

ÁLYSSON VICENTE DE SOUZA

**ESTUDO DO ESCOAMENTO CONFINADO EM MEMBRANAS
MICRO-POROSAS COM EQUACIONAMENTO DE ERGUN PARA
CONDIÇÃO DE PERMEAÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, como requisito para
conclusão do curso de graduação em Engenharia
Mecânica.

Área de concentração: Térmica e Fluidos

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes

São Carlos, SP

2010

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTES
TRABALHOS, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO,
PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

S729e	<p>Souza, Álysson Vicente de</p> <p>Estudo do escoamento confinado em membranas micro- porosas com equacionamento de Ergun para condição de permeação ; orientador Sérgio Rodrigues Fontes -- São Carlos, 2010.</p> <p>Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica e Área de Concentração em Térmica e Fluidos) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2010.</p> <p>1. Modelagem computacional. 2. Membrana porosa. 3. Equacionamento de Ergun. 4. Equações de Navier-Stokes. 5. Modelagem analítica. I. Título.</p>
-------	--

FOLHA DE AVALIAÇÃO

Candidato: Alysso Vicente de Souza

Título: Estudo do escoamento confinado em membranas micro-porosas com equacionamento de Ergun para condição de permeação.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo
Curso de Engenharia Mecânica

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Juliana Maria Silva (ICT/UNIFAL)

Nota atribuída: 10 (dez)

Juliana Maria Silva
(assinatura)

Prof. Dr. Hélio Aparecido Navarro (EESC/USP)

Nota atribuída: 10,0 (dez)

Hélio Navarro
(assinatura)

Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes (EESC/USP - Orientador)

Nota atribuída: 10,0 (DEZ)

Sérgio Rodrigues Fontes
(assinatura)

Média: 10,0 (DEZ)

Resultado: APROVADO

Data: 02/12/2010

RESUMO

SOUZA, A. V. (2010). Estudo do escoamento confinado em membranas micro-porosas com equacionamento de Ergun para condições de permeação.

Trabalho de Conclusão de Curso - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

Estudos aplicados ao processo de filtração tangencial, por meio de membranas micro-porosas, tem sido objetivo de diversas pesquisas devido ao grande campo de aplicação industrial. O princípio deste trabalho se baseia na aplicação de conceitos de fenômenos de transporte ao longo de uma membrana tubular micro-porosa e junto à superfície de membrana porosa partindo das equações de Navier-Stokes no seio do escoamento e da equação de Ergun na superfície porosa.

Este trabalho de conclusão de curso apresenta modelos que caracterizam o comportamento de escoamentos de fluidos, em diversos regimes de escoamento, em membranas tubulares com parede porosa e aplicada ao processo de microfiltração. Os modelos analíticos envolvem as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e espécie química, estas associadas às leis de Darcy [3], resultando em expressões simplificadas para pressão e perfis de velocidade radial e axial na membrana tubular. Os modelos computacionais, simulados em software comercial, envolvem as equações de conservação de massa e quantidade de movimento, e como condição de contorno do meio poroso, o equacionamento de Ergun [7] caracterizando resistência isotrópica e tratando o meio como um leito empacotado do tipo “packed bed”.

Os resultados produzidos a partir dos modelos analíticos são analisados e confrontados com os resultados de simulações em software comercial. Objetiva-se, assim, verificar a proximidade dos resultados dos modelos analíticos e modelos computacionais, caracterizando se há ou não a presença de resultados satisfatórios, uma vez que os modelos analíticos encontram-se validados segundo a literatura.

PALAVRAS-CHAVES: membrana porosa; equacionamento de Ergun; equações de Navier-Stokes; modelagem analítica; modelagem computacional.

ABSTRACT

SOUZA, A. V. (2010). Study of confined flow in micro-porous membranes with the Ergun equation for permeation conditions.

Graduation Work - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

Studies applied to the process of tangential filtration through micro-porous membranes have been the purpose of several researches due to the large application field at the industry. The principle of this work is based on applying the concept of transport phenomena through a tubular micro-porous membrane and near the surface of porous membrane, starting from the Navier-Stokes equations within the flow and the Ergun equation in the porous surface.

This graduation work presents models that characterize the behavior of fluid flow in various flow regimes in tubular membranes with porous wall and applied to the microfiltration process. The analytical models involve the conservation equations of mass, momentum and chemical species, those associated with the Darcy law [3], resulting in simplified expressions for pressure and velocity profiles in axial and radial tubular membrane. The computational models simulated in commercial software, involving the conservation equations of mass and momentum, and as a boundary condition of the porous medium, the equation of Ergun [7] characterizing isotropic resistance and treating the environment as “packed bed”.

The results produced from the analytical models are analyzed and compared with the simulation results in commercial software. Objective is thus to verify the proximity of the results of analytical and computational models, characterizing whether or not the presence of satisfactory results, since the analytical models are validated in the literature.

KEYWORDS: porous membrane; equation of Ergun; equations of Navier-Stokes; analytical models; computational models.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro gostaria de agradecer a Deus pelas bênçãos nos momentos críticos da graduação e a família por todo o apoio em todo o caminho.

Ao prof. Dr. Sergio Rodrigues Fontes pela orientação e motivação em todo o processo de estudo aplicado ao trabalho.

À Multicorpos Engenharia que disponibilizou a utilização de computadores para as simulações, e o software Star-CCM+ da desenvolvedora CD-Adapco, com as respectivas licenças comerciais para simulações.

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA	7
2.	OBJETIVOS	12
3.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
3.1.	Conceitos básicos de filtração	13
3.2.	Modelos de fluxo transmembrana	14
3.3.	Relações entre Tensões e Deformações	17
3.4.	Equações de Navier – Stokes	18
3.5.	Modelos analíticos	20
3.6.	Permeabilidade	24
3.7.	Equações de Ergun	27
3.8.	Resumos de referências	29
3.9.	Dinâmica dos Fluidos Computacional	35
4.	METODOLOGIA	36
5.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	39
5.1.	Modelo de Perturbação de Munson	39
5.2.	Modelo Quadrático de Munson	39
5.3.	Modelos CFD	39
5.4.	Escoamento em tubos com paredes impermeáveis	42
5.5.	Escoamento em tubos com paredes permeáveis	49
6.	CONCLUSÕES	82
7.	SUGESTÕES	84
8.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	85

1. INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

Os estudos de escoamentos aplicados em engenharia podem ser abordados por três métodos: método experimental, método teórico e método de simulação. Todos têm como objetivo a descrição e compreensão do problema em um domínio físico. O método experimental pode vir a exigir equipamentos com preços elevados, sendo estes pouco aproveitados para os diferentes problemas, ou não suficientes para permitir a descrição do problema em amplos regimes de testes, tornando esta prática, muitas das vezes, injustificável.

O método teórico converte para relações matemáticas as equações de análise do problema, empregando-se cálculo diferencial ou outros artifícios que permitam uma análise satisfatória e coerente. Por fim, o método de simulação computacional consiste em discretizar as equações primordiais do método teórico e resolvê-las aproximadamente nos pontos do domínio definido. Com algoritmos computacionais robustos e com computadores de grande estrutura e capacidade de armazenamento de dados, as simulações tornam-se cada vez mais próximas de soluções reais e diminuem os custos na cadeia de desenvolvimento de uma solução.

Uma vez definidos os métodos de abordagem, este trabalho se encaixa nestes estudos direcionados à indústria com foco no método de simulação.

Os processos industriais buscam a utilização de modelos computacionais para auxiliar o processo de desenvolvimento. Exemplos práticos são escoamentos de fluidos por meio de paredes, membranas ou meios porosos, presentes na indústria alimentícia: filtração de substâncias; clarificação de vinhos, sucos de frutas e vinagre; remoção de levedura de cerveja; separação de bactérias e gorduras do leite; nas indústrias químicas: processamento de tintas; nas indústrias farmacêuticas e de cosméticos: seleção de elementos e produção de água ultrapura; na indústria automobilística: tratamento de emissões; na indústria petrolífera: separação de substâncias; entre outras [1].

Nas últimas décadas, o processo de filtração, por membranas porosas, tem sido largamente adotado por diferentes indústrias, e apresenta grande potencial de expansão em setores de importância, nos quais as exigências do mercado demandam melhores tecnologias. Este processo tem, então, sua utilização justificada de maneira significativa e

sua aplicação motivada pelo seu baixo custo de operação comparado a outros processos convencionais de filtração.

A menor partícula que pode ser vista a olho nu, sob as melhores condições de iluminação, apresenta cerca de 40 microns de diâmetro. Um fio de cabelo humano tem o diâmetro de aproximadamente 80 microns. Isto significa que membranas filtram partículas que são invisíveis a olho nu. Dentre os processos de filtração existem classes para a filtração tangencial, e estas classes são distinguidas pelo tamanho das partículas a serem separadas, sendo elas: microfiltração, ultrafiltração, nanofiltração e osmose reversa. Sendo assim, a microfiltração tem como característica, tamanho de poro de 0,1 a 10 micrômetros; a Ultrafiltração tem como característica, tamanho de poro de 0,001 a 0,1 micrômetros; a Nanofiltração tem como característica, tamanho de poro menor que 0,002 micrômetros; e por fim, a Osmose Reversa possui como característica o tamanho de poro menor que 0,001 micrômetros.

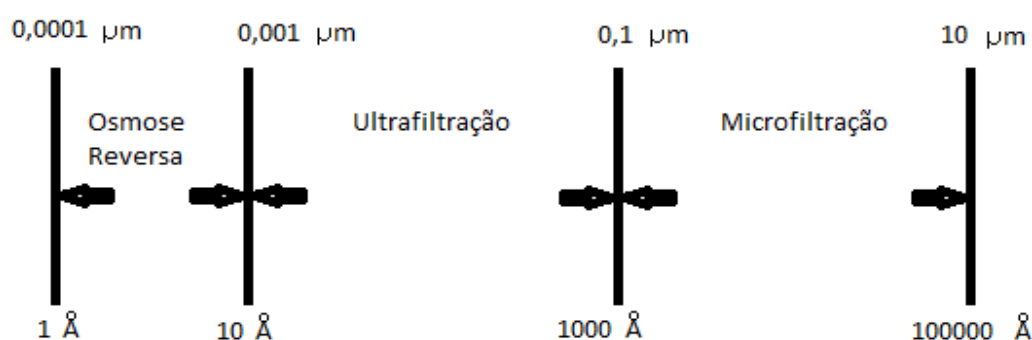


Figura 1. Tamanho físico de bloqueio em filtração com membranas.

Alguns exemplos de elementos e os correspondentes métodos de filtração são apresentados.

Tamanho	Exemplo	Processo da Membrana
100 μm	Polén	Microfiltração
10 μm	Amido	
1 μm	Células Sanguíneas Bactéria Típica	
1000 Å	Bactérias Menores	
100 Å	DNA, Vírus	Ultrafiltração
	Albumina	
	Vitamina B12	
10 Å	Glicose	Osmose Reversa
	Água	
1 Å	Na^+Cl^-	

Tabela 1. Exemplos de aplicação de processos com membranas.

Foi estimado que, atualmente, a quantidade de equipamentos que tem o princípio de funcionamento com membranas, é avaliada em 1,6 bilhões de dólares a cada ano no mercado (incluindo hemodiálise). Novas aplicações no campo de biotecnologia emergente com o uso expansivo em tratamentos prometem rápido crescimento em poucos anos. É esperado que este volume fará significativa contribuição para entender o potencial e as limitações das tecnologias de membranas.

Atualmente, membranas são usadas em larga escala para produzir água potável a partir de água do mar por osmose reversa; para limpar efluentes industriais e recuperar valiosos constituintes de eletrodíálise; para fracionar soluções macromoleculares em alimentos e remédios por ultrafiltração; para remover uréia e outras toxinas do fluxo sanguíneo por diálise em rins artificiais; e para gerar substâncias como scopolamin, nitroglicerina, etc, em taxas predeterminadas de tratamento médico. Embora os processos de membrana sejam bem diferentes em seus modos de operação, nas estruturas usadas como barreira de separação, e nas forças motrizes utilizadas para o transporte de

diferentes componentes químicos, estes processos têm várias características em comum que os tornam atraentes como ferramenta de separação. Em muitos casos, processos envolvendo membranas são mais rápidos, eficientes, e econômicos que técnicas de separação convencional.

Com membranas, a separação é geralmente realizada em temperatura ambiente, permitindo que soluções sensíveis à temperatura sejam tratadas sem que os componentes sejam alterados ou quimicamente alterados. Isto é importante na indústria alimentícia, farmacêutica e de biotecnologia onde os produtos sensíveis à temperatura devem ser processados.

Nos processos de separação por membrana, existem três formas básicas de transporte de massa. A mais simples forma é chamada de “transporte passivo”. Neste a membrana atua como uma barreira física pela qual todos os componentes são transportados por forças motrizes de um gradiente em seus potenciais eletroquímicos. Gradientes no potencial eletroquímico de um componente na interface da membrana podem ser causados por diferenças de pressão hidrostática, de concentração, de temperatura, ou potencial elétrico entre as duas fases separadas pela membrana. A segunda forma de transporte de massa por uma interface de membrana é chamada de transporte “facilitado”. Neste, a força motriz para o transporte de vários componentes é novamente o gradiente no potencial eletroquímico através da membrana. Os diferentes componentes, porém, são acoplados a um portador específico na fase da membrana. O transporte facilitado, portanto, é uma forma especial de transporte passivo.

Completamente diferente, porém, é a terceira forma de transporte de massa pela membrana. Geralmente se refere a um transporte ativo. Neste, vários componentes podem ser transportados contra o gradiente de potencial eletroquímico. A força motriz para o transporte provém de uma reação química dentro da fase da membrana. O transporte ativo é acoplado a um portador na interface da membrana e é encontrado principalmente em membranas de células vivas; este tem, até a presente data, nenhuma ocorrência em membranas sintéticas.

O transporte de massa em uma membrana é um processo de não-equilíbrio e é convencionalmente descrito por equações fenomenológicas, como exemplo a lei de Fick [8], que relaciona os fluxos de matéria para as forças motrizes correspondentes, ou seja, um gradiente de concentração.

Quanto aos tipos de membrana, é válido ressaltar um diferente tipo de membrana explorado que é a membrana líquida. Duas diferentes técnicas são usadas hoje para a preparação de membranas líquidas. No primeiro caso, o material para barreira líquida seletiva é estabilizado como um fino filme por um atuante de superfície em uma mistura do tipo emulsão. Na segunda técnica para fazer membranas líquidas, um polímero de estrutura microporosa é completado com o líquido da fase de membrana. Nesta configuração, a estrutura microporosa fornece a resistência mecânica e a de poros cheios de líquidos fornece a barreira de separação seletiva.

Nos estudos relacionados a membranas, os maiores obstáculos são os estudos para levantar perfis de velocidades e perda de carga causada pela membrana ao escoamento. Por isso, um estudo da dinâmica dos fluidos é necessário para o melhor entendimento do comportamento do escoamento. Sendo assim, vários trabalhos sobre filtração tangencial com membranas são encontrados na literatura sob as mais diversas abordagens. Trabalhos que descrevem modelagens numéricas de escoamentos em tubos permeáveis aplicadas ao processo de filtração tangencial e trabalhos que descrevem escoamentos de fluido em meio porosos de uma forma geral formam a base de referência bibliográfica para este trabalho de conclusão de curso.

A complexidade do problema estudado neste trabalho se restringe ao escoamento monofásico, pois, para estudo e tratamento de escoamentos multifásicos, há a demanda de tempo de análise, recursos e conhecimentos que vão além dos disponíveis no último ano de graduação. Em particular, para este trabalho foram estudados modelos analíticos referentes à velocidade (validados segundo a literatura) para o caso de escoamento em diferentes regimes (laminar, transição entre laminar e turbulento, e turbulento) de fluido Newtoniano. Os perfis de velocidades destes estudos foram, então, confrontados com resultados de velocidades de simulações em software comercial de CFD [22].

2. OBJETIVOS

O estudo do comportamento do escoamento em superfícies permeáveis associadas à filtração tangencial torna-se necessário devido à expansão da aplicação de processos de filtração na indústria. Logo, este trabalho tem como objetivo o estudo de modelos analíticos que descrevem o escoamento de fluidos Newtonianos em diferentes regimes de escoamento e, por conseguinte, suas velocidades. Para atender esta finalidade, têm-se os objetivos específicos:

- analisar modelos analíticos referentes às velocidades, disponíveis na literatura e validados experimentalmente, para descrição do comportamento de membranas tubulares perante escoamentos de fluidos Newtonianos em diferentes regimes de perturbação;
- verificar a representatividade dos modelos analíticos perante o comportamento do escoamento sob simulação em software comercial de CFD, buscando a validação indireta dos modelos computacionais a partir da comparação com os resultados das velocidades dos modelos analíticos.
- apresentar os perfis de velocidade radial e axial, e, quando necessário, também perfis de velocidade rotacional ao longo do tubo poroso para estudo de comportamento do escoamento.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Uma pesquisa bibliográfica foi realizada com a intenção de melhor compreensão do problema estudado e de se verificar a relevância deste trabalho perante a literatura. Este tópico apresenta uma revisão bibliográfica dos temas relacionados ao problema de escoamentos em membranas tubulares ou tubos micro-porosos.

3.1. Conceitos básicos de filtração

A membrana possui uma estrutura microporosa e separa partículas, de acordo com o tamanho dos poros, de um líquido ou de uma fase de gás. A separação é baseada no efeito físico de "peneira". Conseqüentemente, o efeito de separação limita-se na maior parte à superfície exterior da membrana. A estrutura porosa da membrana deve ter uma estreita distribuição de poros a fim de assegurar a retenção quantitativa das partículas de um determinado tamanho. Outra característica importante de membranas porosas é a elevada porosidade que conduz às taxas de filtração elevadas mesmo em pequenas diferenças de pressões.

A separação de partículas de materiais distintos ocorre espontaneamente em função de seus tamanhos, independentemente da temperatura e da densidade do material a separar, e então no processo, a pressão faz fluir somente parte do produto através da membrana, enquanto que o restante flui tangencialmente à superfície da membrana como na figura abaixo.

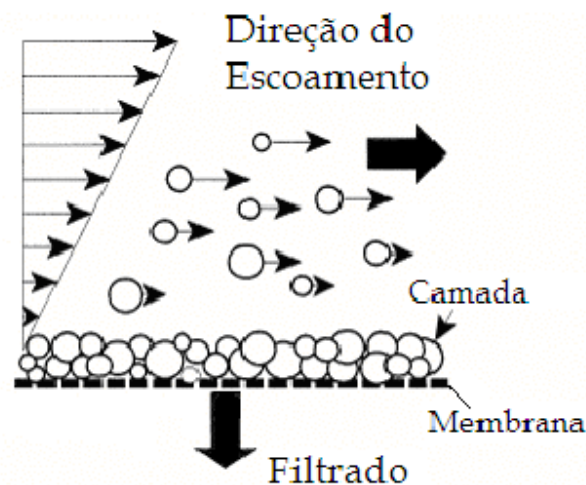


Figura 2. Adaptado de Silva (2008).

O escoamento através da membrana é influenciado pela porosidade, caracterizando uma perda de carga e declínio do fluxo global em função do tempo. Por isso, um melhor conhecimento do comportamento da parede porosa pode resultar em utilizações diferenciadas de escoamentos tangenciais por tubos ou membranas porosas em diversas aplicações técnicas.

Para definir a perda de carga do escoamento ou fluxo de permeado e descrever as consequências da presença de parede porosa, alguns modelos foram estudados e se encontram presentes na referência [1]. Estes modelos são importantes, pois formam base para alguns conceitos utilizados neste trabalho.

3.2. Modelos de fluxo transmembrana

Modelo de gel polarizado: O modelo de gel polarizado é um dos mais usados para análise do fluxo no processo de ultrafiltração ([2], [3], [4]). Baseado na teoria do filme [3], o modelo pode ser usado para preverem um limite do fluxo com a suposição que ocorre na superfície permeável uma máxima concentração, chamada de concentração gel. Supõe-

se, geralmente, que essa máxima concentração, reflete no ponto de gelatificação, precipitação e/ou agregação das macromoléculas na superfície da membrana [3], formando-se a chamada camada gel. O modelo é definido da seguinte forma:

$$v_w = k \ln \left(\frac{c_g}{c_o} \right)$$

em que c_g é a concentração gel, k é o coeficiente de transferência de massa, c_o é a concentração de alimentação e v_w é a velocidade de permeação.

De acordo com esse modelo, a espessura da camada gel aumenta com a pressão, e a concentração na camada gel é constante e somente depende do soluto [4]. Porém, a condição de c_g ser constante é questionável. Estudos verificaram que a concentração na camada gel não é constante, mas uma função da concentração [2] e velocidade de alimentação [4].

Modelo de pressão osmótica: O modelo de pressão osmótica considera o limite do fluxo como consequência do aumento da pressão osmótica produzida por altas concentrações de soluto rejeitado próximo à superfície da membrana, levando-se em conta que a concentração de soluto rejeitado aumente com a aplicação da pressão. Assim, pelo modelo, o fluxo de permeado pode ser expresso por:

$$v_w = L_p(\Delta p - \Delta \Pi),$$

em que L_p é permeabilidade da membrana, Δp é pressão transmembrana e $\Delta \Pi$ é a pressão osmótica de soluções macromoleculares, a qual pode ser representada pela expressão [3]:

$$\Delta \Pi = A_1 c + A_2 c^2 + A_3 c^3,$$

em que A_1 , A_2 e A_3 são valores constantes determinados por dados experimentais. Estudos indicam que esses valores são insignificantes quando comparados com a pressão transmembrana [4]. Por isso, o modelo de pressão osmótica não pode fornecer uma completa teoria para o limite do fluxo no processo de ultrafiltração, pois a pressão osmótica é desprezível em muitos processos.

Modelo de resistência em série: O modelo de resistência em série relaciona o fluxo de permeado com a pressão transmembrana e com algumas resistências para o

escoamento do solvente devido ao entupimento da membrana (*fouling*) e à concentração de polarização.

A lei de Darcy [3] determina o fluxo transmembrana para água pura e é um dos fundamentos para abordagens adotadas neste trabalho:

$$v_w = \frac{\Delta p}{R_m}$$

em que $R_m = \frac{1}{L_p}$ é resistência da membrana, determinada experimentalmente por meio de medições do fluxo de permeado médio, $\overline{v_w}$, para várias pressões transmembrana.

Com o uso de soluções nos processos de filtração tangencial, a resistência do entupimento da membrana, R_f , e a resistência da camada de polarização e da camada limite de concentração, R_p , são adicionadas ao modelo:

$$v_w = \frac{\Delta p}{R_m + R_f + \emptyset \Delta p}$$

Os parâmetros R_f e \emptyset são obtidos utilizando-se: dados experimentais do fluxo de permeado médio, $\overline{v_w}$, da solução, para várias pressões transmembrana; o método linear simples para a equação da reta e a equação

$$\frac{1}{v_w} = (R_m + R_f) \frac{1}{\Delta p} + \emptyset$$

Estudos [5] verificaram que os dados experimentais concordam com a correlação desenvolvida, baseada no modelo de resistência em série. Concluíram também que, a correlação seria apropriada a outros sistemas de ultrafiltração.

Para descrição do escoamento viscoso, são utilizadas as equações gerais do movimento [6]:

$$\rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_y + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_z + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

Quando se deseja incorporar os efeitos viscosos nas análises diferenciais dos escoamentos, é necessário analisar as equações acima. Torna-se necessário estabelecer uma relação entre velocidades e tensões.

3.3. Relações entre Tensões e Deformações

Sabe-se que as relações entre tensões e taxas de deformação são lineares nos fluidos Newtonianos e incompressíveis. Utilizando um sistema cartesiano de coordenadas para exprimir as tensões normais, tem-se:

$$\sigma_{xx} = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\sigma_{yy} = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\sigma_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}$$

Mantendo-se o sistema de coordenadas, as tensões de cisalhamento são expressas por:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

onde p é a pressão definida como o negativo da média das três tensões normais, ou seja, $-p = 1/3(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})$. As três tensões normais não são necessariamente iguais para os fluidos viscosos em movimento e assim deve-se definir a pressão deste modo. Quando o fluido está em repouso, ou em situações onde os efeitos viscosos são desprezíveis, as

três tensões normais são iguais. Um ponto importante a ser notado é que as tensões estão linearmente relacionadas às deformações nos corpos elásticos e que as tensões estão linearmente relacionadas às taxas de deformação nos fluidos Newtonianos.

Mudando para um sistema de coordenadas cilíndrico, tem-se:

$$\sigma_{rr} = -p + 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r}$$

$$\sigma_{\theta\theta} = -p + 2\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right)$$

$$\sigma_{zz} = -p + 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

No mesmo sistema de coordenadas, as tensões de cisalhamento são expressas por:

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = \mu \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right]$$

$$\tau_{\theta z} = \tau_{z\theta} = \mu \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \right)$$

$$\tau_{zr} = \tau_{rz} = \mu \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r} \right)$$

O duplo índice tem o mesmo significado daquele utilizado no sistema de coordenadas cartesiano, ou seja, o primeiro índice indica o plano aonde atua a tensão e o segundo índice indica a direção.

3.4. Equações de Navier – Stokes

Aplicando-se as tensões apresentadas na equação geral de movimento, e simplificando as equações resultantes com a equação da continuidade, obtêm-se:

Direção x

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

Direção y

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

Direção z

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

Dada a equação da continuidade:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

Estas três equações combinadas com a equação da conservação da massa fornecem uma descrição matemática completa do escoamento incompressível de um fluido Newtoniano. Infelizmente, a complexidade das equações de Navier – Stokes (equações diferenciais parciais de segunda ordem e não lineares) impede a existência de muitas soluções analíticas. É importante ressaltar que apenas os escoamentos simples apresentam soluções analíticas. Entretanto, nestes casos, onde é possível obter soluções analíticas, a aderência entre as soluções e os dados experimentais é muito boa. Assim, as equações de Navier – Stokes são consideradas as equações diferenciais que descrevem o movimento de um fluido incompressível e Newtoniano.

Modificando o sistema de coordenadas para um sistema de coordenadas cilíndricas polar, tem-se:

Direção r

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = \\ = -\frac{\partial p}{\partial r} + \rho g_r + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) - \frac{v_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right] \end{aligned}$$

Direção θ

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) = \\ = - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \rho g_\theta + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \right) - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right] \end{aligned}$$

Direção z

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \\ = - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] \end{aligned}$$

A combinação da equação da continuidade com as três equações de conservação da quantidade de movimento caracterizam os fundamentos dos modelos analíticos estudados neste trabalho.

