

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

ALESSANDRO MELO DE OLIVEIRA

Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional em
Python para Análise de Desempenho de Aeronaves com Base
em Planos de Voo

São Carlos
2025

ALESSANDRO MELO DE OLIVEIRA

Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional em
Python para Análise de Desempenho de Aeronaves com Base
em Planos de Voo

Monografia apresentada ao Curso
de Engenharia Aeronáutica, da
Escola de Engenharia de São
Carlos da Universidade de São
Paulo, como parte dos requisitos
para obtenção do Título de Enge-
nheiro(a) Aeronáutico

Orientador: Prof. Dr. Ricardo
Angélico

São Carlos
2025

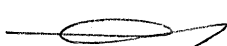
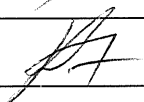
AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

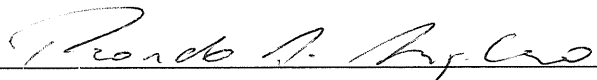
048d	Oliveira, Alessandro Melo de Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional em Python para Análise de Desempenho de Aeronaves com Base em Planos de Voo Python para Análise de Desempenho de Aeronaves com Base em Planos de Voo / Alessandro Melo de Oliveira; orientador Ricardo Afonso Angélico. São Carlos, 2024. Monografia (Graduação em) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2024. 1. Desempenho de Aeronaves. 2. Projeto de Aeronave. 3. Otimização de parâmetros. I. Título.
------	---

FOLHA DE APROVAÇÃO
Approval sheet

Candidato / Student: Alessandro Melo de Oliveira
Título do TCC / Title : Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional em Python para Análise de Desempenho de Aeronaves com Base em Planos de Voo
Data de defesa / Date: 05/07/2024

Comissão Julgadora / Examining committee	Resultado / result
Professor Doutor Ricardo Afonso Angélico 	APROVADO
Instituição / Affiliation: EESC - SAA	
Professor Doutor Álvaro Martins Abdalla 	APROVADO
Instituição / Affiliation: EESC - SAA	
Professor Doutor Hernan Dario Ceron Muñoz 	APROVADO
Instituição / Affiliation: EESC - SAA	

Presidente da Banca / Chair of the Examining Committee:



Professor Doutor Ricardo Afonso Angélico
(assinatura / signature)

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha sincera gratidão a Deus, cuja graça e bênçãos tornaram possível a conclusão desta jornada acadêmica. Sua presença me guiou e fortaleceu em todos os momentos de dificuldade e alegria.

Gostaria de expressar minha sincera gratidão a todas as pessoas que tornaram possível a conclusão desta jornada acadêmica. Suas contribuições, apoio e encorajamento foram inestimáveis ao longo deste desafiador percurso.

Em primeiro lugar, dedico este trabalho à minha família, cujo amor, apoio e incentivo foram a âncora que me sustentou durante todo esse processo. Agradeço por seu constante encorajamento, compreensão e por serem minha fonte de força em todos os momentos.

À minha esposa, que foi meu porto seguro, minha inspiração e minha fonte de alegria na reta final da graduação. Seu apoio inabalável, paciência e compreensão foram fundamentais para eu enfrentar os desafios deste trabalho.

Aos meus amigos de curso, nosso "dream team", que estiveram ao meu lado não apenas nos momentos de descontração, mas também nos momentos de dificuldade. Suas palavras de estímulo, apoio moral e até mesmo as distrações bem-vindas foram essenciais para manter minha motivação elevada.

Agradeço também aos amigos que fiz pós-pandemia ao retornar para São Carlos, na "Toca do Chacal", que me acolheram na reta final do curso e me deram apoio no início da minha atual jornada profissional.

Não poderia deixar de expressar minha profunda gratidão à minha universidade. Agradeço aos professores e funcionários pelo conhecimento transmitido, pelas oportunidades oferecidas e pelo ambiente de aprendizado estimulante que contribuiu significativamente para o meu desenvolvimento acadêmico e pessoal.

Por fim, agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para este trabalho, mesmo que não diretamente mencionados aqui.

Muito obrigado a todos.

RESUMO

OLIVEIRA, A. **Desenvolvimento de uma Ferramenta Computacional em Python para Análise de Desempenho de Aeronaves com Base em Planos de Voo**. 2024. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

Este projeto de conclusão de curso tem como principal objetivo desenvolver uma ferramenta gráfica interativa dedicada ao cálculo de parâmetros de desempenho de aeronaves, com base em um plano de voo definido pelo usuário. Para alcançar esse propósito, o projeto inicia com a formulação matemática das equações que descrevem a cinemática e dinâmica do movimento em cada etapa do plano de voo. Posteriormente, essas equações são traduzidas em códigos de programação em Python, resultando em uma interface gráfica responsiva. Essa interface permitirá ao usuário realizar experimentações e propor variações nos parâmetros específicos para cada fase do voo. O objetivo final é capacitar o usuário a explorar uma ampla variedade de cenários possíveis durante as diferentes etapas do voo, tornando a análise de desempenho de aeronaves mais acessível e eficiente. Exemplos de fases de voo incluídas tipicamente numa missão e abordadas neste trabalho são: taxiamento, decolagem, cruzeiro, loiter e pouso. Será calculado parâmetros como autonomia, distância, consumo de combustível e diagramas de carga, considerando casos típicos e atípicos de voo. Quando possível, será dada atenção aos casos de otimização destes parâmetros.

Palavras-chave: Desempenho de Aeronaves, Otimização de parâmetros, Projeto de Aeronaves

ABSTRACT

OLIVEIRA, A. **Development of a Python Computational Tool for Aircraft Performance Analysis Based on Flight Plans**. 2024. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2024.

This undergraduate thesis project aims to develop an interactive graphical tool dedicated to calculating aircraft performance parameters based on a user-defined flight plan. To achieve this purpose, the project begins with the mathematical formulation of equations describing the kinematics and dynamics of motion at each stage of the flight plan. Subsequently, these equations are translated into Python programming code, resulting in a responsive graphical interface. This interface will allow users to conduct experiments and propose variations in specific parameters for each phase of flight. The ultimate goal is to empower users to explore a wide range of possible scenarios during different stages of flight, making aircraft performance analysis more accessible and efficient. Examples of flight phases typically included in a mission and addressed in this work are: taxiing, takeoff, cruise, loiter, and landing. Parameters such as endurance, distance, fuel consumption, and load diagrams will be calculated, considering both typical and atypical flight cases. Whenever possible, attention will be given to optimizing these parameters.

Keywords: Aircraft performance, Parameter optimization, Aircraft design.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Processo de <i>feedback-loop</i> entre as fases de design conceitual e design de projeto.	15
Figura 2 – Típicas etapas durante o processo de concepção de uma aeronave. . .	16
Figura 3 – Variação de TSFC conforme velocidade e altitude.	22
Figura 4 – Divisão entre fases durante a decolagem.	23
Figura 5 – Fases de rotação, transição e subida durante decolagem.	25
Figura 6 – Diagrama de forças na condição de voo ascendente.	26
Figura 7 – Diagrama de forças na condição de voo em cruzeiro.	30
Figura 8 – Exemplo de diagrama de carga paga.	35
Figura 9 – Divisão entre fases durante o pouso.	36
Figura 10 – Diagrama de forças durante curva coordenada.	38
Figura 11 – Diagrama de forças durante a fase de descida.	41
Figura 12 – Visão geral da arquitetura do programa.	45
Figura 13 – Interfaces gráficas do programa.	46
Figura 14 – Fluxograma de usabilidade de aplicação.	47
Figura 15 – <i>Pop-up</i> para criação de novos aeroportos.	48
Figura 16 – <i>Pop-up</i> mostrando a rota de voo planejado. Caso de exemplo.	49
Figura 17 – Parâmetros de exemplo para a aeronave Boeing 777-300ER numa rota entre GRU-CDG.	50
Figura 18 – Distância e tempo de decolagem. Caso de exemplo.	51
Figura 19 – Parâmetros de voo ascendente. Caso de exemplo.	53
Figura 20 – Razão de subida por altitude e velocidade. Caso de exemplo.	54
Figura 21 – Relação de empuxo e arrasto na condição de cruzeiro. Caso de exemplo.	55
Figura 22 – Distância de voo e combustível necessário para cruzeiro. Caso de exemplo.	56
Figura 23 – Diagrama de carga paga por alcance. Caso de exemplo.	56
Figura 24 – Parâmetros de curva coordenada. Caso de exemplo.	57
Figura 25 – Variação de fator de carga, velocidade angular e raio de curvatura conforme velocidade linear.	58
Figura 26 – Parâmetros de planeio. Caso de exemplo.	58
Figura 27 – Variação do ângulo e razão de planeio conforme velocidade de planeio e altitude.	59
Figura 28 – Alcance e autonomia na condição de planeio conforme velocidade e coeficiente de sustentação.	60
Figura 29 – Distância e tempo de pouso para a aeronave Boeing 777.	61
Figura 30 – Parâmetros físicos das aeronaves E195-E2 e Boeing 777-300ER.	64
Figura 31 – Condições de voo para o caso 1 e 2 de estudo.	64
Figura 32 – Condições de voo para o caso 3 e 4 de estudo.	65

Figura 33 – Resultados para os casos 1 e 2 de estudo. 66

Figura 34 – Resultados para os casos 3 e 4 de estudo. 66

SUMÁRIO

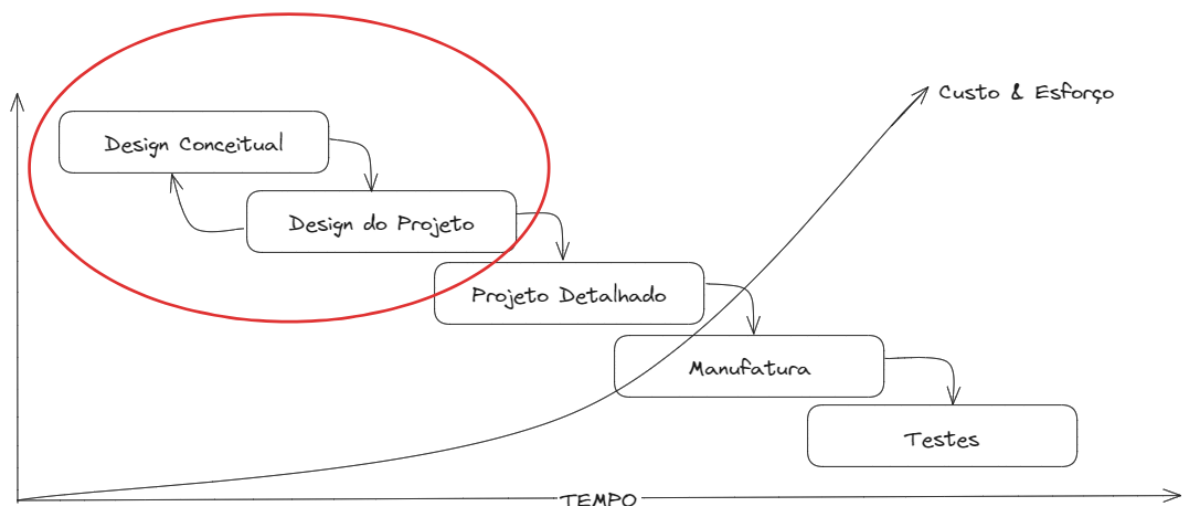
1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Objetivo	16
1.2	Estrutura do trabalho	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1	Polar de Arrasto, Modelo Atmosférico e Propulsão	19
2.2	Decolagem	22
2.3	Voo ascendente	26
2.4	Cruzeiro	29
2.5	Pouso	35
2.6	Espera	37
2.7	Curva coordenada	38
2.8	Planeio & Descida	40
3	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	45
3.1	Arquitetura técnica	45
3.2	Usabilidade	46
3.3	Resultados fornecidos	49
4	ANÁLISES E RESULTADOS	63
5	CONCLUSÕES	67
5.1	Sugestões de trabalhos futuros	67
	REFERÊNCIAS	69

1 INTRODUÇÃO

Dentre as várias etapas envolvidas no projeto de aeronaves, as fases que possuem maior flexibilidade de custo e tempo são as fases iniciais do projeto, também conhecidas como definição de requisitos, design conceitual e projeto preliminar (JENKINSON, 2003, p. 3). São nestas fases que se define o escopo teórico da aeronave a ser construída e testada nas fases posteriores.

Definido a ideia básica do projeto e a sua necessidade, o processo de contínua interação entre as fases iniciais retorna a otimização dos requisitos desejados da aeronave, garantindo uma menor necessidade de replanejamento nas fases seguintes. Usualmente, quanto mais tarde se muda um projeto, menor a flexibilidade e maior os custos associados à mudança (MAVRIS, 2000.), conforme Figura 1.

Figura 1 – Processo de *feedback-loop* entre as fases de design conceitual e design de projeto.



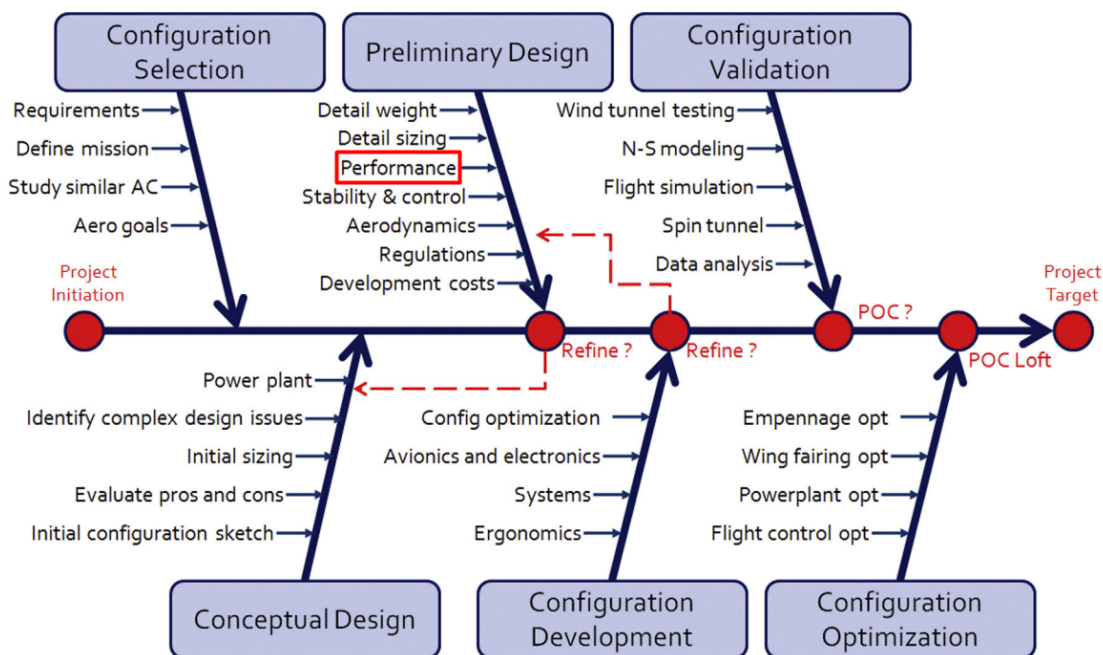
Fonte: Adaptado de (JENKINSON, 2003, p. 2)

Na fase de projeto preliminar, os estudos de desempenho de aeronaves são cruciais para garantir a segurança, eficiência e conformidade regulatória nas operações aéreas. Eles abrangem aspectos como desempenho de voo, decolagem, pouso, capacidade de carga e resposta a emergências, fornecendo informações essenciais para o projeto, operação e tomada de decisões no setor da aviação. Ao compreender e otimizar o desempenho das aeronaves em cada etapa, esses estudos contribuem para a segurança dos passageiros e tripulação, a eficiência operacional e o cumprimento de padrões regulatórios, promovendo um setor de aviação mais seguro e sustentável.

Neste sentido, o presente trabalho visa a construção de uma ferramenta computacional que possa servir como *feedback-loop* entre a fase de design conceitual e a fase de projeto

preliminar de aeronaves a jato, com base nas análises feitas em parâmetros de desempenho. É esperado que com o auxílio da ferramenta, o projetista consiga realizar iterações mais rápidas até atingir os requisitos desejados da aeronave, conforme processo iterativo da Figura 2.

Figura 2 – Típicas etapas durante o processo de concepção de uma aeronave.



Fonte: Adaptado de (RAHMAN, 2019)

1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho foi desenvolver uma interface gráfica responsável pelo cálculo dos parâmetros de desempenho de uma aeronave a jato dado *inputs* de um usuário. O desenvolvimento do programa foi realizado utilizando a linguagem de programação *Python*, onde foi implementado diversos cálculos de parâmetros de desempenho com base nos *inputs* do usuário, tais como características físicas da aeronave e condições de voo desejadas.

A modelagem das equações matemáticas que descrevem os parâmetros de desempenho se basearam nas literaturas de (OJHA, 1995), (GUDMUNDSSON, 2014), (SADRAEY, 2017) e (ROSKAM, 2000), assim como conhecimentos adquiridos nas disciplinas SAA0183 - Desempenho de Aeronaves e SAA0200/201 - Projeto de Aeronaves I e II. Essas equações foram então integradas ao programa desenvolvido, possibilitando a análise abrangente do desempenho da aeronave com base nas especificações fornecidas pelo usuário.

1.2 Estrutura do trabalho

Este trabalho apresenta seu conteúdo em 5 capítulos com o seguinte conteúdo, pulando o capítulo introdutório:

- Capítulo 2: é feita uma revisão bibliográfica das principais fases de voo realizadas por uma aeronave, trazendo a formulação matemática dos parâmetros de desempenho relevantes de cada fase.
- Capítulo 3: é explicada a metodologia usada para modelar as equações do capítulo 2 em códigos Python. Adicionalmente, é explicado o fluxo de execução do programa assim como sua arquitetura técnica, dando ênfase na usabilidade da interface e dos resultados que o programa fornece.
- Capítulo 4: é feita uma demonstração prática do programa com base em 2 aeronaves e diferentes planos de voo, discutindo os resultados obtidos em cada uma das análises.
- Capítulo 5: por fim, é feita uma conclusão resumindo os resultados do trabalho, assim como perspectivas de trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A presente seção tem como objetivo a formulação matemática das equações que descrevem o movimento de voo de uma aeronave nas principais fases de voo abordadas neste trabalho.

