

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

LUIS FELIPE DOS REIS FEITOSA

Determinação de um Polinômio para Representação das Perdas Magnéticas em
Aços Elétricos de Grão Não-Orientado Caracterizados em Várias Frequências
no Ensaio do Quadro de Epstein

São Carlos

2023

LUIS FELIPE DOS REIS FEITOSA

Determinação de um Polinômio para Representação das Perdas Magnéticas em
Aços Elétricos de Grão Não-Orientado Caracterizados em Várias Frequências
no Ensaio do Quadro de Epstein

Monografia apresentada ao Curso de
Engenharia Elétrica com Ênfase em Sistemas
de Energia e Automação, da Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, como parte dos requisitos para
obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Orientador: Prof. Dr. José Carlos de Melo
Vieira Júnior

VERSAO CORRIGIDA

São Carlos

2023

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

D311d dos Reis Feitosa, Luis Felipe
Determinação de um polinômio para
representação das perdas magnéticas em aços elétricos
de grão não-orientado caracterizados em várias
frequências no ensaio do quadro de Epstein / Luis
Felipe dos Reis Feitosa; orientador José Carlos de
Melo Vieira Júnior. São Carlos, 2023.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com
ênfase em Sistemas de Energia e Automação) -- Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2023.

1. Materiais ferromagnéticos. 2. Perdas
magnéticas. 3. Frequência elétrica. I. Título.

Eduardo Graziosi Silva - CRB - 8/8907

FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Luís Felipe dos Reis Feitosa

Título: "Determinação de um Polinômio para Representação das Perdas Magnéticas em Aços Elétricos de Grão Não-Orientado Caracterizados em Várias Frequências no Ensaio do Quadro de Epstein"

**Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado
em 18 / 12 / 2023,**

com NOTA 9,5 (nove, cinco), pela Comissão Julgadora:

**Prof. Associado José Carlos de Melo Vieira Júnior - Orientador -
SEL/EESC/USP**

Dr. Gustavo Gonçalves dos Santos - EESC/USP

Mestre Camila Souza Alves - Doutoranda EESC/USP

**Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:
Professor Associado José Carlos de Melo Vieira Júnior**

DEDICATÓRIA

*Dedico este Trabalho de Conclusão
de Curso aos meus amados pais,
Arlete Sousa dos Reis e José
Edinaldo Feitosa dos Santos. Suas
infindáveis demonstrações de amor,
apoio e paciência ao longo de
minha jornada acadêmica foram
essenciais para que eu chegasse a
este momento. Muito obrigado por
serem os pilares da minha vida e
por acreditarem em mim
incondicionalmente.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer minha família, que me apoiou durante toda a minha trajetória acadêmica em especial meus pais Arlete e José Edinaldo e meus irmãos Gabriela e Luis Gustavo.

À minha namorada Barbara Bonfim Leal, por todo apoio, carinho, referência e compreensão nos momentos mais difíceis da minha graduação.

Ao Engenheiro Silvio Dias Furtado por ser uma referência profissional, um grande amigo e um tutor em toda minha trajetória.

Aos meus amigos Leonardo Balula Fernandes, Guilherme Souza de Oliveira, Rafael Ricardo Oliveira de Oliveira, Renan Josué Silva de Matos, Leonardo Lucas Oliveira de Oliveira pela amizade que me motivou chegar até aqui.

À Tecumseh do Brasil ltda, por viabilizar esse trabalho durante o meu período de estágio remunerado e aos profissionais que me ajudaram a realizá-lo, em especial o Pesquisador Engenheiro Osmar Carlos Pinheiro Junior, sem sua ajuda não seria possível realizar esse trabalho.

A todos os moradores e ex-moradores da República Espírito de Porco, por compartilhar a experiência de viver com amigos durante a graduação.

Agradecer também a empresa UPDRAW Projetos e todos os seus colaboradores, em especial aos engenheiros Valdemir Sousa dos Reis, Gabriel Souza do Prado, Anderson Soares Silva e Clayderman Ferreira da Silva pela paciência, confiança e compreensão durante esse período de realização do trabalho de conclusão de curso.

RESUMO

FEITOSA, L.F.R. Determinação de um Polinômio para Representação das Perdas Magnéticas em Aços Elétricos de Grão Não-Orientado Caracterizados em Várias Frequências no Ensaio do Quadro de Epstein 2023. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

Materiais ferromagnéticos, com o passar dos anos, se tornaram um dos produtos mais importantes para o avanço tecnológico. No setor residencial, esses materiais são encontrados em pacotes de motores elétricos usados nos diversos aparelhos, como compressores e ventiladores. Já no setor industrial, motores de máquinas elétricas e geradores são aplicações que contêm no seu núcleo este material em específico. Com a evolução da eletrônica de potência, os motores têm sido atualizados para uso de ímãs permanentes e acionamento com velocidade variável. Isso resulta na alimentação dos motores em diversas frequências elétricas. Com isso, os projetos de motores elétricos buscam o uso de ferramentas computacionais para explorar o ponto ótimo da relação entre eficiências e custo do produto, desejando uma maior proximidade com os resultados práticos. A caracterização das propriedades magnéticas (perdas e curva BxH) dos aços elétricos é um fator essencial para melhorar a precisão dessas simulações, e ela é feita, na maior parte das empresas, pelo ensaio do quadro de Epstein. Geralmente, o levantamento das perdas magnéticas do aço elétrico é feito nas frequências de 50 e 60 Hz, e isso faz com que os resultados obtidos não demonstrem com precisão as perdas em frequências diferentes de excitação. Este trabalho tem como objetivo fazer a caracterização dos aços elétricos com diversas frequências de alimentação pelo ensaio de Epstein e determinar um polinômio que represente a curva de perdas magnéticas em função da indução magnética (B) e frequência elétrica, para melhorar a aproximação das perdas magnéticas de um motor de velocidade variável previamente simulado. Por meio da análise do quadro de Epstein e do estudo prévio das equações que definem as perdas no aço, utilizando também o método dos mínimos quadrados como ferramenta, foi possível aproximar o valor de três diferentes aços para fins elétricos, por meio de diferentes polinômios, sendo que um deles tem o menor erro quadrático médio.

Palavras-chave: Materiais ferromagnéticos. Perdas magnéticas. Frequência elétrica.

ABSTRACT

SOBRENOME, N. P. Determination of a Polynomial for Representing Magnetic Losses in Non-Oriented Grain Electrical Steels Characterized at Various Frequencies in the Epstein Frame Test. 2023. Monograph (Undergraduate Thesis) - School of Engineering at São Carlos, University of São Paulo, São Carlos, 2023.

Ferromagnetic materials, over the years, have become one of the most crucial components for technological advancement. In the residential sector, these materials are commonly found in electric motor assemblies across various appliances such as compressors and fans. In the industrial sector, electric machine motors and compensating generators are applications that contain this specific material in their cores. With the evolution of power electronics, motors have been updated to utilize permanent magnets and variable-speed drives. This results in powering the motors at various electrical frequencies. As a result, electric motor designs seek the use of computational tools to explore the optimal balance between efficiency and product cost, aiming for the closest alignment with practical results. Characterizing the magnetic properties (losses and BxH curve) of electrical steels is essential to enhance the accuracy of these simulations. This is predominantly achieved by most companies through the Epstein frame test. Typically, magnetic loss assessments for electrical steel are conducted at frequencies of 50 and 60 Hz, limiting the precision of results for frequencies other than the excitation frequencies. The objective of this work is to characterize electrical steels using various feeding frequencies via the Epstein test and establish a polynomial representing the magnetic loss curve based on magnetic induction (B) and electrical frequency. This is done to improve the approximation of magnetic losses in a previously simulated variable-speed motor. Through Epstein frame analysis and prior study of equations defining steel losses, employing the least squares method as a tool, it was possible to approximate the value of three different steels for electrical purposes using different polynomials, with one exhibiting the lowest mean square error.

Keywords: Ferromagnetic materials. Magnetic losses. Electrical frequency.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	14
1.1 Justificativa e motivação.....	14
1.2 Objetivos.....	15
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	16
2.1 Equações de Maxwell	16
2.1.1 Lei de Gauss para o Campo Elétrico.....	17
2.1.2 Lei de Gauss para o Campo Magnético	17
2.1.3. Lei de Faraday da Indução Eletromagnética.....	17
2.1.4 Lei de Ampère-Maxwell.....	18
2.2 Análise do quadro de Epstein	19
2.3 Método dos mínimos quadrados para aproximação de uma curva	23
2.3.1 Representação Matricial.....	23
2.3.2 Minimizando a Função de Erro.....	24
2.3.3 Solução do Sistema de Equações Normais	24
2.4 Equações que aproximam as Perdas Magnéticas de uma equação dependente da frequência de excitação.....	25
2.4.1 Equação de Steinmetz	25
2.4.2 Equação de Bertotti	26
2.4.3 Equação CAL2.....	28
2.4.4 Equação VARCO	28
3 METODOLOGIA DE ARRANJO EXPERIMENTAL E ANÁLISE.....	29
3.1 Revisão da Literatura e Seleção de Modelos	29
3.2 Coleta de Amostras e Preparação	29
3.3 Análise dos Dados Experimentais	30
3.4 Determinação dos Exponentes das Variáveis	30
3.5 Comparação dos Modelos e Avaliação do Ajuste	30
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	31
4.1 Comparação dos Modelos e Avaliação do Ajuste	31
4.2 Aproximação da curva de perdas no núcleo eletromagnético de diferentes fornecedores de aços magnéticos por diferentes equações.....	33
4.2.1 Equações calculadas para o Fornecedor de aço A	34

4.2.1.1 Equação de Steinmetz	34
4.2.1.2 Equação de Bertotti.....	35
O gráfico dos resultados da equação de Bertotti em relação a análise do quadro de Epstein do Aço A está apresentado na Figura 8:	35
4.2.1.3 CAL2.....	36
4.2.1.4 VARCO.....	37
4.2.2 Equações calculadas para o Fornecedor de aço B	38
4.2.2.1 Equação de Steinmetz	38
4.2.2.2 Equação de Bertotti.....	39
4.2.2.3 CAL2.....	40
4.2.2.4 VARCO.....	41
4.2.3 Equações calculadas para o Fornecedor de aço C	42
4.2.3.1 Equação de Steinmetz	43
4.2.3.2 Equação de Bertotti.....	44
4.2.3.3 CAL2.....	45
4.2.3.4 VARCO.....	46
5 CONCLUSÃO	48
5.1 RECOMENDAÇÃO PARA TRABALHOS FUTUROS	48
REFERÊNCIAS	49
Apêndice A – RESULTADOS DA ANÁLISE DO QUADRO DE EPSTEIN.....	50

1 INTRODUÇÃO

A exigência por dispositivos eletromagnéticos com níveis de eficiência cada vez maiores e com dimensões reduzidas tem sido objeto de estudo ao longo dos últimos anos. No setor residencial, o consumo do sistema de refrigeração representa cerca de 30% do consumo total de energia (FEDRIGO, 2009), sendo o motor elétrico o responsável por uma parcela representativa do custo total de consumo e do desempenho do refrigerador.

A evolução e a introdução da eletrônica de potência para acionamento dos motores permitiram melhorar ainda mais os níveis de eficiência obtidos, principalmente pela variação da frequência de acionamento permitindo a variação de velocidade dos motores. Normalmente é utilizada uma faixa de frequências de acionamento além das fundamentais disponíveis na rede (50 Hz e 60 Hz). A estimativa do impacto desse tipo de acionamento no desempenho dos motores ainda é objeto de estudo da comunidade científica.

Para minimizar os custos de um projeto de motor e reduzir o tempo de seu desenvolvimento utiliza-se a simulação eletromagnética aplicada nos motores elétricos. Uma das parcelas de perda nos motores elétricos é a perda no ferro. Para estimativa desta perda, são empregados modelos que descrevem as perdas em função da densidade de fluxo magnético, frequências e outras características do material.

Este trabalho visa estudar/revisar o modelo que descreve as perdas no aço elétrico que é utilização na simulação dos motores elétricos como forma de adicionar o efeito da operação em frequência estendida nesses dispositivos.

1.1 Justificativa e motivação

A simulação de motores elétricos de ímã permanente, com velocidade variável, possibilitou a economia de muitos recursos industriais para a prototipagem de projetos de motores que possivelmente não teriam como resultado uma eficiência esperada. Com isso, ainda é necessário ser inserido no analisador de potência as características elétricas e mecânicas do material que será utilizado nesse motor. Para levantar os dados elétricos, é necessário, no caso do aço elétrico, a caracterização das propriedades magnéticas (perdas e curva BxH), as quais foram realizadas neste trabalho, pelo ensaio do quadro de Epstein.

O ensaio Epstein é um dos métodos mais utilizados para caracterização dos materiais ferromagnéticos e com grande aplicação na área de desenvolvimento de motores (AKINAGA, 2019). Apesar de fornecer uma boa representação das perdas no núcleo e da permeabilidade

relativa do material (através da curva BxH), para avaliação em frequências além daquelas para as quais material foi caracterizado, deve-se avaliar a aderência do modelo matemático escolhido.

Com a crescente demanda por dispositivos de alta eficiência e o aumento da competitividade no mercado, ferramentas computacionais mais precisas e eficientes são muito atrativas para a rotina de projetos de uma empresa. A elaboração deste trabalho surgiu como uma solução para um desafio de engenharia na área de desenvolvimento de motores de velocidade variável. Ao simular um motor desse tipo por meio de *softwares* que empregam métodos de elementos finitos, observou-se que as perdas no núcleo ferromagnético não correspondiam ao modelo do material obtido pela análise de Epstein a uma frequência de 60 Hz.

1.2 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo descrever as perdas do núcleo ferromagnético utilizando um modelo de aproximação polinomial obtido por ensaios experimentais realizados em uma faixa de frequência ampliada, em relação ao que é usado atualmente. Este modelo será comparado com outros métodos clássicos da literatura. Por fim, o processo de obtenção dos coeficientes do polinômio será aplicado e avaliado em mais dois grupos de aço.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo desempenha um papel central na exploração de três áreas fundamentais da engenharia elétrica: as equações de Maxwell, o método dos mínimos quadrados para a aproximação de curvas e a análise do quadro de Epstein para a avaliação das perdas magnéticas em aços direcionados para aplicações. Cada um desses elementos desempenha um papel crucial na compreensão e aprimoramento do desempenho de sistemas e dispositivos elétricos.

Primeiramente, serão abordadas as equações de Maxwell, que são o alicerce da teoria eletromagnética. Essas equações, formuladas por James Clerk Maxwell, descrevem como campos elétricos e magnéticos interagem e se propagam no espaço, fornecendo as bases teóricas para a eletricidade e o magnetismo. Ao revisitar essas equações, será estabelecido uma sólida fundação para compreender os fenômenos eletromagnéticos em nosso contexto de pesquisa.

Em seguida, será abordado a análise do quadro de Epstein, um procedimento experimental vital para medir as perdas magnéticas em materiais ferromagnéticos, especialmente aços elétricos. Compreender o funcionamento desse ensaio e suas implicações é essencial para a investigação de materiais utilizados em aplicações elétricas.

Por fim, será explorado o método dos mínimos quadrados, uma técnica matemática fundamental para a aproximação dos coeficientes de curvas. Essa metodologia desempenha um papel crítico em nossa análise, permitindo-nos encontrar uma representação precisa das curvas de perdas magnéticas em aços elétricos, facilitando a otimização de sistemas elétricos e eletrônicos.

2.1 Equações de Maxwell

As equações eletromagnéticas de Maxwell são um conjunto fundamental de princípios que descrevem o comportamento dos campos elétricos e magnéticos no universo. Estas equações, formuladas por James Clerk Maxwell no século XIX, são de extrema importância para a engenharia elétrica e eletrônica, servindo como pilares centrais para o entendimento e desenvolvimento de sistemas e dispositivos eletromagnéticos. Neste capítulo, serão analisadas as quatro equações fundamentais de Maxwell na forma diferencial, que descrevem as variações locais dos campos elétricos e magnéticos em relação ao espaço e ao tempo.

