

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

Pedro Paulo Santos Vieira

**Proposta de Utilização de Funções Energia Adaptadas a
Dados de PMU para Análise de Estabilidade Transitória
de um Caminho de Transmissão**

São Carlos

2020

Pedro Paulo Santos Vieira

**Proposta de Utilização de Funções Energia Adaptadas a
Dados de PMU para Análise de Estabilidade Transitória
de um Caminho de Transmissão**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Elétrica com Ênfase em Eletrônica, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Luís Fernando Costa
Alberto

**São Carlos
2020**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

V657p Vieira, Pedro Paulo Santos
Proposta de utilização de funções energia
adaptadas a dados de PMU para análise de estabilidade
transitória de um caminho de transmissão / Pedro Paulo
Santos Vieira; orientador Luís Fernando Costa Alberto.
São Carlos, 2020.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com
ênfase em Eletrônica) -- Escola de Engenharia de São
Carlos da Universidade de São Paulo, 2020.

1. Sistemas elétricos de potência. 2.
Estabilidade transitória. 3. Medições Fasoriais
Sincronizadas. 4. PMU. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Pedro Paulo Santos Vieira

Título: “Proposta de utilização de funções energia adaptadas a dados de PMU para análise de estabilidade transitória de um caminho de transmissão”

**Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em
04/12/2020,**

com NOTA 9,7 (nove, sete), pela Comissão Julgadora:

**Prof. Titular Luís Fernando Costa Alberto - Orientador
SEL/EESC/USP**

Prof. Dr. Daniel Dotta - Professor Assistente UNICAMP

Mestre Jéssica Glória Jorge Batista - Doutoranda SEL/EESC/USP

**Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:
Prof. Associado Rogério Andrade Flauzino**

Dedico este trabalho a todos os amigos e familiares que me deram forças para concluir essa árdua jornada. Ainda que não acreditasse em mim, sempre encontrei apoio nos momentos tenebrosos, e se esse momento está se concretizando, a vitória é de todos nós.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família, meu alicerce e inspiração para tudo que sou, pelo apoio irrestrito para a conclusão deste trabalho. Em especial, agradeço a minha mãe Cristiane, a meu pai Paulo Júnior e a minha avó Zethy, pessoas que são minha inspiração e fortaleza em toda a minha vida.

Agradeço aos meus irmãos Ana Júlia, Vitor, João Pedro e Luísa, pelo crescimento e aprendizado ao longo dos anos. Agradeço também aos meus familiares, ao Keure e à Adrienne, tios, primos, avós, tios emprestados, madrinhas e padrinhos e todas as pessoas incríveis que compõem a minha família - gigante, plural e incomparável - e com quem tenho o privilégio de dividir os melhores e piores momentos.

Agradeço a todos os amigos e colegas que conheci ao longo da minha trajetória em São Carlos e que muito me ensinaram. Dos corredores e das salas de aula até as repúblicas; da igreja até as rodas de samba; do bandejão até o trabalho: sou muito grato pelas pessoas que conheci nas mais variadas situações e que me ajudaram a construir o que sou e tenho hoje. Meu agradecimento especial vai para os amigos da República Bonobos, lar em que vivemos experiências marcantes, e para a lendária EZD, minha eterna turma de que nunca me esquecerei.

Por fim agradeço ao meu orientador, professor Luís Fernando Costa Alberto, pelo olhar atento e pelo brilhante apoio dado no desenrolar do projeto, e também ao João Henrique Aparecido Leite pela disposição em ajudar e pelas contribuições dadas a este trabalho.

*Todo caminho é o caminho certo. Tudo poderia ter sido
outra coisa e teria sido igualmente importante.*

Jaco Van Dormael, *Sr. Ninguém* (2009)

RESUMO

VIEIRA, P. P. S. **Proposta de Utilização de Funções Energia Adaptadas a Dados de PMU para Análise de Estabilidade Transitória de um Caminho de Transmissão.** 2020. 83p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2020.

O uso de unidades de medição fasorial (PMUs) em sistemas elétricos de potência mudou muito a maneira como dados são coletados, tratados e utilizados. Essa tecnologia concebida na década 80 permite a obtenção de dados fasoriais de corrente e tensão em pontos distantes da rede e sincronizados sob a mesma referência de tempo por meio de sinal GPS, possibilitando diversas aplicações em tempo real. Porém, ainda há dificuldades em se analisar a estabilidade transitória dos sistemas de potência a partir dos dados de PMU, já que grandes perturbações no sistema precisam ser isoladas rapidamente (em um período de tempo na ordem de alguns milissegundos), dificultando uma atuação do operador com base em dados em tempo real, além da necessidade de estabelecimento de uma relação entre dados fasoriais de tensão na rede com o ângulo interno do rotor dos geradores para avaliação do sincronismo. Este trabalho traz o caso de um sistema de duas áreas, composto por linhas de transmissão que conectam duas regiões distantes, e bastante difundido na literatura, para validar uma proposta de método que contribui para a análise de estabilidade transitória ao adaptar funções energia a dados de PMU. O sistema de duas áreas é reduzido ao chamado *caminho de transmissão*, modelo simplificado sobre o qual são deduzidos critérios para estabilidade transitória. As simulações feitas visam a gerar dados similares aos observados em sistemas reais e registrados por PMUs, e tais dados são usados tanto para estimar parâmetros do sistema de duas áreas quanto para avaliar sua estabilidade transitória. Os resultados obtidos com o sistema de duas áreas são comparados a métodos de análise clássicos como o critério das áreas iguais para o sistema de uma máquina síncrona contra o barramento infinito, possibilitando a validação da metodologia proposta.

Palavras-chave: Sistemas elétricos de potência. Estabilidade transitória. Medições fasoriais sincronizadas. PMU.

ABSTRACT

VIEIRA, P. P. S. **Proposal of Use of Energy Functions to PMU data for Analysis of Transient Stability of Transfer Paths.** 2020. 83p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2020.

The use of Phasor Measurement Units (PMUs) in electrical systems of power has drastically changed the way data is collected, treated and used. Such technology conceived in the 1980s allows obtaining phasor data of voltage and current in distant points of a grid and synchronized under the same reference of time by GPS signal, enabling several applications in real-time. However, there are still struggles in analyzing the transient stability of power systems by PMU data, once major disturbances in the system need to be quickly isolated (up to milliseconds), hindering the action of real time-based operators, aside from the need of establishing a relation between phasor data of the grid and the rotor's internal angle to assess synchronism. This project brings forward the case of a two-area system, composed of transmission lines that connect two distant regions - well known in the literature -, to validate a method proposition that contributes to the analysis of transient stability when adapting energy functions to PMU data. The two-area system is reduced to the transfer path, a simplified model wherein the criteria are deducted for transient stability. The simulations aim at generating data similar to the ones observed in real systems and recorded in PMUs, and such data are used both to estimate parameters of the two-area system and to assess its transient stability. The results obtained with the two-area system are compared to the classical analysis methods as the equal-area criterion for the synchronized machine against the infinite bus, allowing the validation of the proposed methodology.

Keywords: Electrical power systems. Transient stability. Synchronized phasor measurements. PMU.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Perturbação de tensão percebida pelo PMU e sistema SCADA	30
Figura 2 – Diagrama esquemático de um SFMS	32
Figura 3 – Diagrama de blocos representando um PMU	33
Figura 4 – Monitoramento do SIN em tempo real	34
Figura 5 – Ângulo (a) e velocidade angular (b) das máquinas de um sistema estável	37
Figura 6 – Ângulo (a) e velocidade angular (b) das máquinas de um sistema instável	37
Figura 7 – Esquema de uma máquina síncrona	38
Figura 8 – Sistema pré-falta (a) e seu circuito equivalente (b).	42
Figura 9 – Sistema em falta (a) e seu circuito equivalente (b).	43
Figura 10 – Sistema pós-falta (a) e seu circuito equivalente (b).	44
Figura 11 – Curvas de potência nas três situações	45
Figura 12 – Ângulo (a) e velocidade (b) da máquina síncrona com tempo de abertura acarretando estabilidade.	46
Figura 13 – Ângulo (a) e velocidade (b) da máquina síncrona com tempo de abertura acarretando instabilidade.	46
Figura 14 – Interpretação geométrica do critério das áreas iguais	49
Figura 15 – Esquema de um caminho de transmissão interconectando duas áreas . .	51
Figura 16 – Sistema de duas áreas	55
Figura 17 – Sistema de duas áreas em falta (a) e no pós-falta (b).	58
Figura 18 – Ângulo dos rotores medido em relação ao centro de ângulo(a) e frequên- cia elétrica (b) das máquinas síncronas com o tempo de abertura $t=0,40s$ acarretando estabilidade transitória.	59
Figura 19 – Ângulo dos rotores medido em relação ao centro de ângulo (a) e frequên- cia elétrica (b) das máquinas síncronas com o tempo de abertura $t=0,41s$ acarretando instabilidade transitória.	60
Figura 20 – Potência ativa consumida na barra 9 (a) e módulo da tensão na barra 7 (b) com o acoplamento de carga dinâmica	61
Figura 21 – Sistema de duas áreas modelado como um caminho de transmissão . .	62
Figura 22 – Módulo de tensão nas barras 7 (a) e 9 (b) obtidos na simulação	66
Figura 23 – Módulo de tensão nas barras 7 (a) e 9 (b) após tratamento com filtro passa-baixa	66
Figura 24 – Reatâncias na linhas de transmissão do sistema pré-falta (a), em falta (b) e pós-falta (c)	67
Figura 25 – Reatância equivalente estimada entre as barras 7 e 9 no sistema pré-falta (a), em falta (b) e pós-falta (c)	67

Figura 26 – Diferença angular entre as barras 7 e 9 obtidos na simulação (a) e após tratamento com filtro passa-baixa (b)	68
Figura 27 – Curvas de potência estimadas para o sistema de duas áreas	68
Figura 28 – Solução da dinâmica do sistema em falta, com destaque ao ângulo e tempo críticos de abertura	71
Figura 29 – Diferença de frequência angular ω entre as barras 7 e 9 obtida pela simulação no ANATEM	72
Figura 30 – Energia cinética do sistema (a) e após a filtragem para eliminação de ruído (b)	72
Figura 31 – Energia potencial do sistema (a) e após a filtragem para eliminação de ruído (b)	73
Figura 32 – Curva de energia potencial ideal	73
Figura 33 – Energia total do sistema (a) e após a filtragem para eliminação de ruído (b)	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Potências nas cargas e dos capacitores de <i>shunt</i>	56
Tabela 2	– Potência e ponto de operação dos geradores	56
Tabela 3	– Tensão e potência em cada barra do sistema de duas áreas	56
Tabela 4	– Fluxo e perda de potência entre as barras	57
Tabela 5	– Dados dos modelos de máquina síncrona e suas curvas de saturação . .	58
Tabela 6	– Parâmetros de entrada do modelo de carga dinâmica	61
Tabela 7	– Registros de picos e vales da oscilação para cálculo da frequência natural	69

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A/D	Analógico-Digital
CDU	Controle Definido pelo Usuário
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
DFT	Transformada Discreta de Fourier, do inglês <i>Discrete Fourier Transform</i>
EDO	Equação Diferencial Ordinária
EMS	Sistema de Gerenciamento de Energia, do inglês <i>Energy Management System</i>
GPS	Sistema de Posicionamento Global, do inglês <i>Global Positioning System</i>
PDC	Concentrador de Dados Fasoriais, do inglês <i>Phasor Data Concentrator</i>
PMU	Unidade de Medição Fasorial, do inglês <i>Phasor Measurement Unit</i>
SCADA	Supervisão e Aquisição de Dados, do inglês <i>Supervisory Control and Data Acquisition</i>
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SIN	Sistema Interligado Nacional
SMFS	Sistema de Medição Fasorial Sincronizada

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Contextualização	25
1.2	Justificativa	26
1.3	Objetivos	26
1.4	Organização do trabalho	27
2	CONCEITOS E BASE TEÓRICA	29
2.1	Sistemas de Medição Fasorial Sincronizada	29
2.1.1	Introdução	29
2.1.2	Histórico	30
2.1.3	Funcionamento de um Sistema de Medição Fasorial Sincronizada	31
2.1.4	Funcionamento de um PMU	32
2.1.5	Aplicações	33
2.2	Estabilidade transitória em sistemas de potência	34
2.2.1	Introdução	34
2.2.2	Modelagem matemática	36
2.2.3	Estudo da estabilidade transitória em um exemplo	41
2.2.4	Funções energia e o critério das áreas iguais	47
2.2.5	Modelagem de um caminho de transmissão	51
3	MATERIAIS E MÉTODOS	55
3.1	O sistema de duas áreas	55
3.2	Simulação dinâmica	57
3.3	Inserção de carga dinâmica	59
3.4	Funções energia para o sistema de duas áreas	62
3.5	Adaptação de funções de energia a dados de PMU	63
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	65
4.1	Construção das curvas de potência	65
4.2	Estimação da constante de inércia	69
4.3	Aplicação do critério das áreas iguais	70
4.4	Geração e avaliação das funções energia	71
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	75
	REFERÊNCIAS	77

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEPs) correspondem ao conjunto de instalações que engloba os centros de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica até o consumidor final. Um SEP robusto e confiável deve garantir que a energia elétrica gerada chegue a seus consumidores sob certos padrões de qualidade, como frequência e tensão em níveis adequados.

A operação e controle dos SEPs, para que trabalhem sob esses padrões, é uma tarefa difícil, já que esses sistemas abrangem amplas áreas e há diversos dispositivos elétricos na malha que são relevantes e devem ser considerados, como as máquinas síncronas, as cargas, os reguladores de tensão e velocidade, cada qual com seu comportamento, muitas vezes não-linear. Além disso, os SEPs estão sujeitos a diversas perturbações, naturais ou não, como descargas atmosféricas, mudanças bruscas nas cargas e rompimento das linhas de transmissão. Essas eventualidades acarretam o afastamento do sistema do seu ponto de operação *estável* para uma outra configuração. A depender da magnitude e da natureza da perturbação pode ser que o sistema volte a operar no ponto de equilíbrio estável original, ou que encontre um outro ponto de operação estável, ou ainda que torne-se instável - o que pode comprometer a qualidade da energia elétrica gerada e distribuída.

O estudo de *Estabilidade*, no contexto dos sistemas elétricos de potência, visa justamente a avaliar o impacto dos distúrbios que incidem sobre eles e sua capacidade de reestabelecer - ou não - um ponto de operação estável. Diversos parâmetros podem ser considerados na análise de estabilidade como a magnitude da perturbação, que pode ser grande ou de pequenos sinais, ou a grandeza elétrica que está sendo avaliada, como tensão e frequência elétrica. Em particular, a análise de estabilidade dita *transitória* busca estabelecer critérios para estabilidade do ângulo dos rotores das máquinas síncronas geradoras de energia elétrica com grandes perturbações do sistema. Uma contingência de grandes proporções gera um desbalanço entre a energia elétrica gerada e consumida, levando as máquinas síncronas a acelerar ou desacelerar. Se o defeito não for isolado a tempo (na ordem de centenas de milissegundos), as máquinas perderão o sincronismo levando a uma situação de instabilidade. Assim, projeto e análise de um sistema de potência confiável e com funcionamento adequado devem levar em conta a estabilidade transitória dos mesmos.

O tempo crítico de abertura, período máximo para isolamento da contingência para garantir a estabilidade do sistema, é objeto de grande interesse dentro do estudo de estabilidade transitória. Tradicionalmente, sua obtenção se dá através de integração

numérica de equações diferenciais não-lineares e depende de modelos pré-definidos, não sendo possível o uso desse método para respostas em tempo real.

Na década de 80 do século passado, um grupo de pesquisadores da Virginia Tech lançou uma tecnologia que tem mudado a maneira como os sistemas elétricos de potência têm suas grandezas mensuradas e avaliadas. Tratam-se das unidades de medição fasorial (PMUs), que são dispositivos dispostos no SEP (em geral nas linhas de transmissão de alta tensão) e sincronizados com grande acurácia através de sinal GPS permitindo que sejam coletadas medidas fasoriais de corrente e tensão na rede. Os sistemas de medição fasorial sincronizadas, que são aqueles que utilizam os PMUs, são capazes de obter medições precisas do sistema mesmo em pontos geograficamente muito distantes.

Os dados do SEP obtidos por meio de PMUs têm sido utilizados para diversas análises e monitoramento do sistema de energia elétrica, como avaliação de estabilidade de tensão (Dasgupta et al., 2013) e a pequenos sinais (Ordonez et al., 2016), determinação de parâmetros do sistema (Ashton et al., 2013) e estimadores de estado (Thorp; Phadke; Karimi, 1985).

1.2 Justificativa

Por serem sincronizados com base em sinal de GPS, os PMUs constituem um grande avanço para os sistemas de potência modernos, já que os dados coletados podem ser usados em tempo real em aplicações *on-line*, mesmo posicionados em localidades muito distantes entre si.

Entretanto, a avaliação de estabilidade transitória com base em dados de PMU ainda é um desafio. Como o período de tempo para isolamento da contingência no estudo de estabilidade transitória é de centenas de milissegundos, ainda é difícil utilizar-se de dados de PMU em tempo real para esse tipo de análise. Outro aspecto que acentua essa problemática é o fato de que enquanto a estabilidade transitória tem interesse sobre a dinâmica dos ângulos internos das máquinas síncronas, os PMUs coletam dados fasoriais de tensão e corrente na rede, de modo que não é óbvio como essas grandezas podem ser associadas.

Por esse motivo, tornam-se úteis e necessários o desenvolvimento e a validação de técnicas que permitam o uso de dados de PMUs em sistemas elétricos de potência reais para análise de estabilidade transitória.

1.3 Objetivos

O objetivo deste trabalho é propor um método que permita o uso de dados de PMU em um sistema de potência para monitoramento de estabilidade transitória. Para isso é utilizado um sistema de duas áreas bastante difundido na literatura que representa

bem um sistema real em que há duas áreas distantes interconectadas por uma linha de transmissão que transfere potência ativa de uma área para outra.

A metodologia apresentada busca estimar alguns parâmetros do sistema, necessários para análise de estabilidade transitória, a partir de dados coletados por PMUs. Com isso, podem ser estimadas as curvas de potência do sistema antes, durante e após ocorrência de uma grande contingência, e torna-se possível o uso do critério das áreas iguais para avaliação da estabilidade transitória. Em seguida são propostas funções energia modificadas para que possam utilizar-se de dados de PMU, de modo que essas funções poderiam ser usadas para monitoramento de um sistema real de modo *on-line*.