Apesar de amplamente discutidas nas literaturas, é dada uma atenção especial nas simplificações e tomadas de decisão que são feitas em algumas equações, afim de exemplificar a aplicação prática de tais equações no programa final, conforme detalhado no capítulo Capítulo 3.

Espera-se que esta seção não apenas facilite o entendimento das equações apresentadas, mas também forneça uma documentação teórica das mesmas, servindo como um manual de apoio para os resultados que serão obtidos pelo usuário ao interagir com a interface gráfica.

2.1 Polar de Arrasto, Modelo Atmosférico e Propulsão

Para o desenvolvimento das análises de desempenho, é necessário inicialmente definir três conceitos fundamentais: o perfil de arrasto da aeronave, a modelagem atmosférica e o empuxo de uma aeronave a jato.

2.1.1 Polar de Arrasto

A relação de sustentação e arrasto de uma aeronave pode ser simplificada a partir de uma relação quadrática entre os coeficientes de sustentação C_L , e arrasto C_D , podendo ser modelada como:

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2, \quad (2.1)$$

sendo C_{D0} o coeficiente de arrasto parasita da aeronave, e K o coeficiente de arrasto induzido, dado como:

$$K = \frac{1}{\pi e AR}, \quad (2.2)$$

sendo e o coeficiente de Oswald e $AR = b^2/S$ o alongamento. Segundo (RAYMER, 2018), o valor de e oscila entre 0.7 e 0.9, podendo ser estimado pela expressão 2.3 a depender do formato da asa.

$$e = \begin{cases} \text{Asa enflechada} & = 4.61(1 - 0.045AR^{0.68}) \cos(\Lambda_{LE})^{0.15} - 3.1 \\ \text{Asa reta} & = 1.78(1 - 0.045AR^{0.68}) - 0.64 \end{cases} \quad (2.3)$$

Dado a expressão geral de C_D em 2.1, é possível calcular alguns valores ótimos de relevância para estudos de desempenho, tais como arrasto mínimo e eficiência aerodinâmica máxima.

Define-se eficiência aerodinâmica como sendo a razão entre a sustentação e o arrasto:

$$E = \frac{L}{D} = \frac{C_L}{C_D} = \frac{C_L}{C_{D0} + KC_L^2} = \frac{\sqrt{(2W)/(\rho S)}}{C_{D0}\rho^2 V^4 + 4K(W/S)^2}. \quad (2.4)$$

Dada a relação 2.4, é suficiente considerar que a eficiência máxima E_m é obtida numa velocidade específica, obtida ao diferenciar E em relação a V , obtendo-se

$$V_{E_m} = \sqrt{(2W)/(\rho S)} (K/C_{D0})^{1/4}. \quad (2.5)$$

Nesta velocidade específica, é possível obter os valores de $C_{L_{E_m}}$, $C_{D_{E_m}}$ e E_m como:

$$C_{L_{E_m}} = \sqrt{C_{D0}/K}, \quad (2.6)$$

$$C_{D_{E_m}} = 2C_{D0}, \quad (2.7)$$

$$E_m = \frac{1}{2\sqrt{C_{D0}K}}. \quad (2.8)$$

2.1.2 Modelo Atmosférico

Para o modelo atmosférico, o parâmetro mais importante a ser modelado corresponde a densidade atmosférica, sendo o seu valor diretamente influenciado pela temperatura em cada camada atmosférica, conforme modelo de atmosfera padrão ISA.

Considerando uma dada altitude e encontrada sua respectiva temperatura, é possível definir a densidade local como:

$$\sigma = \rho/\rho_{SSL} = \frac{T}{T_{SSL}}^{g/(\lambda R)-1}, \quad (2.9)$$

onde $T_{SSL} = 288 \text{ K}$, $\rho_{SSL} = 1.225 \text{ kg/m}^3$, $\lambda = 6.5 \text{ K/km}$, $R = 287 \text{ m}^2/(\text{s}^2\text{K})$ e $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Usualmente, é mais prático trabalhar com a razão de densidades σ , cujo valor também pode ser aproximado segundo (HALE, 1991) e (OJHA, 1995) como

$$\sigma = \rho/\rho_{SSL} = \epsilon e^{-(h-h^*)/\beta}, \quad (2.10)$$

onde ϵ , β e h^* são definidos por

$$\begin{cases} \epsilon = 1, \beta = 9296, h^* = 0 & \text{se } h \leq 11000, \\ \epsilon = 0.3063, \beta = 6216, h^* = 11000 & \text{se } h > 11000. \end{cases} \quad (2.11)$$

2.1.3 Propulsão

Para aeronaves a jato, a propulsão pode ser estimada como:

$$T = \dot{m}_{air}(V_e - V_\infty) + (p_e - p_\infty)A, \quad (2.12)$$

sendo $\dot{m}_{air}$ a taxa de entrada de ar no motor, V_e e p_e a velocidade e a pressão na saída do motor, V_∞ e p_∞ a velocidade e a pressão externa ao motor, e A a área de saída do motor. Conforme 2.12, é possível analisar sua variação considerando a velocidade, altitude e atmosfera onde ocorre o voo.

Para a velocidade, é suficiente considerar que ocorre pouca variação no empuxo fornecido conforme variação de velocidade. Isso se deve ao fato de que com o aumento da velocidade, usualmente também se aumenta a taxa de entrada de ar no motor, de modo que o produto $\dot{m}_{air}(V_e - V_\infty)$ permanece razoavelmente constante durante o voo.

Para a altitude, o principal fator que altera a dinâmica propulsiva é a densidade do ar. Considerando que $\dot{m}_{air} = \rho AV$, a expressão 2.12 pode ser expressa como:

$$T = \rho AV_\infty(V_e - V_\infty). \quad (2.13)$$

Neste caso, a densidade ρ pode ser modelada conforme expressão de σ dada por 2.9, obtendo-se:

$$T = \sigma \rho_{SSL} AV_\infty(V_e - V_\infty). \quad (2.14)$$

Considerando que conforme aumento da altitude tem-se um decaimento da densidade atmosférica, é esperado que a propulsão também decaia.

Para a atmosfera, é suficiente considerar que a propulsão decai com o aumento da altitude devido a redução na pressão atmosférica. Sendo $p = \rho RT$, é possível reescrever como 2.13 como:

$$T = \frac{p AV_\infty(V_e - V_\infty)}{RT} \quad (2.15)$$

evidenciando a dependência da propulsão com a pressão atmosférica. Sendo assim, o máximo empuxo que um motor pode oferecer é ao nível do mar.

Para motores a jato, um importante fator a se definir é o consumo específico de combustível por empuxo c (TSFC), que pode ser definido como:

$$\frac{dW_{fuel}}{dt} = cT, \quad (2.16)$$

onde o seu valor expressa a eficiência de um motor de aeronave, indicando a quantidade de combustível que o motor consome para produzir uma unidade de empuxo (BENSEL, 2018).

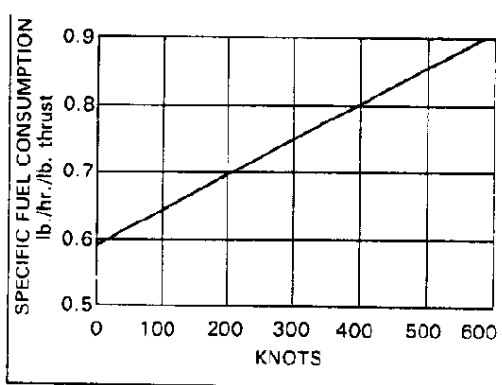
Considerando a variação do empuxo nas condições abordadas anteriormente, é possível modelar a propulsão de uma aeronave a jato conforme expressão 2.17 abaixo, considerando sobretudo a variação conforme a altitude de voo, conforme Figura 3b.

$$T = T_{SSL}\sigma^c \quad (2.17)$$

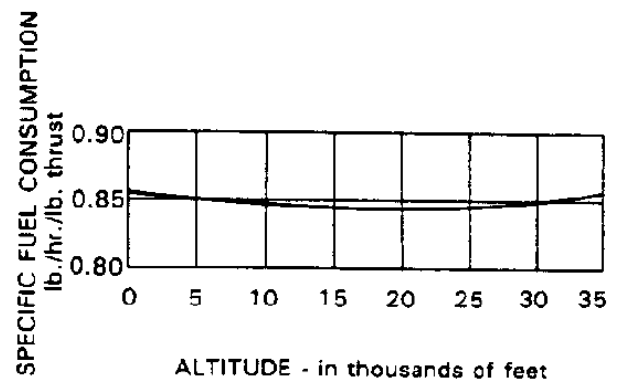
Uma simplificação adotada em 2.17 é considerar que o consumo específico de combustível por empuxo (TSFC) não se altera com a velocidade, o que não é verdade conforme Figura 3a.

Figura 3 – Variação de TSFC conforme velocidade e altitude.

(a) Variação de TSFC conforme velocidade.



(b) Variação de TSFC conforme altitude.



Fonte: (ROSKAM, 2000, p. 230)

2.2 Decolagem

A primeira fase a se analisar num plano de voo é a decolagem. Usualmente, o fase de decolagem pode ser dividida em 4 fases: rolagem, rotação, transição e subida, conforme exemplificado na Figura 4.

A distância total percorrida e o tempo total decorrido durante a decolagem consiste no somatório de cada fase da decolagem:

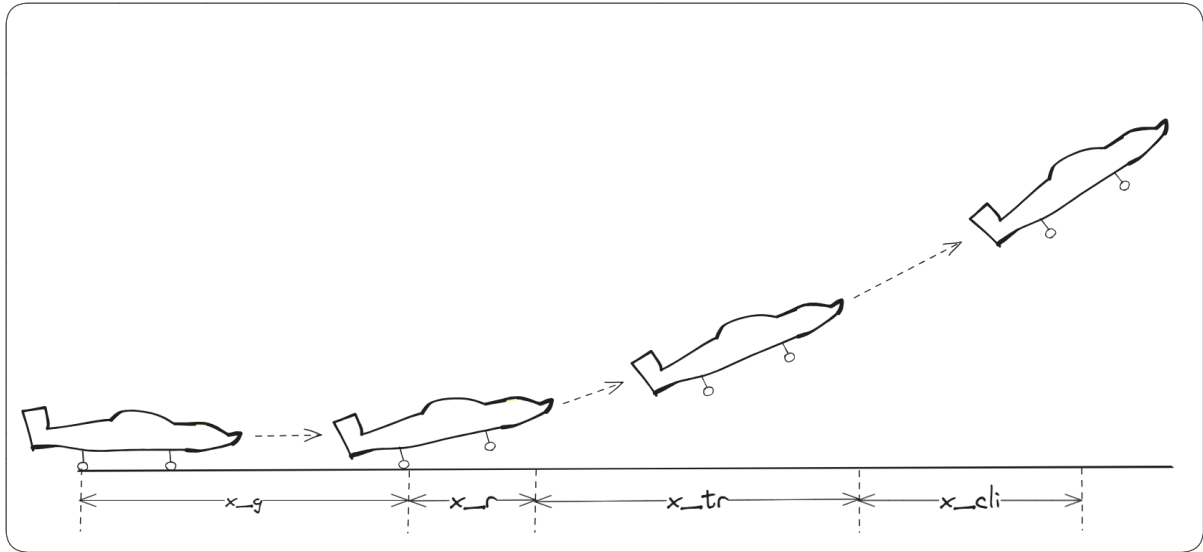
$$x_{tO} = x_g + x_r + x_{Tr} + x_{Cl}, \quad (2.18)$$

$$t_{tO} = t_g + t_r + t_{Tr} + t_{Cl}. \quad (2.19)$$

2.2.1 Rolagem no solo

Referindo novamente a Figura 4, a fase de rolagem tem início na posição zero e termina quando a aeronave atinge a posição A, tendo atingido a velocidade de rotação V_R .

Figura 4 – Divisão entre fases durante a decolagem.



Fonte: Adaptado de (OJHA, 1995, p. 378)

Pelo equilíbrio de forças na direção horizontal, tem-se:

$$\frac{W}{g}a = T - D\mu(W - L). \quad (2.20)$$

Pela regra da cadeia, a aceleração pode ser dada como:

$$a = \frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{Vdv}{dx} = \frac{dV^2}{2dx}. \quad (2.21)$$

Isolando ambos dx e dt de 2.21:

$$dx = \frac{dV^2}{2a} \quad (2.22)$$

$$dt = \frac{dV}{a} \quad (2.23)$$

$$x_g = \frac{1}{2} \int_0^{V_R} \frac{dV^2}{a} \quad (2.24)$$

$$t_g = \int_0^{V_R} \frac{dV}{a} \quad (2.25)$$

Em geral, pode-se admitir a constância da aceleração durante a fase de rolagem, admitindo que seu valor seja calculado em $V = 0.7V_{Lo}$, sendo $V_{Lo} = 1.15V_S$ a velocidade de stall.

Desta forma, a distância percorrida pode ser expressa como:

$$x_g = \frac{V_{Lo}^2}{2a}, \quad (2.26)$$

e o tempo por:

$$t_g = \frac{V_{Lo}}{\bar{a}}, \quad (2.27)$$

onde $\bar{a}$ corresponde a aceleração média calculada em $V = 0.7V_{Lo}$ a partir da equação 2.21.

Logo, uma vez obtido os valores de L, D e T a partir da velocidade de decolagem V_{Lo} , e assumindo que W seja igual ao peso de decolagem, pode-se obter a distância e o tempo de decolagem durante a fase de rolagem em solo.

Caso haja consideração da velocidade do vento e inclinação da pista durante esta fase, pode-se ajustar as equações 2.26 e 2.27:

$$x_g = \frac{V_{Lo} + V_w^2}{2(\bar{a} + g \sin \theta_r)}, \quad (2.28)$$

$$t_g = \frac{V_{Lo}}{\bar{a} + g \sin \theta_r}, \quad (2.29)$$

onde V_w corresponde a velocidade do vento e θ_r a inclinação da pista.

2.2.2 Rotação

A fase de rotação consiste no momento em que a velocidade de rotação V_R é atingida e a aeronave retira suas rodas dianteiras do solo, permanecendo apenas com as rodas traseiras em rotação até o momento em que as rodas traseiras percam contato com o solo e aeronave esteja inteiramente no ar.

Na prática, o tempo total durante esta fase é próximo de 3 segundos. Portanto, o tempo da fase de rotação pode ser calculado como:

$$t_R = 3, \quad (2.30)$$

e a distância de rotação como:

$$x_r = t_R V_{Lo} = 3V_{Lo}. \quad (2.31)$$

2.2.3 Transição

A fase de transição consiste no percurso curvo que a aeronave realiza logo após perder o contato com o solo e até atingir a fase de subida reta, conforme Figura 4.

Nesta fase, o ângulo de subida γ é expresso por:

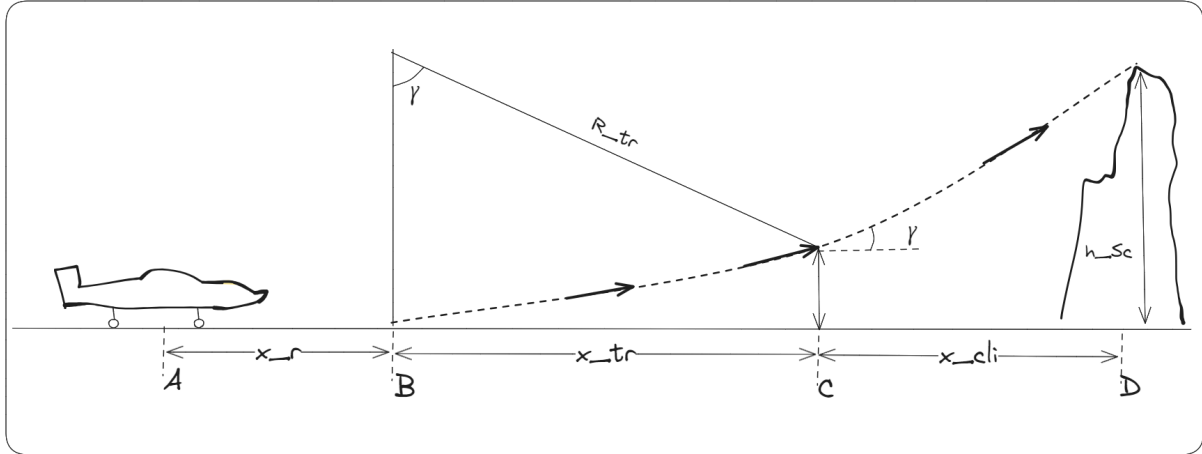
$$\gamma = \sin \frac{T - D^{-1}}{W}, \quad (2.32)$$

enquanto que o raio de curvatura da trajetória é dada por:

$$R_{Tr} = \frac{V_{Lo}^2}{0.15g}. \quad (2.33)$$

Logo, pela Figura 5, pode-se calcular a distância percorrida durante a transição como:

Figura 5 – Fases de rotação, transição e subida durante decolagem.



Fonte: Adaptado de (OJHA, 1995, p. 387)

$$x_{Tr} = R_{Tr} \sin \gamma, \quad (2.34)$$

enquanto que o tempo de transição t_{Tr} é dado por:

$$t_{Tr} = \frac{R_{Tr} \gamma}{V_{Lo}}. \quad (2.35)$$

2.2.4 Subida

A fase de subida consiste no período em que a aeronave sobe em linha reta até ultrapassar um obstáculo imaginário de altura 50 pés (15.24 metros) h_{Sc} . Na prática, tal fase apenas existe se a altitude da fase de transição for menor do que a altura do objeto imaginário, conforme Figura 5.

A altitude em que a fase de transição termina é dada como:

$$h_{Tr} = R_{Tr} - R_{Tr} \cos \gamma = (1 - \cos \gamma) R_{Tr}. \quad (2.36)$$

Logo, caso $h_{Tr} < 50$ pés, calcula-se a distância percorrida e o tempo decorrido durante a fase de subida pelas expressões 2.37 e 2.38 respectivamente.

