

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Avaliação dos efeitos do *swirl* provocado por um ventilador axial em
fenômenos de transferência de calor**

Elton Kheid Takara

Orientador: Prof. Dr. Fábio Saltara

**São Paulo
2003**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Avaliação dos efeitos do *swirl* provocado por um ventilador axial em
fenômenos de transferência de calor**

Trabalho de formatura apresentado à
Escola Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do título de
Graduação em Engenharia

Elton Kheid Takara

Orientador: Prof. Dr. Fábio Saltara

**Área de
Concentração:
Engenharia
Mecânica**

**São Paulo
2003**

Dedico este trabalho à minha família,
que sempre me apoiou nos momentos
mais difíceis da minha vida

Agradecimentos

- Ao meu orientador, prof. Dr. Fábio Saltara, que sempre esteve disposto a auxiliar no andamento do trabalho.
- Ao engenheiro e professor Adson de Paula, da EMBRAER, por se dispor a participar da banca examinadora.
- Aos amigos de cinco anos de faculdade, que estiveram sempre unidos nos bons e maus momentos. Sem eles tudo ficaria mais difícil e maçante.
- Dentre eles, em especial, ao Eduardo Mendonça Raupp, que me ajudou a aprender a lidar com os *softwares* FLUENT e GAMBIT.

Lista de Símbolos

A:	Área
abs:	Absoluto
c:	Centróide de uma célula
D:	Coeficiente de Difusão, Diâmetro do rotor.
e:	Leste (face), Energia específica
E:	Leste (ponto), Energia
Eixo:	Referente ao eixo
f:	Coeficiente de resistência ao escoamento
F:	Fluxo de Massa, Termo Fonte (Quantidade de Movimento), Força
Fric:	Referente à fricção
g:	Aceleração da gravidade
i:	Índice
in:	Referente ao fluxo de entrada do ventilador
j:	Índice
k:	En. cinética Turbulenta, Índice, Parâmetro auxiliar, Coeficiente de perda de carga distribuída
m:	Massa, vazão mássica
n:	Vetor normal a uma superfície, número
out:	Referente ao fluxo de saída do ventilador
O:	Fator de distribuição de potência
p:	Pressão estática.
Δp :	Incremento de pressão fornecido pelo ventilador
P:	Potência
Q:	Vazão volumétrica, Calor trocado
R:	Raio do rotor
S:	Superfície
S_ϕ :	Termo fonte
t:	Tangencial
tip:	Referente à ponta da pá do rotor
T:	Temperatura
ΔT :	Incremento na temperatura
u:	velocidade, energia interna específica
U:	Velocidade
v:	Velocidade
V:	Velocidade
vent:	Referente ao ventilador
w:	Oeste (face)
W:	Oeste (ponto), trabalho, potência mecânica
x, y, z:	Sistema de coordenadas cartesianas.
Γ :	Propriedade genérica de um fluido
μ :	Viscosidade dinâmica de um fluido
ρ :	Massa específica do fluido
η :	Eficiência
Φ :	Parâmetro genérico de um escoamento, Coeficiente de vazão
Ψ :	Coeficiente de pressão
κ :	Expoente adiabático (para o ar =1,4)
Ω :	Rotação do rotor do ventilador
τ :	Tensão de cisalhamento
∇ :	Vazão volumétrica, Volume

Resumo

Inúmeros programas de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) utilizados para estudar o escoamento em sistemas de ventilação modelam ventiladores axiais de forma aproximada através de funções que provocam o incremento da pressão quando o escoamento passa pela posição que deveria ser ocupada pela máquina. Tal tipo de aproximação evita a necessidade de realizar uma discretização do ventilador e de seus componentes como, por exemplo, o rotor, que além de ter muitas vezes uma geometria complexa, também é móvel em relação à carcaça.

Um bom exemplo desse tipo de prática está na simulação do escoamento no compartimento do motor de um automóvel, onde a presença do ventilador é muitas vezes representada apenas através de uma função relacionada com sua curva característica que produz um incremento de pressão antes do radiador.

Tal tipo de prática possui a desvantagem óbvia de não representar os efeitos do *swirl* provocado pelo rotor de um ventilador axial. É de se esperar que essa característica do escoamento tenha grande influência em processos de transferência de calor.

Assim, pretendemos com este trabalho propor modelos para o *swirl* provocado por um ventilador axial que possam ser implementados com softwares de CFD. Pretendemos também verificar qual a influência do *swirl* nos fenômenos de troca térmica em condutos.

Índice

1. Introdução	2
2. Objetivos	3
3. Material e Métodos	4
4. Os Ventiladores	5
5. O Ventilador Axial	7
6. O fenômeno do <i>Swirl</i>	9
7. Curvas características de ventiladores	10
8. Equações úteis	11
Adimensionais	11
Incremento de pressão	13
Aumento da temperatura	14
9. Aplicação da Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD)	14
10. Método dos Volumes Finitos	15
Equações de Transporte	17
Equação da Continuidade: Conservação da Massa	17
Quantidade de Movimento: Conservação de Momento	17
Equação da Energia: Conservação da Energia	18
Discretização para o caso unidimensional	19
11. Métodos Computacionais Utilizados	20
Método <i>Upwind</i> de 1ª ordem	20
Média de Reynolds das Equações de Conservação para escoamento incompressível	21
Modelo de turbulência k- ϵ	22
12. Descrição do Problema Simulado	24
Geração de Malhas	25
Simulação numérica	27
Resultados	28
Formulação sem <i>swirl</i>	28
Formulação com <i>swirl</i>	30
Transferência de Calor por Convecção	31
13. Introdução de um modelo de <i>swirl</i> mais adequado	32
13.1 Motivação	32
13.2 O <i>User-Defined Function</i> (UDF)	33
13.3 Metodologia adotada	34
14. Reformulação no Sistema	35
14.1 Geometria	36
14.2 Malha	36
14.3 Condições de Contorno	39
15. Abordagem do problema	39
15.1 Sem <i>swirl</i> x Com <i>swirl</i>	40
15.2 Hipóteses e Simplificações	43
15.3 Código fonte	45
16. Simulações	50
16.1 Formulação sem <i>swirl</i>	51
16.2 Formulação com <i>swirl</i>	56
16.3 Considerações quanto à transferência de calor	60
17. Conclusão	65
18. Bibliografia	66

1. Introdução

A simulação do escoamento transitório através dos componentes móveis de turbomáquinas é muito complexa, sendo raros os trabalhos que podem ser encontrados sobre o tema. Podemos citar SHI e TSUKAMOTO (2001), que usaram um código de CFD comercial, o STAR-CD, para estudar a flutuação da pressão causada pela interação entre o rotor e o difusor de uma bomba. Simulações foram feitas usando o esquema QUICK de interpolação do termo convectivo, que diminui os efeitos de difusão numérica, e o algoritmo PISO. Turbulência foi modelada usando o modelo k- ϵ . O problema foi abordado tanto com simulações 2d quanto com simulações 3D.

Gu et al (2001) também usaram um software comercial, o CFX-TASCflow, para estudar o escoamento em um compressor centrífugo de um estágio, particularmente para investigar as interações entre difusor e voluta. Simulações foram realizadas para malhas 3D usando modelo de turbulência k- ϵ .

É justamente pela dificuldade em efetuar simulações com os componentes móveis de uma máquina hidráulica que modelos são usados para aproximar os efeitos de uma máquina sem a necessidade de discretizá-la e resolver o escoamento em seu interior. Normalmente esses modelos levam em conta o acréscimo de pressão provocado pelo ventilador, usando curvas que aproximam a curva característica da máquina. Raramente os efeitos do *swirl* são modelados.

2. Objetivos

Pretendeu-se neste projeto utilizar um software comercial de CFD baseado no Método dos Volumes Finitos (FLUENT) para propor modelos para o *swirl* provocado por ventiladores axiais e estudar o efeito obtido por esses modelos em processos de troca térmica.

3. Material e Métodos

Serão feitas simulações numéricas usando os recursos computacionais do Laboratório de Dinâmica dos Fluidos Computacional do Departamento de Engenharia Mecânica da EPUSP. O laboratório tem seis estações de trabalho Digital em diversas configurações que devem viabilizar as simulações necessárias.

4. Os Ventiladores

Um ventilador pode ser definido como um dispositivo que impõe uma corrente de ar através da movimentação controlada de uma superfície. No caso particular deste trabalho, o termo ventilador será aferido a qualquer um destes dispositivos que se enquadrarem na classificação turbomáquina. Desta forma, os ventiladores se assemelham, em vários aspectos, às bombas e aos compressores.

A principal diferença entre um ventilador e uma bomba está no fato de o primeiro trabalhar com a movimentação de um fluido gasoso e o segundo, de um líquido. Já quanto ao compressor, apesar de trabalhar também com gases, este tipo de turbomáquina eleva a pressão do sistema a partir da compressão do gás de trabalho, reduzindo, assim, seu volume específico. Portanto, é de se esperar que o ventilador trabalhe com incrementos de pressão bem mais baixos do que o compressor.

Um ventilador, na sua configuração mais simples, é composto por um rotor propulsor com um certo número de pás ligadas ao cubo. Quando o rotor é girado por um motor elétrico, ou por qualquer outra fonte de potência, as pás transferem energia ao fluido e, assim, o fluxo de ar é estabelecido. Esta ação causa um aumento de pressão dentro da carcaça (ou voluta) do ventilador que é então repassada ao fluxo.

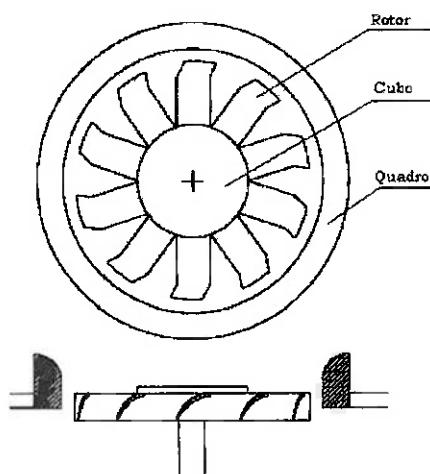


Figura 4.1 – O ventilador axial

A classificação de ventiladores é feita baseando-se na direção de fluxo através das pás. Os dois principais tipos de ventiladores são: os centrífugos e os axiais.

O ventilador centrífugo tem seu fluxo axial de entrada expulsado radialmente pelas suas pás propulsoras. Dentro da voluta é desenvolvida uma componente tangencial que define a velocidade de saída do ventilador. Este tipo de máquina costuma ser operada a baixas vazões e a altas cargas.

O ventilador axial, por sua vez, é caracterizado pelo seu fluxo de ar aproximadamente paralelo ao eixo do rotor. Este fluxo, no entanto, não é exatamente axial devido à componente tangencial que é gerada devido ao torque aplicado pela hélice propulsora ao fluxo, denominada *swirl*. Diferentemente do ventilador centrífugo, o axial tende a trabalhar a baixas cargas e altas vazões.

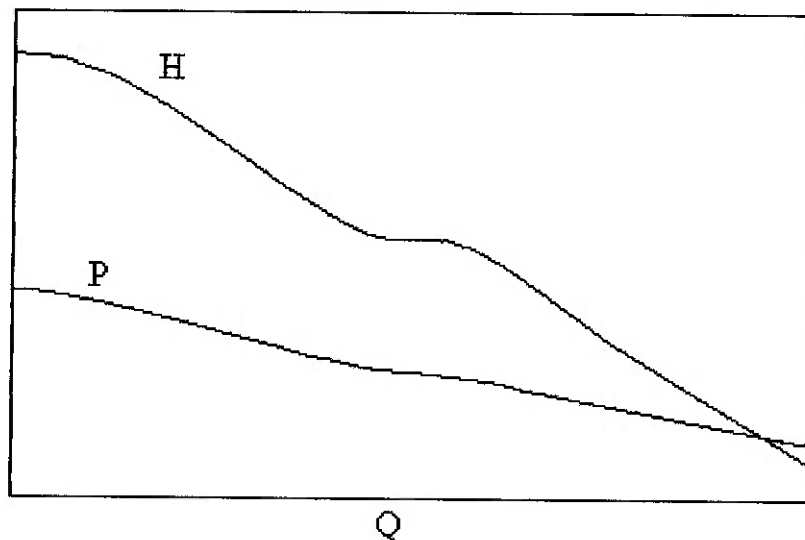


Figura 4.2 – Curva Característica típica de um Ventilador axial. Note que a Potência fornecida (P) cai para Vazões (Q) altas e Cargas (H) baixas.

5. O Ventilador Axial

Em um ventilador axial típico, o ar é dirigido paralelamente ao eixo do rotor, da entrada até a saída, devido a uma componente de força axial exercida pelas suas pás. Este processo gera um aumento de pressão ao fluxo a jusante.

Contudo, existe inevitavelmente uma componente adicional na direção tangencial que é criada devido à reação do fluido ao torque exercido pelas pás propulsoras. Isto acarreta num movimento rotativo que se desenvolve de maneira independente do fluxo axial do ar. Este movimento turbilhonário é mais conhecido como *swirl*.

Uma terceira componente, muitas vezes insignificante, pode ser notada no fluxo gerado. Trata-se da velocidade radial. As pás do rotor giram a uma velocidade $\vec{V} = \vec{\Omega} \wedge \vec{R}$ e como elas não têm um formato uniforme ao longo do raio, velocidades induzidas podem ser geradas. Efeitos adicionais como a força centrífuga ($-\vec{\Omega} \wedge \vec{\Omega} \wedge \vec{R}$) e a de Coriolis ($-2\vec{\Omega} \wedge \vec{V}$), intensificadas pelo acréscimo de pressão ao longo do ventilador, irão criar uma componente radial nesse fluxo induzido. A adição de um quadro em volta do rotor tende a converter este fluxo radial em axial, maximizando o fluxo de massa.

O fluxo de ar normalmente varia de 3 a 14.000 metros cúbicos por minuto para um ventilador axial. Na sua maior parte, as suas pás têm seções transversais que se assemelham muito a perfis de aerofólios. Comparado com pás finas curvadas, os perfis de aerofólio podem suportar maiores esforços, aumentando a pressão transferida ao fluido e melhorando a eficiência, podendo deslocar uma maior quantidade de volume de ar.

Os ventiladores de fluxo axial são amplamente usados na indústria para fornecer vazões de ar requeridas em processos de transferência de calor e massa para vários equipamentos industriais e processos. Entre eles estão as torres de resfriamento para o

condicionamento de ar e ventilação, os umidificadores em moinhos têxteis, os trocadores de calor para vários processos químicos, a ventilação e a exaustão na indústria de mineração, entre outros.

Várias outras aplicações podem ser citadas. A ventilação do radiador é importante, pois um terço da energia térmica liberada no processo da combustão no motor deve ser transferida ao ambiente através do radiador e do fluido refrigerante (água). A ventoinha do carro ajuda a controlar essa troca térmica, especialmente quando o automóvel estiver parado.

Os ventiladores axiais encontrados na agro-indústria são importantes na ventilação de estufas de culturas ou animais. A remoção de calor e de umidade e a descarga do ar contaminado são algumas das funções principais desses tipos de sistemas de ventilação.

Alguns fatores que podem modificar a eficiência de um ventilador axial são:

- Tamanho: Obviamente maiores ventiladores tendem a movimentar mais ar. No entanto, podemos utilizá-los a rotações mais baixas para minimizar o ruído.
- Velocidade de rotação: Seu acréscimo implica não apenas em aumento de vazão, mas também no aumento do ruído.
- Profundidade da pá: Ao aumentarmos este fator, iremos também aumentar o fluxo de ar emitido devido ao aumento da área atuante da pá propulsora.
- Tamanho do cubo (interface eixo-rotor): Conforme aumentamos o tamanho do cubo, menor será o tamanho das hélices e, portanto, menor será a vazão líquida de ar no ventilador. Contudo, a velocidade gerada pela movimentação das pontas das pás será muito maior do que perto do cubo.
- Formato das pás: Uma geometria adequada e bem acabada tende a melhorar a eficiência e diminuir o ruído dos ventiladores, devido à redução de geração de *swirl*.