Como neste trabalho não são usados dados reais de PMUs, foi importante ainda fazer uma simulação que gerasse sinais os mais parecidos possíveis com os observados por PMUs em sistemas reais nas linhas. Assim, os resultados e conclusões desta monografia têm maior confiabilidade para serem aplicados em sistemas reais.

1.4 Organização do trabalho

No Capítulo 2 são destrinchados os conceitos básicos necessários para compreensão deste trabalho. Na primeira seção aprofunda-se nos sistemas de medição fasorial sincronizada, que utilizam-se de tecnologia que permite a aquisição de dados em pontos distantes em um sistema de potência sob uma mesma referência de tempo. Em seguida, é posto o problema de estabilidade transitória nos sistemas de potência, desde a modelagem matemática que relaciona o balanço de potência gerada e consumida na rede com o ângulo mecânico dos rotores das máquinas síncronas, até a construção de funções energia para um modelo de caminho de transmissão.

No Capítulo 3 é mostrado o sistema de duas áreas que será usado para avaliação de estabilidade transitória com base em dados de PMUs. São apresentados os métodos computacionais usados para a modelagem e simulação do sistema, tanto em regime permanente quanto em regime transitório. Também são propostas algumas modificações nas funções energia clássicas que permitem o uso de dados de PMU.

No Capítulo 4 são mostrados os resultados obtidos com as simulações do sistema de potência. Os dados de tensão na rede, tais como coletados por PMUs, são usados para estimação de parâmetros do sistema, construção de curvas de potência e avaliação de estabilidade transitória. Também é discutida a aplicabilidade das funções energia propostas para avaliação de contingências em um sistema real.

Por fim, no Capítulo 5 são condensadas as conclusões deste trabalho bem como as contribuições que pode trazer para projetos futuros.

2 CONCEITOS E BASE TEÓRICA

2.1 Sistemas de Medição Fasorial Sincronizada

2.1.1 Introdução

As redes elétricas inteligentes já são uma realidade no mundo e no Brasil. O termo em inglês *smart grids* refere-se aos sistemas elétricos de energia que utilizam-se de tecnologias digitais e de informação que garantem a eles maior eficiência energética e confiabilidade. Nesse contexto, tem-se buscado utilizar fontes renováveis e limpas de energia, inclusive pelo usuário final, para reduzir o impacto socioambiental da geração de energia bem como permitir ao usuário que monitore seu consumo em tempo real. As redes elétricas inteligentes têm mudado como as empresas de energia lidam com seus processos de controle e monitoramento da transmissão bem como o consumidor final lida com sua demanda por energia elétrica ([Revista Exame, 2013](#)).

Um dos avanços tecnológicos mais expressivos das últimas décadas é o uso dos PMUs (sigla para *Phasor Measurement Unit* em inglês, ou Unidade de Medição Fasorial) para o monitoramento do sistema de potência ([U.S. Energy Information Administration, 2012](#)). Se os sistemas elétricos de potência são complexos gigantes interligando amplas regiões e fornecendo energia elétrica para os usuários, seus operadores devem trabalhar continuamente no monitoramento do sistema sob um controle de segurança, equilibrando geração e demanda de energia, avaliando a mudança de consumo ao longo do dia e supervisionando falhas. Se não for identificado e corrigido rapidamente, um problema como desbalanço entre geração e demanda ou perda de sincronia entre os geradores pode resultar no colapso da rede ou perda da qualidade da energia. Assim, os PMUs são dispositivos que ajudam a monitorar a rede e mitigar esses problemas, sendo usados pelos operadores de sistemas elétricos por garantirem alta qualidade na coleta dos dados sobre o sistema para poder monitorá-lo em tempo real.

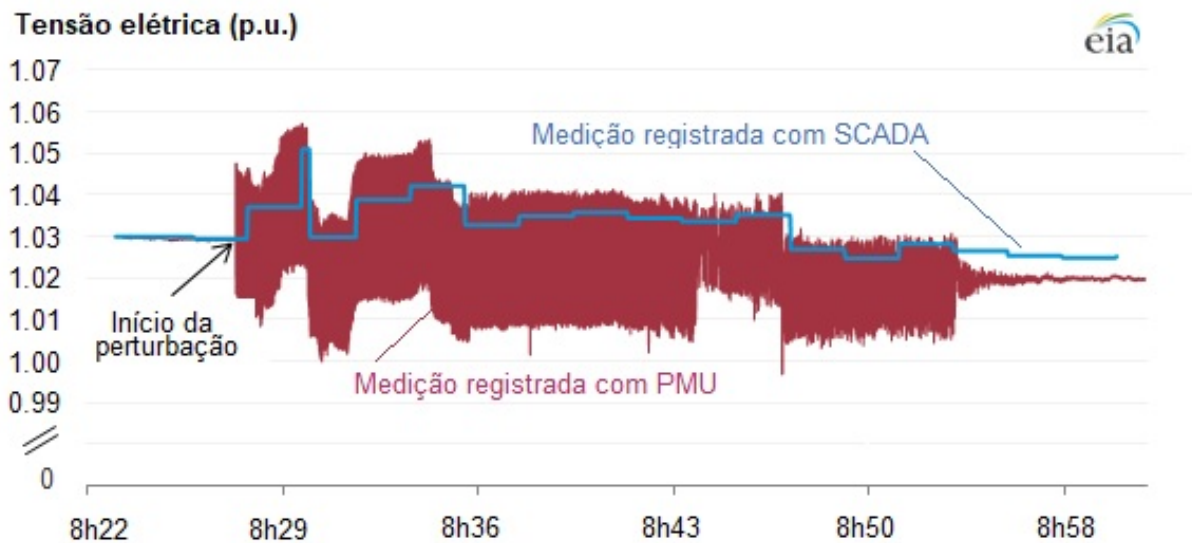
Os PMUs constituem um grande avanço na medição da rede, pois esses dispositivos instalados em um sistema elétrico são sincronizados precisamente através do sinal de um GPS (*Global Positioning System* em inglês, Sistema de Posicionamento Global). Os PMUs em geral são posicionados em localidades distantes da rede, e coletam medidas fasoriais de corrente e tensão com alta velocidade ([HART et al., 2001](#)). O uso desses dispositivos acaba auxiliando no desafio de coletar dados com alta precisão de tempo e grandes distâncias ([Phadke, 1993](#)), tornando possível cruzar dados dispersos geograficamente e ter-se uma visão completa do estado de grandes sistemas, o que não era possível anteriormente.

Tradicionalmente, o sistema SCADA (sistemas de Supervisão e Aquisição de Dados, do inglês *Supervisory Control and Data Acquisition*) tem sido usado no monitoramento e

controle de segurança dos sistemas elétricos. As medidas, digitais e analógicas, recebidas pelo SCADA são obtidas a intervalos de tempo regulares, e são processadas pelo EMS (*Energy Management System*, Sistema de Gerenciamento de Energia) para que se conheça a configuração da rede e seja possível seu controle e segurança. Porém, como nesse modelo o processamento dos dados não é imediato, o Estimador de Estados não consegue determinar o estado em tempo real do sistema, mas uma estimativa baseada na redundância das medidas em um momento anterior (EHRENSPERGER, 2003).

A Figura 1 mostra como o distúrbio em um sistema foi monitorado por um PMU e pelo sistema SCADA. O PMU, que coleta dados à taxa de 30 vezes por segundo, é capaz de registrar dinâmicas do sistema que não foram percebidas pelo tradicional SCADA, que registra medidas em períodos maiores que 1 segundo. Os dados de PMU conseguem perceber o início da perturbação antes dos dados do SCADA, que por sua vez tem uma resposta muito mais lenta e não reflete o comportamento oscilatório que o sistema adquire.

Figura 1: Perturbação de tensão percebida pelo PMU e sistema SCADA



Fonte: adaptado de (U.S. Energy Information Administration, 2012)

Nas próximas seções serão detalhados aspectos do PMU e dos sistemas de medição fasorial sincronizada.

2.1.2 Histórico

A implantação de satélites de GPS no início dos anos 1980 abriu caminho para que os sistemas de medição fasorial tal como conhecemos hoje fossem desenvolvidos. Antes desse marco, nos anos 1970 já eram utilizados relés de distância (Phadke; Ibrahim; Hlibka, 1977), sob o método das componentes simétricas, que, instalados na rede, eram capazes de identificar tensão e corrente e simplificar as equações de falta do sistema. Mesmo

sendo superado por computadores avançados capazes de traçar os mesmos cálculos, o método de medição de componentes simétricos mostrou ampla aplicabilidade na análise de sistemas de potência, já que a sequência positiva de tensão e corrente poderia ser usada na determinação de fluxo de carga, estimação de estados e análise de estabilidade do sistema, por exemplo (PHADKE; THORP, 2006).

O uso do sinal de GPS como referência de tempo para coleta de amostras de tensão e corrente na linha por relés digitais mostrou-se promissor desde o início, já que essa medição precisa poderia dar uma visão instantânea do estado do sistema de potência. Foi no *Power System Research Laboratory of Virginia Tech* que surgiram os primeiros PMUs que se utilizam de sinal de GPS para sincronizar a sua taxa de amostragem a uma mesma referência. O engenheiro e pesquisador Arun G. Phadke e seu grupo de pesquisa em artigo em 1983 registraram pela primeira vez a nova tecnologia (Phadke; Thorp; Adamiak, 1983).

Se naquele momento a transmissão de sinais de GPS pelos satélites era muito incipiente, os dispositivos capazes de receber o sinal de GPS com alta precisão eram muito caros. Hoje em dia, com essa tecnologia difundida, equipamentos como esses são muito mais baratos.

2.1.3 Funcionamento de um Sistema de Medição Fasorial Sincronizada

Um fasor é a representação no plano de Argand-Gauss de um sinal elétrico senoidal, como tensão ou corrente, de frequência única admitida constante (NILSSON; RIEDEL, 2008). Essa representação dos sinais em fasores, marcada pela amplitude e fase, auxilia a análise dos circuitos de corrente alternada. Elementos de medição fasorial sincronizada, como os PMUs, coletam dados de fasores em pontos distantes da linha e conseguem recompô-los sob a mesma referência angular.

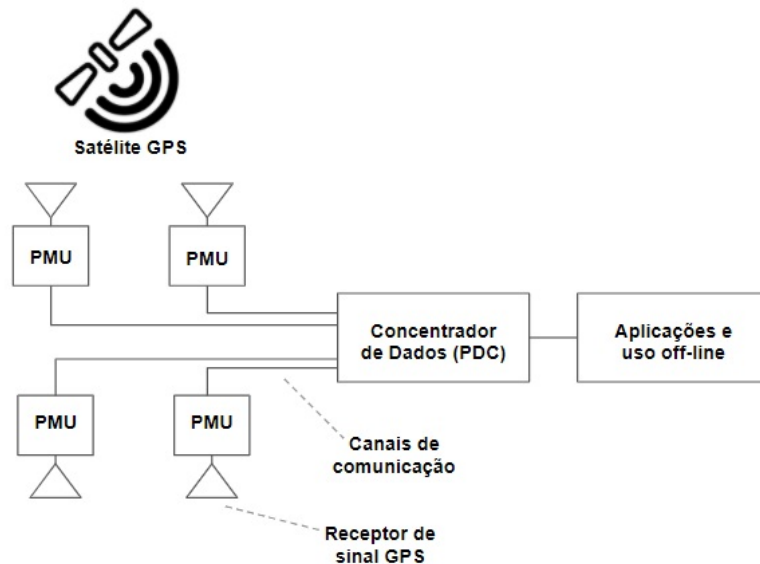
Como os satélites de GPS transmitem sinais a uma precisão da ordem de 1 μ s, um sinal à frequência de 60 Hz teria um erro de sincronização da ordem de 0,021°, atendendo aos requisitos de precisão de um sistema de medição fasorial (PHADKE; THORP, 2006).

Supondo duas subestações geograficamente distantes, com uma amostragem de sinal independente, a sincronização dos pulsos de amostragem baseada em sinal GPS permite se obter fasores na mesma referência angular (KOPFO, 2018). As amostras das medidas fasoriais coletadas pelos PMUs conseguem dar uma estimação do sinal original através da DFT (Transformada Discreta de Fourier, do termo em inglês *Discrete Fourier Transform*).

Chamamos de Sistema de Medição Fasorial Sincronizada (SMFS) aqueles que se utilizam de elementos de medição sincronizada para obtenção de medidas de fasores, como aqueles que se munem de PMUs. Mas além desses dispositivos, há outros elementos no sistema que lhe conferem essa medição acurada dos fasores, como o concentrador de dados

e o receptor de sinal de GPS. A Figura 2 mostra um esquema que dá uma ideia geral dos equipamentos presentes em um SMFS.

Figura 2: Diagrama esquemático de um SFMS



Fonte: adaptado de (HART et al., 2001)

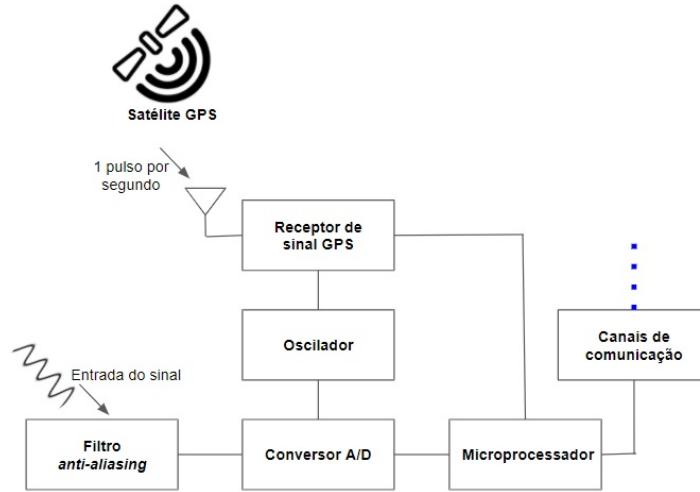
O sistema GPS, que emite um pulso por segundo para os receptores de sinal GPS na linha, sincroniza o instante de tempo em que os PMUs devem realizar a aquisição das medidas fasoriais. Essas medidas amostradas, por meio da Transformada Discreta de Fourier, à mesma base de tempo, são usadas para reconstituir os sinais de tensão e corrente da sequência positiva do sistema elétrico em análise (Phadke, 1993). Em geral os PMUs são posicionados na linha para medirem as tensões e correntes nos geradores, transformadores e alimentadores das subestações (HART et al., 2001).

Os canais de comunicação, então, transmitem os sinais registrados pelos PMUs ao Concentrador de Dados Fasoriais (PDC) através de tecnologias como fibra óptica e Internet. O PDC por sua vez tem a função de coletar, armazenar e sincronizar dados de diferentes PMUs, dando um retrato em tempo real do estado do sistema. Os dados do PDC também ficam disponíveis para o operador para realização de aplicações mais complexas, ou uso off-line.

2.1.4 Funcionamento de um PMU

As Unidades de Medição Fasorial (PMUs) são os dispositivos elementares em um sistema de medição fasorial, e um diagrama de blocos desse equipamento é mostrado na Figura 3.

Figura 3: Diagrama de blocos representando um PMU



Fonte: adaptado de (PHADKE; THORP, 2006)

O filtro *anti-aliasing* recebe o sinal a ser medido da linha e restringe sua largura de banda, adequando-o à taxa de Nyquist (DORF; BISHOP, 2009) para amostragem. O sinal de GPS manda 1 pulso por segundo ao receptor, à precisão da ordem de 1µs, e o circuito oscilador divide esse pulso em intervalos de tempo mais curtos para a amostragem do sinal na linha. Ressalta-se a importância de configurar-se uma taxa de amostragem adequada. Sendo 60 Hz a frequência do sinal elétrico, uma amostragem de 12 tomadas por ciclo (frequência de amostragem 720 Hz) é considerada adequada para as aplicações (EHRENSPERGER, 2003). Então, o conversor A/D transforma o sinal da linha em amostras, que são tratadas no microprocessador com a DFT. O sinal reconstituído é então enviado pelos transdutores de comunicação ao Concentrador de Dados.

O tratamento das amostras pela DFT é feito de modo a recompor a componente de frequência fundamental do sinal. A equação (2.1) mostra como calcular representação fasorial da componente fundamental \dot{X} , através da composição de x_k amostras, onde N representa o número de amostras coletadas em um período da frequência nominal do sistema:

$$\dot{X} = \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{j=1}^k x_k e^{-j \frac{2\pi k}{N}}. \quad (2.1)$$

2.1.5 Aplicações

Desde a concepção desta tecnologia, os PMUs vêm sendo utilizados cada vez mais nos sistemas elétricos e estudos mostram como os dados das medições fasoriais sincronizadas podem ser usados em diversas aplicações *on-line*.

Além do monitoramento em tempo real dos sistema e seus componentes, uma das primeiras aplicações a ser estudada foi a utilização dos dados de PMU para estimadores de estado (Thorp; Phadke; Karimi, 1985) e diversos aprimoramentos vêm sendo feitos nas últimas décadas nesse âmbito (Soni et al., 2012). Também vêm sendo usados para se determinar parâmetros físicos do sistema ou de elementos, como a resposta inercial (Ashton et al., 2013) (FERNANDES; DOTTA; NANNI, 2017). Dentro do campo da Estabilidade, PMUs também são amplamente usados para se determinar a estabilidade de tensão do sistema (Dasgupta et al., 2013) (Su; Liu, 2016), incluindo o uso de técnicas computacionais avançadas como aprendizado de máquina (MALBASA et al., 2017). No contexto de estabilidade sob pequenas perturbações, dados de PMU permitem o uso muitos métodos computacionais de estimação como o Prony (Ordonez et al., 2016).

No Brasil, o Projeto MedFasee, desenvolvido na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), monitora o Sistema Interligado Nacional (SIN) em tempo real através de 25 PMUs instalados em diversas universidades em todas as regiões do país com PDC instalado na própria UFSC. Esse projeto tem sido fundamental para desenvolvimento de pesquisas com dados reais de SFMSs no Brasil, e fundamental para a difusão e promoção das tecnologias de medição fasorial (MANTELLI et al., 2017). Na Figura 4 mostra-se uma imagem retirada diretamente do portal do projeto (<<http://www.medfasee.ufsc.br/>>) mostrando o monitoramento de diversos pontos do SIN em tempo real.