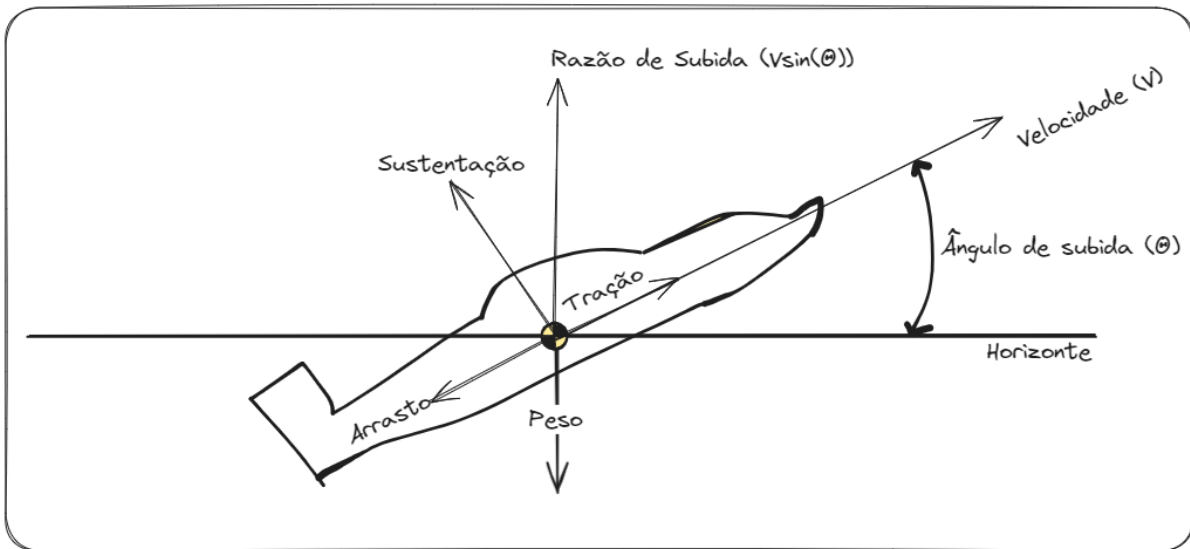
$$x_{Cl} = \frac{h_{Sc} - h_{Tr}}{\tan \gamma}. \quad (2.37)$$

$$t_{Cl} = \frac{x_{Cl}}{V_{Cl} \cos \gamma}. \quad (2.38)$$

2.3 Voo ascendente

A fase de voo ascendente tem início após a aeronave decolar, ultrapassando a altura de 50 pés (15.24 metros), e termina quando a aeronave atinge a altitude de cruzeiro. Nesta fase, os parâmetros de interesse são: razão de subida, ângulo de subida, distância e tempo decorrido durante a subida, e os tetos (absoluto, performance e desempenho).

Figura 6 – Diagrama de forças na condição de voo ascendente.



Fonte: Adaptado de (GUDMUNDSSON, 2014, p. 823)

2.3.1 Razão de Subida

A razão de subida (*rate of climb*) corresponde ao quão rápido a aeronave consegue ganhar altitude. Na prática, corresponde a componente vertical de sua velocidade instantânea da aeronave, conforme Figura 6.

$$h = V \sin \theta. \quad (2.39)$$

Novamente pela Figura 6, é possível relacionar a componente vertical da velocidade como

$$V \sin \theta = \frac{TV - DV}{W}, \quad (2.40)$$

e admitindo o uso da polar de arrasto quadrática, tem-se

$$h = V \sin \theta = V \left(\frac{T}{W} - q \frac{SC_{D0}}{W} - K \frac{W \cos^2 \theta}{Sq} \right). \quad (2.41)$$

A condição de máxima razão de subida, também chamada de *fastest climb*, ocorre quando temos $V_{h\max}$, cujo valor é encontrado ao igualar a derivada de $\frac{dh}{dV} = 0$. Dessa forma, é viável estimar o valor de $h_{\max}$ como

$$h_{\max} = \sqrt{\frac{W\Gamma}{3S\rho C_{D0}}}(T/W)^{1.5} \left(1 - \frac{\Gamma}{6} - \frac{3\cos^2\theta}{2ZE_m^2(T/W)^2}\right), \quad (2.42)$$

onde Γ é definido por

$$\Gamma = 1 + \sqrt{1 + \frac{3}{E_m^2(T/W)^2}}. \quad (2.43)$$

2.3.2 Ângulo de subida

O ângulo de subida θ corresponde ao ângulo formado entre a linha do horizonte e a velocidade de ascensão da aeronave, conforme Figura 6. Retornando na expressão 2.40, o valor de θ por ser obtido dividindo ambos os lados da expressão pela velocidade, obtendo

$$\sin \theta = \frac{T - D}{W}. \quad (2.44)$$

Considerando que nesta fase ainda temos $D \approx L$, tem-se de forma aproximada

$$\theta = \arcsin \left(\frac{T}{W} - \frac{1}{E} \right). \quad (2.45)$$

Pela expressão 2.45, o máximo valor de θ ocorre no máximo valor de E , obtendo:

$$\theta_{\max} = \arcsin \left(\frac{T}{W} - \sqrt{4C_{D0}K} \right). \quad (2.46)$$

2.3.3 Distância e tempo de subida

Dada a definição de h pela expressão 2.39, a distância percorrida pode ser expressa como:

$$x_{\text{climb}} = \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{\theta}, \quad (2.47)$$

enquanto que o tempo decorrido por ser dado por:

$$t_{\text{climb}} = \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h}. \quad (2.48)$$

Considerando a variação de h e θ , é possível analisar a distância e o tempo em dois casos particulares: *steepest climb* e *fastest climb* e , conforme seções 2.3.3.1 e 2.3.3.2 abaixo.

2.3.3.1 *Steepest Climb*

A condição de *steepest climb* ocorre quando a aeronave performa uma subida com seu maior ângulo de subida possível $\theta_{\max}$. Trata-se de uma opção de voo desejada caso a decolagem seja feita num terreno com morros ou montanhas.

Com o auxílio das variáveis A e B, o tempo e a distância nesta condição são calculados como:

$$t_{SC} = \frac{\beta}{A\sqrt{B}} \ln \left(\frac{(\sqrt{B\epsilon} \exp((-h_1 + h^*)/2\beta) - 1)(\sqrt{B\epsilon} \exp((-h_1 + h^*)/2\beta) + 1)}{(\sqrt{B\epsilon} \exp((-h_1 + h^*)/2\beta) + 1)(\sqrt{B\epsilon} \exp((-h_1 + h^*)/2\beta) - 1)} \right), \quad (2.49)$$

$$x_{SC} = \beta E_m \ln \left(\frac{B\epsilon - \exp((-h_1 + h^*)/\beta)}{B\epsilon - \exp((-h_2 + h^*)/\beta)} \right), \quad (2.50)$$

onde A e B são definidos como:

$$A = \left(\frac{2W/S}{\rho_{SSL}} \right)^{1/2} \frac{K}{C_{D0}} \frac{1}{E_m}, \quad (2.51)$$

$$B = \frac{E_m T}{W}, \quad (2.52)$$

sendo ϵ , β e h^* variações do modelo atmosférico, conforme expressão 2.11, variando se o voo acontece na troposfera ou na estratosfera.

2.3.3.2 *Fastest Climb*

A condição de *fastest climb* ocorre quando tem-se a maior razão de subida possível para a aeronave, ocasionando no menor de tempo de subida. Em geral, trata-se do comportamento mais desejado da aeronave durante a fase de subida.

Nesta condição, o tempo de subida pode ser expresso como:

$$t_{FC} = \left(\frac{3\rho_{SSL}C_{D0}}{(W\Gamma/S)} \right)^{1/2} \frac{\beta\delta}{2(T/W)^{3/2}(1 - \Gamma/6)} \ln \left(\left(\frac{a-1}{a+1} \right) \left(\frac{b+1}{b-1} \right) \right), \quad (2.53)$$

onde δ , a e b são expressos por:

$$\delta = \left(\frac{2\Gamma/3}{1 - \Gamma/6} \right)^{1/2} \frac{TE_m}{W}, \quad (2.54)$$

$$a = \delta\epsilon \exp(-h_2 + h^*/\beta), \quad (2.55)$$

$$b = \delta\epsilon \exp(-h_1 + h^*/\beta). \quad (2.56)$$

Usando as mesmas definições acima, a distância percorrida nesta condição é dada como:

$$x_{FC} = \frac{\beta \delta}{2(T/W)(1 - \Gamma/6)} \ln \left(\frac{(a - 1)(b + 1)}{(a + 1)(b - 1)} \right). \quad (2.57)$$

2.3.4 Teto de serviço, performance e operacional

Por teto, define-se a altitude máxima no qual a aeronave consegue performar com determinada razão de subida. Usualmente, define-se três tetos:

- Teto de serviço

Altitude máxima que a aeronave consegue manter com $h_{\max} = 0.51$ m/s.

- Teto de performance

Altitude máxima que a aeronave consegue manter com $h_{\max} = 0.76$ m/s.

- Teto operacional

Altitude máxima que a aeronave consegue manter com $h_{\max} = 2.54$ m/s.

Para ambos os casos, o valor do teto pode ser obtido pela expressão 2.42, igualando seu valor ao $h_{\max}$ e obtendo a densidade ρ corresponde a altitude do teto.

2.4 Cruzeiro

Terminada a fase de subida, tem-se início a fase de cruzeiro. Nesta fase, a aeronave não performa nenhum tipo de manobra, permanecendo sempre com aceleração nula, performando um voo reto nivelado com uma velocidade constante.

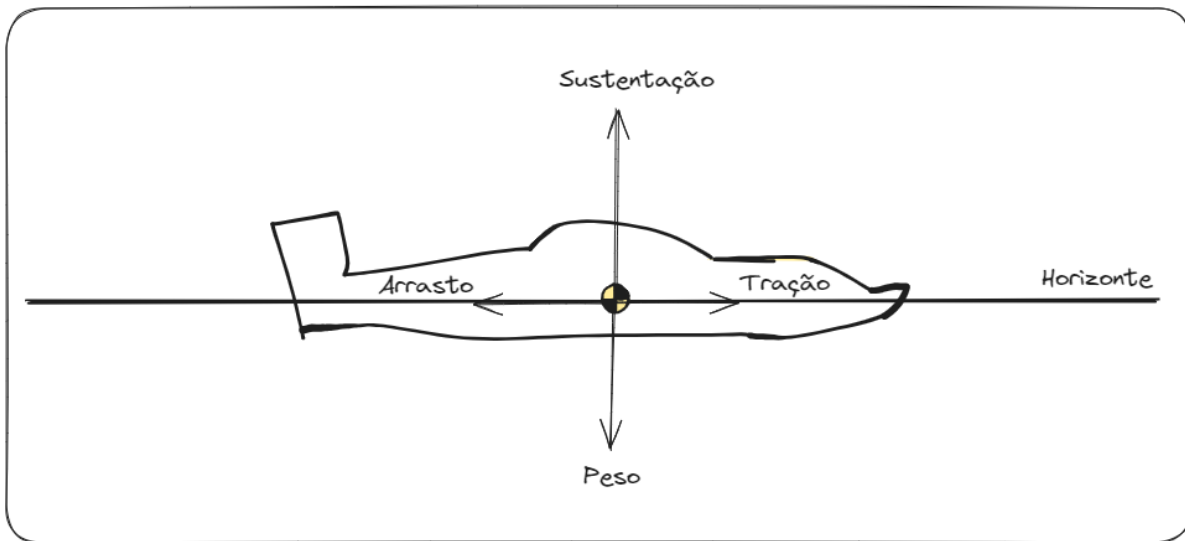
Durante a fase de cruzeiro, toda a sustentação da aeronave é contrabalanceada pelo seu peso, assim como todo o empuxo de seus motores é contrabalanceado pelo arrasto total da aeronave.

Cinco parâmetros relativos à fase de cruzeiro são abordados neste trabalho: velocidade de cruzeiro, arrasto mínimo, alcance, autonomia e consumo de combustível. Para os parâmetros de alcance e autonomia, são abordados três programas de voo, considerando três cenários de voo em cruzeiro:

- Altitude e C_L constante

Programa de voo onde a altitude e o coeficiente de sustentação permanecem iguais durante a fase inicial e final de cruzeiro.

Figura 7 – Diagrama de forças na condição de voo em cruzeiro.



Fonte: autoria própria.

- Velocidade e C_L constante

Programa de voo onde a velocidade de cruzeiro e o coeficiente de sustentação permanecem iguais durante a fase inicial e final de cruzeiro.

- Altitude e Velocidade constante

Programa de voo onde a velocidade de cruzeiro e o altitude permanecem iguais durante a fase inicial e final de cruzeiro.

Na prática, a fase de cruzeiro consiste na combinação de ambas a fases de voo, seja por parte do piloto, seja por parte do piloto automático da aeronave. Para fins de análise, o cômputo dos parâmetros se dará de forma individual para cada um dos programas, conforme seções 2.4.2, 2.4.3 e 2.4.4.

2.4.1 Velocidade de cruzeiro e arrasto mínimo

A velocidade de cruzeiro pode ser obtida considerando que no cruzeiro, tem-se $T = D$. Logo:

$$T = D = qSC_D, \quad (2.58)$$

$$T = \frac{\rho V^2 S (C_{D0} + KC_L^2)}{2}, \quad (2.59)$$

onde $q = \rho V^2 / 2$ e $C_D = C_{D0} + KC_L^2$.

Isolando a velocidade V , tem-se a relação completa da velocidade de cruzeiro em função dos parâmetros físicos da aeronave e da condição de voo:

$$V = \frac{T}{\sigma \rho_{SSL} S C_{D0}} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{W^2}{\left(\frac{1}{2\sqrt{K}C_{D0}}\right)^2 T^2}} \right). \quad (2.60)$$

Adicionalmente, é possível obter a relação para o arrasto mínimo nesta condição utilizando a relação 2.58 definida anteriormente:

$$D = q S C_D = q S (C_{D0} + K C_L^2), \quad (2.61)$$

$$D = \frac{\sigma \rho_{SSL} V^2 S C_{D0}}{2} + \frac{2 K W^2}{\sigma \rho_{SSL} S V^2}. \quad (2.62)$$

Considerando que $D_{\min}$ ocorre em $\frac{dD}{dV} = 0$, tem-se o arrasto mínimo como:

$$D_{\min} = 2W \sqrt{K C_{D0}}. \quad (2.63)$$

2.4.2 Alcance

Por alcance, define-se a distância horizontal percorrida pela aeronave durante a fase de cruzeiro. A forma mais intuitiva de se calcular a distância percorrida é relacioná-la com algo que varie nesta fase do voo: o peso W da aeronave devido ao consumo de combustível. A partir da relação 2.16 e da relação fundamental $V = \frac{dx}{dt}$, pode-se obter:

$$-\frac{dx}{dW} = \frac{V}{cT} \implies dx = \frac{V}{cD} dW. \quad (2.64)$$

Admitindo que a eficiência c do motor não se altere e considerando que na fase de cruzeiro temos $D = T$, tem-se:

$$x_{\text{cru}} = \frac{1}{c} \int_1^2 \frac{V}{D} dW, \quad (2.65)$$

onde 1 e 2 representam o momento inicial e final da fase de cruzeiro. Trabalhando com os coeficientes aerodinâmicos ($C_L = C_D$ em cruzeiro), pode-se reescrever a expressão como:

$$x_{\text{cru}} = \frac{1}{c} \int_1^2 \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}} \left(\frac{C_L}{C_D} \right) \frac{dW}{W}. \quad (2.66)$$

Vários parâmetros da expressão 2.66 variam durante a fase de cruzeiro, de modo que pode-se obter diferentes programas de voo a depender da configuração utilizada.

2.4.2.1 Altitude e C_L constante

Nesta configuração, vários parâmetros são retirados da integral na expressão 2.66: ρ , C_L , C_D . Com isso, tem-se:

$$x_{h-C_L} = -\frac{1}{c} \sqrt{\frac{2C_L}{\rho S}} \frac{1}{C_D} \int_1^2 \frac{dW}{\sqrt{W}}. \quad (2.67)$$

Considerando $V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}$ e definindo a fração de peso como $\zeta = \frac{W_1 - W_2}{W_1}$, tem-se a formulação do alcance para esta condição:

$$x_{h-C_L} = 2 \frac{C_L}{C_D} V \frac{1 - \sqrt{1 - \zeta}}{c}. \quad (2.68)$$

Para o alcance máximo nesta condição, é suficiente considerar que a expressão 2.68 terá seu valor máximo quando o produto $\frac{C_L}{C_D} V$ for máximo (considerando ζ constante). Com isto, o alcance máximo para a condição de altitude e C_L constante é definido por

$$xmr_{h-C_L} = \sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{2}} \sqrt{\frac{2W_1/S}{\rho_{SSL}\sigma_1}} \sqrt{\frac{E_m}{C_{D0}}} \frac{(1 - \sqrt{1 - \zeta})}{c}. \quad (2.69)$$

2.4.2.2 Velocidade e C_L constante

Nesta configuração, os parâmetros retirados da integral na expressão 2.66 são: C_L , C_D e todo o conjunto $V = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_L}}$. Com isso, tem-se

$$x_{V-C_L} = -\frac{V}{c} \frac{C_L}{C_D} \int_1^2 \frac{dW}{W}, \quad (2.70)$$

$$x_{V-C_L} = \frac{V}{c} \frac{C_L}{C_D} \ln \frac{1}{1 - \zeta}. \quad (2.71)$$

Para o cômputo do alcance máximo, é suficiente considerar que a expressão 2.71 terá seu valor máximo quando o produto $\frac{V C_L}{C_D}$ for máximo, sendo este o mesmo caso da seção 2.4.2.1.

$$xmr_{V-C_L} = \frac{1}{2c} \sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{2}} \sqrt{\frac{2W_1/S}{\rho_{SSL}\sigma_1}} \sqrt{\frac{E_m}{C_{D0}}} \ln \frac{1}{1 - \zeta}. \quad (2.72)$$

2.4.2.3 Altitude e Velocidade constante

Nesta configuração, a relação geral 2.66 pode ser dada como

$$x_{h-V} = -\frac{V}{c} \int_1^2 \frac{C_L}{C_D} \frac{dW}{W}. \quad (2.73)$$

Considerando a variação aerodinâmica e do peso nesta condição, a formulação completa em função dos parâmetros da aeronave é dado como:

$$x_{h-V} = \frac{2V_1 E_m}{c} \arctan \left(\frac{E_1 \zeta}{2E_m(1 - K E_1 C_{L1} \zeta)} \right), \quad (2.74)$$

onde E_1 e C_{L1} correspondem a eficiência aerodinâmica e ao coeficiente de sustentação no início do cruzeiro.

