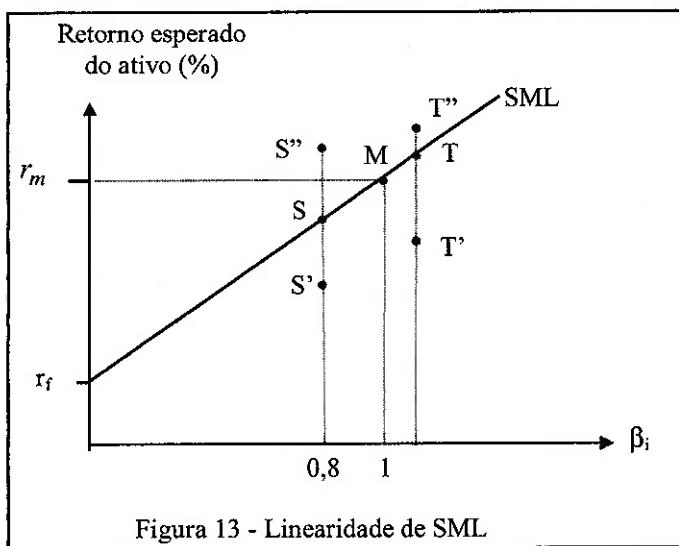
Deve-se observar contudo que enquanto a reta CML relaciona retorno esperado e desvio padrão de carteiras, SML relaciona o retorno esperado com os betas de carteiras e títulos (Ross, 1995).

Graficamente:



#### 7.5.5 Ascendência e Linearidade de SML

Ao se observar a **Figura 12** anterior, nota-se que a função utilizada para exprimir a relação risco x retorno de ativos no modelo CAPM é uma reta ascendente. A **Figura 13** ajuda a compreensão da ascendência e linearidade da curva SML.



Observando a **Figura 13**, tem-se que:

- O retorno esperado de um título com  $\beta = 0$  é dado pela taxa livre de risco  $r_f$  e não representa risco relevante para a carteira de mercado.
- Como consequência da **Equação 2**, a carteira de mercado tem  $\beta = 1$ . Assim, todos os títulos com  $\beta = 1$ , têm o mesmo retorno esperado da carteira de mercado ( $r_m$ ).

- Por intuição de que com riscos maiores ( $\beta > 1$ ) tem-se retornos esperados também maiores, espera-se que a curva relacionando retorno e risco de ativos seja ascendente. Isto é, quanto maior o seu risco, maior será seu retorno.
- A linearidade de SML pode ser intuitivamente entendida partindo-se do pressuposto de que o retorno de um ativo é inversamente proporcional ao seu preço, conforme **Equação 11**:

$$r = \frac{\Delta I + d}{I} \quad (11)$$

onde:  $I$  é o investimento ou preço do ativo,  $\Delta I$  é a variação de preço do ativo no período considerado e  $d$  é o dividendo pago pelo ativo. Ou seja, na **Figura 13**, supondo dois títulos  $S'$  e  $T'$ , uma carteira  $S$ , formada de 20% de ativo livre de risco e 80 % de um ativo com beta igual a 1, dominaria o título  $S'$ . Isto ocorre porque para o mesmo nível de risco ( $\beta = 0,8$ ), apresenta maior retorno. Com a maior procura por  $S$  (de maior retorno), o preço de mercado do título  $S'$  (concorrente de mesmo nível de risco e de menor retorno) seria reduzido imediatamente. Assim, o denominador da **Equação 11** ficaria menor, aumentando o retorno  $r$  do título, até que se atingisse o equilíbrio sobre a reta SML. Por outro lado, se existisse o título  $S''$  de maior retorno para o mesmo nível de risco, sua procura seria maior, elevando consequentemente seu preço de mercado. Neste caso, ocorre o efeito contrário. Isto é, o denominador da equação seria maior, reduzindo o retorno  $r$  do título, até que se atingisse o equilíbrio sobre a reta SML (em  $S$ ). O mesmo mecanismo de ajuste do mercado acontece aos títulos  $T'$  e  $T''$  com relação à carteira  $T$  de beta maior que 1. Enfim, tanto os títulos *subavaliados* ( $S''$  e  $T''$ ), quanto os *superavaliados* ( $S'$  e  $T'$ ), no equilíbrio, situam-se sobre a reta SML por ajustes naturais do mercado.

A equação fundamental do CAPM, **Equação 12**, é portanto, a equação da reta SML:

$$r_i = r_f + \beta_i(r_m - r_f) \quad (12)$$

O retorno de um ativo com risco pertencente à carteira é calculado como sendo a soma do retorno atual de um ativo livre de risco, componente da carteira, mais o fator beta do ativo,

multiplicado pelo *prêmio pelo risco*, que é a diferença entre o retorno histórico médio desta carteira, menos o retorno histórico do ativo livre de risco.

O CAPM é o modelo predominante usado para se estimar retorno e risco de ativos (Goetzmann, 1997), os pressupostos básicos do modelo CAPM são:

- Os investidores maximizam sua utilidade dentro do contexto de um único período;
- O mercado de capitais é perfeitamente competitivo, ou seja, considera-se a inexistência de taxas, comissões e outros custos de transação; os ativos são divisíveis e suas quantidades predeterminadas e nenhum investidor é capaz de promover alterações nos preços dos ativos;
- Há a existência do título sem risco, isto é, os investidores podem tomar emprestado a uma taxa equivalente ao retorno deste título;
- Há expectativas homogêneas de investidores com relação aos retornos esperados de ativos, suas variâncias e covariâncias;
- Todos os investidores analisam os portfólios com base em seu retorno esperado e variância;
- Os investidores são considerados avessos ao risco, *ceteris paribus*.

Conforme comentado por Goetzmann (1997), as suposições feitas para o modelo CAPM implicam em um portfólio teórico na fronteira eficiente que terá um mix de valores ponderando todos os ativos do mundo. Este *portfólio eficiente* se mostrou muito próximo de um portfólio já existente na época do desenvolvimento do CAPM, que é o portfólio das ações das maiores empresas americanas, ou seja, o índice S&P 500.