- Quadro (superfície que circunda as pás): Um ventilador com quadro é normalmente mais eficiente do que um sem, porque ele aumenta a pressão junto às pás, evitando o descolamento da camada limite e minimizando os efeitos de *stall* de ponta de pá. O quadro ajuda também a converter o fluxo radial em axial, aumentando a eficiência do ventilador.

6. O fenômeno do *Swirl*

Como descrito anteriormente, o *swirl* é gerado devido à componente de torção fornecida ao fluido devido ao movimento rotativo das pás do rotor do ventilador axial.

Este fenômeno é usualmente indesejado, visto que menos potência do rotor é convertida em pressão e em fluxo axial devido à formação de *swirls*. Em outras palavras, a eficiência do ventilador diminui.

Além dessa, o *swirl* também pode ser gerado através de várias outras maneiras, como, por exemplo, pela sucção do ar para dentro de um duto. Os efeitos da força de Coriolis tendem a gerar um turbilhão na entrada, similar com o que acontece num escoamento de água numa pia.

Este turbilhão, ou *swirl*, pode fazer parte do escoamento que passa por um ventilador axial. Neste caso, se o *swirl* de entrada estiver em fase com o *swirl* do ventilador, menor será o incremento de pressão adicionado ao escoamento; já se eles girarem em sentidos opostos, haverá uma sobrecarga sobre o motor do ventilador. Em ambos os casos, menor também será a eficiência do ventilador.

Já em termos de transferência de calor, o efeito do *swirl* tende a aumentá-las devido à nova componente tangencial que aumenta a magnitude da velocidade do

escoamento. Além disso, há uma componente radial que aumenta a pressão próximo às paredes do duto, intensificando ainda mais os efeitos do *swirl*.

Para barrar estes efeitos indesejados do *swirl*, existem dispositivos que conseguem reverter a sua componente tangencial de velocidade em pressão útil novamente. Entre eles, o mais comum é a aleta defletora que direciona axialmente a velocidade tangencial do *swirl* gerado logo após o fluxo de ar passar pelo rotor. Além disso, essa aleta diminui também a turbulência do escoamento, convertendo uma maior parcela da potência mecânica em incremento de pressão estática.

7. Curvas características de ventiladores

Com base em dados obtidos experimentalmente, podemos plotar em gráficos as curvas características de um ventilador axial. Elas fornecem normalmente três fatores importantes na seleção de um ventilador: a carga manométrica (H), o rendimento (η) e a potência de rotor (P) em função da vazão do escoamento.

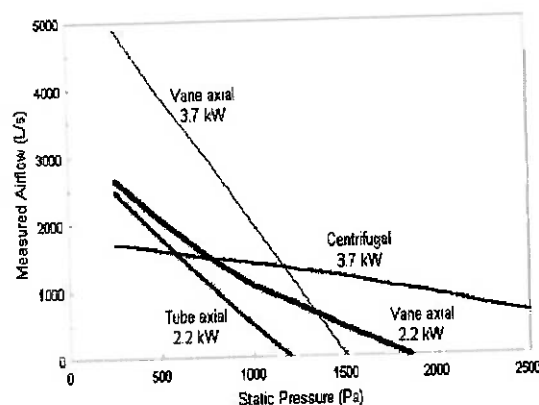


Figura 7.1 – Exemplo de uma Curva Característica de ventiladores

Essas curvas são normalmente fornecidas pelos fabricantes dos ventiladores axiais. Como dito anteriormente, o ventilador axial é mais usado para aplicações que necessitam de altas vazões, mas que não fornecem muita resistência ao escoamento.

Logo, podemos dizer que o ponto de operação do sistema vai ser a interseção da curva de carga do ventilador e da curva de carga do sistema.

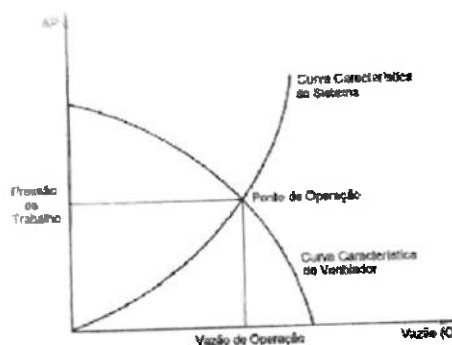


Figura 7.2 – Determinação do ponto de operação de um ventilador

A importância de se obter o ponto de operação do sistema está no fato de que podemos obter uma função do incremento de pressão fornecido pelo ventilador em função da velocidade do escoamento. Isso pode ser feito a partir de uma regressão polinomial das curvas fornecidas pelo fabricante.

8. Equações úteis

Adimensionais

Usualmente a performance de um ventilador é dada em termos do incremento de pressão (p) oferecido ao fluido em função do fluxo de ar (Q). Estes parâmetros podem

ser adimensionalizados em função do diâmetro do rotor (D) e da velocidade da ponta da pá (U_{tip}). Desta forma podemos definir o coeficiente de pressão (Ψ):

$$\Psi = \frac{\Delta p}{\rho \cdot U_{tip}^2} \quad (8.1)$$

e o coeficiente de vazão:

$$\Phi = \frac{Q}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) U_{tip}} \quad (8.2)$$

Estes adimensionais são tais que $\Psi = \Psi(\Phi)$. Para um dado formato de pá, esta relação será válida para vários tamanhos e velocidades de ventiladores. Isso reflete a insensitividade do fluxo ao número de Reynolds. Isto é, tanto a velocidade quanto a pressão adimensionalizadas são predominantemente controladas pelas forças inerciais e pelas condições de contorno impostas; elas são insensitivas a efeitos viscosos.

Outra variável que é também importante é a eficiência do ventilador, que pode ser definida como:

$$\eta = \frac{\Delta p \cdot Q}{P_{eixo}} \quad (8.3)$$

Desta forma podemos relacionar estes três parâmetros em uma curva característica adimensional. A figura abaixo mostra um exemplo desse tipo de gráfico:

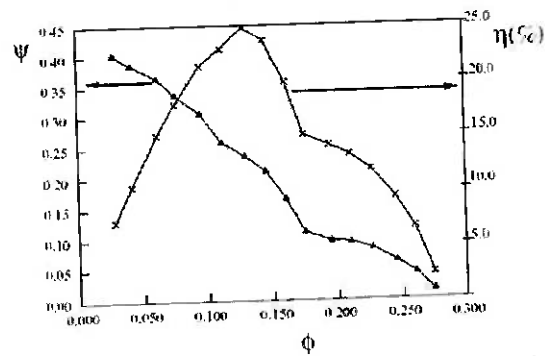


Figura 8.1 – Curva Característica em termos adimensionais

Incremento de pressão

A equação de Euler pode fornecer a potência envolvida na produção de torque. Desprezando-se a parcela radial da velocidade, temos:

$$P = \dot{m} \Omega R (v_{t,out} - v_{t,in}) \quad (8.4)$$

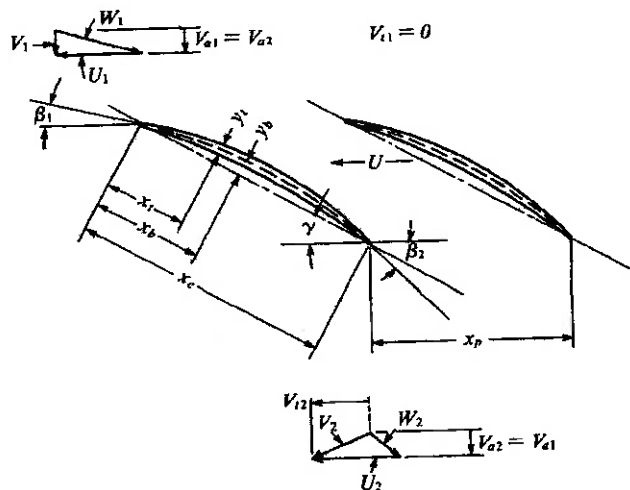


Figura 8.2 – Design das pás de um ventilador axial

A partir da equação (4), o incremento de pressão pode ser obtido através da expressão:

$$\Delta p = \frac{\rho}{2} \left[(v_{abs,out}^2 - v_{abs,in}^2) - (v_{rel,out}^2 - v_{rel,in}^2) \right] \quad (8.5)$$

Aumento da temperatura

O aumento da temperatura devido ao ventilador pode ser expresso pela equação:

$$\Delta T_{vent} = T_{in} \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta p}{p_{in}} \quad (8.6)$$

Esta expressão pode ser simplificada se considerarmos um fluxo de ar:

$$\Delta T_{vent} = \frac{\Delta p}{1200 \cdot \eta} \quad (8.7)$$

E o aumento de temperatura por fricção nos fornece a equação:

$$\Delta T_{frict} = \frac{\Delta p - p_{out}}{1200} \quad (8.8)$$

9. Aplicação da Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD)

A Dinâmica dos Fluidos Computacional é a arte de expressar equações integrais ou diferenciais por meio de formas algébricas que são então resolvidas para se obter os valores das variáveis do escoamento em pontos discretos do espaço e tempo.

Tradicionalmente, métodos analíticos e experimentais têm sido usados no projeto de equipamentos e veículos que envolvem mecânica dos fluidos e transferência de calor. Com o advento do computador digital, um terceiro método se tornou disponível. Apesar de a análise experimental continuar a ser de grande importância, existe claramente uma tendência em se usar cada vez mais os métodos computacionais. Essa crescente importância do CFD está diretamente ligada ao aumento contínuo da capacidade dos computadores. Apesar disso, não se devem substituir os outros métodos pelo computacional para se obter parâmetros finais de projeto.

Na maioria dos problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor ainda é necessário se usar análise experimental. Entretanto, o CFD é uma excelente ferramenta de projeto e, portanto, a análise numérica pode ser usada para reduzir o número de ensaios experimentais necessários. A necessidade de experimentos com certeza permanecerá especialmente no caso de problemas que envolvam escoamentos turbulentos, que são maioria na natureza. Este tipo de modelagem é ainda um desafio a ser vencido em CFD.

Na abordagem numérica, um número limitado de hipóteses é feito e um computador é usado para resolver as equações que modelam o problema. Neste trabalho, será aplicado o Método dos Volumes Finitos usando os *softwares* comerciais FLUENT e GAMBIT, ambos da Fluent.Inc.

10. Método dos Volumes Finitos

É um método que discretiza as equações de transporte, na sua forma integral, para pequenos volumes de controles (malha computacional), de modo que se possa fazer o balanço das propriedades desejadas e expandir o resultado para todo o domínio do espaço ou tempo.

Este método pode ser dividido em três partes principais:

- 1.) Discretização das Equações de Transporte
- 2.) Geração de diversos volumes de controles pequenos, formando a malha computacional
- 3.) Resolução das Equações de Transporte para cada volume e integração para todo o domínio

Quanto mais precisamente forem implementados esses três passos, mais consistente, estável e convergente será a solução obtida.

Em cada volume de controle utilizado, todas as variáveis são armazenadas no centro da célula, e o próprio volume de controle é utilizado para a integração de todas as equações de conservação.

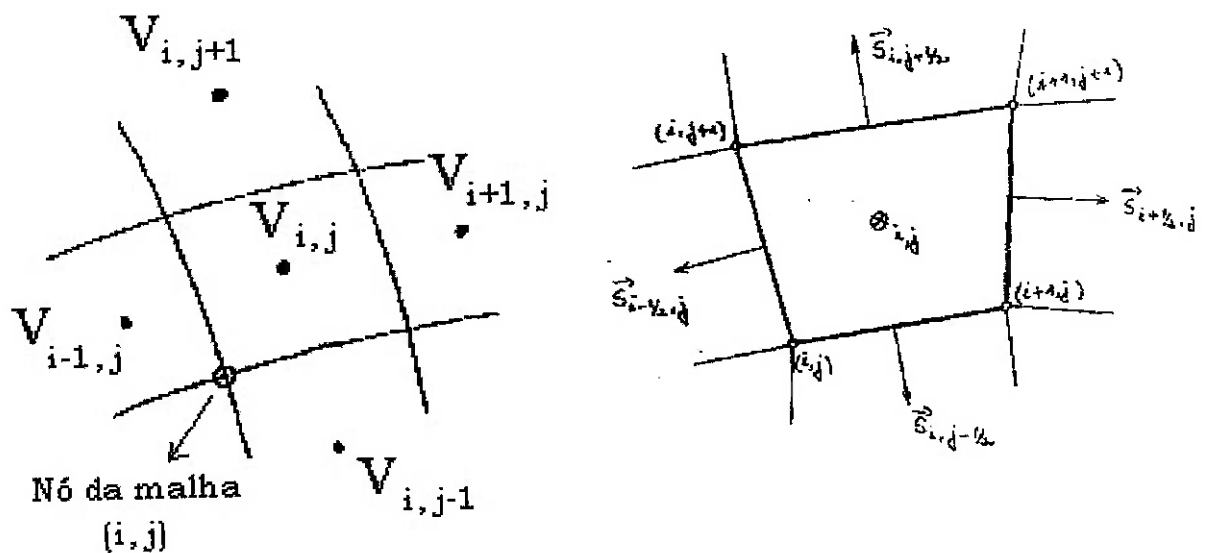


Figura 10.1 – Volumes de controle

Equações de Transporte

Os aspectos físicos de qualquer escoamento seguem três princípios fundamentais:

Equação da Continuidade: Conservação da Massa

A lei da conservação da massa requer que a massa de qualquer sistema permaneça sempre constante. Em mecânica dos fluidos, ao invés de focalizar a atenção nas partículas de fluido, é mais interessante observar como a massa total em um dado volume varia com o tempo.

A Equação da Continuidade completa na sua forma integral é ser escrita como:

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho dV + \iint_A \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA \quad (10.1)$$

Quantidade de Movimento: Conservação de Momento

Quando o escoamento é não-uniforme ou não-permanente existe uma força resultante atuando sobre o fluido. No caso, por exemplo, de uma contração de um duto, o escoamento acelera por ação da força devido à pressão, que é mais importante do que forças devido ao atrito. A força resultante exercida sobre o fluido está relacionada com a sua variação de quantidade de movimento.

A Equação da Quantidade de Movimento completa na sua forma integral é escrita da seguinte maneira:

$$\frac{d(m\vec{V})}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \vec{V} \rho dV + \iint_A \vec{V} (\rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA) \quad (10.2)$$

Equação da Energia: Conservação da Energia

O princípio de conservação de energia, analogamente ao de massa, requer que a energia total de qualquer sistema isolado permaneça constante. Da mesma forma, em mecânica dos fluidos, é mais interessante verificarmos como a energia varia num dado volume de controle e os processos de transformação que ela sofre.

A Equação da Energia completa na sua forma integral é escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W} &= \frac{\partial}{\partial t} \iiint_V e \rho dV + \iint_A \left(u + pv + \frac{V^2}{2} + gz \right) \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA \\ e &= u + \frac{V^2}{2} + gz \end{aligned} \quad (10.3)$$

Discretização para o caso unidimensional

As equações de transporte (1), (2) e (3) serão discretizadas para o caso unidimensional. Elas podem ser estendidas ao caso bidimensional ou tridimensional sem maiores problemas. Considerando apenas a coordenada x , temos:

Equação da Continuidade:

$$\frac{M_P - M_P^0}{\Delta t} + \dot{M}_e - \dot{M}_w = 0 \quad (10.4)$$

Equação da Quantidade de Movimento:

$$\dot{M}_e \cdot u_e - \dot{M}_w \cdot u_w = -(p_e - p_w)A + \left[\frac{\mu_e}{\Delta x_e} (\mu_E - \mu_P) - \frac{\mu_w}{\Delta x_w} (\mu_P - \mu_W) \right] A + S_\phi \quad (10.5)$$

Equação da Energia:

$$\dot{M}_e \cdot \phi_e - \dot{M}_w \cdot \phi_w = \left(\Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x_e} - \Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x_w} \right) A + S_\phi \cdot \Delta V \quad (10.6)$$

As expressões (4), (5) e (6) são equações cujas variáveis (u , p e ϕ) podem ser interpoladas, relacionando seus valores nas faces do volume de controle aos valores no centro do volume de controle. Desta forma, estaremos obtendo uma solução numérica cujo procedimento se baseia no esquema ilustrado abaixo:

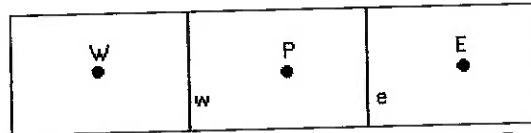


Figura 10.2 – Vizinhanças de um ponto P

Basicamente a solução dessas equações é obtida através do cálculo da pressão nas faces do volume de controle (p_e , p_w) e do fluxo nas faces (M_e , M_w). Um método de interpolação deve ser escolhido para relacionar os valores das incógnitas (u e ϕ) nas faces com os valores nos centros dos volumes de controle. Este método deve ser apropriadamente escolhido de forma que maximize a precisão dos resultados em um tempo de simulação aceitável.