2.1.1 Lei de Gauss para o Campo Elétrico

A primeira equação, conhecida como a Lei de Gauss para o Campo Elétrico, é expressa como:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.1)$$

Esta equação descreve como o campo elétrico \vec{E} é influenciado pela distribuição de carga elétrica ρ . O primeiro membro da equação 2.1, $\nabla \cdot \vec{E}$, representa a divergência do campo elétrico, que indica como as linhas de campo elétrico se originam ou convergem em um ponto. O segundo membro, $\frac{\rho}{\epsilon_0}$, representa a densidade de carga elétrica dividida pela permissividade do vácuo ϵ_0 , relacionando a carga à distribuição do campo elétrico. (SADIKU, 2004).

2.1.2 Lei de Gauss para o Campo Magnético

É a segunda equação, a Lei de Gauss para o Campo Magnético, é expressa por:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

Essa equação estabelece que não existem monopólos magnéticos, ou seja, não há fontes ou sumidouros de campo magnético isolados. A divergência do campo magnético \vec{B} é sempre zero, o que significa que as linhas de campo magnético formam circuitos fechados, não tendo início nem fim (SADIKU, 2004).

2.1.3. Lei de Faraday da Indução Eletromagnética

A terceira equação, a Lei de Faraday da Indução Eletromagnética, é expressa por:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

Essa equação descreve como uma variação no campo magnético \vec{B} gera um campo elétrico induzido \vec{E} . O lado esquerdo da equação, $\nabla \times \vec{E}$, representa o rotacional do campo elétrico, que indica a tendência do campo elétrico de formar circuitos fechados em torno de regiões de variação do campo magnético. O lado direito da equação, $-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, representa a taxa de

variação temporal do campo magnético, mostrando como a variação temporal do campo magnético gera um campo elétrico induzido (SADIKU, 2004).

2.1.4 Lei de Ampère-Maxwell

A quarta equação, a Lei de Ampère-Maxwell, é expressa por:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial \tau} \quad (2.4)$$

Essa equação relaciona o rotacional do campo magnético \vec{B} com a densidade de corrente elétrica \vec{J} e a taxa de variação temporal do campo elétrico \vec{E} . A primeira parte do lado direito, $\mu_0 \vec{J}$, indica como as correntes elétricas são fontes de campo magnético. A segunda parte, $\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial \tau}$, mostra como a variação temporal do campo elétrico também gera um campo magnético (SADIKU, 2004).

As grandezas presentes nas equações de Maxwell estão interconectadas por meio das chamadas relações constitutivas. Essas relações são fundamentais para descrever como as grandezas elétricas e magnéticas se influenciam mutuamente, considerando as características específicas dos materiais ou meios em que essas grandezas estão presentes. (SADIKU, 2004).

As relações constitutivas são essencialmente equações que descrevem como as propriedades elétricas e magnéticas dos materiais afetam a resposta dos campos elétricos e magnéticos. Em outras palavras, elas permitem entender como um material específico modifica ou responde aos campos elétricos e magnéticos que atuam sobre ele.

Por exemplo, a permissividade elétrica (ϵ) é uma das propriedades dos materiais que descreve como um material reage ao campo elétrico. Ela está relacionada com a Lei de Gauss para o Campo Elétrico e determina como a densidade de carga elétrica afeta a distribuição do campo elétrico em um meio (SADIKU, 2004).

Da mesma forma, a permeabilidade magnética (μ) é outra propriedade que descreve como um material influencia o campo magnético. Ela está relacionada com a Lei de Ampère-Maxwell e determina como a densidade de corrente elétrica e as mudanças temporais nos campos elétricos afetam o campo magnético em um meio (SADIKU, 2004).

Essas relações constitutivas são importantes para a modelagem e análise de sistemas eletromagnéticos, pois permitem que engenheiros e cientistas considerem as propriedades específicas dos materiais em suas aplicações. O presente trabalho focará nas seguintes relações, assumindo linearidade, isotropia e homogeneidade do material:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2.6)$$

pois essas têm impacto direto no rendimento dos aços para fins elétricos.

2.2 Análise do quadro de Epstein

A engenharia elétrica é uma área essencial que molda nossa sociedade moderna. Na busca incessante por eficiência e otimização em sistemas elétricos e eletrônicos, a compreensão e a medição das perdas magnéticas em materiais ferromagnéticos desempenham um papel crítico. Esta seção se concentra na análise do Quadro de Epstein, uma técnica instrumental que se tornou indispensável para determinar as perdas magnéticas em aços de alta qualidade usados em transformadores, motores elétricos e diversos outros dispositivos eletromagnéticos.

O quadro de Epstein, também conhecido como Medidor de Perdas Magnéticas de Epstein, é um dispositivo engenhoso projetado para quantificar e compreender as perdas magnéticas em materiais ferromagnéticos, como o aço para fins elétricos. Ele consiste em um núcleo laminado contendo várias amostras do material em análise. Duas bobinas independentes são enroladas nas amostras, uma para criar um campo magnético alternado e outra para medir a tensão induzida conforme ilustrado a Figura 1.

Figura 1: Quadro de Epstein



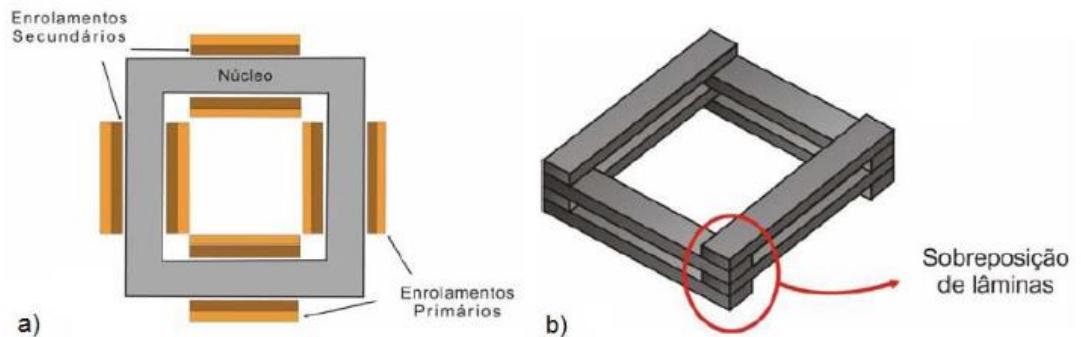
Fonte: (PEREIRA JUNIOR, 2011).

O princípio de funcionamento do Quadro de Epstein é baseado na análise das diferenças entre as tensões aplicadas e as tensões induzidas nas bobinas. Quando uma amostra é submetida a um campo magnético alternado, as perdas magnéticas na amostra resultam em uma diferença de fase entre a corrente e a tensão induzida. Essa diferença de fase émeticamente medida e usada para calcular as perdas magnéticas com alta precisão.

O emprego do Quadro de Epstein é relevante na avaliação de uma ampla variedade de produtos laminados planos de aço concebidos para aplicações elétricas. No Brasil, esse procedimento é padronizado e regulamentado pela Associação Brasileira de Normas Técnicas, conforme estipulado na norma NBR 5161(Produtos Laminados Planos de Aço para Fins Elétricos, 1996). A seguir, será fornecido uma explicação detalhada sobre como esse processo funciona, seus componentes essenciais e a importância desse método na caracterização precisa de materiais magnéticos.

O Quadro de Epstein é composto por dois enrolamentos fundamentais: o enrolamento primário (N1) e o enrolamento secundário (N2). Ambos os enrolamentos consistem em quatro bobinas interligadas em série, conforme mostra a Figura 2.b), uma configuração intrincada, porém crucial, para a precisão do teste (SILVA JUNIOR, 2007).

Figura 2: Quadro de Epstein. a) vista superior; b) vista lateral com disposição das lâminas.



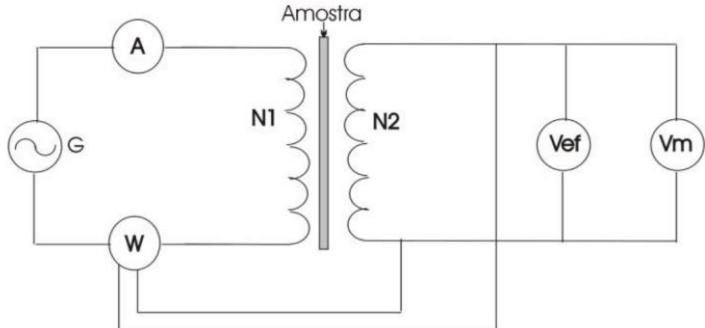
Fonte: Silva Jr. (2007)

O ensaio de perdas magnéticas é conduzido por meio de um sistema de medição meticulosamente projetado. Esse sistema compreende um gerador de tensão senoidal (G) e um amperímetro de valor eficaz (A) que estão estrategicamente conectados em série ao enrolamento primário de acordo com a Figura 3. Essa disposição permite a aplicação controlada de um campo magnético alternado nas amostras de aço em teste, o que é essencial para a obtenção de resultados precisos.

Além disso, para uma análise aprofundada e completa, dois voltímetros são empregados em conjunto com o enrolamento secundário. Um voltímetro de valor médio (V_m) e um voltímetro de valor eficaz (V_{ef}) são conectados em paralelo ao enrolamento secundário. Por meio desses instrumentos, é possível analisar com detalhes a distorção da indução magnética e compreender como as perdas magnéticas variam em relação à frequência e à amplitude do campo magnético aplicado.

Adicionalmente, para garantir a exatidão das medições, um wattímetro é empregado para quantificar as potências ativas resultantes da corrente no enrolamento primário e da tensão no enrolamento secundário. Isso é importante, pois permite a eliminação da parcela de potência dissipada devido ao efeito Joule no enrolamento primário, garantindo que as medições sejam verdadeiramente representativas das perdas magnéticas no material em análise.

Figura 3: Esquemático do quadro de Epstein



Fonte: PRODUTOS LAMINADOS PLANOS DE AÇO PARA FINS ELÉTRICOS, 1996.

A corrente i_p no primário do transformador de Epstein é a imagem do campo magnético H . Como é conhecido o número de espiras N_1 e o caminho magnético médio l_m , pode-se calcular o campo magnético a partir da equação (2.7). O valor do caminho magnético médio é estimado com certo grau de incerteza, porém como esse valor é padronizado, este erro é sistematicamente cometido por todos os usuários. A integral da tensão do secundário do Epstein é a imagem da indução magnética B . Como são conhecidos os valores do número de espiras N_2 e a área S da bobina pode-se calcular a indução a partir da equação (2.8) (SILVA JÚNIOR, 2007).

$$H(t) = \frac{N_1}{l_m} \cdot i_p(t) \quad [A/m] \quad (2.7)$$

$$B(t) = \frac{1}{N_2 S} \int V_s(t) dt \quad [T] \quad (2.8)$$

Conforme NBR 5161 devem ser usadas no mínimo 12 lâminas de aço silício para a análise. A montagem da bancada para realizar a análise do quadro de Epstein consiste na sobreposição das lâminas, conforme a Figura 2b, que devem ser inseridas duas (uma no enrolamento primário e outra no secundário de forma que elas fiquem paralelas) de cada vez, e depois alternando para o sentido perpendicular das primeiras duas lâminas, repetidamente, até preencher o quadro com o total de lâminas.

Atualmente, o teste de Epstein é o principal método de avaliação de perdas em aços elétricos. Com a variação da indução magnética e fixação da frequência é possível avaliar se o aço terá um comportamento satisfatório após a montagem em motores. (LANDGRAF, 2002)

2.3 Método dos mínimos quadrados para aproximação de uma curva

O Método dos Mínimos Quadrados é uma ferramenta fundamental na análise de dados e na modelagem matemática. Ele permite encontrar uma aproximação de coeficientes de um polinômio que se ajusta aos dados observados de forma ótima, mesmo quando não há um ajuste exato. Isso é particularmente valioso quando se lida com dados ruidosos ou experimentais que não podem ser modelados exatamente por uma única equação polinomial. Neste capítulo, será apresentado o Método dos Mínimos Quadrados, utilizando uma representação matricial para uma compreensão mais aprofundada. (BURDEN, 2003).

2.3.1 Representação Matricial

Para começar, considere o modelo geral de um polinômio de grau n , onde " a " representa o valor do coeficiente da curva:

$$y(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n \quad (2.9)$$

Agora, para tornar o método mais eficiente e elegante, serão apresentados os dados de entrada e saída em forma de matrizes. Suponha um conjunto de N pontos de dados, onde as observações de entrada são representadas por um vetor de coluna X e as saídas correspondentes são representadas por um vetor de coluna Y :

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^n \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_N & x_N^2 & \cdots & x_N^n \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Aqui, a primeira coluna de X é uma coluna de valores unitários para representar o termo constante (a_0) no modelo do polinômio (BURDEN, 2003).

2.3.2 Minimizando a Função de Erro

A chave para o Método dos Mínimos Quadrados é minimizar a função de erro, que é definida como a soma dos quadrados das diferenças entre os valores previstos e os valores reais. No modelo apresentado, essa função de erro é dada por:

$$E(a_0, a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^N (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2 - \dots - a_n x_i)^2 \quad (2.11)$$

Uma maneira mais concisa de representar (2.11) usando notação matricial:

$$E(a) = \|Y - Xa\|^2 \quad (2.12)$$

Em que, “a” é um vetor coluna que contém os coeficientes do polinômio que se deseja obter.

2.3.3 Solução do Sistema de Equações Normais

Para encontrar os coeficientes “a” que minimizam $E(a)$, é utilizado o cálculo multivariado e álgebra linear. Inicialmente é calculado o gradiente de $E(a)$ em relação a “a” e igualando-o a zero:

$$\nabla E(a) = -2X^T(Y - Xa) = 0 \quad (2.13)$$

Resolvendo esta equação para “a”, é obtido a solução dos mínimos quadrados:

$$a = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (2.14)$$

Esta é a fórmula que fornece os coeficientes do polinômio que melhor se ajusta aos dados, minimizando a soma dos quadrados das diferenças. O termo $(X^T X)^{-1}$ representa a matriz inversa do produto entre a matriz de entrada X transposta e X, enquanto $X^T Y$ é o produto entre a matriz de entrada X transposta e o vetor de saída Y (BURDEN, 2003).

É interessante notar que a solução dos mínimos quadrados também pode ser interpretada geometricamente. Os coeficientes “a” que minimizam $E(a)$ correspondem aos coeficientes do polinômio que define a "melhor" curva (no sentido de mínimos quadrados) que se ajusta aos

pontos de dados em um espaço multidimensional. O vetor de resíduos $Y - X\alpha$ perpendicular ao espaço de coluna de X, o que significa que ele está no espaço nulo de X. Isso resulta em uma interpretação geométrica interessante do método (BURDEN, 2003).

O Método dos Mínimos Quadrados com matrizes é amplamente utilizado em diversas áreas, incluindo ciência, engenharia, estatística e economia. Ele é aplicado para ajustar modelos a dados experimentais, realizar análises de regressão, encontrar tendências em séries temporais e dentre outras aplicações. A capacidade de trabalhar com dados imperfeitos ou ruidosos torna essa técnica valiosa em situações do mundo real. O presente trabalho utilizou do método para a aproximação de um polinômio já conhecido na literatura para caracterizar as perdas em aços elétricos.

2.4 Equações que aproximam as Perdas Magnéticas de uma equação dependente da frequência de excitação

No campo da engenharia elétrica, compreender e minimizar as perdas de energia é fundamental para o projeto eficiente de transformadores, motores elétricos e outros dispositivos elétricos. As perdas no núcleo são uma parte significativa dessas perdas totais e têm um impacto direto na eficiência energética dos sistemas elétricos. Nesta seção, será apresentado a equação de perdas no núcleo eletromagnético proposta por Steinmetz e Bertotti, e os modelos CAL2 e VARCO.

