

10/ dez/ 79



RICARDO DE ASSIS GOMES BASTOS

CONTROLE ATIVO EM SISTEMAS DE COMBUSTÃO

**Trabalho de Formatura apresentado
à Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo para a obtenção do
título de graduado**

**Orientador:
Prof. Dr. Agenor De Toledo Fleury**

**SÃO PAULO
2001**

RICARDO DE ASSIS GOMES BASTOS

**CONTROLE ATIVO
EM SISTEMAS DE COMBUSTÃO**

**Trabalho de Formatura apresentado
à Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo para a obtenção do
título de graduado**

**Orientador:
Prof. Dr. Agenor De Toledo Fleury**

**SÃO PAULO
2001**

Que eu tenha coragem para mudar as coisas que posso, paciência para aceitar as que não posso e sabedoria para perceber a diferença.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador e mentor, Prof. Agenor de Toledo Fleury, por seu entusiasmo, por sua paciência e dedicação.

A todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização deste trabalho.

A todos os meus amigos, em especial, aqueles que conheci e com os quais tive a oportunidade e o privilégio de estudar e conviver nestes últimos cinco anos.

A minha família pelo constante apoio durante toda minha vida.

A minha tia, que esteve e sempre estará presente na minha vida, como minha guia e amiga.

RESUMO

Este trabalho teve por objetivo estudar e desenvolver sistemas capazes de controlar a instabilidade natural de sistemas de combustão contínua. Para isso, estudou-se a dinâmica da acústica e da chama de combustores, e, utilizando uma modelagem dimensional finita, obteve-se um modelo matemático da dinâmica de combustores, o qual incluía, além da dinâmica da acústica e da chama, a dinâmica do alto-falante, usado como sensor. Com base nesta modelagem, dois modelos específicos foram obtidos: O primeiro, onde é considerado apenas o modo acústico fundamental; O segundo, onde são considerados os dois primeiros modos acústicos. Verificou-se que, devido às características intrínsecas dos sistemas, estes possuíam uma realimentação natural positiva, tornando-os instáveis.

Exemplos de simulação foram desenvolvidos para ambos os casos. Para o primeiro caso, simulou-se um combustor do Tipo Tubo de Rijke, sendo verificado, como era de se esperar, a instabilidade do sistema.

Um segundo combustor foi simulado, desta vez usando o segundo modelo específico estudado, onde são considerados os dois primeiros modos acústicos. Para este caso também se verificou que o sistema não era capaz que suprimir as oscilações de pressão, tornando o sistema instável. Observou-se que o 1º modo acústico era estável, mas que o 2º modo acústico era instável, sendo este responsável pela instabilidade do sistema.

Verificada a necessidade de desenvolvimento de um sistema de controle para a simulação do Tubo de Rijke, desenvolveu-se um sistema de controle, um Compensador de Avanço de Fase, capaz de estabilizar o sistema em estudo. Este compensador obteve resultados bastante satisfatórios.

Para o caso de dois modos, não foi possível obter ainda uma solução face às dificuldades introduzidas pelas interações entre os dois modos. A simples introdução de compensadores, por exemplo, um Filtro Notch, mostrou-se ineficaz. No entanto, duas propostas de solução para uma futura abordagem

de sistemas multimodais são apresentadas: Múltiplas Escalas de tempo, usando o método das Perturbações Singulares; e o projeto de um controlador LQG (Linear Quadrático Gaussiano).

Por fim, uma série de críticas e sugestões de melhoria deste trabalho são apresentadas, de modo que estas sirvam de guia para futuros trabalhos e desenvolvimentos nesta área.

SUMÁRIO

1. MOTIVAÇÃO DO PROJETO.....	1
2. INTRODUÇÃO	2
3. A NECESSIDADE DE CONTROLE ATIVO.....	3
4. EXIGÊNCIAS DOS CONTROLES ATIVOS.....	4
5. ATUADORES E SENSORES	6
6. MÉTODOS DE CONTROLE DE INSTABILIDADE EM PROCESSOS CONTÍNUOS DE COMBUSTÃO	7
7. MODELO DE REALIMENTAÇÃO DA INSTABILIDADE TERMOACÚSTICA.....	8
7.1. DINÂMICA DA ACÚSTICA	8
7.2. MODELO DIMENSIONAL FINITO.....	10
7.3. DINÂMICA DA CHAMA	14
7.4. O SISTEMA DE COMBUSTÃO COMPLETO.....	15
8. ESTUDO SOBRE INSTABILIDADE DO SISTEMA.....	17
8.1. CASO DE MODO UNITÁRIO	17
8.2. CASO DE MODOS MÚLTIPLOS.....	18
9. CONTROLE ATIVO DA INSTABILIDADE TERMOACÚSTICA	21
9.1. MODELO EM PRESENÇA DE UM ALTO-FALANTE	21
9.2. MODELO DE REALIMENTAÇÃO DIMENSIONAL FINITO.....	22
10. PROJETO DO CONTROLE ATIVO.....	25
10.1 CONTROLE ATIVO PARA O CASO DE MODO UNITÁRIO	26
10.2. CONTROLADOR ATIVO PARA O CASO DE 2 MODOS.....	27
10.2.1. CONTROLADOR POR ALOCAÇÃO DE PÓLOS	28
10.2.2. CONTROLADOR LINEAR QUADRÁTICO	28
10.3. ESTRATÉGIAS DE CONTROLE AVANÇADAS	29
11. ESCOLHA DA FERRAMENTA MATEMÁTICA PARA SIMULAÇÃO DO SISTEMA E DESENVOLVIMENTO DOS CONTROLADORES	31
12. SIMULAÇÃO DO SISTEMA	32
12.1. FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA PARA O CASO DE MODO UNITÁRIO	32
12.2. FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA PARA O CASO DE 2 MODOS DOMINANTES	37
13. SISTEMAS DE CONTROLE.....	40
13.1. SISTEMA DE CONTROLE PARA O CASO DE MODO UNITÁRIO	40
13.2. SISTEMA DE CONTROLE PARA O CASO DE 2 MODOS DOMINANTES	51
13.2.1. ALTERNATIVAS PARA PROJETO DE CONTROLE.....	55
13.2.1.1. PROJETO DE CONTROLE COM MÚLTIPLAS ESCALAS DE TEMPO	56
13.2.1.2. PROJETO DE CONTROLE LINEAR QUADRÁTICO GAUSSIANO	58
14. CRÍTICAS E CONCLUSÕES	59
BIBLIOGRAFIA.....	61

1. MOTIVAÇÃO DO PROJETO

Processos de combustão contínuos são encontrados em diversas aplicações relacionadas principalmente com as seguintes áreas:

- Geração de energia;
- Aquecimento;
- Sistemas de propulsão.

Como exemplos destas aplicações, pode-se citar queimadores caseiros e industriais, turbinas a gás, incineradores de lixo e sistemas de propulsão a jato.

Estes exemplos, por si só, já mostrariam a necessidade de estudos na área de sistemas contínuos de combustão. Porém, dois fatores acrescentam ainda maior importância a este estudo: O primeiro refere-se a necessidade que o Brasil vive de encontrar e aplicar rapidamente fontes de energia substitutas à energia proveniente de fontes hidráulicas, a fim de evitar uma crise energética de maiores proporções e de maior duração. Dentre as soluções atualmente apontadas, a geração de energia por termoelétricas, que obviamente utilizam sistemas contínuos de combustão, constitui-se na alternativa mais viável; O segundo fator relaciona-se com o estudo e aperfeiçoamento destes sistemas, acarretando num melhor desempenho, o que, além de gerar economia de energia, também leva a menores taxas de liberação de poluentes (CO, NO_x, etc), provenientes da queima de combustíveis, na atmosfera, reduzindo o impacto ambiental destes sistemas.

Além disso, este projeto está inserido num contexto maior, fazendo parte do projeto "Monitoramento Avançado de Chamas", desenvolvido conjuntamente entre a Petrobrás e o Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT).

2. INTRODUÇÃO

Os projetos de controle passivo em sistemas de combustão não apresentam, em geral, bons resultados porque os projetos de controle são baseados em características operacionais do sistema em regime permanente e porque os vários objetivos são conflitantes entre si: Manter as oscilações de pressão num nível aceitável, evitando vibrações excessivas e possíveis falhas mecânicas do equipamento; Reduzir o nível de emissão de óxidos nítricos, CO e fuligem; Evitar altos níveis de ruídos acústicos; e evitar taxas de queima que venham a danificar ou mesmo derreter componentes. Isso mostra a necessidade de desenvolvimento de sistemas de controle ativo para estes casos.

Esse projeto, portanto, tem como objetivo estudar, desenvolver e simular, para diferentes casos, sistemas de controle ativo capazes de atingir, de forma satisfatória, todos os requisitos.

3. A NECESSIDADE DE CONTROLE ATIVO

Projetos correntes de combustores são geralmente baseados nas características de regime permanente. Invariavelmente, estes projetos sofrem de problemas devidos aos vários objetivos conflitantes que devem ser atingidos.

As técnicas de controle passivo essencialmente envolvem um projeto de sistema como uma função próxima aos pontos de operação que representam o melhor compromisso entre os objetivos conflitantes, o que torna os projetos alternativos de controles ativos atrativos. A fim de gerar mecanismos de estabilização ativos, regulados em torno das condições de operação desejada, rejeitando perturbações, e fornecer otimização dinâmica de desempenho dos múltiplos objetivos, ações de controle ativo estão, cada vez mais, sendo aplicados no campo da combustão.

4. EXIGÊNCIAS DOS CONTROLES ATIVOS

Como em muitos sistemas dinâmicos complexos, o controle ativo de um processo de combustão requer as seguintes ações:

- Desenvolvimento um completo entendimento de todos os mecanismos fundamentais que governantes o desempenho do sistema e suas inter-relações;
- Avaliação das limitações existentes neste sistema e como elas dependem dos mecanismos e dos parâmetros do sistema;
- Explorar a receptividade do sistema a entradas externas que podem ser moduladas, o que por si só já requer um exame cuidadoso da resposta do sistema a diferentes formas de entradas;
- Desenvolvimento de um sistema de controle ativo de acordo com os itens acima.

Em sistemas de combustão, o primeiro passo apresentado acima é essencialmente importante uma vez que, os mecanismos fundamentais, enquanto dependentes e complexos, oferecem uma oportunidade de controle que pode eliminar problemas aparentemente intrínsecos quando propriamente implementados. Enquanto controles passivos devem ser a primeira escolha para atingir esse objetivo, o controle ativo pode ser eventualmente a única alternativa para alcançar simultaneamente um conjunto de critérios de desempenho conflitantes.

Realizar uma completa investigação analítica do comportamento do processo de combustão é uma tarefa bastante difícil, uma vez que os princípios fundamentais que regem a dinâmica do sistema envolvem um grande número de disciplinas, entre elas, mecânica dos fluidos, termodinâmica, transferência de calor, acústica e dinâmica de combustão. Além disso, a investigação deve incluir um estudo de como estes sistemas distribuídos comportam-se na

presença de fontes de controle localizadas. A natureza distribuída desses processos faz com que as equações diferenciais parciais sejam utilizadas. Com a finalidade de entender o comportamento dinâmico dominante do sistema, assim como explorar os efeitos localizados de entradas de controle e de distúrbios, modelos dimensional finitos ("finite-dimensional") são necessários. Esses modelos devem conduzir a uma redução da complexidade do modelo e, ao mesmo tempo, reter as interações importantes no sistema. Nesse sentido, a decomposição de um campo de oscilação em um número finito de modos excitados independentes tem sido bastante utilizada. A suposição de um atraso de fase entre a velocidade de entrada e a resposta da taxa de liberação de calor na zona de combustão tem sido o tratamento padrão.

5. ATUADORES E SENSORES

A exeqüibilidade de controles ativos é determinada em última instância pela disponibilidade de dispositivos de atuação e de sensores rápidos, precisos e confiáveis, e por sua relação custo-benefício.

O sensor mais comumente utilizado nesse tipo de problema é um transdutor de pressão, como um microfone. Uma vez que a manifestação de processos de combustões instáveis é o crescimento das oscilações de pressão, um sensor que fornece as informações necessárias rápida e precisamente é crucial. Tanto microfones piezelétricos quanto os de bobina são usados para esse fim. Sensores ópticos fornecem informações dependendo do número das outras variáveis do sistema, tais como temperatura e velocidade, que também podem ser usadas no projeto de controle. Fotodiodos são geralmente usados para medir as taxas de liberação de calor, uma medida do desempenho do sistema. Radiômetros e outros sistemas de monitoração contínua de emissão de poluentes são usados para medir as concentrações de CO, CO₂ e outros poluentes, e, conseqüentemente, a eficiência da combustão. Velocímetros a laser são usados para obter medidas transientes de velocidade. Métodos fotográficos de Schlieren são usados para monitorar o comprimento e a forma da chama.

Pretende-se que a ação de controle através de um atuador afete a pressão instável e/ou o campo de velocidades pela introdução de perturbações na pressão acústica, velocidade, vorticidade, taxa de combustível e de massa de ar, liberação de calor, ou a combinação destes. O sucesso dos atuadores depende de sua habilidade para introduzir uma ação que produza uma resposta rápida do sistema, acima da faixa de freqüências desejada, e que tenha baixo consumo de energia.

6. MÉTODOS DE CONTROLE DE INSTABILIDADE EM PROCESSOS CONTÍNUOS DE COMBUSTÃO

Fundamentalmente existem dois métodos de controle para modificar a onda acústica no interior do combustor. O primeiro método é a modulação direta do campo de pressão acústica pelo meio de alto-falantes. Esse método é chamado de controle direto. O segundo método usa a modulação de combustível para modular o campo acústico indiretamente através do processo de liberação de calor que afeta o campo de fluxo no reator e, conseqüentemente, afeta o campo de pressão.

No presente trabalho será utilizado o controle direto, pois este método tem a facilidade de alterar a posição dos alto-falantes e a frequência de trabalho.

Sendo assim, parece bastante razoável a escolha de um microfone como sensor deste tipo de sistema já que, conforme anteriormente discutido, este é capaz de medir as oscilações de pressão de forma rápida e precisa.

7. MODELO DE REALIMENTAÇÃO DA INSTABILIDADE TERMOACÚSTICA

Instabilidades termoacústicas aparecem devido ao acoplamento entre dois mecanismos físicos distintos: Liberação de calor (devido à combustão) e acústica. Em um fluxo reativo, a acústica perturba a combustão (por meio da velocidade instável e do campo de pressões), enquanto que uma combustão instável alimenta a energia do campo acústico, desta forma, gerando grandes oscilações de pressões instáveis, que é a manifestação da instabilidade. A seguir, mostra-se que um sistema de combustão acima de tudo possui uma estrutura de realimentação intrínseca, a qual define as condições sobre as quais o sistema é instável.

7.1. DINÂMICA DA ACÚSTICA

Os sistemas de combustão aqui estudados são aqueles em que o modo acústico longitudinal é o dominante. Isto é, considera-se que o fluxo reativo é unidimensional. Negligenciando todos os fenômenos dissipativos, e usando as relações de gás perfeito, as equações de conservação de massa, de quantidade de movimento e de energia em um fluxo unidimensional podem ser escritas como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = m \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = F \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + \gamma p \frac{\partial u}{\partial x} = (\gamma - 1)q + e \quad (3)$$

onde ρ , u e p referem-se, respectivamente, a densidade, velocidade e pressão, m , F , e q são as taxas de massa adicional, quantidade de movimento e calor liberado por unidade de volume, e refere-se a outras fontes de energia e γ é o coeficiente de calor específico. Separando as variáveis acima em suas médias e seus componentes de perturbação, por exemplo, $p(x,t) = \bar{p}(x) + p'(x,t)$, assumindo que a média é constante e que as componentes de perturbação são pequenas variações sobre a média, a média de calor liberado é pequena, e o número de Mach do fluxo médio é pequeno, as seguintes relações dinâmicas de segunda ordem podem ser obtidas:

$$\left(\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} \right) = (\gamma - 1) \frac{\partial q'}{\partial t} + \frac{\partial e'}{\partial t} + \frac{2\gamma - 1}{2} c^2 \frac{\partial m'}{\partial t} - c^2 \frac{\partial F}{\partial x} \quad (4)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \gamma \bar{p} \frac{\partial u'}{\partial t} = (\gamma - 1)q' + e' \quad (5)$$

Na presença de um fluxo médio não negligenciável e de uma taxa de calor liberado em $x = x_0$, pode-se mostrar que as variáveis médias têm uma mudança de passo em x_0 e que são, por outro lado, constantes ao longo do comprimento do combustor. As relações fundamentais da acústica são mais complexas que as equações (4) e (5), mas podem ser analisadas da mesma forma. Aqui, será focado o caso em que os efeitos do fluxo médio são negligenciados.