11. Métodos Computacionais Utilizados

Dependendo da forma que a marcha no tempo é adotada e dependendo da forma que os fluxos através da superfície de controle são calculados podem-se escolher vários esquemas de soluções de método dos volumes finitos reportados na literatura.

Método *Upwind* de 1ª ordem

Um dos métodos que foi utilizado neste trabalho é o Método *Upwind* de 1ª ordem. Ele integra a equação de Convecção e Difusão (equação simplificada para escoamento unidimensional em regime permanente):

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u \cdot \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (11.1)$$

Este método considera os fluxos (ϕ) nas faces iguais aos dos pontos situados corrente acima. Ou seja, $\phi_e = \phi_P$ e $\phi_w = \phi_P$, resultando em:

$$(F_w + D_w)(\phi_w + \phi_P) + D_e(\phi_E - \phi_P) = 0 \quad (11.2)$$

, onde $F = \rho \cdot u \cdot \Delta y$

$$D = \Gamma \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Este método tende a criar erros de truncamento de primeira ordem, gerando o fenômeno de difusão falsa ou numérica que ocorre independentemente e não possui nenhuma relação com a difusão física.

Contudo, este método converge facilmente e em menos tempo, o que o torna um dos melhores métodos para um teste inicial de uma simulação numérica.

Média de Reynolds das Equações de Conservação para escoamento incompressível

Pegando como exemplo uma equação genérica de transporte para uma quantidade escalar ϕ :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \cdot u_i \cdot \phi) = D_\phi + S_\phi \quad (11.3)$$

O valor de ϕ em um escoamento turbulento é composto por um valor médio e uma parcela flutuante: $\phi = \bar{\phi} + \phi'$, sendo a parcela média definida como:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi \cdot dt \quad (11.4)$$

Δt é uma escala de tempo de ordem superior à das flutuações turbulentas.

Flutuações turbulentas são ditas randômicas, tais que:

$$\phi' = 0$$

Aplicando-se esta técnica a equação de conservação de ϕ , chega-se ao seguinte resultado:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho} \cdot \bar{\phi}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \cdot \bar{u}_i \cdot \bar{\phi}) = \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho} \cdot \overline{u'_i \cdot \phi'}) + \bar{D}_\phi + \bar{S}_\phi \quad (11.5)$$

Desse modo, as equações de conservação agora apresentam valores médios e um novo termo contendo a correlação $\overline{u'_i \cdot \phi'}$ que multiplicada pela massa específica representa a “difusão” de ϕ devido à flutuações turbulentas.

A equação para conservação da quantidade de movimento para o caso turbulento terá a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \cdot u_i \cdot u_j) = & -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho \cdot g_i + F_i \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\rho \cdot \overline{u'_i \cdot u'_j}) \end{aligned} \quad (11.6)$$

Que tem a mesma forma que a equação fundamental da conservação da quantidade de movimento, com as velocidades representando valores médios no tempo e o efeito da turbulência incorporado através das “Tensões de Reynolds”, $-\rho \cdot \overline{u'_i \cdot u'_j}$, que é um tensor simétrico de segunda ordem que possui seis únicos termos. A tarefa principal dos modelos de turbulência é prover equações ou modelos de fechamento que propiciem valores para essas correlações.

Modelo de turbulência k-ε

A escolha correta do modelo de turbulência a ser utilizado pode ter um grande efeito nos resultados obtidos, podendo se levar desde resultados coerentes e satisfatórios a resultados totalmente distorcidos e não condizentes com a realidade.

As Tensões de Reynolds são assumidas proporcionais aos gradientes médios de velocidades, tendo como constante de proporcionalidade a viscosidade turbulenta, μ_t ,

$$\rho \cdot \overline{u_i \cdot u_j} = \rho \frac{2}{3} k \cdot \delta_{ij} - \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \delta_{ij} \quad (11.7)$$

, sendo k a energia cinética turbulenta:

$$k = \frac{1}{2} \sum_i \overline{u_i^2} \quad (11.8)$$

A viscosidade turbulenta é obtida assumindo-se que ela é proporcional ao produto da escala de velocidade turbulenta pela escala de comprimento, obtidos de dois parâmetros, k e ε , que é a taxa de dissipação de k. A escala da velocidade é dada pela raiz quadrada de k e a escala de comprimento é tomada como $\frac{\sqrt{k^3}}{\varepsilon}$, logo:

$$\mu_t = \rho \cdot C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \text{ sendo } C_\mu \text{ uma constante empírica de proporcionalidade.}$$

Os valores de k e ε são obtidos da solução das equações de conservação:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \cdot u_i \cdot k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k + G_b - \rho \cdot \varepsilon \quad (11.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \cdot u_i \cdot \varepsilon) = & \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + \\ & + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + (1 - C_{3\varepsilon}) G_b) - C_{2\varepsilon} \cdot \rho \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (11.10)$$

onde $C_{1\varepsilon}$, $C_{2\varepsilon}$, $C_{3\varepsilon}$ são constantes empíricas, σ_k e σ_ε são números de Prandtl que governam a difusão turbulenta de k e ε , G_k é a taxa de produção de energia cinética turbulenta e G_b é a geração de turbulência:

$$G_k = \mu_t \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (11.11)$$

$$G_b = -g_i \cdot \frac{\mu_t}{\rho \cdot \sigma_k} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (11.12)$$

Já as constantes têm os seus valores estipulados como sendo:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, C_{2\varepsilon} = 1.92, C_u = 0.09, \sigma_k = 1.0 \text{ e } \sigma_\varepsilon = 1.3.$$

12. Descrição do Problema Simulado

Foi feita, inicialmente, uma simulação simples de um modelo de *swirl* utilizando os softwares comerciais FLUENT (simulação numérica) e GAMBIT (geração de malhas), ambos da Fluent.Inc. Este modelo de *swirl* foi comparado com o modelo convencional (sem *swirl*), mais especificamente, quanto a fenômenos de transferência de calor.

O problema estudado envolveu um escoamento de ar interior a um duto de alumínio de 500mm de diâmetro e 3000mm de comprimento. O fluido entra a uma velocidade $v=20\text{m/s}$ e a uma temperatura $T=300\text{K}$. Ao longo da primeira metade do duto, a temperatura da parede é $T_{p1}=300\text{K}$, que é constante, ou seja, não há troca de calor entre a parede do duto e o fluido.

Assim que o fluido chega à metade do comprimento do duto, um ventilador axial localizado nesta seção o impulsiona, resultando num incremento de pressão estática de 50 Pa ao escoamento.

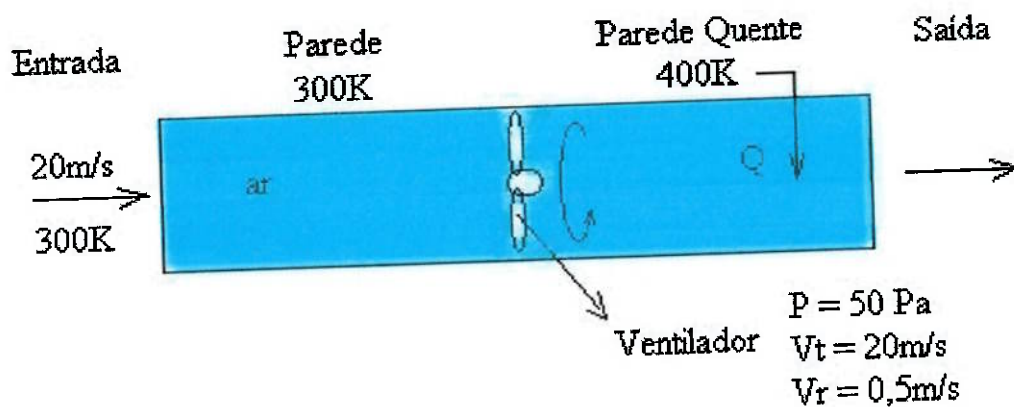


Figura 12.1 –Configuração do sistema

A diante, ao longo da segunda metade do duto, a temperatura da parede é $T_{p2}=400\text{K}$. Fixando esta temperatura da parede (fonte de calor constante), haverá um fluxo de calor em direção ao fluido, aumentando a sua temperatura.

Esta seção deste trabalho apresentará dois tipos de configurações de escoamento: em uma, a única interação do ventilador com o fluido será apenas o indício de incremento de pressão. No segundo caso, além deste, um outro fenômeno atrelado ao movimento rotativo das pás estará presente: o do *swirl*.

Geração de Malhas

Como dito anteriormente, as malhas foram geradas através do *software* GAMBIT. Para facilitar essa geração, foram feitas malhas não estruturadas que, apesar de serem mais lentas e complicadas para a convergência nas simulações, são mais simples e rápidas para serem geradas devido a sua facilidade de se adaptarem a geometrias complexas.

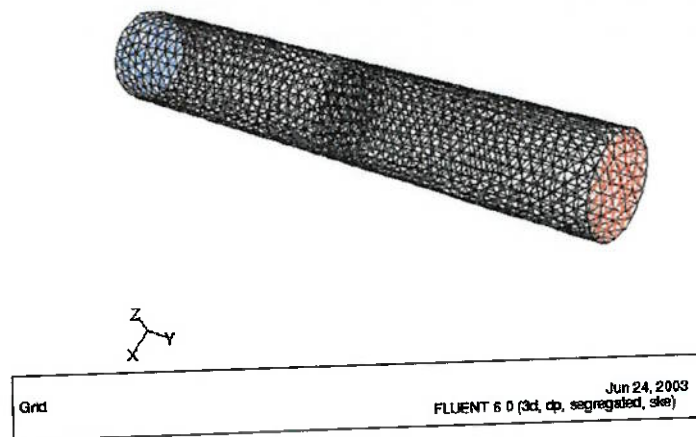


Figura 12.2 – Malha Computacional: A área azul corresponde à entrada, a vermelha, à saída e a preta (centro), ao ventilador axial.

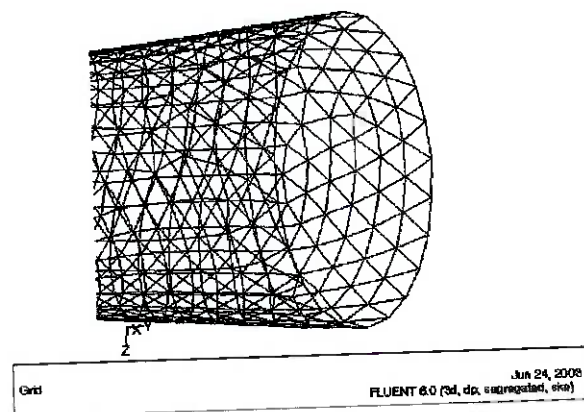


Figura 12.3 – Malha da parede do duto em detalhe

Simulação numérica

As seguintes hipóteses foram utilizadas para a inicialização da simulação:

1.) Escoamento:

- 3D (devido à anti-simetria inerente à trajetória do *swirl*)
- Regime Permanente
- Incompressível

2.) Solver

- Segregado (equações desacopladas)
- Formulação Implícita (maior estabilidade do que a explícita)

3.) Métodos de Interpolação

- Velocidade: Upwind de 1ª ordem
- Energia Cinética: Upwind de 1ª ordem
- Taxa de dissipação Turbulenta: Upwind de 1ª ordem
- Equação da Energia: Upwind de 1ª ordem
- Pressão: Standard
- Acoplamento Pressão-Velocidade: Simple
fatores de subrelaxação: $p=0,3$; $v=0,7$; ρ , k , $\varepsilon = 1,0$
- Velocidade: Upwind de 1ª ordem
- Energia Cinética: Upwind de 1ª ordem
- Taxa de dissipação Turbulenta: Upwind de 1ª ordem
- Equação da Energia: Upwind de 1ª ordem

- Turbulência: k- ϵ

Para especificar o *swirl*, por se tratar de um modelo simples, resolvemos adotar uma velocidade tangencial alta (igual à velocidade axial) de 20m/s e uma velocidade radial de 0,5m/s constantes simplesmente para intensificar seus efeitos, facilitando a sua visualização.

Resultados

Formulação sem *swirl*

A solução convergiu após 54 iterações

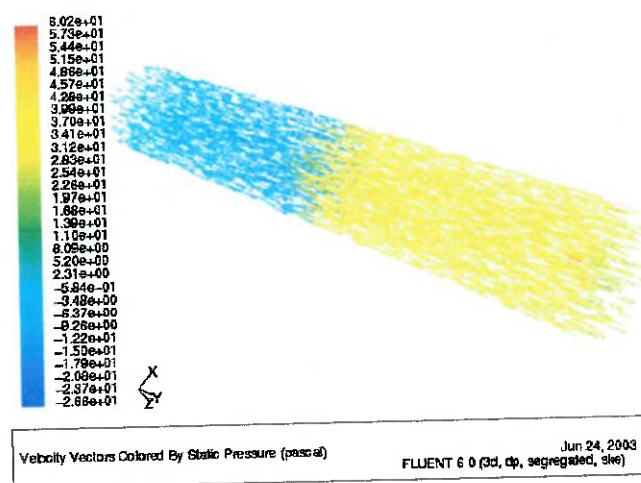


Figura 12.4 – Pressão Estática: Podemos notar na figura ao lado o salto de pressão fornecido pelo ventilador

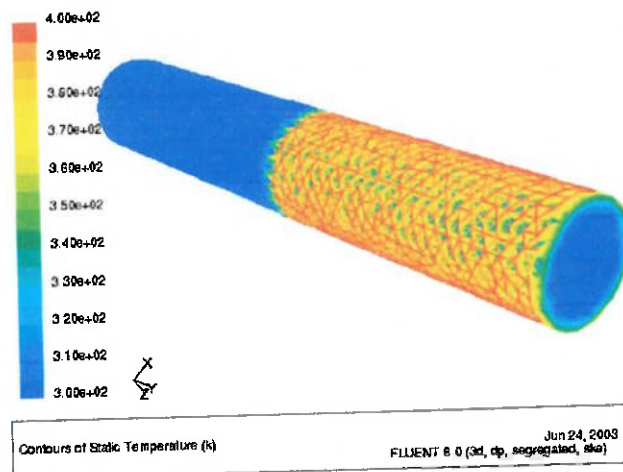


Figura 12.5 - Temperatura estática: Podemos visualizar a espessura da camada limite térmica a jusante

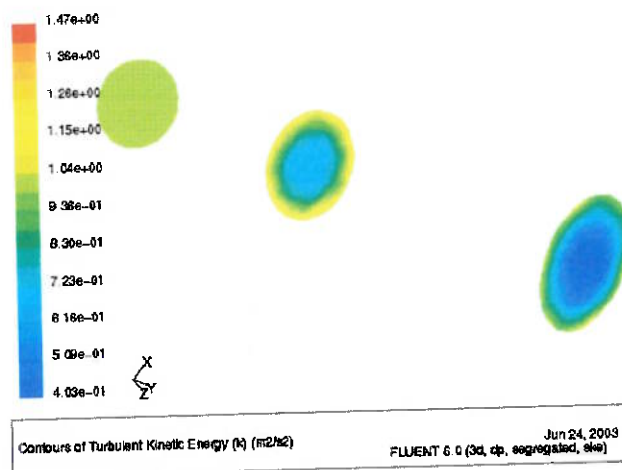


Figura 12.6 - Energia Cinética Turbulenta nas seções de entrada, saída e do ventilador: Note o gradiente negativo no centro

Formulação com *swirl*

A solução convergiu após 175 iterações.