3.5. Modelos analíticos

De acordo com o trabalho de Munson [11], soluções aproximadas de escoamento através de um tubo poroso, como aquelas encontradas no processo de filtração tangencial, foram encontradas. A conservação da massa para toda a unidade porosa combinada com a hipótese de variância quadrática de pressão ao longo do comprimento da unidade e com a validade local da lei de Hagen-Poiseuille resulta em expressões simplificadas para perfis de pressão e velocidade axial e radial. Sendo assim, os resultados indicam que as análises estão na margem de 0,5% entre si, para escoamentos laminares em tubos porosos longos.

O objetivo era desenvolver uma expressão analítica aproximada para servir como solução inicial para análise de elementos finitos. Determinada a dinâmica dos fluidos, seria possível avaliar a eficiência da unidade porosa determinando a concentração contaminante do permeado (i. e. a solução clarificada). Então, a aproximação analítica foi desenvolvida com interesse em satisfazer a conservação da massa sendo menos precisa com respeito à pressão e componentes de velocidade.

O modelo físico consiste em um tubo cilíndrico com raio constante R e comprimento L com uma constante e uniforme permeabilidade k e com coordenadas radiais e axiais denotadas por r e z , respectivamente. Um fluido, com densidade ρ e viscosidade μ conhecidas e constantes, escoar pelo tubo, e devido à diferença de pressão entre o interior e o exterior, uma porção do fluido escoar através da parede porosa.

O escoamento na região de entrada é adotado em regime laminar e desenvolvido, sendo a pressão na entrada e o número de Reynolds especificados como parte do problema; propriedades do fluido são conhecidas e constantes; a lei de Hagen-Poiseuille para descrever a velocidade axial é localmente válida por todo o comprimento do tubo; o tubo é radialmente simétrico; termos inerciais e gravitacionais nas equações de Navier-Stokes foram negligenciados.

Uma das soluções aproximadas é explicitada a seguir e é denominada modelo de perturbação:

$$p_g(z) = \frac{1}{2} \left(p_{0g} + \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{\alpha z} + \frac{1}{2} \left(p_{0g} - \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{-\alpha z}$$

$$v_r(r, z) = - \left[\frac{\alpha^2 R^3}{32\mu} \right] \left[\left(\frac{r}{R} \right)^3 - 2 \left(\frac{r}{R} \right) \right] \left[\left(p_{0g} + \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{\alpha z} + \left(p_{0g} - \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{-\alpha z} \right]$$

$$v_z(r, z) = - \left[\frac{\alpha R^2}{8\mu} \right] \left[\left(\frac{r}{R} \right)^2 - 1 \right] \left[\left(p_{0g} + \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{\alpha z} - \left(p_{0g} - \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{-\alpha z} \right]$$

onde:

$$p_{0g} = p_0 - p_{ext}$$

$$\alpha = \frac{4}{R} \sqrt{\frac{k\mu}{R}}$$

$$\beta = - \frac{4\mu^2}{\rho R^3} Re$$

Apesar do modelo acima ser válido, este não trata explicitamente os fenômenos de transferência de massa. Então, um modelo que satisfaça explicitamente a conservação de massa ao longo de toda a unidade porosa foi desejado. A outra solução aproximada é apresentada a seguir e é denominada modelo quadrático:

$$p(z) = a + bz + cz^2$$

$$a = p_0$$

$$b = -\frac{4\mu^2}{\rho R^3} Re$$

$$c = \frac{24\mu k}{\rho R^3} \left[\frac{(p_0 - p_{ext})\rho R^3 - 2\mu^2 L Re}{3R^3 - 8\mu k L^2} \right]$$

$$v_r(r, z) = k[(p_0 - p_{ext}) + bz + cz^2] \left[2\left(\frac{r}{R}\right) - \left(\frac{r}{R}\right)^3 \right]$$

$$v_z(r, z) = -\left(\frac{\mu Re}{\rho R}\right) \left\{ 1 - \frac{4k\rho}{\mu Re} \left[(p_0 - p_{ext})z + \frac{bz^2}{2} + \frac{cz^3}{3} \right] \right\} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right]$$

Neste trabalho, a variação axial da pressão, que foi assumida independente da posição radial, é aproximadamente linear a baixas pressões de entrada, mas se torna não-linear à medida que a pressão de entrada aumenta. Além do mais, o gradiente de pressão também aumenta à medida que a pressão de entrada aumenta. Para todas as pressões de entrada, a velocidade axial na parede da membrana porosa é nula, e existe um decréscimo monotônico e permanente na velocidade axial na linha de centro. Todos os perfis de velocidade radial demonstram um máximo em $r = \sqrt{\frac{2}{3}}R$ e dependem fortemente da pressão de entrada.

Dos resultados apresentados, é aparente que as diferenças entre os modelos de perturbação e quadrático são suaves, a ponto de serem difíceis de notadas.

Em se tratando do desenvolvimento dos modelos acima, todo o processo teve como justificativa o estudo do efeito de tamanho de partícula e distribuição de tamanho de poro em filtração tangencial [12]. Escoamento a um número de Reynolds de entrada de 2000 foi examinado a pressão de entrada e externa constantes. Uma vez que os perfis de velocidade foram determinados, perfis de concentração e concentração de permeado foram calculados para partículas monodispersas como função da distribuição de tamanho de poro. A concentração de permeado foi então numericamente integrada para determinar a concentração de permeado de partículas polidispersas. Os resultados mostram que uma redução de sexta ordem de magnitude no permeado só pode ser alcançada quando ambas as distribuições de tamanho de poro e de partícula são estreitas. Além do mais,

elas guiam o tamanho médio de poro necessariamente a atingir um nível de pureza especificado no permeado dependendo da distribuição do tamanho de partícula e condições operacionais da unidade de filtração.

Nestes modelos foram utilizados alguns conceitos e destes alguns serão mais bem explicados posteriormente. Como exemplo temos a Lei de Darcy, concentração da espécie química, dentre outros.

Como resultados, foram determinados os perfis de pressão, velocidade axial, e velocidade radial para dadas condições operacionais resolvendo as equações de Navier-Stokes usando análise de elementos finitos. Foram determinados perfis de concentração de partículas monodispersas resolvendo a equação de continuidade em conjunto com análise de peneiramento e a distribuição de tamanho de poro da membrana para vários tamanhos de partículas usando análise de elementos finitos. As concentrações normalizadas também foram determinadas para cada tamanho de partícula no permeado e a concentração de contaminante normalizada no permeado foi determinada usando o peso de cada concentração de tamanho de partícula individual pela distribuição de tamanho de partícula inicial.

De acordo com o trabalho de Yuan et al. [13], outro modelo analítico fornece uma solução aproximada para unidade porosa. A solução foi gerada a partir de um estudo sobre um fluido incompressível, com densidade e viscosidade constantes, sob regime laminar, em escoamento axial, para um fluido homogêneo. Uma das principais condições para este estudo foi a de que a velocidade axial máxima é igual à velocidade máxima axial do escoamento de Poiseuille.

Esta solução é explicitada a seguir, sendo a terceira solução aproximada que este trabalho apresenta, porém não será objetivo deste estudo, não sendo considerada nos resultados finais:

$$U_1(r) = \left[1 - \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 + \frac{Re_w}{36} \left(-2 + 9 \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 - 9 \left(\frac{r}{R_0} \right)^4 + 2 \left(\frac{r}{R_0} \right)^5 \right) \right. \\ \left. + \frac{(Re_w)^2}{10800} \left(166 - 760 \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 + 825 \left(\frac{r}{R_0} \right)^4 - 300 \left(\frac{r}{R_0} \right)^5 + 75 \left(\frac{r}{R_0} \right)^6 - 6 \left(\frac{r}{R_0} \right)^7 \right) \right]$$

$$U_2(z) = \left[\frac{1}{1 - \frac{Re_w}{18} + \frac{83}{5400} (Re_w)^2} + 4 \frac{Re_w}{Re} \frac{z}{R_0} \right]$$

$$U(z, r) = U_1(r) \cdot U_2(z)$$

$$V(r) = \frac{-2Re_w}{ReR} \left[\left(\frac{r}{R_0} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R_0} \right)^4 + \frac{Re_w}{72} \left(-4 \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 + 9 \left(\frac{r}{R_0} \right)^4 - 6 \left(\frac{r}{R_0} \right)^5 + \left(\frac{r}{R_0} \right)^6 \right) \right. \\ \left. + \frac{(Re_w)^2}{10800} \left(166 \left(\frac{r}{R_0} \right)^2 - 380 \left(\frac{r}{R_0} \right)^4 + 275 \left(\frac{r}{R_0} \right)^5 - 75 \left(\frac{r}{R_0} \right)^6 + 15 \left(\frac{r}{R_0} \right)^7 - \left(\frac{r}{R_0} \right)^8 \right) \right]$$

$$p(z) = p_0 - \frac{4\rho U_0^2}{Re} \left[1 + \frac{3}{4} Re_w - \frac{11}{270} (Re_w)^2 \right] \left[\frac{1}{1 - \frac{Re_w}{18} + \frac{83}{5400} (Re_w)^2} + 2 \frac{Re_w}{Re} \frac{z}{R_0} \right] \frac{z}{R_0}$$

3.6. Permeabilidade

Todos os modelos analisados usam uma propriedade referente ao meio poroso denominada permeabilidade k . De acordo com a literatura [3], [14], existem várias relações que demonstram as dependências desta propriedade com relação ao meio poroso e ao fluido que escoar através dele, sendo as principais relações derivadas da lei de Darcy.

A primeira relação vem da Lei de Darcy na forma de indicação de fluxo através da parede:

$$J = \frac{kP}{\mu L}$$

onde:

J: fluxo;

P: pressão;

μ : viscosidade;

L: espessura da membrana.

A segunda relação vem da lei de Hagen-Poiseuille:

$$k = \frac{nr^2}{8\pi}$$

onde:

n: número de capilares cilíndricos;

r: raio dos capilares.

A terceira relação nos mostra uma proporção e vem da lei de Kozeny-Carman:

$$k \propto \frac{\varepsilon^3}{(1 - \varepsilon^2)}$$

onde:

ε : porosidade.

Na tese de Roberta DelColle [14], esta terceira relação é explicitada:

$$k = \frac{\varepsilon^2}{C\mu S^2(1 - \varepsilon^2)} \frac{1}{L}$$

onde:

ε : porosidade;

C: constante de Kozeny-Carman;

μ : viscosidade;

S: área superficial por unidade de volume do meio poroso;

L: espessura da membrana.

A quarta relação vem da lei de Kedem-Katchalsky:

$$k = \frac{\varepsilon r^2}{8\mu L}$$

onde:

ϵ : porosidade;

r : raio do poro;

μ : viscosidade;

L : espessura da membrana.

A quinta relação é encontrada na tese de Roberta Del Colle [14]:

$$k = \frac{\epsilon r^2}{8\mu\tau L}$$

onde:

ϵ : porosidade;

r : raio médio dos poros;

μ : viscosidade;

τ : tortuosidade dos poros;

L : espessura da membrana.

A sexta relação é derivada das equações de Ergun e indiretamente da lei de Darcy:

$$\frac{1}{k} = \frac{150(1 - \epsilon)^2}{\epsilon^3(2r)^2}$$

onde:

ϵ : porosidade;

r : raio médio dos poros.

Neste trabalho, o equacionamento de Ergun é utilizado como condição de fronteira no meio poroso para as simulações de CFD. Então, a relação acima foi adotada e a seguir apresenta-se o equacionamento de Ergun.

3.7. Equações de Ergun

As fronteiras do meio poroso fornecem velocidades de saída do permeado na direção radial de acordo com os modelos analíticos. Isto indica um comportamento de resistência isotrópica do meio poroso, e então o equacionamento de Ergun é apresentado para resistências isotrópicas. Este comportamento é descrito pela equação de Forchheimer [15] para leitos empacotados, sendo a equação de Ergun aplicada em uma classe particular de escoamento.

Umas das equações clássicas que descreve o escoamento através de um meio poroso é a lei de Darcy, que relata a velocidade do escoamento ao gradiente de pressão baseado na medida de permeabilidade. Esta lei, que se aplica ao escoamento rastejante, é dada por Forchheimer [15] como:

$$-\nabla p = \frac{\mu}{k} v$$

onde μ é a viscosidade molecular do fluido (Pa.s), k é a permeabilidade (considerada uma propriedade intrínseca ao meio poroso, m^2) e v é a velocidade superficial através do meio (ms^{-1}).

À medida que a velocidade do escoamento aumenta, a relação entre velocidade e gradiente de pressão se torna não-linear. Dupuit e Forchheimer (como reportado em [15]) propuseram a adição de um termo quadrático como abaixo:

$$-\nabla p = \frac{\mu}{k} v + \beta \rho v^2$$

A equação acima é comumente conhecida como equação de Forchheimer. O fator beta β deve ser deduzido dependendo do escoamento em particular e do meio de interesse, e é freqüentemente determinado por experimentos.

Um exemplo da equação de Forchheimer para uma classe particular de escoamento é a equação de Ergun (como discutido em [16]), que é um modelo empírico para perda de carga, dp , por um comprimento, L , de fluido escoando através de um leito empacotado:

$$\frac{dp}{L} = \frac{150\mu(1-\varepsilon)^2 v}{\varepsilon^3(2r)^2} + \frac{1,75\rho(1-\varepsilon)v^2}{\varepsilon^3(2r)}$$

onde ρ é a densidade do fluido ($kg.m^{-3}$), r é o raio médio das partículas (m) e ε é a porosidade do volume (adimensional). Comparando a equação de Forchheimer e a de Ergun, mostra-nos que a permeabilidade e o fator beta são dados por:

$$\frac{1}{k} = \frac{150(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3(2r)^2}$$

e

$$\beta = \frac{1,75(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3(2r)}$$

Existe ainda a equação que trata dos termos viscosos e inerciais de um meio poroso:

$$P = P_v + P_i|v|$$

onde P é definido como Tensor Resistência Porosa, P_v é o termo viscoso do meio poroso e P_i é o termo inercial.

A perda de carga neste caso é dada por:

$$\Delta p = P.v$$

Comparando a equação de Forchheimer com a equação acima, temos que:

$$P_v = \frac{150\mu(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3(2r)^2}$$

e

$$P_i = \frac{1,75\rho(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3(2r)}$$

3.8. Resumos de referências

- De acordo com a referência [17], o desenvolvimento hidrodinâmico de escoamento de fluido não-Newtoniano na região de entrada de um tubo com parede porosa é analisado numericamente resolvendo as equações modificadas de Navier-Stokes. Casos envolvendo bolhas, sucção e a não transferência de massa pelas paredes são considerados. Distribuição de velocidades, perda de carga e coeficiente de atrito viscoso são apresentados para cada caso de escoamento. Sendo assim, uma concavidade definida é encontrada no perfil de velocidade próximo à região de entrada para todos os casos estudados.

Os resultados para fluidos Newtonianos são comparados com estudos anteriores da literatura em que a teoria de camada limite é utilizada. A conclusão é que nas regiões longe da entrada, são encontrados resultados concordantes com trabalhos anteriores da literatura. Na região próxima a entrada, ou em casos de sucção, a teoria de camada limite mostra-se inapropriada especialmente para bolhas e sucção devido à presença de velocidades ultrapassadas.

Para esta referência [17] foi analisado o escoamento sob regime permanente, laminar isotérmico, com fluido não-Newtoniano incompressível entrando em tubo cilíndrico com parede porosa e adotando um modelo bidimensional.

- De acordo com a referência [18], há o estudo em que há a investigação do problema de convecção forçada na região de entrada de um meio poroso cilíndrico com desenvolvimento da camada limite térmica. O comportamento hidrodinâmico do escoamento é assumido como permanente e totalmente desenvolvido, e tanto efeito Darciano como não-Darciano são considerados. Gradientes térmicos são criados devido a mudanças de temperatura do tipo degrau na parede do tubo. Propriedades como comprimento de onda térmica, parâmetros da matriz sólida no número de Nusselt, calor total absorvido e temperatura na região de mistura são considerados.

Nesta referência [18], a troca de calor começa na região de entrada a partir de sua seção transversal e então a camada limite térmica é desenvolvida, com respeito às

coordenadas espaciais (r, z) , simultaneamente. Para esta referência [18], as propriedades físicas do fluido e da matriz sólida são constantes e independem da temperatura.

Para esta referência [18], foi analisado escoamento em regime permanente e transiente, com modelo espacial axissimétrico a partir de um sistema de coordenadas polar, fluido Newtoniano, sem geração interna de calor, negligenciando dissipação viscosa e condução axial de calor.

Os resultados indicam que a temperatura na região de mistura aumenta com o aumento do efeito inercial; se diminuir a permeabilidade do meio poroso, a temperatura principal do volume aumenta; depois de um certo tempo, se aumentar o parâmetro de inércia, o calor total absorvido aumenta; diminuir a permeabilidade diminui variações, resultando em altos valores de calor total absorvido, antes em baixa permeabilidade que em alta; aumentar o parâmetro inercial aumenta o número de Nusselt; o aumento do parâmetro inercial devido à mistura mais vigorosa do fluido causa um perfil cada vez mais uniforme de velocidade; diminuir a permeabilidade aumenta o valor do número de Nusselt; aumentar o valor do número de Prandtl causa o aumento do valor do número de Nusselt; para um valor do número de Prandtl constante, o número de Nusselt aumenta se aumentar o valor da porosidade; e por fim, o comprimento de onda térmica é menor para um meio poroso de alta permeabilidade.

- De acordo com a referência [19], a caracterização do escoamento em um leito empacotado requer uma descrição completa das características geométricas de poro e do fenômeno de escoamento local.

Um modelo de rede bidimensional descrevendo o fenômeno do escoamento em leito empacotado foi desenvolvido, e este consiste em dois diferentes tipos de elementos: câmaras modeladas como esferas, e canais modelados como cilindros. A distribuição de tamanho dos elementos da rede é obtida considerando o modelo geométrico que usa porosidade e o diâmetro médio de partícula como dados de entrada.

A partir desta abordagem, um simulador de escoamento foi desenvolvido, baseado no modelo de rede. Resultados mostram que efeitos inerciais devido a conexões entre canais e câmaras são levados em conta, e este simulador é capaz de descrever escoamentos de fase simples em todos os regimes de escoamento possíveis, do laminar

ao turbulento. Os resultados mostram também uma boa concordância entre valores previstos pela rede do modelo e dados experimentais disponíveis na literatura.

Nesta referência [19], duas conclusões são observadas:

- modelos mais antigos assumiam que um meio poroso podia ser representado como um feixe de tubos, sem interconexões entre eles. As equações de Carman-Kozeny e Ergun são baseadas neste modelo e dados experimentais de distribuição de tamanho de poro obtidos por porosimetria são geralmente analisados com este tipo de modelo.
- Equações de Ergun tornaram-se correlações padronizadas, mas ainda existem: equação de Kozeny, válida para escoamento laminar; e equação de Forchheimer, válida para escoamento não-linear, no qual a pressão não varia linearmente com a taxa de escoamento.

Para esta referência [19] foi analisado escoamento isotérmico, com fluido incompressível e em regime permanente, negligenciando a gravidade. Como conclusão há uma ótima concordância entre valores previstos pelo modelo e experimentais, tanto no regime laminar como no turbulento. São levados em conta efeitos de atrito e efeitos inerciais e assim, os resultados mostram que os fatores principais que controlam o escoamento são característica dimensional dos canais (diâmetro) e regularidade espacial da rede.

- Alguns comportamentos sobre a concentração de massa são analisados na referência [1]. Esta referência [1] trata dos estudos aplicados ao processo de filtração tangencial. Os mecanismos de transferência associados a esse processo envolvem basicamente o escoamento em tubos permeáveis (ou membranas) com fenômenos de transferência de massa presentes junto à superfície.

Esta referência [1] apresenta uma modelagem numérica capaz de representar o escoamento de fluidos newtonianos e não-newtonianos em tubos permeáveis e esta modelagem é aplicada ao processo de filtração tangencial para os regimes de escoamento laminar e turbulento utilizando o modelo de comprimento de mistura de Prandtl.

O modelo numérico envolveu as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e das espécies químicas, acopladas a adequadas condições de fronteira. Em particular, por se tratar de um modelo numérico, analisou-se a discretização dos termos convectivos por meio da implementação de três esquemas: WACEB, CUBISTA e QUICKEST adaptativo. Os resultados produzidos pela implementação dos esquemas convectivos foram analisados por meio de comparações com resultados analíticos e experimentais da literatura, para regimes de escoamento laminar e turbulento. De acordo com as comparações realizadas, o esquema QUICKEST adaptativo apresentou melhor desempenho na modelagem desse escoamento. Diversas simulações numéricas geraram resultados, os quais foram comparados com expressões analíticas e dados experimentais da literatura e com dados produzidos pelo laboratório do Núcleo de Engenharia Térmica e Fluidos (NETeF) da USP/São Carlos. Verificou-se assim que o modelo matemático produziu resultados compatíveis com o fenômeno estudado, tendo-se, portanto, uma ferramenta para descrição do problema convectivo mássico do escoamento em tubos permeáveis.

Quanto ao transporte de massa, algumas conclusões foram tiradas. Devido à porosidade elevada, ocorrem taxas de filtração elevada em pequenas diferenças de pressão; a separação de partículas (diferentes materiais) ocorre espontaneamente em função de tamanhos e independente de temperatura e densidade; a concentração de soluto na região adjacente à membrana origina-se na concentração na superfície da membrana e vai até a concentração de alimentação determinando a espessura da camada limite de concentração; e por fim, quanto maior for o número de Reynolds na direção axial e o número de Schmidt, menor a espessura da camada limite de concentração.

Nesta referência [1], o escoamento adotado foi de fluido incompressível, em tubo com simetria radial, sem variação de temperatura e não-desenvolvido. Para uma abordagem completa considerou-se a conservação da massa, conservação da quantidade de movimento ou momento linear levando-se em conta as equações de Navier-Stokes, e por fim, a conservação das espécies químicas.

- No trabalho de Berman [21], as equações de Navier-Stokes foram resolvidas para obter uma descrição completa do escoamento do fluido em um canal com secção

retangular e duas paredes igualmente porosas. O escopo se limitou a um escoamento bidimensional laminar em regime permanente com fluido incompressível, sendo algumas considerações adicionais levadas em conta, como nenhuma força externa agindo no fluido, e a velocidade do fluido deixando a parede do canal é independente da posição.

A solução das equações do escoamento levou a expressões detalhadas para a dependência das componentes de velocidade e pressão em relação a posições coordenadas, dimensões dos canais, e propriedades dos fluidos. Como conclusão, obteve-se uma investigação detalhada dos efeitos de porosidade da parede no escoamento bidimensional laminar em regime permanente para fluidos incompressíveis em canal com secção retangular através da solução das equações de Navier-Stokes.

Assumindo sucção uniforme nas paredes, uma exata solução para as equações do escoamento é obtida levando a uma equação diferencial não-linear de terceira ordem com condições de contorno apropriadas. Para pequenos escoamentos através da parede porosa, esta equação é resolvida por um modelo de perturbação, e então o perfil de velocidade na direção principal encontra-se desviado da parábola de Poiseuille sendo mais plano no centro do canal e mais íngreme na região próxima a parede, e o grau de desvio depende assim do número de Reynolds para o escoamento através da parede.

Por fim, a perda de carga na direção principal é apreciavelmente menor em um canal com parede porosa que em um canal com parede sólida, tendo estes as mesmas dimensões e o mesmo número de Reynolds na entrada.

- Esta referência [21] foi base para o trabalho de Karode [10], que estudou uma solução analítica para perda de carga de escoamento de fluido em fenda retangular e tubo cilíndrico com parede porosa, todos com permeabilidade constante.

Foi mostrado que as previsões do modelo para o caso particular de velocidade constante na parede para fendas retangulares com paredes permeáveis concorda muito bem com a solução de Berman [21]. A derivação apresentada nesta referência [10] leva à expressão analítica de perda de carga em função da permeabilidade da parede, dimensão do canal, posição axial e propriedades do fluido. A expressão analítica para permeabilidade constante poderia ser usada para rotinas numéricas de benchmarking,

para modelos de escoamento de fluidos em membranas semipermeáveis, e para rápidas estimativas de perda de carga em módulos de membranas com fluxo cruzado.

No trabalho de Karode [10], algumas hipóteses foram assumidas: escoamento em regime permanente, fluido incompressível, regime laminar, nenhuma força externa agindo sobre o fluido, e a velocidade deixando a parede do canal é independente da posição.

Desta maneira Karode obteve um modelo para o escoamento em fenda e um modelo para escoamento em tubo. Neste trabalho de conclusão de curso, apenas o modelo de escoamento em tubo revela-se importante para comparações dos resultados de simulação.

Para permeabilidade constante, a perda de carga é dada por:

$$\Delta P = \frac{1}{2} \frac{8\mu Q_i}{\pi R^4 \lambda} (e^{\lambda z} - e^{-\lambda z}) + (P_i - P_p) \left(1 - \frac{e^{\lambda z} + e^{-\lambda z}}{2} \right)$$

onde

$$\lambda = + \sqrt{\frac{16\mu k}{R^3}}$$

Q_i : vazão na entrada (m^3/s);

μ : viscosidade (Pa.s);

R: raio do tubo (m);

Z: coordenada axial na direção do escoamento do fluido (m);

P_i : pressão na entrada (Pa);

P_p : pressão no lado do permeado (Pa);

k: permeabilidade.

Sobre esta referência [10], é importante ressaltar que ela é válida para escoamentos em tubos onde a componente transversal (fendas) e radial (tubos) da perda de carga são desprezíveis em relação à perda de carga axial.

3.9. Dinâmica dos Fluidos Computacional

De acordo com a referência [20], são apresentados guias para o acesso à credibilidade da modelagem e simulação em dinâmica dos fluidos computacional. Os dois principais critérios tratados para assegurar a credibilidade são verificação e validação.

Verificação é o processo de determinar se uma simulação computacional representa com precisão o modelo conceitual sem reivindicar uma relação entre simulação e mundo real. Validação é o processo de determinar se uma simulação computacional representa o devido comportamento no mundo real.

Então, definem-se vários termos chaves, são discutidos conceitos fundamentais, e especificam-se procedimentos gerais para conduzir a verificação e validação de simulações de dinâmica dos fluidos computacional. O objetivo desta referência é fornecer base para a maior parte das questões e conceitos em verificação e validação. Porém, esta referência não recomenda padrões nestas áreas, porque parte de questões importantes ainda não foi resolvida.