Figura 4: Monitoramento do SIN em tempo real



Fonte: Projeto MedFasee

2.2 Estabilidade transitória em sistemas de potência

2.2.1 Introdução

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEPs) têm como principal finalidade atender à demanda de eletricidade do consumidor sob padrões confiáveis de frequência e tensão. Se

inicialmente os SEPs eram desenhados como sistemas isolados, suprimindo as necessidades de uma localidade específica, hoje em dia esses sistemas são interligados, abrangendo imensas regiões e tornando-se mais complexos. Por um lado, sistemas interligados permitem melhor aproveitamento do potencial energético e até maior confiabilidade - como por exemplo, se alguma unidade geradora tiver seu funcionamento comprometido devido a um defeito, outra unidade geradora interligada pode suprir a demanda. Por outro lado, o uso de longas linhas de transmissão, com alta impedância, limitam a capacidade de transferência de potência entre áreas (FORTES et al., 2016). Além disso, esses sistemas de grandes proporções têm uma operação complexa que pode ser comprometida por eventualidades de diversas naturezas, e que podem culminar, por exemplo, em *black-outs* na rede ou perda da qualidade da energia. Entre as principais eventualidades às quais os SEPs estão sempre sujeitos estão curtos-circuitos, rompimento de linhas, acoplamento ou desacoplamento de cargas de alta demanda e descargas atmosféricas (BRETAS; ALBERTO, 2000).

Nota-se que os SEPs devem ser projetados considerando essas intempéries, de modo que a demanda do consumidor seja menos impactada por essas anomalias. Desta forma, o estudo de Estabilidade no contexto dos SEPs busca entender seu comportamento sob perturbações que afetam seu ponto de operação.

Um Sistema Elétrico de Potência é composto basicamente por centrais geradoras (máquinas síncronas que convertem energia de uma outra fonte em energia elétrica), sistemas de distribuição (que integram cargas ao sistema) e linhas de transmissão (que interconectam as centrais geradoras e sistemas de distribuição) (STEVENSON, 1978). Em regime permanente, o sistema opera de modo que a potência gerada nas máquinas síncronas corresponda à potência consumida nos sistemas de distribuição somada com as perdas nas linhas. Nessa situação, a diferença de ângulos de fase nos rotores das máquinas permanece constante, e por consequência também permanece constante o fluxo de potência nas linhas. É verdade também que a frequência e tensão do sinal mantêm-se inalteradas nesse caso. O sistema permanecerá nesse ponto de operação, dito estável, até que alguma perturbação lhe acometa. A estabilidade de um sistema de potência está atrelada à sua capacidade de, dado um pequeno ou grande distúrbio na rede, permanecer ou restaurar um ponto de operação estável (KUNDUR, 1994).

A estabilidade de um sistema pode ser analisada sob diversos aspectos como ângulo do rotor, tensão e frequência. Também pode ser estudada pela magnitude da perturbação. O estudo de estabilidade para perturbações de pequenos sinais abrange perturbações geradas por variações normais de carga. Na modelagem desse problema, em geral, utiliza-se a linearização do sistema em torno de seu ponto de equilíbrio, de modo que as equações diferenciais do sistema são do tipo $\dot{x} = Ax$, sendo a estabilidade intimamente ligada aos autovalores da matriz A (BRETAS; ALBERTO, 2000).

A chamada *estabilidade transitória* é usada para avaliar a estabilidade do sistema

sob grandes distúrbios, como perda de uma linha relevante ou de um gerador, ou um curto-circuito. Nesse caso, o parâmetro de interesse do estudo de estabilidade é o sincronismo entre as máquinas geradoras nos primeiros segundos após a perturbação, visto que o distúrbio altera o equilíbrio entre demanda e geração de potência, levando as máquinas a acelerarem ou desacelerarem. Problemas de estabilidade transitória não permitem o uso de modelos linearizados, e o sistema é modelado através de equações diferenciais não-lineares. Como tem-se interesse em avaliar o comportamento do sistema nos primeiros segundos, pode-se desconsiderar a ação dos controladores bem como munir-se de outras hipóteses simplificadoras.

Um sistema dir-se-á *estável transitoriamente* se após a ocorrência de uma grande perturbação mantiver-se em sincronismo, evoluindo para um ponto de operação estável. Sendo assim, dependendo da contingência ocorrida, as máquinas terão seus rotores acelerados ou desacelerados de modo a encontrar um novo ponto de operação, reestabelecendo o balanço de potências com uma nova configuração de ângulos nos rotores. Em outros casos, se o distúrbio for mais grave, o sistema não conseguirá encontrar um novo equilíbrio, caracterizando um sistema instável. Assim, é preciso que os mecanismos de proteção atuem rapidamente a fim de isolar a falha e garantir a estabilidade. O tempo máximo em que o defeito deve ser isolado para garantir a estabilidade é chamado *tempo crítico de abertura*, e em geral é o objeto central de interesse nos estudos de estabilidade transitória (BRETAS; ALBERTO, 2000).

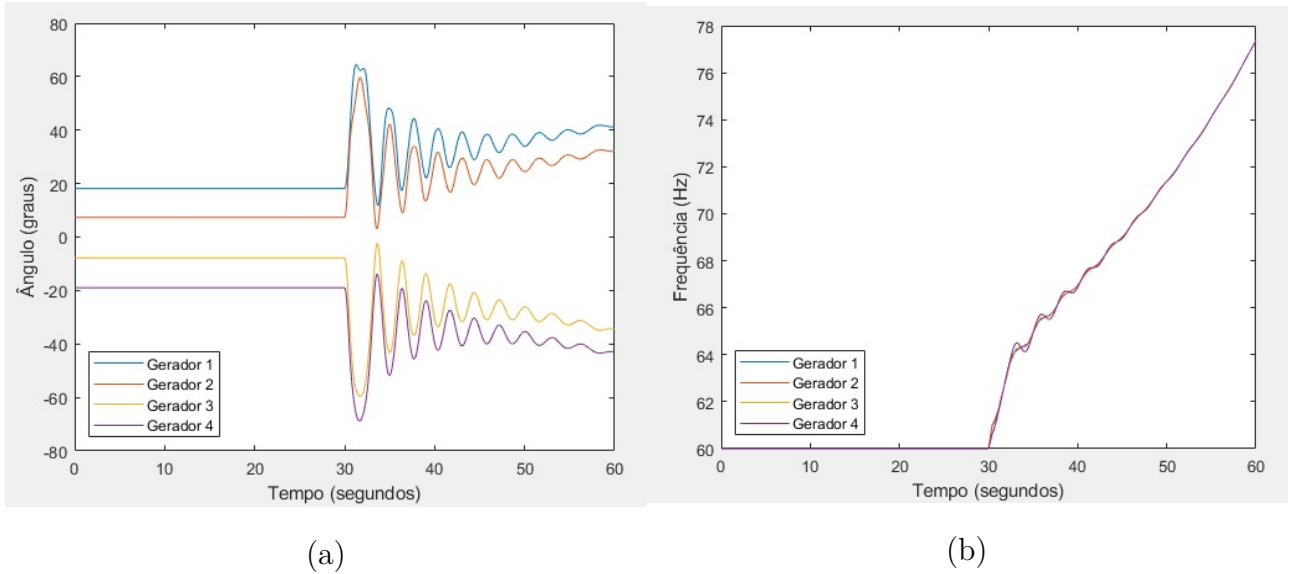
Como exemplo, a Figura 5 mostra geradores que tiveram um aumento angular e de velocidade após uma perturbação. Como as máquinas oscilam em conjunto, não há aumento significativo na diferença angular entre eles, e assim o sistema caracteriza-se como estável. Por outro lado, a Figura 6 mostra os geradores de uma máquina após uma perturbação tendo a diferença angular dos rotores em contínuo aumento. Como basta uma única máquina se afastar com uma variação angular ilimitada para caracterizar a instabilidade, esse sistema é dito instável.

2.2.2 Modelagem matemática

É preciso descrever matematicamente o sistema de potência para avaliar sua estabilidade transitória. Esta seção busca encontrar equações diferenciais que modelam o comportamento do SEP, e em particular, que relacionam a dinâmica do ângulo mecânico das máquinas geradoras com o balanço de potência de cada uma. Essas equações diferenciais, conhecidas como *equações de swing*, têm grande relevância para o estudo da estabilidade transitória do sistema e serão deduzidas.

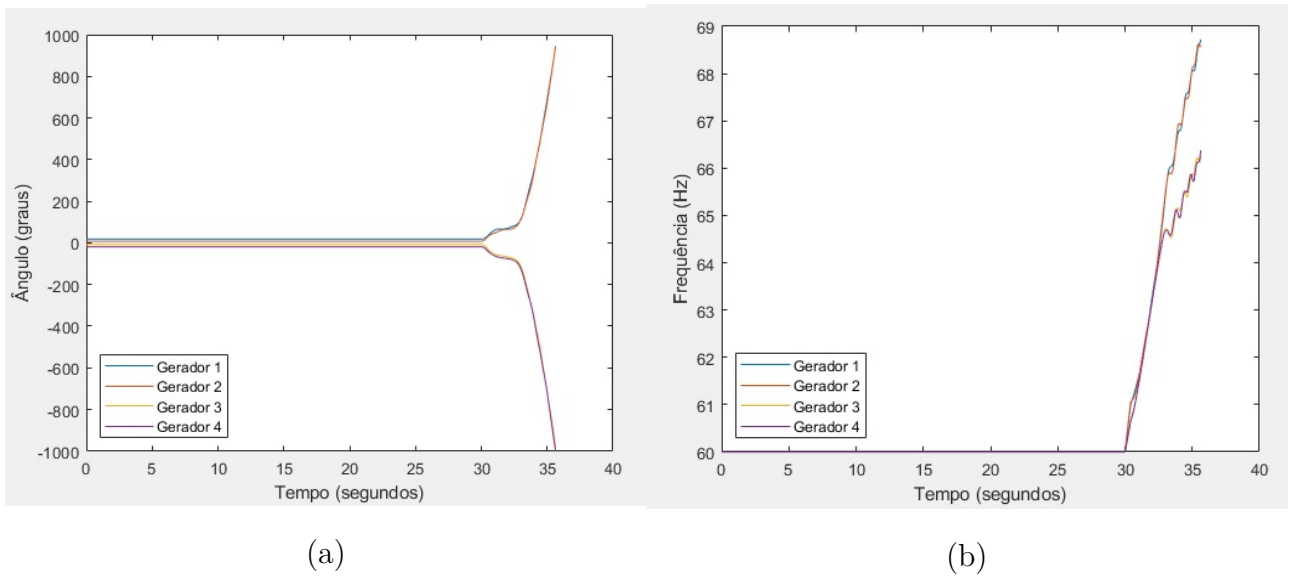
A Figura 7 mostra o esquema de uma máquina síncrona. Ela é movimentada por um elemento primário que lhe fornece energia mecânica, que, por sua vez, é convertida em energia elétrica. Parte dessa energia elétrica é entregue à rede e a outra parte é

Figura 5: Ângulo (a) e velocidade angular (b) das máquinas de um sistema estável



Fonte: elaboração própria

Figura 6: Ângulo (a) e velocidade angular (b) das máquinas de um sistema instável

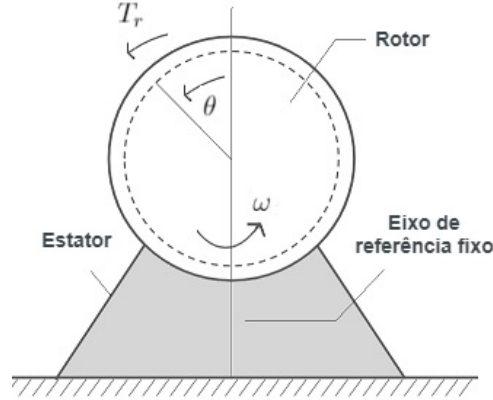


Fonte: elaboração própria

convertida em aceleração do rotor da máquina (BRETAS; ALBERTO, 2000). Do princípio fundamental da dinâmica se tem que o momento de inércia J do rotor multiplicado pela sua aceleração angular corresponde ao torque de aceleração resultante T_r (STEVENSON, 1978). Em outros termos:

$$J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = T_r = T_m - T_e \quad (2.2)$$

Figura 7: Esquema de uma máquina síncrona



Fonte: adaptado de (BRETAS; ALBERTO, 2000)

onde θ representa o ângulo do rotor com relação ao eixo de referência fixo. T_m representa o torque mecânico, de origem no agente motor (água em hidrelétricas, vento nas usinas de energia eólica, etc.), e que acelera o rotor do gerador. Já o torque elétrico T_e é gerado pela potência elétrica demandada nas cargas, e contrabalança o torque mecânico no sentido de desacelerar o rotor. Em regime permanente, $T_m = T_e$, de modo que o torque resultante é nulo e a máquina não acelera ou desacelera, operando em uma velocidade constante próxima à velocidade síncrona ω_s (STEVENSON, 1978). Porém, uma condição transitória pode comprometer esse equilíbrio, fazendo com que T_r seja não nulo e, conseqüentemente, com que a máquina acelere ou desacelere.

Com a finalidade de simplificação dos cálculos, pode-se adotar como referência angular um eixo girante à velocidade síncrona ω_s . Assim, o ângulo mecânico do rotor pode ser medido em relação a uma referência girante e

$$\theta(t) = (\omega_s t + \alpha) + \delta_m(t), \quad (2.3)$$

onde α é o ângulo de defasagem entre a referência fixa e a referência girante no instante de tempo $t = 0$ e $\delta_m(t)$ é o ângulo mecânico formado entre o rotor e a referência girante. Nesse caso, $(\omega_s t + \alpha)$ é a própria referência girante à velocidade síncrona.

Derivando $\theta(t)$ em relação ao tempo obtém-se:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_s + \frac{d\delta_m(t)}{dt}; \quad (2.4)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\delta_m(t)}{dt^2}. \quad (2.5)$$

Mesmo adotando uma referência angular distinta, a aceleração angular mantém-se a mesma, do que se depreende que o sistema de referência girante é um sistema inercial (BRETAS; ALBERTO, 2000). Assim, a equação (2.2) pode ser reescrita em termos de $\delta_m(t)$:

$$J \frac{d^2 \delta_m(t)}{dt^2} = T_r = T_m - T_e. \quad (2.6)$$

Como $\delta_m(t)$ é constante em regime permanente (já que a máquina gira na velocidade síncrona), a mudança de variáveis feita muda a abordagem de um problema de soluções de equilíbrio para um problema de pontos de equilíbrio em equações diferenciais (BRETAS; ALBERTO, 2000). Como é mais habitual trabalhar-se com potências ao invés de torques, ao multiplicar a equação (2.6) por ω_m , a velocidade angular mecânica (equivalente a $\frac{d\theta}{dt}$, como na equação (2.4)), a equação (2.6) torna-se:

$$J\omega_m \frac{d^2 \delta_m(t)}{dt^2} = P_m - P_e, \quad (2.7)$$

onde P_m é a potência de entrada no eixo da máquina menos as perdas rotacionais e P_e é a potência elétrica injetada na rede.

Se a velocidade ω_m da máquina mantém-se próxima da velocidade síncrona ω_s em regime permanente, podemos fazer a aproximação $M' = J\omega_s \approx J\omega_m$, em que M' é a constante de inércia da máquina, considerada constante sob as hipóteses aqui descritas (STEVENSON, 1978). Desta forma a equação (2.7) expressa-se como:

$$M' \frac{d^2 \delta_m(t)}{dt^2} = P_m - P_e. \quad (2.8)$$

Deseja-se exprimir as equações diferenciais do modelo em função dos parâmetros elétricos do sistema, e não dos parâmetros mecânicos. A velocidade angular elétrica da rede ω_e relaciona-se com a velocidade da máquina ω_m pelo número de polos p da máquina através da equação:

$$\omega_e(t) = \frac{p}{2} \omega_m(t). \quad (2.9)$$

Ao derivar a equação anterior em relação ao tempo, tem-se

$$\frac{d\omega_e(t)}{dt} = \frac{d^2 \delta_e(t)}{dt^2} = \frac{p}{2} \frac{d^2 \delta_m(t)}{dt^2} = \frac{p}{2} \frac{d\omega_m(t)}{dt}. \quad (2.10)$$

onde $\delta_e(t)$ é o ângulo elétrico da rede. Ao fazer a substituição de $\frac{d^2\delta_e(t)}{dt^2}$ na equação (2.8) chega-se em:

$$\frac{2M'}{p} \frac{d^2\delta_e(t)}{dt^2} = P_m - P_e. \quad (2.11)$$

Nos problemas de sistemas de potência é usual trabalhar-se com grandezas por unidade (p.u.). Para fazer a conversão da equação (2.11), que mostra uma relação entre potência, em p.u. basta dividi-la pela potência complexa base do sistema S_B (usualmente fornecida em MVA):

$$\frac{2M'}{pS_B} \frac{d^2\delta_e(t)}{dt^2} = \frac{P_m}{S_B} - \frac{P_e}{S_B}. \quad (2.12)$$

É possível definir novas grandezas para tornar nítida a equação anterior: a constante de inércia $M = \frac{2M'}{pS_B}$ em p.u., que corrige pelo número de polos a constante M' ; a potência mecânica p_m injetada na máquina em p.u.; e a potência elétrica p_e entregue à rede pela máquina também em p.u.. Assim:

$$M \frac{d^2\delta_e(t)}{dt^2} = p_m - p_e. \quad (2.13)$$

Além de M há ainda outra constante de inércia bastante usada na literatura, denotada como H . Trata-se da razão entre a energia cinética armazenada no rotor à velocidade síncrona e a potência base da máquina. As constantes M e H relacionam-se através da seguinte expressão:

$$M = \frac{H}{\pi f_o}, \quad (2.14)$$

onde f_o é a frequência síncrona.

A formulação matemática elaborada até aqui ignora efeitos de amortecimento da máquina, modelada como dispositivo ideal (BRETAS; ALBERTO, 2000). Para considerar essas perdas de energia, resultantes, por exemplo, de atrito do rotor com mancais ou com o ar, adiciona-se a potência p_d consequente desses efeitos na equação (2.15) como

$$M \frac{d^2\delta_e(t)}{dt^2} + p_d = p_m - p_e. \quad (2.15)$$

Nessa modelagem serão desconsiderados os amortecimentos decorrentes da diferença de torque assíncrono entre as máquinas conforme sugere (BRETAS; ALBERTO, 2000).