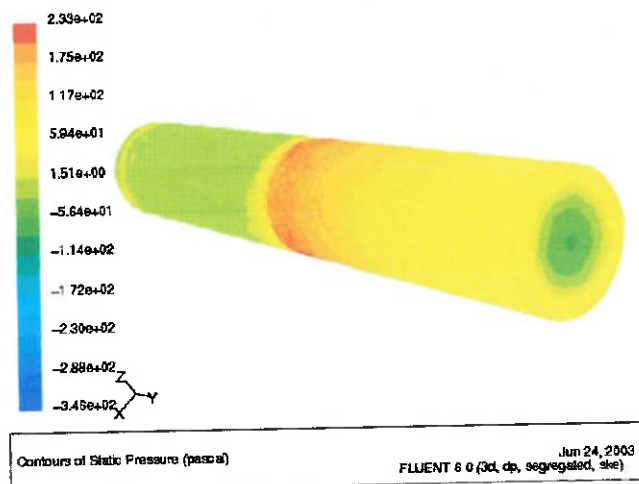


Figura 12.7 - Pressão Estática: A figura é razoavelmente parecida com o modelo sem o swirl. Porém, o salto de pressão está mais agudo neste caso.

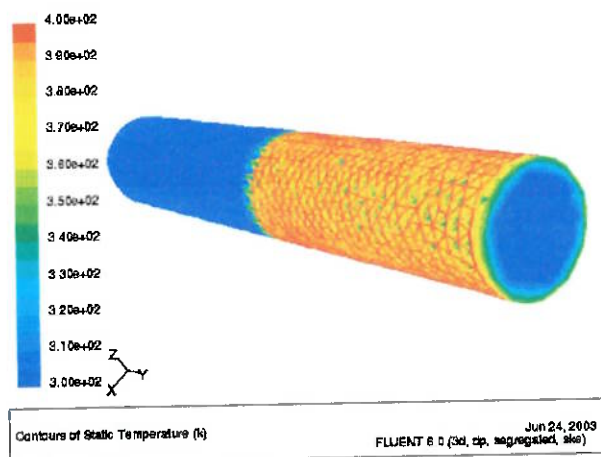


Figura 12.8 - Temperatura estática: Podemos notar que a espessura da camada limite térmica está ligeiramente mais espessa.

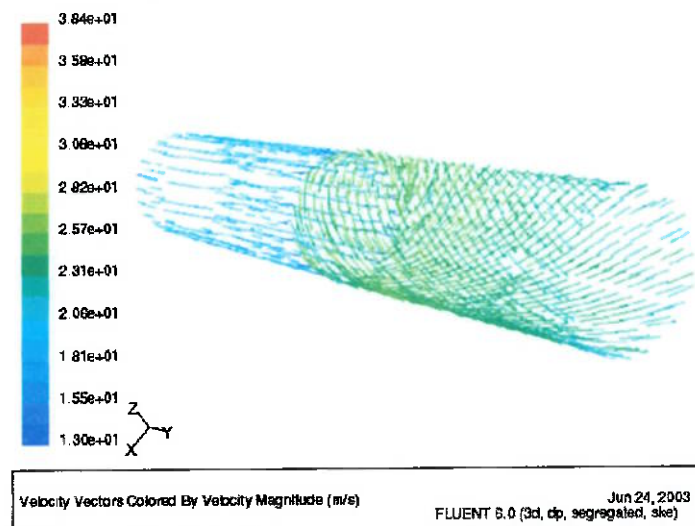


Figura 12.9 - Velocidade junto às paredes: Verifique o efeito do swirl

Transferência de Calor por Convecção

Primeiramente, os fluxos de massa na entrada e na saída, tanto para o caso com e sem *swirl*, possuem valores iguais, o que está de acordo com a equação da continuidade ($m = 4,750766\text{kg/s}$).

Finalmente, os fluxos de calor tiveram valores bem diferentes para os casos com e sem *swirl*:

$$W_{\text{sem swirl}} = 10153,087 \text{ W}$$

$$W_{\text{com swirl}} = 15079,146 \text{ W}$$

Ou seja, 48,52% de diferença.

13. Introdução de um modelo de *swirl* mais adequado

13.1 Motivação

Como descrito na introdução, nosso objetivo é o de simular o efeito do *swirl* de um ventilador axial em fenômenos de troca térmica sem ter que discretizar suas partes móveis. O grande inconveniente desse processo é causado principalmente pelo modelo inadequado fornecido pelo FLUENT para simular os efeitos da atuação de um ventilador.

Tal modelo, descrito na seção anterior, indicava como parâmetros a velocidade de operação, o salto de pressão e a velocidade tangencial (de *swirl*) e radial geradas. O problema é que a velocidade de *swirl* deveria ser adotada como constante ou polinomial para ser aceita no FLUENT, o que não é adequado, visto que ela certamente depende do ponto de operação do ventilador, além de que nenhuma consideração quanto à potência fornecida ao sistema é feita (o *swirl* seria gerado sem gasto de energia, se comparado ao caso sem *swirl*).

Desta forma tornou-se viável a implementação de um User-Defined Function (UDF) para simular de uma forma mais original e, se possível, mais adequada os efeitos do *swirl* quanto à transferência de calor.

13.2 O *User-Defined Function* (UDF)

O *User-Defined Function* é um recurso do *software* comercial FLUENT que permite a inclusão de rotinas (Método *Interpreted*) ou programas compilados (Método *Compiled*) em C/C++ ao FLUENT. Ele se baseia em Macros, ou seja, em funções pré-programadas que realizam automaticamente determinadas tarefas. Para tanto é necessária a inclusão da biblioteca “*udf.h*” no código fonte.

Com os Macros do UDF, é possível adicionar ou personalizar uma ampla gama de funções desejadas pelo usuário, principalmente as que não são fornecidas originalmente pelo programa, o que compreende desde perfis de velocidade de entrada em um domínio até condições de contorno. Em resumo, o UDF complementa as funções disponíveis no FLUENT, propiciando uma maior flexibilidade para os usuários, garantindo-lhes acesso a mais recursos.

A principal vantagem dos Macros é que podemos adicionar com rapidez vários novos recursos às funções convencionais do FLUENT sem entender, em detalhes, de programação em C nem de conceitos mais específicos do Método dos Volumes Finitos (MVF).

Já as desvantagens são muitas, para começar, pela limitação dos Macros. Eles funcionam como uma espécie de caixa preta que não pode ser modificada pelo usuário. Esta falta de clareza dificulta a compreensão das funções de um certo Macro, especialmente para um estudante com pouca experiência no ramo de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD). Pensando de forma análoga, aprender a usar Macros é como tentar realizar manutenção numa máquina desconhecida: não se sabe sua função, não se conhece suas peças e é necessário a leitura completa de seu manual de instruções para saber se o método utilizado é adequado.

13.3 Metodologia adotada

A metodologia adotada envolve a análise algébrica de uma geometria arbitrária de uma pá da hélice rotativa de ventilador e determinar o escoamento por ela induzido. Deve-se deixar claro que não estamos entrando em contradição com o objetivo do projeto (simulação do ventilador sem a discretização de seus componentes), visto que nenhuma geometria de pá está sendo gerada.

O perfil de pá adotado está mostrado na figura 13.1. Trata-se de uma pá reta com seção de forma de um quarto de circunferência de raio 0,5m e comprimento igual a 0,35m. Obviamente, este tipo de pá tenderá a ser um grande gerador de *swirl*. Em termos de rendimento, portanto, essa geometria seria inadequada. Contudo, como nosso objetivo é justamente o de analisar os efeitos do *swirl* de um ventilador axial, ela supre perfeitamente as necessidades do trabalho.

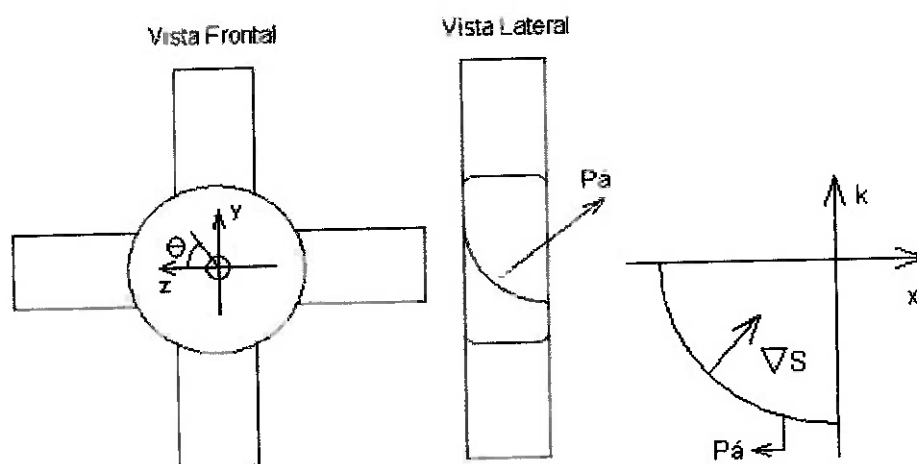


Figura 13.1 – Formato das pás

Devido à simplicidade do modelo, podemos obter o vetor normal à superfície da pá do ventilador através da função Gradiente.

$$S \text{ (Superfície da pá): } x^2 + k^2 = 0.5^2 \quad (13.1)$$

$$\text{Função Gradiente: } \nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (13.2)$$

$$\text{Gradiente de S: } \nabla S = \left(\frac{\partial S}{\partial x}, \frac{\partial S}{\partial y}, \frac{\partial S}{\partial z} \right) = (-2.x, 2.k.\cos\theta, -2.k.\sin\theta) \quad (13.3)$$

, onde k : função que representa a geometria de uma dada seção ortogonal da pá.

θ : ângulo de giro da pá numa seção y-z do escoamento.

A impulsão do fluxo será dada em função deste vetor normal local através de um termo fonte de força na equação de quantidade de movimento. Forças fornecidas ao fluido provenientes de tensões de cisalhamento entre a pá e o fluido são desconsideradas neste trabalho.

Em termos de potência, o *swirl* será considerado um termo de dissipação e a velocidade axial, um fator que representará a potência útil, ou seja, o ventilador sem *swirl* terá seu escoamento axial igual ao do com *swirl* mais o termo turbilhonário convertido em fluxo axial.

14. Reformulação no Sistema

14.1 Geometria

Foram feitas algumas mudanças no sistema anteriormente mencionado, de modo que a nova metodologia adotada seja implantada e simulada de maneira precisa e com menor sobrecarga das máquinas possível. Desta forma, resolveu-se descartar o trecho inicial do duto e alongar o trecho posterior para 10m e aumentar o diâmetro para 1m para melhor análise da troca térmica.

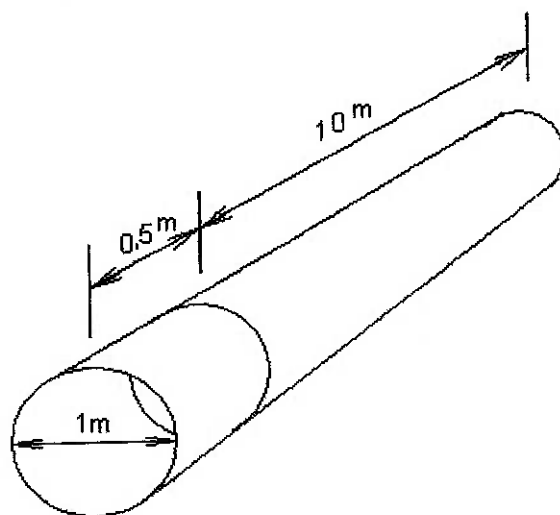


Figura 14.1 – Geometria do sistema

Além disso, devido ao formato de pá escolhido, o ventilador não mais ocupa a posição de uma seção transversal do duto, mas sim, de um volume delimitado de comprimento 0,5m e diâmetro 1m. Pode-se notar que há uma folga de 0,15 m entre as pás do ventilador e o duto (*tip-clearance*).

14.2 Malha

A malha computacional gerada no GAMBIT, ao invés de ser tetragonal como no caso anterior, foi do tipo estruturada, o que diminui o tempo de simulação, pois um número menor de equações de balanço (e mais simples) necessitam ser resolvidas.

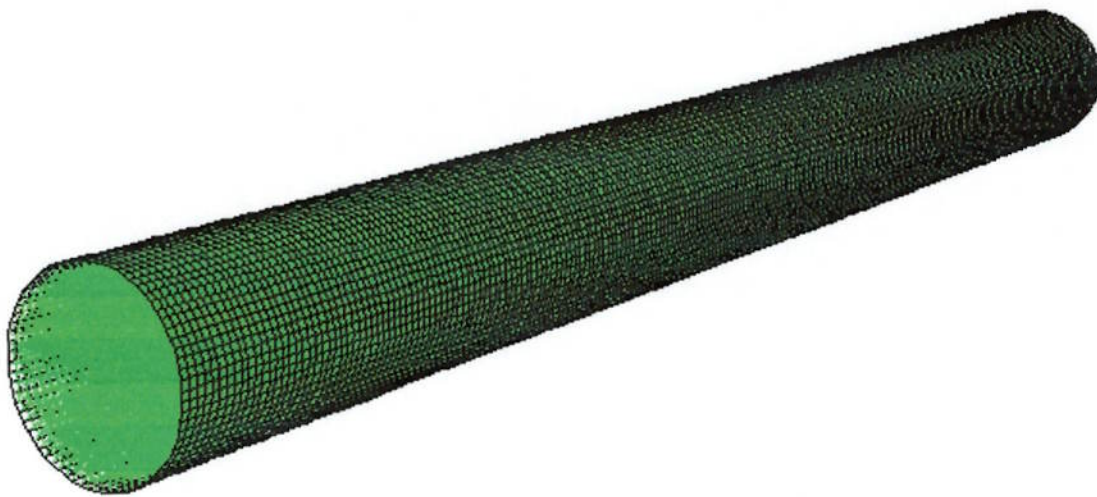


Figura 14.2 – Malha Computacional (duto e interior)

Esta malha também foi refinada em comparação à anteriormente utilizada. Desta vez foram utilizados 70 contadores de intervalos no contorno da face da seção de entrada. A partir deste dado, a geração de malha no restante do domínio não varia. Assim, o primeiro trecho do duto, que contém o ventilador, foi preenchido com 4928 elementos volumétricos; o segundo foi preenchido por 99924 elementos.