É esperado que esta referência ajude em pesquisa, desenvolvimento, e uso de simulações em dinâmica dos fluidos computacional, estabelecendo uma terminologia comum e uma metodologia para verificação e validação.

Deste modo, busca-se uma terminologia e metodologia útil para a área de simulação e também, outras engenharias e ciências.

4. METODOLOGIA

O presente trabalho utilizou a metodologia de avaliar e levantar os perfis de velocidades de determinados escoamentos sob específicas condições de fronteira, em pontos e secções pré-determinadas. Assumindo diversas geometrias de tubo poroso, é iniciado o estudo do escoamento, sob diferentes regimes de escoamento, e a coleta de resultados é dada nestes pontos pré-determinados.

Define-se aqui o número de cinco (5) geometrias de tubos porosos para levantar resultados.

As primeiras análises basearam-se na aplicação dos modelos analíticos sob as geometrias. Destes modelos analíticos foram utilizadas as equações de velocidade (antes mencionadas neste trabalho de conclusão de curso e abaixo repetidas) para levantamento dos perfis de velocidades axiais e radiais.

- Modelo de Perturbação:

$$p_g(z) = \frac{1}{2} \left(p_{0g} + \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{\alpha z} + \frac{1}{2} \left(p_{0g} - \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{-\alpha z}$$

$$v_r(r, z) = - \left[\frac{\alpha^2 R^3}{32\mu} \right] \left[\left(\frac{r}{R} \right)^3 - 2 \left(\frac{r}{R} \right) \right] \left[\left(p_{0g} + \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{\alpha z} + \left(p_{0g} - \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{-\alpha z} \right]$$

$$v_z(r, z) = - \left[\frac{\alpha R^2}{8\mu} \right] \left[\left(\frac{r}{R} \right)^2 - 1 \right] \left[\left(p_{0g} + \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{\alpha z} - \left(p_{0g} - \frac{\beta}{\alpha} \right) e^{-\alpha z} \right]$$

onde:

$$p_{0g} = p_0 - p_{ext}$$

$$\alpha = \frac{4}{R} \sqrt{\frac{k\mu}{R}}$$

$$\beta = - \frac{4\mu^2}{\rho R^3} Re$$

- Modelo Quadrático:

$$p(z) = a + bz + cz^2$$

$$a = p_0$$

$$b = -\frac{4\mu^2}{\rho R^3} Re$$

$$c = \frac{24\mu k}{\rho R^3} \left[\frac{(p_0 - p_{ext})\rho R^3 - 2\mu^2 L Re}{3R^3 - 8\mu k L^2} \right]$$

$$v_r(r, z) = k[(p_0 - p_{ext}) + bz + cz^2] \left[2\left(\frac{r}{R}\right) - \left(\frac{r}{R}\right)^3 \right]$$

$$v_z(r, z) = -\left(\frac{\mu Re}{\rho R}\right) \left\{ 1 - \frac{4k\rho}{\mu Re} \left[(p_0 - p_{ext})z + \frac{bz^2}{2} + \frac{cz^3}{3} \right] \right\} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right]$$

Os modelos analíticos foram então analisados utilizando como ferramenta principal o software EXCEL da Microsoft®. Nestas análises, foram gerados gráficos dos perfis de velocidades para futuras comparações de resultados. Os pontos pré-determinados de coletas de resultados foram fixados nas secções axiais variando-se o raio, onde z corresponde a direção axial e r a direção radial. Assim, as secções localizam-se em $z = 0.L$; $z = 0,25.L$; $z = 0,5.L$; $z = 0,75.L$ e $z = 1.L$, variando o raio com intervalo de $0,2.R$, ou seja, em $r = 0.R$; $r = 0,2.R$; $r = 0,4.R$; $r = 0,6.R$; $r = 0,8.R$ e por fim $r = 1.R$.

Estes modelos analíticos são frutos de aproximações matemáticas com objetivo de simplificação das equações de Navier-Stokes, não utilizam teoria de camada limite para tratamento do escoamento próximo à parede, não utilizam teoria para modelagem de turbulência nos casos de regime de escoamento turbulento e ainda negligenciam escoamento na direção rotacional. Logo, é de se esperar que os resultados não serão os mais precisos como numa simulação numérica que busca as melhores aproximações para solução das equações de Navier-Stokes, que realiza o devido tratamento teórico para estudo da camada limite próxima à parede do escoamento, que modela turbulência

de maneira complexa com embasamento teórico em modelos tradicionais de turbulência, e que em hipótese alguma negligencia escoamento rotacional. Além destes argumentos, os modelos analíticos não utilizam teorias fortemente embasadas em teorias de meios porosos. Do contrário, as simulações pertencentes a este trabalho de conclusão de curso se baseiam nas equações de Ergun para fluido empacotado.

A fim de levantar os perfis de velocidade nas simulações para comparação com os modelos analíticos, foram configurados modelos de simulação CFD em software comercial denominado STAR-CCM+ desenvolvido pela CD-Adapco. Neste caso, foram geradas malhas volumétricas para as cinco (5) geometrias definidas anteriormente, e os modelos computacionais foram configurados sob diferentes condições de contorno para as diferentes simulações. Neste caso, os escoamentos foram simulados sob regime de escoamento laminar e sob regime de escoamento turbulento com o modelo físico de turbulência $k - \epsilon$.

Os resultados dos modelos computacionais e suas análises foram tratados pelo pós-processamento, este realizado internamente ao software. Os pontos de coleta de resultados se deram nos mesmos locais coletados pelos modelos analíticos.

Vale salientar que os modelos de simulação, diferente dos modelos analíticos, calculam o escoamento rotacional resultando assim em soluções mais próximas do comportamento real de um escoamento em meio poroso.

Por fim, todos os resultados de velocidades mencionados, tanto dos modelos analíticos como das simulações, foram confrontados entre si, garantindo assim a validação indireta dos modelos computacionais de simulação, uma vez que os modelos analíticos de acordo com a literatura foram validados diretamente por métodos experimentais.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste tópico, uma breve descrição do comportamento dos modelos é apresentada e em seguida todos os resultados quantitativos são explicitados e comentados.

5.1. Modelo de Perturbação de Munson

No caso particular da tubulação com parede impermeável, não é possível avaliar esse modelo. A parede impermeável nos garante que o valor da permeabilidade é nulo, ou seja, $k = 0$. Isto indica que o valor de alfa do modelo é nulo e conseqüentemente este modelo apresenta divisões por zero nos cálculos da pressão manométrica, velocidade na direção axial (z) e velocidade na direção radial (r).

5.2. Modelo Quadrático de Munson

Este é um modelo mais “bem comportado” numericamente comparado ao de perturbação, pois em casos que a permeabilidade é nula, ou seja, $k = 0$, os valores dos coeficientes do polinômio de pressão e das equações de velocidade nunca se anulam, sendo possível obter resultados satisfatórios.

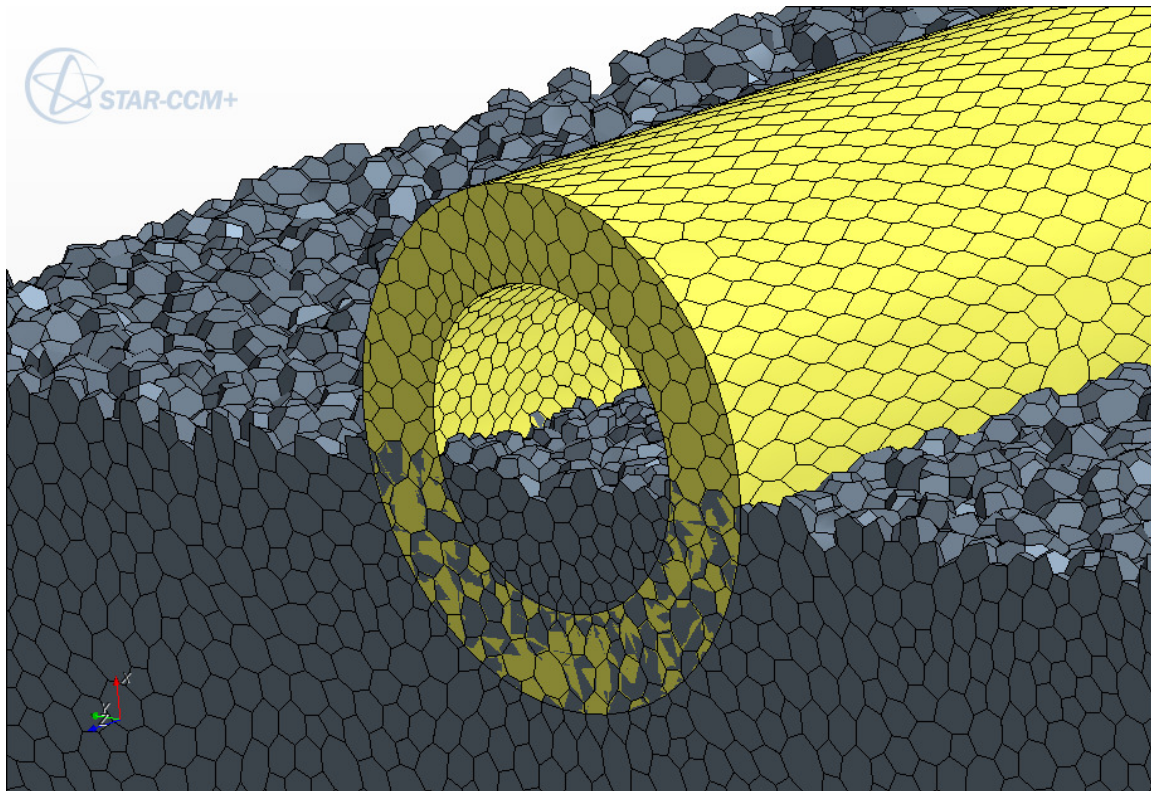
5.3. Modelos CFD

São executadas 1110 iterações em cada modelo com condição de fronteira inicial de velocidade na entrada. Este número de iterações garante que o modelo atinja valores satisfatórios para todos os parâmetros fundamentais, caracterizando a convergência e estabilidade numérica. Depois de executadas as 1110 iterações, a análise chega ao fim e os valores das grandezas fundamentais explicitadas nos objetivos deste trabalho são coletadas em pontos de monitoramento pré determinados.

Os modelos analíticos não consideram a espessura da membrana. Como observado nas membranas descritas por DelColle [14], a espessura da membrana para simulação corresponderá sempre a 30% do diâmetro interno do tubo poroso.

Os modelos analíticos também não consideram fluido empacotado (*“packed beds”*). Então, como ressaltado anteriormente, deve ser adotado um valor de porosidade ou diâmetro de partícula para o leito empacotado nas simulações em CFD, uma vez que, as simulações utilizaram esta condição de contorno. Segundo a referência [23], a porosidade característica de uma estrutura porosa não deve ser inferior a 40%. Sendo assim, a porosidade para todos os modelos será adotada e fixada em 40%. A partir do equacionamento de Ergun descrito neste trabalho, podem-se obter os valores de diâmetro de partículas com a relação entre porosidade e permeabilidade.

O pré-processamento dos modelos CFD utiliza a teoria de Volumes Finitos para geração da malha volumétrica. Para estes modelos foram geradas as malhas volumétricas:



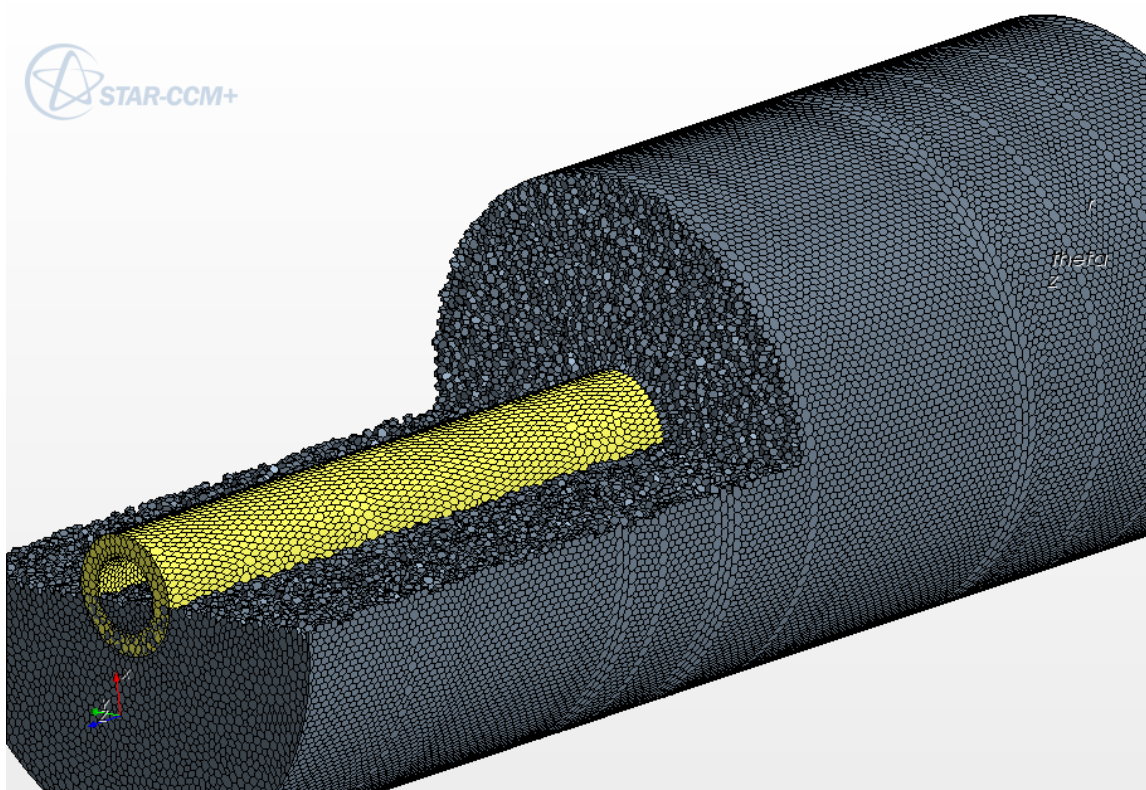


Figura 3. Malha volumétrica

Na figura acima (figura 3), a membrana é ressaltada em amarelo e o domínio do volume de controle tratado pela teoria de volumes finitos é ressaltado em cinza.

Para cada modelo há um número correspondente de células ou elementos:

Modelo	1	2	3	4	5
Número de células	542858	347458	388272	388272	388272

Tabela 2. Número de células poliédricas

O primeiro modelo apresenta um número muito maior de células, pois como se trata de um tubo impermeável, apresenta um devido tratamento de camada limite próximo à parede.

Os modelos físicos da análise CFD são:

- 3D
- Regime Permanente
- Escoamento segregado: resolve as equações do escoamento (uma equação para cada componente de velocidade, e uma para pressão) de maneira segregada, ou desacoplada. A ligação entre as equações de momento e continuidade é alcançada com uma aproximação por método Preditor-Corretor.
- Líquido – Água
 - Densidade: 1000 kg/m^3
- Escoamento Laminar e Turbulento (K- ϵ)

5.4. Escoamento em tubos com paredes impermeáveis

A título de organização, cada conjunto de valores de entrada caracteriza um modelo. Sendo assim, este modelo é denominado número um e os outros seguem a seqüência.

Modelo 1:

Nessa primeira análise, implementou-se um dos modelos mais simplificados para escoamento de fluidos: o escoamento de fluidos newtonianos em tubos impermeáveis para o regime laminar. Os dados da simulação são os seguintes (Tabela 3):

Grandeza	Valor	Unidade
R	1,5	cm
k	0	(cm ² .s)/g
μ	0,01	g/(cm.s)
po	2000000	dyn/cm ²

ρ	1	g/cm ³
Re	100	adm
pext	1000000	dyn/cm ²
L	10	cm

Tabela 3. Dados de entrada para modelo 1

Verifica-se na Figura 4 que todos os erros numéricos são inferiores a 10^{-6} .

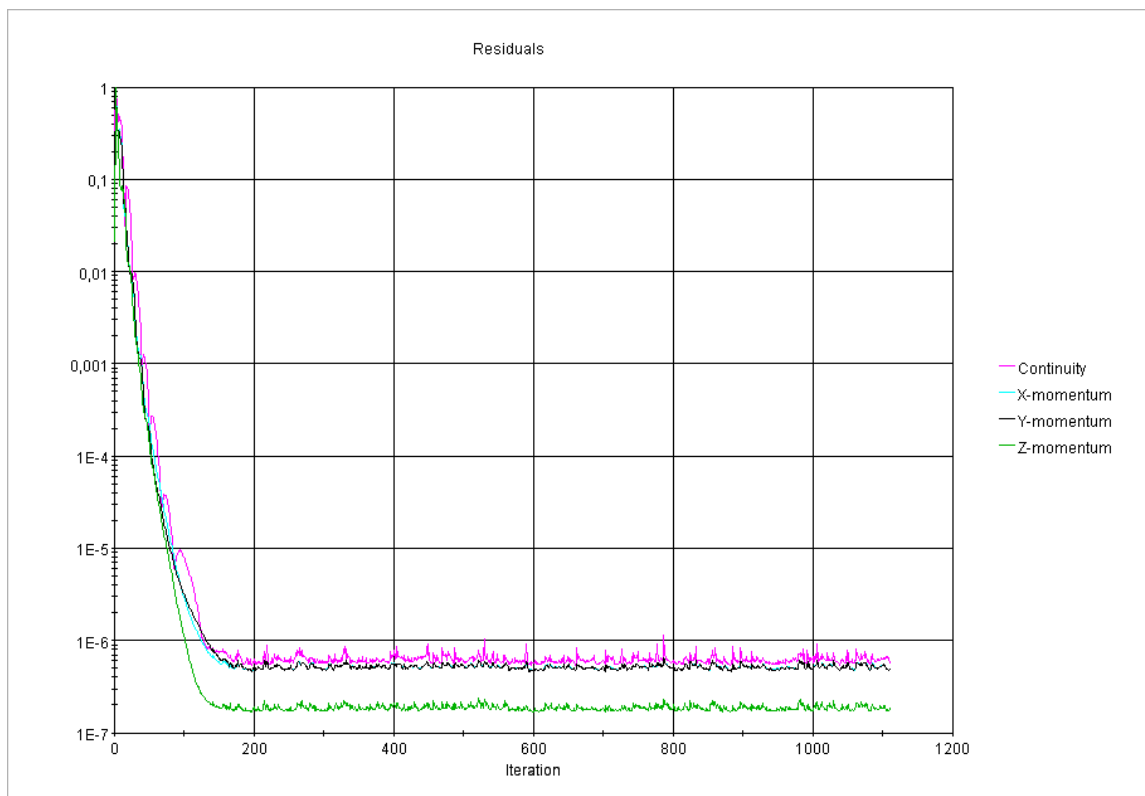
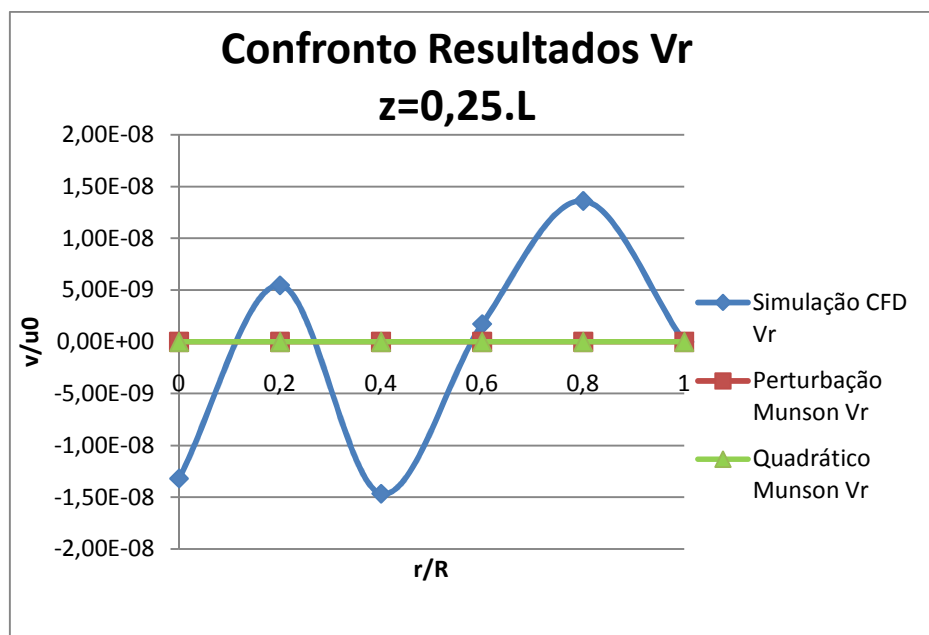
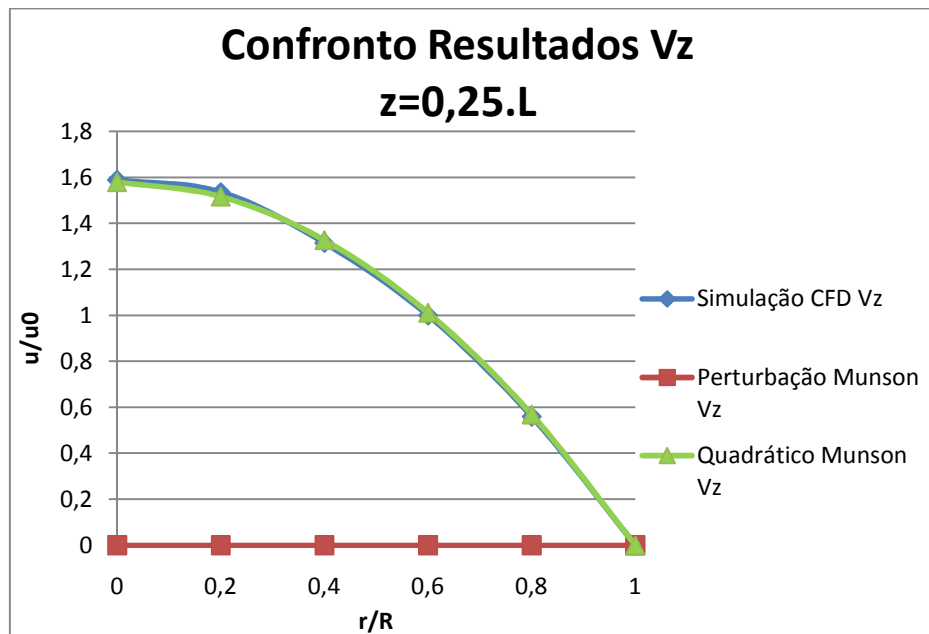
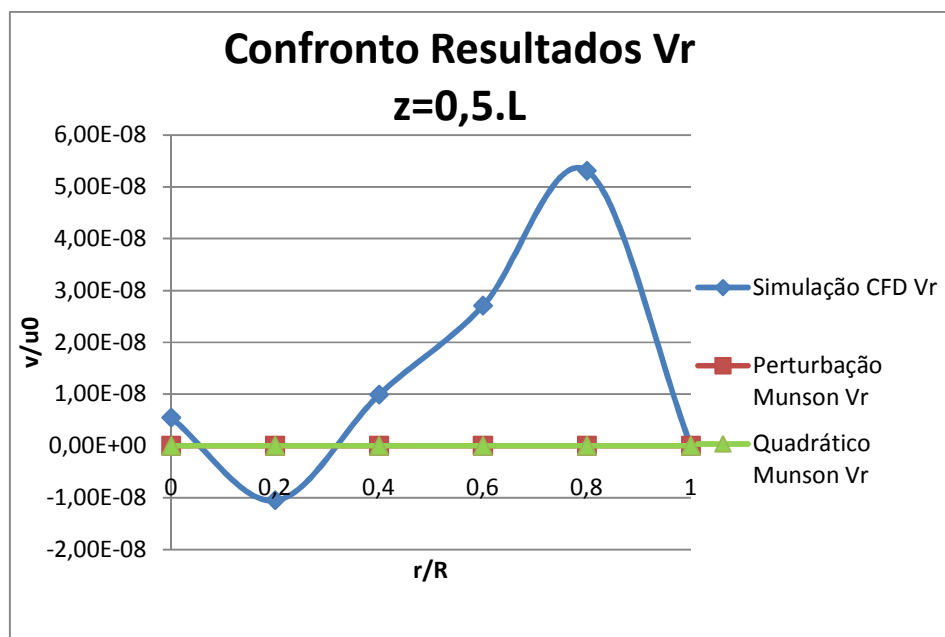
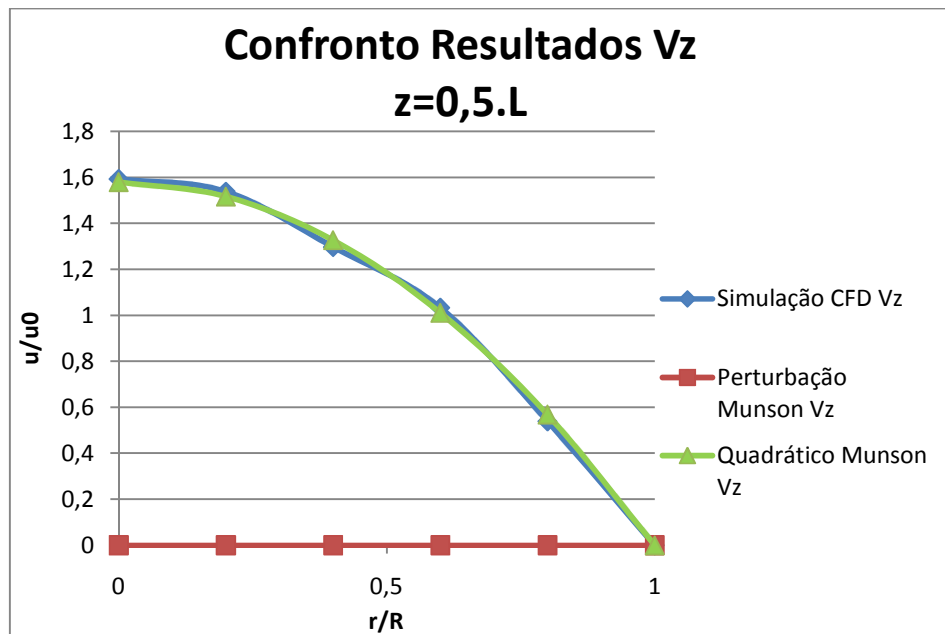