2.4.1 Equação de Steinmetz

Quando uma corrente alternada (CA) flui através do núcleo do material ferromagnético, eles experimentam perdas de energia devido à histerese magnética e às correntes parasitas, também conhecidas como perdas de Foucault (STEINMETZ, 1892).

A histerese magnética ocorre porque os materiais ferromagnéticos, como o ferrosilício comumente usados em núcleos, têm a capacidade de manter parte do magnetismo mesmo após o campo magnético ser revertido. Isso resulta em uma dissipação de energia sob a forma de calor toda vez que o campo magnético é alternado. A equação de Steinmetz para perdas de histerese é dada por:

$$P_h = k_h \cdot f \cdot B_{pk}^n \quad (2.15)$$

onde:

P_h é a potência perdida devido à histerese (watts).

k_h é uma constante dependente do material.

f é a frequência da corrente alternada (Hz).

B_{pk} é a densidade de fluxo magnético máximo (tesla).

n é o expoente que representa $a + b \cdot B_{pk}$ e é definido no intervalo de 1,5 a 2,5.

As perdas de Foucault ocorrem devido à indução de correntes elétricas no núcleo quando ele é exposto a um campo magnético variável. Essas correntes circulam no material do núcleo e dissipam energia na forma de calor. A equação de Steinmetz para perdas de Foucault é dada por:

$$P_f = k_f \cdot f^2 \cdot B_{pk}^2 \quad (2.16)$$

onde:

P_f é a potência perdida devido às perdas de Foucault (Watts).

k_f é uma constante dependente do material.

Logo, a equação de Steinmetz que define as perdas eletromagnéticas em um material ferromagnético é (STEINMETZ, 1892):

$$P_s = P_h + P_f = k_h \cdot f \cdot B_{pk}^n + k_f \cdot f^2 \cdot B_{pk}^2 \quad (2.17)$$

2.4.2 Equação de Bertotti

As perdas magnéticas de Bertotti podem ser compreendidas em três componentes principais: perdas por histerese, perdas clássicas e perdas por excesso. As perdas por histerese, de acordo com Bertotti, são caracterizadas pela seguinte equação:

$$P_h = k_h \cdot f \cdot B_{pk}^2 \quad (2.18)$$

onde:

P_h é a potência perdida devido à histerese (Watts).

k_h é uma constante dependente do material.

f é a frequência da corrente alternada (Hz).

B_{pk} é a densidade de fluxo magnético máximo (Tesla).

As perdas clássicas são determinadas pela condutividade elétrica e pela espessura da amostra e são expressas pela equação (BERTOTTI, 1988):

$$P_c = \frac{\pi^2 \sigma d^2}{6} (B_{pk} \cdot f)^2 \quad (2.19)$$

P_c é a potência perdida devido às perdas clássicas (Watts).

σ é a condutividade elétrica do material. (S/m)

d é a espessura da amostra (metros).

Diferentemente da abordagem de Steinmetz, Bertotti introduz um componente adicional de perdas por excesso, que ocorrem quando o material magnético não segue perfeitamente a mudança no campo magnético aplicado, resultando em uma dissipação de energia na forma de calor durante cada ciclo de magnetização e desmagnetização, e é descrita pela equação:

$$P_{ex} = k_e (B_{pk} \cdot f)^{3/2} \cdot 8,67 \quad (2.20)$$

P_{ex} é a potência perdida devido às perdas por excesso (Watts).

k_e é uma constante dependente do material.

A equação de Bertotti para calcular as perdas magnéticas totais no núcleo magnético é dada por (BERTOTTI, 1988):

$$P_s = P_h + P_c + P_{ex} = k_h \cdot f \cdot B_{pk}^2 + \frac{\pi^2 \sigma d^2}{6} (B_{pk} \cdot f)^2 + k_e (B_{pk} \cdot f)^{3/2} \cdot 8,67 \quad (2.21)$$

Essa equação unificada permite estimar e compreender as perdas magnéticas totais em um núcleo magnético, considerando as contribuições das perdas de histerese, perdas clássicas e perdas por excesso, fornecendo uma visão abrangente das perdas em sistemas elétricos que envolvem materiais ferromagnéticos (BERTOTTI, 1988).

2.4.3 Equação CAL2

A equação CAL2 representa uma fórmula avançada, desenvolvida com o propósito de modelar e calcular as perdas magnéticas em núcleos eletromagnéticos. Ela é uma adaptação do modelo de Bertotti, conforme apresentado por Akinaga em seu trabalho de 2019 (AKINAGA, 2019). Esta abordagem se destaca por sua eficácia na análise das perdas que ocorrem em lâminas finas, onde considerações cruciais incluem correntes parasitas e histerese magnética.

No contexto desse modelo, as perdas no ferro são quantificadas em [W/kg], com um coeficiente de perdas estabelecido como igual a 2. Adicionalmente, essa metodologia envolve a determinação de dois coeficientes fundamentais, a saber, $k_h(B)$ e $k_e(B)$. Notavelmente, cada um desses coeficientes é descrito por meio de um polinômio de terceira ordem conforme as equações 2.22 e 2.23. (AKINAGA, 2019)

$$k_h(f, B) = k_{h3}B^3 + k_{h2}B^2 + k_{h1}B^1 + k_{h1} \quad (2.22)$$

$$k_e(f, B) = k_{e3}B^3 + k_{e2}B^2 + k_{e1}B^1 + k_{e1} \quad (2.23)$$

No domínio da frequência, considerando ambos os coeficientes variáveis, o modelo é descrito pela equação (2.24)

$$P_{CAL2} = k_h(f, B)fB^2 + k_e(f, B)f^2B^2 \quad (2.24)$$

2.4.4 Equação VARCO

O modelo de VARCO representa um caso específico do modelo de Bertotti, no qual são utilizados coeficientes constantes, nomeadamente k_h , k_e , k_a e n , para calcular as perdas magnéticas. Essa estimativa é descrita pela seguinte equação:

$$P_{VARCO} = k_h \cdot f \cdot B_{pk}^n + k_e \cdot f^2 \cdot B_{pk}^2 + k_a \cdot f^{1,5} \cdot B_{pk}^{1,5} \quad (2.25)$$

Nesta equação, o primeiro termo está associado às perdas de histerese, o segundo termo diz respeito às perdas por correntes parasitas de Foucault, e o último termo corresponde às perdas anômalas.

3 METODOLOGIA DE ARRANJO EXPERIMENTAL E ANÁLISE

Neste capítulo, será descrita a metodologia utilizada para a realização do arranjo experimental com o objetivo de investigar e modelar as perdas magnéticas em aços para fins elétricos. O presente estudo busca avaliar a precisão dos modelos de Steinmetz, Bertotti, CAL2 e VARCO na estimativa das perdas magnéticas em aços processados e recozidos, fornecidos por três diferentes fabricantes. Para isso, foi realizado uma série de etapas metodológicas, que serão detalhadas a seguir.

3.1 Revisão da Literatura e Seleção de Modelos

A pesquisa bibliográfica constituiu a etapa inicial deste estudo, visando identificar equações previamente estabelecidas para a estimativa das perdas magnéticas em aços elétricos. Dentre os modelos identificados, merecem destaque os de Steinmetz, Bertotti, CAL2 e VARCO. Importa ressaltar que as equações CAL2 e VARCO são extensões da equação de Bertotti. A revisão da literatura serviu como base teórica para a seleção dos modelos a serem avaliados experimentalmente.

3.2 Coleta de Amostras e Preparação

Para a condução do experimento, obteve-se 60 amostras de aço para fins elétricos totalmente processados e de grão não-orientado de três fornecedores distintos. Cada ensaio realizado utilizou 20 amostras de cada fornecedor, sendo 10 cortados no sentido longitudinal da chapa e 10 no transversal. Todas as amostras foram submetidas a recozimento em forno para que as características elétricas sejam melhoradas.

Em seguida, foi preparado o arranjo experimental do Quadro de Epstein, onde foram colocadas as amostras transversais paralelamente às longitudinais no quadro. As amostras foram inseridas duas a duas, realizando a sobreposição delas conforme a montagem ilustrada pela Figura 2b no capítulo anterior.

Após montado, os dados de massa efetiva e área são colocados no analisador de potência e se inicia o teste fixando uma frequência de excitação e variando a indução.

3.3 Análise dos Dados Experimentais

Após a obtenção dos dados experimentais, realizou-se uma minuciosa organização e tabulação destes em uma planilha. Para a determinação dos coeficientes presentes nas equações de Steinmetz, Bertotti, CAL2 e VARCO, foi aplicado o método dos mínimos quadrados. Este método permitiu a obtenção dos parâmetros das equações que melhor se ajustam aos dados experimentais.

3.4 Determinação dos Exponentes das Variáveis

Além da determinação dos coeficientes, foi necessário estabelecer os expoentes das variáveis presentes em cada equação. Para esta finalidade, recorreu-se à ferramenta "Solve" disponível no *software* Excel, com o objetivo de minimizar o erro quadrático médio. Este procedimento foi executado em conformidade com os limites impostos por Burden (BURDEN, 2003), assegurando a validade dos resultados obtidos.

3.5 Comparação dos Modelos e Avaliação do Ajuste

Por fim, uma análise comparativa dos modelos foi realizada com base nos resultados obtidos. Foi avaliada a capacidade de cada modelo em ajustar-se aos dados experimentais de perdas magnéticas. Esta avaliação foi embasada em critérios estatísticos e de ajuste de curva, permitindo a identificação do modelo que melhor descreve o comportamento observado nas amostras de aço para fins elétricos.

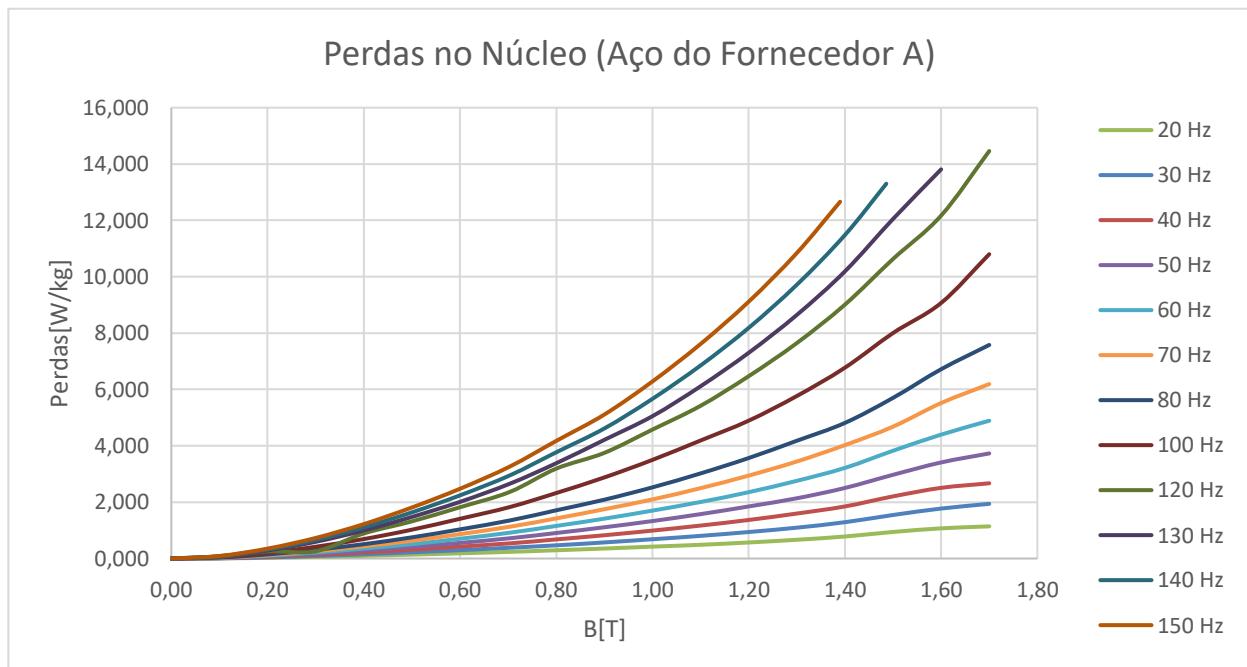
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, serão apresentados os resultados da pesquisa sobre as perdas magnéticas em três diferentes tipos de fornecedores de aço para fins elétricos em um espectro de frequência. A análise detalhada dessas perdas é crucial para a otimização de equipamentos elétricos e eletrônicos, uma vez que as perdas magnéticas podem afetar diretamente a eficiência desses dispositivos.

4.1 Comparação dos Modelos e Avaliação do Ajuste

Para conduzir este estudo, foram avaliados aços de três fornecedores de aço distintos, identificados como Fornecedor A, Fornecedor B e Fornecedor C. Cada um desses fornecedores forneceu amostras de aço para fins elétricos totalmente processados de grão não orientado, que foram submetidas a testes de perdas magnéticas utilizando o quadro de Epstein em uma variedade de frequências, abrangendo um amplo espectro. Os resultados desses testes são apresentados no anexo A. A Figura 4 mostra o resultado dos testes tabelados do fornecedor A.

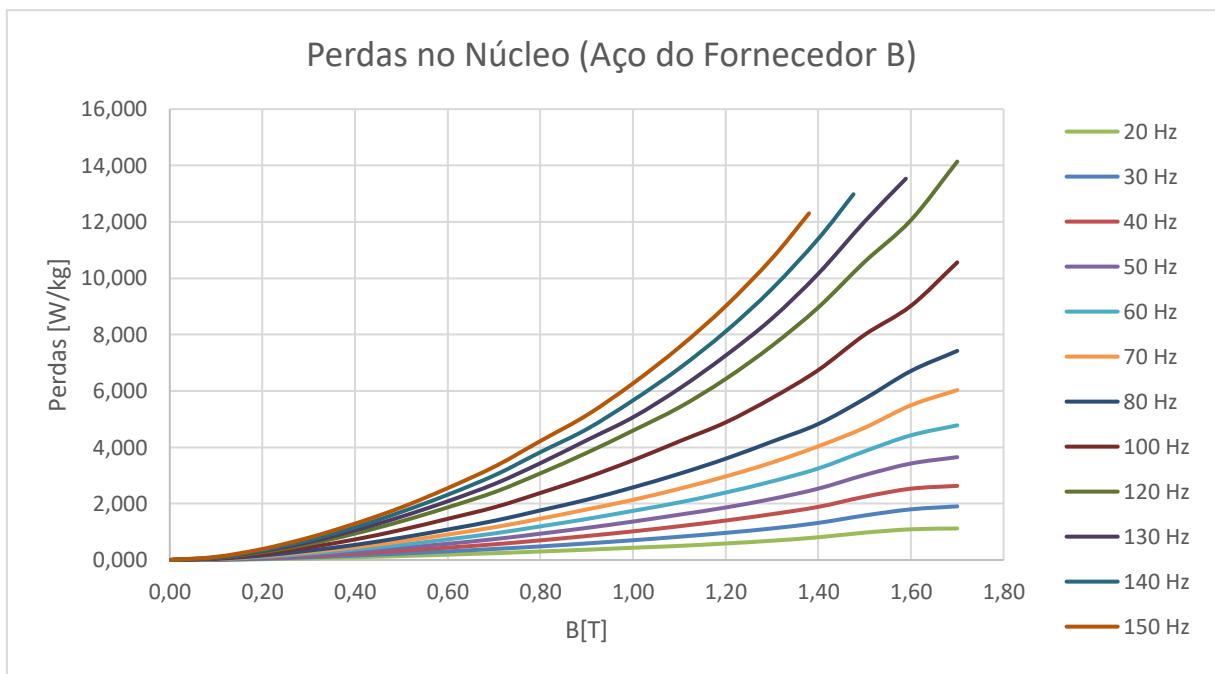
Figura 4: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein do Aço do fornecedor A



Fonte: Autor

A análise da Figura 4 revela a influência significativa da frequência na curva de perdas magnéticas no núcleo ferromagnético. Essa observação reforça e confirma as informações previamente documentadas na literatura, destacando a dependência estrita das perdas magnéticas em relação à frequência de excitação do sistema. É evidente que a frequência desempenha um papel crucial na caracterização e na compreensão das propriedades magnéticas dos materiais, reforçando a importância de considerar esse fator ao projetar sistemas e dispositivos elétricos e eletrônicos. Essa descoberta reforça a relevância dos resultados deste estudo no contexto mais amplo da engenharia elétrica e da ciência dos materiais. A Figura 5 mostra as curvas de perdas do fornecedor B.