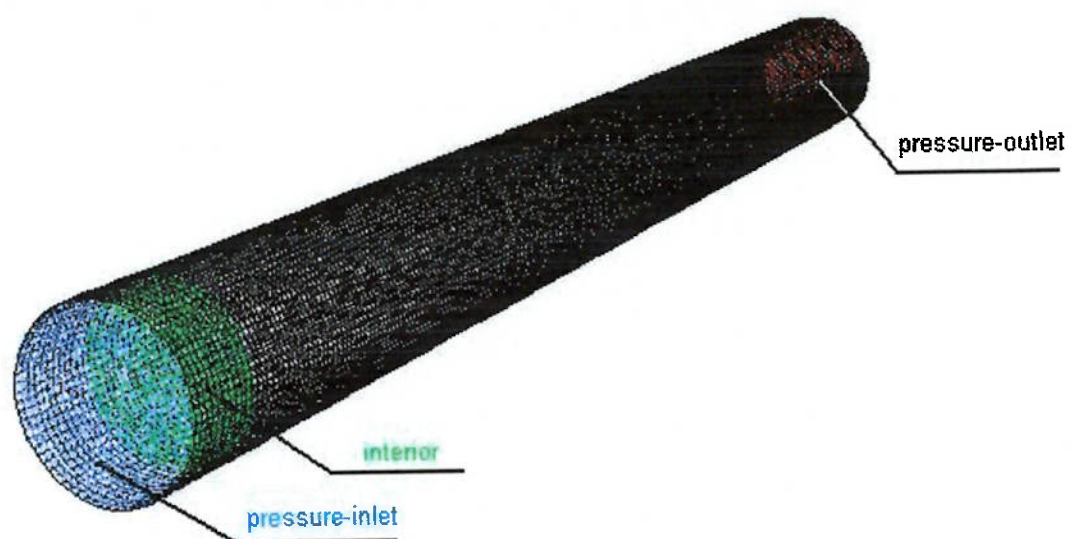
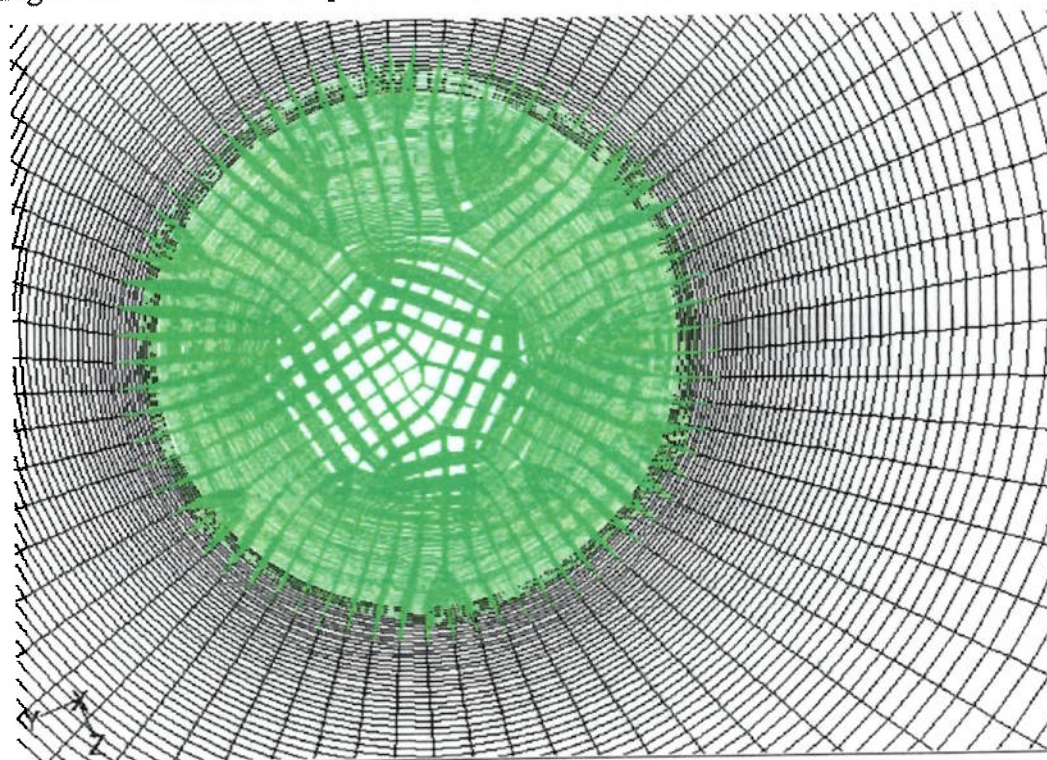


Figura 14.3 – Malha Computacional (duto e suas seções transversais)



Grid

Nov 25, 2003
FLUENT 6.1 (3d, dp, segregated, ske)

Figura 14.4 – Malha Computacional (interior do duto)

14.3 Condições de Contorno

Novamente, o ar entra pelo duto a uma temperatura de 300K, contudo, não é definida uma velocidade de entrada. Ela se origina devido à injeção de potência mecânica pelo ventilador axial. Conforme o ar passa pelo volume ocupado pelo ventilador, há um incremento de pressão e uma possível geração de *swirl*. Logo após, o escoamento entra, nos próximos 10m, em contato com a parede do duto a 500K. É justamente nesse trajeto de 10m que analisaremos os efeitos do *swirl* na troca térmica. Novamente, utilizaremos uma formulação com *swirl* e sem *swirl* para compararmos os resultados.

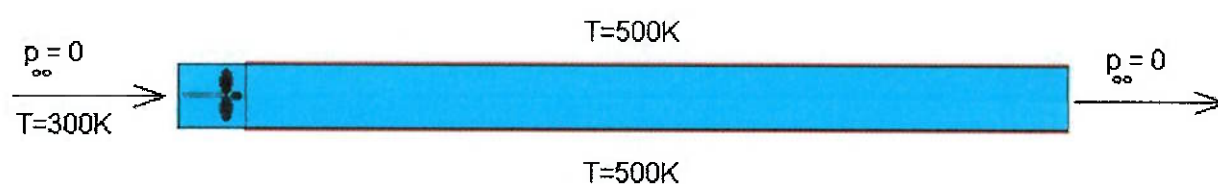


Figura 14.5 – Condições de Contorno do Sistema

15. Abordagem do problema

Como já foi explicado anteriormente, necessitamos realizar duas simulações numéricas: uma considerando os efeitos do *swirl* e a outra não. Também já foi apontado o fato de que uma pá reta de seção circular seria utilizada para impulsionar o fluxo devido à sua alta capacidade de geração de *swirl*. Resta apenas explicar qual será o papel algébrico que as pás desempenharão na rotina de programação do UDF e como este será associado ao solver do FLUENT.

15.1 Sem *swirl* x Com *swirl*

A potência do ventilador axial pode ser expressa da seguinte forma:

$$P = \frac{T \cdot \omega}{\eta} \quad (15.1)$$

Alternativamente podemos utilizar a seguinte expressão:

$$P = \frac{F \cdot v}{\eta} \quad (15.2)$$

Tomando um valor arbitrário para a potência e um para a velocidade, e fixando o rendimento da turbomáquina, teremos que:

$$F = \frac{\eta \cdot P}{v} \quad (15.3)$$

Mas como $v = \omega \cdot r$, teremos que:

$$F = \frac{\eta \cdot P}{\omega \cdot r} \quad (15.4)$$

Considerando a equação da quantidade de movimento 3D:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \cdot u_i \cdot u_j) = & -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho \cdot g_i + F_i \\ & + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-\rho \cdot \overline{u_i' \cdot u_j'} \right) \end{aligned} \quad (11.6)$$

, onde $i = x, y, z$

$$F_i = [N/m^3] \quad (\text{Termo Fonte})$$

Podemos associar a Força propulsora (F) ao Termo Fonte (F_i) se aplicarmos a força F na zona volumétrica em que se situa o ventilador (0,5m inicial do duto) e dividindo-na em diversos componentes F_c que serão aplicados nos centróides de cada célula desse domínio. Este termo deve ser também dividido pelo volume da célula. Assim:

$$F_i = O_i \frac{F_c}{V_c} \quad (15.5)$$

O_i representa a parcela da potência transmitida a uma determinada direção ($0 \leq O_i \leq 1$). Ela é a componente que relaciona o fluxo, a potência e a geometria das pás do rotor. Lembrando-se que o vetor normal da pá é que iria determinar a impulsão do fluido, temos que:

$$\nabla S = \left(\frac{\partial S}{\partial x}, \frac{\partial S}{\partial y}, \frac{\partial S}{\partial z} \right) = (-2.x, 2.k.\cos\theta, -2.k.\sin\theta) \quad (13.3)$$

Contudo, este vetor normal deve ser normalizado de modo que cada componente (em x, y ou z) atue sobre o fluido como uma porcentagem da Potência fornecida à célula. Desta maneira:

$$\nabla S = \frac{(-2.x, 2.k.\cos\theta, -2.k.\sin\theta)}{|-2.x| + |2.k.\cos\theta| + |-2.k.\sin\theta|} \quad (15.6)$$

E, conseqüentemente:

$$O_x = \frac{(-2.x)}{|-2.x| + |2.k.\cos\theta| + |-2.k.\sin\theta|} \quad (15.7)$$

$$O_y = \frac{(2.k.\cos\theta)}{|-2.x| + |2.k.\cos\theta| + |-2.k.\sin\theta|} \quad (15.8)$$

$$O_z = \frac{(-2.k.\sin\theta)}{|-2.x| + |2.k.\cos\theta| + |-2.k.\sin\theta|} \quad (15.9)$$

No caso sem *swirl*, teremos que o rotor não irá gerar momento nas direções radial e tangencial. Portanto todo o fluxo será axial e toda potência será transmitida para a direção axial. Como a seção transversal do duto é constante, o termo fonte tenderá a aumentar a pressão local. Conseqüentemente:

$$\begin{cases} O_x = 1 \\ O_y = 0 \\ O_z = 0 \end{cases} \quad (15.10)$$

E a equação (15.5) se simplifica a:

$$F_x = \frac{F_c}{\nabla_c} \quad (15.11)$$

Já no caso em que há geração de *swirl*, parte da potência fornecida será gasta na sua formação. A componente axial irá funcionar de maneira similar ao caso sem *swirl*. Assim:

$$\begin{cases} F_x = O_x \frac{F_c}{\nabla_c} \\ F_y = O_y \frac{F_c}{\nabla_c} \\ F_z = O_z \frac{F_c}{\nabla_c} \end{cases} \quad (15.12)$$

15.2 Hipóteses e Simplificações

1.) Escoamento:

- 3D (devido à anti-simetria inerente à trajetória do *swirl*)
- Regime Permanente
- Incompressível (Mach<0,3)

2.) Solver

- Segregado (equações desacopladas)
- Formulação Implícita (maior estabilidade do que a explícita)

4.) Métodos de Interpolação

- Velocidade: Upwind de 1ª ordem
 - Energia Cinética: Upwind de 1ª ordem
 - Taxa de dissipação Turbulenta: Upwind de 1ª ordem
 - Equação da Energia: Upwind de 1ª ordem
 - Pressão: Standard
 - Acoplamento Pressão-Velocidade: Simple
- fatores de subrelaxação: $p=0,3$; $v=0,7$; ρ , k , $\epsilon = 1,0$

- Velocidade: Upwind de 1ª ordem
- Energia Cinética: Upwind de 1ª ordem
- Taxa de dissipação Turbulenta: Upwind de 1ª ordem
- Equação da Energia: Upwind de 1ª ordem
- Turbulência: k-ε

5-) *User-defined functions*

- Diâmetro do cubo = 0
- Tip-clearance = 0,15m
- A potência é fixada em 5000W (ω variável)
- Rotor não cisalha fluido
- Número de pás infinitas no rotor
- Rendimento do ventilador (transmissão pá-fluido) = 100%

(*)

- Cada centróide de célula recebe a mesma taxa de energia do ventilador

(**)

A hipótese (*) simplifica a equação (15.4) para:

$$F = \frac{P}{\omega r} \quad (15.13)$$

E a adoção da hipótese (**) implica em:

$$\nabla_c = \frac{\nabla}{n_v} \quad (15.14)$$

, onde n_v = número de elementos da zona (ventilador) = 4928

∇ = volume da zona = 0,20m³

Substituindo a equação (15.14) em (15.5), temos:

$$F_i = O_i \frac{F_c \cdot n_v}{\forall} \quad (15.15)$$

, mas $F = F_c \cdot n_v$ (15.16)

Logo, de (15.13), (15.15) e (15.16), obtemos a expressão final para o termo fonte:

$$F_i = O_i \frac{P}{\omega \cdot r \cdot \forall} \quad (15.17)$$

15.3 Código fonte

Abaixo estão descritos os códigos fontes para os dois casos (com e sem *swirl*). Para anexá-los ao FLUENT, basta selecionar o arquivo “.c” e mandar o computador interpretá-los. É conveniente selecionar o compilador C++ do FLUENT. Depois de interpretadas, as funções definidas no código podem ser associadas a qualquer parâmetro disponível na interface gráfica do FLUENT.

1-) Sem *swirl*:

```
#include "udf.h"
#define OMEGA 20 /* velocidade angular do ventilador */
#define POTENCIA 5000 /* Potencia liquida do ventilador */
#define N 4928 /* Numero de celulas (volumes) */
#define R .35 /* Raio do Ventilador */
#define VOLUME .20 /* Volume do trecho que contém o ventilador */
```

```

DEFINE_SOURCE(source_x,c,t,dS,eqn) /* macro - aplica o termo fonte a cada celula do dominio */
{

float XCA[ND_ND]; /* vetor posicao em coordenadas cartesianas */
float grad[3]; /* gradiente da superficie da pa do ventilador */
float x, y, z; /* componentes da posicao em coordenadas cartesianas */
float o, p, q; /* parcela da energia transferida ao fluido em x, y ou z */
float vent_veloc; /* variaveis auxiliares para calculo do salto de pressao */
float seno, cseno, k; /* seno e cosseno no plano y-z e parâmetro k da pá */
double SOURCE; /* termo fonte */


C_CENTROID(XCA, c, t); /* macro - le o centroide de uma celula e retorna as coordenadas em XCA */
x= XCA[0], y= XCA[1]; z= XCA[2];

seno=y/pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5);
cseno=z/pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5);
k=pow((0.25-pow(x,2)),.5);

grad[0]= -(2*x);
grad[1]= cseno*(2*k);
grad[2]= -seno*(2*k);
vent_veloc= OMEGA*pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5);
SOURCE=SOURCE*0+(POTENCIA)/(vent_veloc*VOLUME);
dS[eqn]=0; /* termo fonte constante (Regime permanente) */
if (pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5)>R) /* Região de tip-clearance */
    return SOURCE*0;
else
    return SOURCE;
}

```

2-) Com *swirl*:

```
#include "udf.h"
```

```
#define OMEGA 20 /* velocidade angular do ventilador */
#define POTENCIA 5000 /* Potencia liquida do ventilador */
#define N 4928 /* Numero de celulas (volumes) */
#define R .35 /* Raio do Ventilador */
#define VOLUME .20 /* Volume do trecho que contém o ventilador */
```

```
DEFINE_SOURCE(source_x,c,t,dS,eqn) /* macro - aplica o termo fonte a cada celula do dominio */
{
```

```
float XCA[ND_ND]; /* vetor posicao em coordenadas cartesianas */
float grad[3]; /* gradiente da superficie da pa do ventilador */
float x, y, z; /* componentes da posicao em coordenadas cartesianas */
float o1, p1, q1, n, o, p, q; /* parcela da energia transferida ao fluido em x, y ou z */
float vent_veloc; /* variaveis auxiliares para calculo do salto de pressao */
float seno, cseno, k; /* seno e cosseno no plano y-z e parâmetro k da pá */
double SOURCE; /* termo fonte */
```

```
C_CENTROID(XCA, c, t); /* macro - le o centroide de uma celula e retorna as coordenadas em XCA */
x= XCA[0], y= XCA[1], z= XCA[2];
```

```
seno=y/pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5);
cseno=z/pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5);
k=pow((0.25-pow(x,2)),.5);
```

```
grad[0]= -(2*x);
grad[1]= cseno*(2*k);
grad[2]= -seno*(2*k);
```

```

o1= grad[0]/pow((pow(grad[0],2)+pow(grad[1],2)+pow(grad[2],2)),.5);
p1= grad[1]/pow((pow(grad[0],2)+pow(grad[1],2)+pow(grad[2],2)),.5);
q1= grad[2]/pow((pow(grad[0],2)+pow(grad[1],2)+pow(grad[2],2)),.5);

```

```

n=pow(pow(o1,2),.5)+ pow(pow(p1,2),.5)+ pow(pow(q1,2),.5);
o=o1/n;
p=p1/n;
q=q1/n;

```

```

vent_veloc= OMEGA*pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5);
SOURCE=SOURCE*0+(POTENCIA*o)/(vent_veloc*VOLUME);
dS[eqn]=0; /* termo fonte constante (Regime permanente) */
if (pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5)>R) /* Região de tip-clearance */
    return SOURCE*0;
else
    return SOURCE;
}

```

```

DEFINE_SOURCE(source_y,c,t,dS,eqn) /* macro - aplica o termo fonte a cada celula do dominio */
{

```

```

    float XCA[ND_ND]; /* vetor posicao em coordenadas cartesianas */
    float grad[3]; /* gradiente da superficie da pa do ventilador */
    float x, y, z; /* componentes da posicao em coordenadas cartesianas */
    float o1, p1, q1, n, o, p, q; /* parcela da energia transferida ao fluido em x, y ou z */
    float vent_veloc; /* variaveis auxiliares para calculo do salto de pressao */
    float seno, cseno, k; /* seno e cosseno no plano y-z e parâmetro k da pá */
    double SOURCE; /* termo fonte */

```

```

    C_CENTROID(XCA, c, t); /* macro - le o centroide de uma celula e retorna as coordenadas em XCA */
    x= XCA[0], y= XCA[1]; z= XCA[2];

```

```

    seno=y/pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5);
    cseno=z/pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5);