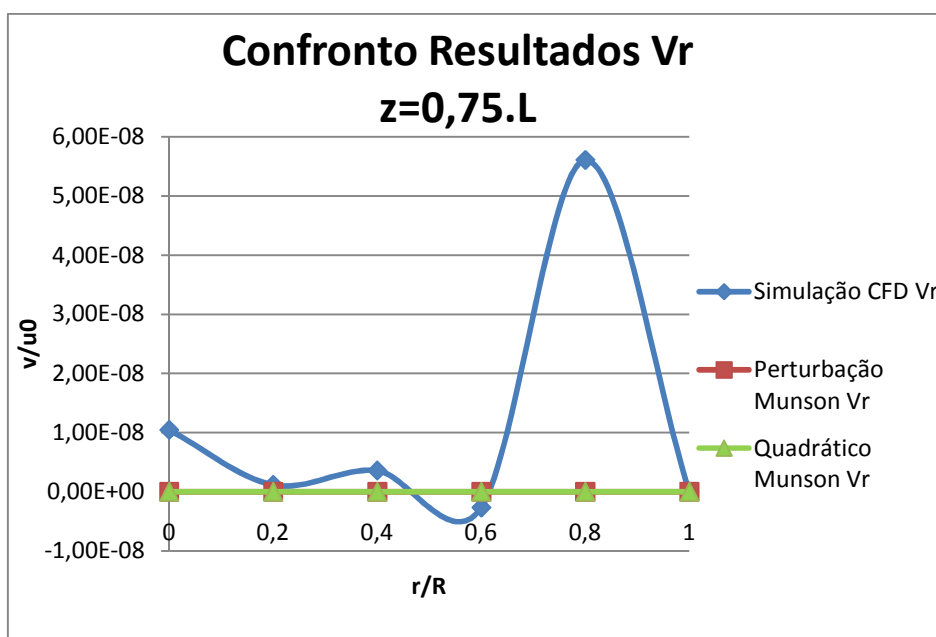
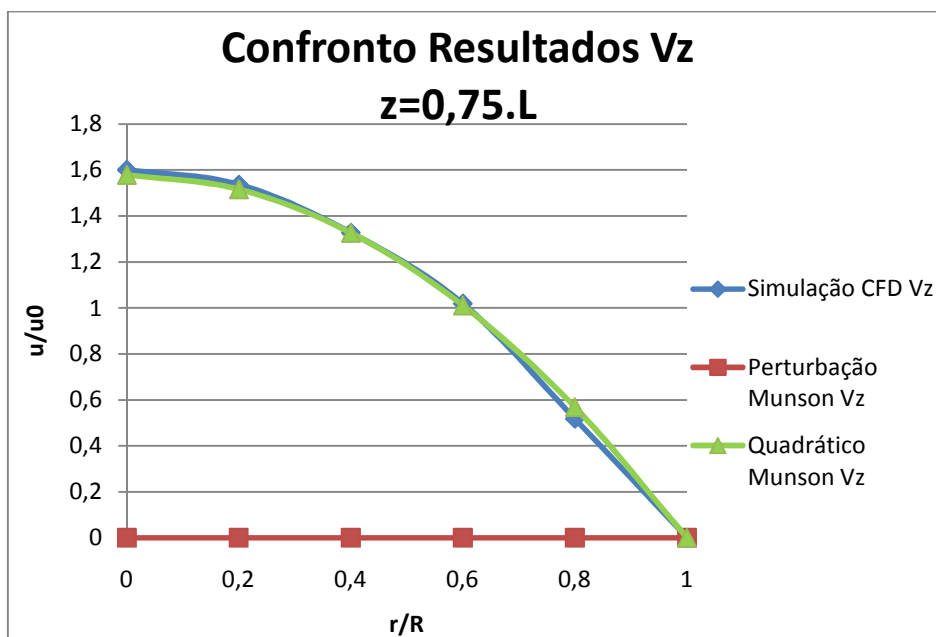
Figura 4. Resíduo Numérico – modelo 1

Validação

Seguem abaixo (Figura 5) os gráficos para validação indireta do modelo CFD nas posições axiais antes mencionadas:







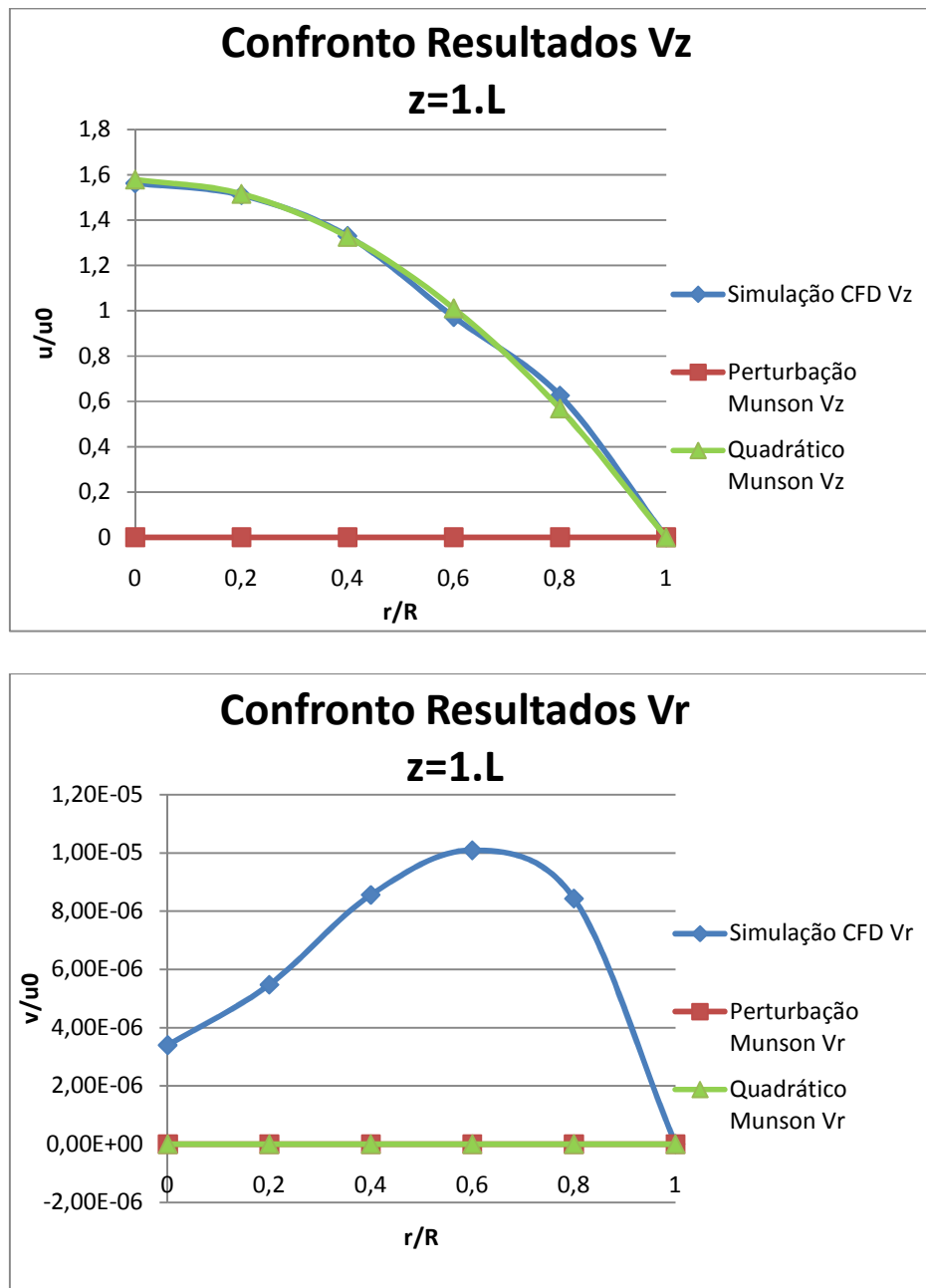
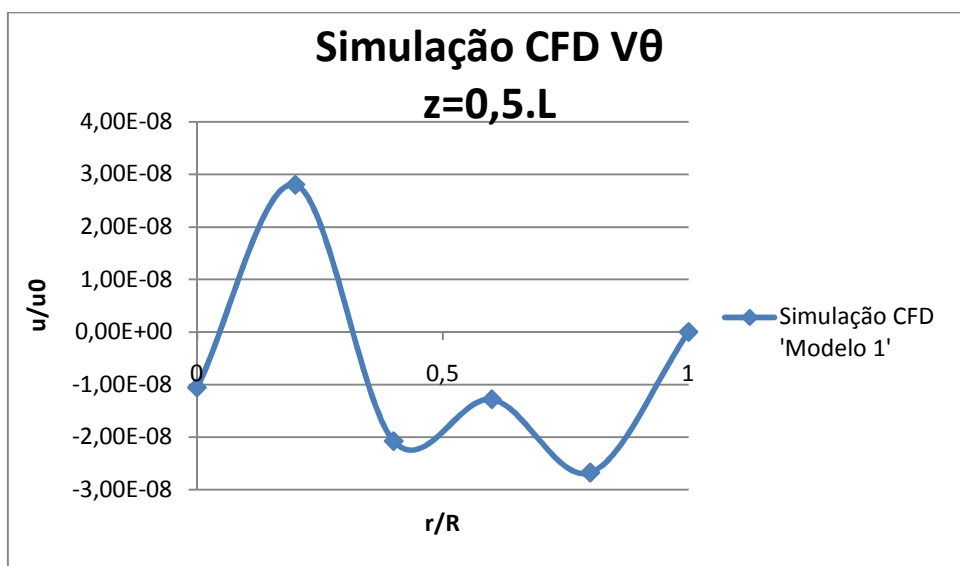
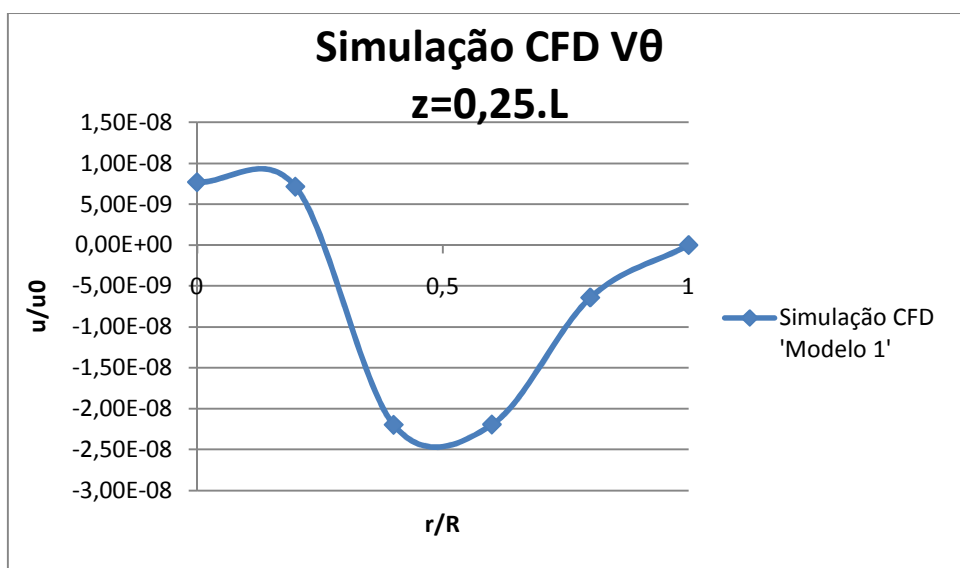


Figura 5. Validação – modelo 1

Pode-se analisar pelos gráficos (Figura 5) que o modelo de Perturbação de Munson não fornece valores para velocidade axial devido à inconsistência numérica resultante de divisões por zero, como antes comentado. Apesar da velocidade na parede sempre ser nula, há uma variação nos valores de velocidade radial muito bem definida

pelos gráficos. Uma das diferenças entre os modelos analíticos e a simulação baseia-se na negligência explícita do tratamento de velocidade rotacional do escoamento (Figura 6) pelos modelos analíticos. Isto indica que nos modelos analíticos não há rotação do fluido, porém pela simulação denota-se que apesar de pequenos os valores das velocidades, como nas figuras abaixo, este termo não deve ser totalmente negligenciado.



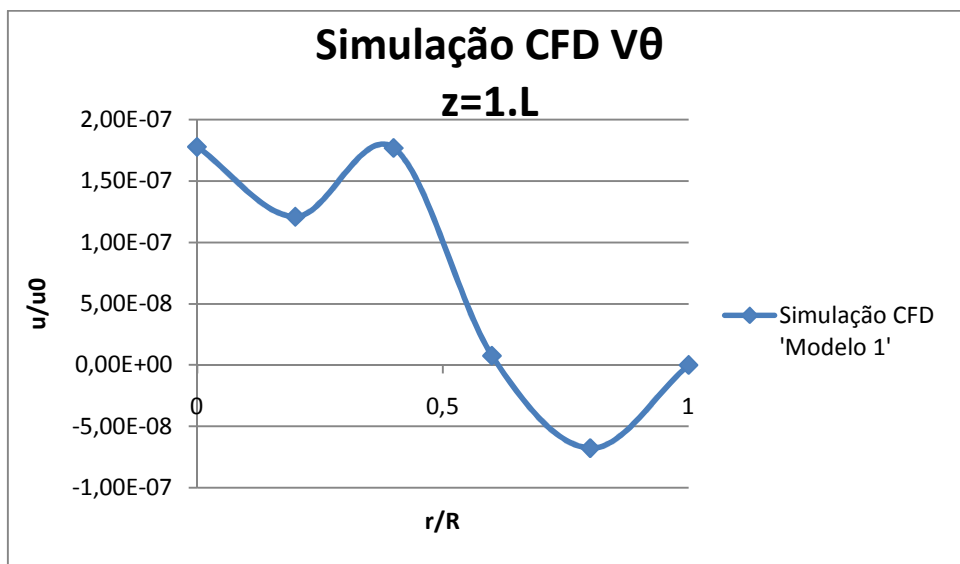
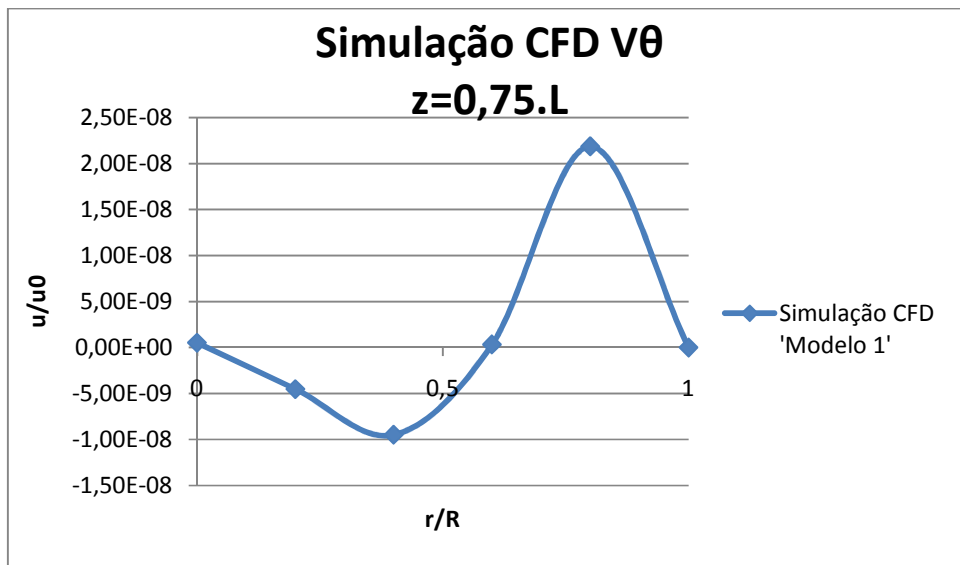


Figura 6: Velocidade rotacional do escoamento – modelo 1

5.5. Escoamento em tubos com paredes permeáveis

Nas próximas simulações, investiga-se o escoamento em tubos com paredes permeáveis, nas quais, devido ao gradiente de pressão de dentro para fora da membrana, considera-se a transferência de massa através da superfície do tubo. Devido à permeabilidade existente, há escoamento através da parede porosa, e esta apresenta o

comportamento descrito pela condição de contorno baseada no equacionamento de Ergun.

Modelo 2:

Os dados da simulação são os seguintes (Tabela 4):

Grandeza	Valor	Unidade
R	0,2	cm
k	1,40311E-09	(cm ² .s)/g
μ	0,02145	g/(cm.s)
p ₀	2000000	dyn/cm ²
ρ	1	g/cm ³
Re	100	adm
p _{ext}	1000000	dyn/cm ²
L	10	cm
R _m	7127000000	kg/(m ² .s)

Tabela 4. Dados de entrada do modelo 2

Verificação

Verifica-se na Figura 7 que todos os erros numéricos são inferiores a 0,002.

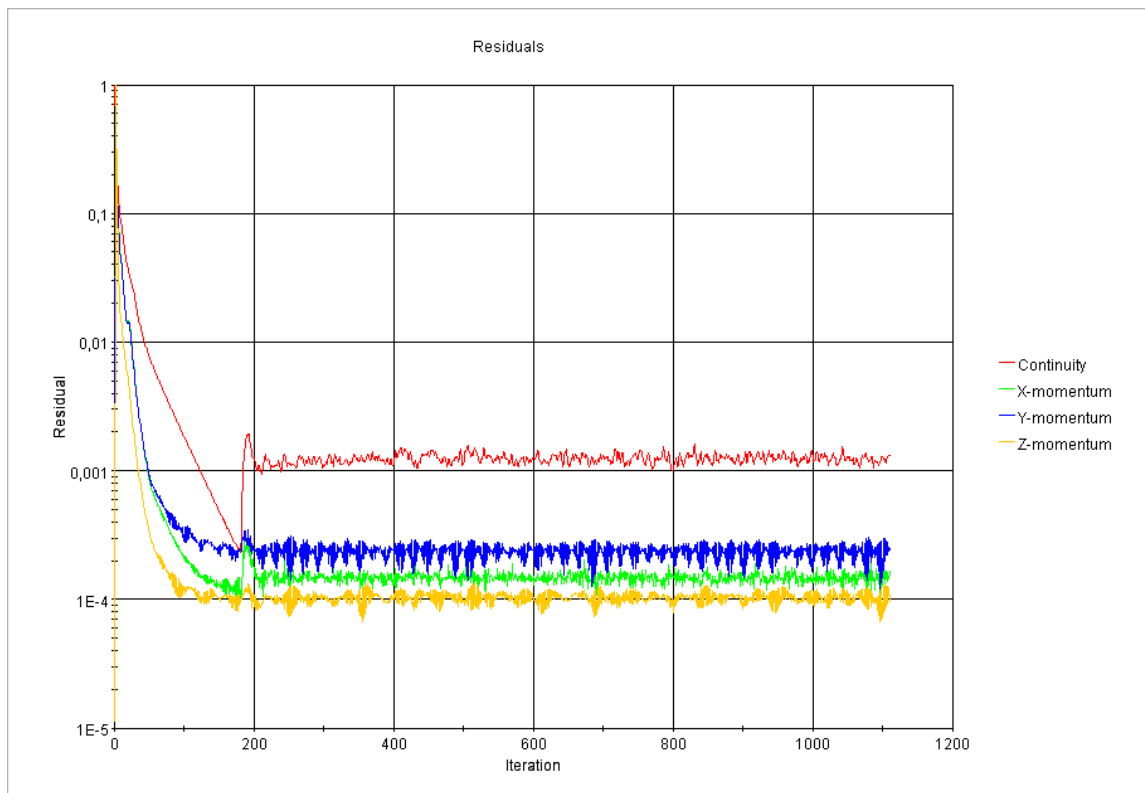
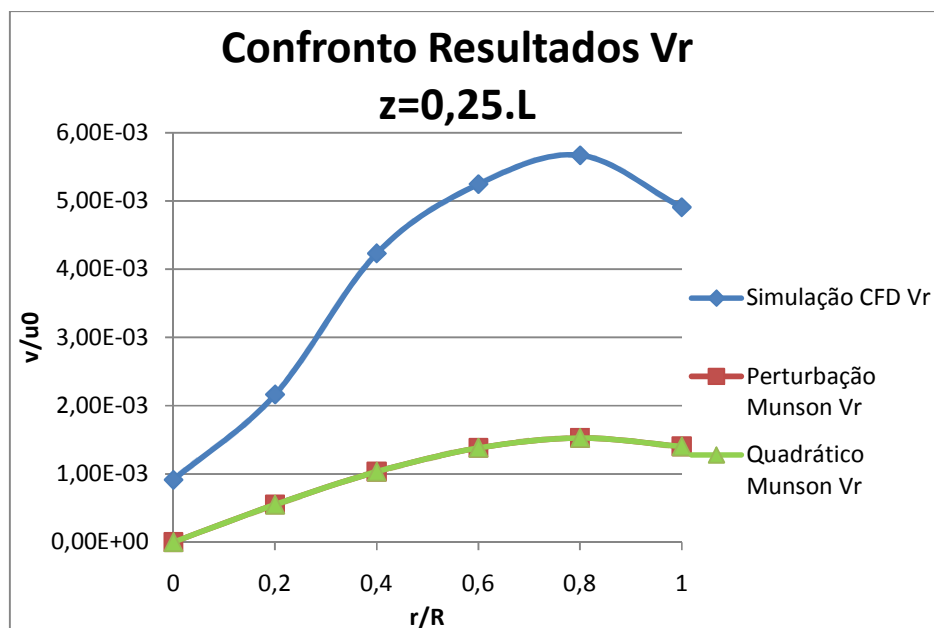
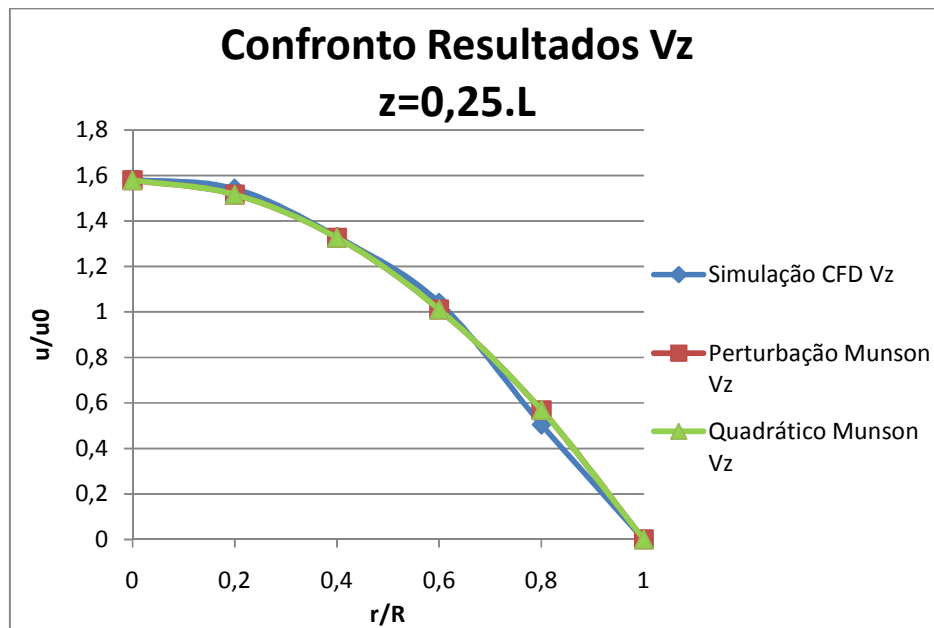
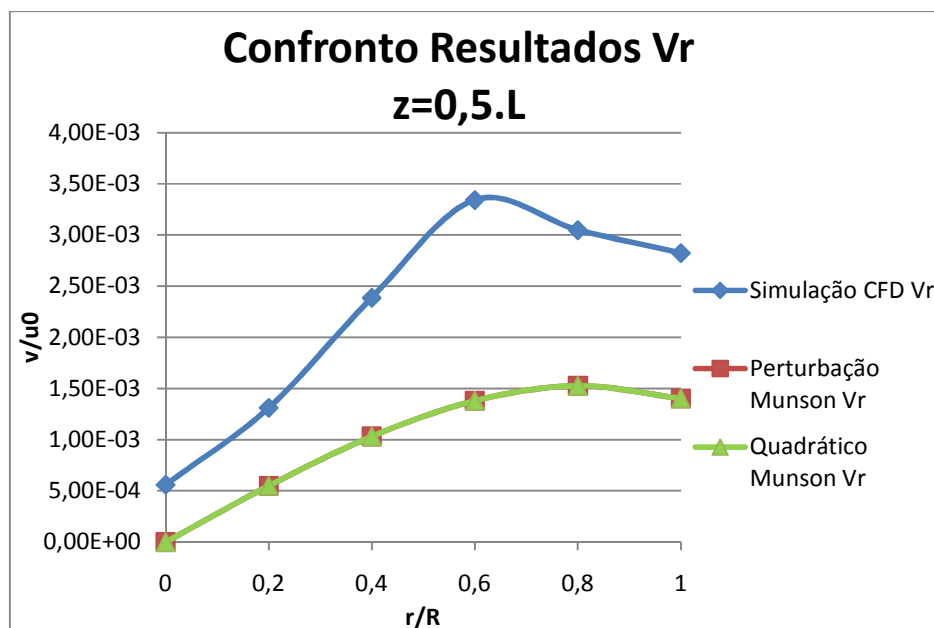
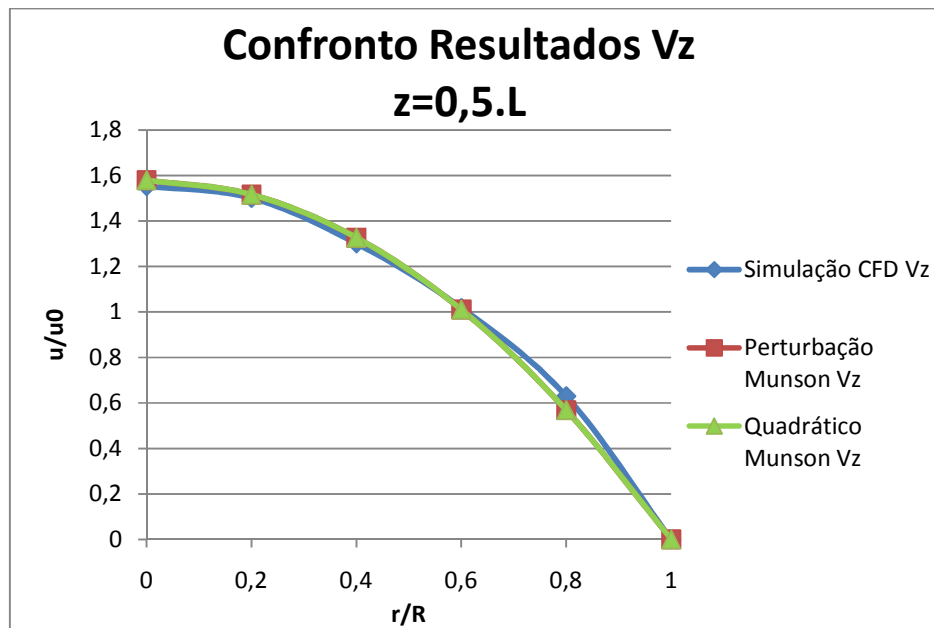