#### 7.5.6 A Base Teórica do CAPM

Ross, no artigo *Finance* citado por Goetzmann (1997), mostra a base teórica da especificação do CAPM, que se desenvolve a seguir:

Supondo-se que um investidor com a carteira de mercado  $m$  deseje comprar uma pequena quantia  $dx$  do ativo  $A$ , financiando esta compra com empréstimos à taxa livre de risco. Isto aumentará o retorno da carteira de mercado de  $dr_m$ . Ou seja, a partir da **Equação 10**, tem-se:

$$dr_m = (r_A - r_f)dx \quad (13)$$

onde:  $dx$  é uma pequena variação na proporção de um ativo.

Este investimento também aumenta a variância da carteira de mercado (**Equação 5**) de  $d\sigma^2$ , conforme **Equação 14**.

$$d\sigma^2 = 2dx\sigma_{A,m}x_m + (dx)^2\sigma_A^2 \quad (14)$$

Como  $dx$  é considerado muito pequeno e a proporção da carteira de mercado é muito maior ( $x_m$  é próximo de 1), pode-se simplificar  $d\sigma^2$ , conforme a **Equação 15** a seguir:

$$d\sigma^2 = 2dx\sigma_{A,m} \quad (15)$$

A relação retorno-risco com o acréscimo do ativo  $A$  é obtida então, dividindo-se a **Equação 13** por **15**:

$$\frac{dr_m}{d\sigma^2} = \frac{(r_A - r_f)dx}{2dx\sigma_{A,m}} = \frac{(r_A - r_f)}{2\sigma_{A,m}} \quad (16)$$

Se o ativo  $A$  estiver em equilíbrio, i.e., sobre SML, poderá aumentar a inclinação do portfólio de mercado (alavancagem). Caso contrário, o ativo  $A$  seria dominado por um outro portfólio  $P$ , cuja relação risco-retorno seria a mesma **Equação 16**, onde substitui-se o ativo  $A$  pelo portfólio  $P$ , conforme **Equação 17**:

$$\frac{dr_m}{d\sigma^2} = \frac{(r_P - r_f)}{2\sigma_{P,m}} \quad (17)$$

Se  $P$  é um portfólio de mercado, pode-se reescrever a **Equação 17**, substituindo  $P$  por  $m$  (mercado) conforme a **Equação 18**, lembrando que a covariância de um ativo consigo mesmo é igual a sua variância.

$$\frac{dr_m}{d\sigma^2} = \frac{(r_P - r_f)}{2\sigma_{P,m}} = \frac{(r_m - r_f)}{2\sigma_m^2} \quad (18)$$

Igualando-se as **Equações 16 e 18**, tem-se que:

$$\frac{(r_A - r_f)}{2\sigma_{A,m}} = \frac{(r_m - r_f)}{2\sigma_m^2} \quad (19)$$

rearranjando, obtém-se:

$$r_A - r_f = \left( \frac{\sigma_{A,m}}{\sigma_m^2} \right) (r_m - r_f) \quad (20)$$

onde a primeira parcela multiplicativa do segundo membro foi definida como sendo o coeficiente beta  $\beta$  do ativo considerado (conforme a **Equação 1**). Fazendo a substituição de beta na equação anterior, tem-se a equação fundamental do CAPM (**Equação 12**):

$$r_i = r_f + \beta_i (r_m - r_f) \quad (12)$$

Este retorno esperado do ativo  $i$  é aquele que os investidores exigiriam quando o preço deste ativo estivesse no equilíbrio descrito pelo modelo CAPM. Ou seja, para qualquer investimento, o CAPM alega que a taxa apropriada para descontar seu fluxo de caixa é a mesma taxa de retorno que os investidores de mercado exigiriam para incluir um ativo de risco equivalente em seus portfólios.

Como a **Equação 4** do CAPM fornece o retorno esperado de um ativo e raramente o que realmente ocorre é igual ao esperado, pode-se reescrever a **Equação 12**, adicionando-se um erro aleatório  $\varepsilon_i$  específico ao ativo  $i$ , conforme **Equação 21**

$$r_i = r_f + \beta_i (r_m - r_f) + \varepsilon_i \quad (21)$$

Esta componente aleatória e específica do ativo  $i$  em questão, nada mais é que a parcela de risco não sistemático deste ativo.

## 8 RESULTADOS PRINCIPAIS

### 8.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Conforme mencionando na parte introdutória, o objetivo deste trabalho é aplicar a técnica de Markowitz para estabelecer a alocação ótima da carteira de seguros automóvel de uma determinada Companhia de Seguros nas diferentes Unidades Federativas do país; a pergunta que se procura responder é a seguinte: é possível utilizar técnicas de gestão de risco do mercado financeiro, neste caso a teoria de Markowitz, em segmentos não financeiros? será que a seleção de carteira de Markowitz pode ser utilizada como uma ferramenta para tomada de decisão quando se procura uma melhor alternativa de investimento para um determinado serviço ou produto do ponto de vista operacional; i.e, o que ou quanto produzir ou comercializar sob determinados cenários?

Ao longo deste capítulo vamos descrever passo a passo como foi desenvolvido o trabalho, desde a obtenção das variáveis que foram utilizadas até a construção da fronteira eficiente, objetivo principal desta dissertação.

Para elaboração deste trabalho, utilizamos as informações da Sul América Seguros, uma das mais rentáveis e eficientes seguradoras brasileiras. A escolha por esta Empresa deve-se ao fato desta Companhia possuir uma grande rede de distribuição do seguro de automóvel ao longo de praticamente todo o país; o que é importante para que tenhamos um leque maior de alternativas de investimento; dado que, como salientado anteriormente, o objetivo é encontrar a alocação ótima do seguro de automóvel nos diferentes Estados da Federação.