```

```

k=pow((0.25-pow(x,2)),.5);

grad[0]= -(2*x);
grad[1]= cseno*(2*k);
grad[2]= -seno*(2*k);

o1= grad[0]/pow((pow(grad[0],2)+pow(grad[1],2)+pow(grad[2],2)),.5);
p1= grad[1]/pow((pow(grad[0],2)+pow(grad[1],2)+pow(grad[2],2)),.5);
q1= grad[2]/pow((pow(grad[0],2)+pow(grad[1],2)+pow(grad[2],2)),.5);

n=pow(pow(o1,2),.5)+ pow(pow(p1,2),.5)+ pow(pow(q1,2),.5);
o=o1/n;
p=p1/n;
q=q1/n;

vent_veloc= OMEGA*pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5);
SOURCE=SOURCE*0+(POTENCIA*p)/(vent_veloc*VOLUME);
dS[eqn]=0; /* termo fonte constante (Regime permanente) */
if (pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5)>R) /* Região de tip-clearance */
    return SOURCE*0;
else
    return SOURCE;
}

DEFINE_SOURCE(source_z,c,t,dS,eqn) /* macro - aplica o termo fonte a cada celula do dominio */
{

    float XCA[ND_ND]; /* vetor posicao em coordenadas cartesianas */
    float grad[3]; /* gradiente da superficie da pa do ventilador */
    float x, y, z; /* componentes da posicao em coordenadas cartesianas */
    float o1, p1, q1, n, o, p, q; /* parcela da energia transferida ao fluido em x, y ou z */
    float vent_veloc; /* variaveis auxiliares para calculo do salto de pressao */
    float seno, cseno, k; /* seno e cosseno no plano y-z e parâmetro k da pá */
    double SOURCE; /* termo fonte */

```



```

C_CENTROID(XCA, c, t); /* macro - le o centroide de uma celula e retorna as coordenadas em XCA */
x= XCA[0], y= XCA[1]; z= XCA[2];

seno=y/pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5);
cseno=z/pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5);
k=pow((0.25-pow(x,2)),.5);

grad[0]= -(2*x);
grad[1]= cseno*(2*k);
grad[2]= -seno*(2*k);

o1= grad[0]/pow((pow(grad[0],2)+pow(grad[1],2)+pow(grad[2],2)),.5);
p1= grad[1]/pow((pow(grad[0],2)+pow(grad[1],2)+pow(grad[2],2)),.5);
q1= grad[2]/pow((pow(grad[0],2)+pow(grad[1],2)+pow(grad[2],2)),.5);

n=pow(pow(o1,2),.5)+ pow(pow(p1,2),.5)+ pow(pow(q1,2),.5);

o=o1/n;
p=p1/n;
q=q1/n;

vent_veloc= OMEGA*pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5);
SOURCE=SOURCE*0+(POTENCIA*q)/(vent_veloc*VOLUME);
dS[eqn]=0; /* termo fonte constante (Regime permanente) */
if (pow((pow(y,2)+pow(z,2)),.5)>R) /* Região de tip-clearance */
    return SOURCE*0;
else
    return SOURCE;
}

```

16. Simulações

Foram feitas doze simulações: seis delas sem utilizar o fenômeno do *swirl* e seis utilizando. O parâmetro a ser mudado em cada simulação é a velocidade angular (ω), enquanto que a potência fornecida permanece constante.

É evidente que a cada simulação diferente não estamos utilizando o mesmo sistema propulsor (motor + ventilador), pois a potência não permaneceria constante a uma mudança de rotação; se isso ocorresse, o rotor teria que ganhar ou perder inércia ou um sistema de transmissão deveria ser acionado para aumentar ou diminuir o torque. De qualquer forma, o sistema estaria sendo alterado.

Os valores de ω pode parecer absurdo a princípio, contudo, a simulação trata de uma solução numérica com potência invariável. Portanto, para um $\omega=200\text{rad/s}$, teríamos um rotor com inércia relativamente baixa, assim, transmitindo um torque baixo também, o que é razoável de se pensar.

Abaixo estão as fotos das simulações realizadas. Como qualitativamente as seis simulações sem *swirl* são idênticas, idem para as com *swirl*, só serão anexadas a este trabalho as figuras das duas simulações para $\omega=30\text{rad/s}$ para o caso sem *swirl* e $\omega=10\text{rad/s}$ para o caso com *swirl*. Logo após será feita uma análise detalhada quanto à transferência de calor em todos os casos.

16.1 Formulação sem *swirl*:

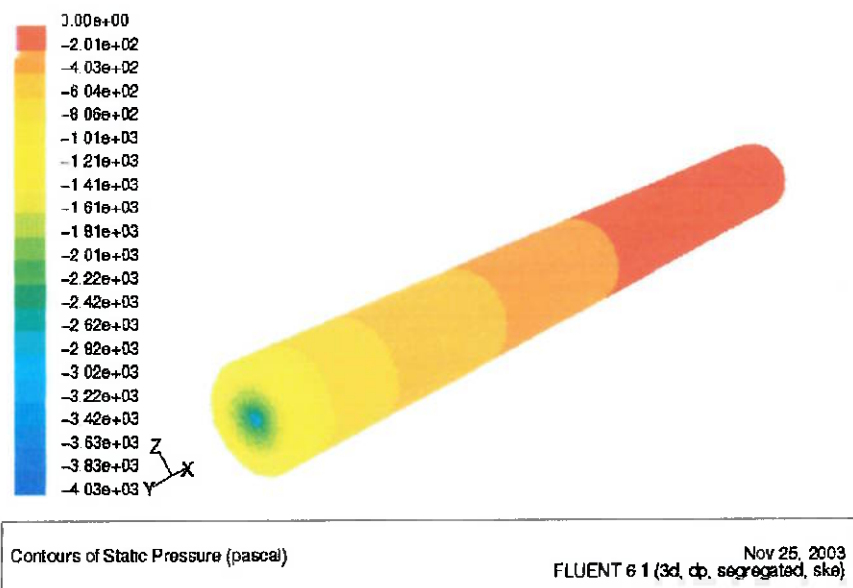


Figura 16.1 – Contornos de Pressão

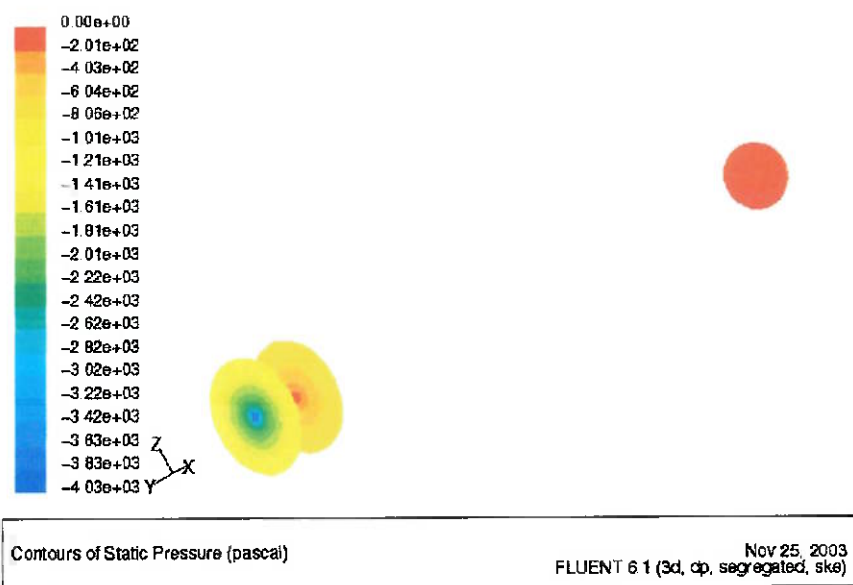


Figura 16.2 – Contornos de Pressão (seções transversais)

A princípio, os contornos de pressão da figura 16.1 aparentam estar diferentes de uma solução real, pois a pressão ao contorno externo aumenta ao longo do escoamento. Contudo, a tendência está correta, visto que o rotor do ventilador ocupa apenas 0,7m da parte central do 1 m de diâmetro do duto. Desta maneira, a pressão neste miolo, no trecho inicial do duto, será maior, mas tenderá a ser aliviada no sentido radial ao longo do comprimento do duto, conforme vemos na figura 16.2. O escoamento puramente axial dificulta este processo, pois haverá uma formação de um tubo de corrente com velocidade maior ao centro, conforme veremos a seguir nas figura 16.3 e 16.4.

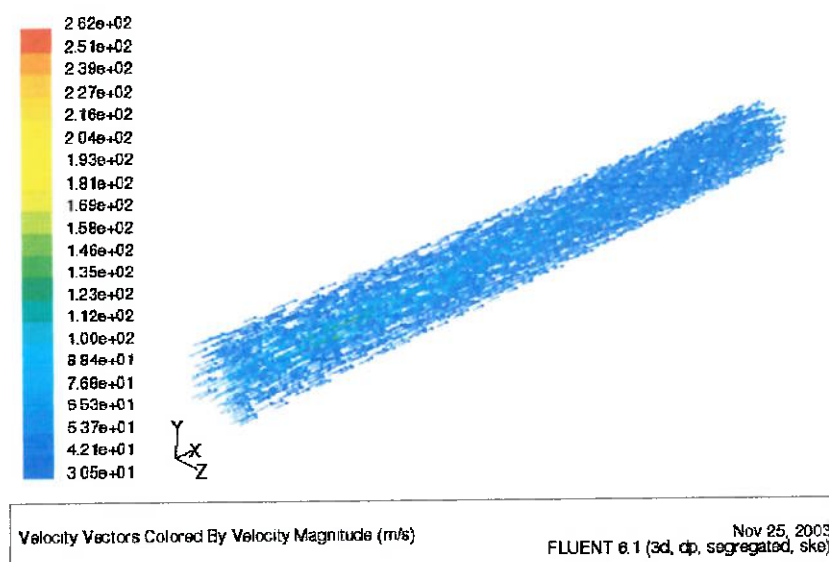


Figura 16.3 – Vetores Velocidade

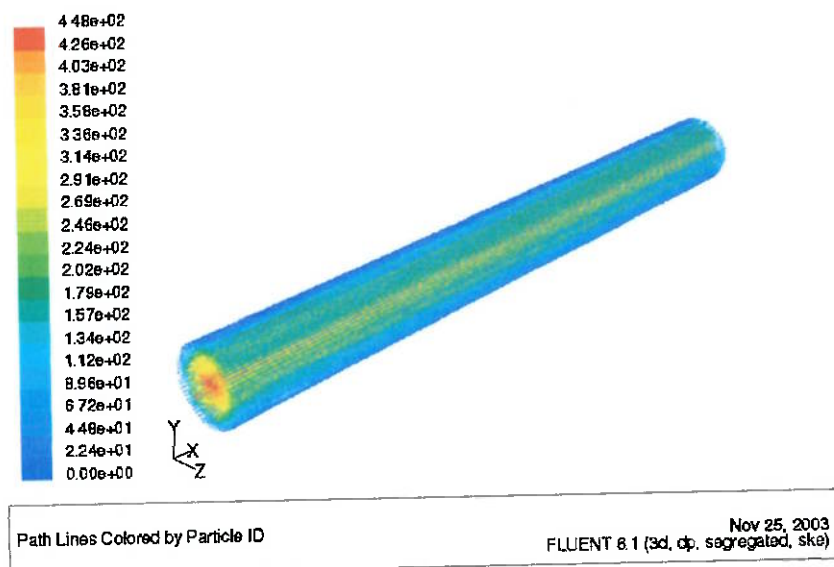


Figura 16.4 – Path lines

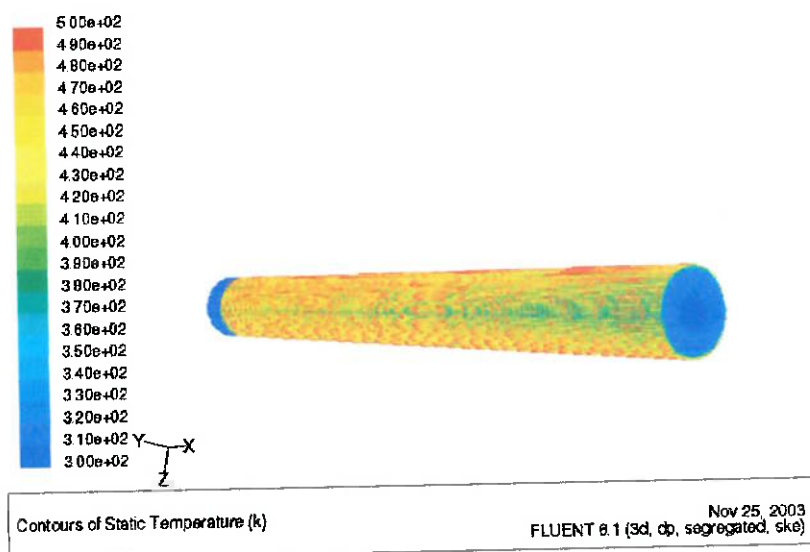


Figura 16.5 – Contornos de Temperatura (ângulo de visão invertido): Podemos verificar a camada limite térmica.

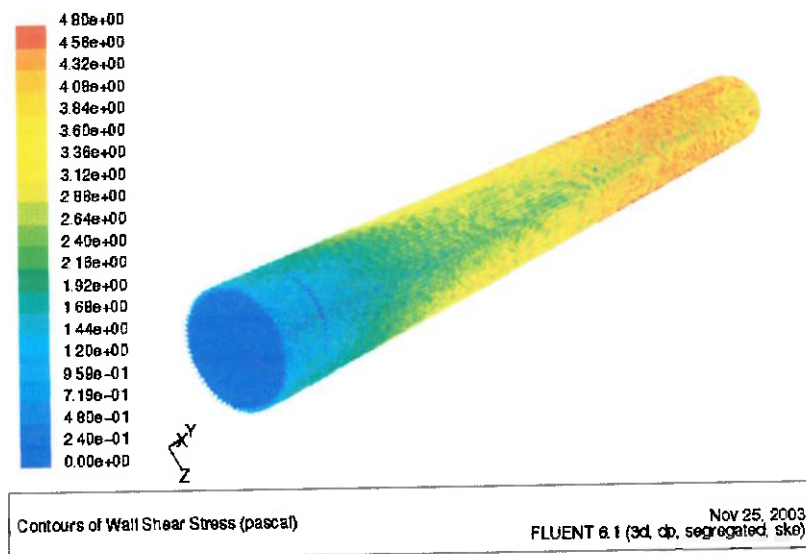


Figura 16.6 – Contornos de Tensão de Cisalhamento à parede

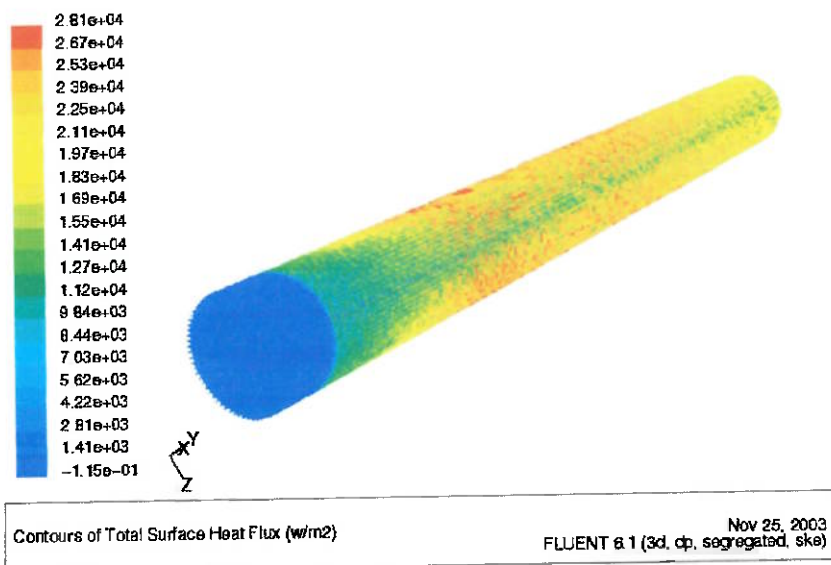


Figura 16.7 – Contornos de Troca Térmica à parede

16.2 Formulação com *swirl*:

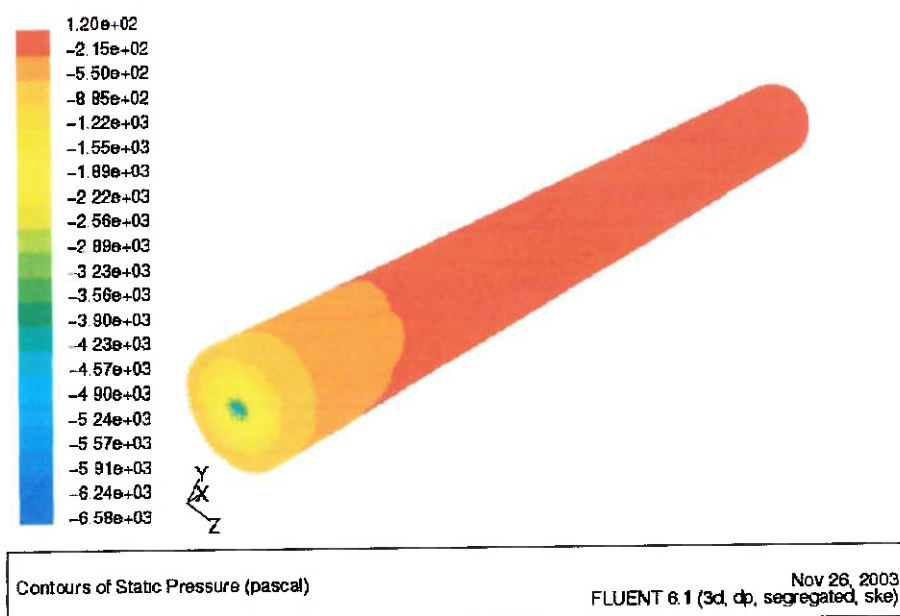


Figura 16.8 – Contornos de pressão

Conforme explicado anteriormente, a pressão no miolo do duto, em seu trecho inicial, é maior devido ao diâmetro adotado para o rotor do ventilador axial. Incluindo-se o *swirl* no escoamento, verificamos que essa pressão tenderá a ser aliviada no sentido radial mais rapidamente, conforme vemos na figura 16.8. O escoamento rotativo tende a homogeneizar este processo, pois o tubo de corrente com velocidade maior ao centro que existiria se o escoamento fosse puramente axial é distribuído rapidamente ao longo do duto com a inclusão de velocidades radiais e tangenciais. Podemos verificar este fato na figura 16.9.