7.2. MODELO DIMENSIONAL FINITO

Agora, separam-se as variações espaciais e temporais e obtém-se uma aproximação dimensional finita das equações (4) e (5). Assume-se que não há fontes externas presentes no combustor, exceto a taxa de calor liberada, isto é, $F = e = 0$. Assim, expressa-se a variação de pressão p' como:

$$p'(x,t) = \bar{p} \sum_{i=1}^n \psi_i(x) \eta_i(t) \quad (6)$$

onde $\psi_i(x)$ e $\eta_i(t)$ são definidos como:

$$\begin{aligned} \psi_i(x) &= \text{sen}(k_i x + \phi_{i0}) \\ \eta_i(t) &= \text{sen}(k_i \bar{c} t + \theta_{i0}) \end{aligned} \quad (7)$$

$\psi_i(x)$ é chamada da função de base e descreve a componente espacial da solução da equação de onda e $\eta_i(t)$ representa a componente temporal. K_i são os números de onda, ϕ_{i0} a fase, sendo ambos determinados pelas condições de fronteira no campo. Por exemplo, num tubo aberto em ambos os lados, como na figura 1, onde é mostrado o modo fundamental ($n=1$) num combustor do tipo Tubo de Rijke, as condições de fronteira podem ser descritas como $p'(0,t) = 0$ e $p'(L,t) = 0$. Utilizando estas condições de fronteira, tem-se:

$$\psi_i(0) = \text{sen}(k_i 0 + \phi_{i0}) = 0$$

e

$$\psi_i(L) = \text{sen}(k_i L + \phi_{i0}) = 0$$

Resolvendo este sistema, obtêm-se:

$$\begin{aligned} \phi_{i0} &= 0, \pi, 2\pi, \dots \\ k_i &= \frac{n\pi}{L} \quad n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned}$$

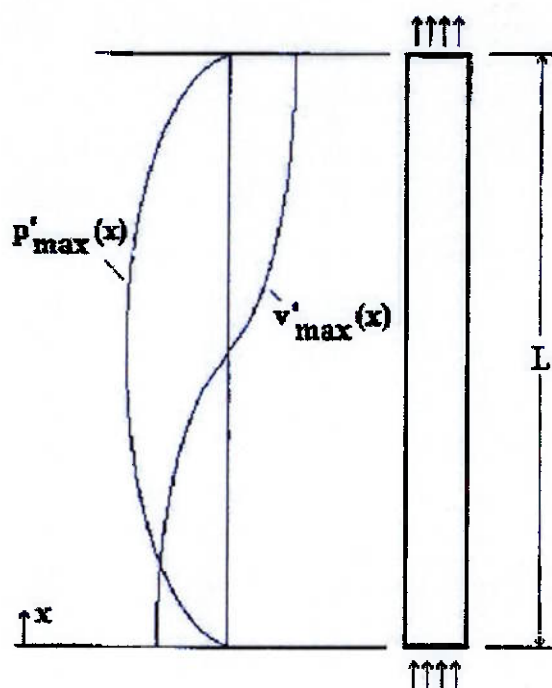


Figura 1 – Pressão e Velocidade do Modo Acústico Fundamental em um Tubo de Rijke.

Evidentemente, verifica-se que existe um número infinito de valores discretos de k_i para os quais p' tem soluções não triviais. Conseqüentemente, $\psi_i(x)$ representará os modos ao longo do tubo (n modos). Na figura 2 são mostrados os primeiros três modos para um tubo aberto em ambas extremidades. Os pontos onde $\psi_i(x) = 0$ são chamados nodos e as cristas das ondas são chamadas de anti-nodos. A solução temporal de $\eta_i(t)$, que depende das condições iniciais, é então incorporada, obtendo-se a solução de $p'(x, t)$.

Assim, a solução da equação (6) estabelece uma onda estacionária espacial no tubo que se desenvolve com uma frequência de oscilação $\omega_n = k\bar{c}$ (e comprimento de onda $\lambda = \frac{2\pi}{\omega_n}$).

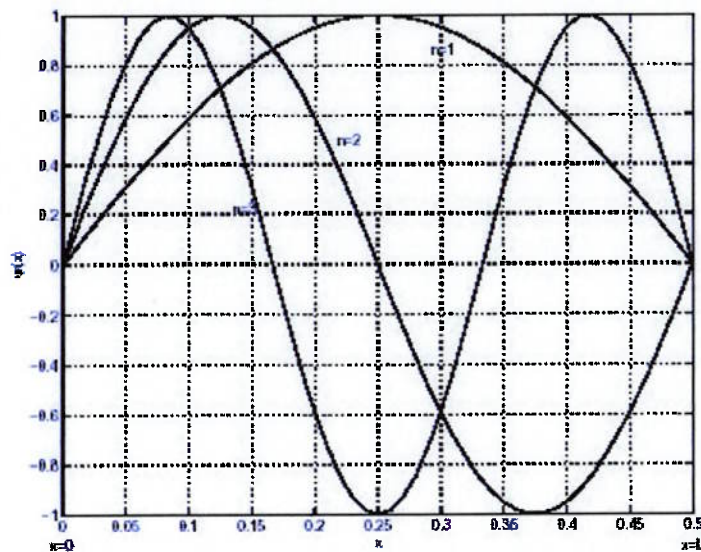


Figura 2 - Os Três Primeiros Modos num Combustor de Tubo Aberto de Ambos os Lados.

A figura 3 mostra uma visão simplificada dos modos de pressão acústica e velocidade em um tubo de Rijke, para o modo acústico longitudinal, mostrando os três primeiros modos separadamente. Nesta figura, a linha central nos tubos representa o zero acústico de pressão e velocidade respectivamente. As máximas amplitudes são representadas nas paredes do reator permitindo visualizar a pressão acústica e a velocidade. A amplitude de pressão para o primeiro e terceiro modos são maiores em $L/2$. Para o segundo modo, a maior amplitude é obtida em $3L/4$. Por causa da amplitude elevada de pressão nestas posições, é esperado que o controle (tanto para aumento como atenuação)

utilizando alto-falantes seja mais efetivo caso os alto-falantes sejam posicionados nestas respectivas posições.

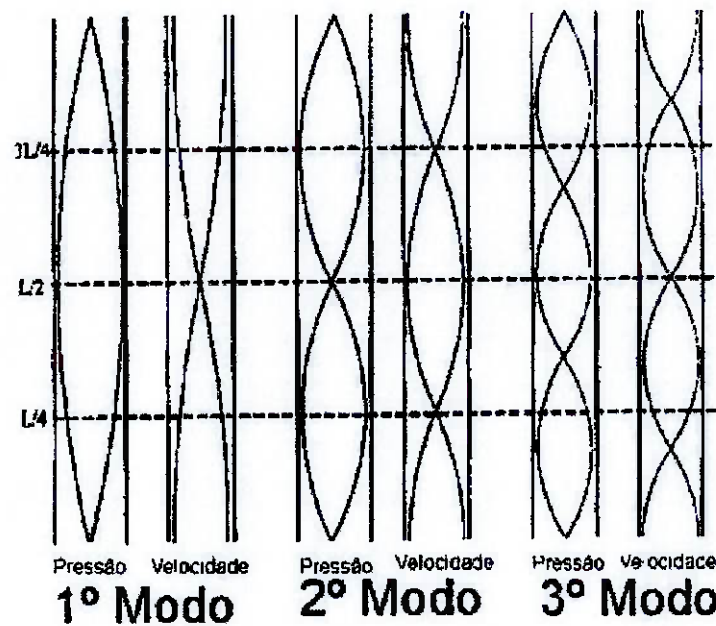


Figura 3 – Pressão Acústica e Velocidade em um Tubo de Rijke.

Expressando $\psi(x) = [\psi_1(x), \dots, \psi_n(x)]^T$, $\eta(t) = [\eta_1(t), \dots, \eta_n(t)]^T$, a equação (4) pode ser escrita como:

$$\ddot{\eta} + \Omega^2 \eta = \gamma a_0 E^{-1} \psi(x_0) \dot{q}'_0(t) \quad (8)$$

onde $E = \int_0^L \psi \psi^T dx$, $a_0 = \frac{(\gamma - 1)}{(\gamma p)}$, $\Omega = \bar{c} K$, $K = \text{diag}[k_1, \dots, k_n]$, \bar{c} é a velocidade

do som, e a perturbação do calor liberado localizado é da forma:

$$q'(x, t) = \delta(x - x_0) q'_0(t) \quad (9)$$

Similarmente, a equação da energia (5) pode ser integrada para produzir:

$$u'_0(t) = \frac{1}{\gamma} \frac{d\psi^T}{dx}(x) K^{-2} \dot{\eta}(t) + \theta a_0 q'_0(t), \quad \theta \in (0,1) \quad (10)$$

As equações (8) e (10) definem a dinâmica da acústica do sistema de combustão.

7.3. DINÂMICA DA CHAMA

A equação (8), ou alternativamente, equações (4) e (5), indica que a taxa de calor liberado da chama atua como um termo de fonte para a dinâmica da acústica. Porém, uma vez que a chama está no campo acústico, as ondas de pressão perturbam sua superfície e, então, a taxa de calor liberado. Agora, essa relação será quantificada usando a cinemática da chama. Restringe-se ao uso de uma chama laminar pré-misturada num tubo circular e assume-se que a chama é ancorada em sua extremidade. Assumindo que a velocidade é uniforme em relação à coordenada radial r , a cinemática da chama conduz para as seguintes relações:

$$\frac{\partial \xi'}{\partial t} = S_u \frac{\partial \xi'}{\partial r} + u'_0(t); \quad Q'_0(t) = \kappa \int_{rd}^0 r \frac{\partial \xi'}{\partial r} dr \quad (11)$$

onde $\kappa = 2\pi\rho S_u \Delta q_r$, sendo que Δq_r é o calor da reação por unidade de massa da mistura (o valor absoluto da entalpia da reação), e S_u é a velocidade de queima da chama normal a si mesma em relação à mistura não queimada. A equação (11) pode ser aproximada por um atraso de primeira ordem assumindo que $u'_0(t)$ varia lentamente, chegando-se a seguinte equação:

$$\dot{Q}'_0 + \frac{2S_u}{r_d} Q'_0 = 2\kappa r_d u'_0 \quad (12)$$

Se a chama é ancorada numa placa perfurada de diâmetro D com n_f furos e usando as definições,

$$q'_0 = \frac{4n_f}{\pi D^2} Q'_0; \quad b_2 = b_1 \left(\frac{d}{D} \right)^2 n_f \rho \Delta q_r; \quad b_1 = 2 \frac{S_u}{r_d}$$

a relação dinâmica entre q'_0 e u'_0 é dada por:

$$\dot{q}'_0 + b_1 q'_0 = b_2 u'_0 \quad (13)$$

7.4. O SISTEMA DE COMBUSTÃO COMPLETO

As equações (8), (10) e (13) representam a dinâmica do sistema de combustão completo. Isto pode ser expresso mais compactamente usando as seguintes equações diferenciais de ordem $(2n+1)$, onde n é o número de modos dominantes incluídos na aproximação dimensional finita:

$$\ddot{\eta} + \Omega^2 \eta = \tilde{b} \dot{q}'_0 \quad (14)$$

$$\dot{q}'_0 = -b_3 q'_0 + b_2 \tilde{u}'_0 \quad (15)$$

$$\tilde{u}'_0 = \tilde{c}^T \dot{\eta} \quad (16)$$

onde $b_3 = b_1 - \theta a_0 b_2$, $\tilde{b} = \gamma a_0 E^{-1} \psi(x_0)$ e $\tilde{c} = \frac{1}{\gamma} K^{-2} \frac{d\psi}{dx}(x_0)$

As equações (14), (15) e (16) representam um modelo dimensional finito que captura as características dinâmicas dominantes de um sistema de combustão e, em particular, suas propriedades de estabilidade. A estrutura dessas equações também indica a natureza intrínseca de realimentação e as interconexões entre a acústica e a dinâmica da chama.

8. ESTUDO SOBRE INSTABILIDADE DO SISTEMA

As propriedades de estabilidade do sistema de combustão podem ser estudadas a partir das equações (14) e (16). Inicialmente, para o caso onde apenas um modo está presente, será mostrado que o modelo prediz de forma correta as características de estabilidade. Em seguida, mostra-se como o acoplamento entre os vários modos pode ser incluído no modelo e como as propriedades de estabilidade podem ser inferidas.

8.1. CASO DE MODO UNITÁRIO

Quando $n = 1$, a dinâmica da acústica e da chama se reduzem as seguintes relações de entrada-saída:

$$\eta(t) = \left[\frac{s}{s^2 + \omega^2} \right] \tilde{b} q'_0(t) \quad (17)$$

$$q'_0(t) = \left[\frac{s b_2}{s + b_3} \right] \tilde{c} \eta(t) \quad (18)$$

Esta dinâmica tem uma estrutura de realimentação cujas malhas de saída e realimentação têm as funções de transferências $G_1(s)$ e $G_2(s)$ respectivamente, alimentados através de um ganho β , onde:

$$G_1(s) = \frac{a_0 s}{s^2 + \omega^2} \quad (19)$$

$$G_2(s) = \frac{sb_2}{s + b_3} \quad (20)$$

$$\beta = \frac{\frac{d\psi}{dx}(x_0)\psi(x_0)}{k^2 E} \quad (21)$$

Dependendo se β é positivo ou negativo, tem-se instabilidade ou estabilidade. A instabilidade ocorre porque os dois sistemas passivos com funções de transferência $G_1(s)$ e $G_2(s)$ são interconectados através de uma realimentação positiva.

8.2. CASO DE MODOS MÚLTIPLOS

Para $n > 1$, a estabilidade do combustor pode ser analisada estudando-se as equações características do sistema em malha fechada definidas pelas equações (14), (15) e (16). No caso específico em que E é diagonal, o que corresponde às condições limites simples (tal como acusticamente fechado ou acusticamente aberto), tem-se:

$$\dot{\tilde{u}}'_0 = G_q(s) \dot{q}'_0 \quad (22)$$

$$\dot{q}'_0 = H_u(s) \tilde{u}'_0 \quad (23)$$

onde

$$G_q(s) = a_0 \sum_{i=1}^n \beta_i \frac{s}{s^2 + \omega_i^2} \quad (24)$$

$$H_u(s) = \frac{b_2 s}{s + b_3} \quad (25)$$

$$\beta = \frac{\frac{d\psi_i}{dx}(x_0)\psi_i(x_0)}{k_i^2 \int_0^L \psi_i^2(\xi) d\xi} \quad (26)$$

Conseqüentemente, segue-se que a estrutura da dinâmica do sistema de combustão pode ser completamente analisada, quando múltiplos modos estão presentes, estudando-se a malha de realimentação dada na figura 4. Em particular, pode-se mostrar que:

- Se $\beta_i > 0$ para qualquer i , o sistema é instável;
- Se $\beta_i < 0$ para todos os i , o sistema é estável;

No caso anterior, a taxa de crescimento depende de todas as frequências, assim como de todos os índices de modo β_i , $i = 1, 2, \dots, n$.

O modelo dinâmico das equações (22) e (23) captura as interações globais entre as variáveis chaves do processo. Em particular, é possível mostrar que as características de estabilidade são afetadas por todos os modos, e que a taxa de crescimento de um modo instável, assim como a componente de pressão instável em qualquer ponto do combustor, é uma função de todos os modos e frequências modais.

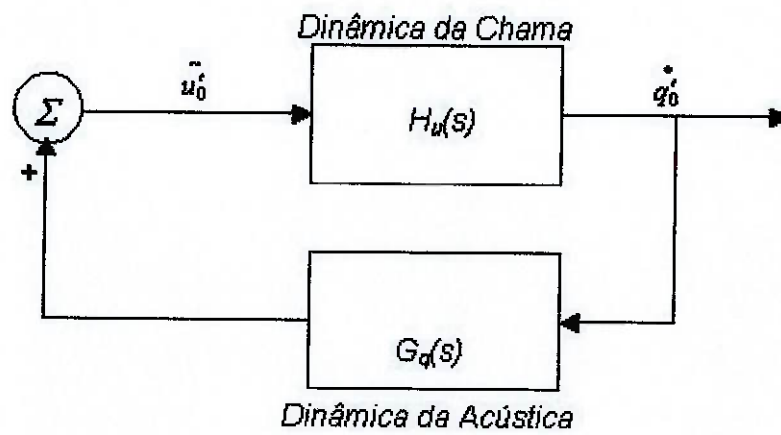


Figura 4 – Instabilidade Termoacústica num Sistema de Combustão.

9. CONTROLE ATIVO DA INSTABILIDADE TERMOACÚSTICA

9.1. MODELO EM PRESENÇA DE UM ALTO-FALANTE

Um atuador comumente usado para controlar oscilações de pressão em sistemas de combustão é um alto-falante. Os efeitos dinâmicos de um alto-falante, que é embutido na parede do tubo combustor, num campo acústico podem ser representados como fontes de massa, quantidade de movimento e energia nas equações de conservação. O movimento do diafragma pode ser representado como um pistão movendo-se na direção normal ao fluxo. Assume-se que a largura do alto-falante é relativamente pequena comparada com o comprimento de onda dos modos acústicos relevantes. Os termos das fontes nas equações de conservação, (1), (2) e (3), na presença de um alto-falante montado lateralmente podem ser dados como:

$$m = \rho A_r v_c; \quad F = 0; \quad e = \gamma A_r p v_c$$

onde v_c é a velocidade do diafragma, tomada positiva a partir da parede do duto, localizada a $x = x_a$. Isto é, $v_c = v_{ca}(x - x_a)$, onde $A_r = A_s/A$, A_s e A são as áreas das seções transversais do alto-falante e do combustor, respectivamente. As equações linearizadas das perturbações ao redor das condições do fluxo médio estável podem ser obtidas como anteriormente. Na ausência de fluxo médio, a equação de onda de segunda ordem e a equação de energia na presença de calor liberado e de um alto-falante podem ser reduzidas a:

$$\frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} - \frac{c^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} = (\gamma - 1) \frac{\partial q'}{\partial t} + \gamma A_r \bar{p} \frac{\partial v_c}{\partial t} \quad (27)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \gamma \bar{p} \frac{\partial u'}{\partial x} = (\gamma - 1) q' + \gamma A_r \bar{p} v_c \quad (28)$$

onde a taxa de calor liberado é dada pela equação (9).