### 8.2 ANALOGIA COM O MERCADO FINANCEIRO

Para poder “encaixar” a teoria de Markowitz neste segmento, efetuou-se a seguinte adaptação (de/para) de conceitos:

Mercado Financeiro	=	Mercado Segurador
Ação	=	Produto Automóvel
Retorno da Ação	=	(1 – (Sinistro Retido / Prêmio Ganho)) ou lucro
Carteira de Ações	=	Carteira de produtos

Talvez o destaque mais importante nesta analogia seja a variável escolhida para significar o retorno da ação; o índice utilizado foi a sinistralidade do seguro de automóvel em cada UF subtraído de 1. O termo sinistralidade é um dos índices mais importantes e mais monitorados no segmento de seguro e quer dizer basicamente o percentual da receita destinada ao pagamento do sinistro de um determinado produto e/ou carteira do segmento. A expressão sinistralidade é uma fração onde temos no numerador o total de sinistro indenizado pela Cia (custos) e no denominador o total de prêmio arrecadado (receitas); ao dividir o sinistro pelo prêmio temos um índice do tipo “quanto menor melhor”; i.e, este índice indica o montante da receita da seguradora comprometida com o sinistro; daí o motivo de extrair 1 deste índice para termos a outra parte da equação que seria a parte não comprometida ou lucro.

### 8.3 BASE HISTÓRICA DE RETORNOS OU SINISTRALIDADE -1

A base histórica deste índice foi extraída o site da SUSEP, conforme citado anteriormente, Órgão que supervisiona o mercado de seguros no Brasil. A base é composta por uma série histórica mensal de Jan/08 a Dez/09 conforme segue tabela da página seguinte (página 42).

Os Estados AC,AP,RR e TO foram extraídos desta análise dada a pequena produção da Sul América nestas praças.

De posse destes retornos históricos foram calculadas as medidas de média, variância e desvio padrão para cada uma das Unidades de Federação no período. Observando isoladamente cada Estado o maior e o menor retorno são Maranhão (68,35%) e Mato Grosso (9,01%) respectivamente; enquanto que a maior e a menor variância (risco) são Mato Grosso (0,313) e Pernambuco (0,01) respectivamente. Nota-se que Mato Grosso é o Estado com pior desempenho de forma isolada: possui o menor retorno e o maior risco associado e Pernambuco é o Estado com menor coeficiente de variação (risco/média).

TABELA 4 - LUCRO BRUTO DA CARTEIRA DE SEGURO AUTOMÓVEIS DA SUL AMÉRICA SEGUROS

Mês/Ano	AL	AM	BA	CE	DF	ES	GO	MA	MG	MS	MT	PA	PB	PE	PI	PR	RJ	RN	RO	SC	SE	SP	TOTAL	
Jan/08	0,834	0,414	0,463	0,462	0,357	0,416	0,423	0,636	0,405	0,092	-0,008	0,843	0,455	0,430	0,705	0,353	0,299	0,530	0,663	0,397	0,208	0,385	0,276	0,340
fev/08	0,140	0,513	0,402	0,607	0,390	0,441	0,389	0,688	0,499	-0,297	-0,907	0,173	0,609	0,408	0,366	0,408	0,297	0,548	0,406	0,332	0,305	0,225	0,264	0,327
mar/08	0,279	0,361	0,253	0,331	0,475	0,356	0,264	0,490	0,187	-0,109	-1,288	0,335	0,536	0,440	0,447	0,606	0,215	0,495	0,056	0,396	0,518	0,571	0,201	0,307
abr/08	0,687	0,019	0,396	0,414	0,387	0,492	0,473	0,940	0,208	0,146	-0,861	0,340	0,586	0,367	0,641	0,383	0,337	0,409	0,428	0,370	0,207	0,904	0,324	0,343
mai/08	0,662	0,254	0,396	0,372	0,372	0,735	0,594	0,544	0,545	0,315	-0,018	0,354	0,811	0,457	0,426	0,148	0,436	0,453	0,498	0,317	0,316	0,561	0,267	0,360
jun/08	0,656	0,641	0,345	0,287	0,405	0,764	0,495	1,145	0,264	-0,248	0,148	0,605	0,446	0,426	0,298	0,232	0,354	0,322	0,634	0,277	0,409	0,677	0,308	0,346
jul/08	0,243	0,414	0,176	0,255	0,323	0,209	0,446	0,827	0,178	0,199	0,008	0,397	0,618	0,541	0,401	0,055	0,373	0,375	0,190	0,227	0,159	0,620	0,159	0,251
ago/08	-0,095	0,483	0,164	0,458	0,115	0,162	0,241	0,901	0,357	-0,134	-0,875	0,527	0,404	0,418	0,482	0,296	0,513	-0,007	0,664	0,129	0,243	-0,302	0,081	0,291
set/08	0,521	0,107	0,184	0,492	0,167	0,427	0,196	0,795	0,150	-0,046	0,644	0,544	0,614	0,160	0,374	0,156	0,243	0,640	0,365	-0,684	0,162	-0,555	0,134	0,159
out/08	-0,037	0,036	0,000	0,345	0,279	0,360	0,209	0,606	-0,021	-0,104	0,376	0,499	-0,168	0,423	0,335	-0,045	0,355	0,425	0,238	0,125	0,211	0,385	0,301	0,253
nov/08	-0,153	0,109	-0,041	0,166	-0,191	0,423	0,317	0,334	0,177	-0,367	0,389	0,446	0,320	0,405	0,667	-0,010	0,264	0,838	0,383	0,201	0,030	0,568	0,237	0,211
dez/08	0,407	0,563	0,121	0,431	0,478	0,648	0,595	0,679	0,483	0,436	0,569	0,657	0,587	0,504	0,500	0,389	0,506	0,459	0,560	0,498	0,122	-0,210	0,421	0,438
Jan/09	0,277	0,582	0,121	0,538	0,403	0,519	0,425	0,737	0,289	0,364	0,433	0,626	0,572	0,558	0,077	0,149	0,367	0,867	0,316	0,352	0,075	0,354	0,294	0,311
fev/09	-0,292	0,734	0,370	0,540	0,329	0,540	0,426	0,638	0,443	0,410	0,494	0,595	0,445	0,411	0,556	0,337	0,324	0,704	0,294	0,378	-0,152	0,742	0,186	0,313
mar/09	0,655	0,468	0,365	0,530	0,444	0,655	0,484	0,585	0,395	0,309	0,551	0,410	0,243	0,300	0,484	0,484	0,385	0,682	0,506	0,207	0,258	0,886	0,300	0,373
abr/09	0,593	0,809	0,282	0,400	0,330	0,483	0,525	0,694	0,610	0,440	0,509	0,415	0,411	0,508	0,677	0,411	0,336	0,719	0,572	0,473	0,126	1,048	0,424	0,415
mai/09	0,501	0,255	0,211	0,442	0,463	0,480	0,584	0,543	0,749	0,155	0,552	0,914	0,583	0,014	0,316	0,570	0,418	0,336	0,276	0,464	0,313	0,452	0,458	
jun/09	0,235	0,510	0,472	0,510	0,611	0,631	0,731	0,476	0,469	0,542	0,659	0,712	0,639	0,748	0,342	0,507	0,781	0,647	0,405	0,350	0,225	0,473	0,486	
jul/09	0,551	0,581	0,399	0,463	0,426	0,353	0,539	0,944	0,515	-0,007	0,122	0,667	0,289	0,522	0,390	0,216	0,499	0,604	0,331	0,399	0,279	0,874	0,416	0,432
ago/09	0,053	0,784	0,386	0,287	0,268	0,342	0,262	0,859	0,477	0,219	0,672	0,512	0,077	0,405	0,524	0,272	0,596	0,593	0,744	0,267	0,153	0,611	0,407	0,436
set/09	0,692	0,438	0,212	0,573	0,484	0,164	0,467	0,685	0,441	0,304	-0,647	0,392	0,080	0,609	0,574	0,279	0,380	0,615	-0,156	0,243	0,170	0,766	0,340	0,355
out/09	0,266	0,057	0,405	0,535	0,224	0,104	0,383	0,457	0,510	0,564	0,467	0,633	0,533	0,512	0,118	0,492	0,462	-0,009	0,481	0,354	0,196	0,454	0,449	0,430
nov/09	-0,046	0,907	0,389	0,358	0,341	0,172	0,391	0,121	0,371	0,244	0,367	0,544	0,058	0,432	0,326	0,301	0,435	0,424	0,102	0,421	0,484	-0,711	0,382	0,389
dez/09	0,628	0,894	0,686	0,549	0,438	0,454	0,539	0,784	0,602	0,642	0,321	0,877	0,307	0,627	0,339	0,595	0,705	0,605	0,583	0,622	0,581	-0,002	0,608	0,622
MÉDIA	0,351	0,461	0,303	0,420	0,341	0,429	0,425	0,684	0,379	0,191	0,0901	0,533	0,436	0,470	0,441	0,299	0,404	0,521	0,410	0,291	0,255	0,391	0,321	0,360
VARIÂNCIA	0,082	0,066	0,026	0,014	0,022	0,031	0,015	0,044	0,026	0,088	0,313	0,025	0,062	0,010	0,036	0,027	0,014	0,046	0,046	0,054	0,021	0,203	0,015	0,009
DESVIO PADRÃO	0,286	0,258	0,163	0,118	0,148	0,177	0,121	0,209	0,162	0,296	0,559	0,157	0,248	0,100	0,189	0,165	0,119	0,214	0,233	0,145	0,121	0,096	0,121	0,096