Diferenciando a expressão 2.74 com relação a V_1 , é possível deduzir a expressão para o alcance máximo nesta condição, dado como:

$$xmr_{h-V} = \frac{1}{c} \left(\frac{2E_m}{C_{D0}} \right)^{1/2} \left(\frac{2W_1/S}{\rho_{SSL} \sigma_1} \right)^{1/2} (3 - (1 - \zeta))^{1/4} \arctan \left(\frac{\zeta \sqrt{3(1 - \zeta)}}{(1 - \zeta) + 3(1 - \zeta)} \right). \quad (2.75)$$

2.4.3 Autonomia

Por autonomia, define-se o tempo total em que a aeronave permanece durante a fase de cruzeiro, podendo ser expresso na forma integral como:

$$t_{cru} = -\frac{1}{c} \int_1^2 E \frac{dW}{W}. \quad (2.76)$$

Considerando a parte variável da expressão 2.76, apenas dois casos particulares são necessários analisar: C_L constante e altitude e velocidade constantes.

2.4.3.1 C_L constante

Para o caso de C_L constante, é necessário considerar somente a variação do peso W durante o cruzeiro. Logo, a autonomia pode ser dada como

$$t_{C_L} = -\frac{E}{c} \int_1^2 \frac{dW}{W} = \frac{E}{c} \ln \frac{1}{1 - \zeta}, \quad (2.77)$$

onde $\zeta = (W_1 - W_2)/W_1$.

Considerando que num voo os parâmetros c e ζ sejam constantes, a máxima autonomia para a condição de C_L constante corresponde ao caso de máxima eficiência aerodinâmica:

$$tm_{C_L} = \frac{E_m}{c} \ln \frac{1}{1 - \zeta}. \quad (2.78)$$

2.4.3.2 Altitude e Velocidade constante

Para o caso de velocidade e altitude constante, é suficiente considerar que a autonomia pode ser obtida dividindo a distância percorrida no período, dada pela relação 2.74, pela velocidade, obtendo a relação 2.79.

$$t_{h-V} = (2E_m/c) \arctan \left(\frac{E_1 \zeta}{2E_m(1 - K E_1 C_{L_1} \zeta)} \right). \quad (2.79)$$

Para a expressão da autonomia máxima para a condição de velocidade e altitude constante, é suficiente derivar a relação 2.79 em relação a velocidade considerada e igualar a zero, obtendo 2.80.

$$tm_{h-V} = (2E_m/c) \arctan \left(\frac{\zeta}{2\sqrt{1-\zeta}} \right). \quad (2.80)$$

2.4.4 Consumo de combustível

O consumo de combustível durante o cruzeiro pode-se ser estimado com base na distância a ser percorrida durante esta fase. A partir das expressões 2.68, 2.71 e 2.74, é possível encontrar o valor de ζ e posteriormente o valor de W_2 , sendo $W_f = W_1 - W_2$ o peso de combustível necessário para percorrer a distância desejada.

Na condição mais comum, de altitude e velocidade constante, o valor de ζ pode ser obtido a partir de 2.74 como:

$$\zeta = 2E_m \tan \left(\frac{cx_{h-V}}{2E_m V_1} \right) / \left(E_1 \left(2C_{L_1} E_m K \tan \left(\frac{cx_{h-V}}{2E_m V_1} \right) + 1 \right) \right), \quad (2.81)$$

enquanto que o peso de combustível consumido durante o cruzeiro pode ser dado como

$$W_f = W_1 - W_2, \quad (2.82)$$

onde $W_2 = W_1(1 - \zeta)$.

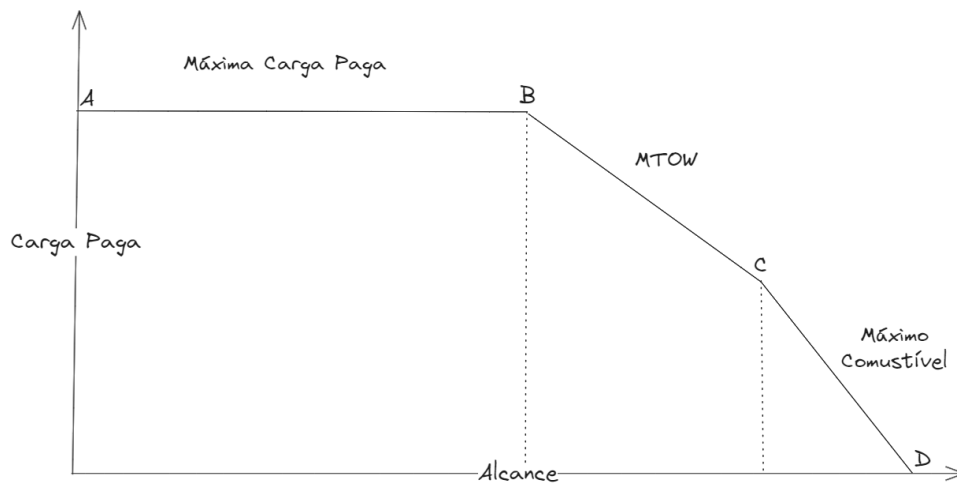
2.4.5 Diagrama de carga paga

O diagrama de carga paga correlaciona o máximo alcance que uma aeronave consegue atingir conforme variação da carga paga considerada. Trata-se de uma informação relevante para fins comerciais, já que quanto maior a carga paga, maior a receita que um voo tende a gerar.

Conforme diagrama de exemplo 8, são necessários quatro pontos para se definir o diagrama de carga paga:

- Ponto A: neste ponto, o alcance é calculado considerando que a aeronave possui a maior carga paga possível e combustível zero. $y_A = MPW$.

Figura 8 – Exemplo de diagrama de carga paga.



Fonte: autoria própria.

- Ponto B: neste ponto, a carga paga é mantida no seu valor máximo, porém aumenta-se a quantidade de combustível até atingir o MTOW da aeronave. $y_B = \text{MPW}$.
- Ponto C: neste ponto, reduz-se ainda mais a carga paga da aeronave até atingir a máxima quantidade de combustível, sempre limitado pelo MTOW. $y_C = \text{MTOW} - \text{OEW} - \text{MFW}$.
- Ponto D: neste ponto, considera-se que a aeronave opera com máximo combustível e nenhuma carga paga. $y_d = 0$.

Para cada um dos pesos considerados nos pontos de referência, calcula-se o alcance numa determinada velocidade de cruzeiro e altitude, conforme relações definidas em 2.4.2.

2.5 Pouso

A última fase de um plano de voo consiste na fase de pouso. Neste momento, aeronave se encontra com peso muito menor do que o de decolagem, devido ao consumo de combustível.

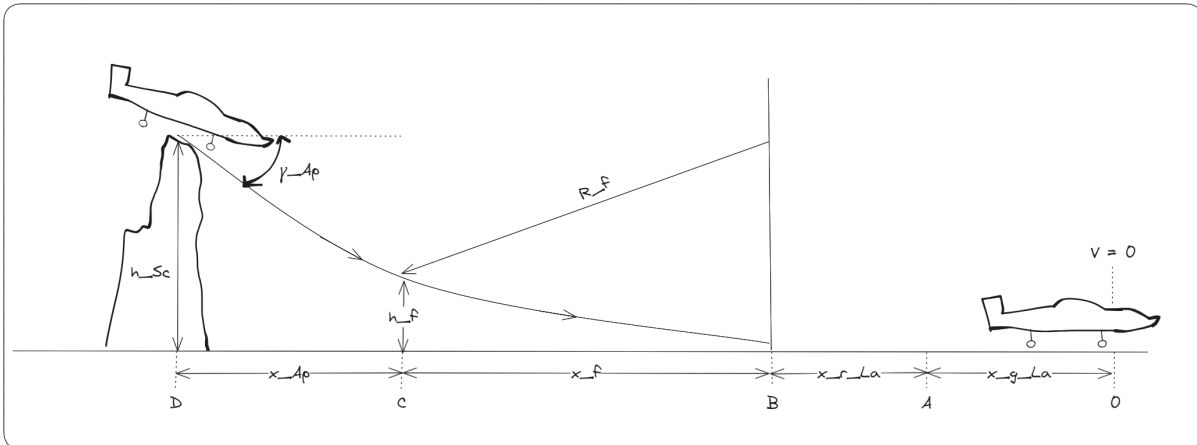
No pouso, a velocidade de aproximação pode ser estimada como

$$V_{Ap} = 1.3V_{S_{Ap}} = 1.3\sqrt{\frac{2W_{Ap}/S}{\rho C_{L_{max}}}}, \quad (2.83)$$

onde W_{Ap} corresponde ao peso da aeronave durante o pouso.

Ao todo, a fase de pouso pode ser dividida em quatro seções, conforme Figura 9, sendo elas: aproximação, *flare*, rotação e rolagem.

Figura 9 – Divisão entre fases durante o pouso.



Fonte: Adaptado de (OJHA, 1995, p. 390)

2.5.1 Aproximação

A fase de aproximação consiste no percurso realizado pela aeronave logo após atingir uma altura de 50 pés (15.24 metros), descendo em linha reta com um ângulo γ_{Ap} com o horizonte até atingir uma altura h_f , conforme Figura 9. Usualmente, o valor de γ_{Ap} é dado como 3° .

Pela geometria da Figura 9, tem-se:

$$x_{Ap} = \frac{h_{Sc} - h_f}{\tan \gamma_{Ap}}, \quad (2.84)$$

onde $h_f = \frac{V_{Ap}^2}{0.08g}(1 - \cos(\gamma_{Ap}))$.

Calculado a distância, o tempo decorrido corresponde ao quociente da distância pela velocidade considerada no trajeto, expresso como:

$$t_{Ap} = \frac{x_{Ap}}{V_{Ap} \cos \gamma_{Ap}}. \quad (2.85)$$

2.5.2 Flare

A fase de *flare* corresponde ao momento que a aeronave atinge o ponto C da Figura 9. No *flare*, o nariz do avião é levantado, diminuindo a velocidade de descida e criando assim uma aterragem mais suave para os tripulantes.

Nesta condição, a distância percorrida é dada como:

$$x_f = R_f \sin \gamma_{Ap} = \frac{V_{Ap}^2 \sin \gamma_{Ap}}{0.08g}, \quad (2.86)$$

enquanto que o tempo gasto é dado por:

$$t_f = \frac{V_{Ap}\gamma_{Ap}}{0.08g}. \quad (2.87)$$

2.5.3 Rotação

A fase de rotação corresponde ao momento em que a aeronave atinge o ponto B da Figura 9, indo até o ponto A. Esta fase tem início quando as rodas traseiras tocam o chão e termina quando todas as rodas da aeronave estão no chão.

Nesta fase, é suficiente considerar a mesma simplificação de 3 segundos aplicada durante a fase de decolagem. Logo, tem-se a distância percorrida e o tempo gasto como:

$$x_{RLa} = 3V_{Td}, \quad (2.88)$$

$$t_{RLa} = 3, \quad (2.89)$$

onde $V_{Td} = 1.15V_{S_{Ap}}$, sendo V_{Td} a velocidade de *touchdown*, ou seja, a velocidade no qual a aeronave toca no chão.

2.5.4 Rolagem

A fase de rolagem consiste na fase de desaceleração em solo da aeronave. A distância percorrida neste trecho depende da velocidade de aterrissagem V_{Td} e da desaceleração média neste trecho $\bar{d}$, que depende tanto do coeficiente de atrito da pista quanto da quantidade de freio aplicado.

Nesta fase, a distância percorrida pode ser expressa como:

$$x_{gLa} = \frac{V_{Td}^2}{\bar{d}}, \quad (2.90)$$

enquanto que o tempo gasto é dado por:

$$t_{gLa} = \frac{V_{Td}}{\bar{d}}. \quad (2.91)$$

2.6 Espera

A fase de espera, ou *loiter*, corresponde a fase onde a aeronave voa durante um curto período de tempo na mesma altitude, esperando autorização para pouso.

Conforme (RAYMER, 2004), é possível estimar o tempo máximo de *loiter* de uma aeronave à jato considerando suas configurações de cruzeiro na condição de velocidade e C_L constante, ou simplesmente relação de Breguet:

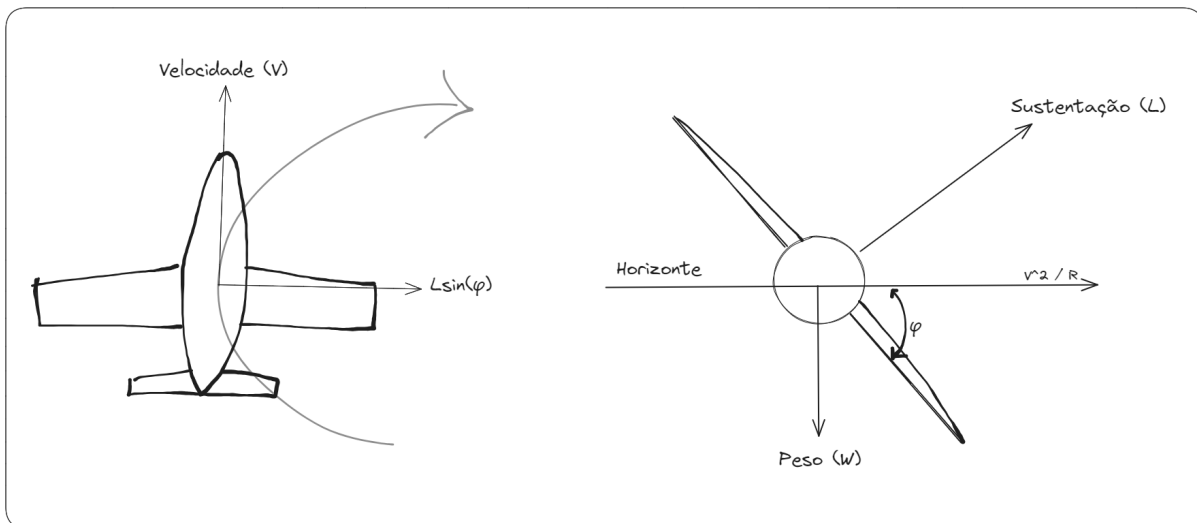
$$t_{\text{loiter}} = 1.16 \frac{x_{\text{cru}}}{V_{\text{cru}}}, \quad (2.92)$$

onde x_{cru} é dado pela expressão 2.60, enquanto que o alcance, segundo a relação de Breguet, é dado por 2.71. A expressão 2.92 é válida apenas se o *loiter* ocorrer na mesma altitude de cruzeiro.

2.7 Curva coordenada

Se necessário, a aeronave pode performar uma curva coordenada, conforme Figura 10. Neste cenário, os parâmetros de interesse são: fator de carga, raio de curvatura e velocidade angular.

Figura 10 – Diagrama de forças durante curva coordenada.



Fonte: Adaptado de (OJHA, 1995, p. 294)

Pela Figura 10, é possível correlacionar os valores de sustentação e peso como

$$L \cos \phi = W, \quad (2.93)$$

enquanto que a velocidade linear pode ser expressa a partir da relação de força centrífuga

$$L \sin \phi = \frac{WV^2}{gR}, \quad (2.94)$$

onde $V = R\omega$, sendo R o raio da curva performada.

A razão entre a sustentação e o peso da aeronave é comumente denominada fator de carga. Num cenário de curva, seu valor é expresso como:

$$n = \frac{L}{W} = \frac{1}{\cos \phi}, \quad (2.95)$$

sendo ϕ o ângulo de inclinação da curva.

A velocidade linear durante a curva coordenada pode ser expressa a partir da igualdade entre empuxo e arrasto nesta condição:

$$T = D = qSC_D = qS(C_{D0} + KC_L^2), \quad (2.96)$$

considerando que $q = \frac{\rho V^2}{2}$ e $C_L = \frac{2L}{\rho V^2 S}$, sendo L relacionado pelo fator de carga em 2.95, tem-se a relação da velocidade durante a curva:

$$V = \left(\frac{T/S}{\rho_{SSL} \sigma C_{D0}} \left(1 + \left(1 - \frac{n^2}{E_m^2 (T/W)^2} \right)^{1/2} \right) \right)^{1/2}. \quad (2.97)$$

A velocidade angular performada na curva pode ser expressa como:

$$\omega = \frac{g}{V} \tan \phi, \quad (2.98)$$

sendo V dado por 2.97. O raio de curvatura pode ser expresso como:

$$R = \frac{V}{\omega}, \quad (2.99)$$

sendo V dado por 2.97 e ω dado por 2.98.

Fora do caso geral dado pelas expressões acima, dois casos particulares são de utilidade prática: *fastest turn*, correspondente a condição de máxima velocidade angular e menor tempo de curva, e *tightest turn*, correspondente a condição de menor raio possível numa curva coordenada.