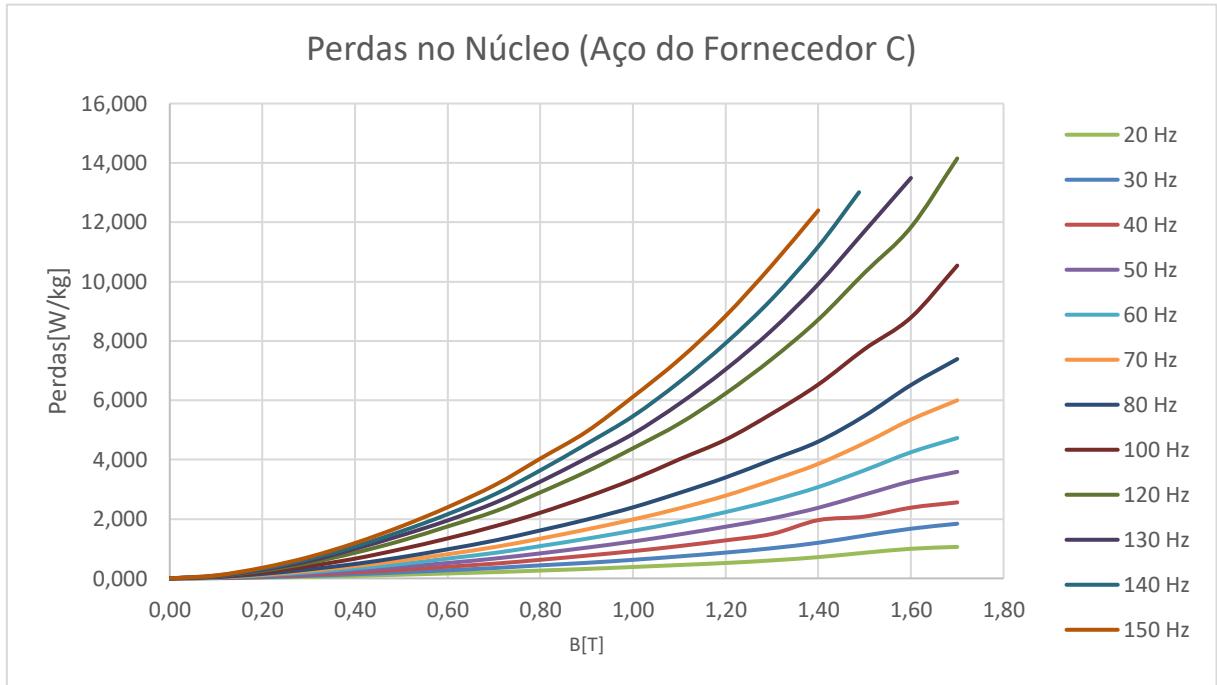
Figura 5: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein do Aço do fornecedor B



Fonte: Autor

Da mesma forma que é observado no gráfico referente ao Fornecedor A, o gráfico apresentado na Figura 5 exibe uma tendência semelhante, com suas perdas claramente correlacionadas à frequência de excitação do sistema. Para fortalecer ainda mais a confiabilidade da análise, foi incluída uma terceira amostra de aço fornecida pelo Fornecedor C, cujos resultados estão representados no gráfico da Figura 6.

Figura 6: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein do Aço do fornecedor C



Fonte: Autor

No âmbito deste estudo, é notável que, independentemente do tipo de aço avaliado, as perdas magnéticas apresentam uma caracterização distintiva, essencialmente decorrente das componentes de histerese e Foucault. É crucial ressaltar que essas componentes de perda demonstram uma dependência significativa em relação à frequência de excitação do sistema, como previamente abordado por Landgraf (2002). Essa dependência da frequência representa um elemento crítico na compreensão e análise das perdas magnéticas nos materiais, uma vez que influencia diretamente o desempenho e a eficiência de dispositivos elétricos e eletrônicos que operam em diferentes faixas de frequência. Portanto, a consideração atenta a esses fatores é de suma importância ao selecionar o material apropriado para aplicações específicas, visando a otimização dos dispositivos e sistemas elétricos.

4.2 Aproximação da curva de perdas no núcleo eletromagnético de diferentes fornecedores de aços magnéticos por diferentes equações.

Conforme discutido e detalhado nos capítulos anteriores deste trabalho, foi empregado o método dos mínimos quadrados para obter um conjunto abrangente de equações aplicáveis aos três distintos fornecedores de aço. Esse processo resultou na determinação dos coeficientes de Steinmetz, Bertotti, Varco e CAL2, os quais desempenham um papel crucial na caracterização desses materiais magnéticos.

Estas equações representam um conjunto valioso de relações matemáticas que descrevem o comportamento das perdas magnéticas em seu aço. Juntamente com essas equações, foram fornecidos os coeficientes associados que foram obtidos por meio do método dos mínimos quadrados.

Além disso, é importante considerar o erro quadrático médio (EQM), uma métrica que avalia a qualidade do ajuste das equações aos dados experimentais. O EQM é um indicador crucial de quão bem as equações representam os comportamentos reais do material. Portanto, para uma análise mais completa e informativa, também foram fornecidos os valores do EQM correspondentes às equações dos fornecedores.

Essas informações são fundamentais para o entendimento da relação entre as características magnéticas do aço fornecido por esses fabricantes e sua aplicabilidade em contextos práticos. Portanto, a seguir, será apresentado de maneira detalhada as equações, os coeficientes e os valores de EQM associados aos fornecedores A, B e C, respectivamente.

4.2.1 Equações calculadas para o Fornecedor de aço A

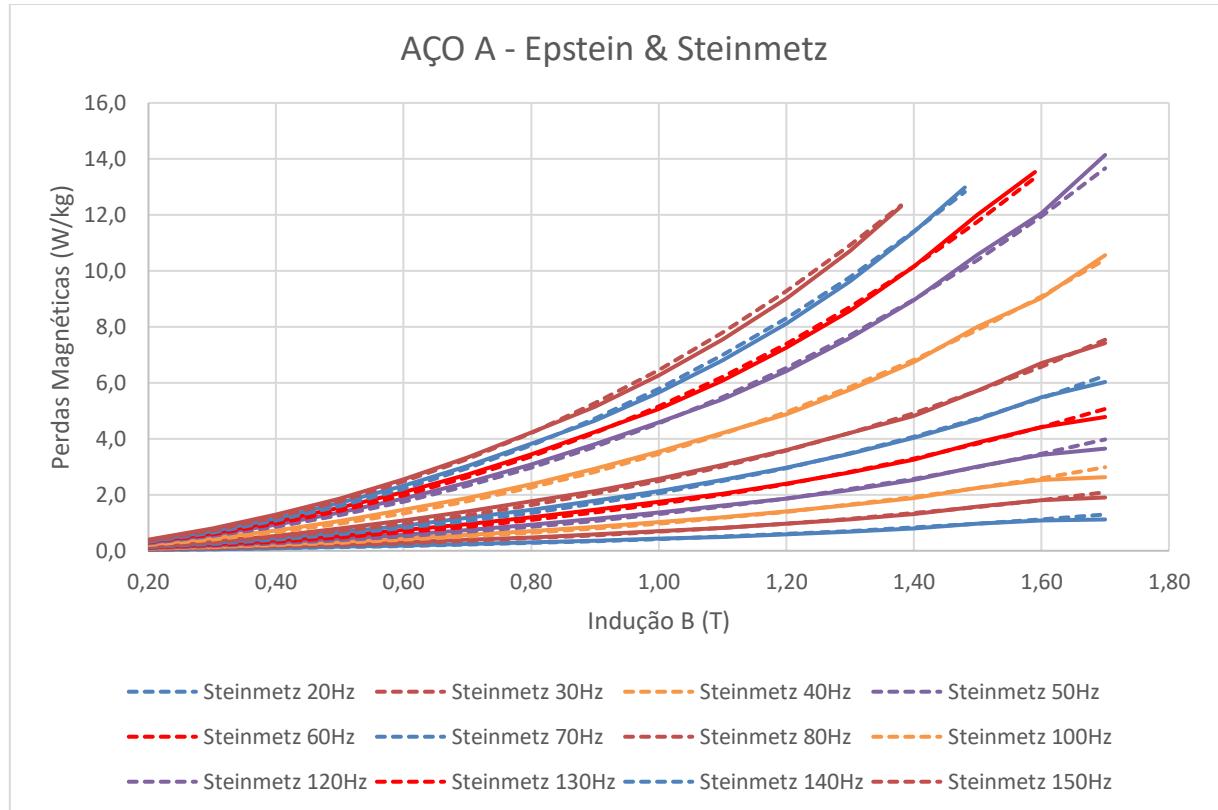
As equações calculadas foram organizadas juntamente com o gráfico de perdas magnéticas de acordo com a equação, e seu respectivo erro quadrático médio (MSE). As linhas contínuas expressam os resultados da análise do quadro de Epstein, já as tracejadas representam o valor calculado a partir da devida equação.

4.2.1.1 Equação de Steinmetz

De acordo com a literatura apresentada nos capítulos anteriores desse trabalho, foram substituídos os valores dos coeficientes da equação de acordo com o método dos mínimos quadrados. Com isso a equação de Steinmetz para o aço do fornecedor A foi:

$$P_{Steinmetz\ A} = 0,0176 \cdot f \cdot B_{pk}^{1,5+0,3814\ B_{pk}} + 0,0000086 \cdot f^2 \cdot B_{pk}^2 \quad (4.1)$$

Figura 7: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein e Equação de Steinmetz do aço A



Fonte: Autor

O erro quadrático médio (MSE, do inglês, *mean squared error*) da equação de Steinmetz para o aço A em relação à análise do quadro de Epstein foi de: MSE = 0,088.

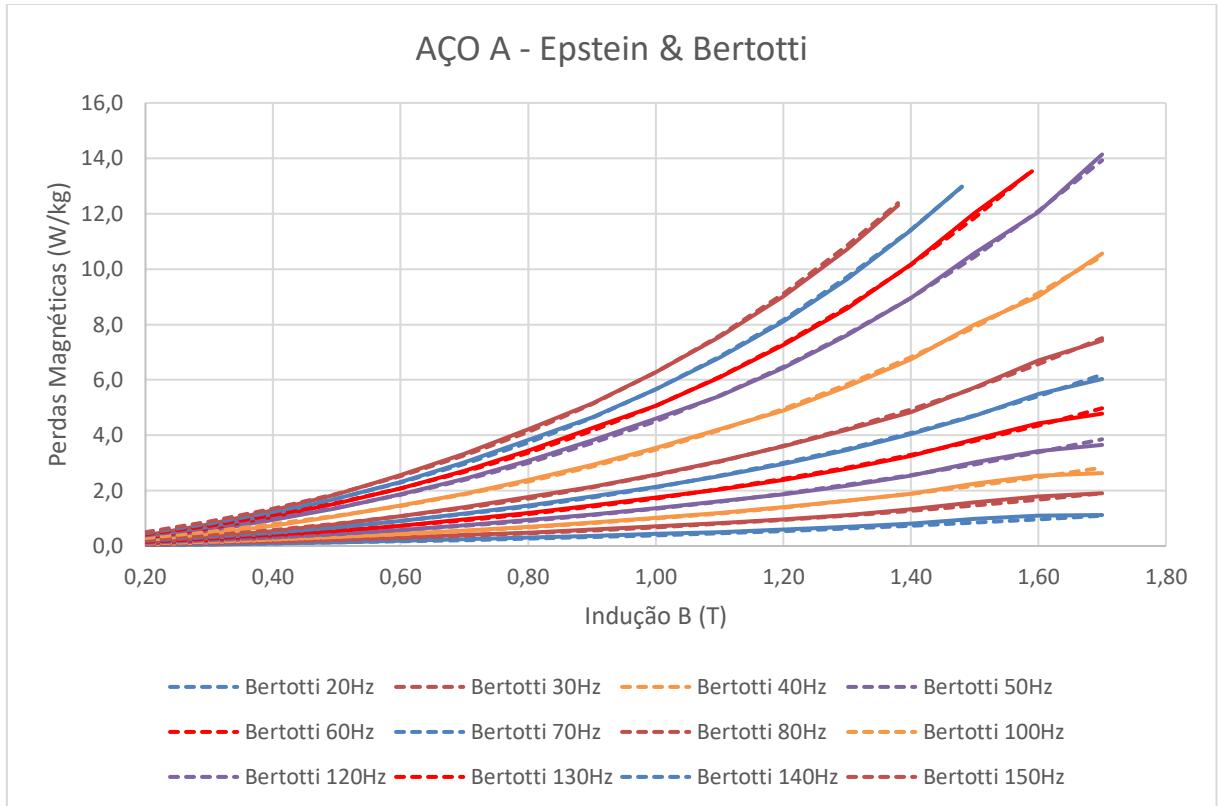
4.2.1.2 Equação de Bertotti

Já a equação de Bertotti que representa as perdas no aço A é:

$$P_{Bertotti\ A} = 11,933 \cdot f \cdot B_{pk}^2 + \frac{\pi^2 14,547 \cdot (0,0005)^2}{6} (B_{pk} \cdot f)^2 + 4,88 \cdot (B_{pk} \cdot f)^{\frac{3}{2}} \cdot 8,67 \quad (4.2)$$

O gráfico dos resultados da equação de Bertotti em relação a análise do quadro de Epstein do Aço A está apresentado na Figura 8:

Figura 8: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein e Equação de Bertotti do aço A



Fonte: Autor

O MSE da equação de Bertotti para o aço A em relação à análise do quadro de Epstein foi de 0,003586.