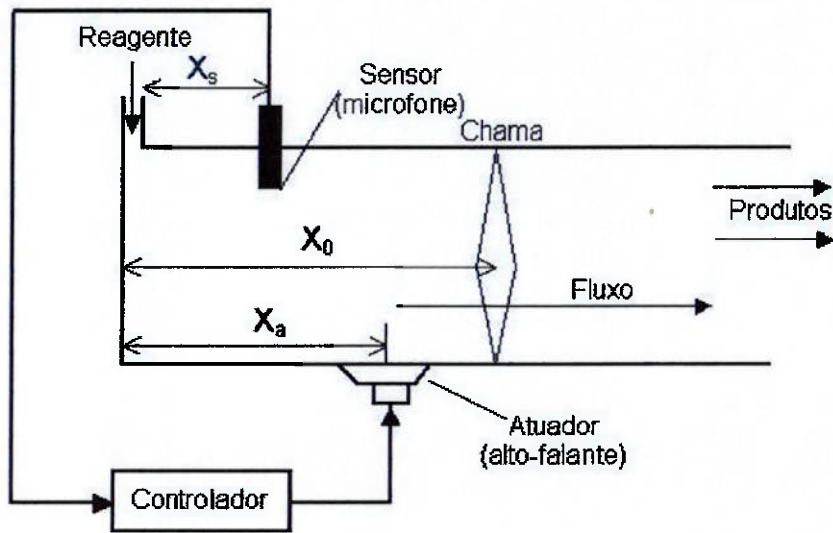


Figura 5 – Representação do Sistema De Combustão Completo.

9.2. MODELO DE REALIMENTAÇÃO DIMENSIONAL FINITO

Assume-se que a corrente no alto-falante seja diretamente proporcional. Uma vez estando na faixa de frequências acústicas, o alto-falante essencialmente funciona como uma fonte de aceleração, de modo que $\dot{v}_{ca} = k_a i$. Um transdutor de pressão, como um microfone colocado a $x = x_s$, é posto para monitorar as oscilações de pressão no combustor. A saída

perturbada $\tilde{p} = \frac{p'}{p}$ pode ser relacionada com o estado η como

$\tilde{p}(x, t) = \psi^T(x_s)\eta(t)$. Denotando esta saída em $x = x_s$ como y , tem-se a relação $y = \tilde{c}_c^T \eta(t)$, onde $\tilde{c}_c = \psi(x_s)$. Juntamente com as equações (27) e (28), é possível encontrar a relação dinâmica entre a entrada de controle i e a saída medida.

Com a mesma aproximação da equação (6) e a equação base dada em (7), um modelo dimensional finito pode ser encontrado. Obtêm-se, assim, as seguintes equações:

$$\ddot{\eta} + \Omega^2 \eta = \tilde{b} \dot{q}'_0 + \tilde{b}_c i \quad (29)$$

$$\dot{q}'_0 = -b_3 q'_0 + b_2 \tilde{u}'_0 \quad (30)$$

$$\tilde{u}'_0 = \tilde{c}^T \dot{\eta} + k_{ao} k_a A_r \int i d\tau \quad (31)$$

onde $\tilde{b}_c = \gamma k_a E^{-1} \psi(x_0)$ e $k_{ao} = 1$ se $x_a < x_0$ e zero caso contrário. A relação entrada-saída entre a corrente do alto-falante i e a saída y do microfone pode ser obtida usando as equações (29), (30) e (31) de modo que:

$$y = G(s)i \quad (32)$$

onde:

$$G(s) = \tilde{c}_c^T Q^{-1}(s) \tilde{g}_c, \quad \tilde{g}_c = (s + b_3) \tilde{b}_c + (b_2 A_r) \tilde{b}$$

$$Q(s) = (s^2 I + \Omega^2)(s + b_3) - b_2 \tilde{b} \tilde{c}^T s^2$$

Na presença de n modos, $G(s)$ pode ser um sistema de ordem $(2n+1)$ e de grau relativo dois cujos pólos dependem dos parâmetros acústicos e da chama, assim como da localização da chama. Os zeros, por outro lado, dependem das localizações dos sensores e atuadores, bem como da localização da chama.

Duas observações importantes devem ser feitas em relação à utilização de alto-falantes para controlar estes sistemas de combustão: Primeiro, a posição do alto-falante no tubo é de vital importância pois modos de pressão não podem ser controlados por um alto-falante operando no nó de pressão de sua oscilação. O outro fator relevante é a necessidade de uma caixa para acomodar os alto-falantes de forma a direcionar a pressão do atuador para a região do tubo a ser controlada.

10. PROJETO DO CONTROLE ATIVO

De posse da equação (32), que representa o comportamento do sistema, relacionando a saída do microfone y com a entrada i do alto-falante, é possível projetar um controle ativo. Supõe-se que a única saída disponível seja y e que a meta a ser atingida seja a estabilização do sistema. O problema reduz-se a escolher o controlador $G_c(s)$, onde

$$i = G_c(s)y \quad (33)$$

de modo que o sistema em malha fechada permaneça estável, e que $y(t)$ tenda assintoticamente à zero. Além disso, é obviamente desejável o menor esforço de controle possível.

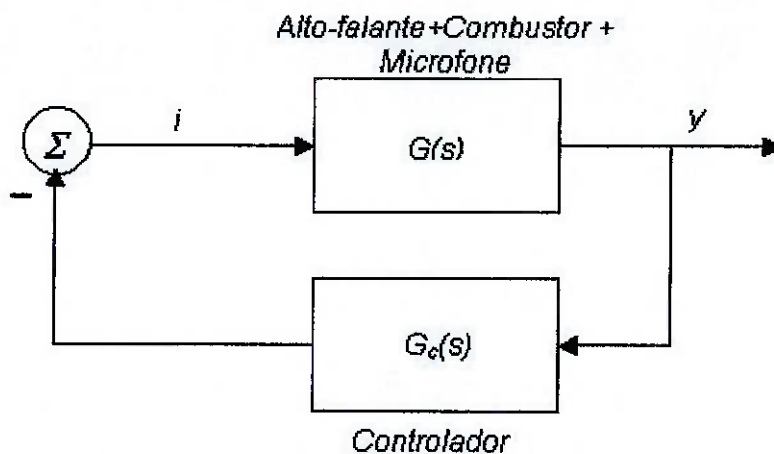


Figura 6 – Malha Fechada do Sistema com Controlador.

10.1 CONTROLE ATIVO PARA O CASO DE MODO UNITÁRIO

Quando $n = 1$, $G(s)$ na equação (32) pode ser escrito da seguinte forma:

$$G(s) = \frac{[(s + b_3)\tilde{b}_{c1}\tilde{c}_{c1} + k_{a0}\tilde{b}_1b_2A_r\tilde{c}_{c1}]}{(s^2 + \omega^2)(s + b_3) - \tilde{b}_1\tilde{c}_1b_2s^2} \quad (34)$$

onde:

$$\begin{aligned} \tilde{b}_1 &= \frac{\gamma a_0}{E} \psi(x_0) & \tilde{c}_1 &= \frac{1}{\gamma k^2} \frac{d\psi}{dx}(x_0) \\ \tilde{b}_{c1} &= \frac{\gamma}{E} A_r \psi(x_a) & \tilde{c}_{c1} &= \bar{p} \psi(x_s) \end{aligned}$$

$G(s)$ pode ser visto como sendo de terceira ordem, de grau relativo dois, e de fase mínima se $x_a > x_0$ ou se $\text{sign}(\psi(x_a)) = \text{sign}(\psi(x_0))$. Neste caso, segue-se que um filtro de avanço de fase de primeira ordem da forma

$$G_c(s) = k_c \frac{s + z_c}{s + p_c} \quad (35)$$

e um controle de realimentação do tipo $i = G_c(s)y$ podem ser usados para estabilizar o combustor. Se ω é a frequência instável, uma escolha pode ser $z_c < \omega$, $p_c = \alpha z_c$, $\alpha > 1$, sendo α tal que a fase necessária na frequência instável ω necessária para estabilização seja adicionada, e k_c tal que a resposta da pressão decaia a uma taxa desejada. A última constante indiretamente especifica a largura de banda do sistema em malha fechada. Estes parâmetros podem ser selecionados sistematicamente usando o método do lugar das raízes ou a resposta em frequência baseada no critério de Nyquist. A estrutura

de $G(s)$ na equação (34) também indica que posicionando o atuador e o sensor de modo que $x_a = x_s$ e escolhendo x_a no antinodo de pressão pode minimizar o esforço de controle necessário para uma especificada taxa de decaimento.

Este controlador, embora atinja os objetivos de adição de fase necessária, possui várias desvantagens: Ele faz uso direto das características de fase mínima de $G(s)$, não podendo garantir a presença de múltiplos modos; A máxima fase que pode ser adicionada com um compensador de primeira ordem é por volta de 50° ; Embora um projeto satisfaça o tempo de estabilização, ele nem sempre conduz a um desempenho robusto. Apesar de um modo simples ser o modo dominante, outros modos ainda estão presentes no combustor, sendo importante que o controlador tenha largura de banda apropriada para de modo a não excitar uma dinâmica não modelada. O tipo de controlador descrito acima não é capaz de satisfazer este requisito.

10.2. CONTROLADOR ATIVO PARA O CASO DE 2 MODOS

Quando $n = 2$, para certas condições de operação e de fronteiras, a função de transferência $G(s)$ em (32) pode ser reescrita de forma fatorada como:

$$G(s) = k \frac{(s + z_f)(s^2 + 2\xi_z\omega_z s + \omega_z^2)}{(s + p_f)(s^2 - 2\xi_1\omega_1 s + \omega_1^2)(s^2 + 2\xi_2\omega_2 s + \omega_2^2)} \quad (36)$$

sendo que todos os ξ 's são menores que 1. Dois diferentes projetos de controle são propostos:

- Projeto por Alocação de Pólos;
- Projeto Linear Quadrático.

10.2.1. CONTROLADOR POR ALOCAÇÃO DE PÓLOS

O controlador é da seguinte forma:

$$G_c(s) = \frac{N_c(s)}{D_c(s)} \quad (37)$$

onde $D_c(s)$ e $N_c(s)$ são polinômios de grau n e $m \leq n$, respectivamente. Uma maior ordem do controlador essencialmente fornece mais graus de liberdade para o projeto de controle. Especificações no domínio do tempo com um adequado grau de robustez podem ser assegurados com esta técnica.

10.2.2. CONTROLADOR LINEAR QUADRÁTICO

Uma vez que o sistema em malha aberta é instável, é importante assegurar que o desempenho desejado possa ser obtido sem o gasto exagerado de energia. Um controlador otimizado que minimiza a combinação de trajetórias das variáveis de estado do sistema e ao mesmo tempo a entrada de controle de estabilização pode ser usado. Neste sentido, uma função de custo quadrático

$$J = \int_0^{\infty} (y^2 + \lambda u^2) dt \quad (38)$$

pode ser minimizada, onde λ é o fator de escala que representa a relação entre um decaimento rápido na resposta do sistema e uma entrada de controle grande. A função J pode ser minimizada usando uma entrada de controle do

tipo $u = G_c(s)y$ e $G_c(s)$ é um compensador dinâmico cujos parâmetros são determinados usando um procedimento de controle otimizado padrão. Tipicamente, este compensador é determinado como uma combinação de um observador e um controlador de realimentação de estado.

Enquanto o projeto de controle descrito anteriormente pode fornecer as características de estabilidade desejadas sobre as condições nominais, outro requisito que deve ser levado em consideração é a robustez da estabilidade em malha fechada na presença de dinâmica não modelada. Enquanto o modelo desenvolvido acima é capaz de incorporar a presença de vários modos no combustor, outros indesejáveis efeitos, tais como mudanças na dinâmica da chama, na dinâmica dos sensores ou atuadores, condições de carregamento, e efeitos devido a não linearidades de distúrbios podem induzir a uma dinâmica que não está incluída na função de transferência nominal $G(s)$. Nestes casos, o projeto de controle deve ser flexível para garantir um certo grau de robustez de estabilidade também. Pode ser discutido que o projeto baseado num regulador linear quadrático pode incorporar esta propriedade de robustez de uma forma mais transparente. Uma vez que a entrada de controle garante que a função custo J seja minimizada, ela garante que a energia de controle permanece finita, e conseqüentemente, naturalmente previne componentes de alta frequência de serem excitados.

10.3. ESTRATÉGIAS DE CONTROLE AVANÇADAS

A discussão anterior indica que a supressão de oscilações de pressão pode ser atingida com uma taxa de decaimento adequada e um mínimo esforço de controle. O projeto de controle consiste em selecionar uma função de transferência $G_c(s)$ com ganho apropriado e características de fase sobre a faixa de frequências desejada. Uma vez que ruídos e distúrbios devidos à mudança de carregamento estão sempre presentes, objetivos como rejeição de

distúrbios e insensibilidade a ruídos no sensor também têm de ser assegurados. Outra fonte de distúrbios é o efeito das não linearidades. Em quase todos os combustores que exibem instabilidades termoacústicas, tem-se observado que o crescimento das oscilações de pressão alcança um nível de saturação depois de um certo tempo. Este último, sendo um comportamento de ciclo limite, alude para a presença de não linearidades que têm um efeito de estabilização na dinâmica do sistema. Tal efeito pode ser modelado como um distúrbio equivalente. Um procedimento de projeto equivalente pode ser adotado para alcançar estes objetivos também. Isto assegurará que, para pequenas mudanças na condição nominal, o controlador ativo irá rejeitar os distúrbios e retornará às condições nominais do processo.

Suponha que além da estabilização da pressão, também se deseja que um aumento na taxa volumétrica de calor liberado e/ou um decréscimo na formação de NO_x seja obtido. Isto pode requerer o uso de entradas múltiplas com atuadores e sensores apropriados que têm máxima controlabilidade e observabilidade. Em alguns casos, pode ser possível atingir estes objetivos extras passivamente mudando a condição de operação com, por exemplo, a adição de excesso de combustível ou ar, mistura mais rápida, ou um resfriamento mais rápido. Porém, como as condições de operação mudam, as condições de fluxo estável, e como resultado, os parâmetros de $G(s)$ também variam. Para lidar com estas situações onde os parâmetros do sistema são incertos e podem variar, um controlador adaptativo cujos parâmetros variam on-line de acordo com as mudanças nas características do sistema pode ser usado. Porém, isso não faz parte do escopo deste trabalho.

11. ESCOLHA DA FERRAMENTA MATEMÁTICA PARA SIMULAÇÃO DO SISTEMA E DESENVOLVIMENTO DOS CONTROLADORES

Vários softwares podem ser usados para simulação de sistemas e desenvolvimento de sistemas de controles. Muitos já possuem bibliotecas especializadas em modelagem e controle de sistemas. Entre esses, os que mais se destacam por sua versatilidade e facilidade de uso são: Scilab, Octave e Matlab.

Embora o Matlab, diferentemente dos outros dois, não seja gratuito, este foi escolhido como a ferramenta matemática para realizar as simulações e o desenvolvimento do sistema de controle. Isso se deve a quatro fatores básicos:

- Experiência anterior que o aluno tem com esta ferramenta, incluindo as partes relacionadas com controle de sistemas;
- Disponibilidade de uma grande literatura sobre o software;
- O software já se encontra disponível para o aluno, de modo que sua utilização não acarretará em custos;
- Na grande maioria dos trabalhos de controle, o Matlab é a ferramenta utilizada, de modo que esta inspira confiança, além de possuir uma grande gama de profissionais que a dominam, o que facilita no caso de dúvidas e problemas de implementação.

12. SIMULAÇÃO DO SISTEMA

12.1. FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA PARA O CASO DE MODO UNITÁRIO

A fim de verificar a veracidade e desempenho dos pontos teóricos discutidos, será desenvolvido, para o caso onde apenas o modo unitário ou fundamental das oscilações é considerado, um controle ativo destas oscilações de pressão num tubo de Rijke.

O combustor possui as seguintes características físicas [1]:

- Comprimento: 0,5 m;
- Diâmetro: 4,45 cm;
- Diâmetro do queimador: 11,25 mm;

Foram utilizados também os seguintes parâmetros de combustão para simular a dinâmica da chama:

- $\theta = 0,5$
- Mistura estequiométrica propano-ar: 0,7;
- Densidade: $1,15 \text{ kg/m}^3$;
- Velocidade do som: 350 m/s;
- Calor liberado na reação: $2,15 \times 10^6 \text{ J/Kg}$.
- Velocidade de queima: 0,3 m/s;

A chama foi posicionada no combustor a 0,15 m do seu início e o alto-falante e o microfone foram posicionados a 0,09 m do início do tubo.