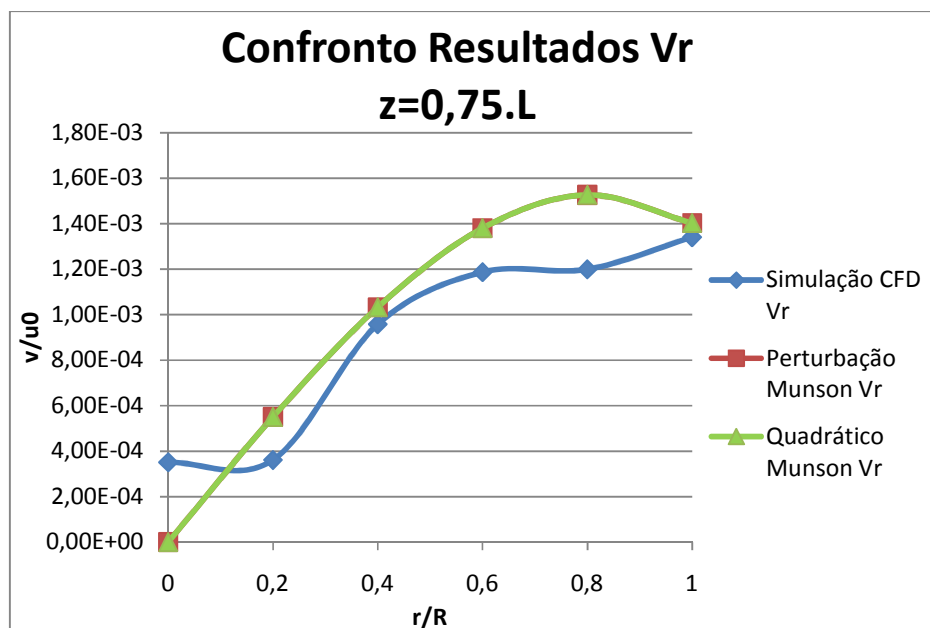
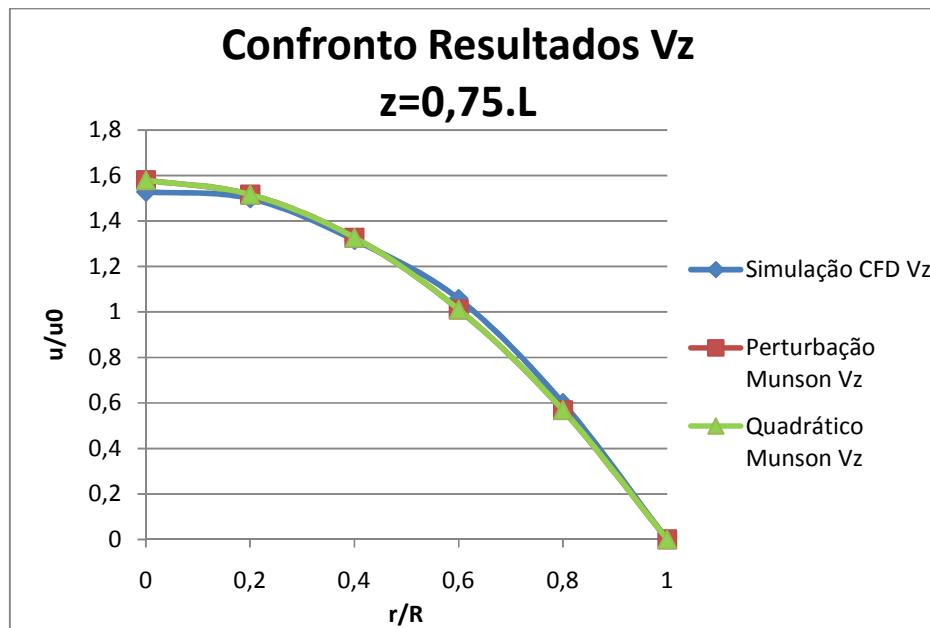
Figura 7. Resíduo Numérico – modelo 2

Validação

Seguem abaixo (Figura 8) os gráficos para validação indireta do modelo CFD nas posições axiais antes mencionadas:







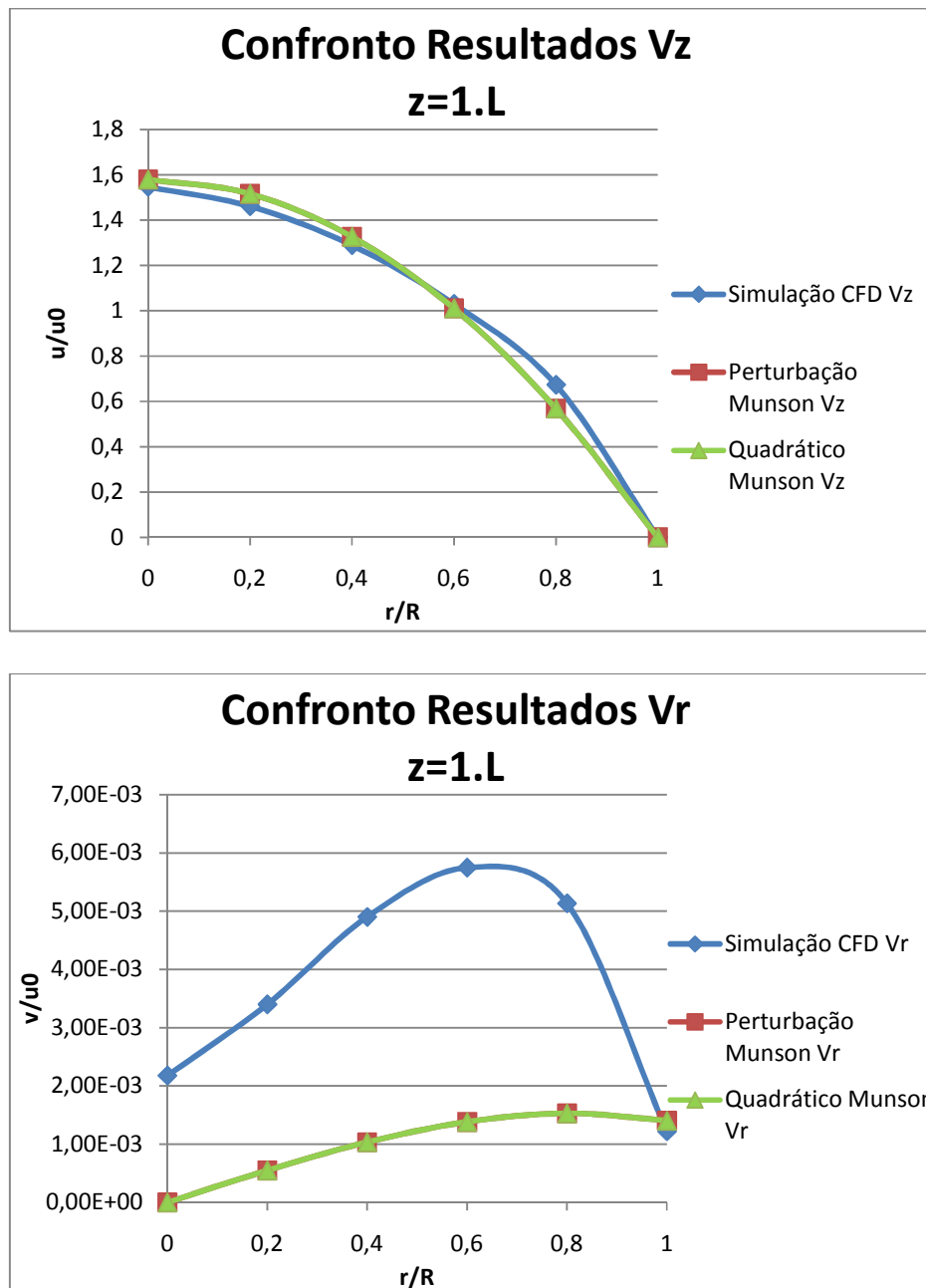
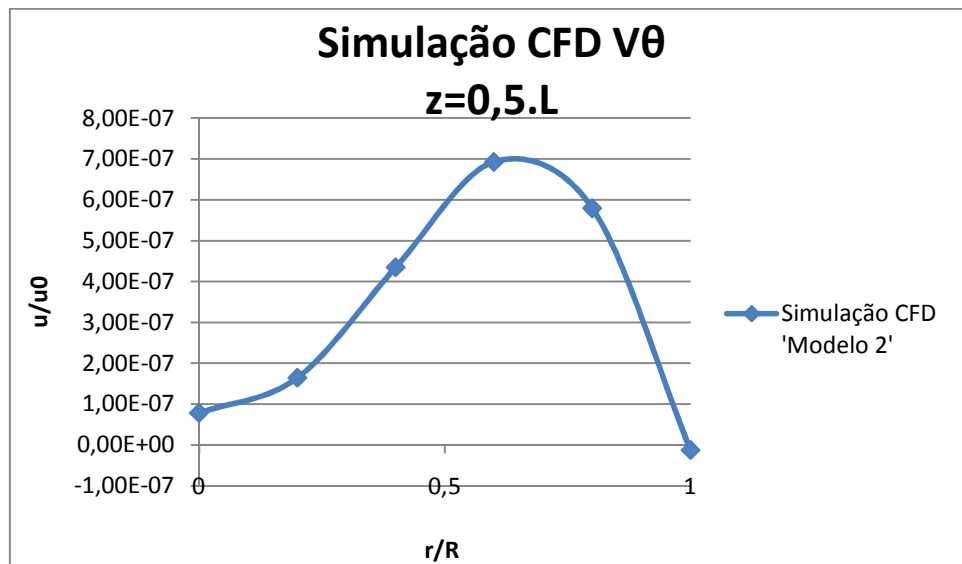
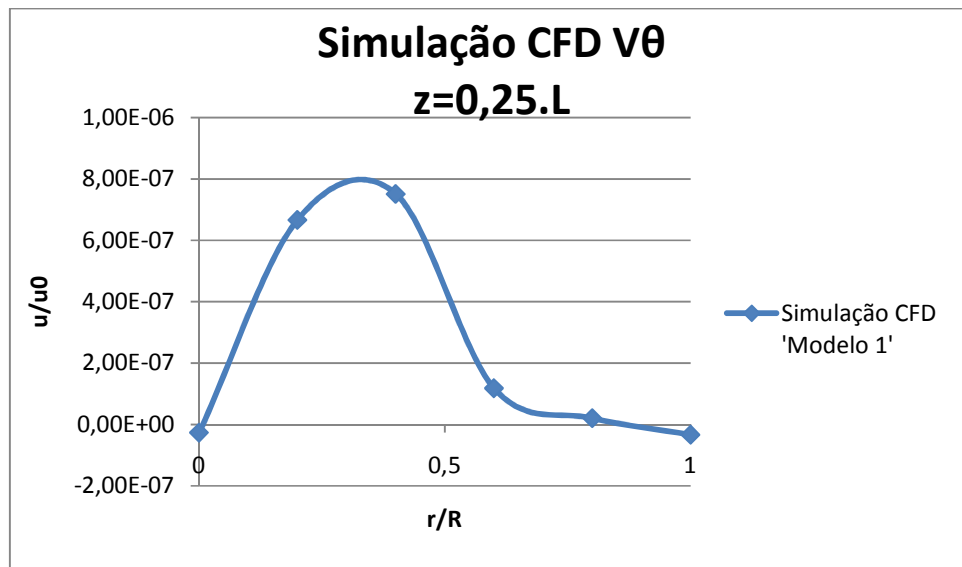


Figura 8. Validação – modelo 2

Pode-se analisar pelos gráficos (Figura 8) que há divergências de valores para velocidade radial tanto no seio do escoamento como para a parede em algumas secções. A primeira justificativa é explicitada no modelo 1, e trata da influência da velocidade rotacional do escoamento, que pode ser analisada pelos gráficos abaixo (Figura 9).



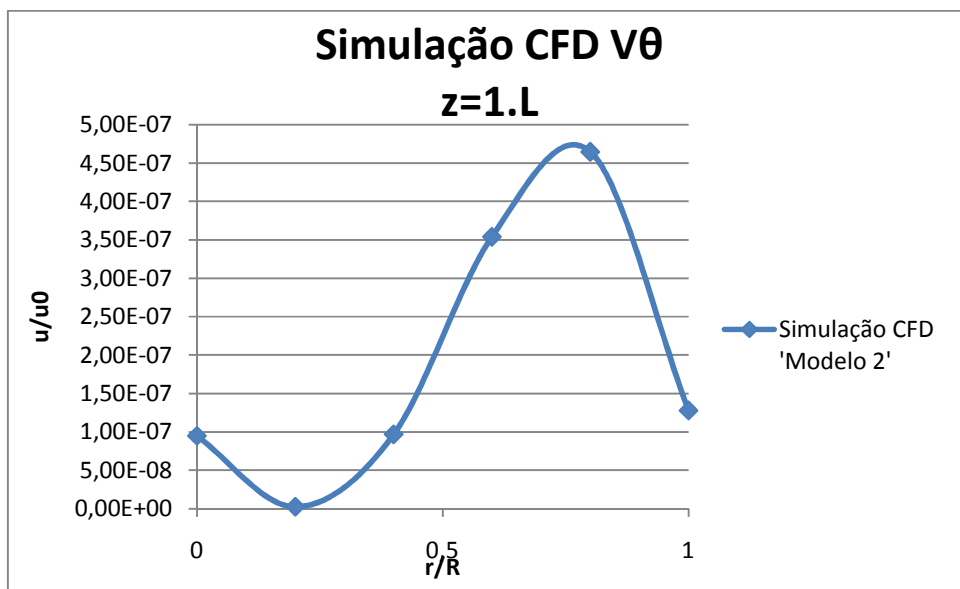
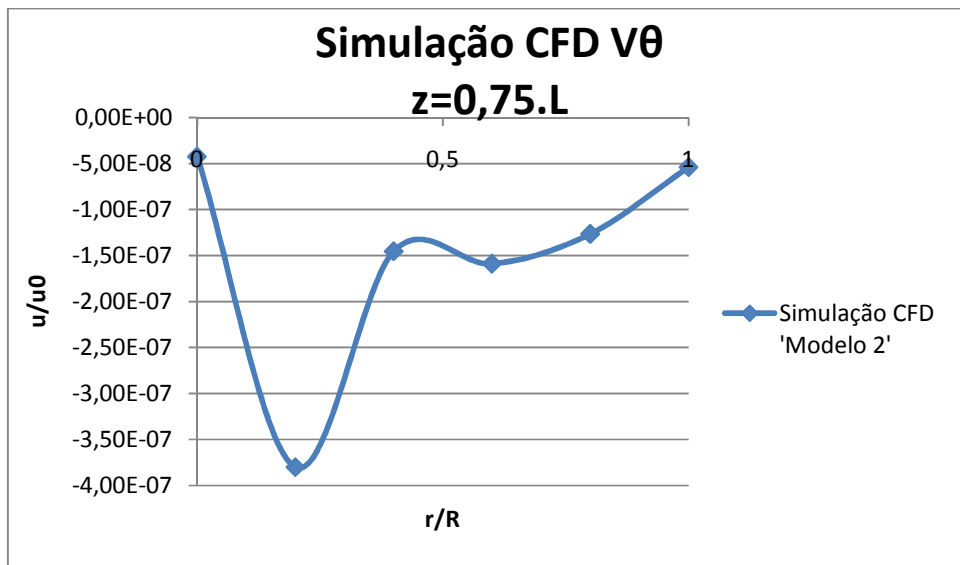


Figura 9. Velocidade rotacional do escoamento – modelo 2

A segunda justificativa é que a malha volumétrica é relativamente grosseira, elevando a imprecisão dos resultados. A geração de uma malha mais refinada pode levar a resultados mais precisos, porém eleva-se o custo computacional. A terceira justificativa se baseia na teoria de camada limite. No modelo de simulação a teoria de camada limite não é bem definida próximo a superfícies pertencentes a meios porosos.

A quarta justificativa, e mais importante dentre todas, ressalta que os modelos analíticos são frutos de aproximações matemáticas com objetivo de simplificação das

equações de Navier-Stokes. Ressalta também, que os modelos computacionais de simulação, são muito mais complexos, não simplificados no mesmo nível que os modelos analíticos, e, sobretudo ressalta que ao invés de ser uma coletânea de aproximações simplificadas para descrição do comportamento do escoamento em meio poroso, trata-se de discretização de parâmetros e utilização de métodos numéricos para solução do problema. Além disso, o fato de ser utilizado o modelo físico de escoamento segregado, nos garante que seja utilizado um método preditor-corretor. Logo, verifica-se o quão mais complexo é a metodologia das simulações sobre a metodologia dos modelos analíticos.

Modelo 3:

Os dados da simulação são os seguintes (Tabela 5):

Grandeza	Valor	Unidade
R	0,3	cm
k	1,72239E-11	(cm ² .s)/g
μ	0,02145	g/(cm.s)
p ₀	3000000	dyn/cm ²
ρ	1	g/cm ³
Re	69000	Adm
p _{ext}	1000000	dyn/cm ²
L	10	Cm
R _m	5,80588E+11	kg/(m ² .s)

Tabela 5. Dados de entrada do modelo 3

Verificação

Verifica-se na Figura 10 que todos os erros numéricos são inferiores a 0,03, sendo o maior erro caracterizado pela solução da equação de continuidade.

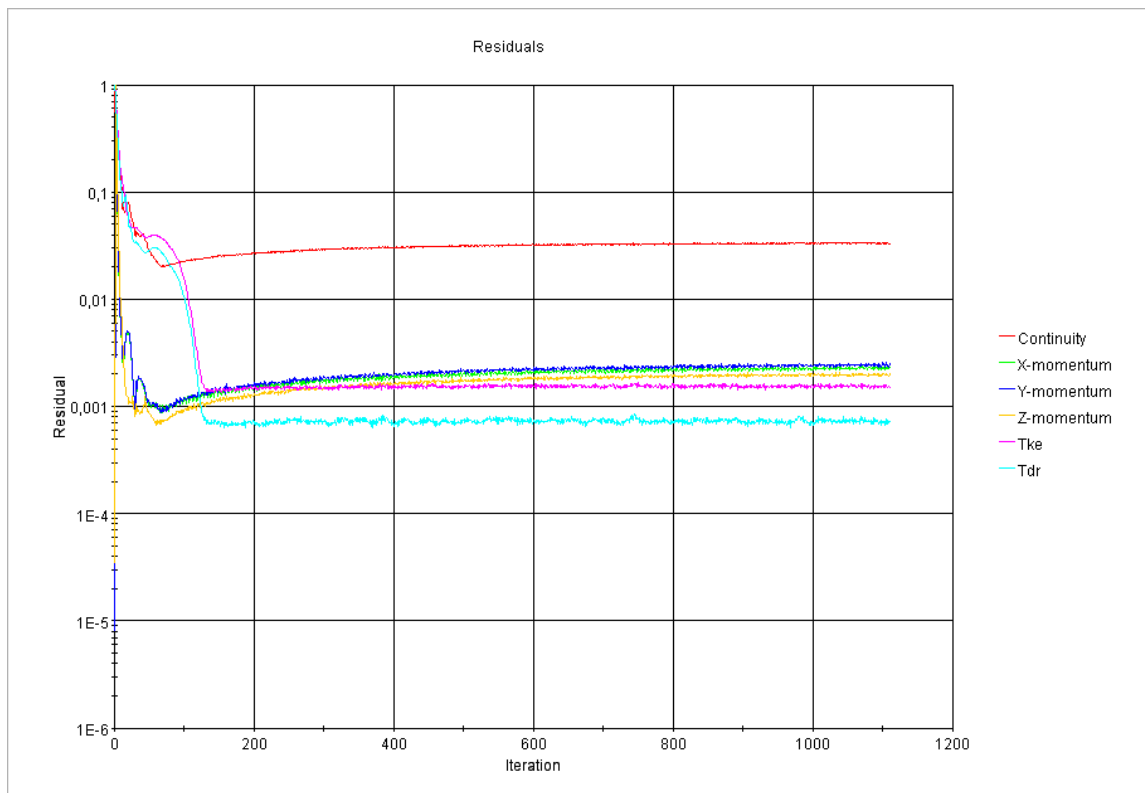
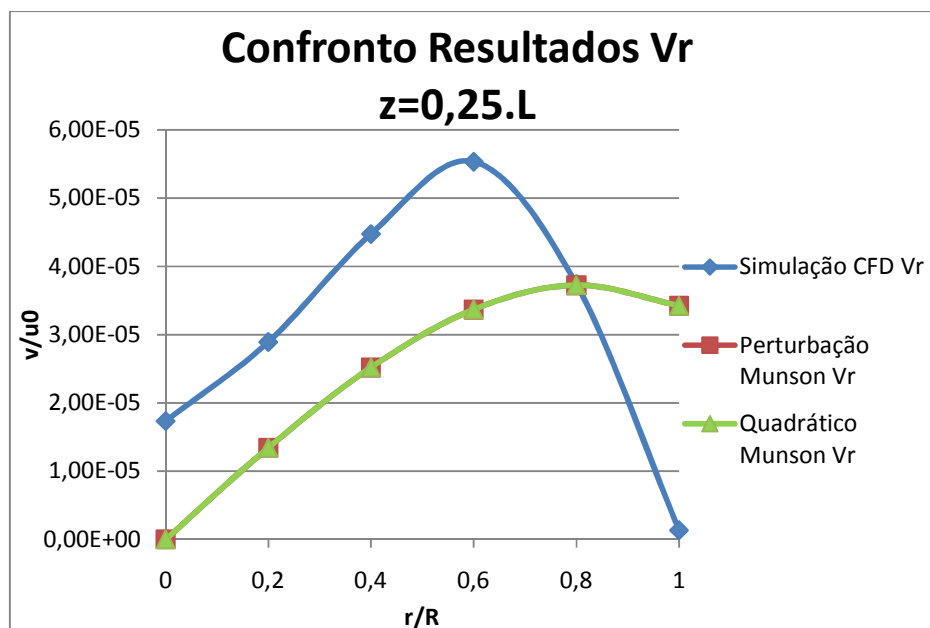
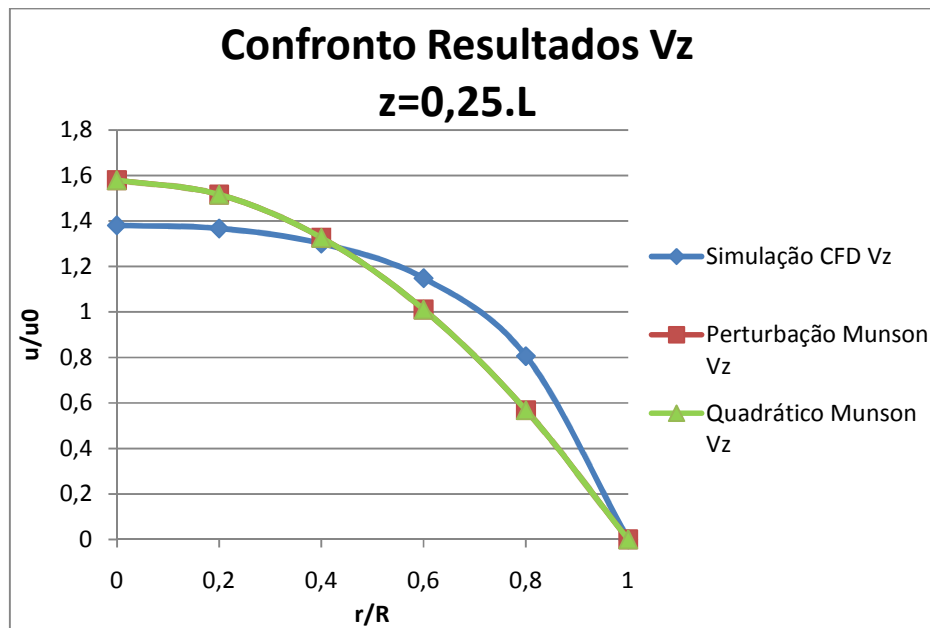
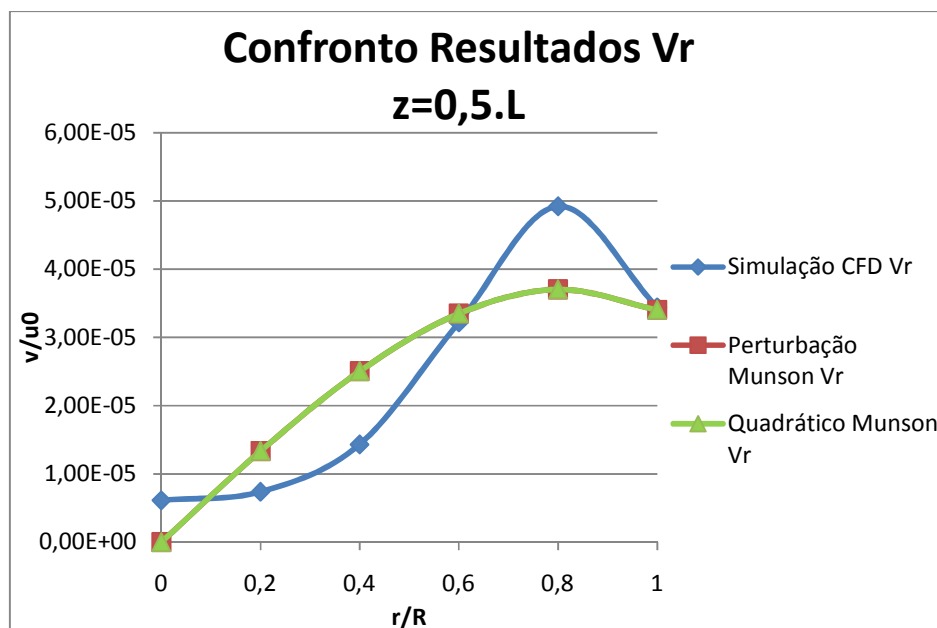
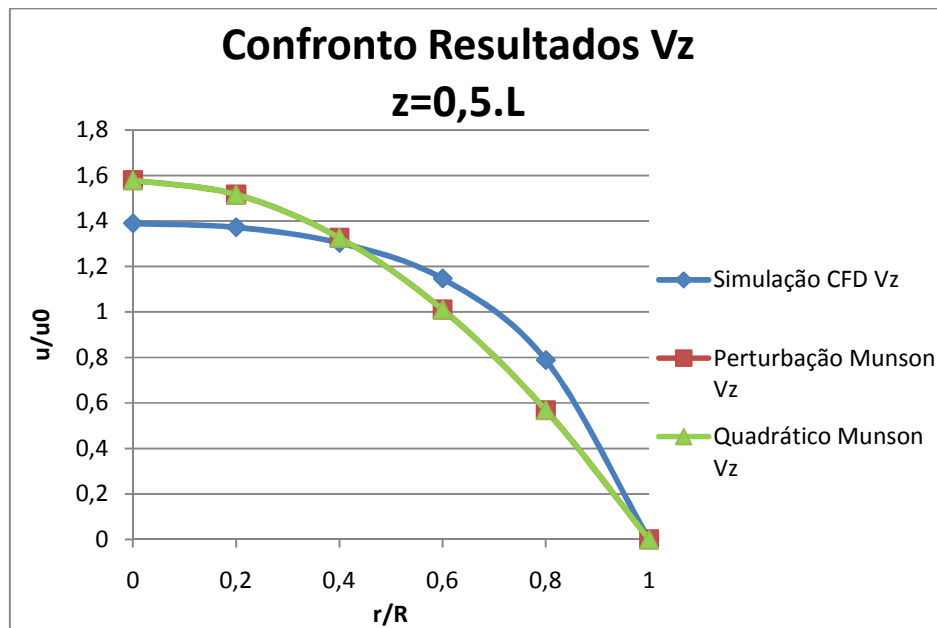