4.2.1.3 CAL2

Os coeficientes da equação CAL2, para o aço A, estão expressos nas equações abaixo:

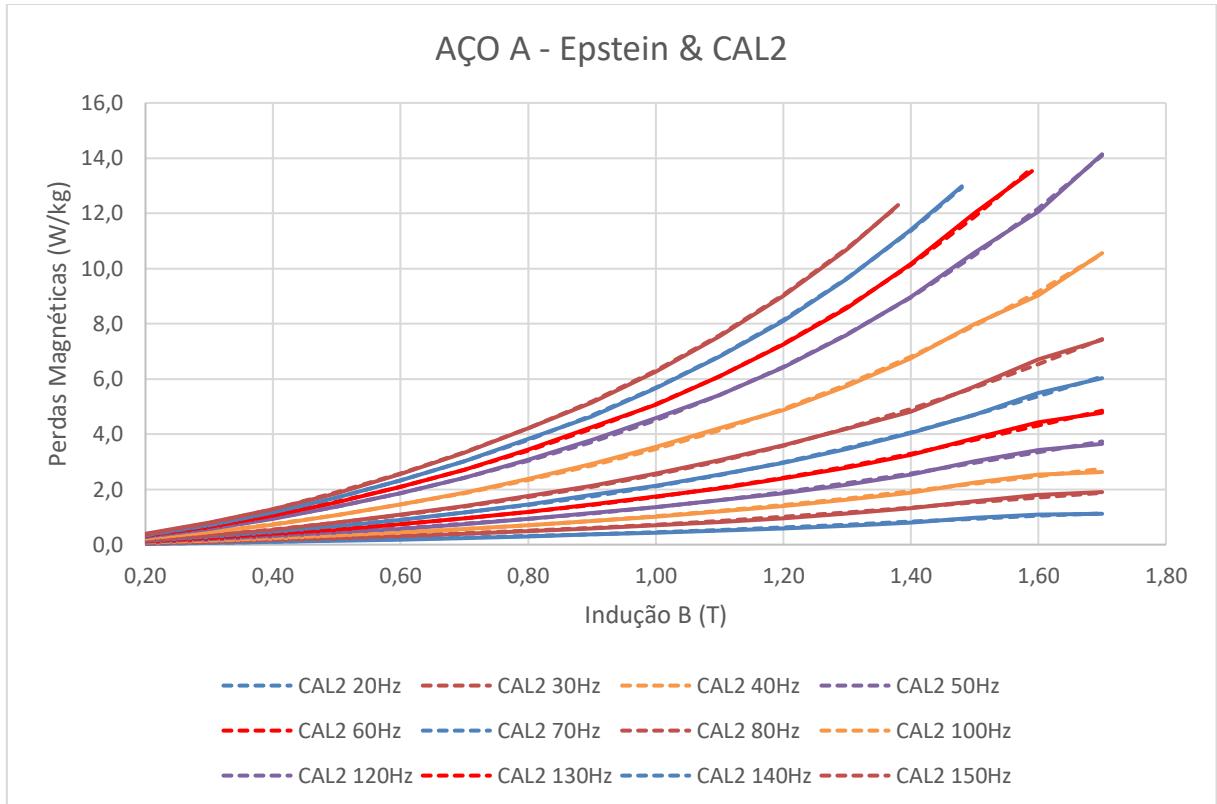
$$k_h(f, B) = 0,00007 \cdot B^3 + (-0,00014) \cdot B^2 + 0,00009 \cdot B^1 + 0,00013 \quad (4.3)$$

$$k_e(f, B) = (-0,01588)B^3 + (0,05966)B^2 + (-0,07869)B^1 + 0,05472 \quad (4.4)$$

$$P_{CAL2 A} = k_h(f, B)fB^2 + k_e(f, B)f^2B^2 \quad (4.5)$$

O gráfico dos resultados da equação de CAL2 em relação à análise do quadro de Epstein do Aço A está apresentado na Figura 9 :

Figura 9: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein e Equação CAL2 do aço A



Fonte: Autor

O erro quadrático médio da equação de CAL2 para o aço A em relação a análise do quadro de Epstein foi de 0,001542.

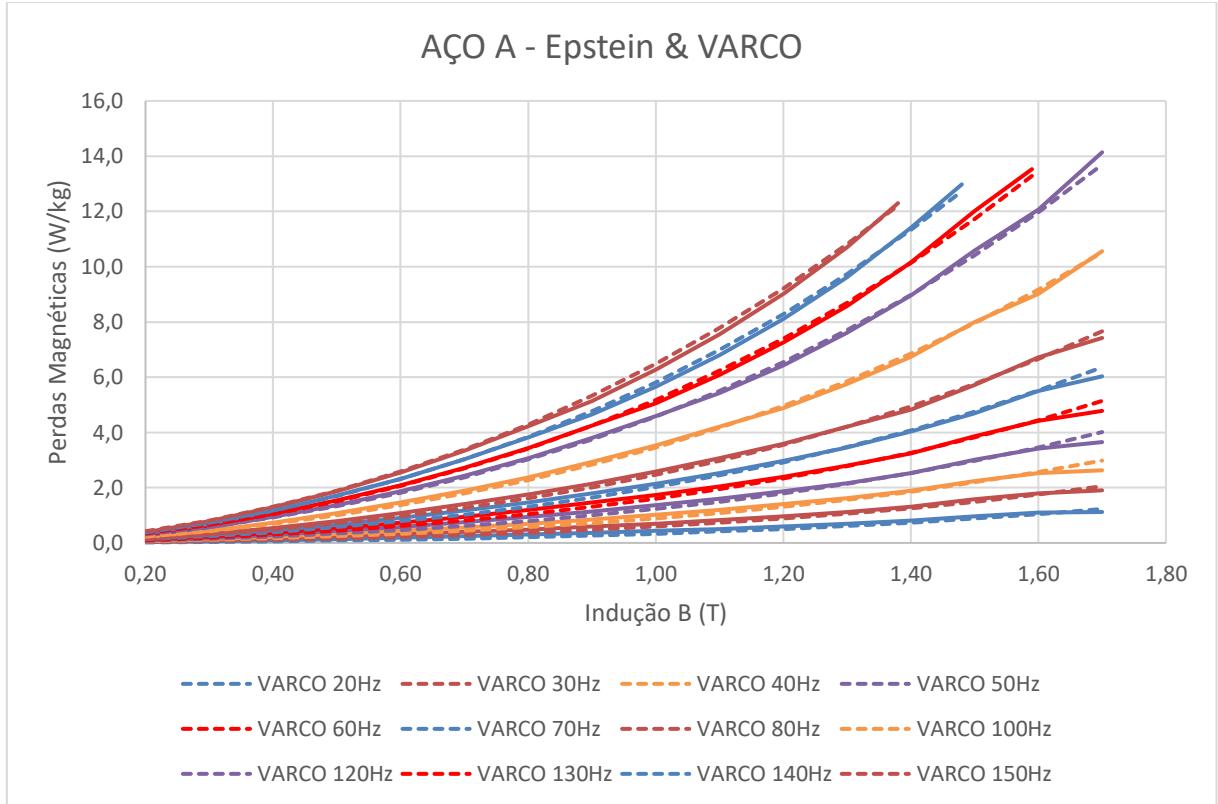
4.2.1.4 VARCO

A equação VARCO para descrever as perdas do aço do fornecedor A está representada pela Equação 4.6:

$$P_{VARCO\ A} = 0,005533 \cdot f \cdot B_{pk}^{3,513} + 0,00007594 \cdot f^2 \cdot B_{pk}^2 + 0,002144 \cdot f^{1,5} \cdot B_{pk}^{1,5} \quad (4.6)$$

O gráfico das perdas magnéticas apresenta uma relação clara entre a indução magnética e as frequências elétricas, mostrando como esses fatores afetam diretamente a eficiência do material. A Figura 10 representa os resultados obtidos na Equação 4.6 graficamente.

Figura 10: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein e Equação VARCO do aço A



Fonte: Autor

O erro quadrático médio da equação VARCO para o aço A em relação a análise do quadro de Epstein foi de: $MSE = 0,011093$.

4.2.2 Equações calculadas para o Fornecedor de aço B

O aço do fornecedor B, apesar de ser um aço para fins elétricos, totalmente processado e de grão não orientado, assim como o aço do fornecedor A, têm características construtivas diferentes, como por exemplo a porcentagem de elementos inseridos no material como silício. Com isso, as equações do aço B serão apresentadas.

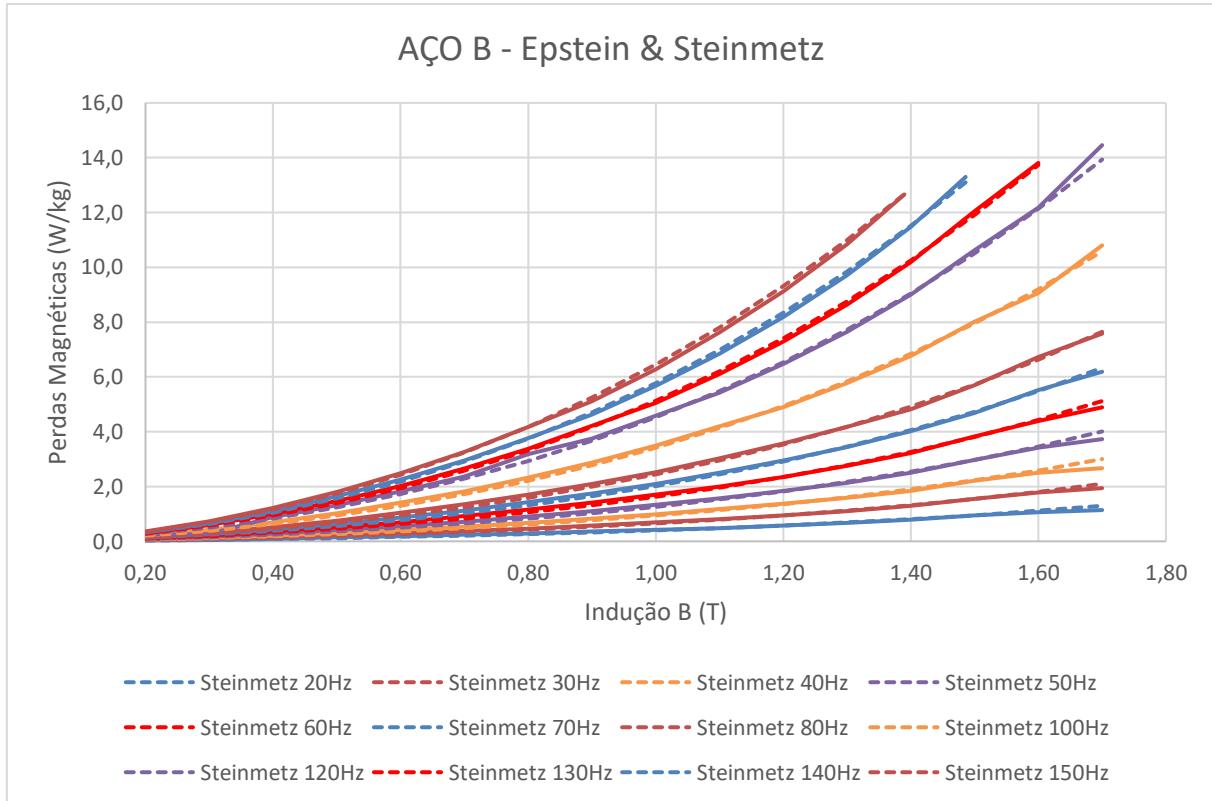
4.2.2.1 Equação de Steinmetz

A equação de Steinmetz para o aço B é descrita por:

$$P_{Steinmetz B} = 0,0164 \cdot f \cdot B_{pk}^{1,5+B_{pk}0,4510} + 0,00000899 \cdot f^2 \cdot B_{pk}^2 \quad (4.7)$$

A partir da Equação 4.7, a Figura 11 ilustra os seus resultados no gráfico. É interessante observar na Figura 11 que a diferença da equação para os resultados experimentais aumenta conforme a frequência é alterada. Por exemplo, em frequências mais elevadas é possível visualizar a equação não se sobrepondo ao resultado experimental.

Figura 11: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein e Equação de Steinmetz do aço B



Fonte: Autor

O erro quadrático médio da equação de Steinmetz para o aço B em relação a análise do quadro de Epstein foi de: $MSE = 0,007423$.

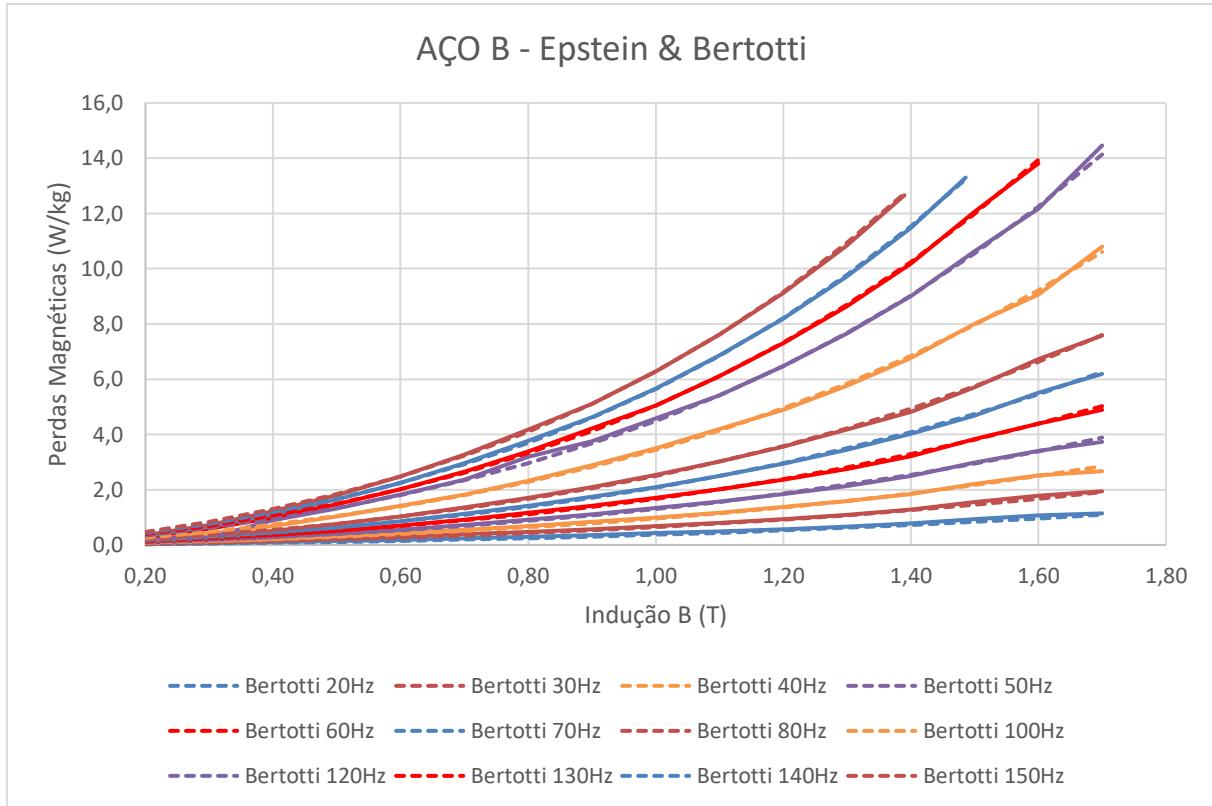
4.2.2.2 Equação de Bertotti

A equação de Bertotti que representa as perdas no aço B é:

$$P_{Bertotti\ B} = 14,2819 \cdot f \cdot B_{pk}^2 + \frac{\pi^2 (14,76) (0,0005)^2}{6} (B_{pk} \cdot f)^2 + 3,695 \cdot (B_{pk} \cdot f)^{\frac{3}{2}} \cdot 8,67 \quad (4.8)$$

O gráfico da Figura 12 demonstra os resultados alcançados pela Equação 4.8. Esse gráfico, evidencia os resultados das perdas magnéticas do Aço B de acordo com a equação de Bertotti. Com isso, fica claro que a equação em algumas frequências tem uma tendência mais próxima do resultado experimental, como a curva em 150 Hz.

Figura 12: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein e Equação de Bertotti do aço B



Fonte: Autor

O erro quadrático médio da equação de Bertotti para o aço B em relação a análise do quadro de Epstein foi de 0,004074.