2.7.1 **Fastest Turn**

A condição de *fastest turn* corresponde a condição onde a aeronave performa uma curva com máxima velocidade angular. A velocidade angular, o raio de curvatura e o fator de carga são dependentes da velocidade linear nesta fase, que pode ser obtida ao diferenciar a expressão 2.98 em relação a V e igualando a zero, obtendo-se:

$$V_{FT} = \sqrt{\frac{2W/S}{\rho_{SSL} \sigma}} (K/C_{D0})^{1/4}. \quad (2.100)$$

Nesta condição, os valores de fator de carga, velocidade angular e raio de curvatura são expressos como:

$$n_{FT} = \sqrt{2(T/W)E_m^2 - 1}, \quad (2.101)$$

$$\omega_{FT} = \frac{g}{V_{FT}} \sqrt{n_{FT}^2 - 1}, \quad (2.102)$$

$$r_{FT} = \frac{V_{FT}^2}{g \sqrt{n_{FT}^2 - 1}}. \quad (2.103)$$

2.7.2 Tightest Turn

Na condição de *tightest turn*, interessa saber o raio mínimo que a aeronave pode realizar numa curva. A velocidade angular, o raio de curvatura e o fator de carga são dependentes da velocidade linear nesta fase, que pode ser obtida ao diferenciar a expressão 2.99 em relação a V e igualando a zero, obtendo-se:

$$V_{TT} = 2 \sqrt{\frac{KW/S}{\rho_{SSL} \sigma (T/W)}}. \quad (2.104)$$

Nesta condição, os valores de fator de carga, velocidade angular e raio de curvatura são dados como:

$$n_{TT} = \sqrt{2 - \frac{1}{E_m^2 (T/W)^2}}, \quad (2.105)$$

$$\omega_{TT} = \frac{g}{V_{TT}} \sqrt{n_{TT}^2 - 1}, \quad (2.106)$$

$$r_{TT} = \frac{V_{TT}^2}{g \sqrt{n_{TT}^2 - 1}}. \quad (2.107)$$

2.8 Planeio & Descida

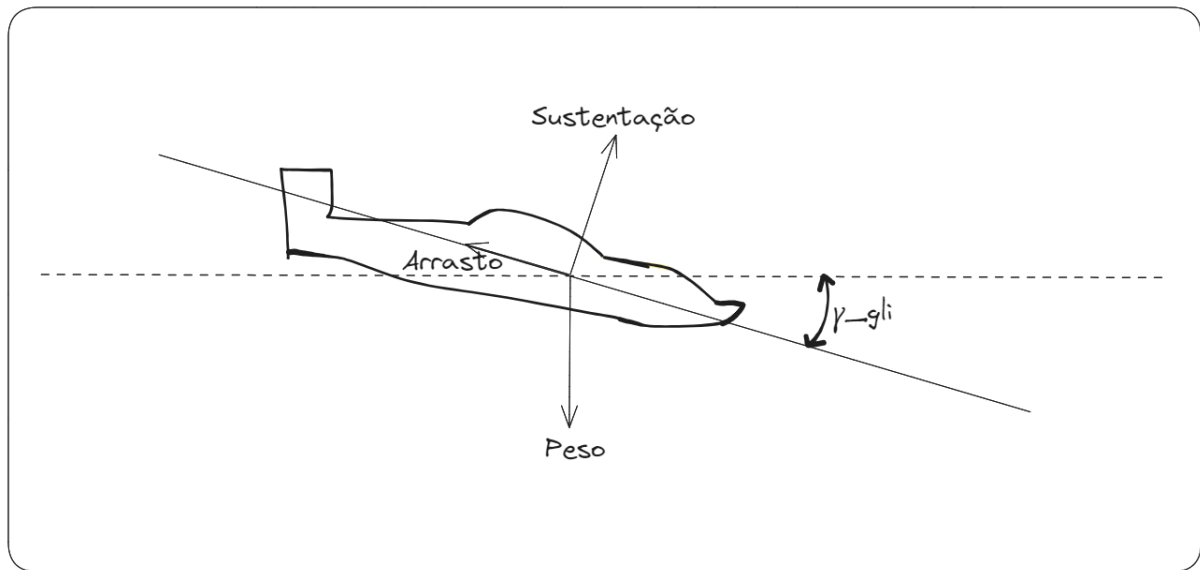
A fase de planeio e a fase de descida compartilham a mesma formulação teórica, com exceção do fato de que durante a descida pode haver algum nível de empuxo atuando. Na prática, o empuxo durante a descida geralmente é tão baixo que pode ser desconsiderado nas equações, permitindo que as fases de planeio e descida sejam tratadas como uma única fase.

Na fase de planeio, os parâmetros de interesse são: razão de descida, ângulo de planeio, alcance e autonomia.

2.8.1 Ângulo de planeio

Por ângulo de planeio, entende-se o ângulo formado entre a trajetória horizontal e a trajetória descendente de uma aeronave durante o voo planado. Um ângulo de planeio

Figura 11 – Diagrama de forças durante a fase de descida.



Fonte: Adaptado de (OJHA, 1995, p. 194)

menor indica uma aeronave mais eficiente em termos de alcance, pois pode planar mais longe horizontalmente para uma dada altitude.

O ângulo de planeio γ pode ser expresso unicamente em função das características físicas da aeronave e do ambiente, conforme:

$$\gamma = -\frac{D}{W}, \quad (2.108)$$

$$\gamma = \frac{\rho_{SSL}\sigma V^2 C_{D0}}{2\frac{W}{S}} + \frac{2K\frac{W}{S}}{\rho_{SSL}\sigma V^2}, \quad (2.109)$$

sendo V a velocidade de planeio e σ a altitude.

2.8.2 Razão de descida

Por razão de descida, entende-se como a taxa que a aeronave perde altitude enquanto plana. Uma razão de descida menor indica uma descida mais suave, enquanto uma razão de descida maior indica uma descida mais rápida. A razão de descida $\dot{h}$ pode ser expressa como

$$\dot{h} = -V\gamma, \quad (2.110)$$

sendo γ o ângulo de planeio.

2.8.3 Alcance

Por alcance, entende-se a distância horizontal percorrida pela aeronave durante a fase de planeio. O alcance pode ser calculado como:

$$x = - \int_{h_2}^{h_1} E dh, \quad (2.111)$$

dado uma perda de altitude de h_2 para h_1 . Neste caso, o valor de E pode variar conforme diferentes planos de voo adotado, sendo comumente separado em duas análises: C_L constante ou velocidade V constante.

2.8.3.1 C_L constante

Pela equação 2.111, dado um C_L qualquer, o alcance pode ser expresso como:

$$x_{C_L} = \frac{C_L}{C_{D_0} + K C_L^2} (h_2 - h_1), \quad (2.112)$$

enquanto que o alcance máximo ocorre quando tem-se E_{max} , ou seja:

$$\begin{cases} C_{Lmax} = \sqrt{\frac{C_{D_0}}{K}}. \\ C_{Dmin} = 2C_{D_0}. \end{cases} \quad (2.113)$$

Logo, o alcance máximo para a condição de C_L constante pode ser expresso como:

$$x_{C_{Lmax}} = \frac{\sqrt{\frac{C_{D_0}}{K}}}{2C_{D_0}} (h_2 - h_1). \quad (2.114)$$

2.8.3.2 V constante

Pela equação 2.111, dado uma velocidade V qualquer, o alcance pode ser expresso como:

$$x_V = - \frac{1}{A} \int_{h_2}^{h_1} \frac{\sigma dh}{\sigma^2 + B/A}, \quad (2.115)$$

onde A e B são definidos por:

$$\begin{aligned} A &= \rho_{SSL} C_{D_0} V^2 / (2W/S). \\ B &= 2K(W/S) / (\rho_{SSL} V^2). \end{aligned} \quad (2.116)$$

Performando a integral 2.115, tem-se

$$x_V = \frac{\beta}{B} \left(\arctan \left(\frac{A}{B} \exp(-h_1/\beta) \right) - \arctan \left(\frac{A}{B} \exp(-h_2/\beta) \right) \right), \quad (2.117)$$

onde segue a definição de $\beta = 9296$ dada em 2.11.

Neste cenário, o valor do máximo alcance para uma determinada velocidade pode ser obtida ao derivar 2.117 e igualar seu valor a zero, obtendo a velocidade que maximiza o alcance. Com isto, o máximo alcance pode ser expresso como:

$$x_{V_{max}} = 2(3)^{1/4} \beta E_m e^{(h_1+h_2)/4\beta} \arctan \left(\frac{\sqrt{3}}{4} (e^{(h_2-h_1)/2\beta} - e^{-(h_2-h_1)/2\beta}) \right). \quad (2.118)$$

2.8.4 Autonomia

Por autonomia, entende-se o tempo total decorrido pela aeronave durante a fase de planeio. O cômputo da autonomia durante a fase de planeio segue a expressão 2.119. Assim como no caso do alcance, pode-se separar a análise em C_L constante ou velocidade V constante a depender do plano de voo adotado.

$$t = - \int_{h_1}^{h_2} \frac{E}{V} dh \quad (2.119)$$

2.8.4.1 C_L constante

Para o caso de C_L constante, interessa apenas estudar a autonomia conforme variação da velocidade, conforme a integral:

$$t_{C_L} = -E \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{V}. \quad (2.120)$$

Considerando que $V = \sqrt{2(W/S)/(\rho_{SSL}\sigma C_L)}$, efetivamente tem-se apenas a variação do parâmetro σ conforme a perda de altitude. Logo, dada a definição de σ e β em 2.11, tem-se a autonomia como:

$$t_{C_L} = 2\beta E \left(\frac{\rho_{SSL} S C_L}{2W/S} \right)^{0.5} (\exp(-h_1/(2\beta)) - \exp(-h_2/(2\beta))). \quad (2.121)$$

Para a autonomia máxima, seu valor é obtido ao obter a velocidade que maximize a expressão 2.121.

Para o valor autonomia máxima na condição de C_L constante, é suficiente considerar que seu valor máximo ocorrerá numa velocidade V que maximize o valor de 2.121. Então, o valor da autonomia máxima pode ser expresso como:

$$t_{C_{Lmax}} = \sqrt{3} \beta E_m (\rho_{SSL}/(2W/S))^{1/2} (3C_{D0}/K)^{1/4} (e^{-h_1/2\beta} - e^{-h_2/2\beta}). \quad (2.122)$$

2.8.4.2 V constante

Para o caso de velocidade constante, pode-se retirar V do integrando da expressão 2.119, obtendo-se:

$$t_V = \frac{-1}{V} \int_{h_1}^{h_2} E dh, \quad (2.123)$$

onde a integral passa a ser o valor já calculado de x_v , dado pela expressão 2.117. Logo, a autonomia para uma velocidade qualquer é dada como:

$$t_V = \frac{x_v}{V}. \quad (2.124)$$

Para o valor da máxima autonomia na condição de velocidade constante, é suficiente considerar que seu valor máximo ocorrerá numa velocidade V que maximize o valor de t_V , dado pela relação 2.124.

Logo, a máxima autonomia pode ser expressa como:

$$t_{V_{max}} = 2(5/3)^{1/8} \beta E_m (\rho_{SSL}/(2W/S))^{1/2} (C_{D0}K)^{1/4} e^{(h_1+h_2)/(8\beta)} \arctan \left(\frac{\sqrt{15}}{8} (e^{(h_2-h_1)/2\beta} - e^{-(h_2-h_1)/2\beta}) \right). \quad (2.125)$$

3 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

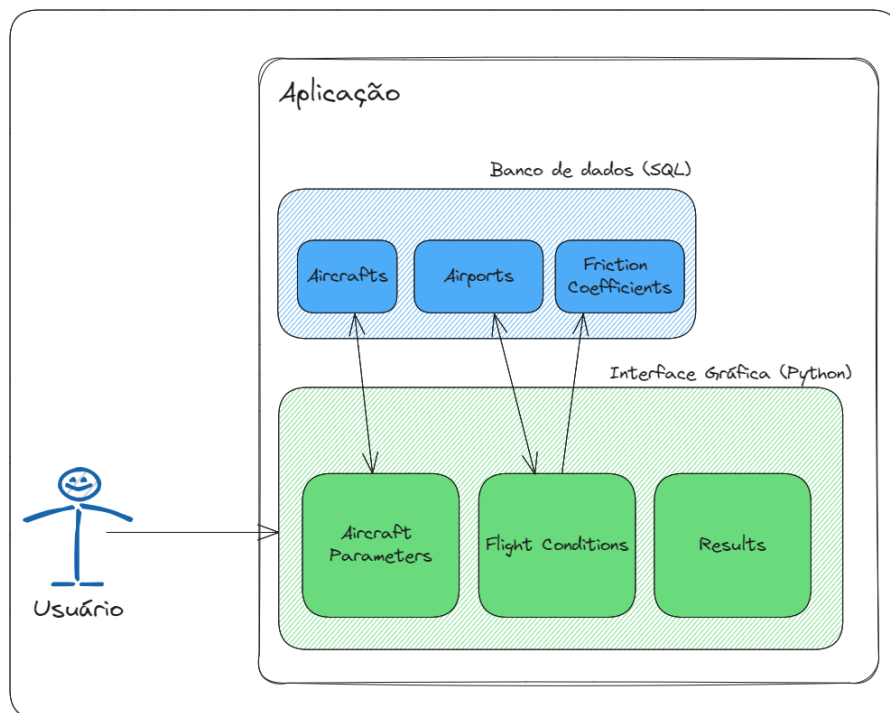
A presente seção visa detalhar o racional usado por trás da prototipação da interface gráfica, explicando as bibliotecas usadas, assim como explicando a implementação das equações definidas no capítulo de fundamentação teórica.

3.1 Arquitetura técnica

O programa foi desenvolvido utilizando a linguagem de programação Python (ROSSUM; DRAKE, 2009), utilizando-se do *framework* PySide2 para a criação da interface gráfica. Além do executável, o programa também dispõe de um banco de dados permanente para gravação das interações do usuário com o programa, garantindo que o usuário possa consultar informações salvas ao fechar e abrir o programa.

A Figura 12 mostra esquematicamente a arquitetura técnica do programa desenvolvido.

Figura 12 – Visão geral da arquitetura do programa.



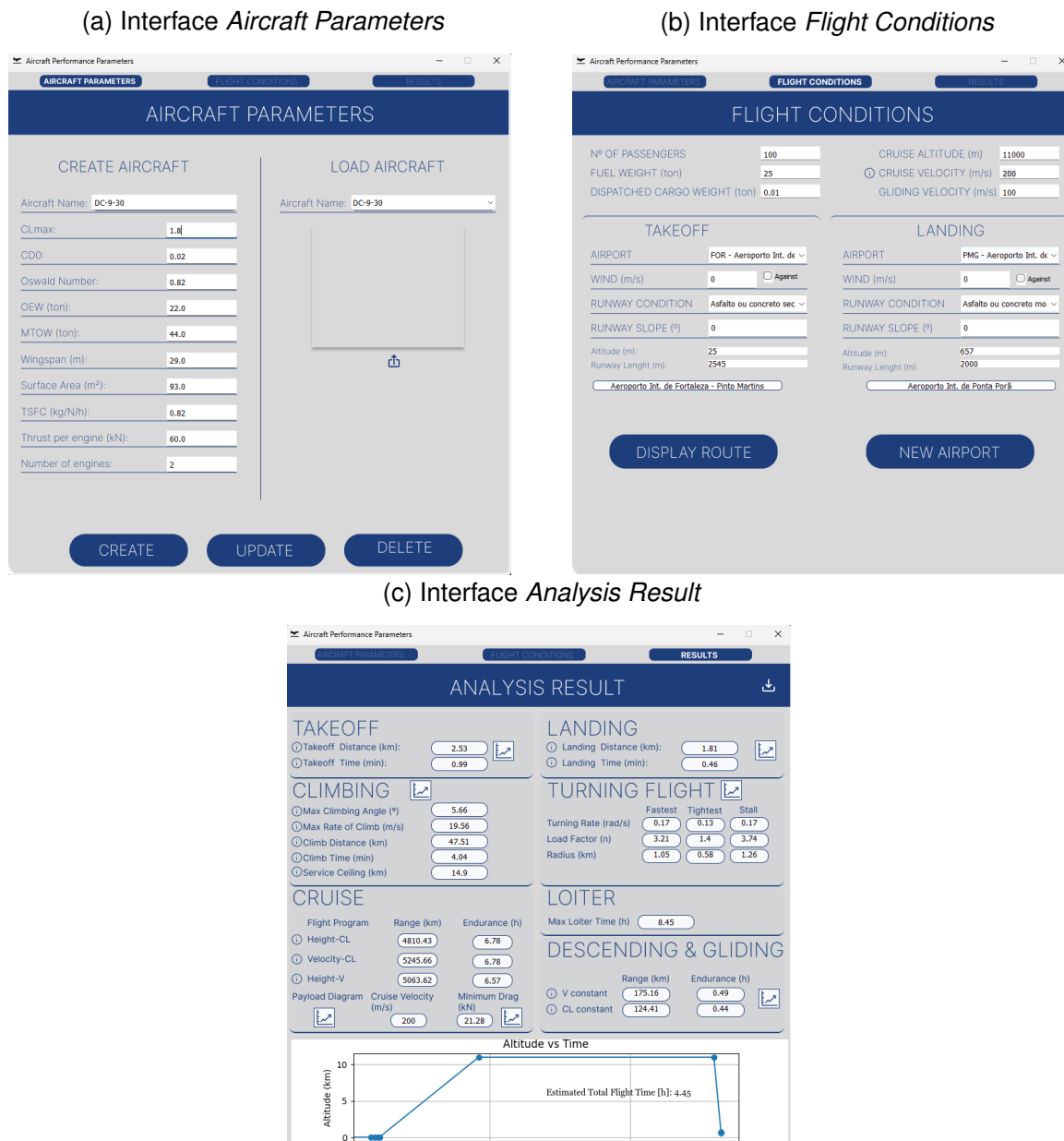
Fonte: autoria própria.

Toda codificação do programa encontra-se versionada no repositório público **https://github.com/AlessandroMDO/aircraft_performance_calculator/releases**, de modo que qualquer pessoa pode clonar e alterar o código conforme desejar, adequando as suas necessidades ou propondo novas implementações.

3.2 Usabilidade

O programa é formado por três interfaces de nome: *Aircraft Parameters*, *Flight Conditions*, *Results*, conforme Figura 13.