Assim, a única forma de perda a ser considerada é potência de atrito proporcional à velocidade ω_m da máquina, isto é, a perda será

$$p_d = D\omega_m \quad (2.16)$$

em que D é a constante de amortecimento da máquina.

Assim, finalmente, são deduzidas as chamadas **equações de *swing*** ou equações de balanço do sistema. Para cada máquina i integrada ao sistema teremos uma equação diferencial de segunda ordem que relaciona o balanço de potência gerado pela máquina com a configuração do ângulo elétrico δ_i da máquina:

$$M_i \frac{d^2 \delta_i(t)}{dt^2} + D_i \frac{d\delta_i(t)}{dt} = p_{mi} - p_{ei}. \quad (2.17)$$

2.2.3 Estudo da estabilidade transitória em um exemplo

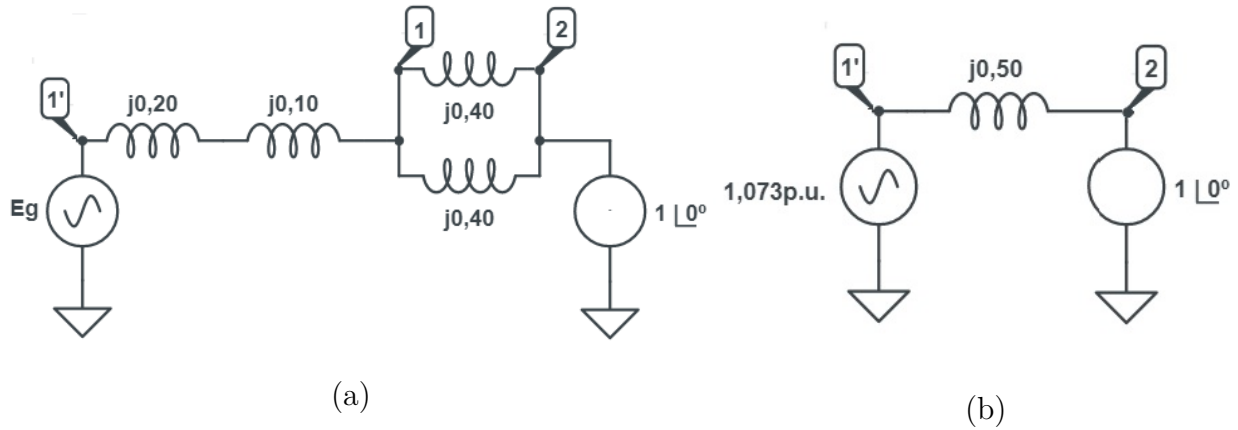
A estabilidade do sistema de potência será analisada neste trabalho sob o aspecto do ângulo dos rotores. Uma grande perturbação no SEP, como o rompimento de uma linha que gera um curto-circuito, é uma falta que enseja uma queda súbita da potência elétrica demandada. Como as máquinas não têm seu torque mecânico alterado instantaneamente, ocorre um desbalanço entre as potências mecânica e elétrica na máquina. Conforme as equações de *swing* (2.17), essa diferença de potências provocará uma dinâmica no ângulo dos rotores da máquina, que são acelerados ou desacelerados. Se o defeito da linha for eliminado em tempo hábil (antes do tempo crítico de abertura), as máquinas encontrarão nova configuração de ângulo de modo a recompor o balanço entre potências. Caso contrário as máquinas poderão acelerar, perdendo sincronismo, e podendo acarretar sérios danos nos geradores.

Em regime permanente, cada máquina síncrona tem ângulo δ_i constante. Nessa circunstância, a potência elétrica e mecânica estão balanceadas e portanto as velocidades e acelerações angulares são nulas. Esse é o chamado ponto de equilíbrio do sistema, e é a solução das equações diferenciais que o regem. Um pequeno distúrbio no sistema o afastaria deste ponto de equilíbrio, mas rapidamente, devido aos amortecimentos, ele retornaria para o estado de regime permanente, e, por isso, o ponto de equilíbrio é chamado de *estável*. Esse ponto de equilíbrio pode ser determinado através da análise de fluxo de carga do sistema, que fornece as potências de cada barra da linha, bem como a configuração de tensão e corrente em cada gerador.

Para ilustrar o efeito de uma grande contingência nos ângulos dos rotores, usaremos o exemplo de uma máquina contra o barramento infinito do livro (BRETAS; ALBERTO, 2000). O barramento infinito é modelado como tendo inércia infinita e capacidade ilimitada de geração. Assim, sua velocidade angular é constante, independentemente da potência

fornecida à rede por ele, sendo usado, portanto, como referência angular do sistema. A Figura 8 mostra um sistema como esse na situação pré-falta, isto é, antes da ocorrência da contingência. O gerador possui constante de inércia $H = 5s$, reatância transitória X_g de 0,20 p.u.; o transformador tem reatância 0,10 p.u. e duas linhas, cada uma com impedância $j0,40$ p.u., conectam as barras 1 e 2.

Figura 8: Sistema pré-falta (a) e seu circuito equivalente (b).



Fonte: adaptado de (BRETAS; ALBERTO, 2000)

É possível resolver o sistema por diferentes métodos para determinação da configuração de tensão e fase do gerador em regime permanente. O circuito equivalente do sistema pré-falta tem gerador com tensão 1,073p.u. e ângulo $\delta = 27,8^\circ$. Nessas condições, a máquina permanece nessa configuração indefinidamente, e $\frac{d\delta}{dt}$ e $\frac{d^2\delta}{dt^2}$ são nulos. A potência elétrica ativa na linha 1 para a linha 2 com tensões $V_1 \angle \delta_1$ e $V_2 \angle \delta_2$ respectivamente e reatância X pode ser dada por

$$P = \frac{V_1 V_2}{X} \sin(\delta_1 - \delta_2) \quad (2.18)$$

de modo que nesse exemplo a potência ativa gerada na máquina é $p_e = 2,146 \sin \delta$ p.u., estabelecendo uma relação entre a potência elétrica e a configuração do ângulo da máquina. Desta forma, é composta a equação de *swing* do sistema pré-falta, uma equação diferencial não-linear:

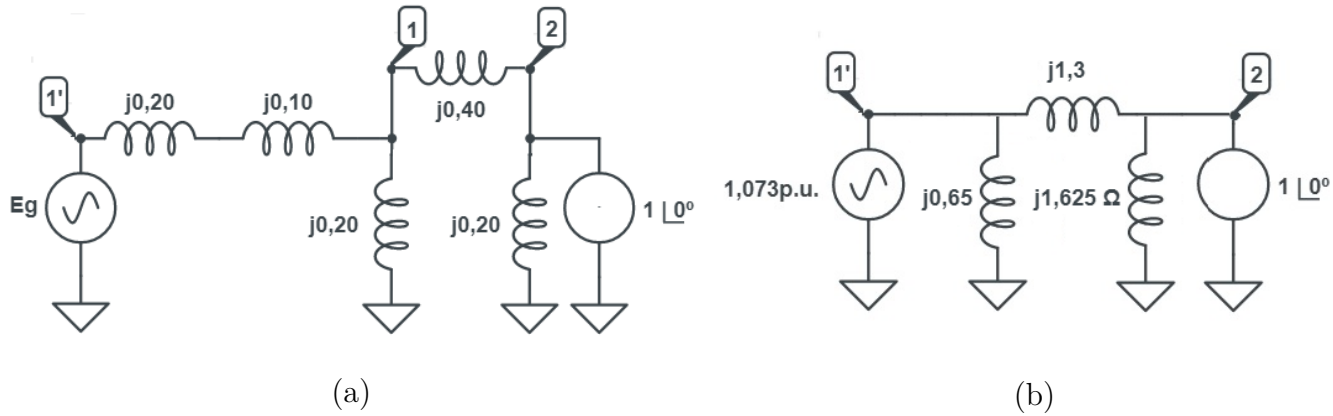
$$M \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = 1 - 2,146 \sin \delta. \quad (2.19)$$

No tempo $t = 0$ ocorre um curto-circuito no centro de uma das linhas que conectam as barras 1 e 2, conforme Figura 9. Nesse instante, a máquina ainda tem a configuração $\delta = 27,8^\circ$, mas ocorre uma redução na potência elétrica gerada. Como há um desbalanço entre as potências mecânica (que continua em 1 p.u.) e elétrica no gerador, este começa a acelerar,

aumentando seu ângulo, na tentativa de aumentar a potência elétrica e reestabelecer o equilíbrio. Na situação *em falta* (como é chamada a configuração do sistema durante o defeito), vista na Figura 9, a potência elétrica do gerador, aplicando o circuito equivalente à equação (2.18), é dada pela expressão $0,825 \text{sen}\delta$. Desta forma, tem-se a equação de *swing* do sistema em falta:

$$M \frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = 1 - 0,825 \text{sen}\delta. \quad (2.20)$$

Figura 9: Sistema em falta (a) e seu circuito equivalente (b).



Fonte: adaptado de (BRETAS; ALBERTO, 2000)

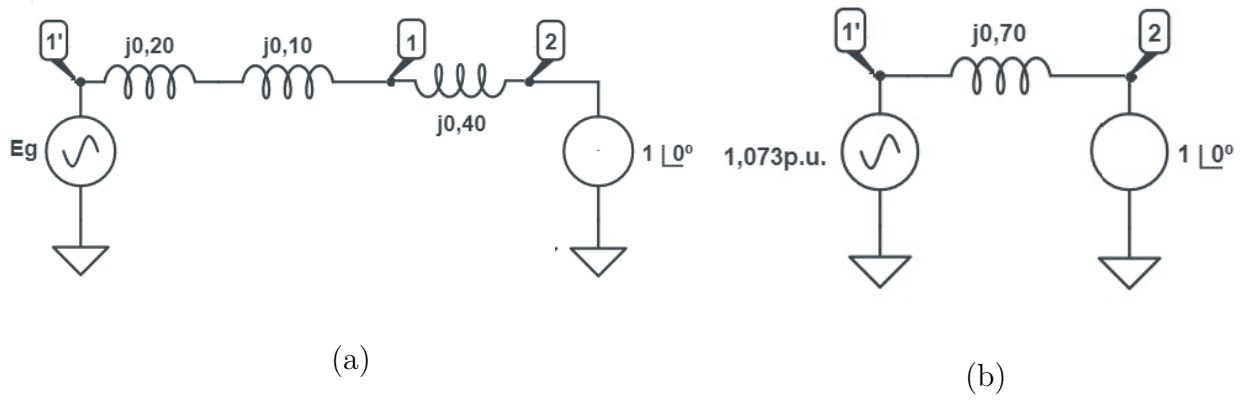
Relês instalados na rede deverão ser acionados de modo a isolar o curto-circuito. Esse acionamento dar-se-á na ordem de centenas de milissegundos (BRETAS; ALBERTO, 2000). Na situação *pós-falta*, isto é, após a correção do defeito, o sistema terá a topologia mostrada na Figura 10. Isso se dará a partir do instante t_a , o tempo de abertura dos relês. Resolvendo-se o circuito equivalente e aplicando a equação 2.18, a equação de *swing* do sistema pós-falta é estabelecida:

$$M \frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = 1 - 1,533 \text{sen}\delta. \quad (2.21)$$

É notório que o tempo de abertura t_a dita as condições iniciais da solução desta equação. A aceleração angular no sistema em falta aumentará o valor da fase do rotor até o valor atingido em t_a , quando a configuração do sistema se altera para a topologia pós-falta. Tão antes se isole o defeito, menor é o ângulo de condição inicial do pós-falta, sendo mais fácil o reestabelecimento do equilíbrio.

Assim, o comportamento dinâmico do sistema fica modelado através de três equações

Figura 10: Sistema pós-falta (a) e seu circuito equivalente (b).



Fonte: adaptado de (BRETAS; ALBERTO, 2000)

diferenciais, cada uma para uma situação (pré-falta, em falta e pós falta):

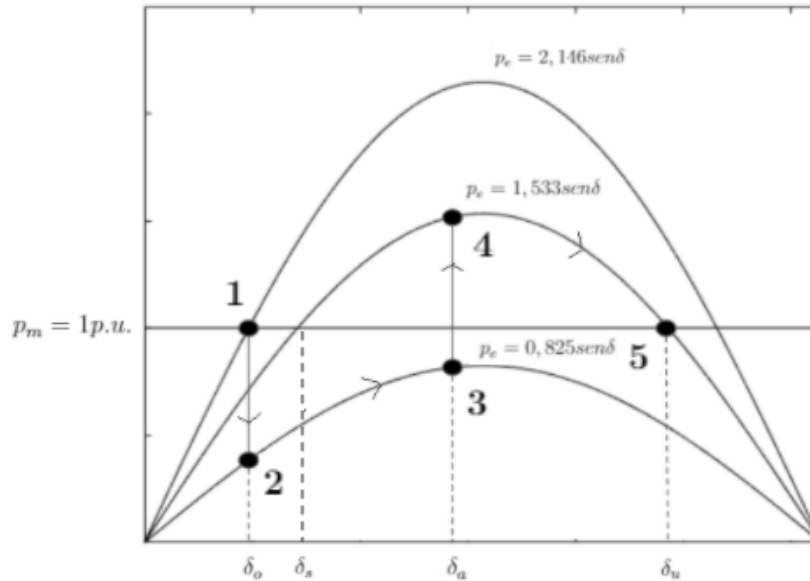
$$M \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = \begin{cases} 1 - 2,146 \text{sen} \delta, & \text{para } t < 0 \text{ e } \delta(t) = 27,8^\circ & (\text{sistema pré-falta}) \\ 1 - 0,825 \text{sen} \delta, & \text{para } 0 \leq t < t_a, \text{ e } \delta(0) = 27,8^\circ & (\text{sistema em falta}) \\ 1 - 1,533 \text{sen} \delta, & \text{para } t \geq t_a, \text{ e } \delta(t_a) = \delta_a & (\text{sistema pós-falta}). \end{cases} \quad (2.22)$$

A Figura 11 mostra um esquema com as três curvas de potência nas três situações ($p_e = 2,146 \text{sen} \delta$, $p_e = 0,825 \text{sen} \delta$, $p_e = 1,533 \text{sen} \delta$). O ponto de operação do sistema pré-falta é indicado no ponto 1, quando a potência elétrica e mecânica se balanceiam em 1 p.u., e quando $\delta_o = 27,8^\circ$. Esse é um ponto de equilíbrio estável do sistema exemplo. No tempo $t = 0$, ocorre instantaneamente a mudança de potência elétrica para o ponto 2, e como este possui um nível inferior à potência mecânica, o gerador começa a acelerar e δ excursiona positivamente sobre a curva, até que no instante t_a o defeito é removido. Esse momento é indicado pelo ponto 3 e nesse instante a máquina opera sob o ângulo δ_a . A eliminação do defeito migra o ponto de operação para o ponto 4, sobre a curva do sistema pós-falta. Como a velocidade angular do rotor é positiva, o ângulo continua aumentando; porém, a potência elétrica é maior que a mecânica, e o rotor tende a desacelerar.

Na curva de potência da situação pós-falta há dois pontos de equilíbrio, indicados por δ_s e δ_u , sendo os pontos em que a potência elétrica é igual à mecânica (1 p.u.). O ângulo da direita, δ_u é dito instável, pois uma perturbação de menor magnitude nesse ponto de operação acarretaria uma dinâmica que afasta o sistema do equilíbrio. Já o ponto da esquerda, δ_s é dito estável pois sob uma pequena perturbação o sistema consegue retornar ao ponto de operação.

Quando o sistema migra da situação em falta para a pós-falta, o ângulo de operação

Figura 11: Curvas de potência nas três situações



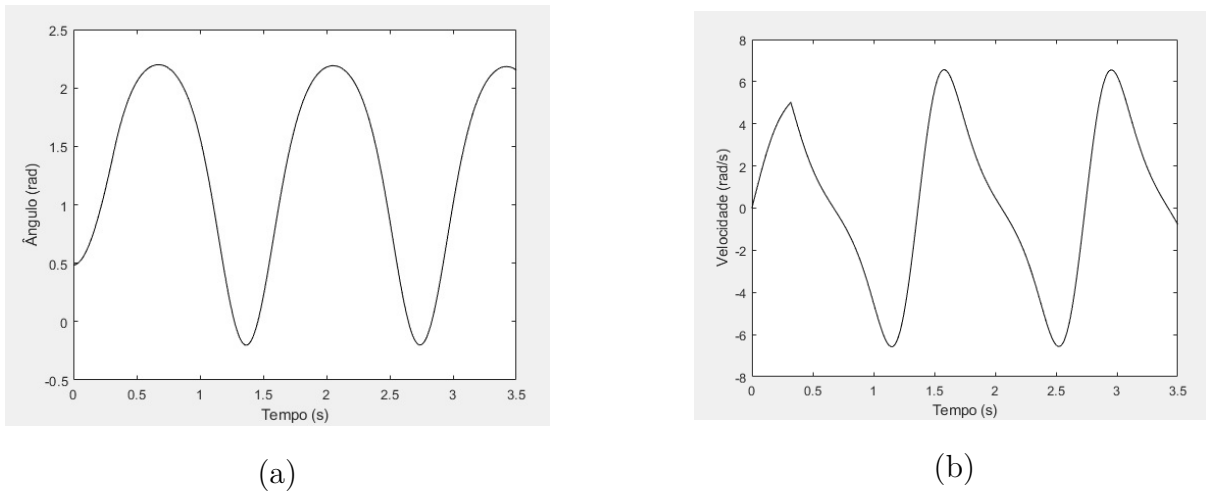
Fonte: adaptado de (BRETAS; ALBERTO, 2000)

é δ_a e continua aumentando até que a desaceleração do sistema inverta a direção da velocidade e o ângulo comece a cair. Se isso acontecer antes que o ângulo chegue no valor δ_u , o sistema conseguirá retornar ao ponto de equilíbrio estável. Caso contrário, a velocidade do gerador aumentará indefinidamente e nunca atingirá a estabilidade rotórica.