4.2.2.3 CAL2

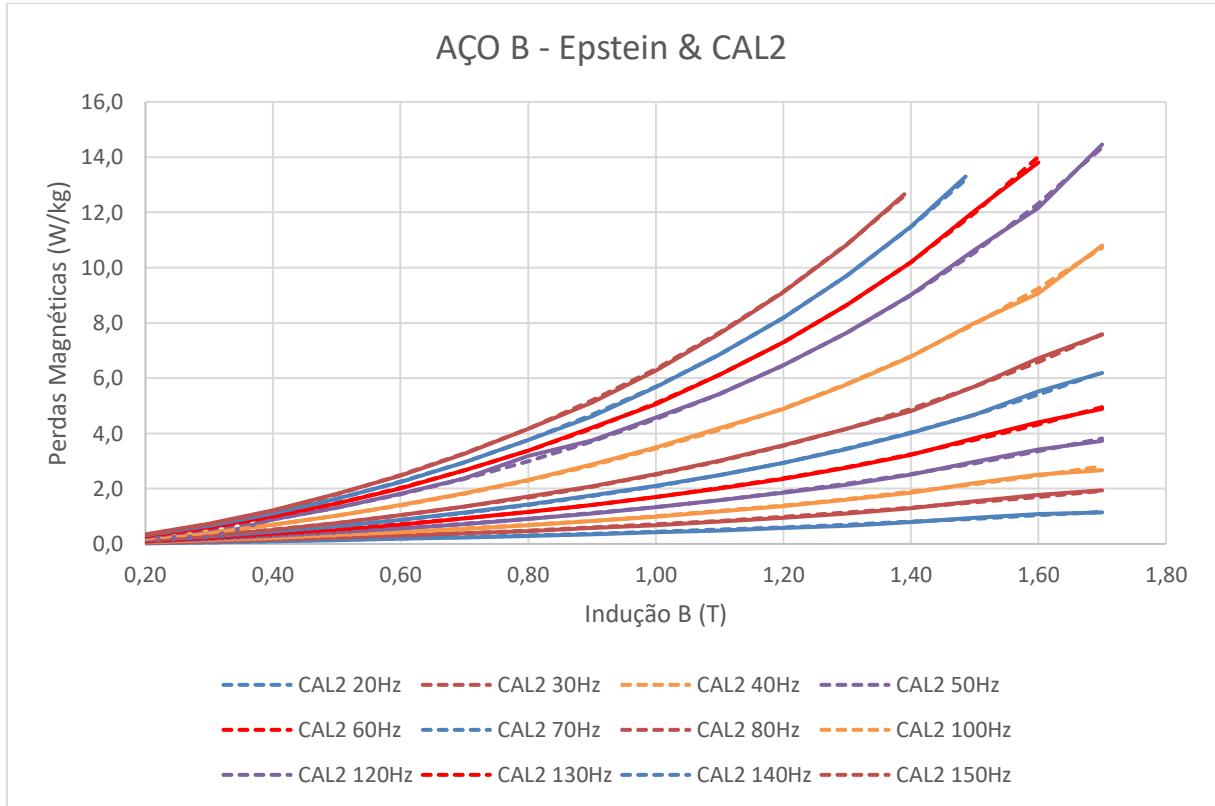
O gráfico dos resultados da equação de CAL2 em relação a análise do quadro de Epstein do Aço B está apresentado na Figura 13:

$$k_h(f, B) = 0,00000465 \cdot B^3 + (-0,00000964) \cdot B^2 + 0,000083 \cdot B^1 + 0,0001221 \quad (4.9)$$

$$k_e(f, B) = (-0,008095) \cdot B^3 + 0,03428 \cdot B^2 + (-0,0518) \cdot B^1 + 0,04457 \quad (4.10)$$

$$P_{CAL2B} = k_h(f, B)fB^2 + k_e(f, B)f^2B^2 \quad (4.11)$$

Figura 13: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein e Equação CAL2 do aço B



Fonte: Autor

O MSE da equação de CAL2 para o aço B em relação a análise do quadro de Epstein foi de 0,001917.

A variação das perdas magnéticas, de acordo com os resultados apresentados na Figura 13, ao longo das frequências elétricas conforme representado no gráfico fornece informações sobre as características magnéticas do aço do fornecedor B e sua aproximação de acordo com a equação CAL2.

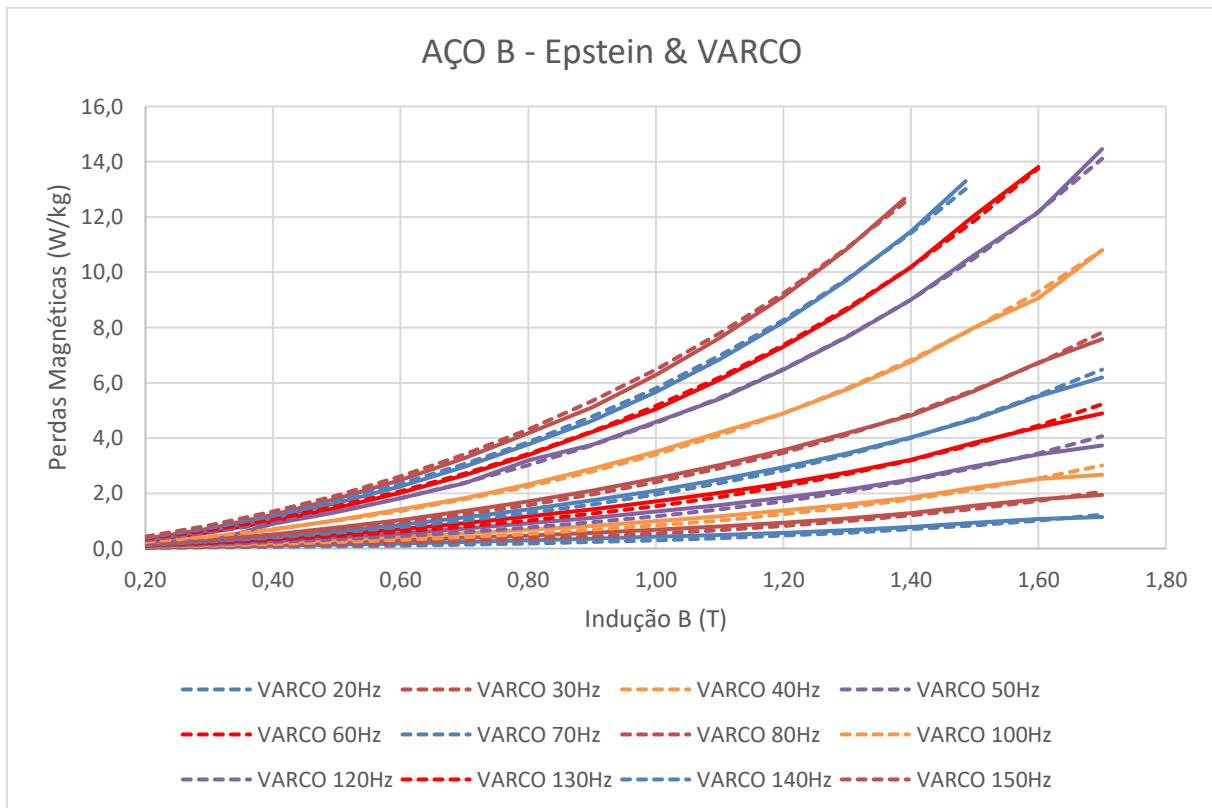
4.2.2.4 VARCO

A equação VARCO para descrever as perdas do aço do fornecedor B está representada na Equação 4.12:

$$P_{VARCOB} = 0,0036 \cdot f \cdot B_{pk}^{4,2704} + 0,00009 \cdot f^2 \cdot B_{pk}^2 + 0,00217 \cdot f^{1,5} \cdot B_{pk}^{1,5} \quad (4.12)$$

A representação Gráfica da equação 4.12 está na Figura 14.

Figura 14: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein e Equação VARCO do aço B



Fonte: Autor

O MSE da equação de VARCO para o aço B em relação a análise do quadro de Epstein foi de 0,011215.

Observa-se uma tendência clara no gráfico das perdas magnéticas, da Figura 14, evidenciando como a mudança na frequência elétrica afeta diretamente a eficácia do material, as características magnéticas do material foram bem representadas pela equação VARCO, obtendo um baixo erro quadrático médio.

4.2.3 Equações calculadas para o Fornecedor de aço C

Seguindo o mesmo padrão do aço B, o fornecedor C apresenta características semelhantes e construção com porcentagens diferentes dos elementos em sua microestrutura. A seguir são apresentadas as equações que descrevem as perdas magnéticas no núcleo do aço do fornecedor C.

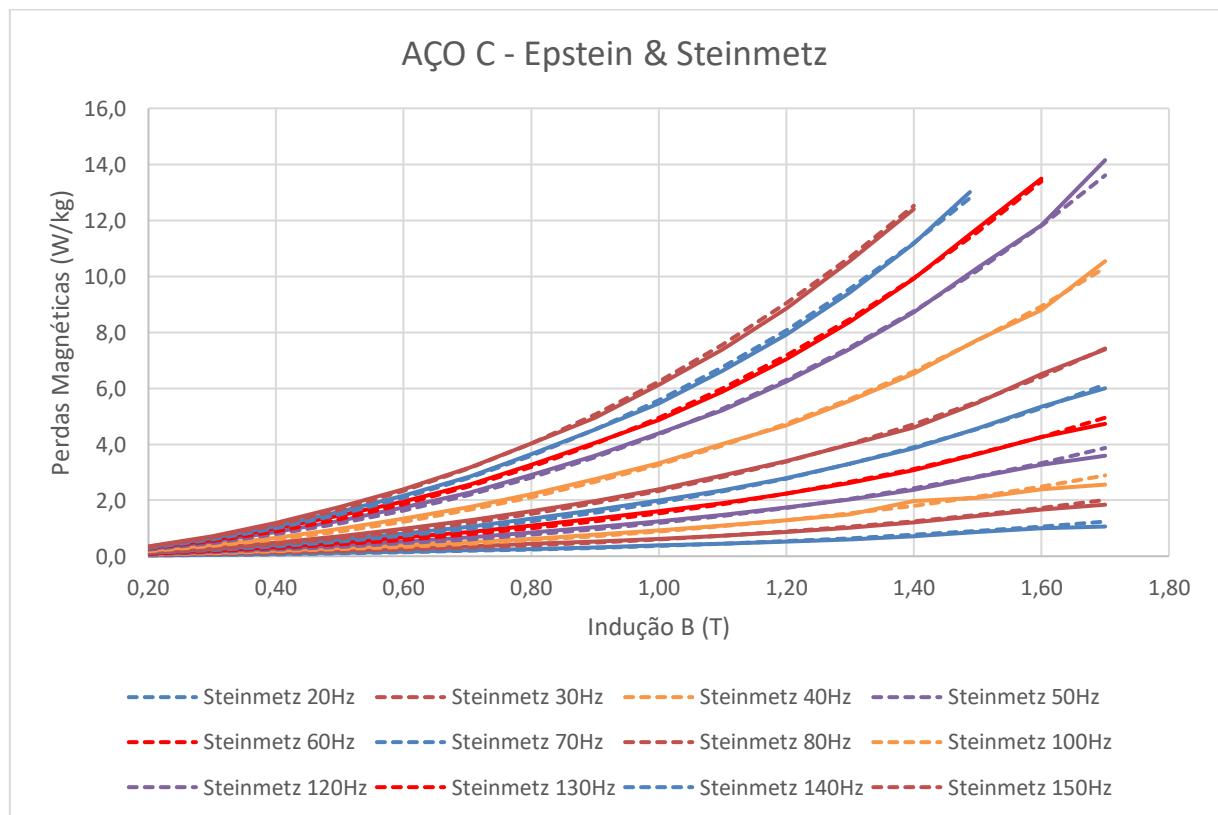
4.2.3.1 Equação de Steinmetz

A equação de Steinmetz que descreve as perdas magnéticas no núcleo do aço do fornecedor C é:

$$P_{Steinmetz\ C} = 0,01482 \cdot f \cdot B_{pk}^{1,5+B_{pk} \cdot 0,499} + 0,000009 \cdot f^2 \cdot B_{pk}^2 \quad (4.13)$$

Ao observar o comportamento das perdas magnéticas conforme representado no gráfico da Figura 15, é possível inferir a influência direta das frequências elétricas na eficiência do aço para aplicações elétricas. O gráfico está apresentando as perdas de acordo com a aplicação de Steinmetz, obtendo em frequências abaixo de 80 Hz um resultado de quase sobreposição do teste de Epstein.

Figura 15: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein e Equação de Steinmetz do aço C



Fonte: Autor

O erro quadrático médio da equação de Steinmetz para o aço C em relação a análise do quadro de Epstein foi de: MSE = 0,007171.

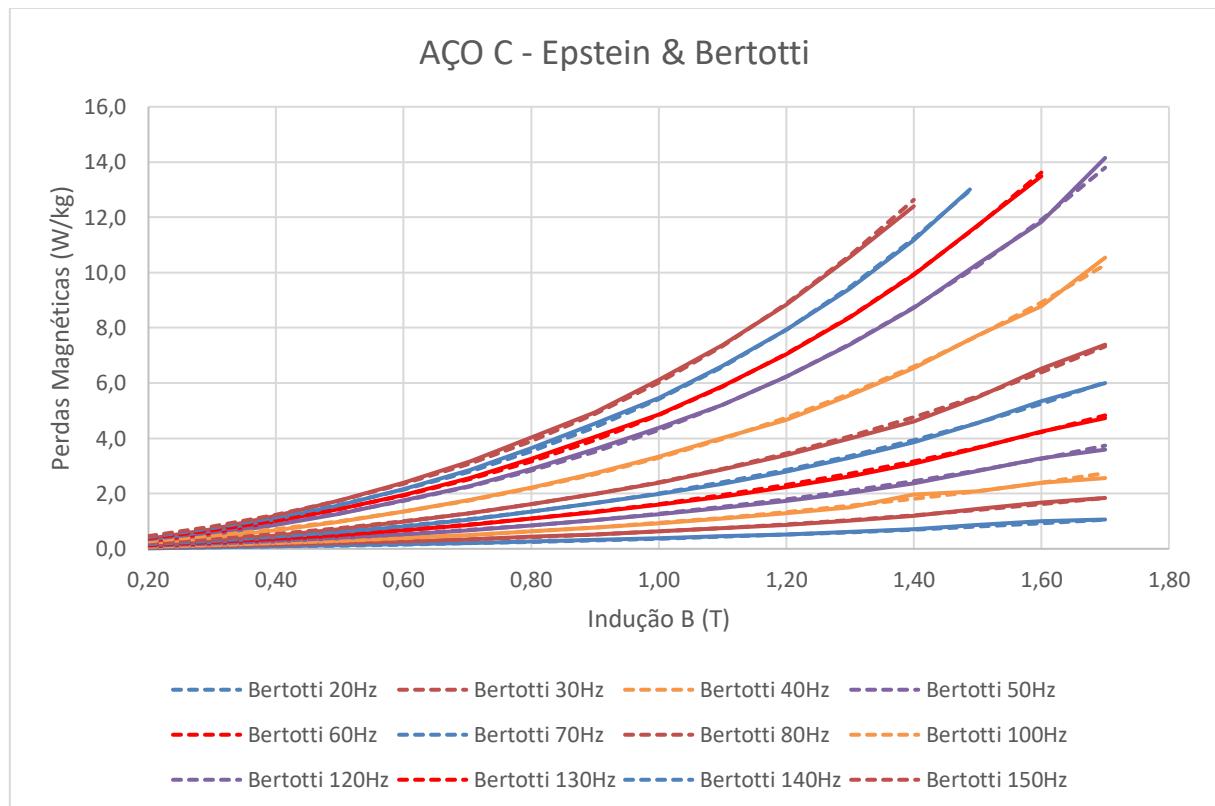
4.2.3.2 Equação de Bertotti

A equação de Bertotti que representa as perdas no aço C é:

$$P_{Bertotti\ C} = 12,25279 \cdot f \cdot B_{pk}^2 + \frac{\pi^2(17,415)0,0005^2}{6} (B_{pk} \cdot f)^2 + 4,441 (B_{pk} \cdot f)^{3/2} \cdot 8,67 \quad (4.14)$$

A análise detalhada do gráfico das perdas magnéticas de acordo com a equação de Bertotti, conforme apresentado na Figura 16, destaca como a equação se aproxima do resultado experimental, ocorrendo quase sobreposição completa nas frequências de 130 Hz e 140 Hz.