O combustor do tipo Tubo de Rijke é aberto em ambas as extremidades, sendo desta forma utilizadas as condições de fronteira $p'(0,t)=0$ e $p'(L,t)=0$, o que permite calcular os valores do número de onda e da fase da função de base $\psi_i(x) = \text{sen}(k_i x + \phi_{i0})$ como sendo:

$$\phi_{10} = 0$$

$$k_1 = \frac{\pi}{L}$$

Assim, a função de base será dada por:

$$\psi_1(x) = \text{sen}\left(\frac{\pi}{L}x\right)$$

Quando $n=1$, a função de transferência do sistema $G(s)$ é dada pela equação (34). Utilizando todos os parâmetros definidos anteriormente, encontra-se a seguinte função de transferência para o sistema em estudo:

$$G(s) = \frac{3,4 \cdot 10^4 s + 4,925 \cdot 10^6}{s^3 - 6,737 \cdot 10^1 s^2 + 4,836 \cdot 10^6 s - 1,557 \cdot 10^8}$$

sendo as raízes deste sistema $(0,01758 \pm 2,1988) \cdot 10^3$ e $0,03221$.

A seguir, são mostrados o gráfico de Bode do sistema e a resposta deste sistema a uma entrada de impulso.

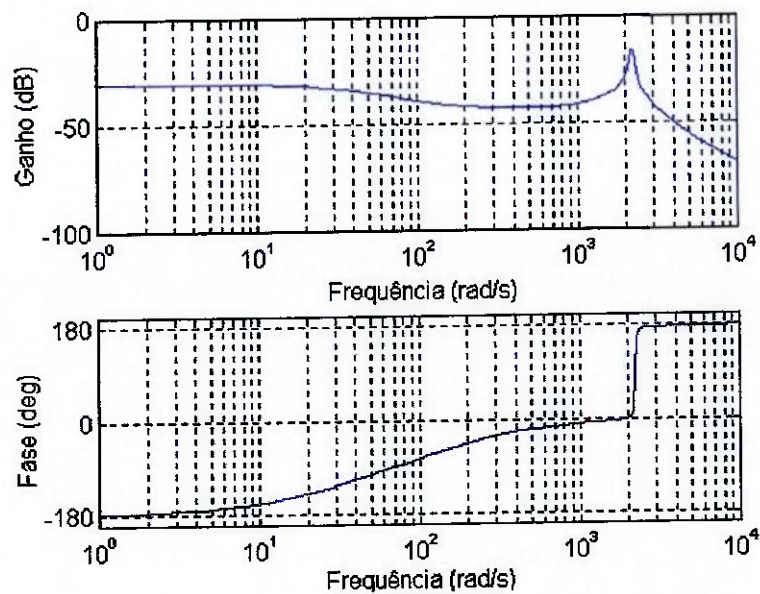


Figura 7 – Gráfico de Bode para o Tubo de Rijke.

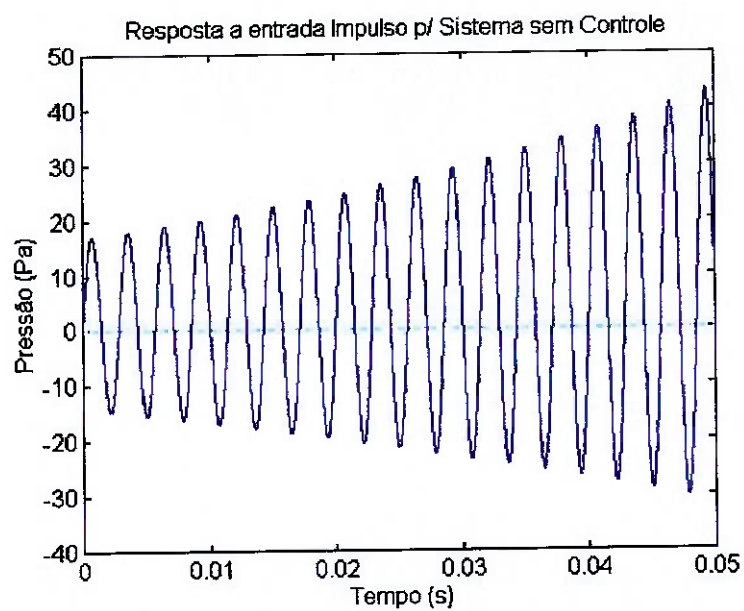


Figura 8 – Resposta do Sistema sem Controle a uma Entrada de Impulso.

A partir da figura 8, percebe-se que o sistema é, como se esperava, instável, necessitando de um controlador capaz de estabilizar as oscilações de pressão dentro do combustor. A instabilidade do sistema também pode ser deduzida verificando que as raízes do sistema possuem parte real positiva.

Sendo $n=1$, tem-se que $k_1 = \frac{\pi}{L} = \frac{\pi}{0,5} = 6,283$, e que a frequência

dominante do sistema é dada por $\omega_n = k_1 \bar{c} = 6,283.350 = 2199 \text{ rad/s}$. Este valor teórico pode ser observado na figura 7, sendo este valor correspondente à frequência onde o ganho do sistema é máximo, isto é, onde existe um pico no ganho e onde ocorre uma mudança abrupta de fase.

Existe ainda um outro modo de verificar a instabilidade do sistema: Conforme estudado no item 8.1, a dinâmica da acústica e da chama, no caso onde se considera apenas o modo fundamental ($n=1$), se reduzem a simples relações de entrada-saída, dadas respectivamente pelas equações (17) e (18). Esta dinâmica possui uma estrutura de realimentação com funções de transferência dadas respectivamente pelas equações (19) e (20) e um ganho β , dado por (21), reescrita a seguir:

$$\beta = \frac{\frac{d\psi}{dx}(x_0)\psi(x_0)}{k^2 E} \quad (21)$$

Caso β seja positivo, tem-se uma realimentação positiva intrínseca ao próprio sistema, o que explica fisicamente a instabilidade do sistema. Sendo

$\psi_1(x) = \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right)$, $k_1 = \frac{\pi}{L}$ e $E = \int_0^L \psi_1 \psi_1 dx$, e de posse dos valores de $L = 0,5\text{m}$ e

$x_0 = 0,15\text{m}$, pode-se calcular o ganho β , da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\frac{d\psi_1(x)}{dx} &= \frac{d}{dx} \sin\left(\frac{\pi}{L}x\right) = \frac{\pi}{L} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{L}x\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{d\psi_1(x_0)}{dx} &= \frac{\pi}{L} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{L}x_0\right) = \frac{\pi}{0,5} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{0,5} \cdot 0,15\right) = 3,69\end{aligned}$$

$$\psi_1(x_0) = \sin\left(\frac{\pi}{L}x_0\right) = \sin\left(\frac{\pi}{0,5} \cdot 0,15\right) = \sin(0,94) = 0,81$$

$$k_1 = \frac{\pi}{L} \Rightarrow k_1^2 = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 = \left(\frac{\pi}{0,5}\right)^2 = 39,47$$

$$E = \int_0^L \psi_1 \psi_1 dx = \int_0^L \psi_1^2 dx = \int_0^L \sin^2\left(\frac{\pi}{L}x\right) dx = \left. \frac{x}{2} - \frac{\sin\left(\frac{2\pi}{L}x\right)}{\frac{4\pi}{L}} \right|_0^L = \frac{L}{2} = \frac{0,5}{2} = 0,25$$

$$\beta = \frac{3,69 \cdot 0,81}{39,47 \cdot 0,25} = 0,31 > 0$$

Observando que o valor do ganho de realimentação β para o caso em estudo é positivo, nota-se que o sistema possui uma realimentação positiva intrínseca ao sistema, sendo esta responsável pela instabilidade do sistema.

12.2. FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA PARA O CASO DE 2 MODOS DOMINANTES

O modelo desenvolvido para o caso onde serão considerados dois modos acústicos será simulado com um combustor com as seguintes características físicas [1]:

- Comprimento efetivo: 0,49 m;
- Diâmetro: 0,04 m;
- Numero de furos do queimador: 80;
- Diâmetro de cada furo: 1,5 mm;

Foram utilizados também os seguintes parâmetros de combustão para simular a dinâmica da chama:

- $\theta = 0,5$
- Mistura estequiométrica propano-ar: 0,8;
- Densidade: $1,15 \text{ kg/m}^3$;
- Velocidade do som: 350 m/s;
- Calor liberado na reação: $2,563 \times 10^6 \text{ J/Kg}$.
- Velocidade de queima: 0,4 m/s;

A chama foi posicionada no combustor a 0,24 m do seu início e o alto-falante a 0,12 m e o microfone a 0,25 m do início do tubo.

A função de transferência do sistema $G(s)$ para o caso de dois modos é dada pela equação (36). Utilizando todos os parâmetros definidos anteriormente, encontra-se a seguinte função de transferência para o sistema em estudo:

$$G(s) = 21 \cdot 10^3 \frac{(s+1300)(s^2 - 404s + 19777 \cdot 10^3)}{(s+61)(s^2 + 866s + 1177 \cdot 10^3)(s^2 - 271s + 11610 \cdot 10^3)}$$

$\omega_2 = 202$

ω_1 ω_2

sendo as raízes deste sistema $(0,1355 \pm 3,4046i) \cdot 10^3$, $(-0,4330 \pm 0,9947i) \cdot 10^3$ e $-0,0610 \cdot 10^3$.

É possível observar que existe um par de raízes do sistema com parte real positiva, mostrando que o sistema é instável. Este par corresponde ao modo acústico instável, de frequência $\omega = 3405$ rad/s. Já o par de raízes com parte real negativa corresponde a um modo acústico estável, cuja frequência é $\omega = 1087$ rad/s.

As figuras 9 e 10 mostram, respectivamente, o gráfico de Bode do sistema e a resposta deste sistema a uma entrada de impulso. Observe que existe um pico de ganho exatamente sobre o modo acústico instável ($\omega = 3405$ rad/s).

Uma vez que o sistema é instável, é necessário desenvolver e utilizar um controlador que estabilize as oscilações de pressão dentro deste combustor, de forma a evitar que o combustor seja danificado, devido o aumento das oscilações de pressão.

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 1085 \\ \omega_2 &= 3405 \\ \omega_3 &= 4442 \end{aligned}$$

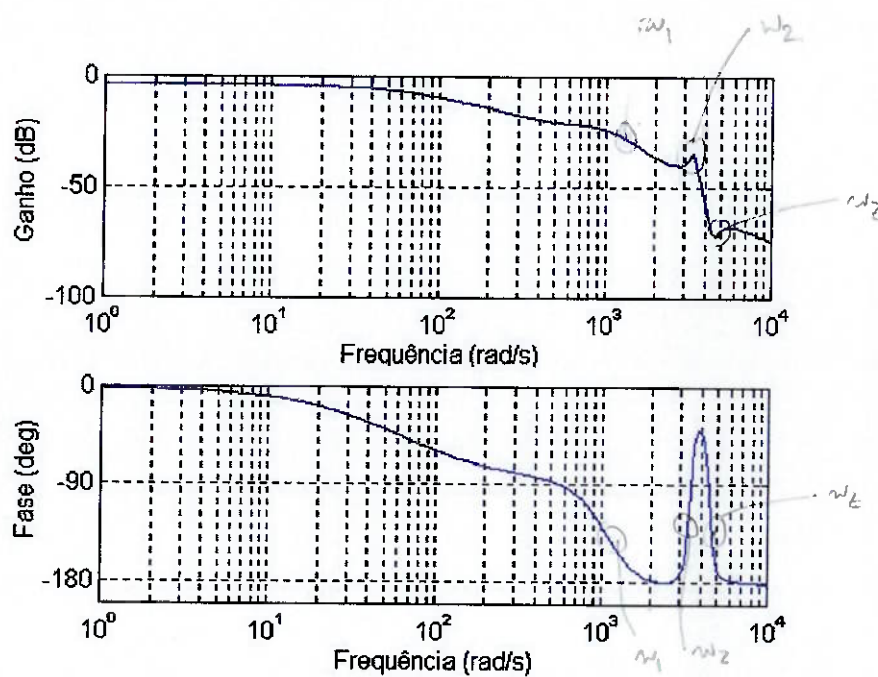


Figura 9 – Gráfico de Bode para o Combustor com Dois Modos Acústicos.

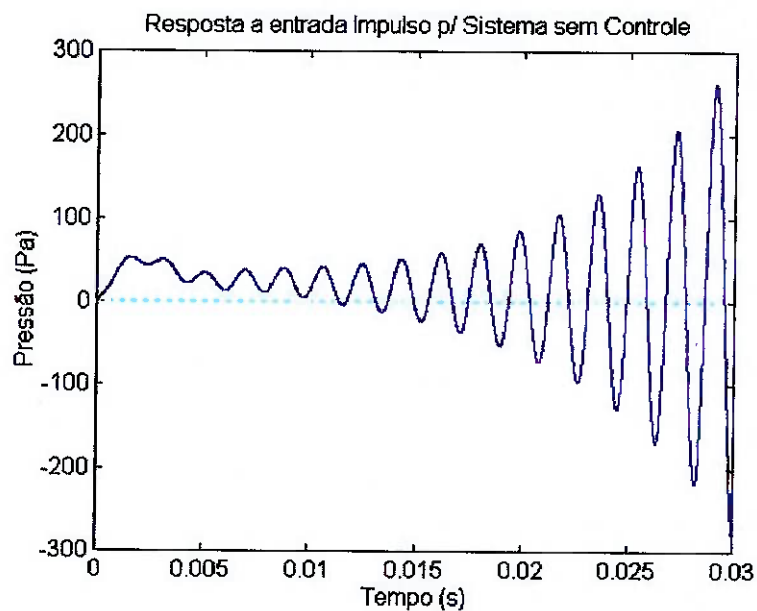


Figura 10 – Resposta do Combustor com Dois Modos Acústicos a uma Entrada de Impulso.

13. SISTEMAS DE CONTROLE

Em ambos os sistemas simulados anteriormente, verificou-se que estes eram instáveis, necessitando de sistemas de controle capazes de estabilizá-los. A seguir, serão vistos os sistemas de controle desenvolvidos para ambos os casos.

13.1. SISTEMA DE CONTROLE PARA O CASO DE MODO UNITÁRIO

Conforme descrito no item 10.1, um compensador na forma de um filtro de avanço de fase é capaz de estabilizar o combustor do tipo Tubo de Rijke, uma vez que está sendo considerado apenas o modo unitário ou fundamental ($n=1$). Um compensador deste tipo possui a equação de transferência dada por (35), reescrita aqui novamente como:

$$G_c(s) = k_c \frac{s + z_c}{s + p_c} \quad (35)$$

A malha do sistema, incluindo o filtro de avanço de fase, pode ser vista na figura 11. Observe ainda que o compensador foi posto na malha de realimentação, numa compensação conhecida como compensação por realimentação.

A seleção do pólo e do zero neste tipo de compensador dinâmico é feita de modo empírico, por tentativa e erro. Em geral, o zero z_c é colocado próximo à frequência natural do sistema. Neste caso em particular, próximo a frequência instável ω , de modo que $z_c < \omega$. O pólo é posto a uma distância 3 a 20 vezes superior a este valor, isto é, $p_c = \alpha z_c$, $\alpha > 1$, sendo α tal que a fase, na frequência instável ω , necessária para estabilização seja adicionada, e k_c tal

que a resposta da pressão decaia a uma taxa desejada. A última constante indiretamente especifica a largura de banda do sistema em malha fechada.

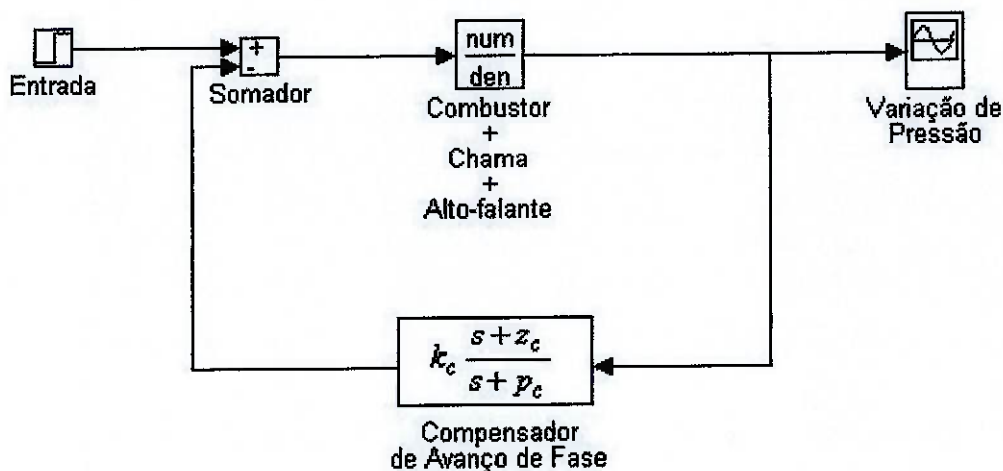


Figura 11 – Malha do Sistema com Compensador.

Escolheu-se inicialmente o valor do zero $z_c = 2100$ rad/s, de modo que $z_c < \omega = 2199$ rad/s. Em seguida, encontrou-se um valor conveniente para o pólo, resultando em $p_c = 4800$. Observou-se que a mudança destes valores não afetou de modo significativo a resposta de sistema controlado. Por fim, escolheu-se um ganho $k_c = 500$, de modo a permitir uma acomodação num tempo de aproximadamente 0,01 s.