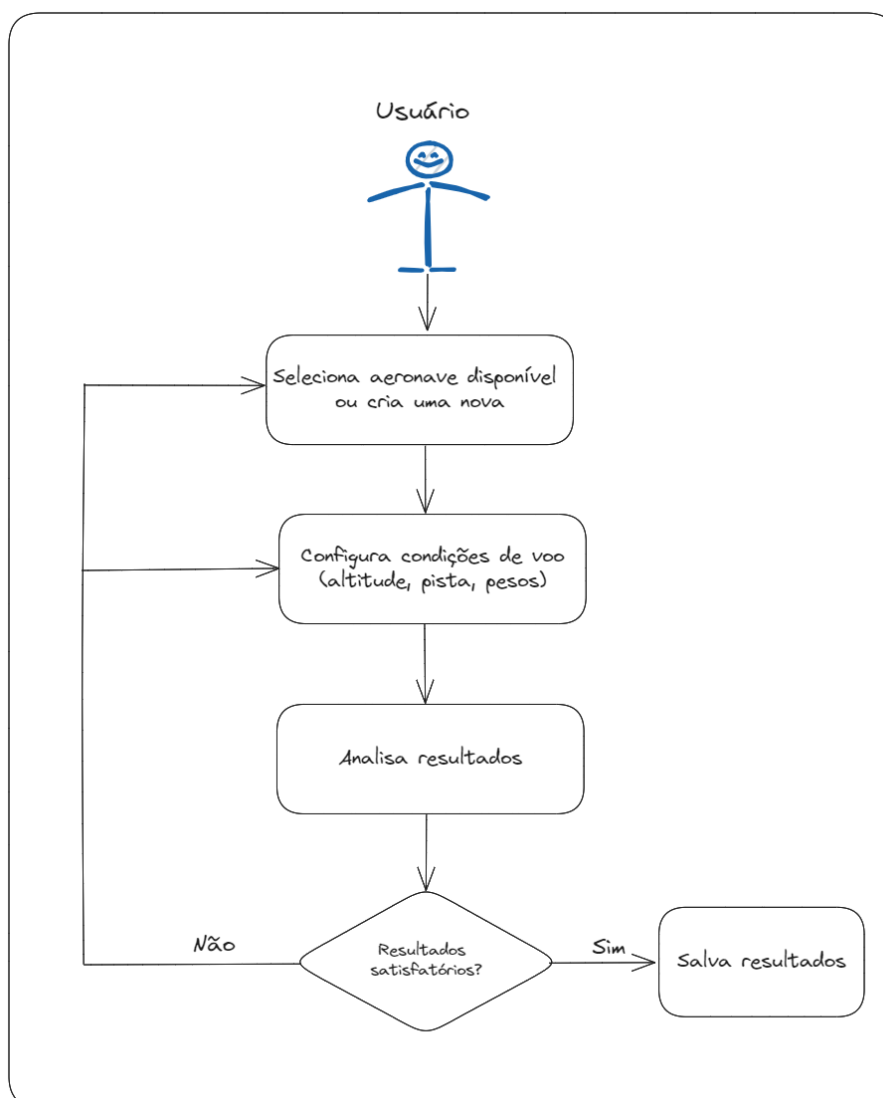
Figura 13 – Interfaces gráficas do programa.



Fonte: autoria própria

Esquemáticamente, o fluxo de execução por parte do usuário segue o fluxograma na Figura 14.

Figura 14 – Fluxograma de usabilidade de aplicação.



Fonte: autoria própria.

3.2.1 *Aircraft Parameters*

Ao iniciar o programa, a primeira interface de contato do usuário é a *Aircraft Parameters*, conforme Figura 13a. Nesta interface, o usuário pode selecionar uma aeronave já criada no banco de dados, ou então criar uma nova aeronave ao clicar no botão *CREATE*. Ao optar por criar uma aeronave, os dados são persistidos no banco de dados do programa, de modo que ao fechar e abrir o programa, a aeronave criada permanece disponível para análise.

Conforme Figura 13a, é possível excluir uma aeronave do banco de dados ao clicar no botão *DELETE*, ou atualizar os dados de uma aeronave já criada, clicando no botão *UPDATE*.

Considerando todas as fases de voo abordadas no capítulo 2, é necessário que o usuário forneça 10 parâmetros físicos da aeronave, considerando as unidades corretas identificadas

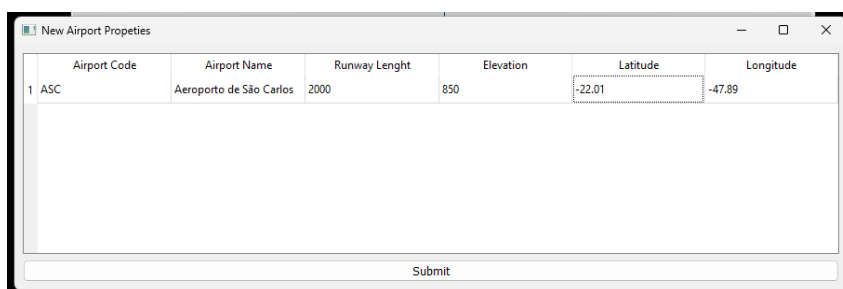
pelas legendas.

3.2.2 *Flight Conditions*

Após selecionado a aeronave desejada, a segunda interface de contato do usuário é *Flight Conditions*. Nesta tela, o usuário dispõe de várias configurações relacionadas às condições de voo, tais como número de passageiros, carga despachada, altitude de cruzeiro e aeroportos de decolagem e pouso. A Figura 13b fornece uma visão geral da interface.

A interface *Flight Conditions* dispõe de diversos aeroportos pré-definidos guardados no banco de dados. É possível criar uma nova localidade ao clicar no botão *NEW AIRPORT*, onde uma nova janela *pop-up* é aberta, e o usuário poderá inserir os dados referentes a localidade desejada, tais como comprimento de pista, altitude, etc... Ao salvar, o novo aeroporto fica disponível para ser utilizado no programa, mesmo que ele venha a ser fechado.

Figura 15 – *Pop-up* para criação de novos aeroportos.



	Airport Code	Airport Name	Runway Length	Elevation	Latitude	Longitude
1	ASC	Aeroporto de São Carlos	2000	850	-22.01	-47.89

Submit

Fonte: autoria própria.

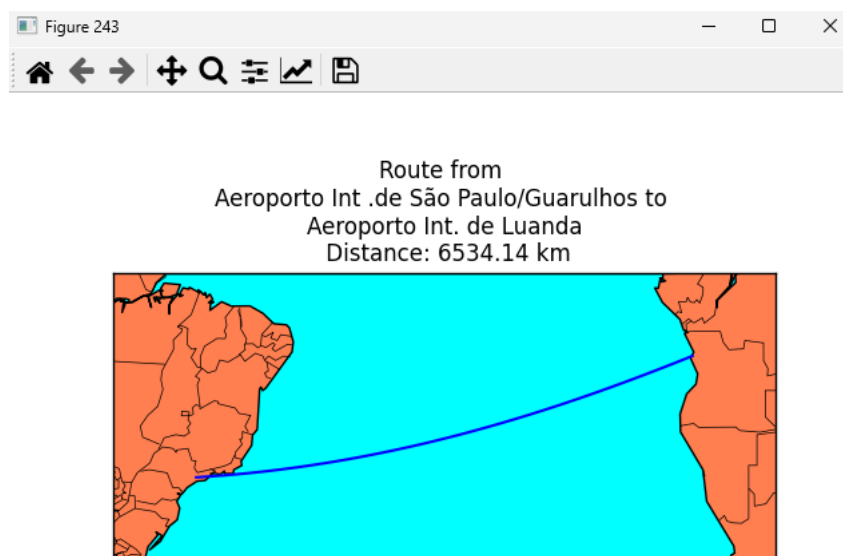
Após ter selecionado ambos os aeroportos, é possível visualizar o trajeto a ser realizado ao clicar no botão *DISPLAY ROUTE*, onde um *pop-up* será aberto mostrando o mapa com o trajeto entre as duas localidades, conforme Figura de exemplo 16.

Configurada todos os parâmetros de voo, o usuário então pode analisar os resultados computados para a aeronave em questão.

3.2.3 *Results*

Subsequente a interface *Flight Conditions*, tem-se a interface de resultados *Results*. Nesta tela, diversos indicadores relacionados a desempenho da aeronave são mostrados para o usuário, conforme exemplo 13c. Uma ampla quantidade de números, *pop-ups*, *tool tips* e gráficos ficam a disposição do usuário para auxiliá-lo nas tomadas de decisões do projeto. O detalhamento computacional por trás de cada um dos resultados é detalhado na seção 3.3.

Figura 16 – *Pop-up* mostrando a rota de voo planejado. Caso de exemplo.



Fonte: autoria própria.

3.3 Resultados fornecidos

Esta seção visa detalhar os resultados trazidos no programa. Como caso de exemplo, será estudado os parâmetros de desempenho da aeronave Boeing 777-300ER, numa rota entre o Aeroporto Internacional de São Paulo-Guarulhos e o Aeroporto de Paris-Charles de Gaulle, conforme parâmetros das figuras 17a e 17b.

3.3.1 Decolagem

Os resultados da fase de decolagem utiliza as equações definidas na seção 2.2.

Para os parâmetros que envolvem coeficiente de atrito, tais como distância de rolagem e tempo de rolagem em solo, o programa trabalha com um coeficiente de atrito referente a condição de pista fornecida pelo usuário, conforme tabela 1 armazenada no banco de dados da aplicação.

Nesta seção, os resultados fornecidos são distância de decolagem e tempo de decolagem, segmentado em suas fases intermediárias, conforme figuras 18a e 18b. Caso o comprimento de pista para decolagem seja insuficiente, o programa mostrará em vermelho a distância de decolagem.

Adicionalmente, é computado uma tabela mostrando a variação da distância e tempo de decolagem conforme altitude, conforme 18c.

Figura 17 – Parâmetros de exemplo para a aeronave Boeing 777-300ER numa rota entre GRU-CDG.

(a) Configurações físicas da aeronave Boeing 777-300ER. (b) Configurações de voo da aeronave Boeing 777-300ER.

AIRCRAFT PARAMETERSFLIGHT CONDITIONSRESULTS

AIRCRAFT PARAMETERS

CREATE AIRCRAFT

LOAD AIRCRAFT

Aircraft Name: Boeing 777-300ER

CLmax: 1.7

CDO: 0.015

Oswald Number: 0.85

OEW (ton): 160.0

MTOW (ton): 350.0

Wingspan (m): 64.0

Surface Area (m²): 436.0

TSFC (kg/h/kg): 0.8

Thrust per engine (kN): 500.0

Number of engines: 2

Fuel Capacity (ton): 145.0

Maximum Payload Weight (ton): 55.0

Aircraft Name: Boeing 777-300ER

CREATE

UPDATE

DELETE

AIRCRAFT PARAMETERSFLIGHT CONDITIONSRESULTS

FLIGHT CONDITIONS

Nº OF PASSENGERS 250

FUEL WEIGHT (ton) 130

DISPATCHED CARGO WEIGHT (ton) 10

CRUISE ALTITUDE (m) 11000

CRUISE VELOCITY (m/s) 230

GLIDING VELOCITY (m/s) 100

TAKEOFF

LANDING

AIRPORT GRU - Aeroporto Int .de

WIND (m/s) 0

RUNWAY CONDITION Asfalto ou concreto seco

RUNWAY SLOPE (º) 0

Altitude (m): 750

Runway Length (m): 3700

Aeroporto Int .de São Paulo/Guarulhos

AIRPORT CDG - Aeroporto de Par

WIND (m/s) 0

RUNWAY CONDITION Asfalto ou concreto mo

RUNWAY SLOPE (º) 0

Altitude (m): 120

Runway Length (m): 4200

Aeroporto de Paris-Charles de Gaulle

DISPLAY ROUTE

NEW AIRPORT

Fonte: autoria própria.

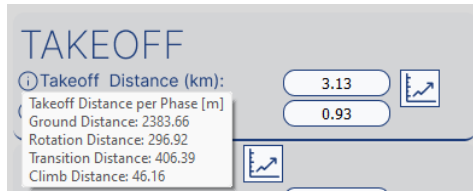
Tabela 1 – Coeficientes de atrito para variadas superfícies.

Supefície	Coeficiente de Atrito	
	Freios desligados	Freios Ligados
Asfalto ou concreto seco	0.03 - 0.05	0.3 - 0.5
Asfalto ou concreto molhado	0.05	0.15 - 0.3
Asfalto ou concreto com gelo	0.02	0.06 - 0.1
Grama dura	0.05	0.4
Terra firme	0.04	0.3
Grama macia	0.07	0.2
Grama molhada	0.08	0.2

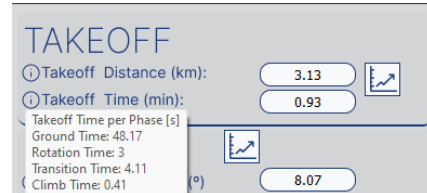
Fonte: Adaptado de (GUDMUNDSSON, 2014, p. 798)

Figura 18 – Distância e tempo de decolagem. Caso de exemplo.

(a) Distância de decolagem. Caso de exemplo.



(b) Tempo de decolagem. Caso de exemplo.



(c) Variação da distância e tempo de decolagem conforme altitude. Caso de exemplo.

TAKEOFF

Takeoff Distance (km): 3.13

Takeoff Time (min): 0.93

Aircraft_Performance_Parameters

	Takeoff Altitude [m]	Takeoff Distance [m]	Takeoff Time [s]
1	380.0	3036.35	54.83
2	720.0	3125.13	55.62
3	1070.0	3220.32	56.45
4	1420.0	3319.55	57.31
5	1760.0	3420.02	58.17
6	2110.0	3527.86	59.07
7	2460.0	3640.4	60.0
8	2810.0	3758.2	60.96
9	3150.0	3886.22	61.98
10	3500.0	4023.83	63.06

3.3.2 Voo Ascendente

Para o cômputo dos parâmetros de voo ascendente, seguem as relações definidas na seção 2.3. Em todos os parâmetros abordados nesta fase, são feitas as considerações:

- $W_{\text{climb}} = TOW - 0.10FW$. Ou seja, admite-se que a aeronave perdeu 10% do seu combustível durante a fase de decolagem.
- A altitude inicial da fase de *climb* corresponde à h_{Sc} (15.24 metros), enquanto a altitude final corresponde a altitude de cruzeiro fornecida no *input* do programa.

Ao todo, são calculados 5 parâmetros referentes a fase de voo ascendente, confirme Figura de exemplo 19.

1. Máximo ângulo de subida

O máximo ângulo de subida corresponde a condição de *steepest climb*, dado pela relação 2.46.

2. Máxima razão de subida

A máxima razão de subida corresponde a condição de *fastest climb*, dada pela relação 2.42.

Adicionalmente, é plotada a relação entre o razão de subida e a velocidade, seguindo um processo de iteração utilizando a equação 2.41, conforme Figura 20a. Aqui, espera-se que o projetista tenha uma visão da razão de subida para diferentes condições de velocidade.

3. Distância horizontal percorrida durante a subida

Por padrão, a interface de resultados retorna a distância percorrida considerando a condição de *fastest climb*, utilizando a relação 2.57, dada que esta condição usualmente é a mais desejada pelo projetista.

Adicionalmente, também é retornado a distância percorrida na condição de *steepest climb*. Esta condição é útil considerando aeronaves que possuem missões de decolagem em terrenos com morros ou obstáculos.

4. Tempo decorrido durante a subida

Assim como na distância percorrida, por padrão a interface retorna o tempo decorrido de subida na condição de *fastest climb*, utilizando a relação 2.53.

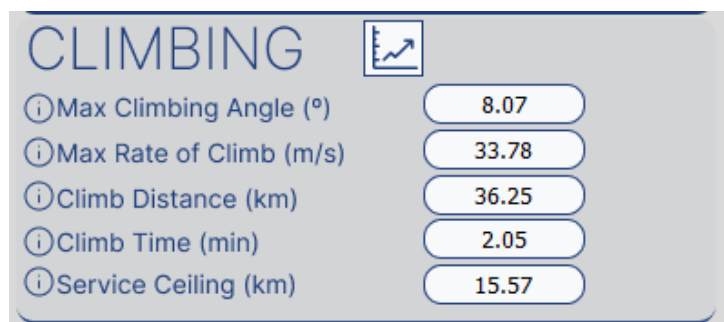
5. Consumo de combustível

Por padrão, a interface gráfica retorna a fração de combustível ζ na condição de *fastest climb*.

6. Tetos

Para os tetos, a interface retorna por padrão o teto de serviço, correspondente a altitude onde tem-se uma razão de subida igual a 0.51 m/s. Adicionalmente, também são calculados os tetos absolutos e de performance da aeronave, conforme definidos em 2.3.4.

Figura 19 – Parâmetros de voo ascendente. Caso de exemplo.



Fonte: elaborado pelo autor.

3.3.3 Cruzeiro

Para o cômputo dos parâmetros de cruzeiro, seguem as relações desenvolvidas na seção 2.4.

Para o cômputo dos parâmetros, as seguintes considerações são feitas:

- O peso considerado num instante qualquer desta fase corresponde a $W = TOW - 0.5FW$. Ou seja, num instante onde a aeronave já consumiu metade de seu combustível.
- Para alcance, o valor de ζ é dado como $\zeta = \frac{W_1 - W_2}{W_1}$, onde $W_1 = TOW - 0.15FW$ e $W_2 = TOW - 0.95FW$. Ou seja, assume-se que no cruzeiro se consome 80% do total de combustível.

Ao todo, são calculados 6 parâmetros referentes a fase de voo ascendente:

1. Velocidade de cruzeiro

Caso o usuário coloque a velocidade de cruzeiro como 0 no *input* do programa, será calculado um valor de velocidade considerando a relação 2.60. Neste ponto, é feito uma validação adicional considerando casos irreais de velocidade de cruzeiro maior do que a velocidade de *stall* da aeronave.

2. Arrasto mínimo

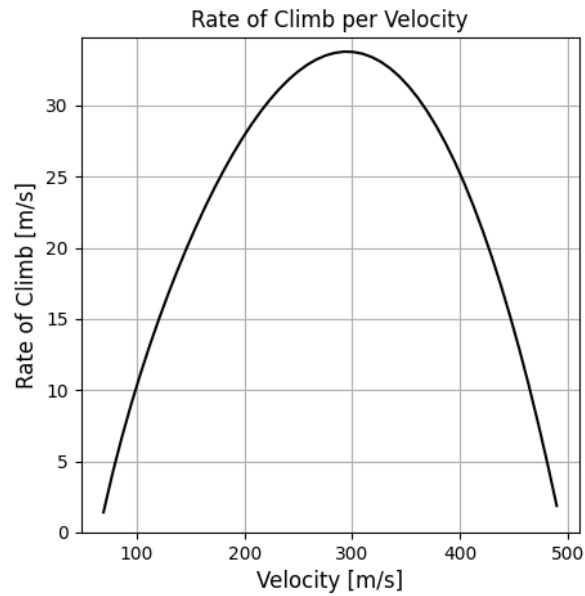
O cômputo do arrasto mínimo na condição de cruzeiro segue a relação 2.63. Neste ponto, além do valor calculado, também é mostrado um gráfico indicando a polar de arrasto e o empuxo da aeronave conforme variação da velocidade, conforme Figura 21.