Figura 16: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein e Equação de Bertotti do aço C



Fonte: Autor

O erro quadrático médio da equação de Bertotti para o aço C em relação a análise do quadro de Epstein foi de: MSE = 0,003807.

4.2.3.3 CAL2

O gráfico dos resultados da equação de CAL2 em relação a análise do quadro de Epstein do Aço C está apresentado na Figura 17.

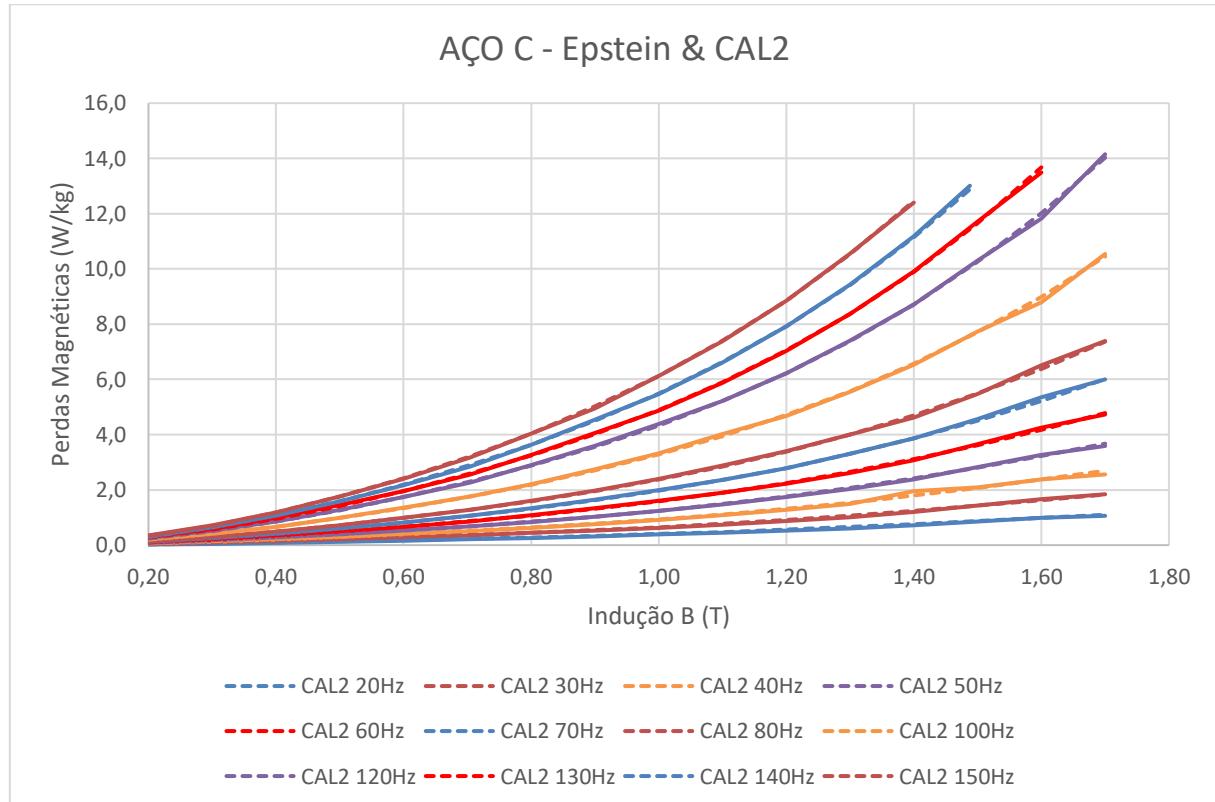
$$k_h(f, B) = 0,000072 \cdot B^3 + (-0,000182) \cdot B^2 + 0,000164 \cdot B^1 + 0,000105 \quad (4.15)$$

$$k_e(f, B) = (-0,11834)B^3 + (0,04733) \cdot B^2 + (-0,064768) \cdot B^1 + 0,046146 \quad (4.16)$$

$$P_{CAL2\ C} = k_h(f, B)fB^2 + k_e(f, B)f^2B^2 \quad (4.17)$$

Os dados no gráfico da Figura 17 das perdas magnéticas fornecem uma compreensão dos resultados obtidos pela equação CAL2 do aço do fornecedor C. É notório a sobreposição dos resultados calculados e experimentais nas frequências de excitação de 50 Hz, 60 Hz e 140 Hz.

Figura 17: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein e Equação CAL2 do aço C



Fonte: Autor

O erro quadrático médio da equação CAL2 para o aço C em relação a análise do quadro de Epstein foi de: $MSE = 0,001606$.

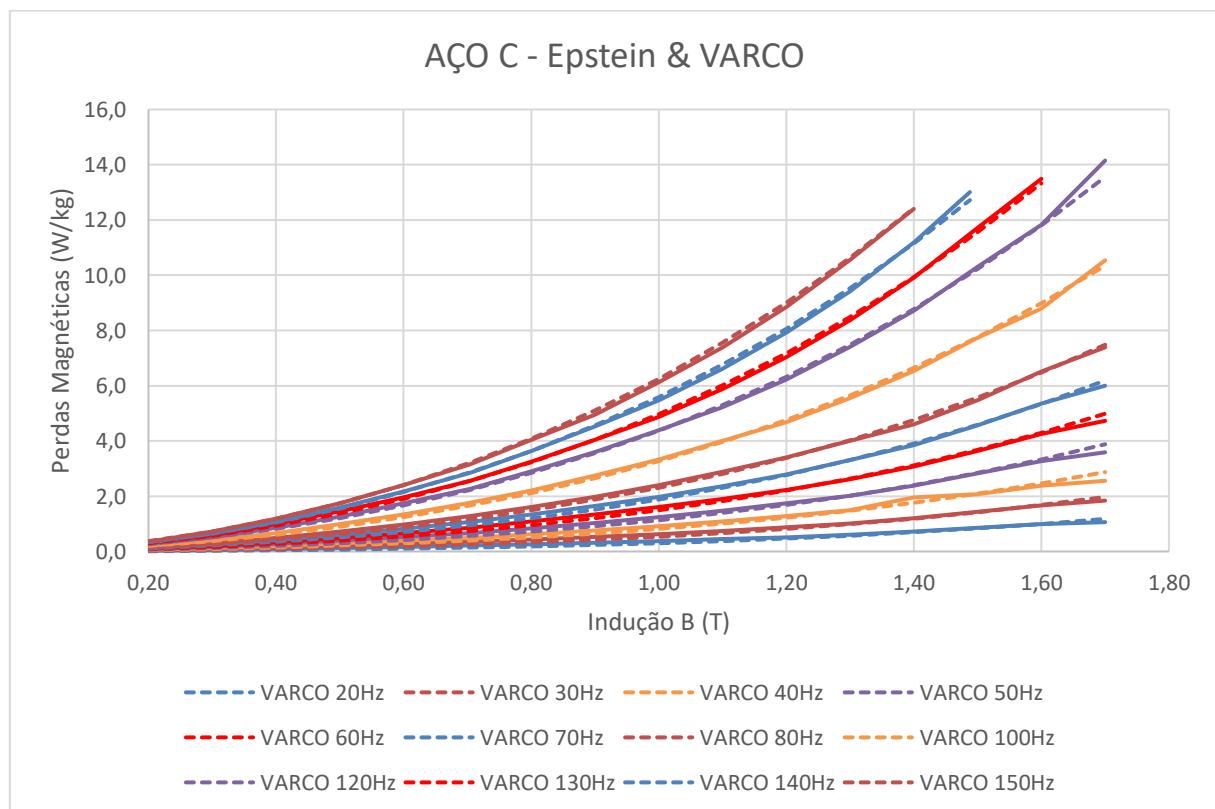
4.2.3.4 VARCO

A equação VARCO para descrever as perdas do aço do fornecedor C está representada abaixo:

$$P_{VARCO\ C} = 0,005646 \cdot f \cdot B_{pk}^{3,513} + 0,000103 \cdot f^2 \cdot B_{pk}^2 + 0,001675 \cdot f^{1,5} \cdot B_{pk}^{1,5} \quad (4.18)$$

Diferentemente da equação de CAL2, a Figura 18, que ilustra o gráfico das perdas magnéticas de acordo com a equação VARCO, mostra que a maioria das curvas tem um desalinhamento com o resultado experimental, demonstrando que a aproximação da equação para esse aço não foi tão precisa quanto as outras.

Figura 18: Gráfico dos resultados da Análise de Epstein e Equação VARCO do aço C



Fonte: Autor

O erro quadrático médio da equação VARCO para o aço C em relação a análise do quadro de Epstein foi de: $MSE = 0,008796$.

A análise dos resultados obtidos fornece uma visão esclarecedora sobre a qualidade das equações que descrevem as perdas magnéticas para diferentes aços. É notável que a ordem de grandeza dos resultados apresentados é coerente e, mais importante, consistentemente próxima dos valores obtidos experimentalmente. Isso sugere que as equações que desempenham um papel efetivo na representação precisam das perdas magnéticas nos núcleos de aço sob investigação.

Um ponto de destaque é a diminuição do erro quadrático médio em relação aos dados experimentais. Esse indicador de ajuste, demonstrado por meio dos cálculos realizados, indica que as equações selecionadas estão em consonância com o comportamento real dos materiais, revelando um alto grau de precisão na modelagem das perdas magnéticas.

É notável que, ao analisar os resultados, uma tendência clara se destaca: a equação CAL2 provou ser a que melhor se adapta aos dados experimentais em todos os casos examinados. Essa conclusão, apoiada pelos valores dos erros quadráticos médios associados a cada equação, reforça a eficácia da equação mencionada como uma representação precisa das perdas magnéticas nos núcleos de aço.

5 CONCLUSÃO

Este trabalho representa uma contribuição significativa para o campo da engenharia elétrica, em particular no que diz respeito à caracterização e modelagem das perdas magnéticas em materiais ferromagnéticos, com foco em aços para fins elétricos. A importância desse estudo reside na capacidade de aprimorar a aproximação das perdas magnéticas em diferentes frequências, um fator crítico no design e otimização de máquinas elétricas, como motores e transformadores.

A análise do quadro de Epstein foi essencial para a construção desse estudo, pois por meio dele todos os resultados de perdas magnéticas foram coletados e analisados para obtenção das equações propostas que foram encontradas na literatura.

Com o estudo realizado ficou claro que a equação que melhor define as perdas magnéticas nos aços para fins elétricos, dos três fornecedores apresentados, é a equação CAL2, por apresentar o menor erro quadrático médio em comparação com as outras equações.

Os resultados alcançados neste estudo são sólidos e validados, uma vez que o erro quadrático médio das equações de aproximação se mantém em níveis baixos. Isso indica uma consistência notável entre os dados experimentais e as equações de modelagem utilizadas.

Uma das principais implicações desse estudo é sua utilidade na melhoria da precisão dos dados simulados em *softwares* de modelagem. A capacidade de prever as perdas magnéticas em aços para fins elétricos em diferentes frequências é essencial para a engenharia. A precisão dessas simulações é crucial para garantir que os protótipos de motores e transformadores construídos sejam o mais próximo possível do desempenho esperado em condições reais.

5.1 RECOMENDAÇÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Uma recomendação de trabalho futuro seria realizar esse estudo para aços cortados na direção 45° juntamente com o corte transversal e longitudinal. A literatura indica que o resultado do Quadro de Epstein na configuração com 25% das lâminas transversais, 25% longitudinais e 50% cortadas no sentido 45° é o que melhor simula as perdas magnéticas no núcleo de um motor elétrico. Esse estudo não foi feito por uma inviabilidade econômica no momento da realização desse trabalho, onde grande parte da chapa de aço seria descartada por conta desses cortes realizados a 45°.

REFERÊNCIAS

- AKINAGA, Thiago Hideki. Estudo de modelos de perdas no ferro e aplicação na análise de motores elétricos de corrente contínua com ímãs permanentes. 2019. 79 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 2019.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. Produtos Laminados Planos de Aço para Fins Elétricos – verificação das propriedades, NBR 5161. 1996.
- BERTOTTI, G. General properties of power losses in soft ferromagnetic materials. *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 24, no. 1, pp. 621–630, 1988.
- BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. Análise numérica. São Paulo: Thomson, 2003.
- FEDRIGO, Natália Sens; GONÇALVES, Guilherme; LUCAS, Paulo Figueiredo. Usos Finais de Energia Elétrica no Setor Residencial Brasileiro. Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento De Engenharia Civil, Laboratório De Eficiência Energética Em Edificações, 2019.
- LANDGRAF, F.J.G. Propriedades magnéticas em aços para fins elétricos. In: Aços: perspectivas para os próximos 10 anos. 1. Ed. Rio de Janeiro: [s.n.], 2002. P109-208.
- LANDGRAF, F.J.G.; EMURA, M. Losses and permability improvement by stress relieving of fullyprocessed electrical steels with small deformations. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 242, pp. 152-156, 2002.
- PEREIRA JUNIOR, I. A. Sistema automatizado de medição e análise das propriedades magnéticas de materiais utilizando o quadro de Epstein. 2011.
- SADIKU, Matthew N. O. Elementos de Eletromagnetismo. Bookman, 2004.
- SCHMITZ, Daniel. Desenvolvimento de um dispositivo eletromagnético trifásico para análise de perdas magnéticas em estatores de motores elétricos. Florianópolis, 2013. Tese (Mestrado em Engenharia Elétrica), Universidade Federal de Santa Catarina.
- SILVA JÚNIOR, Pedro Armando da. Bancada para Ensaios de Materiais Ferromagnéticos em Chapa Única Sob Campos Rotacionais. Florianópolis, 2007. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Universidade Federal de Santa Catarina.
- STEINMETZ, C. P. On the law of hysteresis. *Transactions AIEE*, v.9, 1892, p.3-64.

Apêndice A – RESULTADOS DA ANÁLISE DO QUADRO DE EPSTEIN

Nas tabelas a seguir serão apresentados os resultados de todos os estudos realizados utilizando o quadro de Epstein, onde “f” é a frequência, Bpk é a Indução máxima registrada em Tesla e “W” são as perdas em Watt/kg.

Tabela 1 – Resultados quadro de Epstein do Aço do fornecedor A.