A figura 12 mostra uma série de simulações para a resposta do sistema com o compensador com diversos valores de k_c , para uma entrada impulso. Os valores de k_c são respectivamente 10, 15, 17 e 30. Observa-se que para valores de k_c menores que 17, o compensador não é capaz de estabilizar o sistema. A figura 13 mostra outra série de simulações para a resposta do sistema com o compensador com valores de k_c iguais a 50, 100, 200, 300, 400 e 500. Observa-se que para os valores de k_c iguais a 50 e 100 tem-se um tempo de

acomodação muito elevado, maior do que 0,05 s. Para o valor de $k_c = 200$ já foi possível obter um tempo de acomodação próximo de 0,03 s. Porém, apenas para valores de $k_c = 500$ foi possível obter-se um tempo de acomodação de aproximadamente 0,01 s, considerado um bom valor para o sistema em estudo.

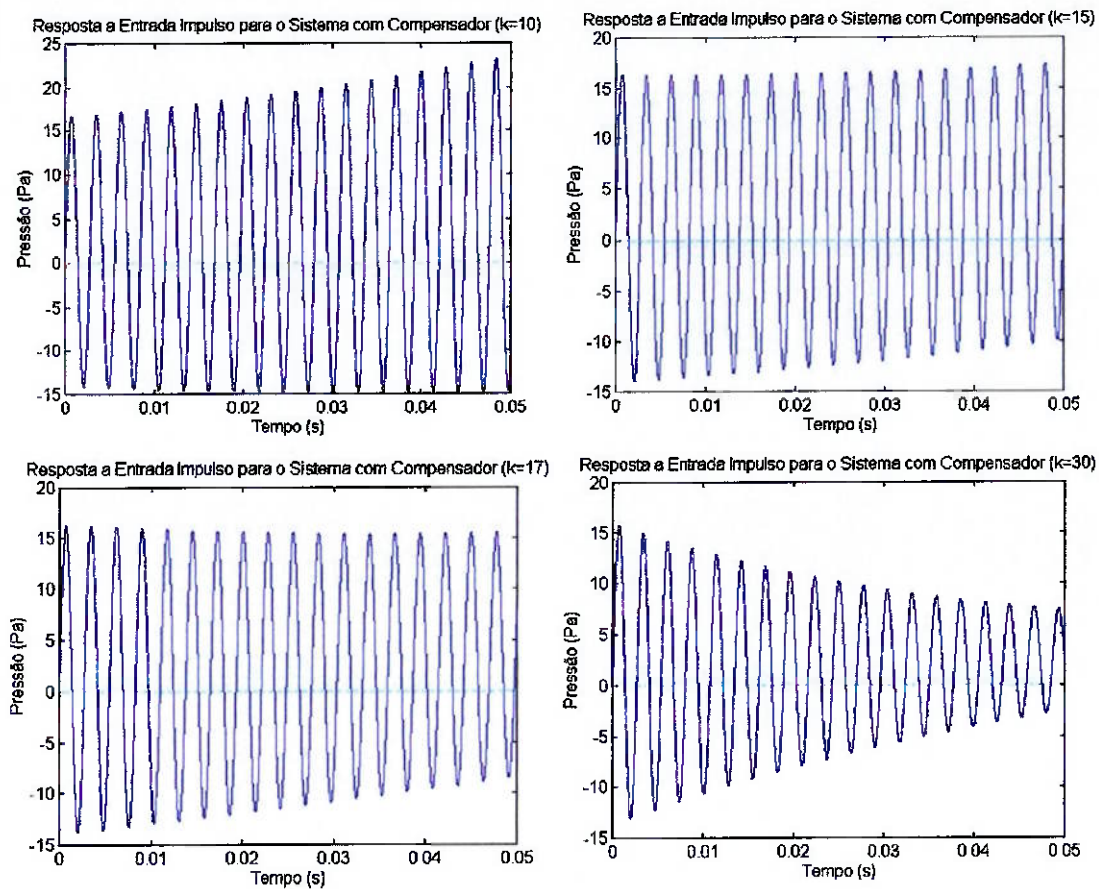


Figura 12 – Série de Simulações de Resposta a uma Entrada Impulso do Sistema com Filtro de Avanço de Fase com Valores de Ganho k_c iguais a 10, 15, 17 e 30 ($z_c = 2100$ e $p_c = 4800$).

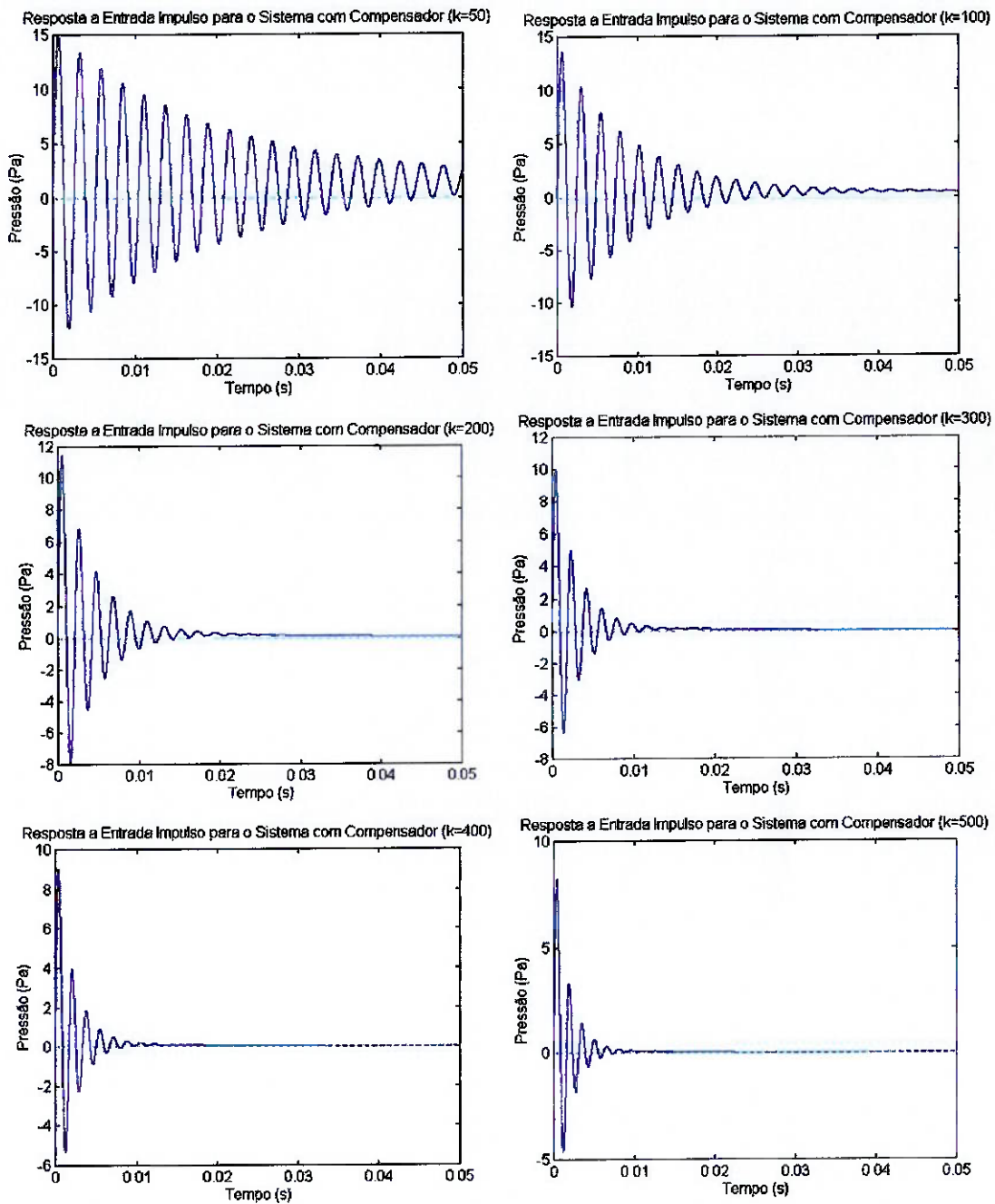


Figura 13 – Série de Simulações de Resposta a uma Entrada Impulso do Sistema com Filtro de Avanço de Fase com Valores de Ganho k_c iguais a 50, 100, 200, 300, 400 e 500 ($z_c = 2100$ e $p_c = 4800$).

A figura 14 mostra os diagramas de Bode correspondentes ao sistema compensado, com $z_c = 2100$ e $p_c = 4800$, e com k_c igual a 10, 15, 150, 300, 400 e 500. Observa-se que, com o aumento do valor de k_c , tanto o ganho quanto a fase sofrem grandes alterações em relação aos diagramas de Bode do sistema sem o compensador, dado na figura 8. Para baixos valores do ganho k_c , por exemplo, igual a 10 ou 15 tem-se picos de amplitudes com o valor dado pela frequência instável do sistema sem o compensador, mostrando que o compensador não conseguiu aumentar a largura de banda do sistema de modo a estabilizá-lo. Isto também pode ser notado na figura 12, onde baixos valores de k_c significam uma resposta divergente a uma entrada impulso.

Conforme o valor de k_c aumenta, maior torna-se a largura de banda do sistema, como observado na figura 14. Este aumento na largura de banda faz com que o sistema tenha uma resposta mais rápida. O aumento da largura de banda é desejável por este ser um indicativo das propriedades de resposta transitório, além de indicar características como filtragem de ruídos e de robustez do sistema. Para estes valores altos de k_c ocorre a supressão do pico de amplitude da frequência instável, o que acaba por tornar o sistema estável.

Também é importante notar a mudança na característica da fase do sistema. Para valores muito baixos de k_c , a fase (e também a amplitude) é praticamente a mesma do sistema sem o compensador. Com o aumento do valor de k_c , ocorre uma mudança bastante pronunciada na característica da fase do sistema, de modo que o sistema passa a ter fase praticamente constante e de valor próximo a zero até valores de frequências próximas de sua nova frequência natural.

Um fato importante a ser observado é o surgimento de um novo pico de amplitude no sistema, desta vez com uma frequência bem mais elevada do que a frequência instável ω . Além de estar a uma frequência de aproximadamente 4000 rad/s, quase o dobro da frequência instável original, este pico também possui uma amplitude menor.

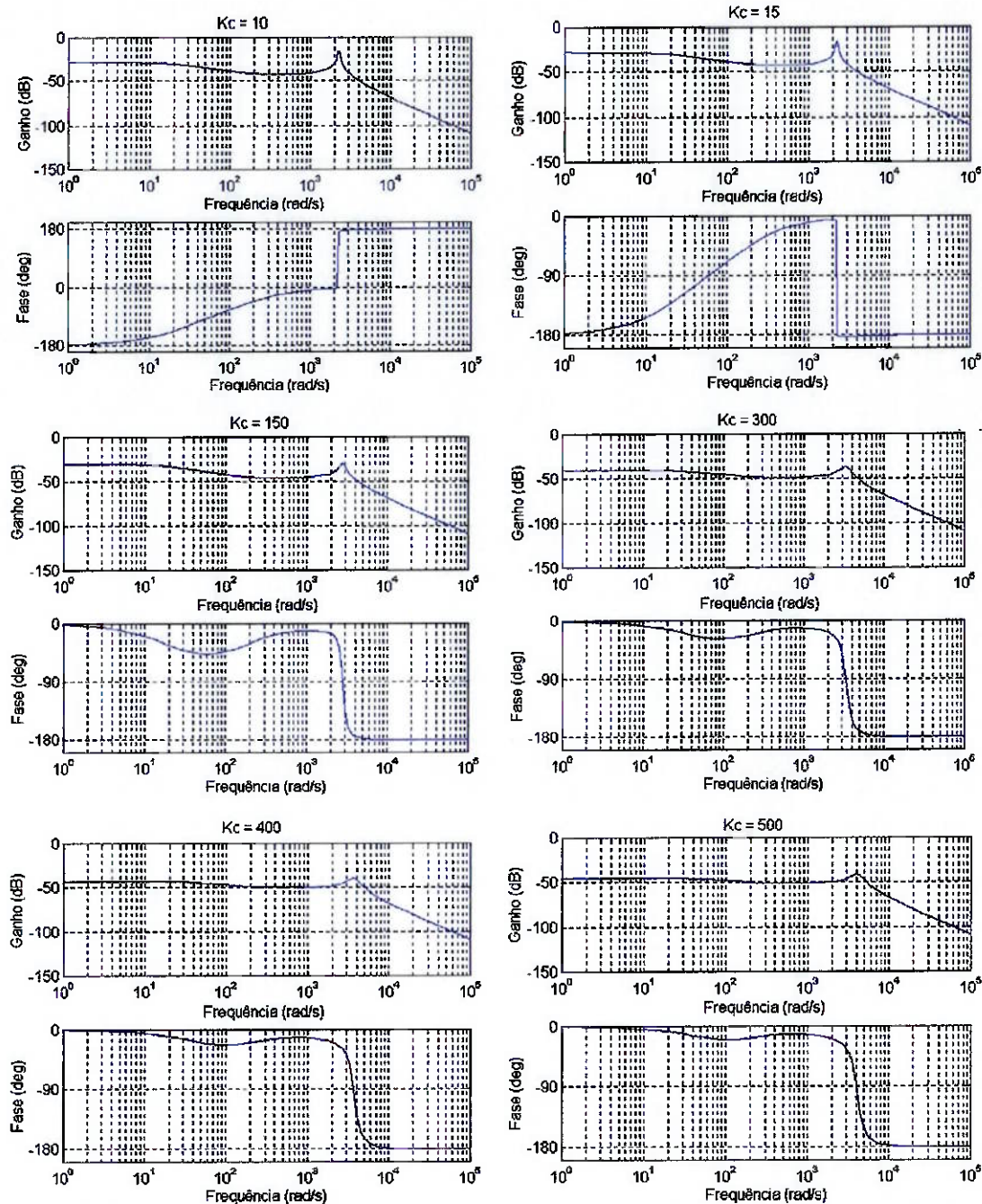


Figura 14 – Diagramas de Bode do Sistema com Filtro de Avanço de Fase com Valores do Ganho k_c iguais a 10, 15, 150, 300, 400 e 500 ($z_c = 2100$ e $p_c = 4800$).

As figuras 15, 16 e 17 mostram, respectivamente, a resposta do sistema a uma entrada impulso, onde o filtro de avanço de fase tem $p_c = 4800$ constante em todas as figuras, e valores de $k_c = 100, 300$ e 500 , respectivamente, sendo que em cada uma das figuras, são usados três diferentes valores para z_c (1300, 1800 e 2100). Observa-se nas figuras que o valor de z_c exerce certa influência sobre a resposta do sistema, possuindo um efeito no tempo de acomodação. Porém, observa-se também que estes efeitos não são extremamente importantes, principalmente se for levado em conta que z_c sofreu uma variação bastante grande de seu valor, inclusive para valores não recomendados (os valores recomendados são aqueles próximos à frequência instável $\omega = 2199$ rad/s). Também se nota que seus efeitos tornam-se cada vez menos perceptíveis com o aumento do ganho k_c , sendo que com $k_c = 500$ os resultados são praticamente idênticos. Desta forma, verifica-se que o valor de $z_c = 2100$ é bastante razoável.

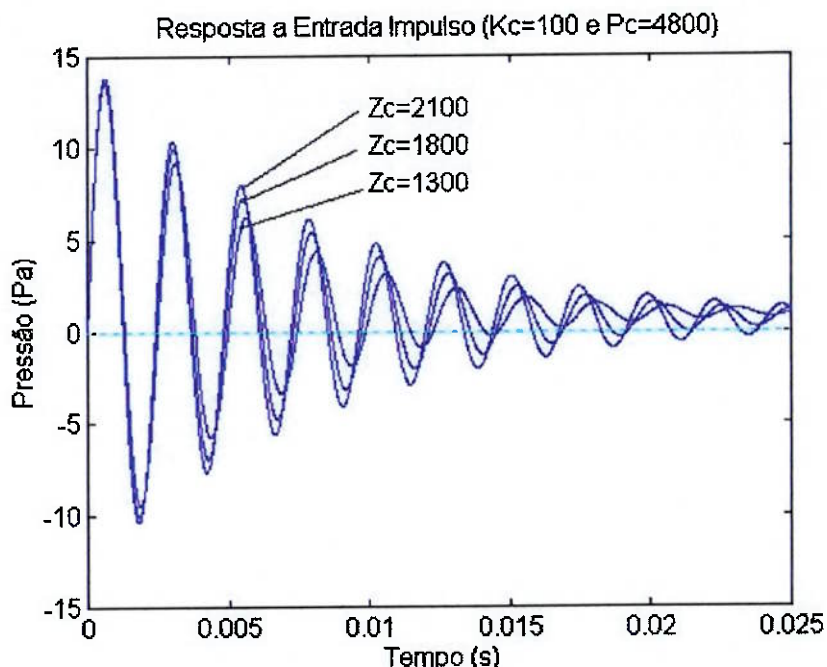


Figura 15 – Resposta do Sistema com Compensador com $k_c = 100$, $p_c = 4800$ e Diferentes Valores de z_c .