## 8.4 CÁLCULO DA COVARIÂNCIA E CORRELAÇÃO DOS RETORNOS

Nas páginas seguintes ( páginas 44 e 45) calculou-se a covariância e a correlação entre os retornos em cada Estado que serão utilizados no cálculo da Carteira de Mínima Variância ( para cálculo destas medidas usou-se o suplemento “ferramentas de análises de dados” do *software Microsoft Excel* ).

## 8.5 OTIMIZAÇÃO DE INVESTIMENTOS

Com as variáveis calculadas acima já temos os “insumos” necessários para o cálculo da Carteira de Mínima Variância de acordo com o Modelo de Markowitz; i.e, qual é a composição ótima de produção nos Estados de forma a maximizar o lucro e minimizar o risco. Para a resolução deste problema de otimização foi utilizado o suplemento *solver* do *software Microsoft Excel*. Abaixo algumas passagens intermediárias que foram utilizadas com intuito de preparar a planilha para utilização do *solver*:

Etapa a) Matriz de pesos: células que armazenam a composição da carteira de acordo com a otimização que se deseja calcular; no caso deste trabalho, será a distribuição da carteira nos Estados da Federação. Foram utilizadas as seguintes restrições quanto à distribuição de produção nos estados (condições de contorno):

- a) não existe posição vendida; assume-se que não há produção negativa;
- b) a soma da participação de produção é 1; isto é, considera-se que será usado 100% da força produtiva;
- c) participação/share mínimo de 20% das vendas no Estado de São Paulo. Esta restrição deve ao fato de haver uma forte concentração da renda nacional neste Estado; o fato da Sul América já possuir nesta praça cerca de 1/3 da sua produção atual, e, principalmente, o fato dos demais Estados, eventualmente, possuir um limite de demanda para este tipo de seguro.