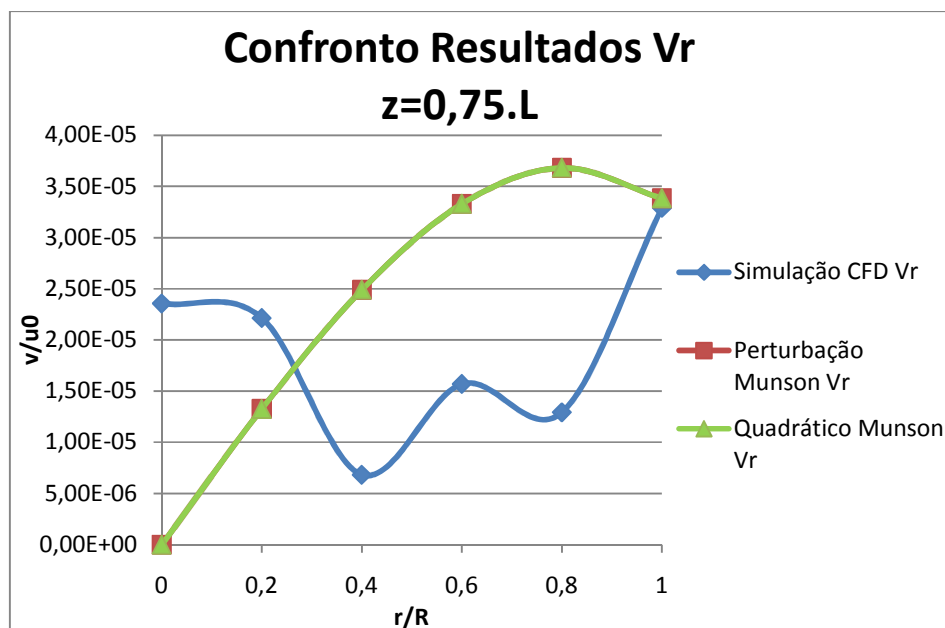
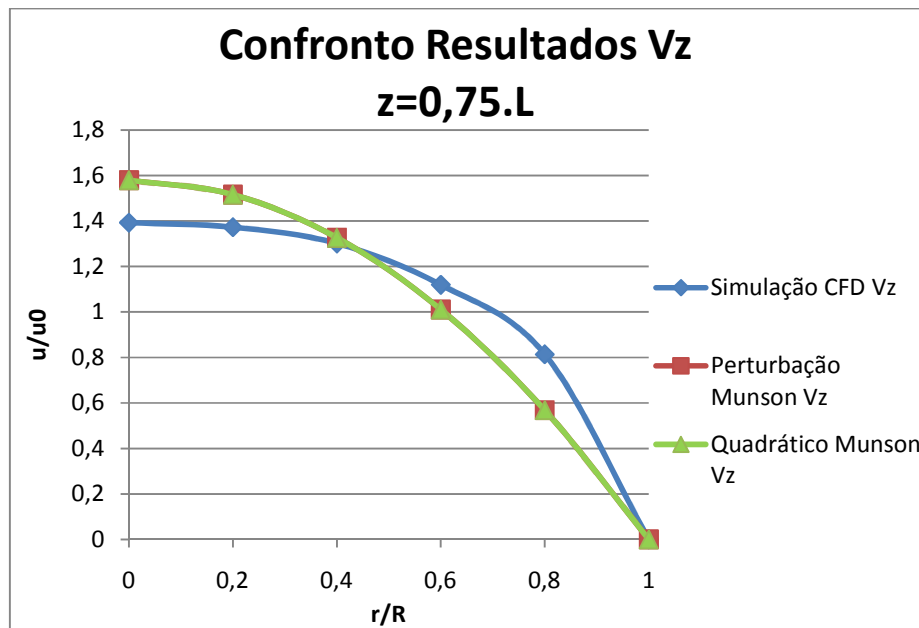
Figura 10. Resíduo Numérico – modelo 3

Validação

Seguem abaixo (Figura 11) os gráficos para validação indireta do modelo CFD nas posições axiais antes mencionadas:







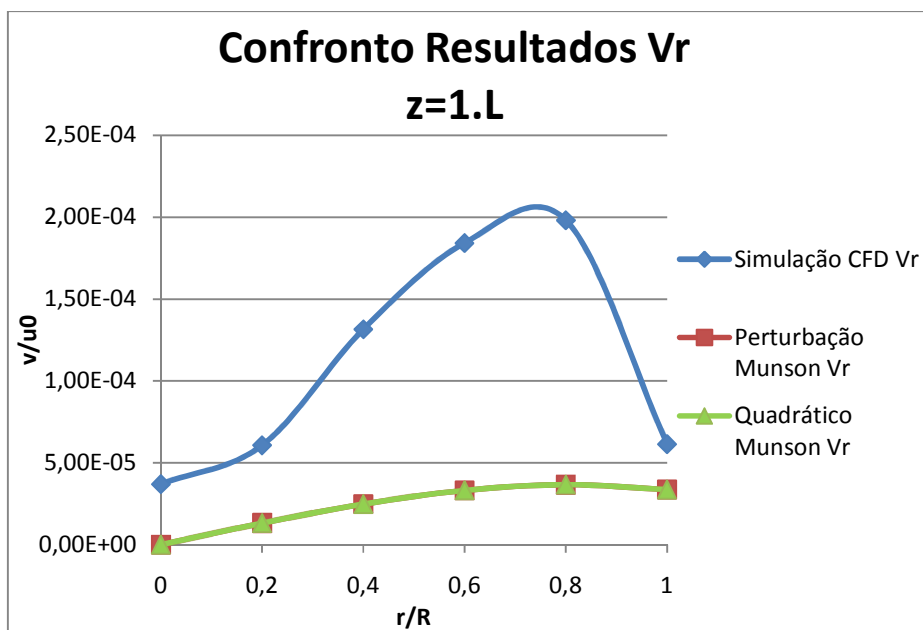
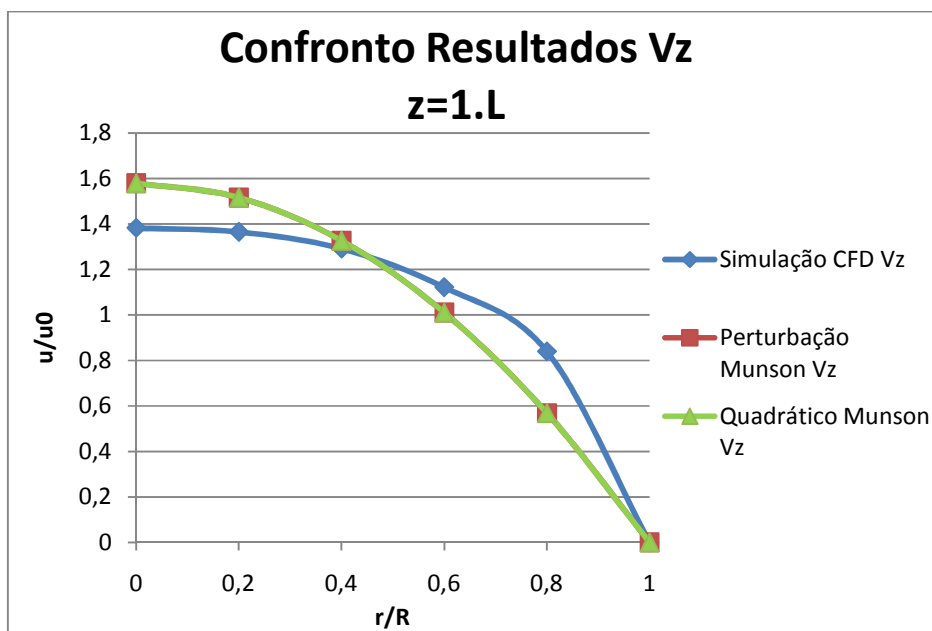
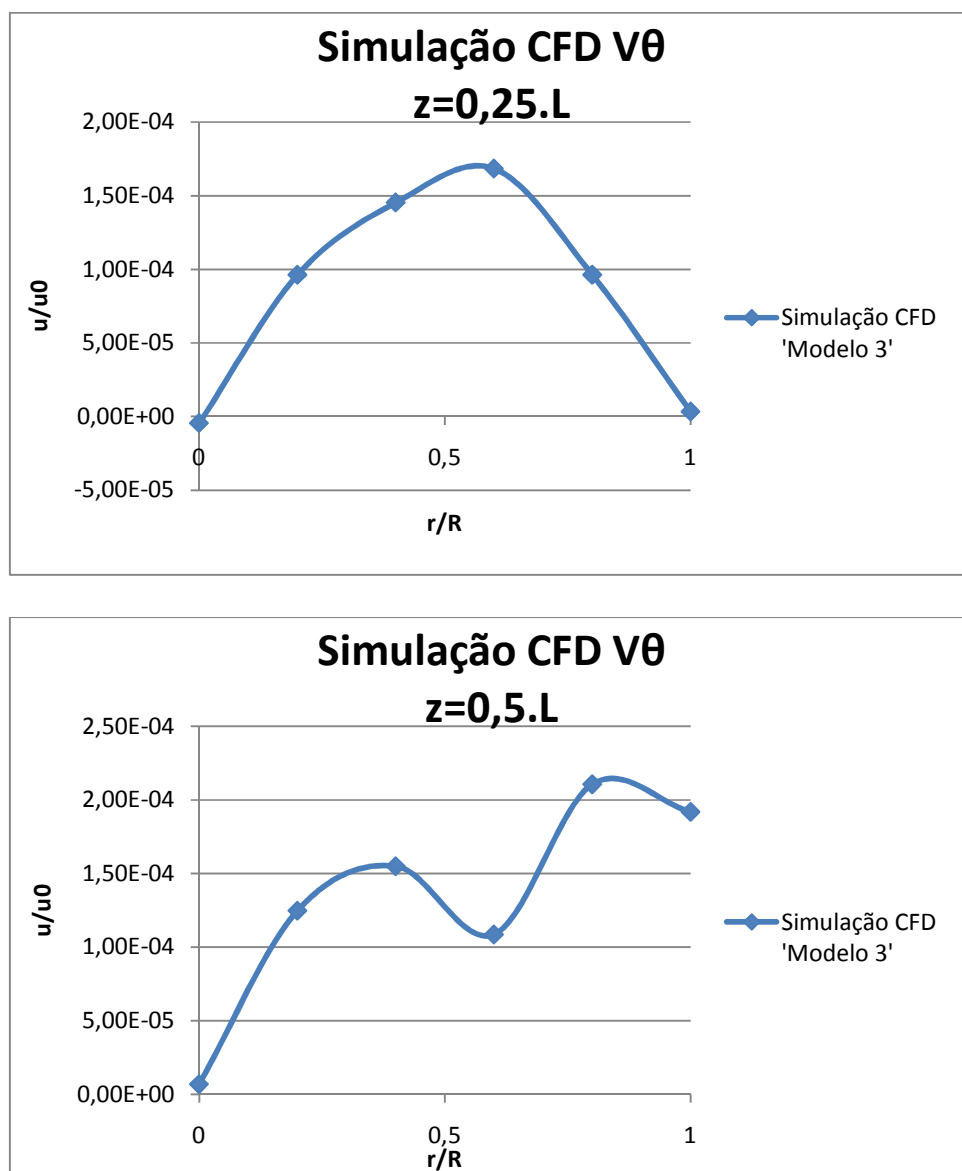


Figura 11. Validação – modelo 3

Pode-se analisar pelos gráficos (Figura 11) que há divergências de valores para velocidade radial tanto no seio do escoamento como para a parede em algumas secções. As justificativas são as mesmas apresentadas para o modelo 1 e 2, com a adição de uma nova justificativa, esta embasada na observação dos modelos analíticos. Apesar dos

modelos analíticos apresentarem o número de Reynolds em sua formulação, modelos de turbulência são mais complexos quando se deseja estudá-los, e assim os modelos analíticos apresentam muitas simplificações para um devido tratamento de turbulência. Seguem as velocidades rotacionais (Figura 12):



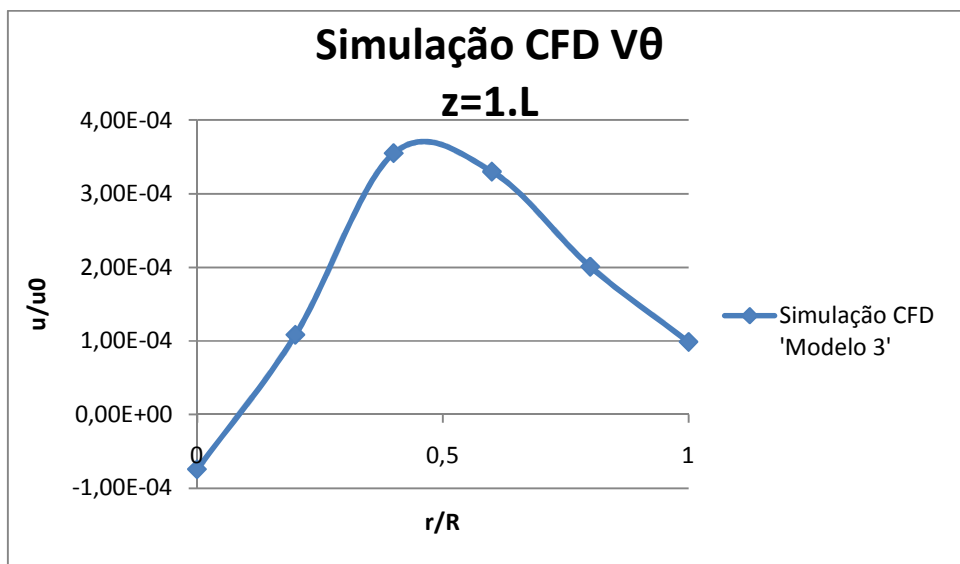
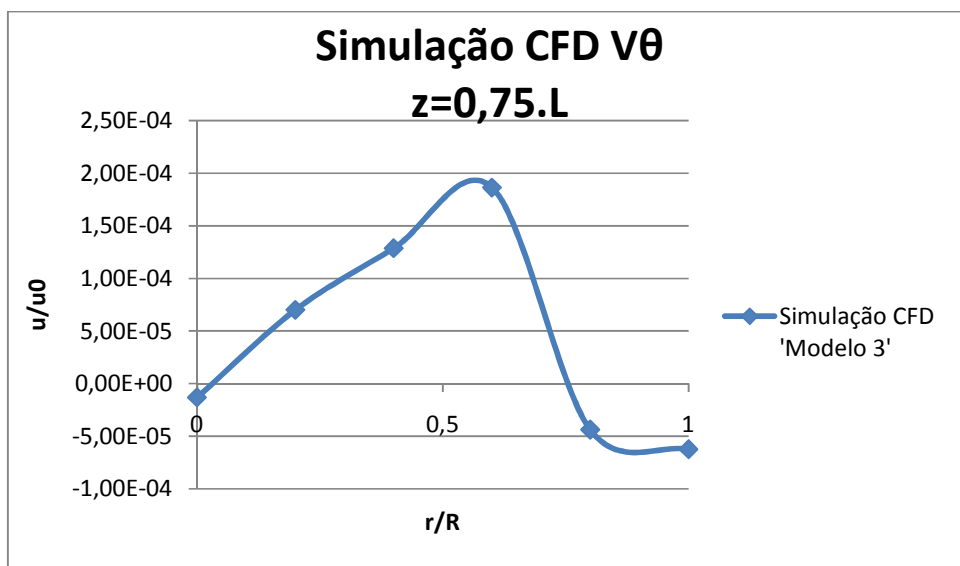


Figura 12. Velocidade Rotacional do escoamento – modelo 3

Modelo 4:

Os dados da simulação são os seguintes (Tabela 6):

Grandeza	Valor	Unidade
R	0,3	Cm
k	7,98161E-11	(cm ² .s)/g
μ	0,02145	g/(cm.s)
p ₀	3000000	dyn/cm ²
ρ	1	g/cm ³
Re	240000	adm
p _{ext}	1000000	dyn/cm ²
L	10	Cm
R _m	1,25288E+11	kg/(m ² .s)

Tabela 6. Dados de entrada – modelo 4

Verificação

Verifica-se na Figura 13 que os erros numéricos são inferiores a 0,03, sendo o maior erro caracterizado pela solução da equação de turbulência.

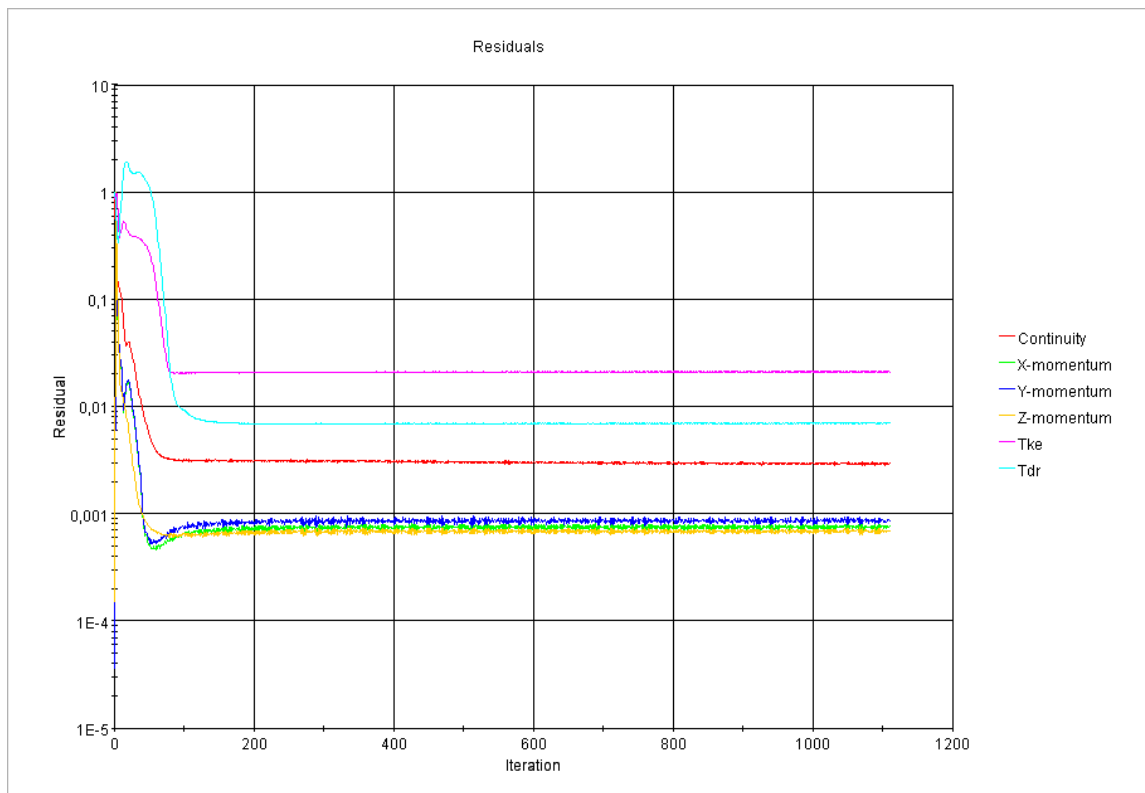
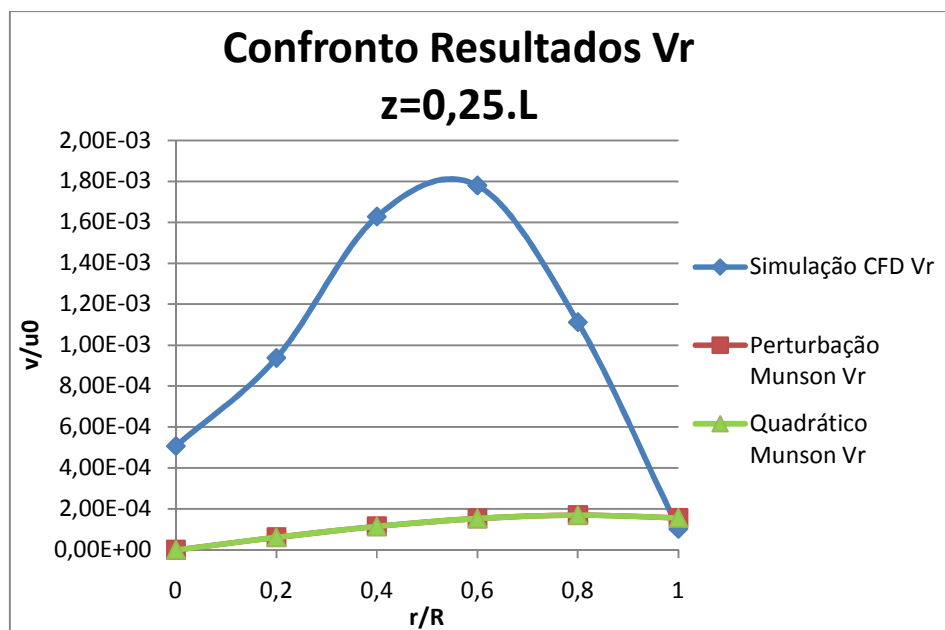
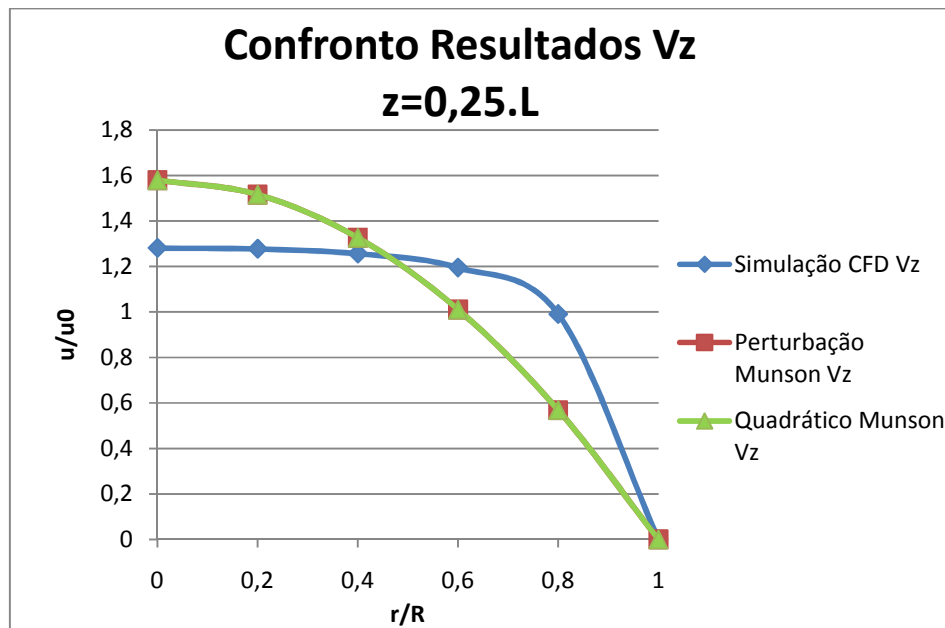
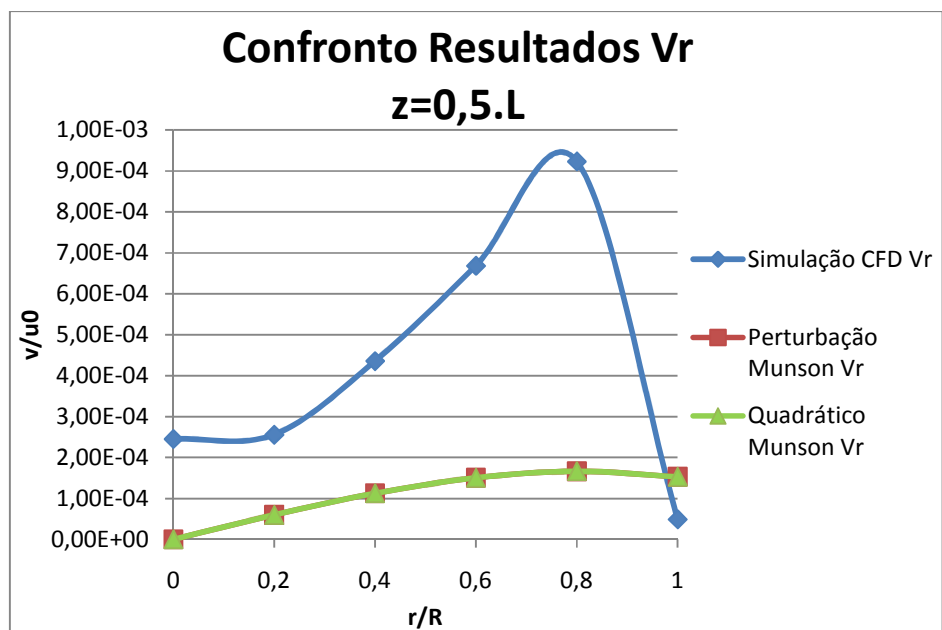
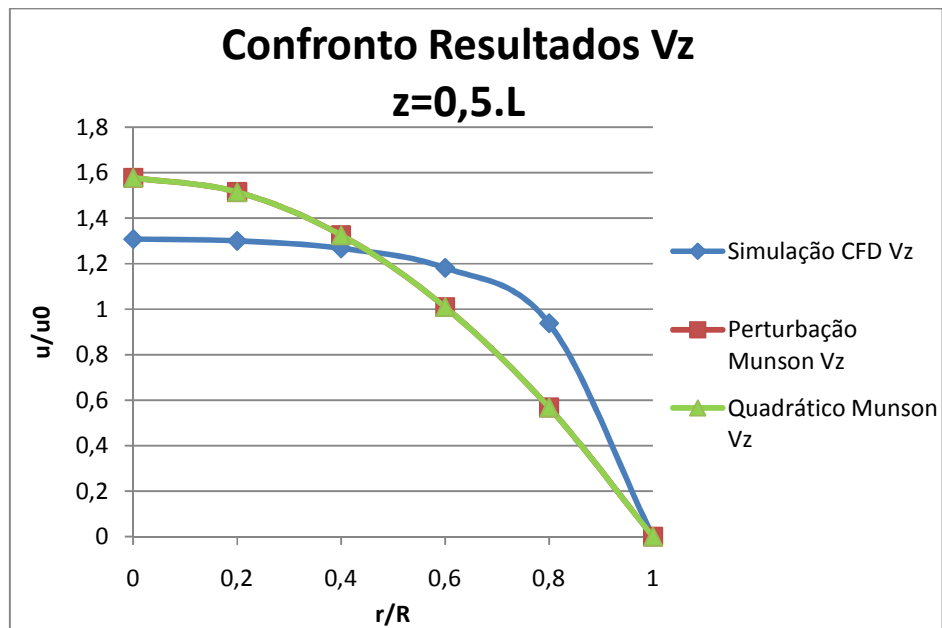