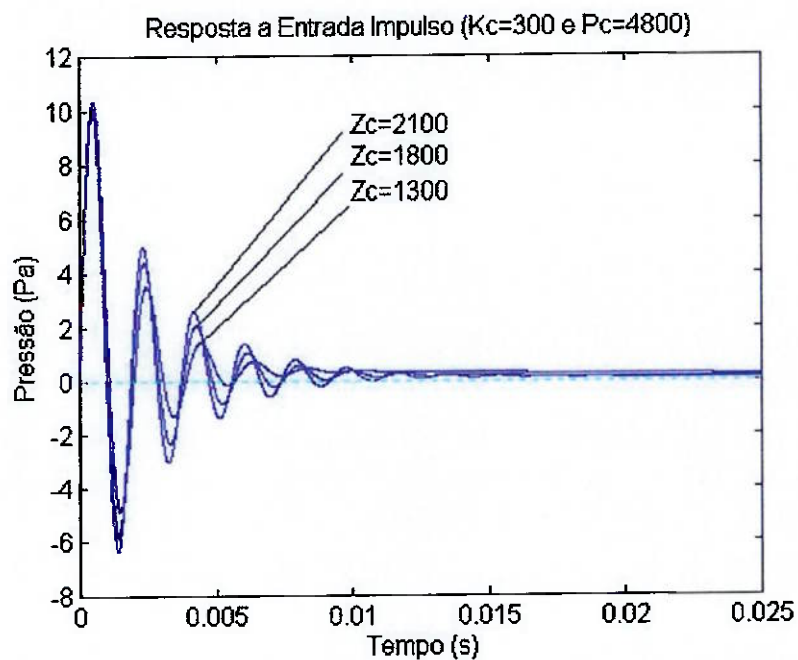


Figura 16 – Resposta do Sistema com Compensador com $k_c = 300$, $p_c = 4800$ e Diferentes Valores de z_c .

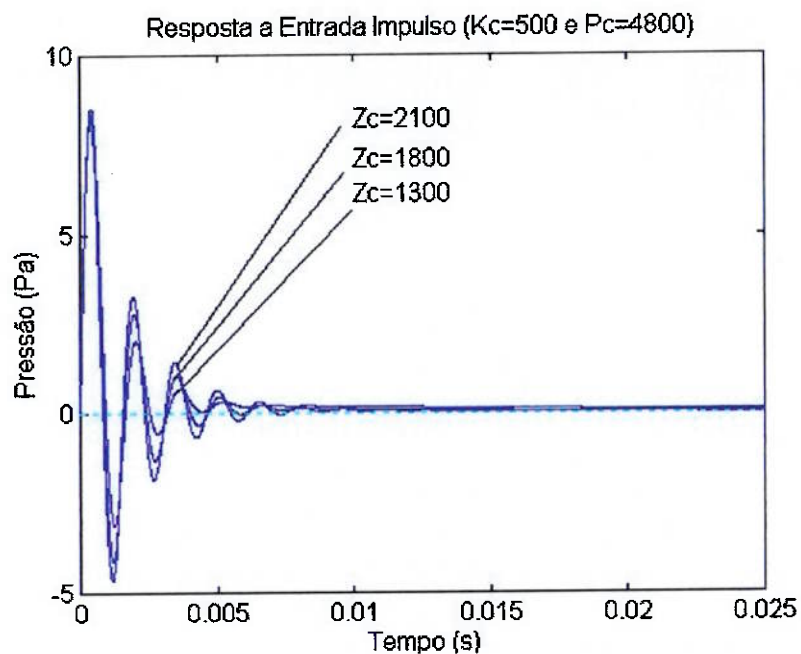


Figura 17 – Resposta do Sistema com Compensador com $k_c = 500$, $p_c = 4800$ e Diferentes Valores de z_c .

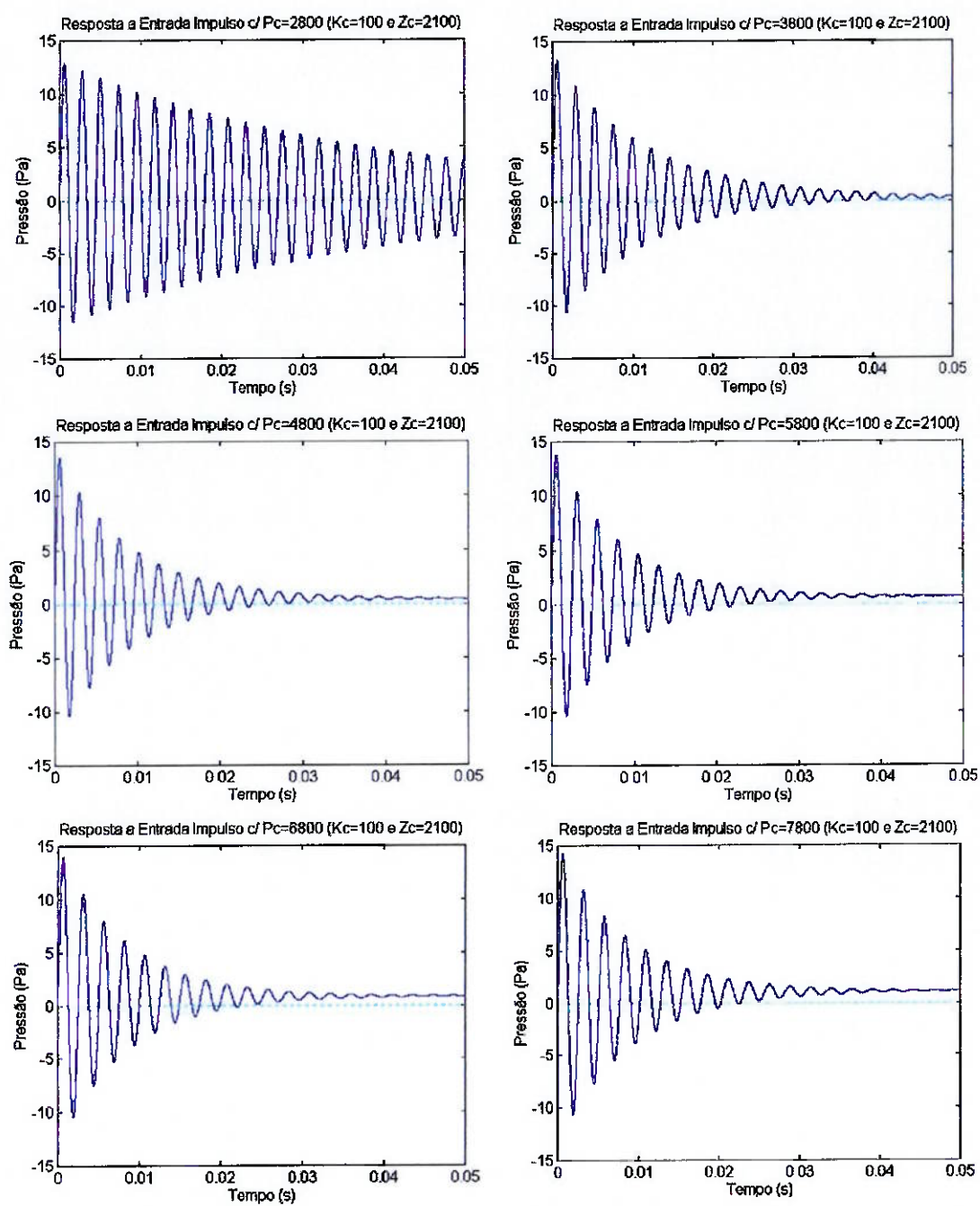


Figura 18 – Série de Simulações de Resposta a uma Entrada Impulso do Sistema com Filtro de Avanço de Fase com Valores de p_c iguais a 2800, 3800, 4800, 5800, 6800 e 7800 ($z_c = 2100$ e $k_c = 100$).

A figura 18 mostra uma série de simulações de resposta do sistema a uma entrada impulso para diferentes valores de p_c , a fim de verificar sua influência sobre a resposta do sistema. É possível observar que para valores baixos de p_c , por exemplo, 2800 rad/s, a resposta do sistema tem uma mudança acentuada, com um tempo de acomodação bem maior do que os obtidos com valores maiores de p_c .

Outro fato que pode ser notado é que, a partir de um certo valor para p_c , a resposta do sistema é basicamente a mesma. Isto pode ser observado para as respostas a partir de $p_c = 4800$. Desta forma, a escolha do valor de $p_c = 4800$ parece ser bastante razoável.

Através das discussões anteriores, escolheu-se os seguintes valores para os parâmetros do compensador:

- $z_c = 2100$
- $p_c = 4800$
- $k_c = 500$

A figura 19 mostra a resposta do sistema a uma entrada impulso com os valores finais escolhidos para o filtro de avanço. Verifica-se que foi obtido um tempo de acomodação de 0,01 s e uma pressão oscilante com valor máximo de aproximadamente 8 Pa, valores razoáveis para o sistema em estudo.

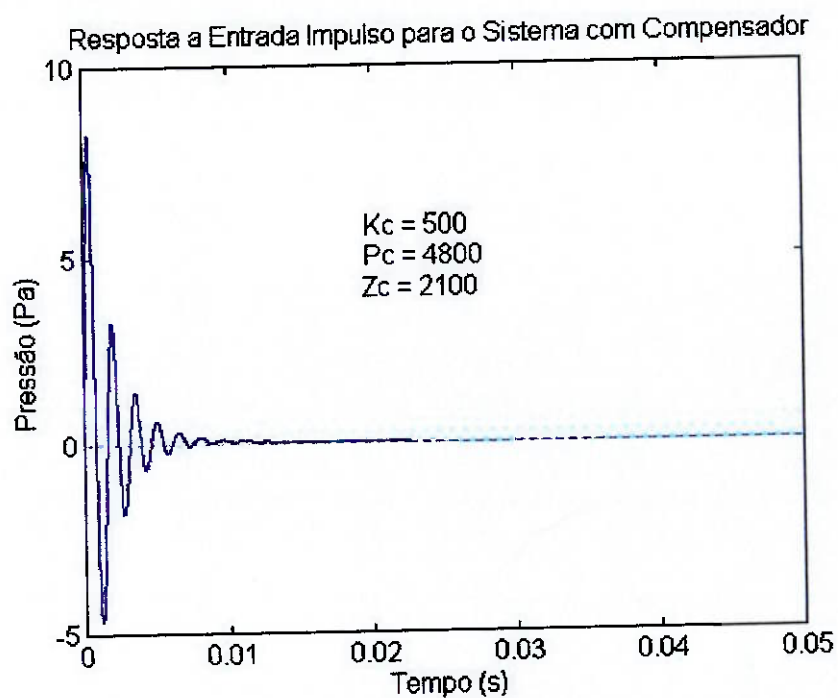


Figura 19 – Resposta do Sistema a uma Entrada Impulso com o Compensador Definido.

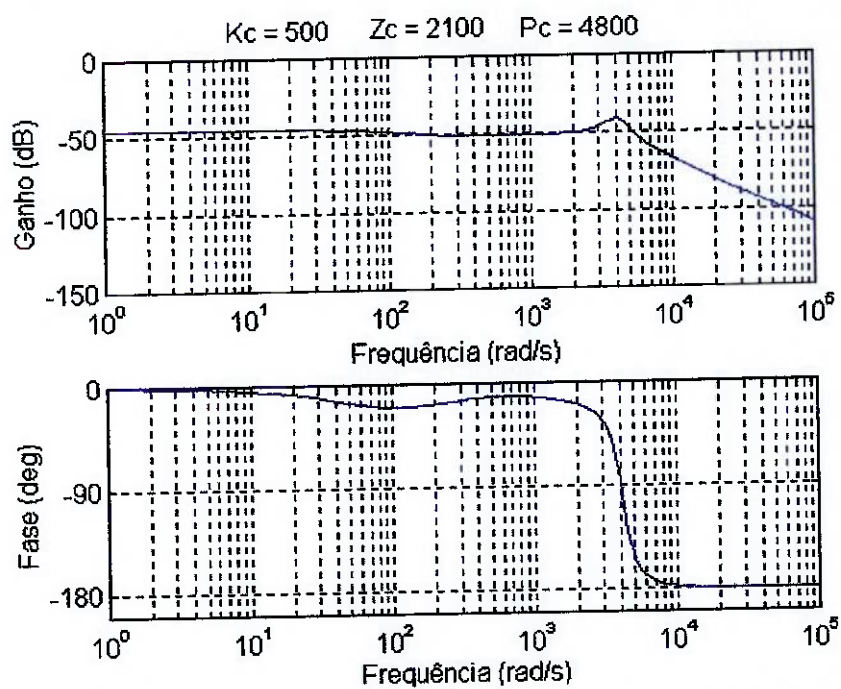


Figura 20 – Diagrama de Bode do Sistema com o Compensador Definido.

13.2. SISTEMA DE CONTROLE PARA O CASO DE 2 MODOS DOMINANTES

No item 10.2 deste trabalho, duas metodologias de projetos de sistemas de controle foram discutidas: Projeto por Alocação de Pólos e Projeto Linear Quadrático. Estas técnicas são usadas para projetos de controladores para sistemas descritos através de Variáveis de Estado. Apesar de serem técnicas bastante amplas, tentou-se inicialmente projetar um sistema de controle para o sistema de combustão simulado usando técnicas de projetos no domínio da frequência. De modo geral, o tipo de controle proposto na bibliografia [1, 5, 6] para este tipo de problema é o de um compensador composto de um Filtro Passa-alta e um Filtro Notch, além de um Amplificador de Ganho, de modo que:

$$G(s) = K_c G_h(s) G_p(s) \quad (39)$$

O filtro passa-alta possui a seguinte função de transferência:

$$G_h(s) = \frac{s}{s + h} \quad (40)$$

Este filtro é usado para filtrar frequências menores do que a frequência do modo instável, garantindo que o modo estável não seja excitado, filtrando-o.

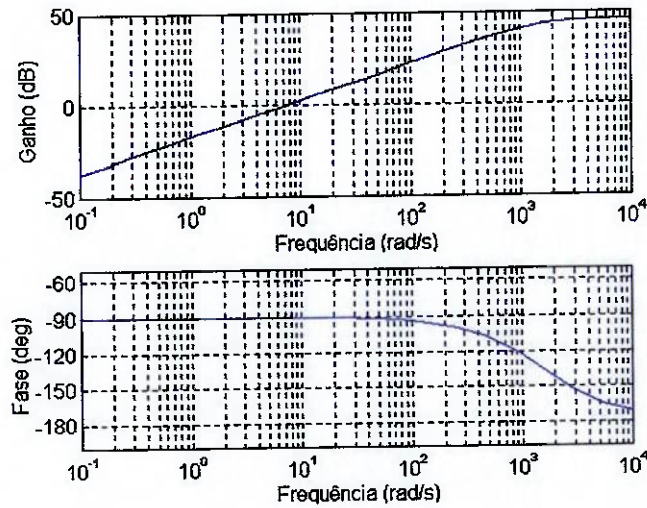


Figura 22 - Diagrama de Bode Típico de um Filtro Passa-Alta.

Já a segunda parte do controlador garante que o modo instável é estabilizado adicionando um Filtro Notch com uma frequência em torno desta frequência instável. Este tipo de filtro possui a seguinte função de transferência:

$$G_p(s) = \frac{s^2 + 2\zeta_N\omega_N s + \omega_N^2}{s^2 + 2\zeta_D\omega_D s + \omega_D^2} \quad (41)$$

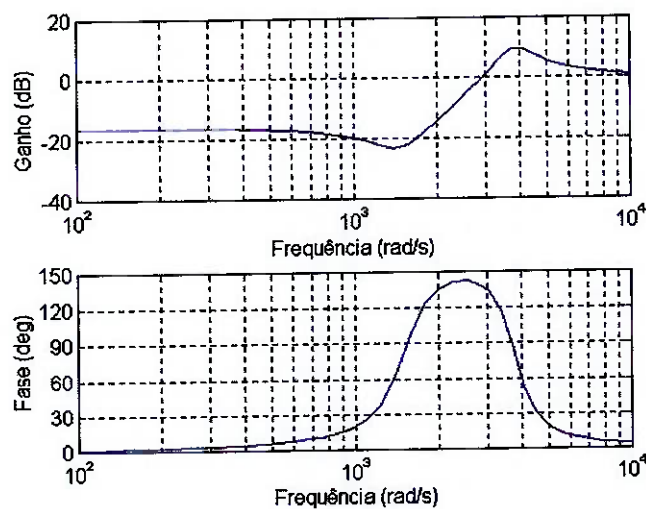


Figura 23 – Diagrama de Bode Típico de um Filtro Notch.

Este filtro adiciona uma fase positiva ou negativa entre ω_N e ω_D dependendo se $\omega_N < \omega_D$ ou se $\omega_N > \omega_D$, cuja magnitude é determinada pela diferença entre ω_N e ω_D , bem como pelos amortecimentos ζ_N e ζ_D . Para este filtro de segunda ordem, a máxima fase que pode ser adicionada é 180° .

Finalmente, um amplificador de ganho K_c é incorporado para fornecer uma liberdade adicional para estabilizar o modo instável.

A figura 24 mostra a malha do sistema com o compensador.