No problema de análise de estabilidade transitória deseja-se encontrar o tempo crítico de abertura, ou seja, o maior valor de t_a em que o sistema pós-falta consiga reestabelecer a estabilidade. Como as soluções das equações diferenciais não-lineares não são analíticas, tradicionalmente usam-se métodos numéricos para sua resolução, como o método de Euler e de Runge-Kutta (BRETAS; ALBERTO, 2000). Utilizando o passo de integração adequado e as condições iniciais estabelecidas para cada equação diferencial, descobre-se que o tempo crítico de abertura do problema-exemplo situa-se entre 0,32s e 0,33s, valores compatíveis com os encontrados no livro de referência (BRETAS; ALBERTO, 2000). A Figura 12 mostra o comportamento do sistema para um tempo de abertura de 0,32s. Nesse caso, ele consegue encontrar um ponto de equilíbrio estável e oscila a seu redor. Já a Figura 13 simula um tempo de abertura 0,33s, e há um aumento indefinido tanto do ângulo quando da velocidade da máquina, indicando uma situação de instabilidade.

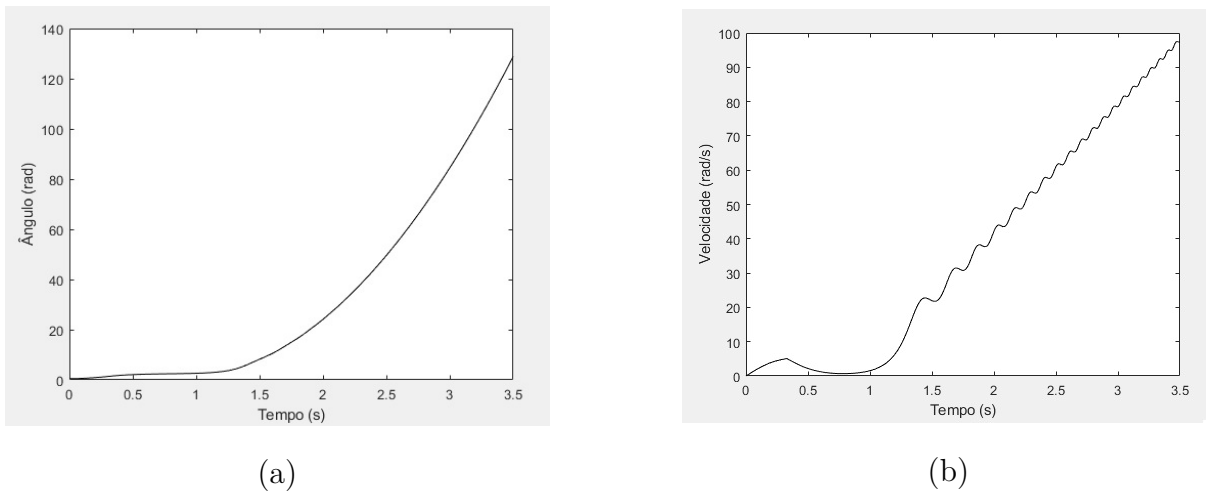
Esta seção buscou por meio de um simples exemplo, composto somente por uma máquina síncrona, ilustrar os conceitos por trás da análise de estabilidade transitória de um sistema. O problema torna-se mais complexo quando se deseja utilizar um método *on-line*, isto é, em tempo real, para análise do sistema, visto que o método de resolução das equações diferenciais para determinação do tempo crítico de abertura só poderia ser

Figura 12: Ângulo (a) e velocidade (b) da máquina sínrona com tempo de abertura acarretando estabilidade.



Fonte: autoria própria

Figura 13: Ângulo (a) e velocidade (b) da máquina sínrona com tempo de abertura acarretando instabilidade.



Fonte: autoria própria

usado de maneira *off-line*, em simulações e para projetos. Torna-se mais complexo também quando aumenta-se o tamanho da rede, já que sistemas de potência reais possuem centenas de barras, dezenas de cargas e geradores. As seções seguintes buscam modelar um sistema com mais máquinas (o caminho de transmissão) para o estudo de estabilidade transitória, além de estabelecer um método que torne possível o uso de aplicações em tempo real.

2.2.4 Funções energia e o critério das áreas iguais

O método apresentado na seção anterior para determinação do tempo crítico de abertura consistiu em resolver as equações diferenciais considerando diferentes tempos de abertura e verificar o comportamento do sistema. Esse processo, conhecido como *passo a passo*, só é pertinente em aplicações *off-line* e não poderia ser usado em tempo real. O critério das áreas iguais, que será exposto na presente seção, é mais empregado em aplicações *on-line* e baseia-se no conceito de conservação de energia dentro de um sistema.

Uma força é dita conservativa se converte energia potencial em energia cinética (ou vice-versa) sem perdas (YOUNG; FREEDMAN, 2008). Uma propriedade essencial de uma força conservativa é que o trabalho realizado por essa força independe da trajetória, mas apenas dos estados inicial e final. Note que o estado do sistema é definido pela sua posição x e velocidade v . Quando as forças que atuam em um sistema são conservativas, a energia total E_t do sistema se mantém constante, conforme a expressão

$$E_t = E_c + E_p \quad (2.23)$$

onde E_c e E_p são respectivamente a energia cinética e potencial do sistema dadas por:

$$E_c = \frac{mv^2}{2} \quad (2.24)$$

e

$$E_p = - \int_{x_{ref}}^x F(y) dy \quad (2.25)$$

sendo x_{ref} a posição de referência para o cômputo da energia potencial no estado x dado o deslocamento causado pela força conservativa F .

Em um sistema conservativo, como a energia mecânica total permanece constante, a mudança de um estado (x_1, v_1) para um estado (x_2, v_2) implicará que a variação da energia cinética será igual à variação de energia potencial, porém com sinais trocados (porque se há um aumento positivo na energia cinética, deverá haver uma diminuição na energia potencial e vice-versa). Matematicamente:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \quad (2.26)$$

ou

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = - \int_{x_1}^{x_2} F(y) dy. \quad (2.27)$$

Ao se desconsiderar os efeitos de dissipação de energia, como amortecimentos, um sistema elétrico de potência, como o apresentado na seção anterior, é conservativo

(BRETAS; ALBERTO, 2000), e assim é possível usar a formulação aqui apresentada. A equação (2.18), que explicita a potência elétrica entre duas barras, pode ser reescrita como sendo

$$P_e = P_{m\acute{a}x} \text{sen} \delta. \quad (2.28)$$

Assim, a equação de *swing* de um gerador, desprezando-se os efeitos dissipativos, dá-se por:

$$M \frac{d^2 \delta(t)}{dt^2} = P_m - P_{m\acute{a}x} \text{sen} \delta. \quad (2.29)$$

Sendo $\omega = d\delta/dt$, multiplicando-se a equação anterior por ω :

$$M\omega \frac{d\omega}{dt} = (P_m - P_{m\acute{a}x} \text{sen} \delta) \frac{d\delta(t)}{dt} \Leftrightarrow M\omega d\omega = (P_m - P_{m\acute{a}x} \text{sen} \delta) d\delta \quad (2.30)$$

Integrando tendo como referência a velocidade $\omega = 0$ e o ângulo de equilíbrio do sistema pré-falta δ_o :

$$\int_0^\omega Mx dx = \int_{\delta_o}^\delta (P_m - P_{m\acute{a}x} \text{sen} x) dx \quad (2.31)$$

$$\frac{M\omega^2}{2} = P_m(\delta - \delta_o) + P_{m\acute{a}x}(\cos \delta - \cos \delta_o). \quad (2.32)$$

A equação anterior mostra as energias cinética e potencial do sistema em relação à referência de ângulo δ_o e à velocidade $\omega = 0$:

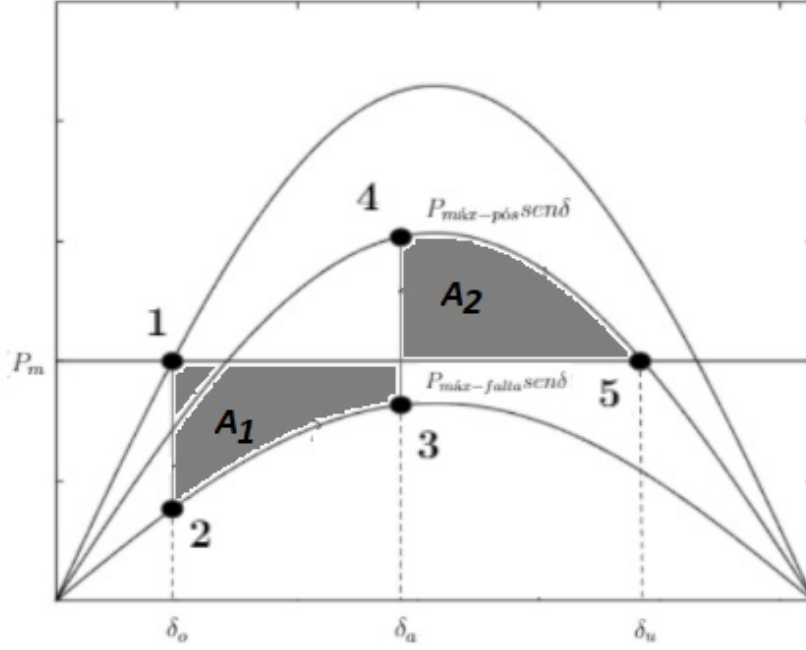
$$\begin{cases} E_c = \frac{M\omega^2}{2} \\ E_p = P_m(\delta_o - \delta) + P_{m\acute{a}x}(\cos \delta_o - \cos \delta). \end{cases} \quad (2.33)$$

O diagrama das curvas de potência do gerador no pré-falta, em falta e no pós-falta será útil para auxiliar na dedução do critério das áreas iguais e é mostrado na Figura 14. Considerando as três situações como sistemas conservativos, a energia mecânica total em cada uma não se alterará. Porém, quando as condições do sistema se modificam, altera-se também o valor total da energia mecânica, que passa a ter um outro valor constante. Desta forma, a energia do sistema não é constante durante todo o período, mas o é durante uma das três situações analisadas (pré-falta, em falta e pós-falta).

No sistema em falta, a energia mecânica é constante, de modo que as energias nos pontos 2 e 3 são iguais, isto é:

$$E_c(2) + E_p(2) = E_c(3) + E_p(3). \quad (2.34)$$

Figura 14: Interpretação geométrica do critério das áreas iguais



Fonte: (BRETAS; ALBERTO, 2000)

No ponto 2, logo no instante da contingência, o ângulo de operação ainda é o ângulo de equilíbrio do sistema pré-falta, já que o ângulo mecânico não se altera instantaneamente, de modo que ali $\omega = 0$ e conseqüentemente $E_c(2) = 0$, e portanto pode-se escrever:

$$E_c(3) = E_p(2) - E_p(3). \quad (2.35)$$

Analogamente, os pontos 4 e 5 estão sobre a curva da situação pós-falta, de modo que possuem a mesma energia. Como está-se procurando o tempo crítico de abertura, considera-se que o ponto 5 é o máximo possível para se estabelecer a estabilidade, e, como já visto na seção anterior, esse ângulo é δ_u , o ponto de equilíbrio instável do pós-falta. Nesse ponto, $\omega = 0$ e a energia cinética é nula. Portanto, se

$$E_c(4) + E_p(4) = E_c(5) + E_p(5) \quad (2.36)$$

temos que

$$E_c(4) = E_p(5) - E_p(4). \quad (2.37)$$

Na transição do sistema em falta e pós-falta, com a correção do defeito, a velocidade da máquina não se altera instantaneamente, e as energias cinéticas entre os pontos 3 e 4

são iguais ($E_c(3) = E_c(4)$). Essa informação permite igualar as equações (2.35) e (2.37) de modo que:

$$E_p(2) - E_p(3) = E_p(5) - E_p(4). \quad (2.38)$$

Como os sistemas em falta (compreendido entre os pontos 2 e 3) e pós-falta (entre os pontos 4 e 5) são conservativos, a variação da energia potencial em cada situação, mostrada na equação (2.38), pode ser dada como uma integral como na equação (2.31). Geometricamente, essas integrais podem ser interpretadas como as áreas A_1 e A_2 na Figura 14. O critério das áreas iguais diz que, no limite da estabilidade, as áreas são iguais:

$$A_1 = A_2. \quad (2.39)$$

De fato, a área A_1 representa o momento em que há aceleração da máquina, já que a potência mecânica é maior que a potência elétrica. Ao passar para o sistema pós-falta, a máquina começa a desacelerar, pois a potência elétrica já é maior do que a mecânica, como mostrado na região A_2 , sendo esta, portanto, a região de desaceleração. O sistema pós-falta alcançará o equilíbrio se $A_1 \leq A_2$, ou seja, se a região de aceleração for menor ou igual à região de desaceleração. Caso contrário, se $A_1 > A_2$, o sistema será instável.

Para equacionar, considere δ_a o ângulo da máquina no tempo crítico de abertura, que faz com que o sistema pós-falta atinja no ponto 5 o ângulo de equilíbrio instável δ_u ; δ_o o ângulo de operação estável do sistema pré-falta; $P_{m\acute{a}x-falta}$ e $P_{m\acute{a}x-p\acute{o}s}$ as potências máximas atingidas no sistema em falta e pós-falta respectivamente e P_m a potência mecânica da máquina:

$$\int_{\delta_o}^{\delta_a} (P_m - P_{m\acute{a}x-falta} \sin \delta) d\delta = \int_{\delta_a}^{\delta_u} (P_{m\acute{a}x-p\acute{o}s} \sin \delta - P_m) d\delta. \quad (2.40)$$

Resolvendo as integrais:

$$P_m(\delta_a - \delta_o) + P_{m\acute{a}x-falta}(\cos \delta_a - \cos \delta_o) = P_{m\acute{a}x-p\acute{o}s}(\cos \delta_a - \cos \delta_u) - P_m(\delta_u - \delta_a), \quad (2.41)$$

e isolando δ_a :

$$\delta_a = \arccos \frac{P_m \delta_o - P_m \delta_u + P_{m\acute{a}x-falta} \cos \delta_o - P_{m\acute{a}x-falta} \cos \delta_u}{P_{m\acute{a}x-falta} - P_{m\acute{a}x-p\acute{o}s}}. \quad (2.42)$$

Desta forma, é possível se determinar o ângulo δ_a de forma direta e, através de simulações, é fácil encontrar o tempo crítico de abertura, tempo limite para que se isole o defeito e o sistema consiga encontrar um equilíbrio estável. Uma vantagem notória do uso do critério das áreas iguais para o cálculo do tempo crítico de abertura é a economia

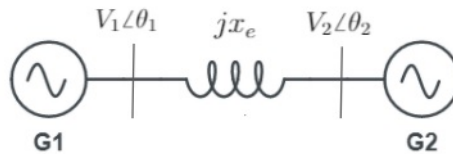
de esforço computacional, já que não é preciso fazer a simulação dinâmica do sistema pós-falta com esse método, mas somente a simulação do sistema em falta.

2.2.5 Modelagem de um caminho de transmissão

A formulação desenvolvida até aqui (dedução das equações de *swing*, funções energia e critério das áreas iguais) é referente ao caso de uma máquina síncrona contra o barramento infinito. Porém, sistemas de potência reais são mais complexos, contendo diversos geradores e cargas, já que o sistema espalha-se por amplas regiões. Esta seção busca modelar os ditos *caminhos de transmissão*, que representam longas linhas de transmissão que interconectam duas áreas distantes, que por sua vez são modeladas por máquinas síncronas. Essa modelagem será de grande utilidade para a análise do sistema que será trazido no capítulo seguinte.

A Figura 15 mostra o esquema de um caminho de transmissão, consistindo em um sistema de duas máquinas interconectadas. Neste sistema, dois geradores em duas áreas distintas são conectados por uma longa linha de reatância x_e . Supondo que há consumo de energia no gerador 2, P é a potência elétrica ativa que flui da área 1 para a área 2. Na prática, cada gerador nesse esquema sintetiza o comportamento de uma área, que pode conter vários geradores e cargas. Esses elementos de uma mesma área são fortemente conectados, e constituem um grupo coerente do sistema, de modo que sob perturbações cada grupo terá um comportamento uniforme, e portanto podem ser modelados como um único gerador (Chow et al., 2008). Desta forma, os caminhos de transmissão modelam a interconexão de duas áreas distantes, que são reduzidas a um gerador cada.

Figura 15: Esquema de um caminho de transmissão interconectando duas áreas



Fonte: adaptado de (Chow et al., 2007)

Uma contingência no caminho de transmissão faria o gerador 1, que representa a área 1, ter um comportamento transitório em relação à área 2 (e vice-versa). A dinâmica de cada gerador, desprezando-se os amortecimentos, é dada pelas equações de *swing*

$$M_1 \frac{d^2 \delta_1(t)}{dt^2} = P_{m_1} - P_{e_1} \quad (2.43)$$

$$M_2 \frac{d^2 \delta_2(t)}{dt^2} = P_{m_2} - P_{e_2} \quad (2.44)$$

em que M_i , P_{m_i} , P_{e_i} e δ_i são respectivamente a constante de inércia, potência mecânica injetada, potência elétrica gerada e ângulo do rotor de cada máquina ($i \in \{1, 2\}$). Isolando $\frac{d^2\delta_i(t)}{dt^2}$ em cada equação e subtraindo-as:

$$\frac{d^2\delta_1(t)}{dt^2} - \frac{d^2\delta_2(t)}{dt^2} = \frac{P_{m_1} - P_{e_1}}{M_1} - \frac{P_{m_2} - P_{e_2}}{M_2} = \frac{M_2P_{m_1} - M_1P_{m_2} - (M_2P_{e_1} - M_1P_{e_2})}{M_1M_2}. \quad (2.45)$$

Defina-se $\delta = \delta_1 - \delta_2$ e uma nova constante de inércia equivalente $M = \frac{M_1M_2}{M_1 + M_2}$. Multiplicando a equação anterior por M tem-se:

$$M \frac{d^2\delta(t)}{dt^2} = \frac{M_2P_{m_1} - M_1P_{m_2}}{M_1 + M_2} - \frac{M_2P_{e_1} - M_1P_{e_2}}{M_1 + M_2}. \quad (2.46)$$

É possível exprimir $P_m = \frac{M_2P_{m_1} - M_1P_{m_2}}{M_1 + M_2}$ e $P_e = \frac{M_2P_{e_1} - M_1P_{e_2}}{M_1 + M_2}$ como potências mecânica e elétrica equivalentes, de modo que a Equação 2.46 torna-se a equação de *swing* de um sistema de uma máquina contra o barramento infinito. Assim se reduz o problema de análise de duas máquina para a análise de um sistema equivalente de uma máquina de ângulo $\delta = \delta_1 - \delta_2$ contra o barramento infinito, sendo possível portanto analisar o sincronismo entre os dois geradores.