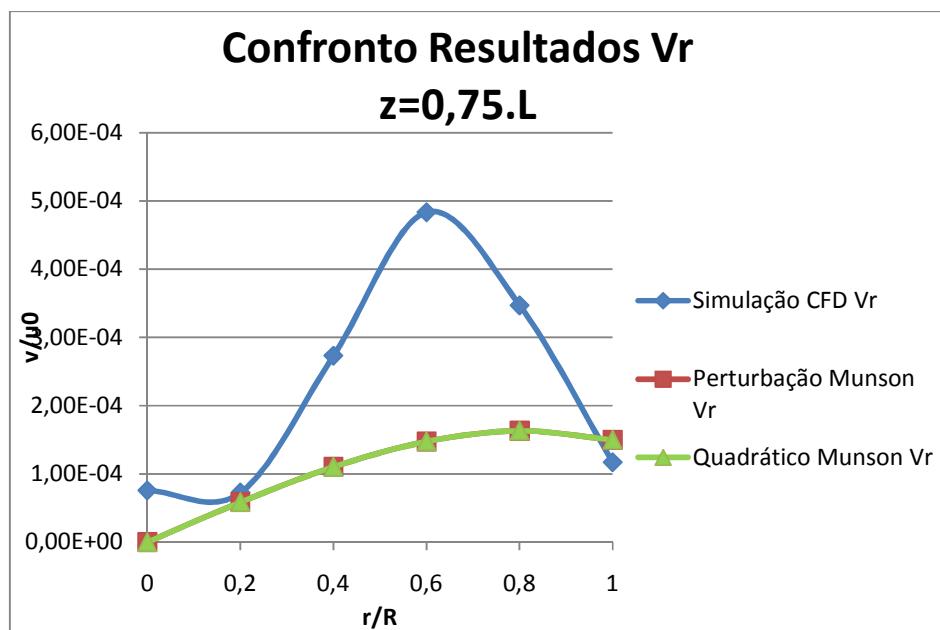
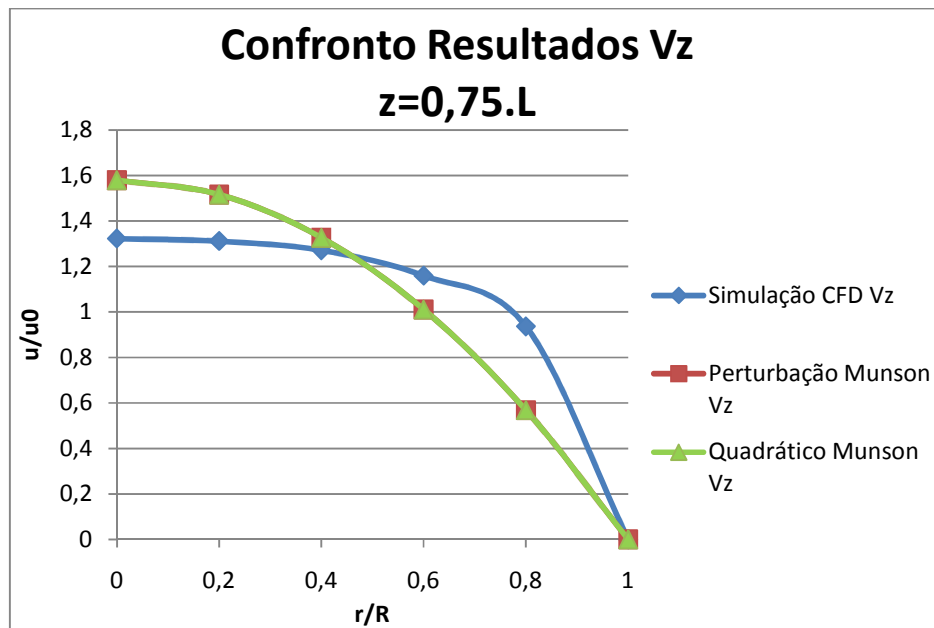
Figura 13. Resíduo Numérico – modelo 4

Validação

Seguem abaixo (Figura 14) os gráficos para validação indireta do modelo CFD nas posições axiais antes mencionadas:







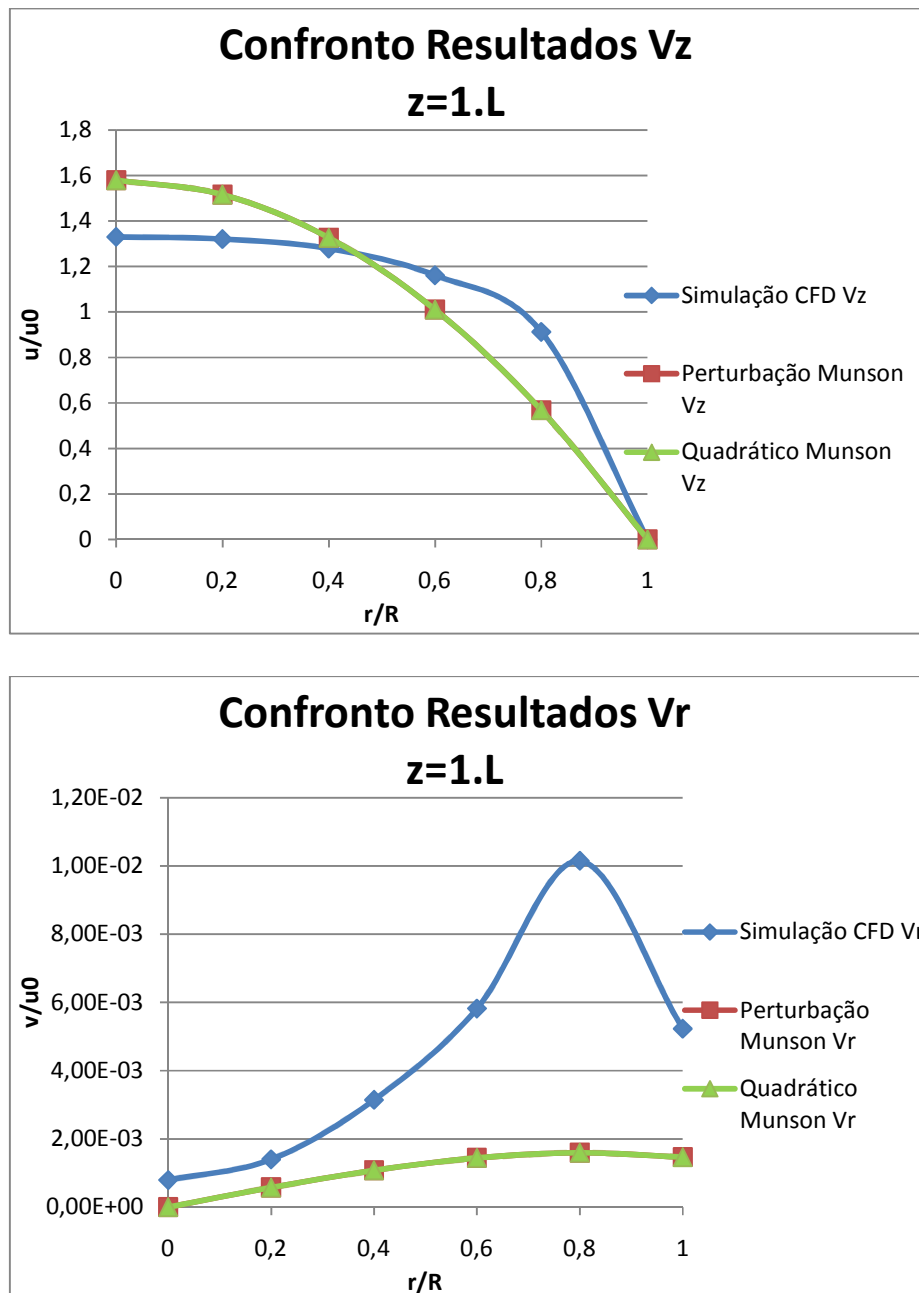
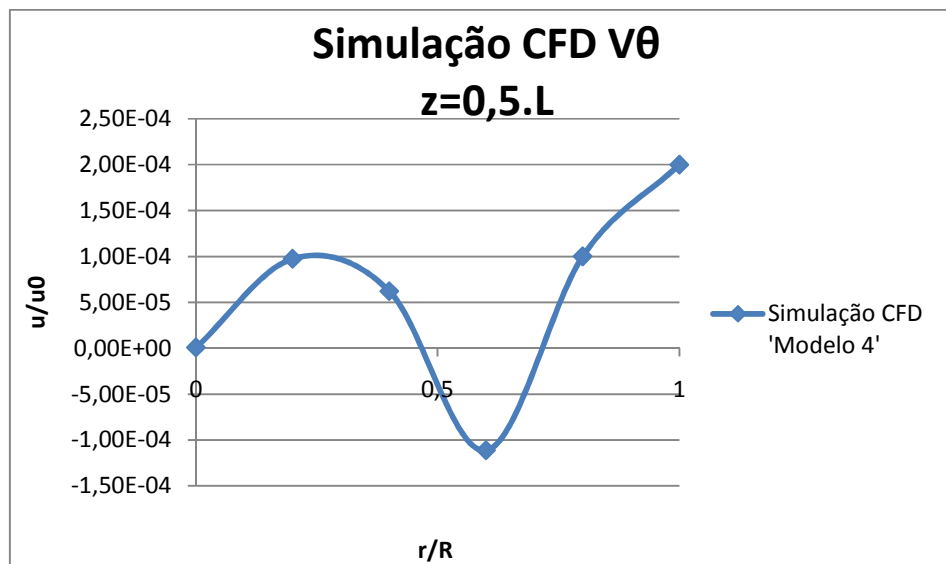
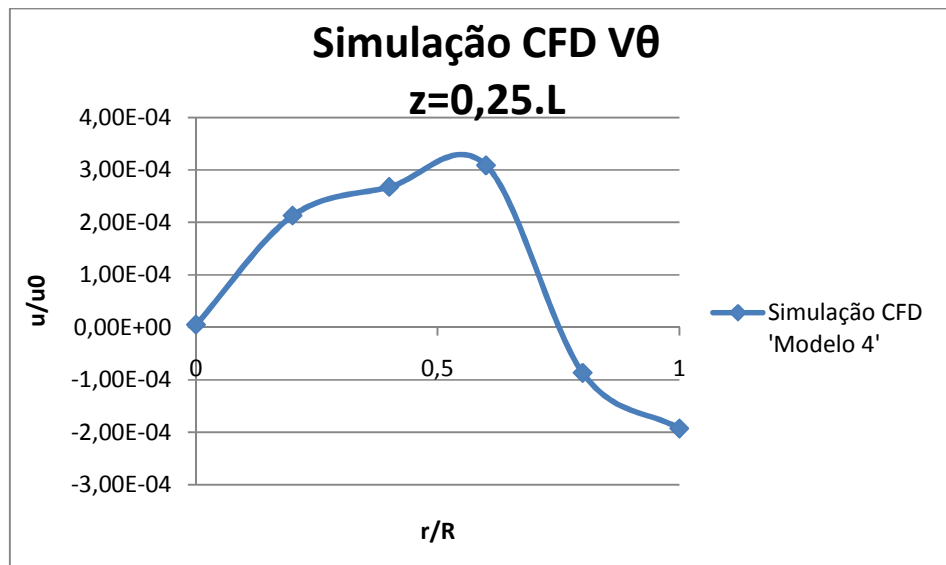


Figura 14. Validação – modelo 4

Pode-se analisar pelos gráficos (Figura 14) que há divergências de valores para velocidade radial tanto no seio do escoamento como para a parede em algumas secções. As justificativas são as mesmas apresentadas para o modelo 3. Seguem as velocidades de rotação do fluido (Figura 15).



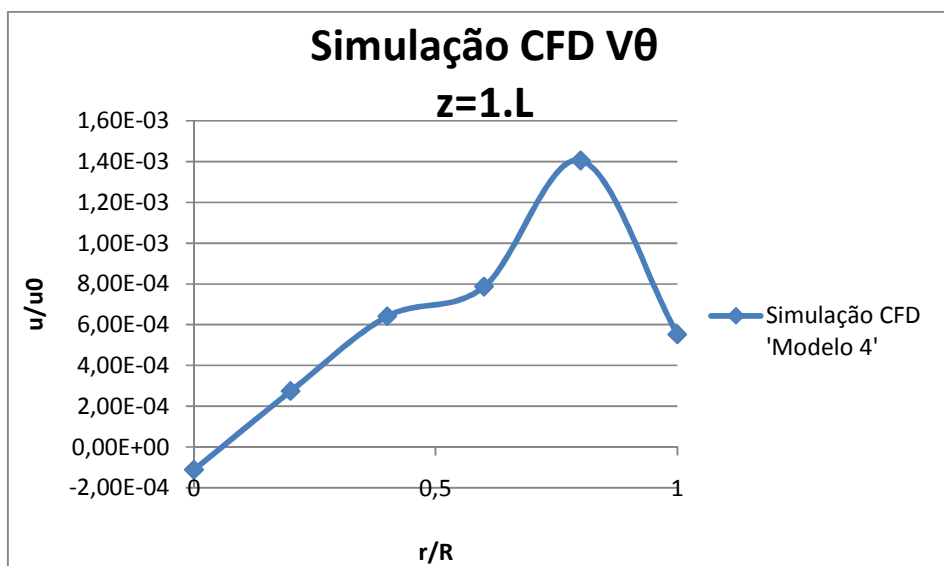
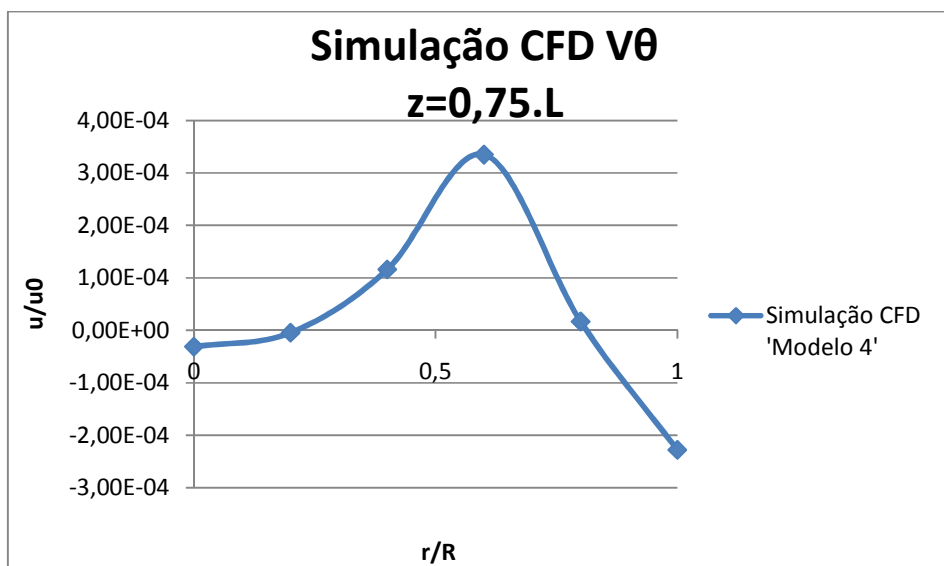


Figura 15. Velocidade rotacional do escoamento – modelo 4

Modelo 5:

Os dados da simulação são os seguintes (Tabela 7):

Grandeza	Valor	Unidade
R	0,3	Cm
k	5,71429E-10	(cm ² .s)/g
μ	0,01	g/(cm.s)
p ₀	3000000	dyn/cm ²
ρ	1	g/cm ³
Re	6000	Adm
p _{ext}	1000000	dyn/cm ²
L	10	cm
R _m	17500000000	kg/(m ² .s)

Tabela 7. Dados de entrada – modelo 5

Verificação

Verifica-se na Figura 16 que os erros numéricos são próximos a 0,002, sendo o maior erro caracterizado pela solução da equação de continuidade.

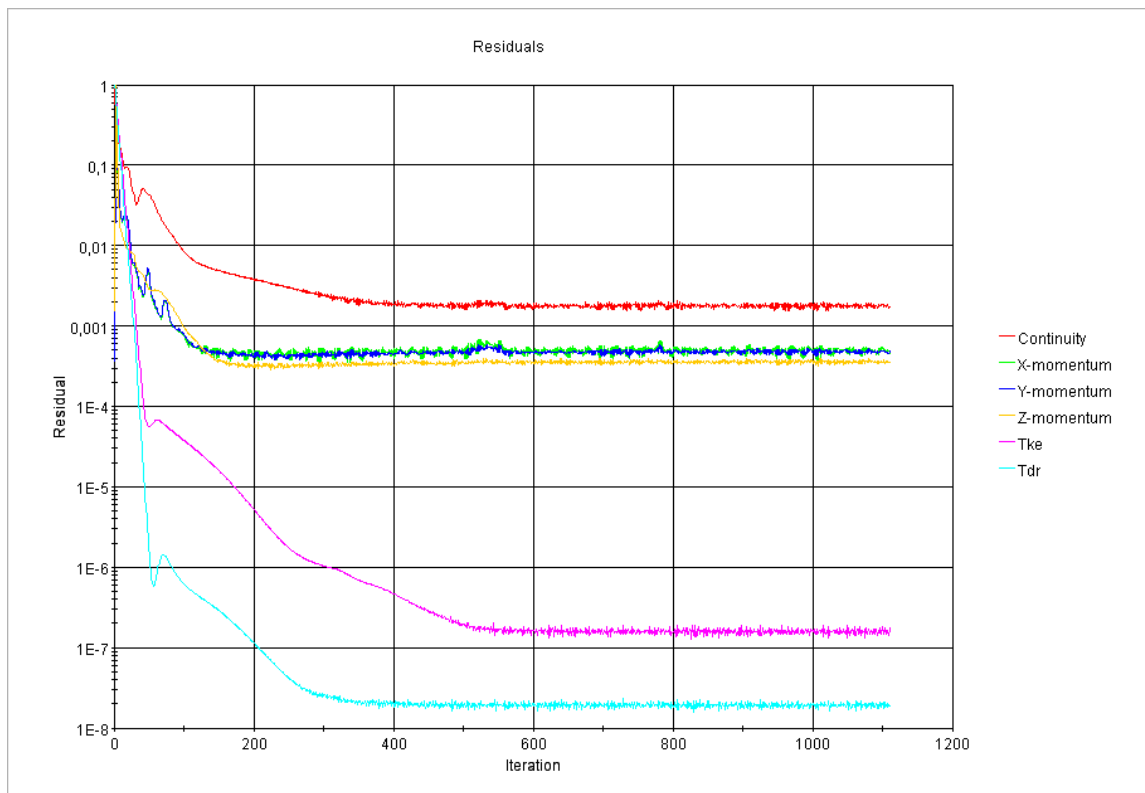
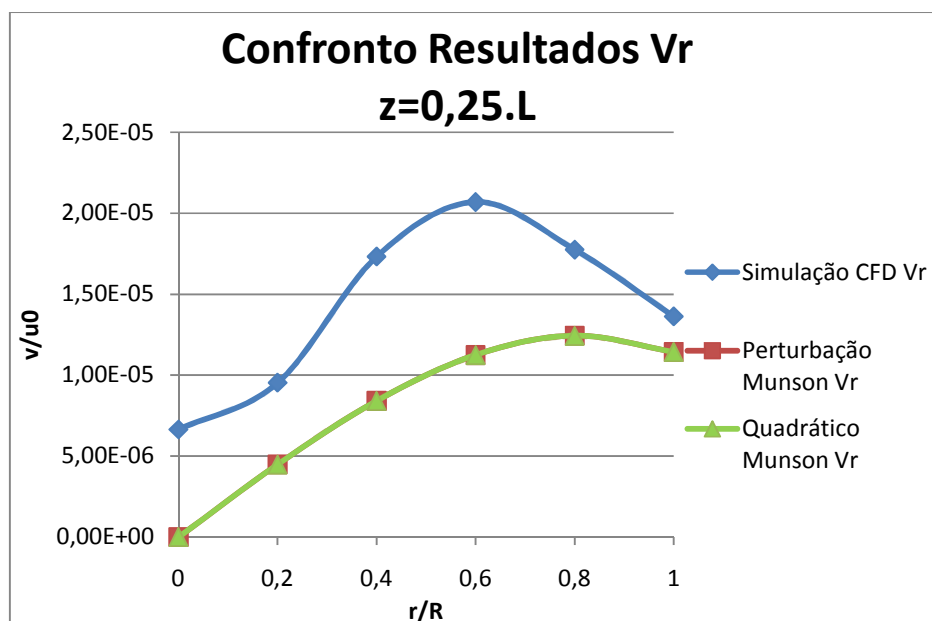
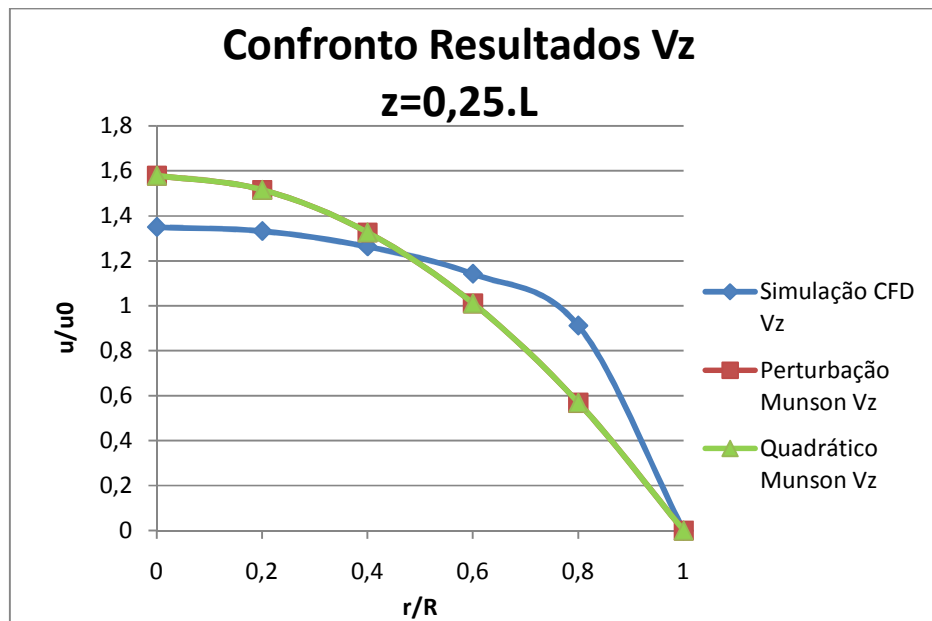
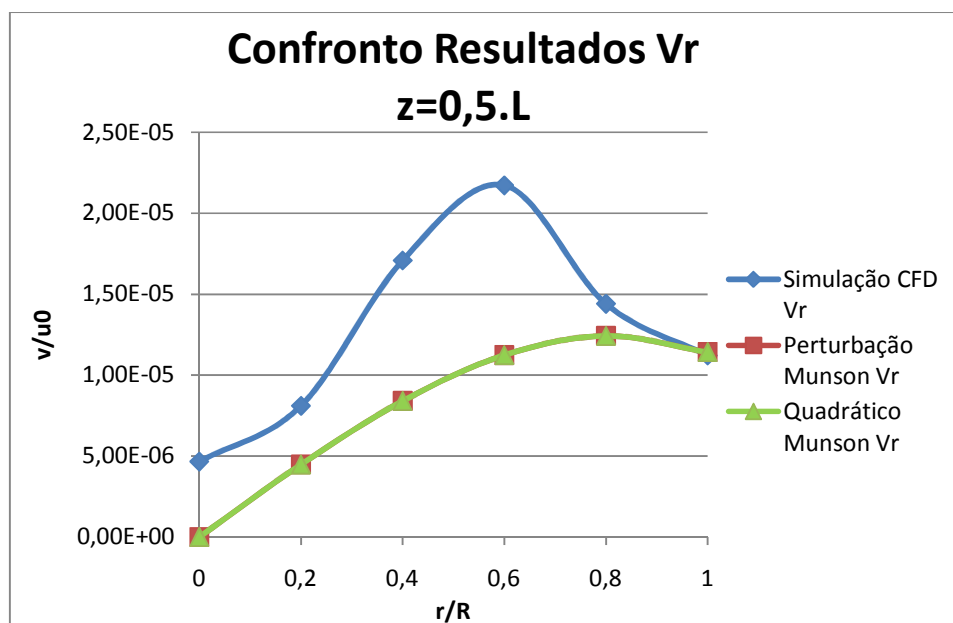
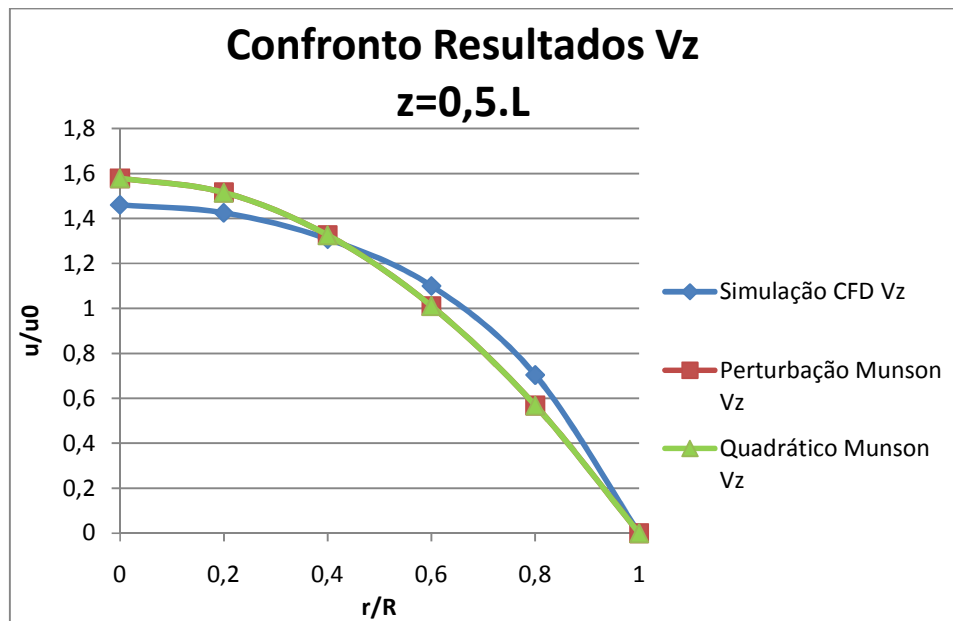