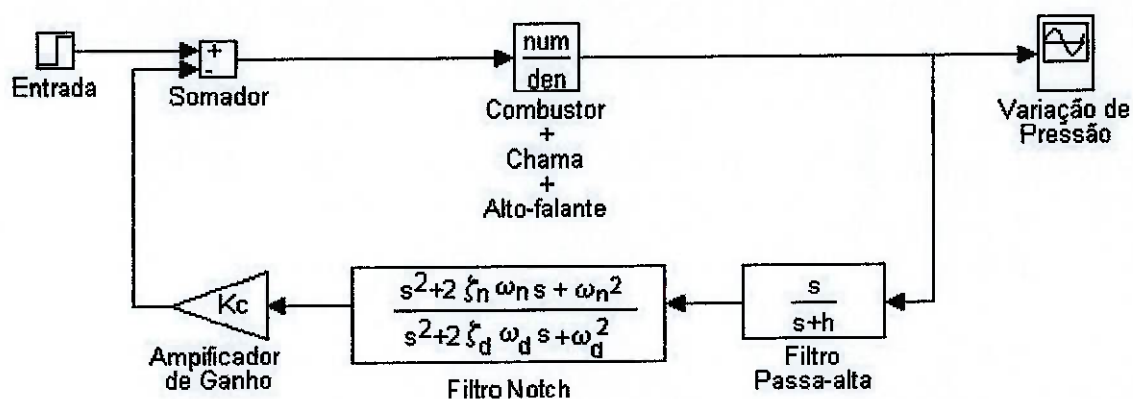


Figura 24 – Malha do Sistema com Compensador.

A figura 25 mostra o gráfico do Lugar das Raízes para o sistema sem controle. Os “x” correspondem aos pólos do sistema, enquanto que as “o” representam as raízes do sistema. Os parâmetros do Filtro Notch devem ser tais que o par de pólos correspondente ao modo acústico instável (que se encontram no semi-plano direito do gráfico) seja estabilizado. Ao realizar isto, o Filtro Notch consegue estabilizar este par de pólos, porém, o par de pólos do modo anteriormente estável é desestabilizado, de modo que o sistema permanece instável. Estes fatos podem ser observados na figura 26. Em [1], um

compensador do mesmo tipo foi projetado, sendo que este resultado de não estabilização também foi encontrado.

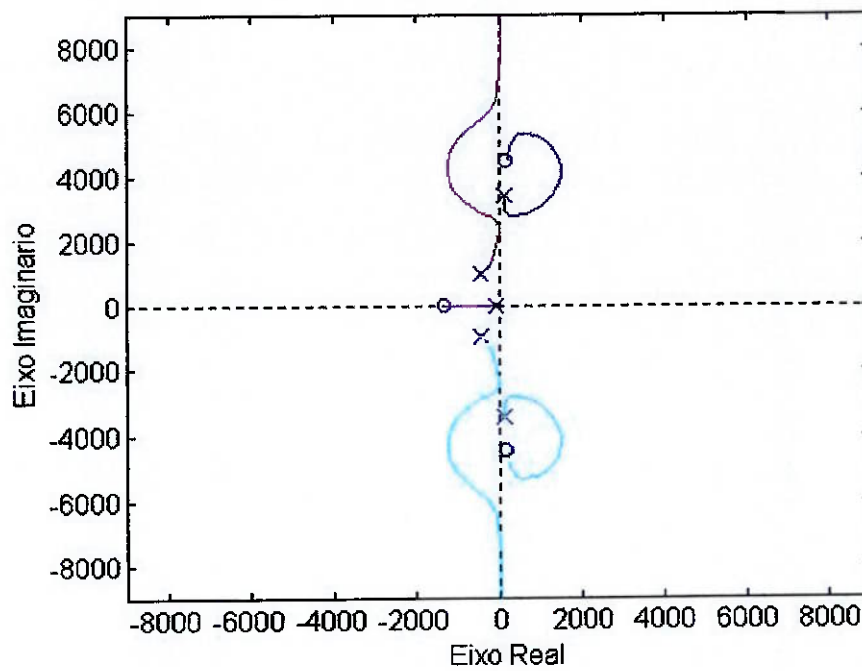


Figura 25 – Gráfico do Lugar das Raízes para o Sistema sem Controle.

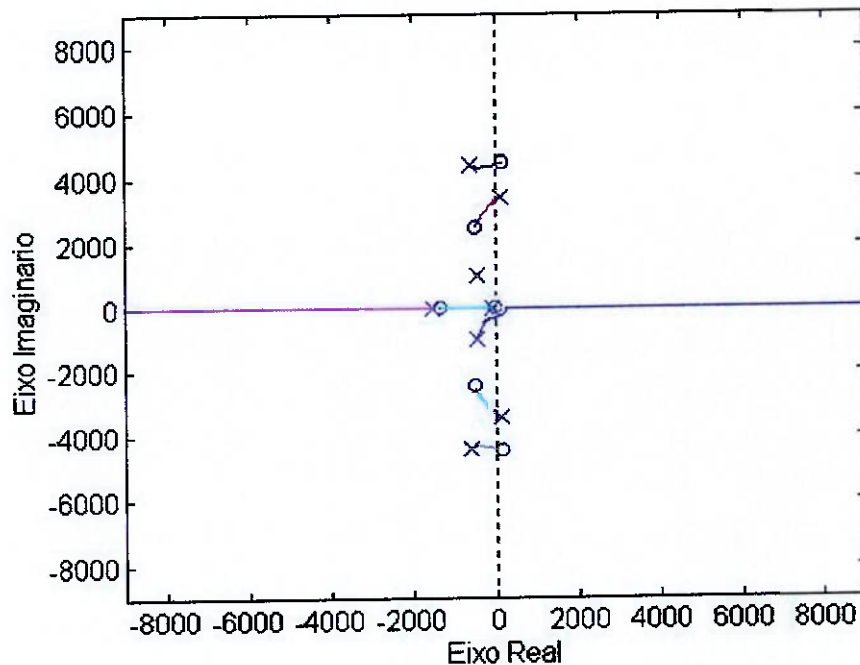


Figura 26 – Gráfico do Lugar das Raízes para o Sistema com Compensador.

13.2.1. ALTERNATIVAS PARA PROJETO DE CONTROLE

Devido a impossibilidade de realizar o projeto de um controlador no domínio da frequência capaz de estabilizar o modo instável e, ao mesmo tempo, manter o outro modo estável, tentou-se obter o sistema em estudo no domínio do tempo, isto, o sistema descrito em Variáveis de Estados, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}\quad (42)$$

onde x é o Vetor de Variáveis de Estado, u é o Vetor de Entradas de Controle, y é o Vetor de Medidas (números), A é a Matriz de Estado, B é a Matriz de Entrada e C é a Matriz de Saída.

O sistema de 5º ordem em estudo possui um pólo com frequência de 61 rad/s, correspondente à dinâmica da chama, um par de pólos com frequência 1085 rad/s e um outro par de pólos com frequência 3408 rad/s, sendo cada par relacionado a um dos modos acústicos considerados. Isto significa que a parte do sistema relacionada à dinâmica da chama possui características de um sistema de baixa velocidade, com uma dinâmica lenta, enquanto que o resto do sistema é caracterizado por uma dinâmica rápida. Isto faz com que o Matlab® tenha que lidar, concomitantemente, com valores com ordens de grandezas bastante diferentes. Por exemplo, o pólo instável (3408 rad/s) possui uma frequência cerca de 56 vezes maior que o pólo lento do sistema (61 rad/s). Esta diferença é acentuada quando os cálculos são realizados e estes valores são elevados à ordens superiores. Isto afeta o desempenho do software, que é incapaz de trabalhar com ordens de grandeza tão diversas, o que impede que qualquer resultado plausível seja obtido.

13.2.1.1. PROJETO DE CONTROLE COM MÚLTIPLAS ESCALAS DE TEMPO

Para contornar este problema, pode-se usar um projeto com escalas múltiplas de tempo, utilizando o Método das Perturbações Singulares. O princípio básico deste método é o desacoplamento das variáveis com dinâmicas com velocidades diferentes, isto é, o sistema é subdividido, de modo que variáveis lentas sejam tratadas separadamente das variáveis rápidas.

Considere o sistema descrito em (42). Este sistema pode ser então subdividido em um sistema com variáveis lentas x_s , e com variáveis rápidas x_f , de modo que o sistema pode ser descrito como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{x}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_s \\ x_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \quad (43)$$

Assim, obtêm-se dois sistemas, um para as variáveis lentas e outro para as variáveis rápidas, de modo que:

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= A_{11}x_s + B_1u + A_{12}x_f \\ \dot{x}_f &= A_{22}x_f + B_2u + A_{21}x_s \end{aligned} \quad (44)$$

Do ponto de vista das variáveis lentas, a dinâmica das variáveis rápidas pode ser considerado apenas uma perturbação, isto é, um ruído, uma vez que sua frequência é muito maior. Do ponto de vista das variáveis rápidas, as variáveis lentas comportam-se praticamente como constantes.

Com dois sistemas independentes, projeta-se um Controlador Linear Quadrático para cada um destes, obtendo suas respectivas matrizes de ganho k_s e k_f . A entrada de controle do sistema total é então dada pela seguinte lei:

$$u_c = k_s x_s + k_f x_f \quad (45)$$

13.2.1.2. PROJETO DE CONTROLE LINEAR QUADRÁTICO GAUSSIANO

Uma outra alternativa de controle seria utilizar um Controlador Linear Quadrático Gaussiano. O sistema passaria então a ser descrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + Gw & w &\sim N(0, Q_e) \\ y &= Cx + v & v &\sim N(0, R_m)\end{aligned}\quad (46)$$

onde w e v são perturbações, respectivamente, na planta e na saída do sistema. É importante observar que ambas as perturbações são modeladas através de distribuições normais, de modo que o sistema deixa de ser determinístico e passa-se a trabalhar com uma modelagem estocástica do sistema.

Ambas as alternativas apresentadas, o projeto com Múltiplas Escalas de Tempo e o Controlador Linear Quadrático Gaussiano, apresentam maior dificuldade teórica e, principalmente, de implementação. São alternativas que devem ser trabalhadas visando futura implementação.

14. CRÍTICAS E CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo estudar e projetar sistemas de controle para sistemas de combustão contínua. Dois casos em particular foram estudados: o caso onde se considera apenas o primeiro modo acústico, o modo acústico fundamental; e, o caso onde se consideram os dois primeiros modos acústicos. Para ambos os casos, verificou-se que os sistemas, devido a suas próprias características de realimentação positiva, eram instáveis.

No primeiro caso, verificou-se que a frequência do modo acústico do sistema simulado condizia exatamente ao valor esperado a partir dos cálculos teóricos ($\omega = 2199 \text{ rad/s}$). Também se verificou que, devido a suas próprias características de realimentação positiva, o sistema era instável. A fim de estabilizar o sistema, foi desenvolvido um compensador de Avanço de Fase. O compensador projetado foi capaz de estabilizar o modo acústico instável. O sistema compensado, para uma entrada impulso, estabilizou-se em cerca de 0,01 s formando um pico de pressão de 8 Pa. Estes valores foram considerados muito bons para o sistema de combustão simulado, um combustor do tipo Tubo de Rijke.

Para o segundo caso, verificou-se que o primeiro modo acústico era estável, enquanto que o segundo modo instável, instabilizando o sistema. As frequências destes modos nas simulações obtiveram valores bem semelhantes aos valores teóricos esperados: Para o primeiro modo, uma frequência de $\omega = 1085 \text{ rad/s}$, sendo o valor teórico de 1087 rad/s; Para o segundo modo acústico, uma frequência simulada de $\omega = 3408 \text{ rad/s}$, sendo que o valor teórico correspondente é de $\omega = 3405 \text{ rad/s}$.

A fim de controlar este sistema instável, tentou-se inicialmente o projeto de um compensador composto por um Filtro Notch e por um Filtro Passa-alta. Este projeto mostrou ser ineficiente porque, apesar de conseguir estabilizar o modo instável, resulta na desestabilização do modo anteriormente estável,

fazendo com que o sistema permanecesse instável. Tentou-se então uma abordagem utilizando uma modelagem do sistema em Variáveis de Estado. Devido a incapacidade do software de simulação trabalhar com valores com ordens de grandezas bastante distintos, não foi possível usar essa abordagem alternativa. Sendo assim, não foi possível projetar um sistema de controle capaz de estabilizar o sistema em estudo. Mesmo assim, duas abordagens foram sugeridas, mas não implementadas e discutidas com profundidade, para contornar este problema: A primeira consiste na utilização de múltiplas escalas de tempo, usando o método das Perturbações Singulares; e a segunda abordagem, o projeto de um controlador Linear Quadrático Gaussiano.

Apesar dos bons resultados obtidos neste trabalho, uma série de críticas e melhorias podem ser aplicadas a este trabalho, entre elas, a não possibilidade de obtenção de um controlador para o caso do combustor onde se consideram dois modos acústicos, uma vez que o projeto deste envolveria temas que estavam fora do escopo deste trabalho.

Outro ponto importante é o fato de que os resultados simulados não puderam ser comparados com resultados obtidos através de experimentos práticos usando combustores reais com as mesmas características simuladas. Isso não foi possível porque estes combustores não foram fisicamente desenvolvidos durante este trabalho e não se teve acesso a nenhum modelo similar dos mesmos.

Apesar dessas considerações, acredita-se que este projeto tenha atingido seu objetivo de realizar um trabalho introdutório sobre sistemas de combustão contínua e de sistemas de controle para este tipo de sistema.

Muitos avanços e desenvolvimentos ainda podem ser feitos nesta área. Assim, espera-se que o presente trabalho sirva como referência para futuros projetos e trabalhos neste importante e crescente ramo de pesquisa.

BIBLIOGRAFIA

- [1] A.M. Annaswamy, A. F. Ghoniem, **Active Control in Combustion Systems**, IEEE Control Systems, 49-63, December 1995.
- [2] K. Ogata, **Engenharia de Controle Moderno**, Trad. Prof. Dr. Bernardo Severo, 3° ed. Rio de Janeiro, Prentice – Hall do Brasil, 1997.
- [3] C. A. Botura, G. Botura Jr., J. A. Carvalho Jr., L. Mesquita, M. A. Ferreira, **Simulação do Controle Ativo Através de Lógica Difusa em um Combustor Pulsante**, XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Novembro de 1999.
- [4] C. A. Botura, **Estudo e Projeto de um Controlador Usando Lógica Difusa Aplicado ao Controle Ativo de um Combustor do Tipo Tubo de Rijke**. Guaratinguetá, 1998. 94p. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia, UNESP.
- [5] J. P. Hathout, **Thermoacoustic Instability**, Lecture presented on Thermoacoustic Instability for graduate course 2.280 Fundamentals and Modeling in Combustion, MIT, on May 1999
- [6] M. Fleifil, J. P. Hathout, A. M. Annaswamy, A. F. Ghoniem, **The Origin of Secondary Peaks with Active Control of Thermoacoustic Instability**, Combustion Science and Technology, 133:227-265, 1998.
- [7] **Matlab – Versão do Estudante – Guia do Usuário**, Trad. Hércules Pereira Neves, São Paulo, Makron Books, 1997.

[8] A. T. Fleury, **Introdução à Teoria de Controle – Notas de Aula do Curso PMC-450 – Introdução à Teoria de Controle I**, EPUSP.

[9] A. T. Fleury, **Introdução à Teoria de Controle – Notas de Aula do Curso PMC-455 – Introdução à Teoria de Controle II**, EPUSP.

[10] J.P. Hathout, M. Fleifil, A. M. Annaswamy and A.F. Ghoniem, **Role of Actuation in Combustion Control**, IEEE Conference on Control Applications/CASD, Hawaii, August 22-27, 1999.

[11] J.P. Hathout, A. M. Annaswamy, M. Fleifil, And A.F. Ghoniem, **Active Control of Thermoacoustic Instability Using a Model-Based Approach**.

[12] J.P. Hathout, A. M. Annaswamy, M. Fleifil, and A.F. Ghoniem, **A Model-Based Active Control Design for Thermoacoustic Instability**, Submitted to Combustion Science and Technology.

APÊNDICE

Serão incluídas neste apêndice as funções desenvolvidas para manipulação de polinômios e as funções usadas para simular ambos os sistemas estudados, incluindo seus sistemas de controle.