A potência elétrica P_e fornecida pela máquina síncrona e consumida pelo barramento infinito é equivalente à potência P transferida da área 1 para a área 2 no caminho de transmissão. Assim, sendo E_1 e E_2 as tensões internas dos geradores, x'_e a reatância entre eles (que inclui a reatância transitória dos geradores e a reatância dos transformadores), P_e pode ser aproximado como (Chow et al., 2007):

$$P_e = \frac{E_1E_2}{x'_e} \sin\delta. \quad (2.47)$$

Sendo D o coeficiente de amortecimento e $\omega = \omega_1 - \omega_2$ a diferença entre a velocidade dos geradores, as equações de *swing* que descrevem a dinâmica da diferença angular δ do caminho de transmissão são:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega, \quad (2.48)$$

$$M \frac{d\omega}{dt} = P_m - \frac{E_1E_2}{x'_e} \sin\delta - D\omega. \quad (2.49)$$

Para esse sistema equivalente encontrado também podem ser usadas as funções energia já deduzidas e expostas na equação (2.33).

Uma grande perturbação no sistema, como já visto, fará com que as máquinas tenham seus ângulos oscilando em torno de um novo ponto de operação (caso o equilíbrio seja estabelecido), e essas oscilações ocorrerão até que sejam amortecidas. Em um sistema real, muitas outras oscilações são percebidas, como as geradas por pequenas perturbações, como variações de carga no sistema ou de massas conectadas ao eixo da máquina. Cada uma dessas tem um modo natural de oscilação, a chamada frequência natural de oscilação, e que está intimamente relacionada aos autovalores do sistema linearizado ([ANDERSON et al., 2003](#)). É de interesse para a modelagem e será deduzida a frequência natural do sistema máquina contra o barramento infinito, com os parâmetros do caminho de transmissão.

Para se encontrar uma expressão para essa grandeza será considerada uma pequena perturbação no sistema, que inicialmente opera com ângulo δ_o , e será encontrado seu modelo linearizado, já que a equação de *swing* como em (2.49) é não linear. Considere que inicialmente a máquina fornece ao barramento infinito uma potência elétrica P_o atrelada ao ângulo de equilíbrio estável δ_o . Havendo uma variação ΔP na potência fornecida, ocorre também uma variação $\Delta\delta$ no ângulo do rotor. Assim:

$$\Delta\delta = \delta - \delta_o \Rightarrow \delta = \Delta\delta + \delta_o \quad (2.50)$$

$$\Delta P = P - P_o \Rightarrow P = \Delta P + P_o. \quad (2.51)$$

Mas a potência elétrica também é dada por:

$$P = \Delta P + P_o = \frac{E_1 E_2}{x'_e} \text{sen}(\delta) = \frac{E_1 E_2}{x'_e} \text{sen}(\Delta\delta + \delta_o). \quad (2.52)$$

Desenvolvendo o seno da soma:

$$P = \Delta P + P_o = \frac{E_1 E_2}{x'_e} (\text{sen}(\Delta\delta) \cos(\delta_o) + \text{sen}(\delta_o) \cos(\Delta\delta)). \quad (2.53)$$

Considerando que trata-se de uma pequena oscilação de ângulo podemos aproximar $\Delta\delta \rightarrow 0$, $\text{sen}(\Delta\delta) \rightarrow \Delta\delta$ e $\cos(\Delta\delta) \rightarrow 1$. E assim:

$$P = \Delta P + P_o = \frac{E_1 E_2}{x'_e} ((\Delta\delta) \cos\delta_o + \text{sen}\delta_o) = \frac{E_1 E_2}{x'_e} \cos\delta_o (\Delta\delta) + P_o. \quad (2.54)$$

Finalmente:

$$\Delta P = \frac{E_1 E_2}{x'_e} \cos\delta_o (\Delta\delta). \quad (2.55)$$

Considerando a equação de *swing* (2.49), para uma pequena oscilação podemos aproximar $\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2}$, já que $\omega_o = 0$. A variação de ângulo causará uma variação de potência elétrica de modo que a equação de *swing* é reescrita como (aqui desconsideram-se os amortecimentos):

$$M \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} = P_m - P_o - \Delta P. \quad (2.56)$$

Como inicialmente na condição de equilíbrio $P_m = P_o$, tem-se que por (2.55):

$$M \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + \frac{E_1 E_2}{x'_e} \cos\delta_0 (\Delta\delta) = 0. \quad (2.57)$$

A equação (2.56) é uma equação diferencial linear de segunda ordem e pode ser resolvida por métodos clássicos e conhecidos. A frequência natural procurada está atrelada aos autovalores deste sistema linear, que são determinados pelas raízes da equação característica da EDO:

$$Mr^2 + \frac{E_1 E_2}{x'_e} \cos\delta_0 = 0. \quad (2.58)$$

A solução dessa equação são dois autovalores puramente imaginários, e seu módulo, portanto, será a frequência natural de oscilação ω_s procurada:

$$\omega_s = \sqrt{\frac{E_1 E_2 \cos\delta_o}{M x'_e}}. \quad (2.59)$$

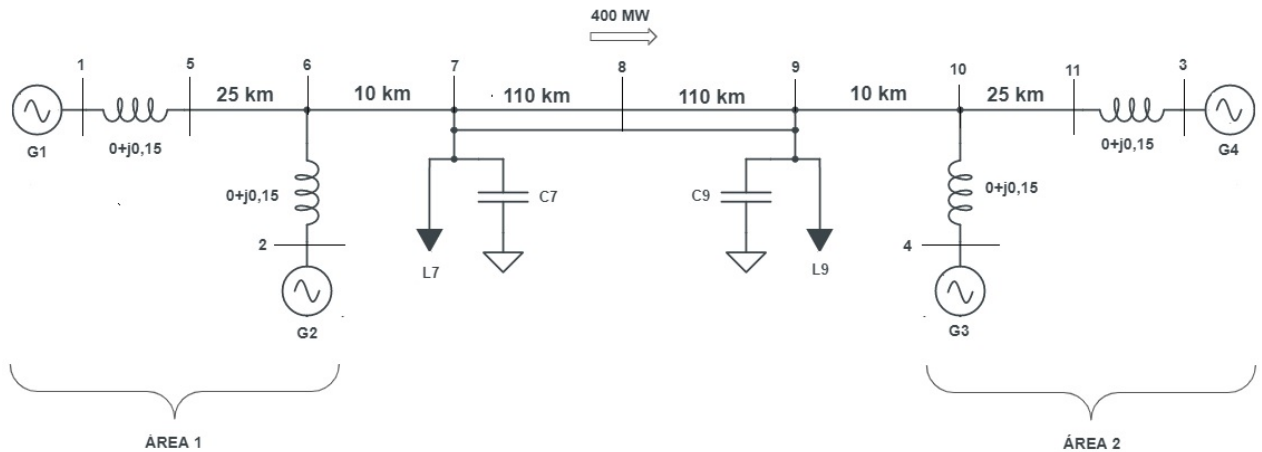
Essa frequência será estimada no Capítulo 4 e utilizada para estimação de parâmetros do sistema de duas áreas. Em sistemas reais sua ordem de grandeza costuma variar entre centenas de miliHertz até 10Hz (ANDERSON et al., 2003).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 O sistema de duas áreas

O sistema de potência sobre o qual será feita a análise de estabilidade transitória é mostrado na Figura 16. Trata-se um sistema de duas áreas similares interconectadas por longas linhas de transmissão, e $400MW$ são transportados da área 1 para a área 2. Optou-se pelo uso desse modelo de sistema por ser bastante difundido na literatura. Em (KUNDUR, 1994) é analisada a estabilidade de pequenos sinais deste sistema, e em (Cushing et al., 1971) e (PARK, 1977) a mesma estrutura é usada para avaliação da frequência natural de oscilação interáreas.

Figura 16: Sistema de duas áreas



Fonte: adaptado de (KUNDUR, 1994)

Cada área é composta por dois geradores acoplados, com valores nominais de potência e tensão 900 MVA e 20 kV. A impedância dos transformadores é $0 + j0,15$ p.u. (na base 900MVA e 20/230 kV) e seu *tap* especificado é de 1,0. As linhas de transmissão têm tensão nominal de 230 kV, e seus parâmetros de impedância no modelo π clássico para a base 100 MVA e 230 kV são $r = 0,0001$ p.u./km, $x_L = 0,001$ p.u./km e $b_c = 0,00175$ p.u./km.

As cargas P_L e Q_L e a potência reativa Q_c fornecida pelo capacitor *shunt* nas barras 7 e 9 são dadas conforme Tabela 1.

A Tabela 2 mostra a potência elétrica ativa e reativa gerada em cada máquina, bem como seus fasores de tensão conforme (KUNDUR, 1994).

Tabela 1: Potências nas cargas e dos capacitores de *shunt*

Barra	Potência ativa na carga (P_L)	Potência reativa da carga (Q_L)	Potência reativa de <i>shunt</i> (Q_c)
7	967 MW	100 MVar	200 MVar
9	1767 MW	100 MVar	350 MVar

Tabela 2: Potência e ponto de operação dos geradores

Barra	Potência ativa do gerador	Potência reativa do gerador	Ponto de operação de tensão (p.u.)
1	700 MW	185 MVar	$1,03\angle 20,2^\circ$
2	700 MW	235 MVar	$1,01\angle 10,5^\circ$
3	719 MW	176 MVar	$1,03\angle -6,8^\circ$
4	700 MW	202 MVar	$1,01\angle -17,0^\circ$

O ANAREDE (CEPEL, 2020) é o *software* mais difundido no Brasil para análise de sistemas elétricos de potência em regime permanente. Esse programa foi utilizado para simular o sistema de duas áreas, e, munido dos parâmetros do sistema é possível rodar seu fluxo de carga. Os resultados da simulação são mostrados na Tabela 3, que exibe módulo e fase da tensão em cada uma das 11 barras do sistema além da potência gerada nas máquinas e consumida nas cargas. Já a Tabela 4 exibe o fluxo de potência ativa e reativa transportado e perdido nas barras. Nessa simulação, a barra 3 foi tomada como a barra de referência; as barras 1, 2 e 4 foram estipuladas como do tipo PV; e as demais foram consideradas como do tipo PQ.

Tabela 3: Tensão e potência em cada barra do sistema de duas áreas

Barra #	Tensão $E_i\angle\delta_i$ (p.u.)	Potência gerada		Potência consumida	
		P (MW)	Q (MVar)	P (MW)	Q (MVar)
1	$1,000\angle 20,30^\circ$	700,00	185,00	-	-
2	$1,010\angle 10,50^\circ$	700,00	234,60	-	-
3	$1,030\angle -6,80^\circ$	719,10	176,00	-	-
4	$1,010\angle -17,00^\circ$	700,00	202,00	-	-
5	$1,006\angle 13,80^\circ$	-	-	-	-
6	$0,978\angle 3,72^\circ$	-	-	-	-
7	$0,961\angle -4,70^\circ$	-	-	967,00	-100,00
8	$0,949\angle -19,00^\circ$	-	-	-	-
9	$0,971\angle -32,00^\circ$	-	-	1767,00	-250,00
10	$0,983\angle -24,00^\circ$	-	-	-	-
11	$1,008\angle -13,00^\circ$	-	-	-	-

Os mesmos dados do sistema também foram usados para fazer a simulação do sistema em regime permanente no MATPOWER (Zimmerman; Murillo-Sánchez; Thomas, 2011), pacote específico para simulações e otimizações de sistemas elétricos de potência do MATLAB (MATHWORKS, 1991). O fluxo de carga gerado neste *software* ratifica os resultados obtidos através do ANAREDE, além de que esses resultados são compatíveis com os dados do livro-texto (KUNDUR, 1994), e nota-se o transporte de 400 MW da área

Tabela 4: Fluxo e perda de potência entre as barras

Barra "De" #	Barra "Para" #	Fluxo Barra "De"		Fluxo Barra "Para"		Perda de potência	
		P (MW)	Q (MVar)	P (MW)	Q (MVar)	P (MW)	Q (MVar)
1	5	700,0	185,0	-700,00	-102,6	0,0	82,4
2	6	700,0	234,6	-700,00	-145,5	0,0	89,1
3	11	719,1	176,0	-719,1	-89,9	0,0	86,1
4	10	700,0	202,0	-700,0	-115,3	0,0	86,7
5	6	700,0	102,6	-687,6	16,7	12,4	115,0
6	7	1387,6	128,8	-1367,3	72,5	20,3	201,3
7	8	400,4	12,1	-390,8	48,6	9,6	60,7
8	9	390,8	-48,6	-381,4	107,2	9,4	58,6
9	10	-1385,7	123,1	1406,2	80,3	20,5	203,4
10	11	-706,2	35,0	719,1	89,9	12,9	124,9

1 para a área 2 através do fluxo entre as barras 7, 8 e 9.

O fluxo de carga mostra o ponto de equilíbrio do sistema na situação pré-falta. Se não houver nenhuma perturbação, esta configuração assim permanecerá indefinidamente. As próximas seções mostram como foi feita a simulação do sistema dinamicamente, inserindo uma contingência de grandes proporções, e seu comportamento transitório.

3.2 Simulação dinâmica

Para simular o sistema de duas áreas no domínio do tempo, foi utilizado o programa ANATEM - Análise de Transitórios Eletromecânicos (CEPEL-B, 2020). Esse *software* é o mais utilizado no Brasil para análise de estabilidade transitória e dinâmica em sistemas elétricos de potência, e tal como o ANAREDE, foi desenvolvido pelo Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL). O ANATEM permite a modelagem de diversos elementos não-lineares (como reguladores de tensão, cargas dinâmicas, sistemas de proteção) e de eventos na rede (como as contingências) e mostra o comportamento dinâmico do sistema nas simulações.

No ANATEM, através do código de execução DMDG, foi implementado para os geradores o modelo predefinido de máquina síncrona de polos salientes com um enrolamento de campo e dois enrolamentos amortecedores, sendo um no eixo direto e outro no eixo em quadratura. Para as curvas de saturação foi usado o tipo exponencial, através do código de execução DCST. Os valores dos parâmetros do modelo de máquina usados nesses códigos são mostrados na Tabela 5 e foram tomados conforme livro-texto (KUNDUR, 1994) sob as bases 900 MVA e 20 kV. Note que como a constante de amortecimento é tomada como zero, o termo de amortecimento visto nas equações de *swing* é desprezado nas simulações.

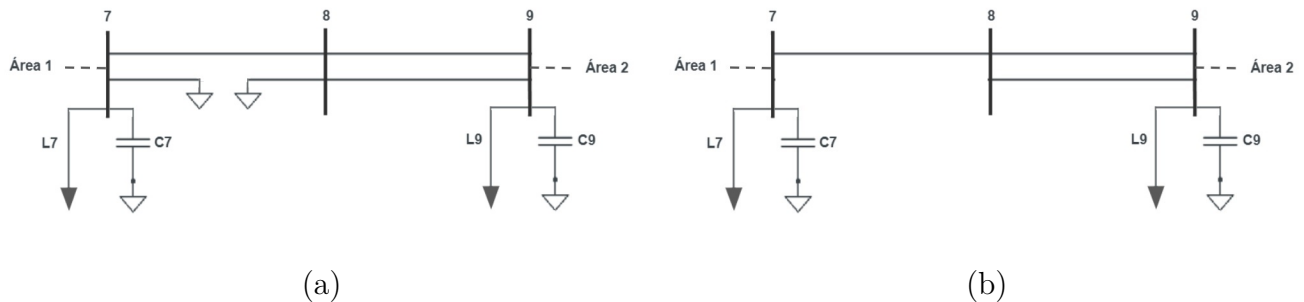
Foi implementado ainda o código de execução DEVT, que carrega os dados de eventos no sistema, para simulação das contingências e da atuação das proteções. Escolheu-se como contingência um rompimento de uma das linhas CA que conectam as barras

Tabela 5: Dados dos modelos de máquina síncrona e suas curvas de saturação

Símbolo	Descrição	Valor
X_d	Indutância síncrona de eixo direto (em p.u.)	1,8
X_q	Indutância síncrona de eixo em quadratura (em p.u.)	1,7
X'_d	Indutância transitória de eixo direto (em p.u.)	0,3
X''_d	Indutância subtransitória de eixo direto (em p.u.)	0,25
X_L	Indutância de dispersão da armadura (em p.u.)	0,2
T'_{do}	Constante de tempo transitória de eixo direto em circuito aberto (em segundos)	8,0
T''_{do}	Constante de tempo subtransitória de eixo direto em circuito aberto (em segundos)	0,03
T''_{qo}	Constante de tempo subtransitória de eixo em quadratura em circuito aberto (em segundos)	0,05
R_a	Resistência do enrolamento de armadura (em p.u.)	0,0025
H	Constante de inércia de G1 e G2 (em segundos)	6,5
H	Constante de inércia de G3 e G4 (em segundos)	6,175
D	Constante de amortecimento (em p.u./p.u.)	0
A	Parâmetro do modelo exponencial da curva de saturação $y = Ae^{B(x-C)}$ (em p.u.)	0,015
B	Parâmetro do modelo exponencial da curva de saturação $y = Ae^{B(x-C)}$ (em p.u.)	9,6
C	Parâmetro do modelo exponencial da curva de saturação $y = Ae^{B(x-C)}$ (em p.u.)	0,9

7 e 8 no instante de tempo $t = 30s$. Supõe-se que esse rompimento se dá exatamente no meio da linha, formando um curto-circuito. A impedância do curto é dada conforme parâmetros da linha mostrados na seção anterior. Após um tempo o sistema de proteção isola o curto-circuito, e uma linha segue interconectando as barras 7 e 8. A Figura 17 mostra o esquema do sistema com esses eventos, exibindo a topologia do sistema em falta e pós-falta respectivamente.

Figura 17: Sistema de duas áreas em falta (a) e no pós-falta (b).