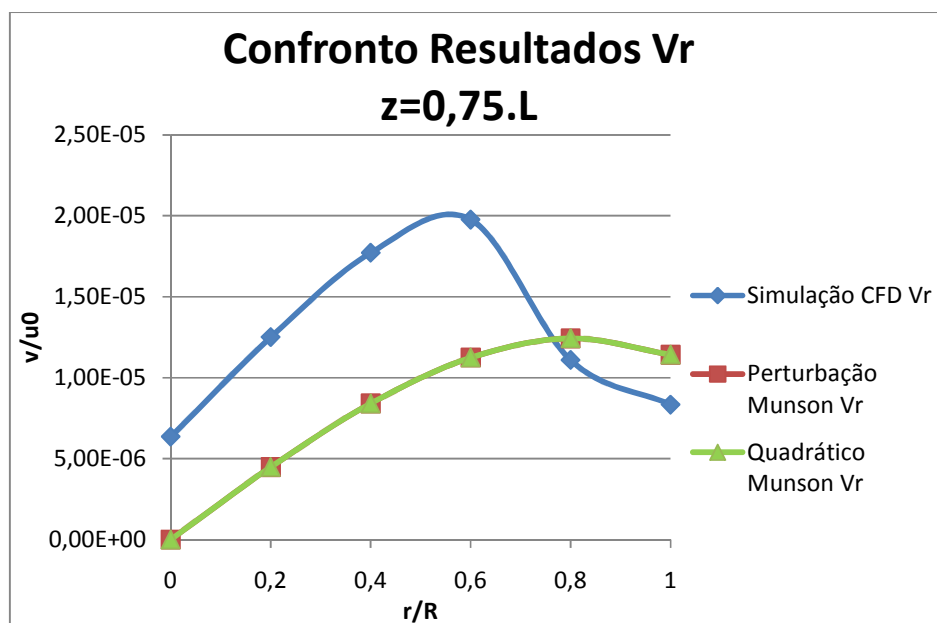
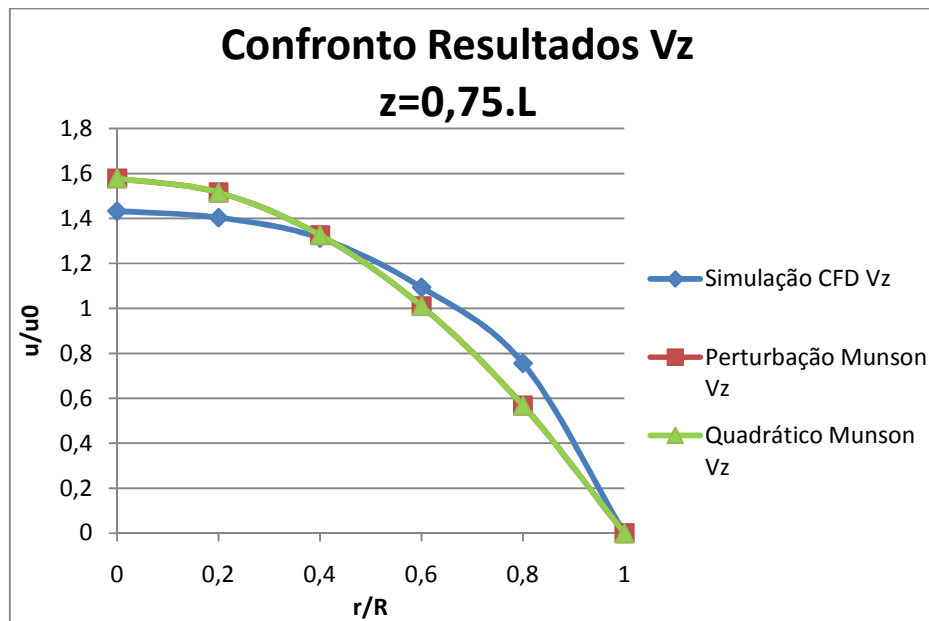
Figura 16. Resíduo Numérico – modelo 5

Validação

Seguem abaixo (Figura 17) os gráficos para validação indireta do modelo CFD nas posições axiais antes mencionadas:







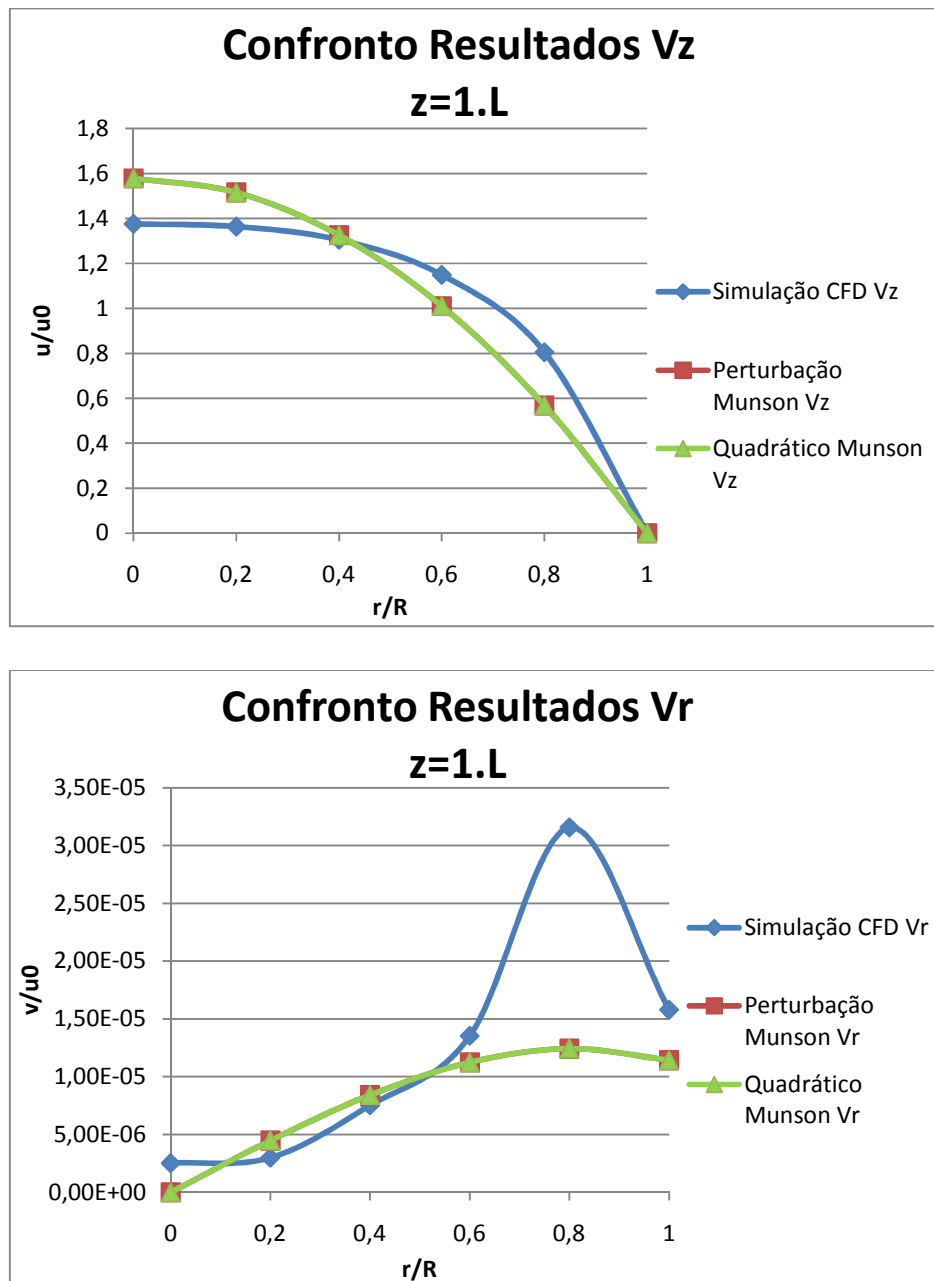
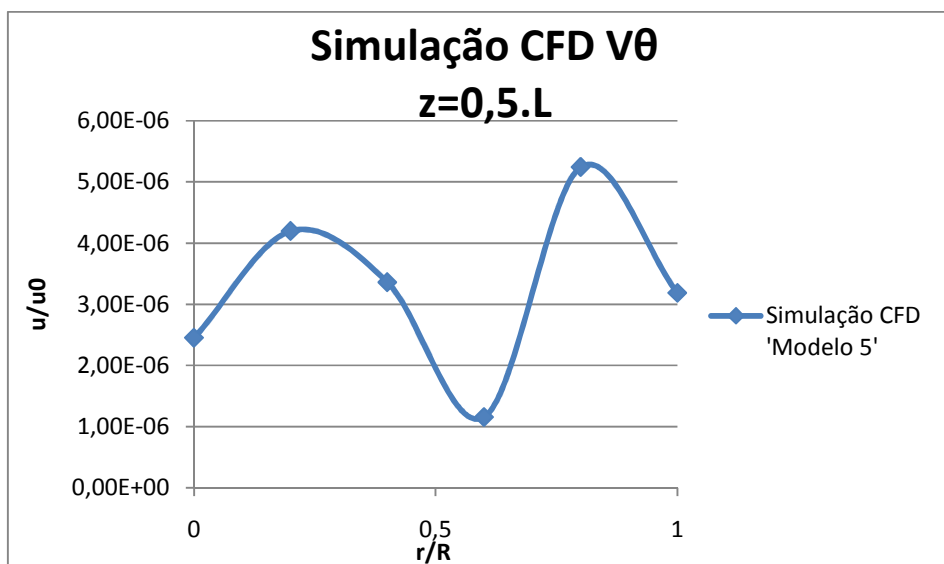
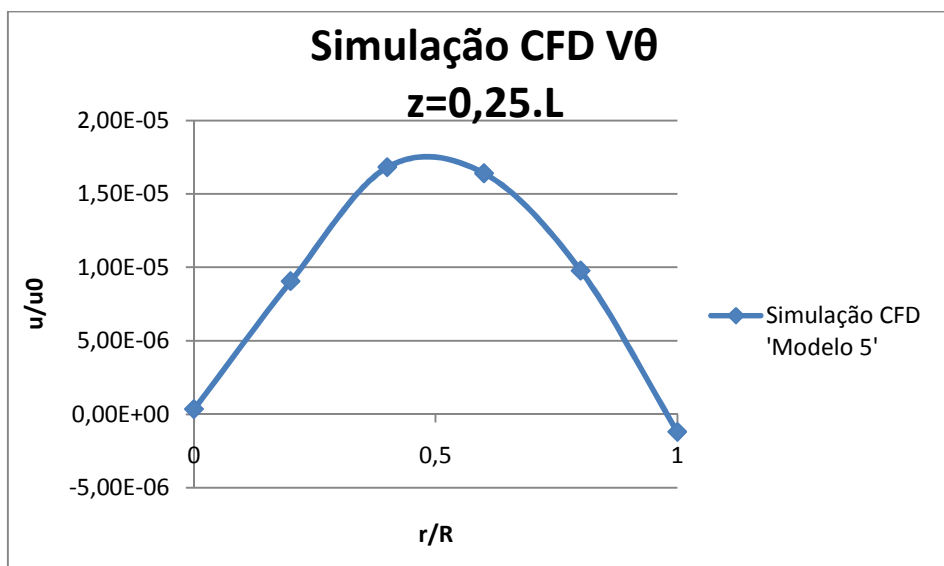


Figura 17. Validação – modelo 5

Pode-se analisar pelos gráficos (Figura 17) que há divergências de valores para velocidade radial tanto no seio do escoamento como para a parede em algumas secções. As justificativas são as mesmas apresentadas para os modelos 3 e 4. Seguem as velocidades de rotação do fluido (Figura 18).



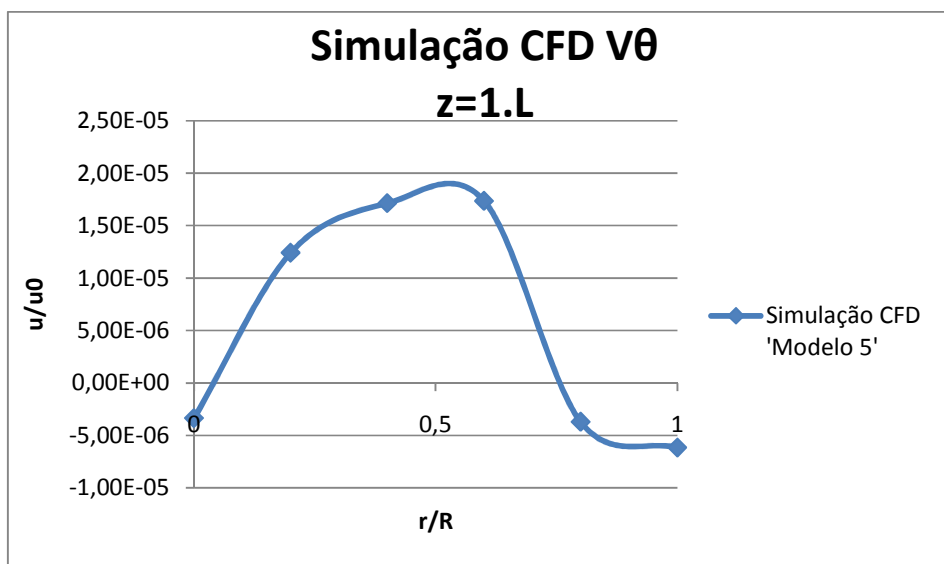
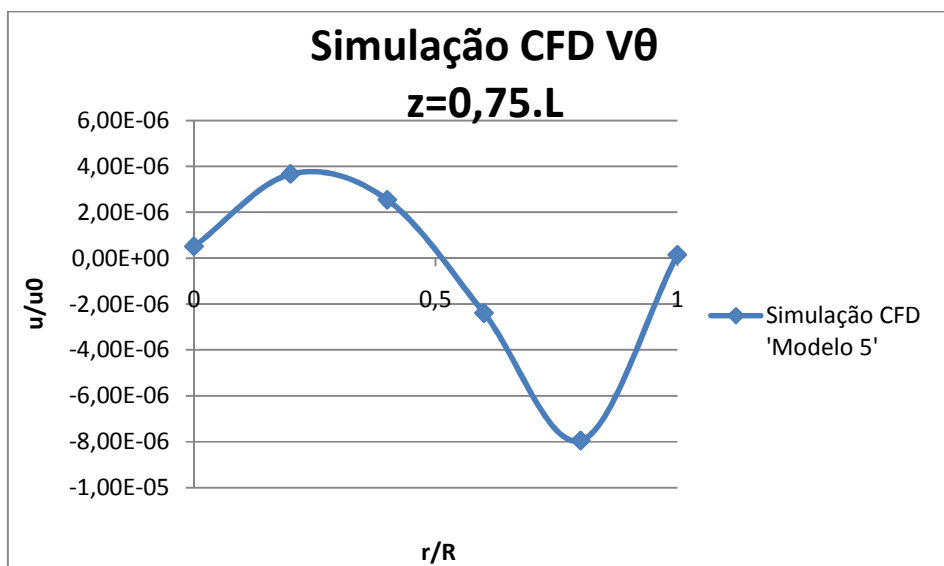


Figura 18. Velocidade rotacional do escoamento – modelo 5

Apresentados os resultados, seguem as conclusões a respeito da implementação dos modelos analíticos e do confronto de resultados destes com simulações.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi investigado o comportamento dos perfis de velocidades de modelos analíticos de escoamentos em tubos micro-porosos, e então, estes resultados foram comparados com resultados de velocidades de simulações de escoamentos com software de mecânica dos fluidos computacional. As simulações foram executadas sob os regimes laminar e turbulento de fluido newtoniano aplicado ao processo de filtração tangencial. Baseados nas equações de conservação, os modelos analíticos e de simulação apresentaram condições de contorno apropriadas para o problema proposto de filtração tangencial. Assim, foram levantados os campos de velocidades, tanto axiais como radiais para modelos analíticos e de simulação, e velocidades rotacionais para os modelos de simulação.

A partir das simulações realizadas por software de mecânica dos fluidos computacional, e comparações com os modelos analíticos da literatura previamente validados por métodos experimentais, pode-se concluir que:

- (i) Para paredes impermeáveis, em regime de escoamento laminar, o modelo analítico de perturbação de Munson não aponta resultados, uma vez que a permeabilidade é nula para estas condições e o modelo apresenta parâmetros resultantes de divisões por zero;
- (ii) As simulações apresentam membranas com características de escoamento isotrópico, condição esta assumida também para os modelos analíticos;
- (iii) Os campos de velocidades das simulações, comparados aos campos dos modelos analíticos, indicam pequena discordância, garantindo assim que a condição de contorno de fluido empacotado ou *"packed bed"* possa ser utilizada em membranas que não necessariamente apresentem comportamento similar, desde que os parâmetros de porosidade sejam assumidos de maneira consistente.
- (iv) Apesar da velocidade axial na parede sempre ser nula, há uma variação nos valores de velocidade radial muito bem definida pelos gráficos. Isto leva à identificação de uma das principais diferenças entre os modelos analíticos e as simulações. Esta diferença baseia-se na negligência explícita do tratamento de velocidade rotacional do escoamento pelos modelos analíticos. Isto indica que nos modelos analíticos não há rotação do fluido. No entanto, pelas simulações denota-se que apesar dos valores das velocidades rotacionais serem pequenos, estes

não devem ser totalmente negligenciados, pois possuem importância na caracterização do comportamento do escoamento, especialmente em escoamentos que ocorrem em regime turbulento.

- (v) Os modelos analíticos são frutos de aproximações matemáticas com objetivo de simplificação das equações de Navier-Stokes. No entanto, os modelos computacionais de simulação, são muito mais complexos, não simplificados no mesmo nível que os modelos analíticos, e, sobretudo, ao invés de serem uma coletânea de aproximações simplificadas para descrição do comportamento do escoamento em meio poroso, tratam de discretizações de parâmetros e utilização de métodos numéricos para a solução do problema. Além disso, o fato de ser utilizado o modelo físico de escoamento segregado, nos garante que seja utilizado um método preditor-corretor. Logo, conclui-se o quão mais complexo é a metodologia das simulações sobre a metodologia dos modelos analíticos.
- (vi) Modelos de turbulência são mais complexos, e desta forma os modelos analíticos apresentam muitas simplificações para um devido tratamento de turbulência.
- (vii) As malhas volumétricas nas simulações são relativamente grosseiras, ocasionando resultados não muito precisos. No entanto, elevar o número de células poliédricas aumenta o custo computacional, tornando a simulação inviável, pois a demanda de tempo computacional cresce de maneira significativa. Além disto, a maior quantidade de células requer mais capacidade de processamento, e assim computadores mais avançados e caros.

Portanto, conclui-se que utilizar um modelo de fluido empacotado para membranas ou tubos porosos que não apresentam necessariamente este comportamento é válido, oferecendo uma ferramenta importante para avaliação de campos de velocidades e descrição de problemas de filtração tangencial baseados nas equações de conservação, equações de Navier-Stokes e equação de Ergun.

7. SUGESTÕES

As sugestões para trabalhos futuros são amplas, caracterizando a flexibilidade de parâmetros referentes a escoamentos em meios porosos.

Como sugestão pode-se mudar os valores de porosidade. Neste trabalho foi adotada porosidade para todos os modelos de 40%, sendo este o valor mínimo indicado pela literatura.

Outro parâmetro que apresenta grau de liberdade é a malha volumétrica da simulação. Quanto menores os elementos (ou células da malha volumétrica) mais precisos são os resultados, porém, maior o custo computacional. Além disto, os elementos utilizados na geração da malha volumétrica são poliédricos. Podem-se mudar estes elementos para malha cartesiana, uma vez que o escoamento apresenta uma direção principal, e este é um dos fundamentos para garantir a convergência da simulação.

Uma tentativa de diminuir o custo computacional baseia-se na modificação do modelo de simulação de tridimensional para bidimensional tratando todo o diâmetro dos tubos porosos, ou criando-se um modelo axissimétrico.

Verifica-se a flexibilidade de tornar o modelo mais complexo. A sugestão, então, seria de estudar um modelo bifásico com concentração de uma das fases próximo à parede da membrana porosa.

Por fim, outra flexibilidade quanto à simulação é executar as análises com outros modelos de turbulência. Neste trabalho foi utilizado o modelo de turbulência $k-\epsilon$, porém são disponíveis no software Star-CCM+ os modelos $k-\omega$, Spalart-Allmaras e Tensor de Reynolds.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] – Silva, J.M.; Modelagem numérica do escoamento um tubo permeável aplicada ao processo de filtração tangencial; SEM/EESC/USP. São Carlos; 2008.
- [2] – Nakao, S.; Nomura, T.; Kimura, S.; Characteristics of macromolecular gel layer formed on ultrafiltration tubular membrane; AIChE Journal; 1979.
- [3] – Zeman, L. J.; Zydney, A. L.; Microfiltration and Ultrafiltration: Principles and Applications; Marcel Dekker, New York; 1996.
- [4] – Paris, J.; Guichardon, P.; Charbit, F.; Transport phenomena in ultrafiltration: a new two-dimensional model compared with classical models; Journal of Membrane Science; 2002.
- [5] – Yeh, H. M.; Cheng, T. W.; Resistance-in-series for membrane ultrafiltration in hollow fibers of tube-and-shell arrangement; Science and Technology; 1993.
- [6] – Munson, B. R.; Young, D. F.; Okiishi, T. H.; Fundamentos da mecânica dos fluidos; 4ª edição; São Paulo: Edgard Blücher; 2004.
- [7] – Geankoplis, C. J.; Transport processes and separation process principles; 4ª edição; Prentice Hall; Minnesota.
- [8] – Incropera, Frank P., De Witt; Transferência de Calor e Massa; 5ª edição, LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora, S.A., Rio de Janeiro; 2003.
- [9] – Sparrow, E.; Lin, S.; Flow development in the hydrodynamic entrance region of tubes and ducts; The Physics of fluid; 1964.
- [10] – Sandeep K. Karode; Laminar flow in channels with porous walls, revisited., ICPET, National Research council of Canada, 1200 Montreal Road, Ottawa, Ont. Canada K1a 0R6, 2001.
- [11] – Stuart H. Munson-McGee; An approximate analytical solution for the fluid dynamics of laminar flow in a porous tube; Department of Chemical Engineering, New Mexico State University, 2001.

- [12] – Stuart H. Munson-McGee; Effect of particle-size and pore-size distributions in cross-flow filtration; Department of Chemical Engineering, New Mexico State University, 2002.
- [13] – Yuan S. W.; Finkelstein A. B.; Brooklyn N.Y.; Laminar pipe flow with injection and suction through a porous wall; ASME; 1953
- [14] – Delcolle, R.; Projeto e manufatura de membranas cerâmicas via prensagem isostática para separação de emulsões óleo vegetal/água por microfiltração tangencial; Netef; EESC-USP São Carlos; 2010.
- [15] – Huang H.; Ayoub J.; Applicability of the Forchheimer Equation for non-Darcy flow in porous media; SPE Journal, March 2008 pp 112-122; 2006.
- [16] – Bird R. B.; Stewart W. E.; Lightfoot E. N.; Transport Phenomena; John Wiley & Sons; New York, 1996.
- [17] – Hung, C.; Perng Y.; Flow of non-Newtonian fluid in the entrance region of a tube with porous walls; Department of Mechanical Engineering, National Cheng-Kung University; Taiwan; 1991.
- [18] – Nimr, M. A.; Aldoss, T.; Naji, M. I.; Transient forced convection in the entrance region of a porous tube; Mechanical Engineering department; Jordan University of Science and Technology; Irbid; Jordan; 1994.
- [19] – Martins, A. A.; Laranjeira, P. E.; Lopes, J. C. B.; Dias, M. M.; Networking modeling of flow in a packed bed; Departamento de Engenharia Química, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto; Portugal; 2007.
- [20] – American Institute of Aeronautics and Astronautics; Guide for the verification and validation of computational fluid dynamics simulations; 1998.
- [21] – Laminar flow in channels with porous walls, K-25 Laboratories, Carbide and Carbon Chemicals Company, Oak Ridge, Tennessee, 1953.
- [22] – User Guide of Star-CCM+ v. 5.04.008, 2010.
- [23] – Veringa, H. J.; Terpsta, R. A.; Philipse, A. P.; Applications and design of porous ceramic structures; Dentro de: Designing with structural ceramics; Davidge, R. W.; Van de Voorde, M. H.; Elsevier Applied Science, London; p. 312-320; 1990.