TABELA 7 - PESOS (W)

SOMA	AL	AM	BA	CE	DF	ES	GO	MA	MG	MS	MT	PA	PB	PE	PI	PR	RJ	RN	RO	RS	SC	SE	SP
1	0,0%	0,0%	0,0%	20,6%	0,0%	0,0%	0,0%	6,2%	0,0%	0,0%	1,7%	0,9%	7,3%	9,9%	15,3%	0,0%	0,0%	1,5%	0,0%	0,0%	16,2%	0,3%	20,0%

TABELA 5 - MATRIZ DE VARIÂNCIA/COVARIÂNCIA

	AL	AM	BA	CE	DF	ES	GO	MA	MG	MS	MT	PA	PB	PE	PI	PR	RI	RN	RO	RS	SC	SE	SP	TOTAL	
AL	0,03182	0,00237	0,02106	0,01104	0,02117	0,02062	0,01814	0,02288	0,01238	0,01801	-0,0062	0,00727	0,01207	0,00241	0,01163	0,01548	-0,00276	0,00916	0,00609	0,00241	0,0478	0,00616	0,0062		
AM	0,00237	0,00637	0,01748	0,00325	0,01423	0,00498	0,01105	0,00386	0,02453	0,02444	0,02968	0,01068	-0,00752	0,00915	0,00333	0,0142	0,0125	0,01303	0,00877	0,02814	0,011	-0,01085	0,01067	0,0132	
BA	0,02116	0,01748	0,02643	0,00768	0,01185	0,00444	0,00938	0,00493	0,01636	0,01911	0,00551	0,00741	0,00586	0,00436	0,0027	0,01709	0,00667	0,01237	0,01605	0,01239	0,00249	0,01018	0,01018	0,011	
CE	0,01314	0,00325	0,01385	0,00624	-0,0007	0,00238	0,00289	0,00561	0,0073	-0,00543	0,00132	-0,00033	0,00131	0,00148	0,00862	0,00114	0,02126	-0,00014	0,01226	0,00126	-0,00508	0,00227	0,00227	0,00227	
DF	0,02117	0,01423	0,01185	0,00624	0,02187	0,00794	0,01054	0,00696	0,00877	0,0204	-0,0121	0,00193	0,00654	0,00747	-0,00564	0,01189	0,00413	0,02256	-0,00388	0,01475	0,00974	0,0099	0,00753	0,00772	
ES	0,02062	0,00498	0,00444	-0,0007	0,00734	0,0007	0,00952	0,01105	0,03361	0,03211	0,02565	-0,00051	0,01666	-0,00013	0,00481	0,00893	-0,00127	0,01579	0,0162	0,00432	0,00138	0,0174	0,00242	0,00226	
GO	0,01814	0,01105	0,00938	0,00238	0,01054	0,01105	0,01472	0,00351	0,01215	0,0194	0,01167	0,00429	0,0115	0,00785	0,00285	0,00512	0,00518	0,00544	0,00496	0,01675	0,00307	0,01508	0,00818	0,00734	
MA	0,02288	0,00386	0,00493	0,00289	0,00696	0,00852	0,00351	0,04372	-0,00046	-0,00907	-0,01496	0,00526	0,00683	-0,00066	0,00204	-0,00204	-0,00147	0,00401	-0,00386	0,01731	-0,00577	-0,00259	0,0247	-0,00126	0,00211
MG	0,01238	0,02444	0,01636	0,00661	0,00877	0,00361	0,01215	-0,00046	0,02614	0,02915	0,01398	0,0044	0,00981	0,0089	-0,00011	0,01427	0,0134	0,01127	0,01196	0,01937	0,00518	0,00559	0,01164	0,01164	0,01164
MS	0,01801	0,02453	0,01911	0,0073	0,0204	0,00321	0,0194	-0,00907	0,02915	0,08287	0,05732	0,01792	0,01855	0,01787	-0,01196	0,01905	0,01997	0,02274	0,00447	0,02572	0,00601	0,00221	0,02224	0,01932	
MT	-0,0062	0,02968	0,00051	-0,00543	-0,0121	0,02565	0,01167	-0,01496	0,01398	0,06732	0,31251	0,04336	-0,01904	0,00348	-0,00835	-0,02311	0,01759	0,00406	0,03922	-0,01344	-0,02214	-0,02648	0,02521	0,01049	
PA	0,00777	0,01068	0,00741	0,00132	0,00193	-0,00051	0,00429	0,00526	0,0044	0,01792	0,04436	0,02468	-0,00105	0,00476	-0,00293	0,00109	0,00845	-0,00066	0,01101	0,00662	0,02114	-0,01849	0,00708	0,00603	
PB	0,01207	-0,00752	0,00586	-0,00093	0,00554	0,01666	0,01115	0,00683	0,00981	0,01555	-0,01904	-0,00106	0,016155	0,00148	-0,00844	0,00677	-0,00143	0,00279	0,01118	-0,00116	0,03116	-0,00335	-0,00247	0,00996	
PE	0,00241	0,00815	0,00436	0,0131	0,00747	-0,00013	0,00785	-0,00056	0,00809	0,01787	0,00348	0,00476	0,00148	0,00997	-0,00222	0,00405	0,00521	0,02223	-0,00147	0,01159	0,00334	0,01152	0,00744	0,00654	
PI	0,01163	0,00033	0,00227	0,00448	-0,00364	0,00481	0,00285	0,00204	-0,00111	-0,01196	-0,00855	-0,00293	-0,00844	0,00222	0,03575	0,00127	-0,00448	0,01398	0,00805	0,00429	0,00429	-0,00725	0,02154	-0,00334	-0,00334
PR	0,01548	0,01462	0,01709	0,00652	0,01189	0,00083	0,00512	-0,00147	0,01427	0,01905	-0,02311	0,00109	0,00677	0,00405	0,00127	0,02721	0,00467	-0,00471	0,00606	0,01715	0,01176	0,00108	0,00773	0,00951	
RI	-0,00276	0,0125	0,00867	0,00114	0,00413	-0,00127	0,00518	0,00401	0,01134	0,01997	0,01759	0,00845	-0,00143	0,00621	-0,00448	0,00467	0,01147	-0,015613	0,0098	0,01016	0,00544	-0,01048	0,00857	0,00914	
RN	0,00926	0,01303	-0,00067	0,02116	0,00256	0,01579	0,00544	-0,00386	0,00127	0,00274	0,04006	-0,00066	-0,00329	0,00223	0,01998	-0,00471	-0,00513	0,04559	-0,00481	0,00087	-0,0075	0,02243	0,0033	-0,00225	
RO	0,00777	0,00877	0,01237	-0,00114	-0,00388	0,0162	0,00496	0,01731	0,01196	0,00447	0,03922	0,01101	0,0118	-0,00147	0,00805	0,00606	0,0098	-0,00481	0,04598	0,00563	-0,00115	0,00572	0,00897		
RS	0,00609	0,02814	0,01605	0,01126	0,01475	0,00432	0,01675	-0,00577	0,01937	0,02572	-0,01344	0,00662	-0,00116	0,0159	0,00429	0,01106	0,01016	0,00087	0,00563	0,00549	0,00311	0,03254	0,016	0,0153	
SC	0,00241	0,011	0,01339	-0,00101	0,00974	0,00138	0,00307	-0,00259	0,00518	0,00601	-0,02214	0,00214	0,00316	0,00334	-0,00725	0,0176	0,00644	-0,0075	0,0015	0,00931	0,02105	-0,01606	0,00605	0,00602	
SE	0,0478	-0,01085	0,00349	-0,00508	0,0099	0,0174	0,01508	0,0247	0,00579	0,00221	-0,02648	-0,01849	-0,0055	0,01152	0,02154	0,000108	-0,00148	0,02243	-0,00304	0,03254	-0,01606	0,02344	0,00352	0,00172	
SP	0,00616	0,01067	0,01018	0,00128	0,00753	0,00242	0,00818	-0,00126	0,01164	0,02234	0,02521	0,00708	-0,00247	0,00744	-0,00304	0,00778	0,00957	0,00333	0,00572	0,016	0,00605	0,00352	0,01454	0,0034	
TOTAL	0,0062	0,0132	0,011	0,00227	0,00772	0,00226	0,00734	0,00121	0,012	0,01932	0,01249	0,00603	0,00056	0,00654	-0,00154	0,00951	0,00914	-0,00025	0,00697	0,0153	0,00692	0,00172	0,01034	0,0092	