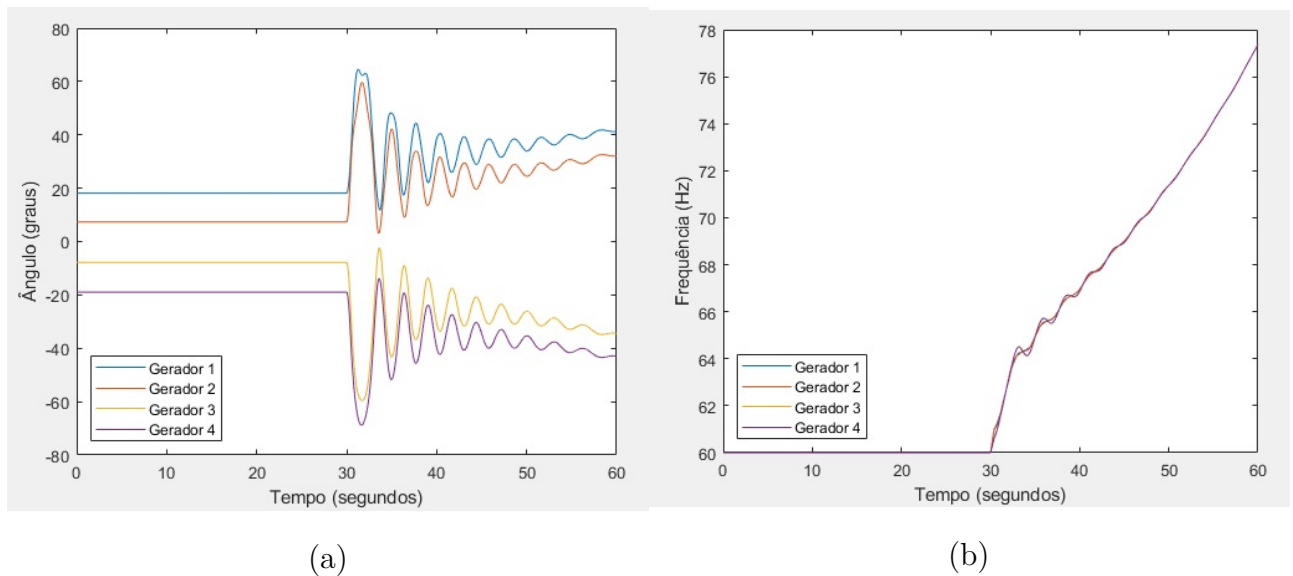


Fonte: elaboração própria

O chamado *método passo-a-passo* foi utilizado para determinação do tempo crítico de abertura para manutenção do sincronismo entre as máquinas geradoras. Este método consiste em realizar diversas simulações para diferentes tempos de estabelecimento do sistema pós-falta avaliando o comportamento do ângulo das máquinas (BRETAS; ALBERTO, 2000). A determinação do tempo crítico dessa maneira é uma tarefa computacionalmente demorada, já que é necessário rodar a simulação várias vezes até se descobrir o valor, e em geral esse método só é utilizado para estudos *off-line*. Desta forma, descobriu-se que o tempo crítico de abertura situa-se entre $t = 0,40s$ e $t = 0,41s$.

A Figura 18 mostra os resultados da simulação para o tempo de abertura 0,40s, configurando uma situação de estabilidade, já que os ângulos dos geradores mantêm-se em torno de um novo ponto de equilíbrio e a frequência acelera conjuntamente. Já a Figura 19 mostra os resultados para o tempo crítico de abertura 0,41s, mostrando que desta forma as máquinas perdem o sincronismo.

Figura 18: Ângulo dos rotores medido em relação ao centro de ângulo(a) e frequência elétrica (b) das máquinas síncronas com o tempo de abertura $t=0,40s$ acarretando estabilidade transitória.



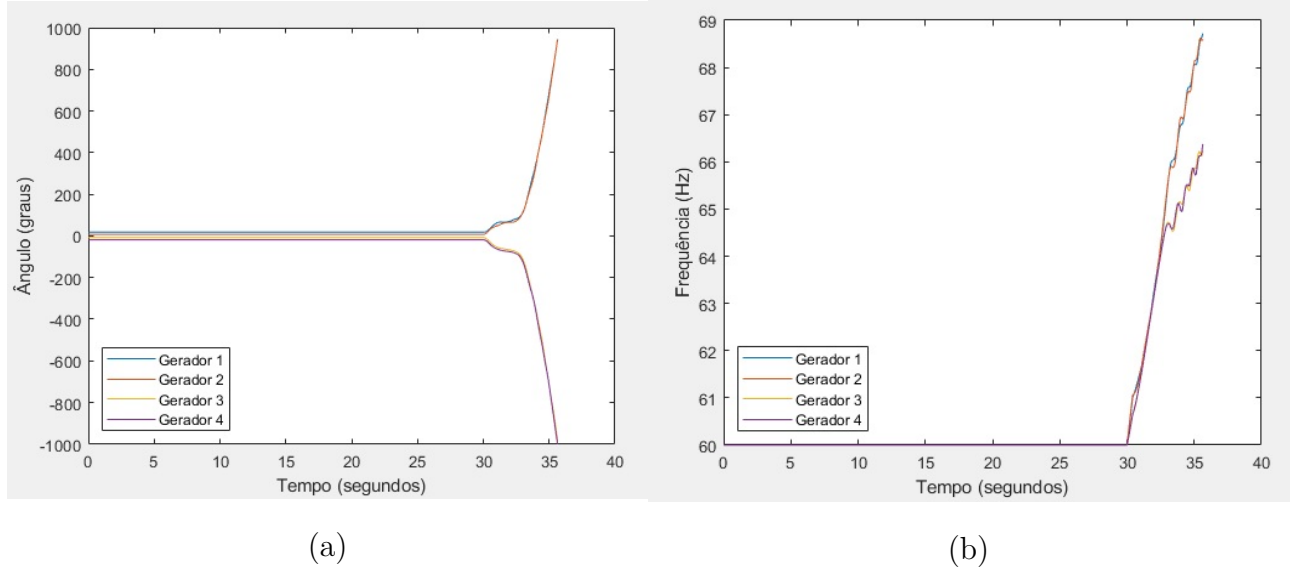
Fonte: elaboração própria

O gráfico da Figura 18 é o único deste trabalho em que se usa de um tempo de simulação estendido (30 segundos após ocorrência da falta), para que possa verificar a oscilação causada pela perturbação, e seja possível calcular sua frequência natural, como será mostrado na seção 4.2. Nas demais simulações, optou-se por utilizar um tempo de simulação menor, de até 10 segundos após a falta, já que como não são usados reguladores de velocidade, há um aumento contínuo da frequência das máquinas, de modo que a simulação só é fidedigna nos primeiros segundos após a falta.

3.3 Inserção de carga dinâmica

No ANATEM, a carga de 1767MW acoplada à barra 9 foi implementada como uma carga dinâmica através do código de execução DLDN. A essa carga foi adicionado um ruído branco em torno de seu valor nominal. A inserção dessas pequenas perturbações na carga objetiva tornar a simulação mais fidedigna com a realidade, já que esse ruído com valores aleatórios irá provocar oscilações nos sinais do sistema, e as curvas de tensão e ângulo irão ficar mais parecidas com o observado em sistemas reais.

Figura 19: Ângulo dos rotores medido em relação ao centro de ângulo (a) e frequência elétrica (b) das máquinas síncronas com o tempo de abertura $t=0,41s$ acarretando instabilidade transitória.



Fonte: elaboração própria

No ANATEM, a carga da barra 9 na situação pré-falta foi modelada 99% como carga estática (sobre o valor nominal) e 1% como carga dinâmica. A carga dinâmica implementada consiste numa sequência de números pseudo-aleatórios em torno de 1% do valor nominal, de modo que a carga total consumida é uma sequência de números aleatórios em torno de $1767MW$.

O algoritmo do gerador de números pseudo-aleatórios "*minimal standard generator*" é descrito em detalhes em (PARK; MILLER, 1988) e já foi utilizado para geração de oscilações eletromecânicas em sistemas de potência em (PATACA, 2015) e (PRIOSTE, 2011). O procedimento implementado consiste resumidamente em

1. escolher um número primo m de valor elevado;
2. escolher um parâmetro a , um inteiro no intervalo $[2, m - 1]$;
3. definir um parâmetro inicial z_0 , um inteiro no intervalo $[1, m - 1]$;
4. definir a função f definida no domínio dos números naturais como $f(z) = a \cdot z \mod m$;
5. gerar a sequência recursiva $z_{i+1} = f(z_i)$, para $i = 0, 1, 2, \dots$;
6. fazer a normalização $u_i = z_i/m$ ($i = 0, 1, 2, \dots$) para se obter uma sequência de números pseudo-aleatórios (pois depende do valor inicial z_0) no intervalo $(0, 1)$.

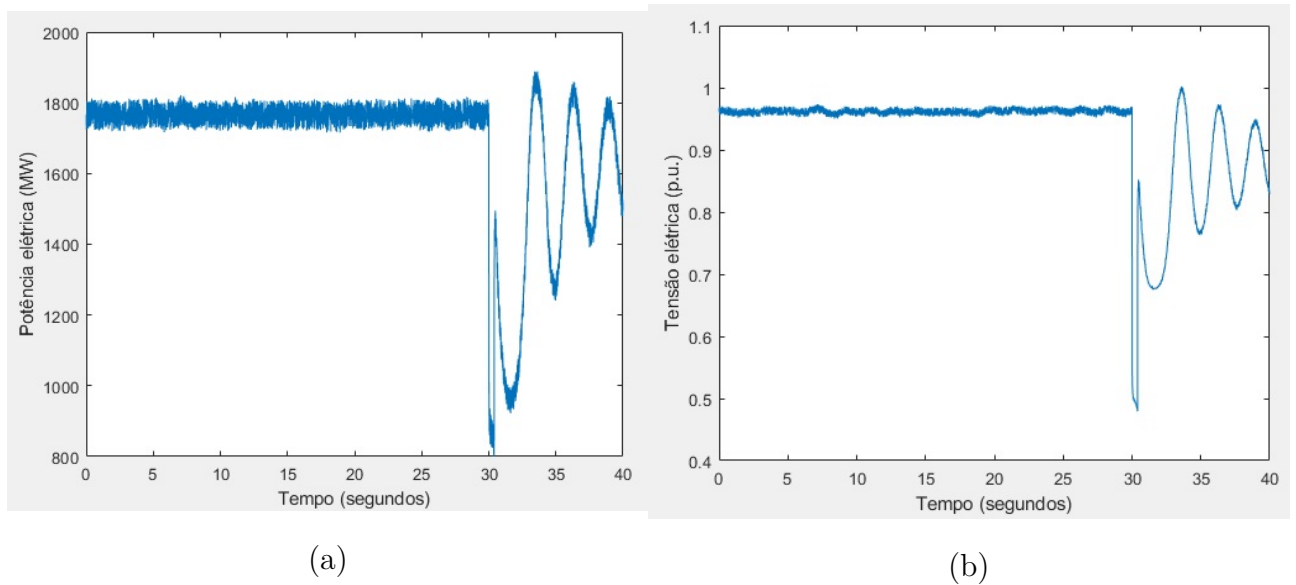
Para utilizar essa modelagem no ANATEM, foi implementado um CDU (Controle Definido pelo Usuário) na forma de diagrama de blocos e seu esquemático é mostrado no Apêndice 1. Alguns parâmetros de entrada foram definidos como proposto em (PARK; MILLER, 1988) e os demais foram adaptados para trazer os números pseudo-aleatórios em torno do valor nominal da carga. A Tabela 6 mostra os valores de entrada usados no CDU.

Tabela 6: Parâmetros de entrada do modelo de carga dinâmica

Parâmetro	Valor
m	$2^{31} - 1$
a	16.807
$seed0$ (z_0)	1
q	127.773
r	2.836
$Plin$	0.1767
fator	0,09

A Figura 20 mostra a potência consumida na barra 9 com o acoplamento da carga dinâmica e também o módulo da tensão na barra 7. Vê-se que a inserção de um ruído branco faz com que surjam oscilações nas medidas de tensão, como exemplificado pelos dados da barra 7. Desta forma, são obtidos na simulação sinais similares aos registrados em sistemas reais, que possuem diversos ruídos e oscilações.

Figura 20: Potência ativa consumida na barra 9 (a) e módulo da tensão na barra 7 (b) com o acoplamento de carga dinâmica



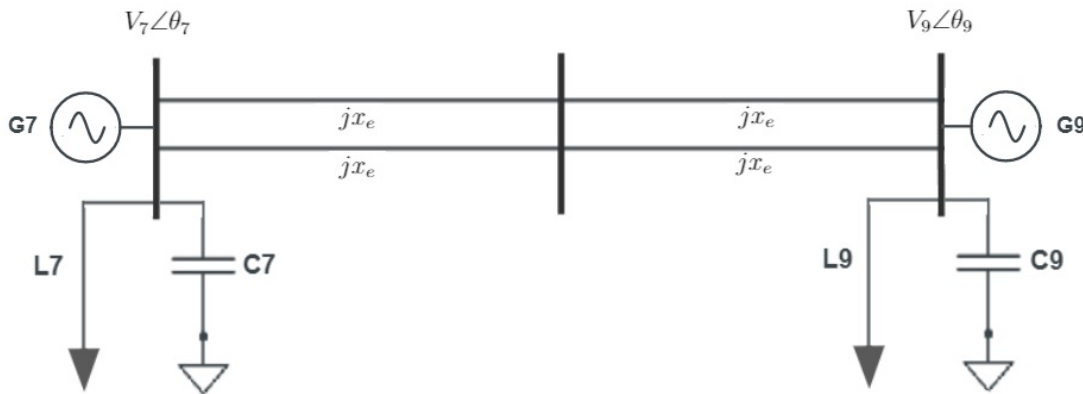
Fonte: elaboração própria

3.4 Funções energia para o sistema de duas áreas

No sistema de duas áreas em análise, os geradores G1 e G2 estão fortemente conectados, bem como os geradores G3 e G4. Por outro lado, a conexão entre os grupos (G1,G2) e (G3,G4) é mais fraca, e desta forma cada área do sistema possui geradores constituindo grupos coerentes de máquinas (Chow et al., 2008). Uma perturbação em um desses grupos coerentes, faria com que suas máquinas tivessem comportamento dinâmico coincidente, enquanto as máquinas do outro grupo também teriam uma dinâmica similar contra o distúrbio.

Assim, propõe-se a modelagem do sistema de duas áreas como um caminho de transmissão tal como exposto na Seção 2.2.5. Cada gerador do caminho de transmissão sintetiza a dinâmica de uma das áreas. Chame-se de G7 e G9 esses geradores fictícios, já que estão acoplados às barras 7 e 9, e sejam $V_7 \angle \theta_7$ e $V_9 \angle \theta_9$ os fasores de tensão nessas barras. A Figura 21 mostra um esquema do sistema de duas áreas reduzido a um caminho de transmissão.

Figura 21: Sistema de duas áreas modelado como um caminho de transmissão



Fonte: elaboração própria

O caminho de transmissão, por sua vez, pode ser reduzido mais uma vez para um sistema equivalente de uma máquina síncrona contra o barramento infinito, conforme mostrado no capítulo anterior. Assim, sejam $\delta = \delta_7 - \delta_9$ a diferença angular dos rotores de G7 e G9, $\omega = \omega_7 - \omega_9$ a diferença entre as frequências angulares das máquinas e E_7 e E_9 suas forças eletromotrizes. Sejam ainda M a constante de inércia equivalente dos geradores e x'_e a reatância equivalente entre eles, incluindo as indutâncias transitórias de eixo em circuito aberto.

Considerando uma situação de equilíbrio estável, em que o sistema opera no ângulo de referência δ_{ref} , as funções energia potencial e cinética dessa situação são dadas tais como equação 2.33. Conforme as curvas de potência, a potência mecânica sobre a máquina

nesse ponto de operação é dada por $P_m = \frac{E_7 E_9}{x'_e} \text{sen}(\delta_{ref})$, e assim, as funções energia cinética E_c e potencial E_p do caminho de transmissão são:

$$E_c = \frac{M\omega^2}{2}, \quad (3.1)$$

$$E_p = \frac{E_7 E_9}{x'_e} (\cos(\delta_{ref}) - \cos\delta + \text{sen}(\delta_{ref})(\delta_{ref} - \delta)). \quad (3.2)$$

Como será visto adiante, para análise de estabilidade transitória será usado como referência o sistema pós-falta. Isto quer dizer que na função energia potencial o ângulo de referência e reatância equivalente a serem utilizados são aqueles encontrados no pós-falta.

Assim foram construídas funções energia para o sistema de duas áreas, reduzido primeiramente a um caminho de transmissão e em seguida ao modelo de uma máquina contra o barramento infinito. Um entrave dessa formulação é que nas funções energia são usados parâmetros de geradores fictícios (como ângulo interno e força eletromotriz), que não podem ser observados em um sistema real. A próxima seção destina-se a adaptar essas funções energia a dados de PMU, de modo que as novas funções utilizar-se-ão de parâmetros que podem ser medidos e estimados em tempo real na rede.

3.5 Adaptação de funções de energia a dados de PMU

O método aqui descrito foi proposto em (Chow et al., 2007) e tem como finalidade adaptar as funções energia obtidas na seção anterior, que usa dados de máquinas fictícias, a dados obtidos por PMUs dispostos na rede. Os PMUs dispostos em um sistema de potência medem o fasor de tensão nas barras em distintos pontos, e para que seja possível usar esses dados nas funções energia, algumas considerações e modificações devem ser feitas.

1. A análise de estabilidade transitória avalia o ângulo e velocidade internas das máquinas síncronas, enquanto PMUs são posicionados em geral na rede de transmissão em pontos de alta tensão. Em um sistema de potência real, se são conhecidas as cargas, as reatâncias transitórias dos geradores e dos transformadores, pode-se extrapolar o ângulo interno das máquinas a partir das medidas de tensão e corrente na barra. Além disso, se os geradores G7 e G9 representam um grupo coerente de máquinas, a associação em paralelo desses dois geradores acarretará em uma reatância transitória equivalente muito pequena. Assim, são feitas as aproximações

$$E_7 \approx V_7, \quad E_9 \approx V_9, \quad \delta \approx \theta, \quad \omega_B \approx \omega, \quad x_e \approx x'_e$$

onde $\theta = \theta_7 - \theta_9$ e $\omega_B = \omega_7 - \omega_9$ é a diferença das frequências angulares nas barras 7 e 9.