3. Alcance

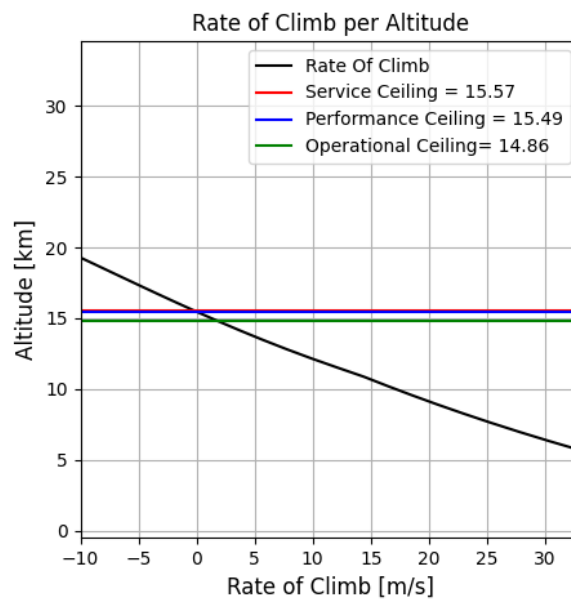
Para o alcance em cruzeiro, calcula-se os três casos de análise definidos nas seções 2.4.2.1 (altitude e C_L constante), 2.4.2.2 (velocidade e C_L constante) e 2.4.2.3 (altitude

Figura 20 – Razão de subida por altitude e velocidade. Caso de exemplo.

(a) Relação de razão de subida por velocidade. Caso de exemplo.

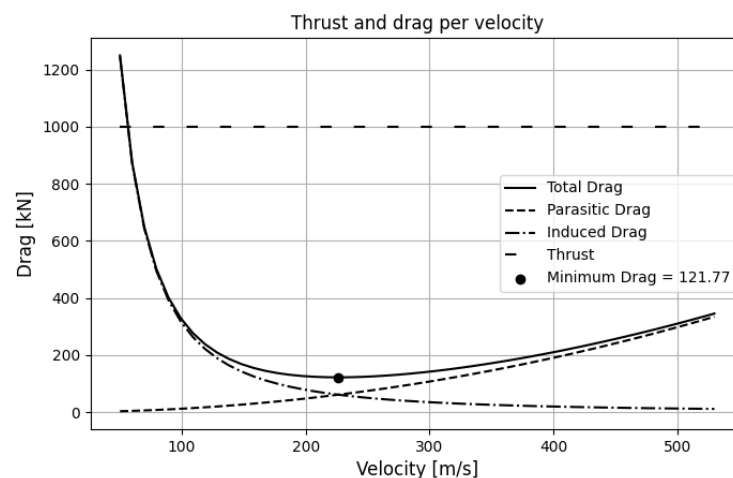


(b) Relação de razão de subida por altitude. Caso de exemplo.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 21 – Relação de empuxo e arrasto na condição de cruzeiro. Caso de exemplo.



Fonte: elaborado pelo autor.

e velocidade constante). Calcula-se também o máximo alcance para cada uma das condições.

4. Autonomia

Para a autonomia, segue o mesmo racional para o alcance, onde é calculado os três casos de análise definidos nas seções 2.4.2.1 (altitude e C_L constante), 2.4.2.2 (velocidade e C_L constante) e 2.4.2.3 (altitude e velocidade constante). Calcula-se também a máxima autonomia para cada uma das condições.

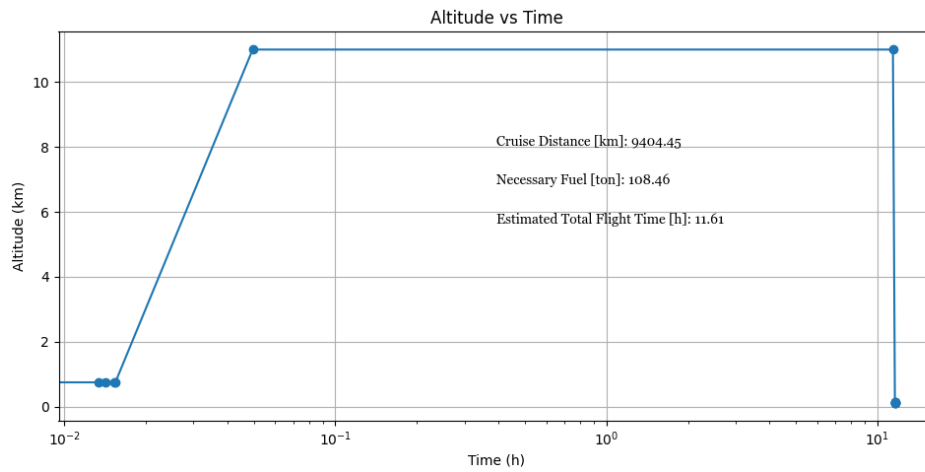
5. Consumo de combustível

O consumo de combustível em cruzeiro é calculado considerando a distância entre o aeroporto de decolagem e de destino. Utilizando a relação 2.81, é calculado o valor de ζ e posterior W_f . Caso o valor de W_f seja inferior ao valor de combustível colocado pelo usuário, o combustível necessário será mostrado em vermelho, conforme Figura 22.

6. Diagrama de Carga Paga

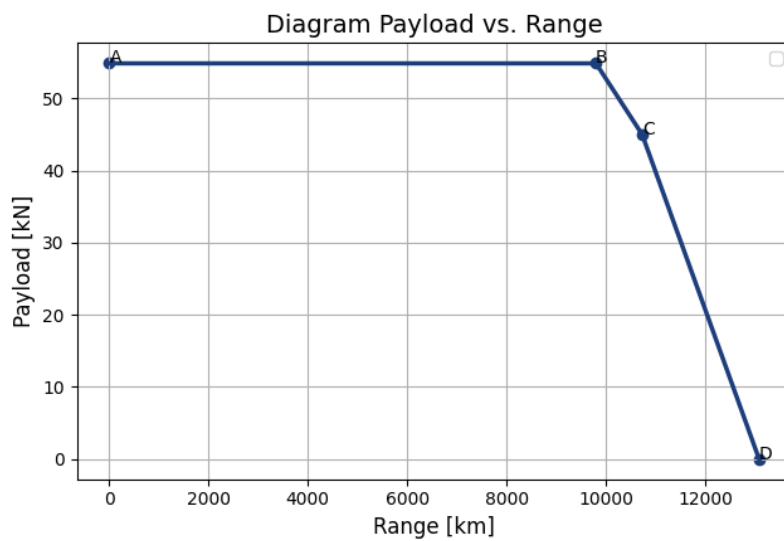
O diagrama de carga paga é calculado considerando o alcance na condição de altitude e velocidade constante, sendo respectivamente a altitude e a velocidade de cruzeiro fornecidas pelo usuário. A Figura 23 traz um exemplo de diagrama computado pelo programa.

Figura 22 – Distância de voo e combustível necessário para cruzeiro. Caso de exemplo.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 23 – Diagrama de carga paga por alcance. Caso de exemplo.



Fonte: elaborado pelo autor.

3.3.4 Curva coordenada

Para o cômputo dos parâmetros de curva coordenada, seguem as relações desenvolvidas na seção 2.7. Ao todo, são calculados quatro parâmetros referentes a uma curva coordenada: fator de carga, velocidade angular, raio de curvatura e velocidade linear, considerando três condições de curva: *fastest turn*, *tightest turn* e *stall*, conforme seção 2.7.

Todos os parâmetros são calculados considerando que a aeronave performa uma curva durante a fase de cruzeiro, após gasto de 50% do combustível.

Figura 24 – Parâmetros de curva coordenada. Caso de exemplo.

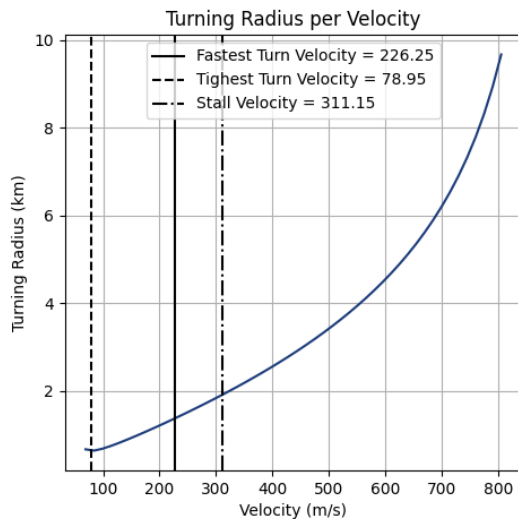
	Fastest	Tightest	Stall
Turning Rate (rad/s)	0.16	0.12	0.16
Load Factor (n)	3.93	1.41	5.24
Radius (km)	1.37	0.64	1.92

Fonte: elaborado pelo autor.

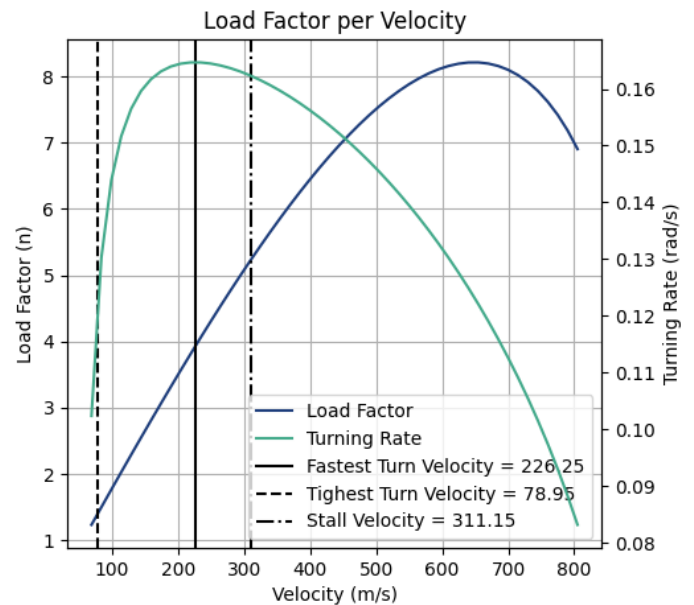
Adicionalmente, são plotados gráficos trazendo a variação da velocidade angular e do fator de carga conforme velocidade na Figura 25b, e do raio de curvatura conforme velocidade na Figura 25a. Pelos gráficos, é possível relacionar a velocidade que fornece os pontos de interesse da cada parâmetro, tais como raio mínimo de curvatura, máximo fator de carga e máxima velocidade angular.

Figura 25 – Variação de fator de carga, velocidade angular e raio de curvatura conforme velocidade linear.

(a) Fator de carga e velocidade angular por velocidade linear. Caso de exemplo.



(b) Raio de curvatura por velocidade linear. Caso de exemplo.

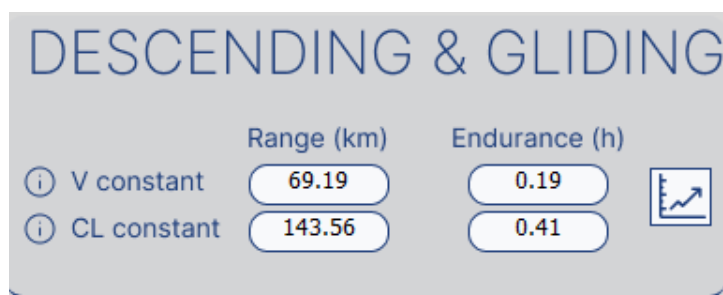


Fonte: elaborado pelo autor.

3.3.5 Planeio

Os parâmetros de planeio são calculados seguindo a seção 2.8. Ao todo, são calculados quatro parâmetros nesta fase: ângulo de planeio, razão de planeio, alcance e autonomia de planeio. Todos os parâmetros são calculados considerando que a aeronave começa o planeio na altitude de cruzeiro, após gasto de 50% do combustível.

Figura 26 – Parâmetros de planeio. Caso de exemplo.



Fonte: elaborado pelo autor.

1. Ângulo de planeio e razão de planeio

O ângulo de planeio e a razão de planeio são calculados pelas expressões 2.109 e 2.110 respectivamente. Acionalmente, o programa retorna os gráficos da variação

destes parâmetros conforme velocidade e altitude de planeio, conforme figuras de exemplo 27a e 27a.

2. Alcance

O alcance é calculado em duas situações de análise: C_L constante dado pela expressão 2.112, e velocidade V constante, dado pela expressão 2.117. Nas mesmas situações, é calculado o valor máximo do alcance, dado pelas expressões 2.114 e 2.118.

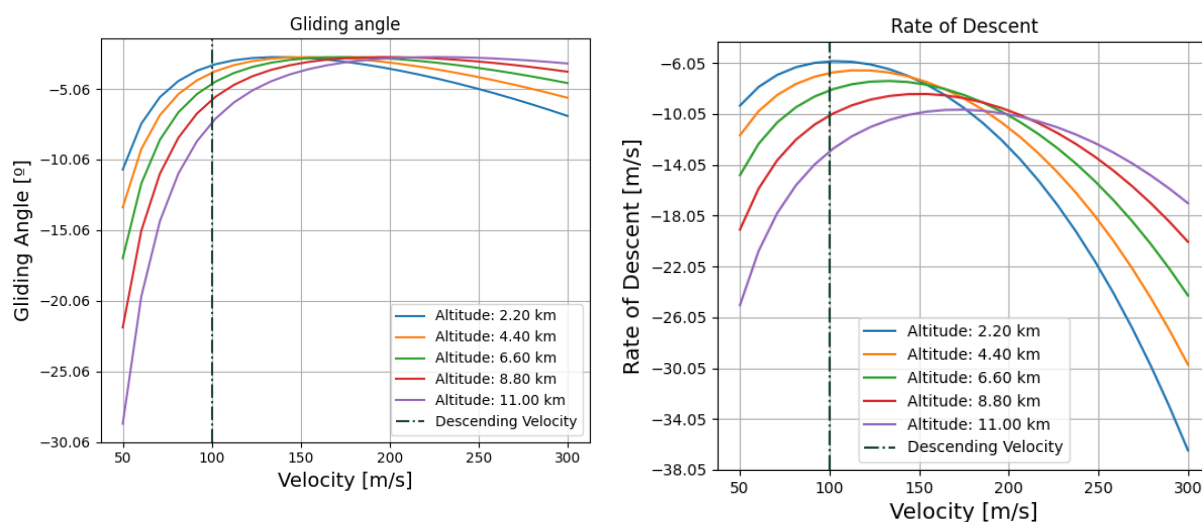
3. Autonomia

Assim como na autonomia, o alcance é calculado na condição de C_L constante pela expressão 2.121 e na condição de velocidade V constante pela expressão 2.124. As autonomias máximas são calculadas pelas expressões 2.122 e 2.125.

Para o alcance e a autonomia, é retornado um gráfico mostrando a variação de ambos conforme a velocidade e o coeficiente de sustentação, conforme figuras 28a e 28b respectivamente.

Figura 27 – Variação do ângulo e razão de planeio conforme velocidade de planeio e altitude.

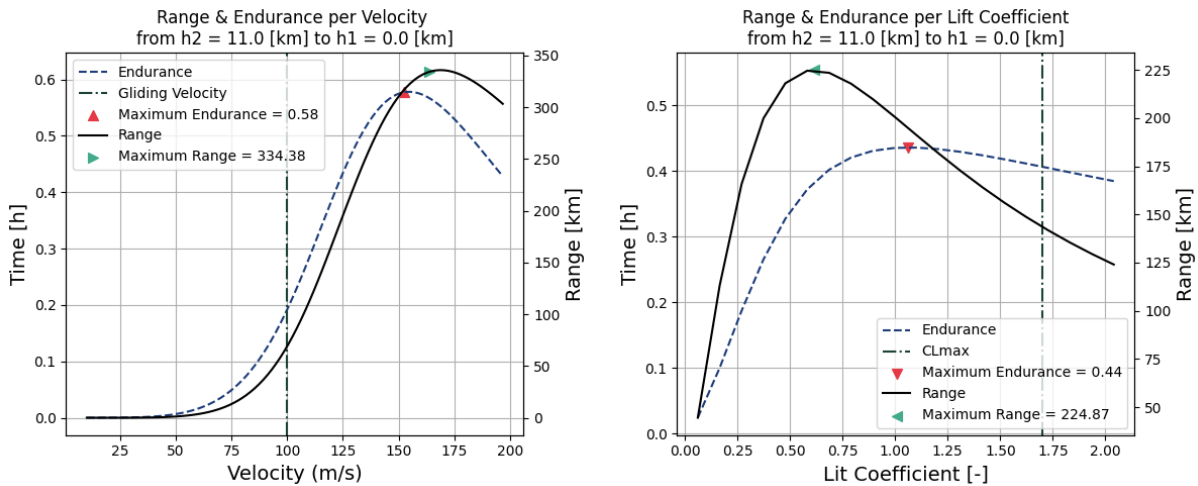
- (a) Ângulo de planeio por velocidade de planeio e altitude. Caso de exemplo.
- (b) Razão de planeio por velocidade de planeio e altitude. Caso de exemplo.



Fonte: elaborado pelo autor.

Figura 28 – Alcance e autonomia na condição de planeio conforme velocidade e coeficiente de sustentação.

- (a) Alcance e autonomia de planeio por velocidade (b) Alcance e autonomia de planeio por coeficiente de sustentação. Caso de exemplo.



Fonte: elaborado pelo autor.

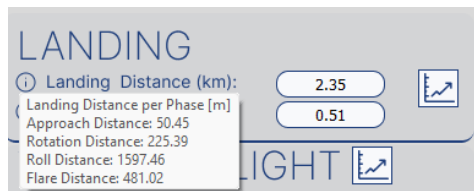
3.3.6 Pouso

Os parâmetros de pouso são calculados seguindo a seção 2.5. Assim como no caso de decolagem, é utilizado os coeficientes de atrito dispostos na tabela 1 para cômputo dos parâmetros envolvendo rolagem na pista.

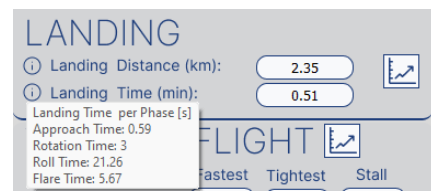
Nesta seção, os resultados fornecidos são distância pouso e tempo de pouso, segmentado em suas fases intermediárias, conforme figuras 29a e 29b para a aeronave Boeing 777. Para ambos os parâmetros, considera-se que o pouso ocorre com apenas 5% de combustível. Caso o comprimento de pista para pouso seja insuficiente, o programa mostrará em vermelho a distância de pouso, conforme Figura 29a.