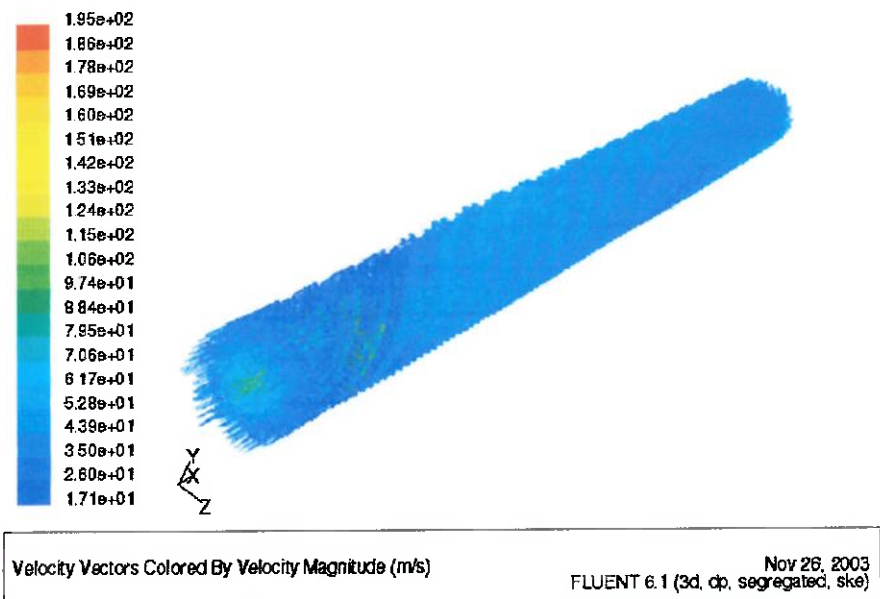


Figura 16.9 – Vetores velocidade

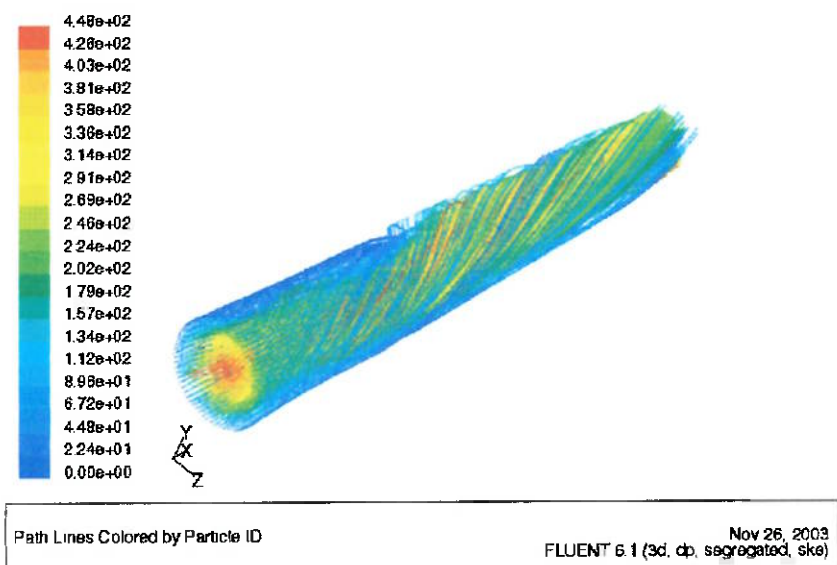


Figura 16.10 – Path lines

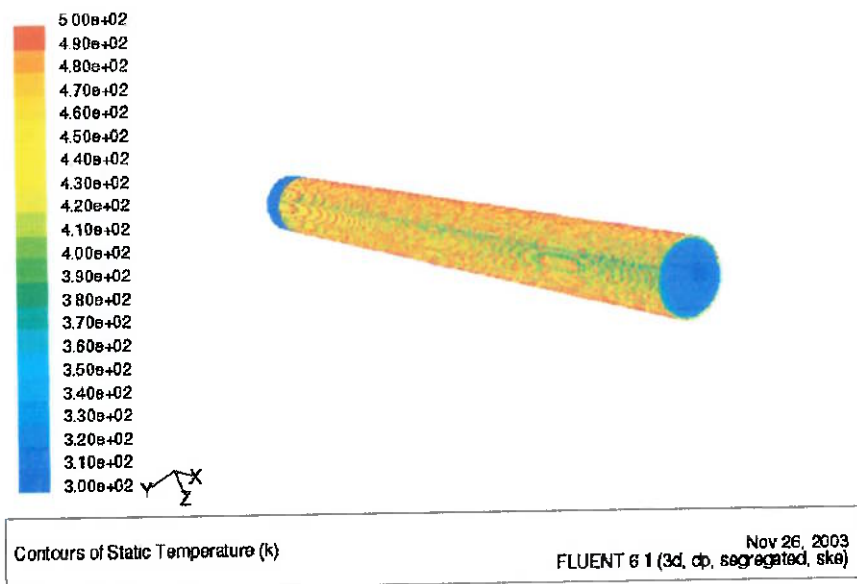


Figura 16.11 – Contornos de Temperatura (ângulo de visão invertido): A camada limite térmica é aumentada pelo swirl.

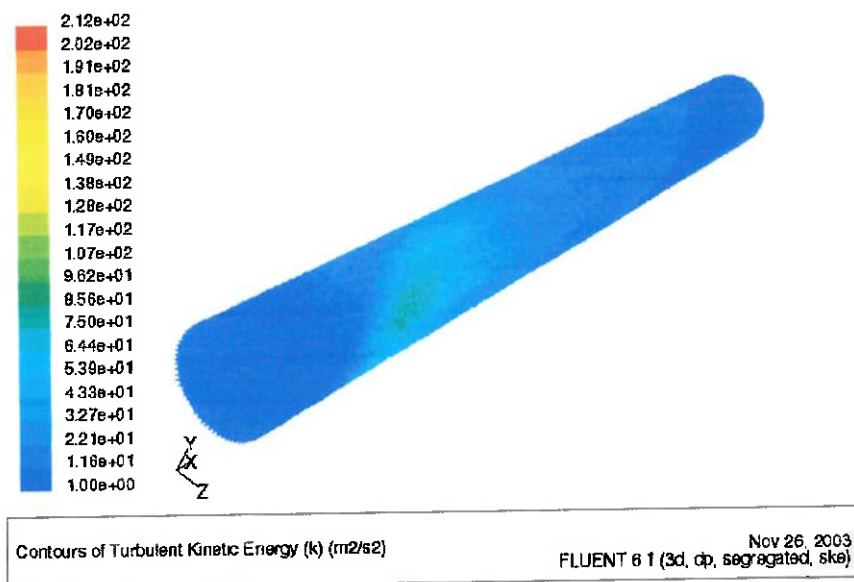


Figura 16.12 – Contornos de Energia Cinética Turbulenta

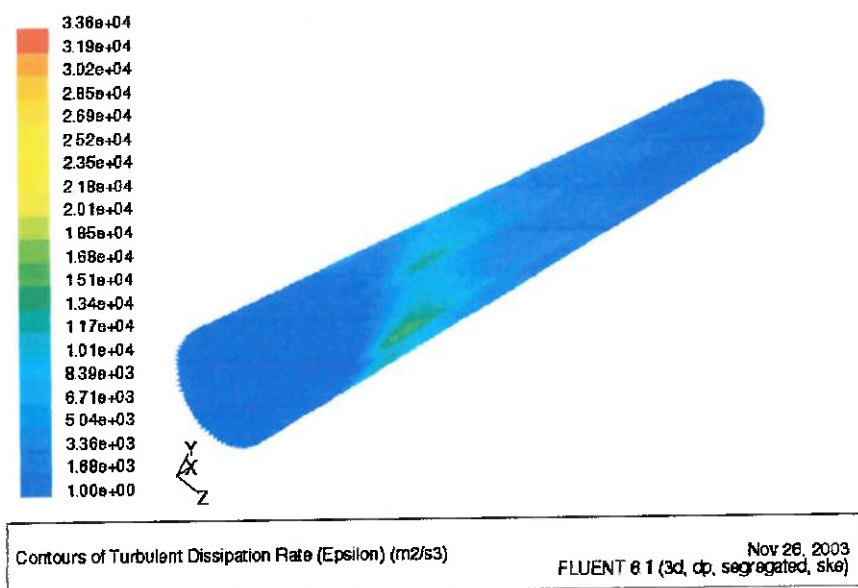


Figura 16.13 – Contornos de Dissipação Turbulenta

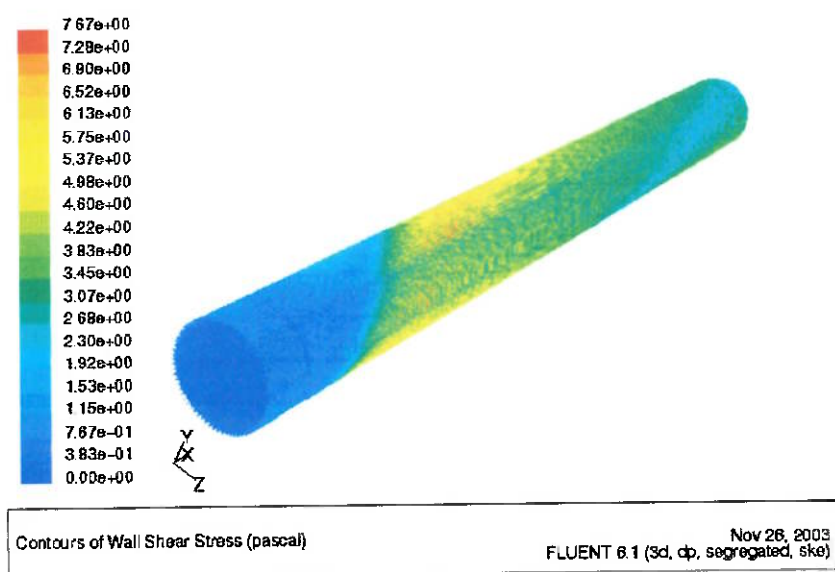


Figura 16.14 – Contornos de Tensão de Cisalhamento à parede

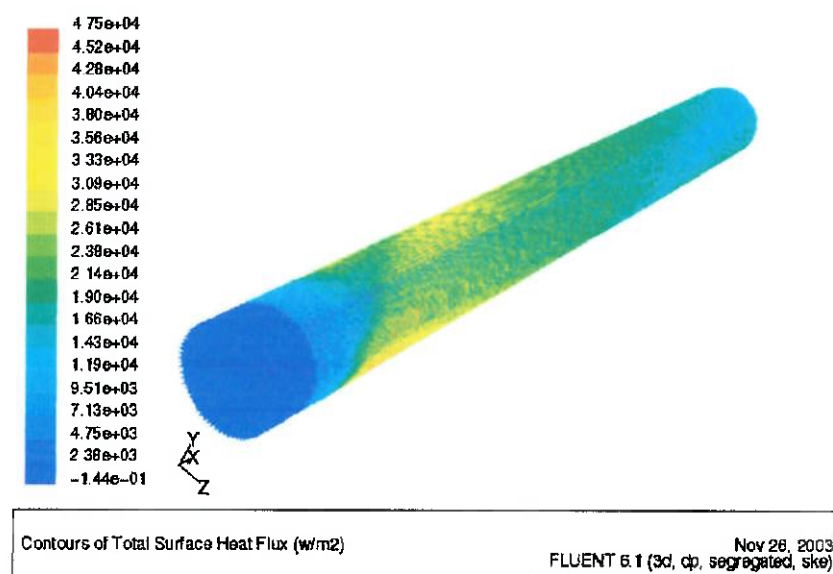


Figura 16.15 – Contorno de Troca Térmica à parede

16.3 Considerações quanto à transferência de calor

A cada simulação, foram coletados os dados de vazão no duto (em kg/s), a taxa de transferência de calor da parede do duto ao fluido (em W) e a força que a parede do duto exerce, resistindo ao escoamento (N). As tabelas 16.1 e 16.2 mostram ambos os casos abordados numa faixa de vazão de operação semelhantes.

Tabela 16.1 – Escoamento sem swirl

Simulações sem swirl (P=5000W)						
Omega	15	20	30	40	80	200
Força viscosa (N)	228.2654	179.9925	129.9846	103.4281	59.90255	29.73719
Fluxo de massa (kg/s)	64.70327	56.6933	47.44556	41.96488	31.58387	22.30894
Fluxo volumétrico (m3/s)	79.261506	69.44929	58.12081	51.40697	38.69024	27.32845
Transferência de calor (W)	1014910	905449.9	772114.6	689580.1	524286.3	365810

Tabela 16.2 – Escoamento com swirl

Simulações com swirl (P=5000W)						
Omega	2	5	10	15	20	40
Força viscosa (N)	499.72679	228.81706	127.27001	90.84855	71.82306	42.33957
Fluxo de massa (kg/s)	93.64077	60.1067	42.73266	35.15297	30.71531	22.81799
Fluxo volumétrico (m ³ /s)	114.70994	73.63071	52.34751	43.06239	37.62625	27.95204
Transferência de calor (W)	1428826	1012956	782417.3	674077.2	606948.5	476088.2

Adotando a vazão \dot{V} como parâmetro de referência, podemos plotar um gráfico $Q \times \dot{V}$ e um $N \times \dot{V}$.