TABELA 6 - MATRIZ DE CORRELAÇÃO

	AL	AL	AM	BA	CE	DF	ES	GO	MA	MG	MS	MT	PA	PB	PE	PI	PR	RO	RS	SC	SE	SP	TOTAL
AL	1																						
AM	0,03215	1																					
BA	0,45295	0,41725	1																				
CE	0,38749	0,10725	0,40159	1																			
DF	0,50054	0,3734	0,49294	0,35052	1																		
ES	0,40689	0,10917	0,15421	-0,0337	0,38924	1																	
GO	0,52277	0,35446	0,47593	0,16444	0,50744	0,51403	1																
MA	0,38249	0,07171	0,14495	0,11726	0,22498	0,25705	0,13844	1															
MG	0,26768	0,58679	0,62322	0,34727	0,36892	0,12397	0,6197	-0,01372	1														
MS	0,21235	0,32117	0,39545	0,20913	0,46542	0,06108	0,33952	-0,44534	0,60801	1													
MT	-0,03874	0,26611	0,00561	-0,0825	-0,14631	0,25908	0,17212	-0,12799	0,1547	0,40626	1												
PA	0,16183	0,26338	0,29128	0,07159	0,08319	-0,0183	0,22335	0,15999	0,17319	0,38466	0,50557	1											
PB	0,17012	-0,11759	0,14539	-0,03176	0,17815	0,73897	0,38202	0,31169	0,2445	0,25216	-0,13725	-0,02711	1										
PE	0,08119	0,35554	0,26338	0,1157	0,50579	-0,00738	0,64836	-0,0316	0,50077	0,60368	0,06226	0,30321	0,05986	1									
PI	0,21507	0,0674	0,0877	0,02154	-0,13074	0,14334	0,12459	0,05154	-0,01939	-0,21345	-0,08338	-0,19369	-0,18004	-0,11177	1								
PR	0,22859	0,33478	0,63823	0,44557	0,4884	0,02839	0,25669	-0,04283	0,53395	0,39014	-0,2116	0,04218	0,16565	0,24662	0,04033	1							
RI	-0,0813	0,409	0,4455	0,099	0,2357	-0,06335	0,36107	0,16166	0,59106	0,56783	0,26522	0,45355	-0,04851	0,52272	-0,19973	0,23912	1						
RN	0,15139	0,3666	-0,0194	0,08569	0,08114	0,41689	0,20937	-0,08647	0,36675	0,24333	0,33525	-0,01972	-0,06199	0,10458	0,34585	0,13377	-0,24188	1					
RO	0,119	0,15883	0,3597	-0,00569	-0,12238	0,12668	0,19366	0,38615	0,34505	0,0704	0,32723	0,31679	0,21009	-0,0638	0,19852	0,17153	0,30507	-0,10502	1				
RS	0,09144	0,46916	0,42401	0,0461	0,42854	0,10486	0,39224	-0,11833	0,51469	0,37271	-0,10324	0,18116	-0,02003	0,68397	0,09742	0,4473	0,36789	0,01744	0,11277	1			
SC	0,05796	0,2943	0,56776	-0,05902	0,45411	0,05392	0,1744	-0,08544	0,22101	0,12985	-0,27301	0,09381	0,08767	0,23076	-0,24443	0,49228	0,37393	0,21187	0,04811	0,2757	1		
SE	0,31047	-0,0944	0,14759	-0,16579	0,14289	0,21772	0,2755	0,26124	0,07938	0,0555	-0,10538	-0,26204	-0,03116	0,25559	0,04454	-0,19785	0,22656	-0,03141	0,38992	-0,2454	1		
SP	0,175	0,34335	0,51915	0,08991	0,42255	0,11324	0,5591	-0,04993	0,39718	0,64491	0,37407	0,37353	-0,08246	0,61756	0,13449	0,39162	0,68878	0,12135	0,56597	0,34564	0,0671	1	
Total	0,22536	0,3449	0,70576	0,20114	0,54446	0,13302	0,63111	0,60111	0,77335	0,67949	0,19574	0,40451	0,04026	0,68291	-0,08474	0,60232	0,80352	-0,01122	0,33891	0,68521	0,49751	0,03969	1

Etapa b) Matriz Pesos \* Matriz de Covariância: células que armazenam o risco associado a cada Estado da Federação de acordo com a distribuição de produção em cada Estado [Etapa a)] e a covariância entre eles:

**TABELA 8 - MATRIZ (PESO \* MATRIZ DE VARIÂNCIA/COVARIÂNCIA)**

0,0089	0,0068	0,0074	0,0032	0,0054	0,0038	0,0053	0,0032	0,0063	0,0090	0,0032	0,0032	0,0032	0,0032	0,0032	0,0058	0,0033	0,0032	0,0045	0,0067	0,0032	0,0047
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Vale ressaltar como observação que os números das matrizes citadas acima referem-se especificamente à composição para Carteira de Mínima Variância conforme será explicado posteriormente; para qualquer outra situação, estes valores serão necessariamente diferentes.