FUNÇÃO SOMAPOL

%FUNÇÃO QUE SOMA DOIS POLINÔMIOS

function p = somapol(a,b)

```
if nargin<2
    error('número de argumentos insuficiente')
end
```

```
a=a(:).';
b=b(:).';
na=length(a);
nb=length(b);
p=[zeros(1,nb-na) a]+[zeros(1,na-nb) b];
```

FUNÇÃO PSI

% cálculo de psi

function sol = psi (k,x,fi)

sol = sin (k*x+fi);

FUNÇÃO DPSI

% função que calcula d/dt (psi)

function sol2 = dpsi (k,x,fi)

sol2 = $\cos(k \cdot x + fi) \cdot k$;

% FUNÇÃO QUE REALIZA A SIMULAÇÃO DO TUBO DE RIJKE C/
DIVERSOS VALORES PARA O GANHO DO CONTROLADOR
% A FIM DE VERIFICAR SUA RELAÇÃO COM A RESPOSTA OBTIDA

```
%%%%%%%%%%
% definindo valor das variáveis
%%%%%%%%%
```

```
L = 0.49;  
nf = 1;  
d = 11.25e-3;  
D = 0.045;
```

Su = 0.3;
rd = 0.0225;

```
x0 = 0.15;  
xa = 0.09;  
xs = 0.09;
```

```
k0 = pi/L;  
fi0 = 0;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%
% cálculo das demais variáveis
```

%%

$Ar = As/A;$

$a0 = (gama-1)/(gama*pbarra);$

$b1 = 2*Su/rd;$

$b2 = b1*(d/D)^2*nr*ro*deltaqr;$

$b3 = b1 - teta*a0*b2;$

$Es = E(k0,L,fi0);$

$b10 = (gama*a0/Es)*psi(k0,x0,fi0);$

$c10 = 1/(gama*k0^2)*dpsi(k0,x0,fi0);$

$bc1 = (gama/Es)*Ar*psi(k0,xa,fi0);$

$cc1 = pbarra*psi(k0,xs,fi0);$

%%

% cálculo da função de transferência

%%

$a = bc1*cc1;$

$b = b3*bc1*cc1 + ka0*b10*b2*Ar*cc1;$

$num = [a \ b];$

$x = 1;$

$y = b3 - b10*c10*b2;$

$z = omega^2;$

$w = omega^2*b3;$

$den = [x \ y \ z \ w];$

%%

% Simulação do compensador a Resposta Impulso c/ diferentes pólos

%%

$kc = 100;$

$zc = 2100;$

$pc = 3800;$

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (1)  
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)  
title ('Resposta a Entrada Impulso c/ Pc=3800 (Kc=100 e Zc=2100)')  
xlabel ('Tempo (s)')  
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

%%

```
kc = 100;  
zc = 2100;  
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (2)  
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.1)  
title ('Resposta a Entrada Impulso c/ Pc=4800 (Kc=100 e Zc=2100)')  
xlabel ('Tempo (s)')  
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

%%

```
kc = 100;  
zc = 2100;  
pc = 5800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (3)  
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)  
title ('Resposta a Entrada Impulso c/ Pc=5800 (Kc=100 e Zc=2100)')
```

```

xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

kc = 100;
zc = 2100;
pc = 6800;

```

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (4)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso c/ Pc=6800 (Kc=100 e Zc=2100)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

kc = 100;
zc = 2100;
pc = 7800;

```

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (5)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso c/ Pc=7800 (Kc=100 e Zc=2100)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

kc = 100;
zc = 2100;
pc = 2800;

```

```
denc = [1 pc];
```

```
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
ylabel('Pressão (Pa)')
```

[illegible]

% FUNÇÃO QUE REALIZA A SIMULAÇÃO DO TUBO DE RIJKE C/
DIVERSOS VALORES PARA O ZERO DO CONTROLADOR
% A FIM DE VERIFICAR SUA RELAÇÃO COM A RESPOSTA OBTIDA

```
%%%%%%%%%%
% definindo valor das variáveis
%%%%%%%%%
```

```
%%%%%%%%%%%%%%
% cálculo das demais variáveis
```

%%

Ar = As/A;

a0 = (gama-1)/(gama*pbarra);

b1 = 2*Su/rd;

b2 = b1*(d/D)^2*nr*ro*deltaqr;

b3 = b1 - teta*a0*b2;

Es = E(k0,L,fi0);

b10 = (gama*a0/Es)*psi(k0,x0,fi0);

c10 = 1/(gama*k0^2)*dpsi(k0,x0,fi0);

bc1 = (gama/Es)*Ar*psi(k0,xa,fi0);

cc1 = pbarra*psi(k0,xs,fi0);

%%

% cálculo da função de transferência

%%

a = bc1*cc1;

b = b3*bc1*cc1 + ka0*b10*b2*Ar*cc1;

num = [a b];

x = 1;

y = b3 - b10*c10*b2;

z = omega^2;

w = omega^2*b3;

den = [x y z w];

%%

% Simulação do compensador a Resposta Impulso c/ diferentes zeros

%%

kc = 100;

zc = 2100;

pc = 4800;

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (1)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso (Kc=100 e Pc=4800)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
gtext ('Zc=2100')
hold

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

kc = 100;
zc = 1800;
pc = 4800;

```

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (1)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
gtext ('Zc=1800')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

kc = 100;
zc = 1300;
pc = 4800;

```

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (1)

```


% %

```
pc = 4800;
```

```
denc = [1 pc];
```

```
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

hold

% %

```
pc = 4800;
```

```
denc = [1 pc];
```

```
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
ylabel('Pressão (Pa)')
```

%%%%%%%%%%

```

kc = 300;
zc = 1300;
pc = 4800;

```

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

```

```

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (2)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
gtext ('Zc=1300')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

kc = 500;
zc = 2100;
pc = 4800;

```

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

```

```

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (3)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso (Kc=500 e Pc=4800)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
gtext ('Zc=2100')
hold

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

kc = 500;
zc = 1800;
pc = 4800;

```

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (3)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
gtext ('Zc=1800')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

```
%
```

```
kc = 500;
zc = 1300;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (3)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
gtext ('Zc=1300')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Simulação do compensador a Resposta Impulso c/ diferentes zeros
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 100;
zc = 2100;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (4)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.025)
title ('Resposta a Entrada Impulso (Kc=100 e Pc=4800)')
xlabel ('Tempo (s)')
```

```
ylabel ('Pressão (Pa)')
gtext ('Zc=2100')
hold
```

%%

```
kc = 100;
zc = 1800;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (4)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.025)
gtext ('Zc=1800')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

%%

```
kc = 100;
zc = 1300;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (4)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.025)
gtext ('Zc=1300')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

%%

```
kc = 300;
zc = 2100;
pc = 4800;
```

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (5)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.025)
title ('Resposta a Entrada Impulso (Kc=300 e Pc=4800)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
gtext ('Zc=2100')
hold

```

%%

```

kc = 300;
zc = 1800;
pc = 4800;

```

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (5)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.025)
gtext ('Zc=1800')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')

```

%%

```

kc = 300;
zc = 1300;
pc = 4800;

```

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```
figure (5)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.025)
gtext ('Zc=1300')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 500;
zc = 2100;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (6)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.025)
title ('Resposta a Entrada Impulso (Kc=500 e Pc=4800)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
gtext ('Zc=2100')
hold
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 500;
zc = 1800;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (6)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.025)
gtext ('Zc=1800')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
```


FUNÇÃO IMPULSE

clear

%%
% definindo valor das variáveis
%%

gama = 1.4;
ro = 1.15;
deltaqr = 2.15e6;
c = 350;

L = 0.49;
nf = 1;
d = 11.25e-3;
D = 0.045;

ka0 = 1;

Su = 0.3;
rd = 0.0225;

pbarra = 10e3;
teta = 0.5;

x0 = 0.15;
xa = 0.09;
xs = 0.09;

As = 2;
A = 1;

k0 = pi/L;
fi0 = 0;

omega = 350*2*pi;

%%
% cálculo das demais variáveis
%%

Ar = As/A;

$a0 = (\gamma - 1) / (\gamma \cdot \bar{p});$

$b1 = 2 \cdot Su / rd;$

$b2 = b1 \cdot (d/D)^2 \cdot n_f \cdot r_o \cdot \Delta q_r;$

$b3 = b1 - \theta \cdot a0 \cdot b2;$

$E_s = E(k0, L, fi0);$

$b10 = (\gamma \cdot a0 / E_s) \cdot \psi(k0, x0, fi0);$

$c10 = 1 / (\gamma \cdot k0^2) \cdot d\psi(k0, x0, fi0);$

$bc1 = (\gamma / E_s) \cdot A_r \cdot \psi(k0, x_a, fi0);$

$cc1 = \bar{p} \cdot \psi(k0, x_s, fi0);$

%%
% cálculo da função de transferência
%%

$a = bc1 \cdot cc1;$

$b = b3 \cdot bc1 \cdot cc1 + ka0 \cdot b10 \cdot b2 \cdot A_r \cdot cc1;$

$num = [a \ b];$

$x = 1;$

$y = b3 - b10 \cdot c10 \cdot b2;$

$z = \omega^2;$

$w = \omega^2 \cdot b3;$

$den = [x \ y \ z \ w];$

%%
% Simulação do compensador a Resposta Impulso c/ diferentes ganhos
%%

$kc = 10;$

$zc = 2100;$

$pc = 4800;$

$numc = kc \cdot [1 \ zc];$

$denc = [1 \ pc];$

$numt = \text{conv}(num, denc);$

$dent = \text{somapol}(\text{conv}(denc, den), \text{conv}(numc, num));$

```

figure (1)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador (k=10)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')

```

%%

```

kc = 30;
zc = 2100;
pc = 4800;

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

```

```

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (2)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador (k=30)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')

```

%%

```

kc = 50;
zc = 2100;
pc = 4800;

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

```

```

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (3)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador (k=50)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')

```

%%

```

kc = 100;

```

```
zc = 2100;  
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (4)  
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)  
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador (k=100)')  
xlabel ('Tempo (s)')  
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

%%

```
kc = 150;  
zc = 2100;  
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (5)  
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.1)  
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador (k=150)')  
xlabel ('Tempo (s)')  
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

%%

```
kc = 200;  
zc = 2100;  
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (6)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador (k=200)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 300;
zc = 2100;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (7)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador (k=300)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 400;
zc = 2100;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (8)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador (k=400)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

```
%
```

```
kc = 500;
```

```
zc = 2100;  
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (9)  
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)  
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador (k=500)')  
xlabel ('Tempo (s)')  
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 15;  
zc = 2100;  
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (10)  
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)  
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador (k=15)')  
xlabel ('Tempo (s)')  
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

```
%
```

```
kc = 20;  
zc = 2100;  
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (11)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador (k=20)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 17;
zc = 2100;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (12)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador (k=17)')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 500;
zc = 2100;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (13)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.05)
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
gtext ('Kc = 500')
gtext ('Pc = 4800')
gtext ('Zc = 2100')
```

%%

FUNÇÃO BODES

**% FUNÇÃO QUE RETORNA O GRÁFICO DE BODE DO TUBO DE RIJKE
C/ DIVERSOS VALORES PARA O GANHO DO CONTROLADOR**

clear

```
%%%%%%%%%%
% definindo valor das variáveis
%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
gama =1.4;  
ro = 1.15;  
deltaqr= 2.15e6;  
c = 350;
```

L = 0.49;
nf = 1;
d = 11.25e-3;
D = 0.045;

ka0 = 1;

Su = 0.3;
rd = 0.0225;

```
pbarra = 10e3;  
teta = 0.5;
```

```
x0 = 0.15;  
xa = 0.09;  
xs = 0.09;
```

**As = 2;
A = 1;**

$$k_0 = \pi/L;$$

$$f_{i0} = 0;$$

```
omega = 350*2*pi;
```

% cálculo das demais variáveis

%%

$$Ar = As/A;$$

$$a0 = (gama-1)/(gama*pbarra);$$

$$b1 = 2*Su/rd;$$

$$b2 = b1*(d/D)^2*nr*ro*deltaqr;$$

$$b3 = b1 - teta*a0*b2;$$

$$Es = E(k0,L,fi0);$$

$$b10 = (gama*a0/Es)*psi(k0,x0,fi0);$$

$$c10 = 1/(gama*k0^2)*dpsi(k0,x0,fi0);$$

$$bc1 = (gama/Es)*Ar*psi(k0,xa,fi0);$$

$$cc1 = pbarra*psi(k0,xs,fi0);$$

%%

% cálculo da função de transferência

%%

$$a = bc1*cc1;$$

$$b = b3*bc1*cc1 + ka0*b10*b2*Ar*cc1;$$

$$\text{num} = [a \ b];$$

$$x = 1;$$

$$y = b3 - b10*c10*b2;$$

$$z = \omega^2;$$

$$w = \omega^2*b3;$$

$$\text{den} = [x \ y \ z \ w];$$

%%

% Simulação do compensador a Resposta Impulso c/ diferentes ganhos

%%

$$kc = 10;$$

$$zc = 2100;$$

$$pc = 4800;$$

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (1)
bode (numt,dent)
gtext ('Kc = 10')
gtext ('Ganho (dB)')
xlabel ('Frequência (rad/s)')
ylabel ('Fase (deg)')

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

kc = 30;
zc = 2100;
pc = 4800;

```

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (2)
bode (numt,dent)
gtext ('Kc = 30')
gtext ('Ganho (dB)')
xlabel ('Frequência (rad/s)')
ylabel ('Fase (deg)')

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

kc = 50;
zc = 2100;
pc = 4800;

```

```

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (3)
bode (numt,dent)
gtext ('Kc = 50')
gtext ('Ganho (dB)')
xlabel ('Frequência (rad/s)')
ylabel ('Fase (deg)')

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

kc = 100;
zc = 2100;
pc = 4800;

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (4)
bode (numt,dent)
gtext ('Kc = 100')
gtext ('Ganho (dB)')
xlabel ('Frequência (rad/s)')
ylabel ('Fase (deg)')

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

kc = 150;
zc = 2100;
pc = 4800;

numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];

numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));

```

```

figure (5)
bode (numt,dent)
gtext ('Kc = 150')
gtext ('Ganho (dB)')
xlabel ('Frequência (rad/s)')

```

```
ylabel ('Fase (deg)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 200;  
zc = 2100;  
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (6)  
bode (numt,dent)  
gtext ('Kc = 200')  
gtext ('Ganho (dB)')  
xlabel ('Frequência (rad/s)')  
ylabel ('Fase (deg)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 300;  
zc = 2100;  
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (7)  
bode (numt,dent)  
gtext ('Kc = 300')  
gtext ('Ganho (dB)')  
xlabel ('Frequência (rad/s)')  
ylabel ('Fase (deg)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 400;
```

```
zc = 2100;  
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (8)  
bode (numt,dent)  
gtext ('Kc = 400')  
gtext ('Ganho (dB)')  
xlabel ('Frequência (rad/s)')  
ylabel ('Fase (deg)')
```

%%

```
kc = 500;  
zc = 2100;  
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);  
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (9)  
bode (numt,dent)  
gtext ('Kc = 500')  
gtext ('Ganho (dB)')  
xlabel ('Frequência (rad/s)')  
ylabel ('Fase (deg)')
```

%%

```
kc = 15;  
zc = 2100;  
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];  
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (10)
bode (numt,dent)
gtext ('Kc = 15')
gtext ('Ganho (dB)')
xlabel ('Frequência (rad/s)')
ylabel ('Fase (deg)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 20;
zc = 2100;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (11)
bode (numt,dent)
gtext ('Kc = 20')
gtext ('Ganho (dB)')
xlabel ('Frequência (rad/s)')
ylabel ('Fase (deg)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 17;
zc = 2100;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (12)
bode (numt,dent)
gtext ('Kc = 17')
gtext ('Ganho (dB)')
```

```
xlabel ('Frequência (rad/s)')
ylabel ('Fase (deg)')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
kc = 500;
zc = 2100;
pc = 4800;
```

```
numc = kc*[1 zc];
denc = [1 pc];
```

```
numt = conv(num,denc);
dent = somapol(conv(denc,den),conv(numc,num));
```

```
figure (13)
bode (numt,dent)
gtext ('Ganho (dB)')
xlabel ('Frequência (rad/s)')
ylabel ('Fase (deg)')
gtext ('Kc = 500')
gtext ('Pc = 4800')
gtext ('Zc = 2100')
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
figure (14)
bode (num,den)
```

FUNÇÃO COMB2

% FUNÇÃO QUE REALIZA A SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE P/ O COMBUSTOR COM 2 MODOS ACÚSTICOS

clear

```
aux1 = [21e3];  
aux = [1 1300];  
aux2 = [1 -404 19777e3];  
aux3 = [1 61];  
aux4 = [1 866 1177e3];  
aux5 = [1 -271 11610e3];
```

```
num = conv(conv(aux1,aux),aux2);  
den = conv(aux3,conv(aux4,aux5));
```

```
figure(1)  
bode (num,den)  
ylabel ('Fase (deg)    Ganho (dB)')  
xlabel ('Frequência (rad/s)')
```

```
z=0:0.1:1;  
wn=500:500:7000;
```

```
figure(2)  
rlocus(num,den)  
sgrid (z,wn)
```

```
kc = -140;  
h = 239*2*pi;  
zetad = 0.14;  
wd = 605*2*pi;  
zetan = 0.19;  
wn = 239*2*pi;
```

```
numc1 = kc*[1 0];  
denc1 = [1 h];
```

```
numc2 = [1 2*zetan*wn wn^2];  
denc2 = [1 2*zetad*wd wd^2];
```

```
[numc,denc] = series(numc1,denc1,numc2,denc2);
```

```
[numt,dent] = feedback(num,den,numc,denc,-1)
```



```
figure(3)
bode(numt,dent)
```

```
figure(4)
impulse(numt,dent,0:0.00001:0.03)
title ('Resposta a Entrada Impulso para o Sistema com Compensador')
xlabel ('Tempo (s)')
ylabel ('Pressão (Pa)')
```

```
figure(5)
rlocus(numc2,denc2)
```

```
figure(6)
[numf,denf]=cloop(num,den,-1);
rlocus(numf,denf)
```

```
figure(7)
rlocus(numt,dent)
```

```
damp (numt)
damp (dent)
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Transformando o sistema p/ Variáveis de Estado
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
[A,B,C,D] = tf2ss(num,den)
```

```
figure(8)
impulse(A,B,C,D,1,0:0.0001:0.03)
```

```
OB = obsv(A,C)
rankOB = rank(OB)
```

```
CO = ctrb(A,B)
rankCO = rank (CO)
```

```
eigA = eig(A)
rootsden = roots(den)
```