Epstein Teste 20Hz			Epstein Teste 30Hz			Epstein Teste 40Hz			Epstein Teste 50Hz			Epstein Teste 60Hz			Epstein Teste 70Hz		
f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W
20	0,00	0,000	30	0,00	0,000	40	0,00	0,000	50	0,00	0,000	60	0,00	0,000	70	0,00	0,000
20	0,10	0,005	30	0,10	0,009	40	0,10	0,015	50	0,10	0,021	60	0,10	0,027	70	0,10	0,034
20	0,20	0,028	30	0,20	0,045	40	0,20	0,064	50	0,20	0,085	60	0,20	0,108	70	0,20	0,135
20	0,30	0,059	30	0,30	0,094	40	0,30	0,136	50	0,30	0,179	60	0,30	0,226	70	0,30	0,280
20	0,40	0,097	30	0,40	0,157	40	0,40	0,224	50	0,40	0,296	60	0,40	0,373	70	0,40	0,452
20	0,50	0,141	30	0,50	0,228	40	0,50	0,326	50	0,50	0,432	60	0,50	0,537	70	0,50	0,662
20	0,60	0,190	30	0,60	0,306	40	0,60	0,440	50	0,60	0,576	60	0,60	0,732	70	0,60	0,902
20	0,70	0,244	30	0,70	0,395	40	0,70	0,561	50	0,70	0,747	60	0,70	0,952	70	0,70	1,172
20	0,80	0,302	30	0,80	0,483	40	0,80	0,698	50	0,80	0,934	60	0,80	1,194	70	0,80	1,465
20	0,90	0,366	30	0,90	0,588	40	0,90	0,851	50	0,90	1,139	60	0,90	1,456	70	0,90	1,794
20	1,00	0,436	30	1,00	0,701	40	1,00	1,017	50	1,00	1,364	60	1,00	1,744	70	1,00	2,134
20	1,10	0,501	30	1,10	0,825	40	1,10	1,198	50	1,10	1,608	60	1,10	2,043	70	1,10	2,529
20	1,20	0,587	30	1,20	0,963	40	1,20	1,400	50	1,20	1,863	60	1,20	2,394	70	1,20	2,965
20	1,30	0,684	30	1,30	1,120	40	1,30	1,627	50	1,30	2,167	60	1,30	2,789	70	1,30	3,459
20	1,40	0,806	30	1,40	1,317	40	1,40	1,885	50	1,40	2,533	60	1,40	3,249	70	1,40	4,036
20	1,50	0,971	30	1,50	1,580	40	1,50	2,245	50	1,50	3,015	60	1,50	3,838	70	1,50	4,693
20	1,60	1,089	30	1,60	1,798	40	1,60	2,531	50	1,60	3,424	60	1,60	4,424	70	1,60	5,491
20	1,70	1,119	30	1,70	1,904	40	1,70	2,630	50	1,70	3,650	60	1,70	4,780	70	1,70	6,030
Epstein Teste 80Hz			Epstein Teste 100Hz			Epstein Teste 120Hz			Epstein Teste 130Hz			Epstein Teste 140Hz			Epstein Teste 150Hz		
f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W
80	0,00	0,000	100	0,00	0,000	120	0,00	0,000	130	0,00	0,000	140	0,00	0,000	150	0,00	0,000
80	0,10	0,041	100	0,10	0,057	120	0,10	0,073	130	0,10	0,085	140	0,10	0,092	150	0,10	0,112
80	0,20	0,158	100	0,20	0,217	120	0,20	0,277	130	0,20	0,313	140	0,20	0,345	150	0,20	0,390
80	0,30	0,332	100	0,30	0,449	120	0,30	0,563	130	0,30	0,633	140	0,30	0,700	150	0,30	0,792
80	0,40	0,537	100	0,40	0,730	120	0,40	0,938	130	0,40	1,053	140	0,40	1,160	150	0,40	1,291
80	0,50	0,792	100	0,50	1,071	120	0,50	1,374	130	0,50	1,538	140	0,50	1,707	150	0,50	1,867
80	0,60	1,081	100	0,60	1,461	120	0,60	1,867	130	0,60	2,084	140	0,60	2,316	150	0,60	2,551
80	0,70	1,402	100	0,70	1,885	120	0,70	2,427	130	0,70	2,719	140	0,70	3,028	150	0,70	3,338
80	0,80	1,760	100	0,80	2,379	120	0,80	3,075	130	0,80	3,437	140	0,80	3,827	150	0,80	4,222
80	0,90	2,138	100	0,90	2,926	120	0,90	3,802	130	0,90	4,250	140	0,90	4,641	150	0,90	5,137
80	1,00	2,576	100	1,00	3,539	120	1,00	4,593	130	1,00	5,064	140	1,00	5,664	150	1,00	6,267
80	1,10	3,060	100	1,10	4,211	120	1,10	5,417	130	1,10	6,083	140	1,10	6,802	150	1,10	7,551
80	1,20	3,395	100	1,20	4,884	120	1,20	6,425	130	1,20	7,255	140	1,20	8,110	150	1,20	9,008
80	1,30	4,200	100	1,30	5,747	120	1,30	7,602	130	1,30	8,570	140	1,30	9,621	150	1,30	10,700
80	1,40	4,827	100	1,40	6,740	120	1,40	8,962	130	1,40	10,160	140	1,40	11,400	150	1,40	12,300
80	1,50	5,720	100	1,50	7,991	120	1,50	10,580	130	1,50	12,010	140	1,50	12,980	150	1,50	0,000
80	1,60	6,707	100	1,60	9,020	120	1,60	12,060	130	1,59	13,530	140	0,00	0,000	150	0,00	0,000
80	1,70	7,420	100	1,70	10,560	120	1,70	14,140	130	0,00	14,000	140	0,00	0,000	150	0,00	0,000

Os dados da análise do quadro de Epstein do aço do fornecedor B serão apresentados abaixo:

Tabela 2 – Resultados quadro de Epstein do Aço do fornecedor B.

Epstein Teste 20Hz			Epstein Teste 30Hz			Epstein Teste 40Hz			Epstein Teste 50Hz			Epstein Teste 60Hz			Epstein Teste 70Hz		
f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W
20	0,00	0,000	30	0,00	0,000	40	0,00	0,000	50	0,00	0,000	60	0,00	0,000	70	0,00	0,000
20	0,10	0,004	30	0,10	0,008	40	0,10	0,012	50	0,10	0,017	60	0,10	0,022	70	0,10	0,029
20	0,20	0,026	30	0,20	0,041	40	0,20	0,059	50	0,20	0,078	60	0,20	0,098	70	0,20	0,120
20	0,30	0,057	30	0,30	0,090	40	0,30	0,127	50	0,30	0,168	60	0,30	0,213	70	0,30	0,260
20	0,40	0,095	30	0,40	0,150	40	0,40	0,213	50	0,40	0,282	60	0,40	0,354	70	0,40	0,434
20	0,50	0,138	30	0,50	0,220	40	0,50	0,313	50	0,50	0,414	60	0,50	0,510	70	0,50	0,630
20	0,60	0,184	30	0,60	0,297	40	0,60	0,424	50	0,60	0,554	60	0,60	0,701	70	0,60	0,865
20	0,70	0,237	30	0,70	0,383	40	0,70	0,539	50	0,70	0,720	60	0,70	0,918	70	0,70	1,129
20	0,80	0,293	30	0,80	0,468	40	0,80	0,679	50	0,80	0,906	60	0,80	1,156	70	0,80	1,423
20	0,90	0,355	30	0,90	0,571	40	0,90	0,827	50	0,90	1,109	60	0,90	1,415	70	0,90	1,750
20	1,00	0,422	30	1,00	0,684	40	1,00	0,991	50	1,00	1,330	60	1,00	1,701	70	1,00	2,097
20	1,10	0,487	30	1,10	0,804	40	1,10	1,170	50	1,10	1,576	60	1,10	2,006	70	1,10	2,497
20	1,20	0,570	30	1,20	0,941	40	1,20	1,368	50	1,20	1,848	60	1,20	2,355	70	1,20	2,943
20	1,30	0,665	30	1,30	1,095	40	1,30	1,596	50	1,30	2,138	60	1,30	2,757	70	1,30	3,443
20	1,40	0,782	30	1,40	1,289	40	1,40	1,848	50	1,40	2,504	60	1,40	3,216	70	1,40	4,025
20	1,50	0,942	30	1,50	1,544	40	1,50	2,205	50	1,50	2,971	60	1,50	3,824	70	1,50	4,680
20	1,60	1,071	30	1,60	1,773	40	1,60	2,508	50	1,60	3,410	60	1,60	4,397	70	1,60	5,518
20	1,70	1,141	30	1,70	1,941	40	1,70	2,670	50	1,70	3,730	60	1,70	4,890	70	1,70	6,190
Epstein Teste 80Hz			Epstein Teste 100Hz			Epstein Teste 120Hz			Epstein Teste 130Hz			Epstein Teste 140Hz			Epstein Teste 150Hz		
f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W
80	0,00	0,000	100	0,00	0,000	120	0,00	0,000	130	0,00	0,000	140	0,00	0,000	150	0,00	0,000
80	0,10	0,035	100	0,10	0,048	120	0,10	0,064	130	0,10	0,074	140	0,10	0,083	150	0,10	0,091
80	0,20	0,144	100	0,20	0,196	120	0,20	0,253	130	0,20	0,287	140	0,20	0,319	150	0,20	0,352
80	0,30	0,309	100	0,30	0,418	120	0,30	0,258	130	0,30	0,593	140	0,30	0,660	150	0,30	0,730
80	0,40	0,508	100	0,40	0,690	120	0,40	0,889	130	0,40	0,995	140	0,40	1,108	150	0,40	1,221
80	0,50	0,752	100	0,50	1,023	120	0,50	1,318	130	0,50	1,475	140	0,50	1,638	150	0,50	1,811
80	0,60	1,034	100	0,60	1,410	120	0,60	1,820	130	0,60	2,011	140	0,60	2,242	150	0,60	2,476
80	0,70	1,352	100	0,70	1,829	120	0,70	2,367	130	0,70	2,658	140	0,70	2,954	150	0,70	3,268
80	0,80	1,711	100	0,80	2,324	120	0,80	3,190	130	0,80	3,382	140	0,80	3,770	150	0,80	4,174
80	0,90	2,088	100	0,90	2,878	120	0,90	3,750	130	0,90	4,211	140	0,90	4,616	150	0,90	5,110
80	1,00	2,526	100	1,00	3,501	120	1,00	4,576	130	1,00	5,052	140	1,00	5,667	150	1,00	6,284
80	1,10	3,021	100	1,10	4,189	120	1,10	5,420	130	1,10	6,113	140	1,10	6,851	150	1,10	7,614
80	1,20	3,566	100	1,20	4,892	120	1,20	6,470	130	1,20	7,300	140	1,20	8,185	150	1,20	9,114
80	1,30	4,179	100	1,30	5,766	120	1,30	7,645	130	1,30	8,644	140	1,30	9,715	150	1,30	10,840
80	1,40	4,812	100	1,40	6,772	120	1,40	9,010	130	1,40	10,190	140	1,40	11,480	150	1,40	12,660
80	1,50	5,701	100	1,50	8,002	120	1,50	10,630	130	1,50	12,050	140	1,50	13,300	150	1,50	0,000
80	1,60	6,718	100	1,60	9,070	120	1,60	12,170	130	1,60	13,810	140	1,60	0,000	150	1,60	0,000
80	1,70	7,580	100	1,70	10,800	120	1,70	14,460	130	1,70	0,000	140	1,70	0,000	150	1,70	0,000

Os dados da análise do quadro de Epstein do aço do fornecedor C serão apresentados abaixo:

Tabela 3 – Resultados quadro de Epstein do Aço do fornecedor C.

Epstein Teste 20Hz			Epstein Teste 30Hz			Epstein Teste 40Hz			Epstein Teste 50Hz			Epstein Teste 60Hz			Epstein Teste 70Hz		
f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W
20	0,00	0,000	30	0,00	0,000	40	0,00	0,000	50	0,00	0,000	60	0,00	0,000	70	0,00	0,000
20	0,10	0,005	30	0,10	0,010	40	0,10	0,015	50	0,10	0,021	60	0,10	0,027	70	0,10	0,034
20	0,20	0,024	30	0,20	0,041	40	0,20	0,060	50	0,20	0,081	60	0,20	0,100	70	0,20	0,124
20	0,30	0,052	30	0,30	0,085	40	0,30	0,123	50	0,30	0,163	60	0,30	0,205	70	0,30	0,253
20	0,40	0,085	30	0,40	0,140	40	0,40	0,201	50	0,40	0,268	60	0,40	0,337	70	0,40	0,414
20	0,50	0,124	30	0,50	0,203	40	0,50	0,291	50	0,50	0,391	60	0,50	0,484	70	0,50	0,599
20	0,60	0,166	30	0,60	0,274	40	0,60	0,394	50	0,60	0,519	60	0,60	0,667	70	0,60	0,814
20	0,70	0,212	30	0,70	0,351	40	0,70	0,499	50	0,70	0,672	60	0,70	0,863	70	0,70	1,064
20	0,80	0,264	30	0,80	0,439	40	0,80	0,626	50	0,80	0,843	60	0,80	1,088	70	0,80	1,339
20	0,90	0,319	30	0,90	0,524	40	0,90	0,766	50	0,90	1,036	60	0,90	1,337	70	0,90	1,650
20	1,00	0,383	30	1,00	0,625	40	1,00	0,917	50	1,00	1,243	60	1,00	1,606	70	1,00	1,985
20	1,10	0,450	30	1,10	0,740	40	1,10	1,088	50	1,10	1,481	60	1,10	1,897	70	1,10	2,359
20	1,20	0,518	30	1,20	0,869	40	1,20	1,281	50	1,20	1,741	60	1,20	2,234	70	1,20	2,789
20	1,30	0,606	30	1,30	1,016	40	1,30	1,497	50	1,30	2,022	60	1,30	2,619	70	1,30	3,300
20	1,40	0,716	30	1,40	1,201	40	1,40	1,962	50	1,40	2,378	60	1,40	3,078	70	1,40	3,858
20	1,50	0,863	30	1,50	1,441	40	1,50	2,081	50	1,50	2,824	60	1,50	3,644	70	1,50	4,561
20	1,60	0,997	30	1,60	1,674	40	1,60	2,383	50	1,60	3,270	60	1,60	4,249	70	1,60	5,348
20	1,70	1,061	30	1,70	1,841	40	1,70	2,560	50	1,70	3,590	60	1,70	4,730	70	1,70	6,000
Epstein Teste 80Hz			Epstein Teste 100Hz			Epstein Teste 120Hz			Epstein Teste 130Hz			Epstein Teste 140Hz			Epstein Teste 150Hz		
f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W	f	Bpk	W
80	0,00	0,000	100	0,00	0,000	120	0,00	0,000	130	0,00	0,000	140	0,00	0,000	150	0,00	0,000
80	0,10	0,041	100	0,10	0,056	120	0,10	0,072	130	0,10	0,081	140	0,10	0,092	150	0,10	0,102
80	0,20	0,149	100	0,20	0,200	120	0,20	0,259	130	0,20	0,289	140	0,20	0,321	150	0,20	0,358
80	0,30	0,303	100	0,30	0,410	120	0,30	0,518	130	0,30	0,580	140	0,30	0,649	150	0,30	0,717
80	0,40	0,485	100	0,40	0,665	120	0,40	0,862	130	0,40	0,993	140	0,40	1,074	150	0,40	1,190
80	0,50	0,714	100	0,50	0,986	120	0,50	1,270	130	0,50	1,450	140	0,50	1,587	150	0,50	1,754
80	0,60	0,980	100	0,60	1,347	120	0,60	1,750	130	0,60	1,952	140	0,60	2,162	150	0,60	2,398
80	0,70	1,283	100	0,70	1,766	120	0,70	2,271	130	0,70	2,562	140	0,70	2,850	150	0,70	3,163
80	0,80	1,616	100	0,80	2,212	120	0,80	2,898	130	0,80	3,259	140	0,80	3,641	150	0,80	4,037
80	0,90	1,980	100	0,90	2,743	120	0,90	3,598	130	0,90	4,052	140	0,90	4,533	150	0,90	4,948
80	1,00	2,393	100	1,00	3,333	120	1,00	4,384	130	1,00	4,869	140	1,00	5,466	150	1,00	6,119
80	1,10	2,879	100	1,10	4,011	120	1,10	5,215	130	1,10	5,883	140	1,10	6,615	150	1,10	7,378
80	1,20	3,401	100	1,20	4,675	120	1,20	6,231	130	1,20	7,042	140	1,20	7,924	150	1,20	8,844
80	1,30	4,000	100	1,30	5,553	120	1,30	7,394	130	1,30	8,366	140	1,30	9,417	150	1,30	10,550
80	1,40	4,610	100	1,40	6,532	120	1,40	8,718	130	1,40	9,915	140	1,40	11,180	150	1,40	12,400
80	1,50	5,477	100	1,50	7,726	120	1,50	10,300	130	1,50	11,700	140	1,49	13,010	150	1,50	0,000
80	1,60	6,515	100	1,60	8,790	120	1,60	11,830	130	1,60	13,490	140	1,60	0,000	150	1,60	0,000
80	1,70	7,390	100	1,70	10,540	120	1,70	14,150	130	1,00	0,000	140	1,00	0,000	150	1,00	0,000