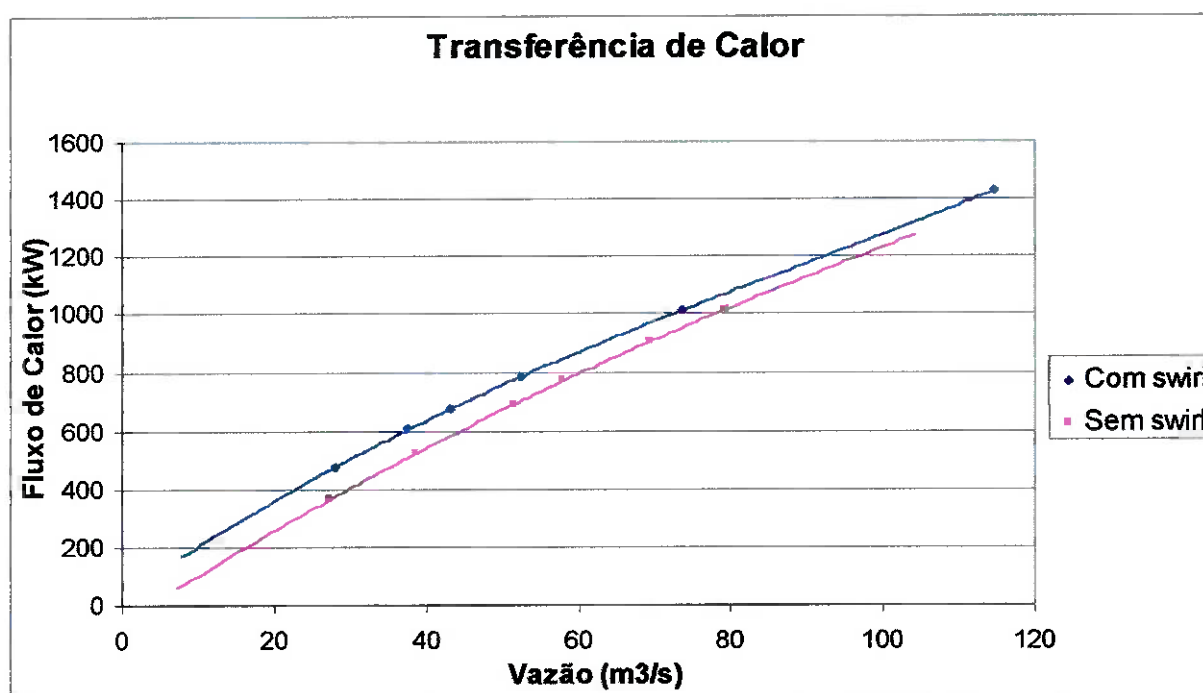


Figura 16.16 – Comparação dos modelos com e sem *swirl* na transferência de calor

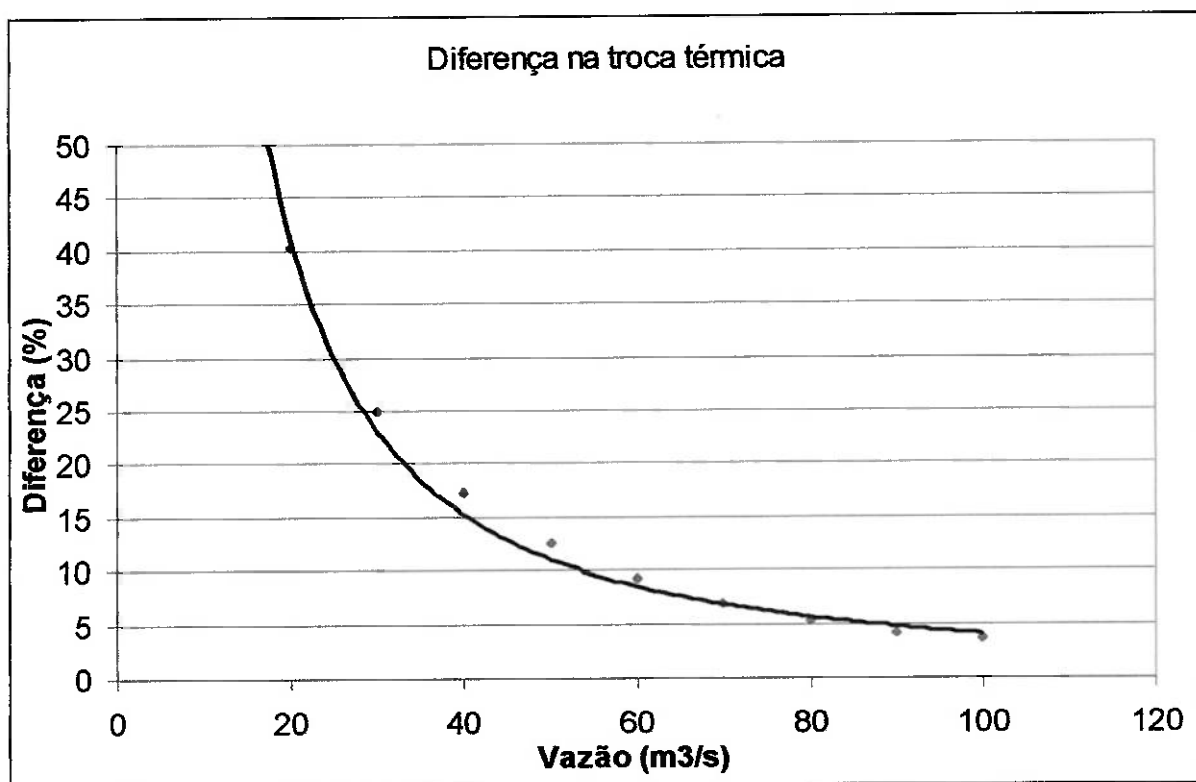


Figura 16.17 – Diferença dos modelos com e sem swirl na transferência de calor

Podemos observar pelas figuras 16.16 e 16.17 que o *swirl* aumenta a taxa de transferência de calor significativamente para baixas vazões, atingindo uma diferença de 40% a 20m³/s. A altas vazões, no entanto, o *swirl* demonstra pouco efeito na troca térmica, atingindo apenas 3,5% de diferença para uma vazão de 100m³/s, pois a vazões muito altas, o tempo de contato é reduzido de tal maneira que se tornará mais baixo do que o tempo de desenvolvimento do *swirl*. Ou seja, a razão entre a velocidade de *swirl* e a velocidade axial é reduzida com o aumento da vazão. Para simulações com vazões muito altas, recomenda-se alongar o comprimento do duto.

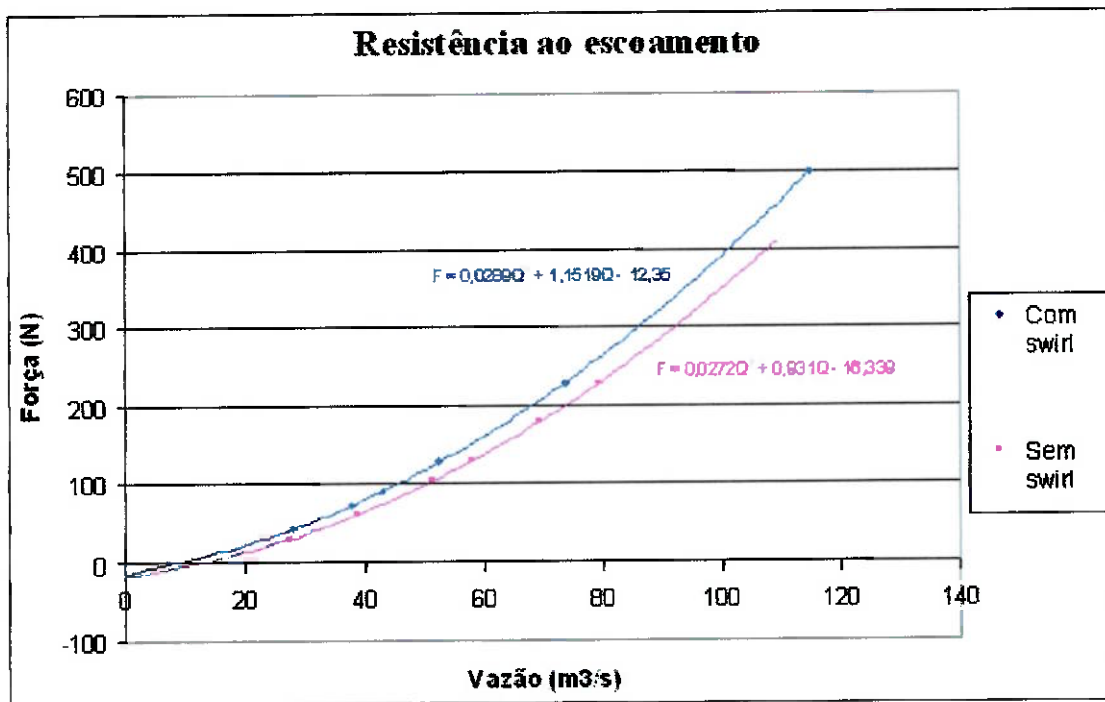


Figura 16.18 – Comparação dos modelos com e sem *swirl* quanto à resistência ao escoamento

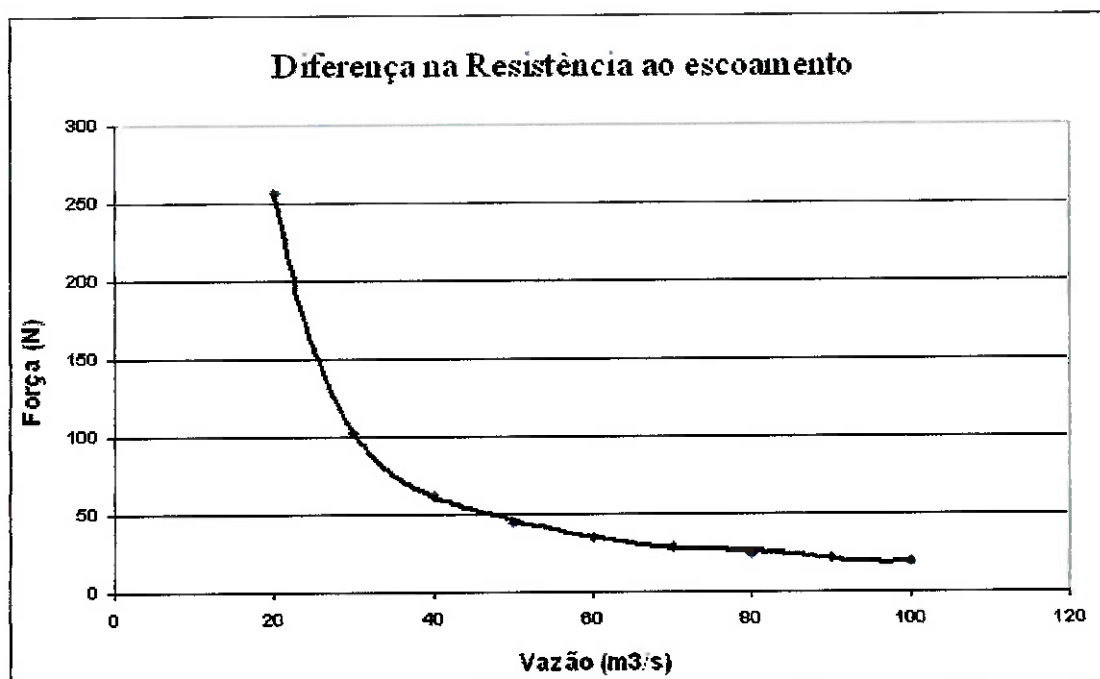


Figura 16.19 – Diferença dos modelos com e sem *swirl* quanto à resistência ao escoamento

Quanto à resistência ao escoamento (em newtons), verificamos pela figura 16.18 que ela se aproxima bastante da expressão $\Delta p = k.Q^2$, visto que a perda de carga distribuída depende diretamente da tensão de cisalhamento sofrida pelo escoamento devido ao atrito com a parede do duto. Dessa maneira, podemos obter, de forma aproximada, o coeficiente (f) de resistência ao escoamento, como sendo o fator que multiplica o quadrado da vazão e fazer uma comparação para os casos sem e com *swirl*.

$$f_{\text{sem swirl}} = 0,0272$$

$$f_{\text{com swirl}} = 0,0289$$

Como pudemos observar, o coeficiente de resistência ao escoamento do caso com *swirl* é maior do que o caso sem *swirl*. A diferença percentual (figura 16.19) entre os casos com e sem *swirl* diminui conforme aumentamos a vazão. Enquanto que a uma vazão de 20m³/s temos uma diferença de 257%, a uma vazão de 100m³/s temos uma diferença de somente 19,5%. Segundo o modelo $F=f.Q^2$, esta diferença deveria ser constante e igual a 6,25%. Esta discrepância ocorre principalmente devido a quatro motivos:

- A baixas vazões a incerteza de um parâmetro é comparável à sua magnitude. Logo a solução seria (ver próximo item) mais confiável a altas vazões, respeitando-se, certamente, as hipóteses adotadas, como a de fluido incompressível.
- A altas vazões o tempo de contato de uma partícula fluida e a parede do duto é muito baixo, como dito anteriormente. Assim, a razão entre a velocidade de *swirl* e a velocidade axial é reduzida com o aumento da vazão, reduzindo, em parte, a diferença de perda de carga nos dois casos.
- Foram utilizados modelos de interpolação de 1ª ordem, que trazem o inconveniente de adicionar um termo de difusão numérica. Isto torna a solução simulada diferente da solução real com erros de 1ª ordem.
- (Conseqüentemente) A equação reduzida dos resultados das simulações não está exatamente na forma $F = f.Q^2$.

Para otimizar a solução poderíamos atuar no segundo motivo, utilizando algoritmos de interpolação de 2ª ou 3ª ordem como os QUICK e PISO. Isso não foi abordado neste trabalho.

Se compararmos os valores absolutos de do gráfico da figura 16.18, diferentemente da transferência de calor em que a tendência dos dois casos é a de se estabilizarem linearmente no infinito, a resistência ao escoamento continua aumentando com o quadrado da vazão, o que significa que o *swirl* é um parâmetro muito importante de projeto a vazões altas.

17. Conclusão

Este trabalho mostrou que há alternativas viáveis de se simular modelos de ventiladores axiais, reduzindo o tempo, a mão-de-obra e custo da simulação, sem ter que gerar as geometrias e malhas móveis e complexas. Além disso, mostrou que podemos também dispensar as funções prontas de *softwares* comerciais que muitas vezes são tão abrangentes, que se torna inviável para um caso mais específico. Para tanto foi utilizado um *User-Defined Function*, que define uma sub-rotina na simulação sem ter que abrir mão da interface gráfica do *software* utilizado.

Os resultados, após serem analisados com muita cautela, são válidos para o tipo de ventilador, sistema e hipóteses adotados. A transferência de calor no interior do conduto foi, como esperada, aumentada com a inclusão do termo de velocidade do *swirl* devido à reversão da potência útil em velocidade radial e axial, ao invés de em pressão.

Os contornos de pressão estática revelaram que o salto de pressão será mais gradual conforme diminuimos o diâmetro do rotor do ventilador. Se considerarmos o *swirl*, entretanto, este salto de pressão será homogeneizado rapidamente. Da mesma maneira, pelos vetores velocidade, vemos que haverá uma velocidade axial maior no centro. Se considerarmos o *swirl* este campo de velocidades será homogeneizado

rapidamente também. Já quanto à temperatura, haverá uma ampliação da camada limite térmica com a inclusão do *swirl* devido à maior difusão radial e tangencial de massa de ar quente.

Futuros trabalhos poderão ser criados na área, o que pode abranger o UDF para geometrias mais complexas de rotores ou aplicações para qualquer turbomáquina em geral, incluindo também a formulação compressível e o termo de cisalhamento dos rotores em relação ao fluido. Algoritmos de interpolação mais sofisticados de erro de truncamento de ordem superior poderão ser utilizados também.

18. Bibliografia

- [1] MALISKA, C.R., “Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional”, ed. LTC, Rio de Janeiro, 1995.
- [2] PATANKAR, S.V., “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”, Hemisphere Publishing Co., 1980
- [3] ANDERSON, D.A., TANNERHILL, J. C. e PLETCHER, R. H, “ Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer”, Hemisphere Publ. Co, New York, 1984
- [4] JORGENSEN, Robert; “Fan Engineering: An Engineer’s Handbook On Fans and Their Applications”; 8th edition; Buffalo Forge Co., New York, 1983.
- [5] BERRY, C. Harold; “Flow and Fan – Principles of Moving Air through Ducts”; 2nd edition; The Industrial Press; New York, 1963.
- [6] WANG, H.; TSUKAMOTO, H.; “A new approach to the vortex method for determination of vorticity shedding from solid boundary”, Second International Conference on Vortex Methods, Istanbul, Turkey, 2001.
- [7] ZHU, B.; KANEMOTO, K; “Simulation of the unsteady interaction of a centrifugal impeller with its diffuser by an advanced vortex method”, First International Conference on Vortex Methods, Kobe, Japan, 1999.