Por fim calcula-se o risco associado à carteira que se deseja compor ( multiplicação das duas matrizes citadas acima ) bem como o retorno esperado (multiplicação da matriz pesos com a média de retorno histórico dos Estados).

## 8.6 COMPOSIÇÃO DA CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA

Com a planilha parametrizada, calculou-se a composição da Carteira de Mínima Variância, apresentada a seguir. Nesta composição haveria um retorno de 39,6% e um risco (desvio padrão) de 5,92%:

**TABELA 7 - PESOS (W)**

SOMA	AL	AM	BA	CE	DF	ES	GO	MA	MG	MS	MT	PA	PB	PE	PI	PR	RJ	RN	RO	RS	SC	SE	SP
1	0,0%	0,0%	0,0%	20,6%	0,0%	0,0%	0,0%	6,2%	0,0%	0,0%	1,7%	0,9%	7,3%	9,9%	15,3%	0,0%	0,0%	1,5%	0,0%	0,0%	16,2%	0,3%	20,0%

Comparando o retorno e o risco da carteira de mínima variância com os apresentados atualmente pela Sul América, haveria uma redução de 3,68pp (5,92% vs. 9,6%) do risco é um aumento de 3,58pp ( 39,6% vs. 36,02%) do retorno esperado. A distribuição ideal de produção nos diferentes Estados para composição da Carteira de Mínima Variância apresenta-se bastante correlacionado com a tendência do Mercado Segurador; i.e., as Companhias Seguradoras têm buscado aumentar sua participação em praças fora das grandes metrópoles e em regiões que até bem pouco tempo eram inexploradas, como as regiões Norte/Nordeste e Centro-Oeste do país. Apenas para contextualizar, a produção de seguros de Automóveis no Ceará e Mato Grosso triplicaram no período de Jan/2003 à Jun/2010; enquanto que no Rio de Janeiro aumentou apenas 50% neste mesmo período (Fonte: SUSEP/SES)

## 8.7 OUTRAS COMPOSIÇÕES DE CARTEIRA

Ainda usando a teoria de Markowitz, efetuaram-se mais duas simulações: imaginando que a Sul América estivesse “satisfeita” com o seu retorno atual ( 36,02%) a composição da carteira de Markowitz poderia reduzir o risco, hoje de 9,6% ? e a segunda simulação seria o contrário; dado que a Sul América estivesse “confortável” com o atual risco (9,6%) seria possível aumentar o seu retorno além dos 36,02% atuais ? a resposta foi sim para ambas simulações. Abaixo a composição de cada carteira bem como o risco e retorno associado a cada uma das simulações:

a) Premissa: fixando o retorno em 36,02%

**TABELA 7 - PESOS (W)**

SOMA	AL	AM	BA	CE	DF	ES	GO	MA	MG	MS	MT	PA	PB	PE	PI	PR	RJ	RN	RO	RS	SC	SE	SP
1	0,0%	0,0%	0,0%	23,8%	0,0%	0,0%	0,0%	2,2%	0,0%	0,0%	3,2%	0,0%	7,9%	0,9%	15,8%	0,0%	0,2%	0,0%	0,0%	0,0%	23,8%	2,3%	20,0%

Com esta composição o risco da carteira seria de 6,07%; i.e, uma redução de 3,53pp.

b) Premissa: fixando o risco em 9,6%

**TABELA 7 - PESOS (W)**

SOMA	AL	AM	BA	CE	DF	ES	GO	MA	MG	MS	MT	PA	PB	PE	PI	PR	RJ	RN	RO	RS	SC	SE	SP
1	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	36,5%	0,0%	0,0%	0,0%	13,3%	0,1%	14,0%	0,9%	0,0%	0,0%	15,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	20,0%

Com esta composição o retorno da carteira seria de 53,4%; i.e, um aumento de 17,4pp.

## 8.8 FRONTEIRA EFICIENTE

Para simulação/construção da Fronteira Eficiente utilizou-se os retornos dos Estados de menor e maior retorno (Mato Grosso e Maranhão, respectivamente) criando-se um range entre eles de 5pp, em média, bem como os retornos das simulações citadas acima:

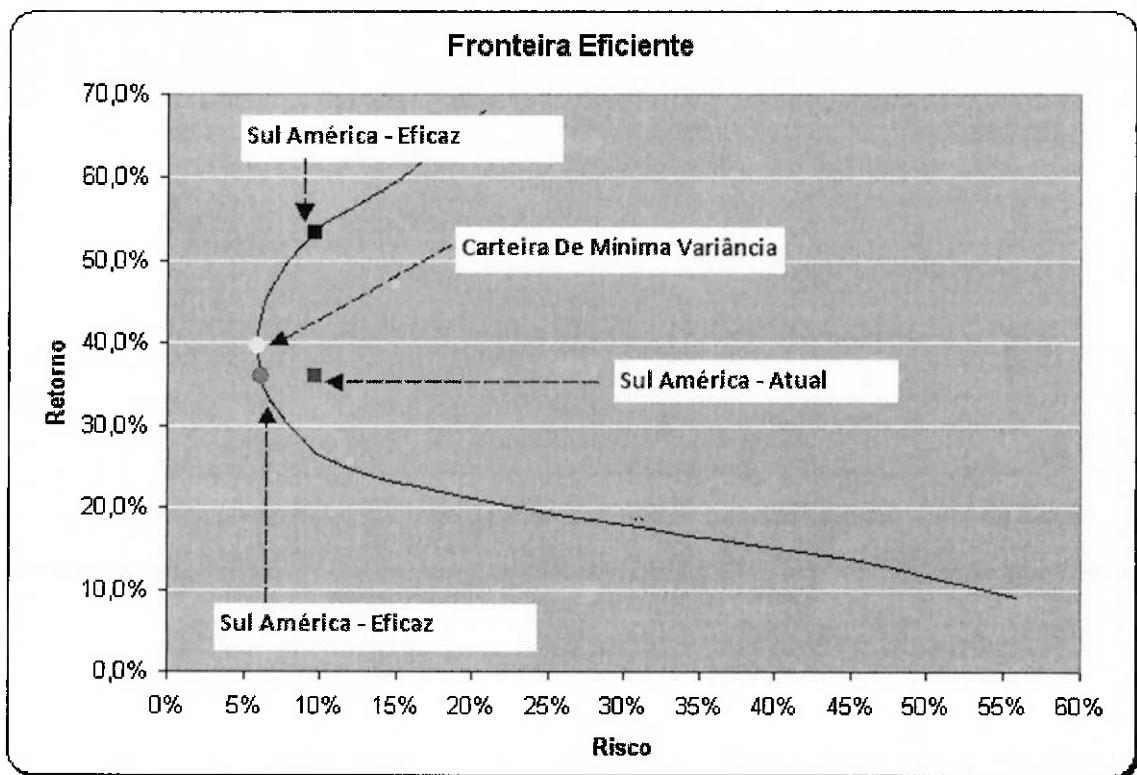
**TABELA 9 - FRONTEIRA EFICIENTE**

UF	Risco (D.P)	Retorno
MT	56%	9,0%
	46%	13,6%
	40%	15,0%
	23%	20,0%
	12%	25,0%
	8%	30,0%
	6%	35,0%
Sul América - Eficaz	6,07%	36,02%
MINI VAR	5,92%	39,6%
	6%	45,0%
	8%	50,0%
	9,59%	53,40%
Sul América - Atual	11%	55,0%
	15%	60,0%
	21%	68,4%
Sul América - Atual	9,55%	36,02%

Legenda:

- Sul América Eficaz: é o retorno ou o risco da Sul América caso estivesse com a composição nos Estados de acordo a teoria de Markowitz (conforme comentado no subitem 8.7)
- Mini VAR: composição da Carteira de Mínima Variância (conforme comentado no subitem 8.6)
- Sul América Atual: risco e retorno da Sul América atual

Abaixo gráfico da Fronteira Eficiente construída a partir da tabela acima:



A análise do gráfico aponta, conforme citado anteriormente, que a posição atual da Sul América está em uma zona dominada; i.e, se estivesse operacionalizando nos pontos da Fronteira Eficiente poderia estar atingindo patamares superiores, tanto de resultado como de risco, através de uma melhor distribuição da comercialização do produto de automóvel.

## 9 CONCLUSÃO

Conclui-se pelas simulações efetuadas que a teoria de seleção de carteira de Markowitz pode ser utilizada como uma importante ferramenta de gestão em Companhias de Seguros. Ela permite ao administrador tomar decisão de investimento, conhecendo os níveis de risco a que está exposto sem contudo, desperdiçar oportunidades rentáveis por simplesmente desconhecer o risco associado.

### 9.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Nesta monografia, foram estudadas aplicações da Teoria de Markowitz em produtos de Companhias de Seguros. Do ponto de vista teórico este modelo pode ser aplicado a qualquer outra atividade econômica; principalmente em empresas que trabalham com uma certa variedade de produtos ou linha destes e deseja calcular qual seria o mix ideal de produção respeitando as restrições intrínsecas de cada um.

Outra investigação que se poderia fazer, seria comparar o desempenho do modelo aqui apresentado com os modelos tradicionais de avaliação de investimento como VPL (Valor Presente Líquido), TIR (Taxa Interna de Retorno), PAY-BACK etc.

## REFERÊNCIAS

- BERNSTEIN, Peter L. *Desafio aos Deuses: a fascinante história do risco.* Trad. de Ivo Korytowski. Rio de Janeiro: Campus, 1997.
- CASTIGLIONE, Luiz Roberto. *Seguros: conceitos e critérios de avaliação de resultados.* 1. ed. São Paulo : Editora Manuais Técnicos de Seguros, 1997.
- FIORI, Alexandre Del. *Dicionário de Seguros.* 1. ed. São Paulo : Editora Manuais Técnicos de Seguros, 1996.
- FREIRE, Numa. *Aspectos do seguro.* 1. ed. São Paulo : Atlas, 1959.
- GOETZMANN, Willian N. *An introduction to investment theory.* Yale School of Management. <http://viking.som.yale.edu/will/finman540/classnotes>, 1997.
- KIMURA, Herbert. *Ferramentas de análises de riscos em estratégias empresariais.* RAE-eletrônica, Volume 1, Número 2, jul-dez/2002.
- MARKOWITZ, Harry. Portfolio selection. *Journal of Finance.* p.44-58, March, 1952.
- MENDES, João José de Souza. *Bases técnicas do seguro.* 1. ed. São Paulo : Editora Manuais Técnicos de Seguros, 1977.
- NETO, Alexandre Assaf. *Mercado financeiro.* 3. ed. São Paulo: Atlas, 2000.
- ROSS, Stephen A.; WESTERFIELD, Randolph W.; JAFFE, Jeffrey F. *Administração Financeira: Corporate Finance.* Trad. de Antonio Z. Sanvicente. São Paulo: Atlas, 1995.
- SHARPE, William F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance.* v. XIX, n.3, p.425-42, Sept., 1964.
- SUPERINTENDÊNCIA DE SEGUROS PRIVADOS. *Sistema de estatísticas da SUSEP.* Disponível em: <<http://www.susep.gov.br>>. Acesso em: 23/05/2010.