Figura 29 – Distância e tempo de pouso para a aeronave Boeing 777.

(a) Distância de pouso. Caso de exemplo.



(b) Tempo de pouso. Caso de exemplo.



(c) Variação da distância e tempo pouso conforme altitude. Caso de exemplo.

LANDING			
Landing Distance (km):		2.35	
Landing Time (min):		0.51	
Aircraft_Performance_Parameters			
	Landing Altitude [m]	Landing Distance [m]	Landing Time [s]
1	60.0	2343.09	30.46
2	440.0	2415.57	30.85
3	820.0	2491.35	31.24
4	1210.0	2572.75	31.66
5	1590.0	2655.78	32.08
6	1970.0	2742.7	32.52
7	2350.0	2833.72	32.97
8	2740.0	2931.65	33.45
9	3120.0	3031.73	33.94
10	3500.0	3136.68	34.43

Fonte: elaborado pelo autor.

4 ANÁLISES E RESULTADOS

Nesta seção, serão analisados quatro cenários hipotéticos relacionados a projetos de aeronaves, os quais demonstram os resultados do programa de forma prática:

- Caso 1: uma aeronave com as mesmas características do modelo Embraer E195-E2 (Figura 30a), performando uma rota entre VCP (Campinas) e GIG (Rio de Janeiro), voando com 100% de seu MTOW (máximo de combustível e restante de carga paga), conforme Figura 31a.
- Caso 2: a mesma aeronave do caso 1, porém voando com 85% do seu MTOW, conforme Figura 31a.
- Caso 3: uma aeronave com as mesmas características do modelo Boeing 777-300ER (Figura 30b), performando uma rota entre GRU (São Paulo) e DOH (Qatar), voando com 100% de seu MTOW (máxima carga paga e o restante de combustível), conforme Figura 31a.
- Caso 4: a mesma aeronave do caso 4, porém performando com 83% do seu MTOW.

Tabela 2 – Relação de exemplos hipotéticos para estudo.

	Aeronave	Quantidade Passageiros	Peso Combustível [ton]	Peso Carga Despachada [ton]	% MTOW
Caso 1	E195-E2	100	13	5	100
Caso 2	E195-E2	100	2	7	85
Caso 3	Boeing 777300ER	300	135	31	100
Caso 4	Boeing 777300ER	100	120	3	83

Casos 1 e 2

Para os casos 1 e 2, cujos resultados se encontram nas figuras 33a e 33b respectivamente, é possível notar que o comprimento de pista do aeroporto de decolagem não é suficiente para o caso 1, indicado pelo valor vermelho. Porém, é suficiente notar que trata-se de uma rota que necessitaria de apenas 0.8 toneladas de combustível, indicando que o caso 1 se encontra superdimensionado neste parâmetro.

Para o caso 2, ao reduzir a quantidade de combustível para 2 toneladas e maximizar a carga paga próximo ao limite da aeronave, é possível reduzir a distância de decolagem necessária, com um mínimo acréscimo no tempo total de voo (de 0.92h para 0.95h, um aumento de 3%). Neste sentido, considerando a rota proposta, o caso 2 se adequa melhor em termos de eficiência e custo operacional.

Figura 30 – Parâmetros físicos das aeronaves E195-E2 e Boeing 777-300ER.

(a) E195-E2

Aircraft Performance Parameters

AIRCRAFT PARAMETERS

CREATE AIRCRAFT

Aircraft Name: E195-E2

CLmax: 1.7

CD0: 0.015

Oswald Number: 0.75

OEW (ton): 35.0

MTOW (ton): 61.0

Wingspan (m): 33.7

Surface Area (m²): 103.0

TSFC (kg/h/kg): 0.51

Thrust per engine (kN): 67.0

Number of engines: 2

Fuel Capacity (ton): 13.0

Maximum Payload Weight (ton): 16.0

LOAD AIRCRAFT

Aircraft Name: E195-E2

CREATE UPDATE DELETE

(b) Boeing 777-300ER

Aircraft Performance Parameters

AIRCRAFT PARAMETERS

CREATE AIRCRAFT

Aircraft Name: Boeing 777-300ER

CLmax: 1.7

CD0: 0.015

Oswald Number: 0.85

OEW (ton): 160.0

MTOW (ton): 350.0

Wingspan (m): 64.0

Surface Area (m²): 436.0

TSFC (kg/h/kg): 0.8

Thrust per engine (kN): 500.0

Number of engines: 2

Fuel Capacity (ton): 145.0

Maximum Payload Weight (ton): 55.0

LOAD AIRCRAFT

Aircraft Name: Boeing 777-300ER

CREATE UPDATE DELETE

Fonte: autoria própria.

Figura 31 – Condições de voo para o caso 1 e 2 de estudo.

(a) Condições de voo para o caso 1.

Aircraft Performance Parameters

FLIGHT CONDITIONS

Nº OF PASSENGERS: 100

FUEL WEIGHT (ton): 13

DISPATCHED CARGO WEIGHT (ton): 5

CRUISE ALTITUDE (m): 11000

CRUISE VELOCITY (m/s): 200

GLIDING VELOCITY (m/s): 100

TAKEOFF

AIRPORT: VCP - Aeroporto Int. de Viracopos

WIND (m/s): 0

RUNWAY CONDITION: Asfalto ou concreto sec

RUNWAY SLOPE (°): 0

Altitude (m): 661

Runway Length (m): 3240

LANDING

AIRPORT: GIG - Aeroporto Int. do Rio de Janeiro - Galeão

WIND (m/s): 0

RUNWAY CONDITION: Asfalto ou concreto mo

RUNWAY SLOPE (°): 0

Altitude (m): 9

Runway Length (m): 4000

DISPLAY ROUTE NEW AIRPORT

(b) Condições de voo para o caso 2.

Aircraft Performance Parameters

FLIGHT CONDITIONS

Nº OF PASSENGERS: 100

FUEL WEIGHT (ton): 2

DISPATCHED CARGO WEIGHT (ton): 7

CRUISE ALTITUDE (m): 11000

CRUISE VELOCITY (m/s): 200

GLIDING VELOCITY (m/s): 100

TAKEOFF

AIRPORT: VCP - Aeroporto Int. de Viracopos

WIND (m/s): 0

RUNWAY CONDITION: Asfalto ou concreto sec

RUNWAY SLOPE (°): 0

Altitude (m): 661

Runway Length (m): 3240

LANDING

AIRPORT: GIG - Aeroporto Int. do Rio de Janeiro - Galeão

WIND (m/s): 0

RUNWAY CONDITION: Asfalto ou concreto mo

RUNWAY SLOPE (°): 0

Altitude (m): 9

Runway Length (m): 4000

DISPLAY ROUTE NEW AIRPORT

Fonte: autoria própria.

Figura 32 – Condições de voo para o caso 3 e 4 de estudo.

(a) Condições de voo para o caso 3.

FLIGHT CONDITIONS

Nº OF PASSENGERS: 300
 FUEL WEIGHT (ton): 135
 DISPATCHED CARGO WEIGHT (ton): 31

CRUISE ALTITUDE (m): 11000
 CRUISE VELOCITY (m/s): 200
 GLIDING VELOCITY (m/s): 100

TAKEOFF
 AIRPORT: GRU - Aeroporto Int. de São Paulo/Guarulhos
 WIND (m/s): 0
 RUNWAY CONDITION: Asfalto ou concreto sec
 RUNWAY SLOPE (°): 0
 Altitude (m): 750
 Runway Length (m): 3700

LANDING
 AIRPORT: DOH - Aeroporto Int. de Doha
 WIND (m/s): 0
 RUNWAY CONDITION: Asfalto ou concreto mo
 RUNWAY SLOPE (°): 0
 Altitude (m): 4
 Runway Length (m): 4800

DISPLAY ROUTE NEW AIRPORT

(b) Condições de voo para o caso 4.

FLIGHT CONDITIONS

Nº OF PASSENGERS: 100
 FUEL WEIGHT (ton): 120
 DISPATCHED CARGO WEIGHT (ton): 3

CRUISE ALTITUDE (m): 11000
 CRUISE VELOCITY (m/s): 250
 GLIDING VELOCITY (m/s): 100

TAKEOFF
 AIRPORT: GRU - Aeroporto Int. de São Paulo/Guarulhos
 WIND (m/s): 0
 RUNWAY CONDITION: Asfalto ou concreto sec
 RUNWAY SLOPE (°): 0
 Altitude (m): 750
 Runway Length (m): 3700

LANDING
 AIRPORT: DOH - Aeroporto Int. de Doha
 WIND (m/s): 0
 RUNWAY CONDITION: Asfalto ou concreto mo
 RUNWAY SLOPE (°): 0
 Altitude (m): 4
 Runway Length (m): 4800

DISPLAY ROUTE NEW AIRPORT

Fonte: autoria própria.

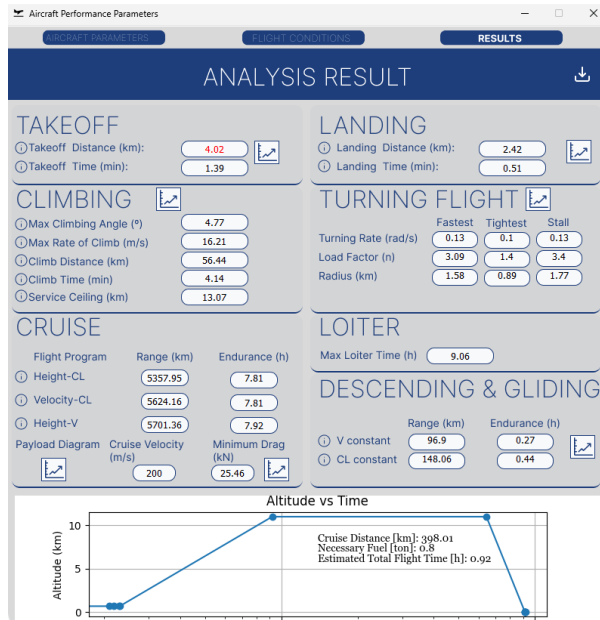
Casos 3 e 4

Para os casos 3 e 4, cujos resultados se encontram nas figuras 34a e 34b respectivamente, temos que no caso 3 tanto o comprimento de pista na decolagem, a quantidade de combustível alocada e o alcance da aeronave são insuficientes para performar o trajeto. Neste cenário, a aeronave encontra-se bastante superdimensionada em termos de peso.

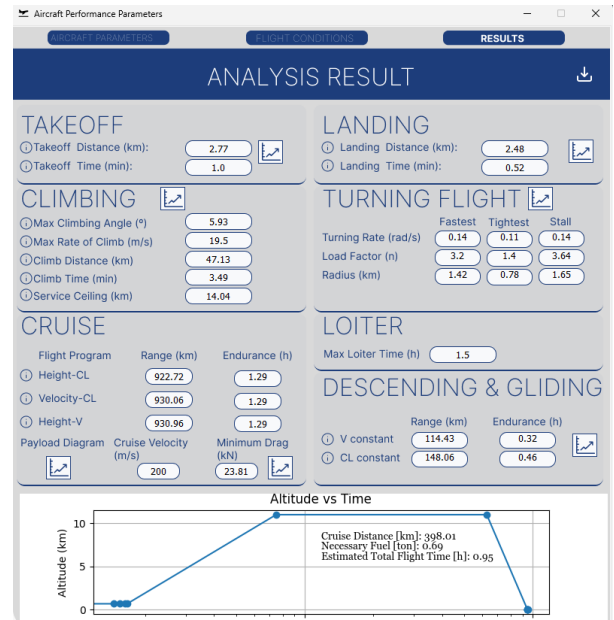
No cenário 4, ao reduzir o peso do combustível em 11% e sacrificar consideravelmente a carga paga em relação ao cenário 3 (80%), é possível obter valores condizentes de distância de decolagem e consumo de combustível, porém sem ainda obter o alcance necessário para performar o trajeto. Para essa aeronave em particular, nenhuma configuração de peso resultará no alcance necessário, sugerindo uma limitação física intrínseca da aeronave.

Figura 33 – Resultados para os casos 1 e 2 de estudo.

(a) Resultados para o caso 1.



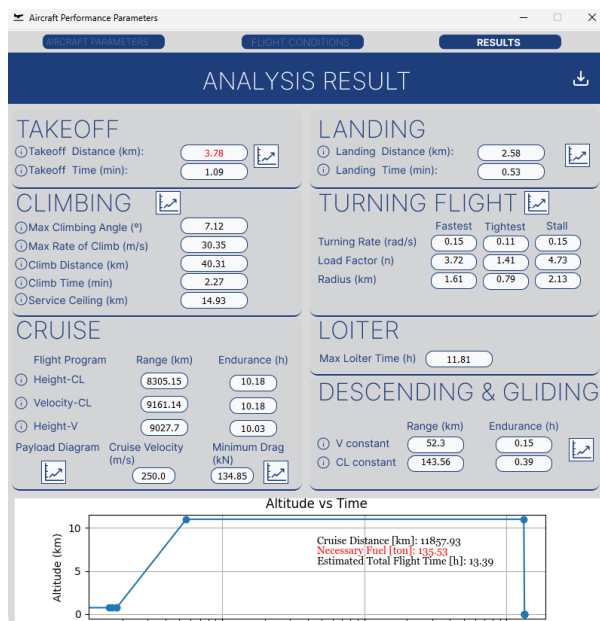
(b) Resultados para o caso 2.



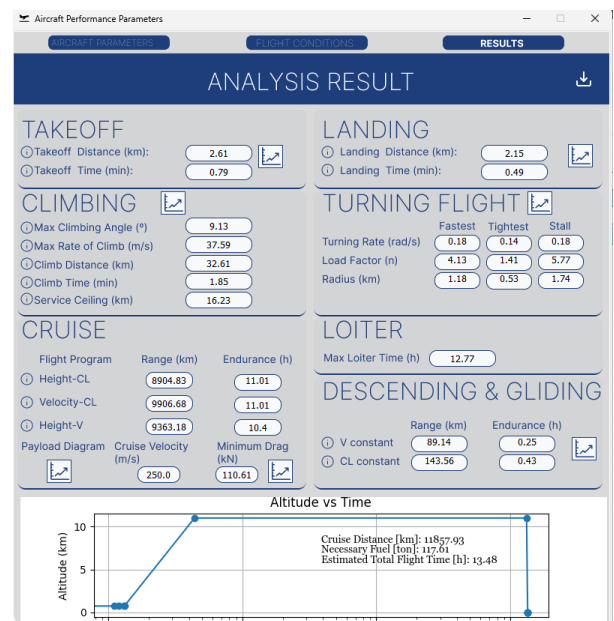
Fonte: autoria própria.

Figura 34 – Resultados para os casos 3 e 4 de estudo.

(a) Condições de voo para o caso 3.



(b) Condições de voo para o caso 4.



Fonte: autoria própria.

5 CONCLUSÕES

Em síntese, o presente trabalho resultou na criação de uma interface gráfica responsiva em Python para o cálculo de parâmetros de desempenho de aeronaves a jato. Uma ampla gama de combinações de *inputs* fornece ao usuário da ferramenta uma visão geral que o auxilia durante a fase de projeto conceitual de um projeto de aeronaves.

Ao longo do trabalho, foi feita uma extensa revisão bibliográfica acerca das equações que são implementadas no programa. Isto serve sobretudo como uma forma de documentação e manual para os usuários da ferramenta, que poderão sempre ter a contra prova teórica dos resultados fornecidos pela interface gráfica.

É esperado que, com o auxílio da ferramenta, o usuário possua uma maior flexibilidade na escolha de parâmetros durante a fase conceitual do projeto de uma aeronave, garantindo uma maior confiabilidade no projeto, evitando retrabalhos no futuro.

5.1 Sugestões de trabalhos futuros

Considerando o caráter *open-source* da aplicação, qualquer pessoa pode modificar o programa para melhorá-lo ou simplesmente implantar novas funcionalidades. Algumas sugestões:

- Codificar o programa para também trabalhar com aeronaves movidas a hélice.
- Permitir que o usuário consiga comparar duas aeronaves na mesma condição de voo (ex: aeronave A possui x% maior alcance do que aeronave B na mesmas condições de voo).
- Implementar a resolução das equações que envolvem integrais via métodos.

REFERÊNCIAS

- BENSEL, A. *Characteristics of the Specific Fuel Consumption for Jet Engines*. Department of Automotive and Aeronautical Engineering Hamburg University of Applied Science: Aircraft Design and Systems Group (AERO), 2018.
- GUDMUNDSSON, S. *General Aviation Aircraft Design: Applied Methods And Procedures*. 225 Wyman Street, Waltham, MA 02451, USA: Butterworth-Heinemann, 2014.
- HALE, F. J. *Introduction to Aircraft Performance, Selection and Design*. [S.l.]: Wiley, 1991.
- JENKINSON, J. F. M. I. L. R. *Aircraft Design Projects*. 200 Wheeler Road, Burlington MA 01803: Butterworth-Heinemann, 2003.
- MAVRIS, D. D. D. N. Methodology for examining the simultaneous impact of requirements, vehicle characteristics and technologies on military aircraft design. *ICAS 2000*, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA 30332-0150 USA, 2000.
- OJHA, S. *Flight Performance of Aircraft*. Bombay, India: AIAA Education Series, 1995.
- RAHMAN, Z. O. A. A. A. Preliminary structural design of light sport aircraft (lsa). 2019.
- RAYMER, D. P. Approximate method of deriving loiter time from range. *JOURNAL OF AIRCRAFT*, Conceptual Research Corporation, Sylmar, California 91392-3156, 2004.
- RAYMER, D. P. *Aircraft Design: A Conceptual Approach*. [S.l.]: American Institute of Aeronautics & Ast., 2018.
- ROSKAM, C. T. L. J. *Airplane Aerodynamics and Performance*. [S.l.]: Darcorporation; Reprint edição (1 dezembro 2000), 2000.
- ROSSUM, G. V.; DRAKE, F. L. *Python 3 Reference Manual*. Scotts Valley, CA: CreateSpace, 2009. ISBN 1441412697.
- SADRAEY, M. H. *Aircraft Performance: An Engineering Approach*. [S.l.]: CRC Press, 2017.