2. As pequenas perturbações no sistema (modelada na simulação como a carga dinâmica) faz com que a tensão medida nas barras 7 e 9 não seja constante. Esses sinais contêm componentes oscilatórios na frequência natural. Deseja-se estimar valores médios de tensão desconsiderando essas oscilações. Assim, ao utilizar um filtro passa-baixa adequado nos sinais de tensão das barras, podem ser determinados os valores de tensão médios $\overline{V_7}$ e $\overline{V_9}$ do o sistema.
3. O ângulo de operação da situação pós-falta δ_s , extrapolado aqui para θ_s , não é constante em um sistema real, mas variará devido à variação nas cargas. Desta forma, a dinâmica de θ no pós-falta pode ser decomposta em uma componente quase-estacionária θ_s e uma componente oscilatória $\hat{\theta}$:

$$\theta = \hat{\theta} + \theta_s. \quad (3.3)$$

Assim também é preciso obter a componente quase-estacionária θ_s , que será usada nas funções energia do pós-falta.

Essa formulação acaba por ignorar alguns parâmetros relevantes do sistema como as reatâncias transitórias dos geradores, e neste trabalho não são abordadas as discrepâncias ocasionadas por essas simplificações. De todo modo, como será visto no capítulo seguinte, a adaptação proposta proporcionou resultados interessantes e compatíveis com os da simulação no ANATEM.

Com base nessas considerações, é proposto o seguinte par de funções energia para o sistema de duas áreas, utilizando os parâmetros do sistema pós-falta (x'_e e θ_s) como referência:

$$E_c = \frac{M\omega^2}{2}, \quad (3.4)$$

$$E_p = \frac{\overline{V_7 V_9}}{x'_e} (\cos(\theta_s) - \cos(\theta) + \sin(\theta_s)(\theta_s - \theta)). \quad (3.5)$$

Os dados de PMU coletados fornecem as tensões V_7 e V_9 antes da filtragem, além de θ e ω . A topologia da contingência e os dados de PMU serão usados para determinar a constante de inércia M e os parâmetros do pós-falta x'_e e θ_s .

O próximo capítulo mostrará os resultados do uso dos dados de PMU para determinação desses parâmetros por meio dos dados situação pré-falta, e também as funções energia adaptadas para estudo de estabilidade transitória do sistema de duas áreas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Construção das curvas de potência

Esta seção destina-se à construção das curvas de potência do sistema de duas áreas baseada nos dados de PMU. Supõe-se que PMUs dispostos nas barras 7 e 9 coletam seus dados de módulo e fase de tensão. Os dados lidos por esses dispositivos em sistemas reais são similares aos sinais gerados na simulação mostrada na seção 3.3, com ruídos de diversas naturezas, e portanto os resultados dessa simulação serão utilizados para obtenção das curvas. Elas serão estimadas apenas a partir dos dados do sistema pré-falta, antes da ocorrência da contingência proposta, e também com base na topologia do sistema em falta e pós-falta.

As curvas de potência relacionam o ângulo interno da máquina δ com a potência elétrica fornecida, e têm a forma $P(\delta) = P_{\max} \sin(\delta)$. Aqui será feita a aproximação $\delta \approx \theta$ para ser possível utilizar dados de PMU. Assim, é necessário determinar a potência máxima para cada situação para traçar as curvas. Se a potência elétrica que flui entre as barras 7 e 9 é dada por $P = \frac{V_7 V_9}{x'_e} \sin(\theta)$, a potência máxima de cada curva de potência é expressa como

$$P_{\max} = \frac{V_7 V_9}{x'_e}, \quad (4.1)$$

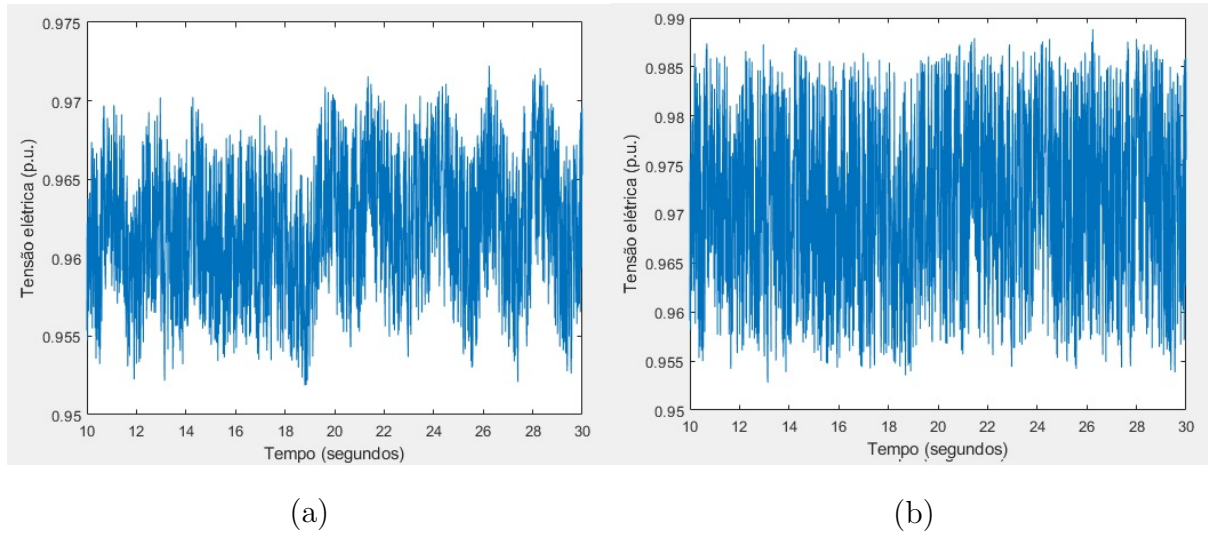
sendo necessário determinar as tensões nas barras 7 e 9 e a reatância equivalente da linha.

O módulo da tensão nas barras 7 e 9 foi coletado na simulação e é mostrado um recorte do período pré-falta (entre $t = 10$ e $t = 30$ s) na Figura 22. Esses sinais são tratados por um filtro passa-baixa que visa a eliminar os ruídos para que se consiga analisar melhor a operação de tensão. O filtro foi projetado no MATLAB através do comando *designfilt*, e possui frequência de corte 1 Hz, ordem 400 e taxa de amostragem equivalente ao passo da simulação (100 Hz, ou passo de 0,01 s). Os dados filtrados são mostrados na Figura 23 e revelam que no pré-falta as tensões são aproximadamente constantes, oscilando em torno dos valores estimados $\bar{V}_7 = 0,965$ p.u. e $\bar{V}_9 = 0,973$ p.u..

Esses valores de tensão serão utilizados para a determinação de P_{\max} nas três situações. É nítido pelos resultados da simulação que após a contingência que as tensões de fato não permanecem constantes, mas esta extrapolação será feita já que se supõe não serem conhecidos os valores quase-estacionários de tensão na rede após o distúrbio. Desta forma, resta determinar a reatância equivalente x'_e da rede nos três momentos.

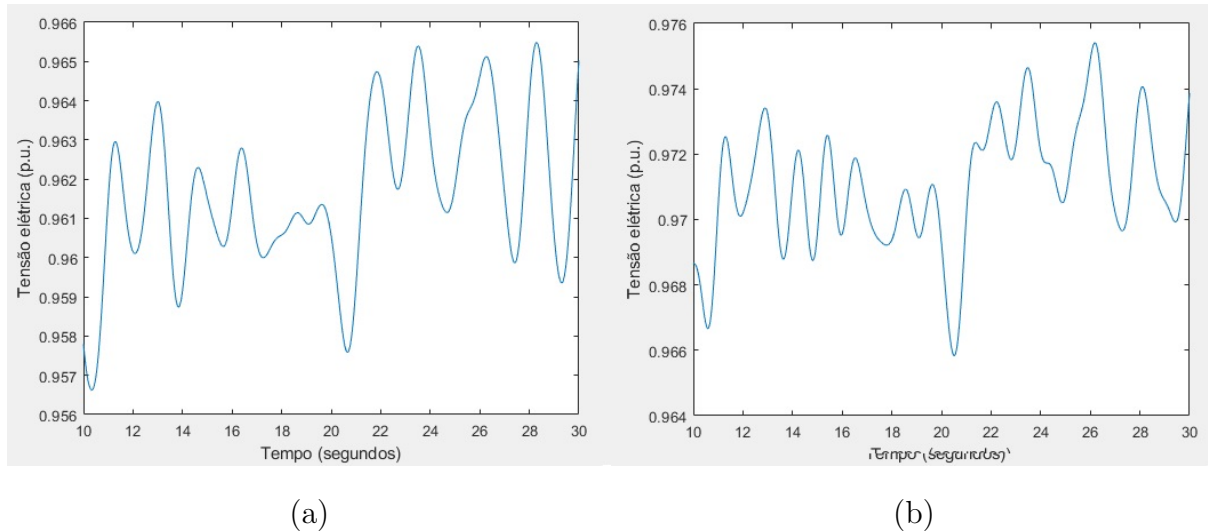
Para isso, conhecidas as topologias da rede antes, durante e após a perturbação, x'_e será estimada a partir da reatância nominal da rede ($x_L = 0,001$ p.u./km nas bases 100

Figura 22: Módulo de tensão nas barras 7 (a) e 9 (b) obtidos na simulação



Fonte: elaboração própria

Figura 23: Módulo de tensão nas barras 7 (a) e 9 (b) após tratamento com filtro passa-baixa

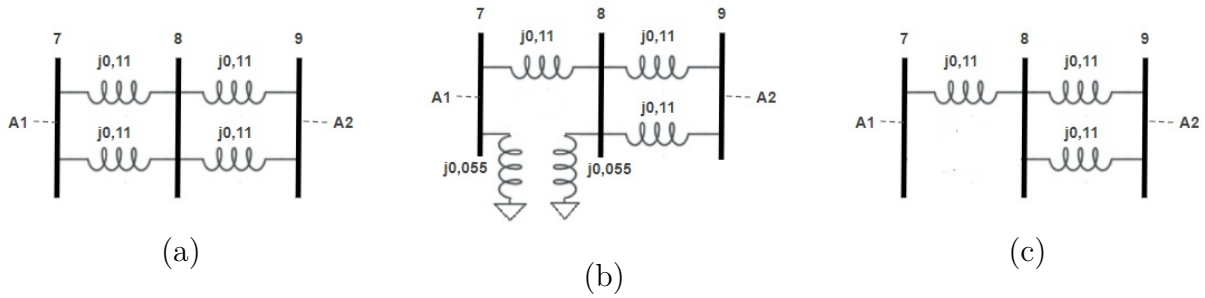


Fonte: elaboração própria

MVA e 230 KV). A Figura 24 indica a reatância entre as barras nas três situações (são omitidas as cargas, capacitores e geradores fictícios).

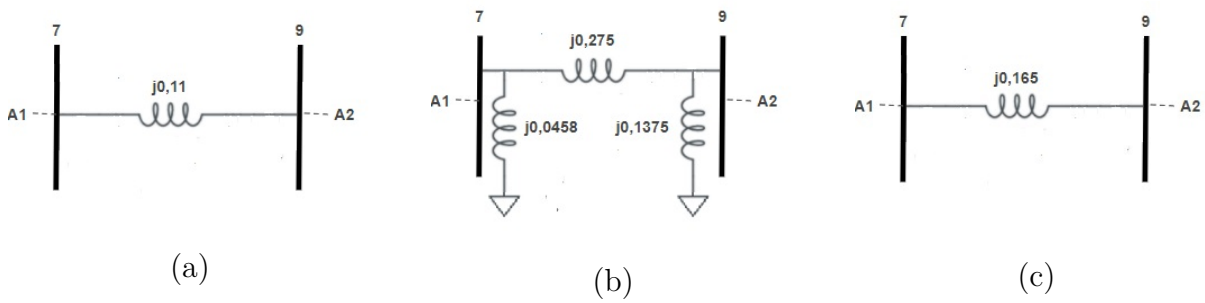
Nos sistemas pré e pós-falta é simples encontrar a reatância equivalente entre as barras 7 e 9, bastando fazer associações em série e em paralelo. Já no sistema em falta é preciso fazer uma transformação delta-estrela para obtenção de sistema equivalente. A Figura 25 mostra os sistemas equivalentes evidenciando a reatância equivalente x'_e nas situações pré-falta, em falta e pós-falta, a saber 0,11 p.u., 0,275 p.u. e 0,165 p.u., respectivamente.

Figura 24: Reatâncias na linhas de transmissão do sistema pré-falta (a), em falta (b) e pós-falta (c)



Fonte: elaboração própria

Figura 25: Reatância equivalente estimada entre as barras 7 e 9 no sistema pré-falta (a), em falta (b) e pós-falta (c)



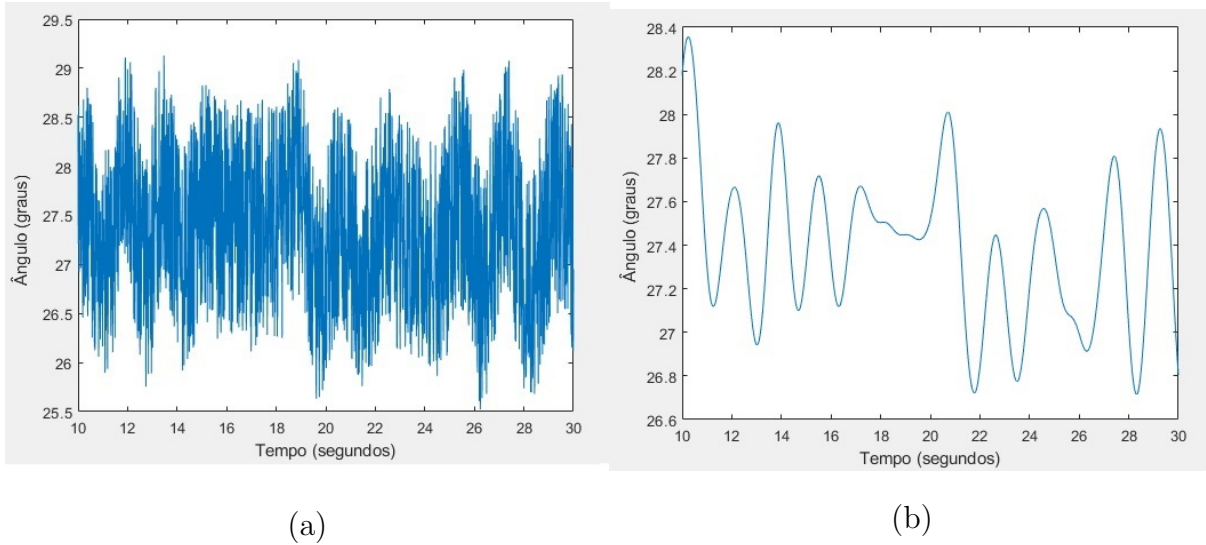
Fonte: elaboração própria

Conforme equação (4.1), utilizando os valores de \bar{V}_7 , \bar{V}_9 e as reatâncias equivalentes, as potências máximas nas três situações são encontradas: $P_{pré} = 853,6$ MW, $P_{falta} = 341,4$ MW e $P_{pós} = 569,1$ MW.

A Figura 26 mostra os resultados da simulação para a diferença angular entre as barras $\theta = \theta_7 - \theta_9$ também no pré-falta. A aplicação do mesmo filtro passa-baixa apresentado anteriormente também revela a o ângulo de equilíbrio estável nesta situação, estimado em $\theta_o = 27,5^\circ$.

A potência elétrica do sistema pré-falta em equilíbrio é calculada por $P = P_{pré} \sin(\theta_o) = 394,1$ W, valor compatível com os 400 MW exportados da área 1 para a área 2. Nesta situação há um balanço entre a potência elétrica e a potência mecânica P_m da máquina fictícia contra o barramento infinito. Assim, P_m será tomado como esse valor, e se considera para a análise de estabilidade transitória que essa potência mecânica não se altera imediatamente, permanecendo constante no período de estudo, inclusive no pós-falta. Para se determinar os pontos de equilíbrio do sistema pós-falta, é preciso verificar para quais valores de ângulo a curva desta situação se iguala à potência mecânica, isto é, determinar

Figura 26: Diferença angular entre as barras 7 e 9 obtidos na simulação (a) e após tratamento com filtro passa-baixa (b)

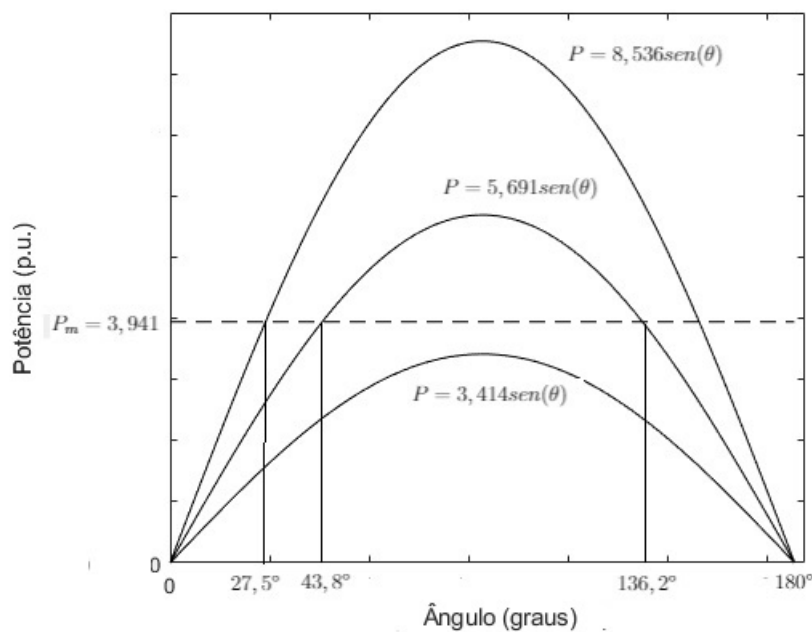


Fonte: elaboração própria

a solução de $569,1 \text{sen}(\theta) = 394,1$. A solução se dá para $\theta_s = 43,8^\circ$ (ângulo de equilíbrio estável) e $\theta_u = 136,2^\circ$ (ângulo de equilíbrio instável).

A Figura 27 mostra, enfim, as curvas de potência estimadas a partir dos dados de PMU (na base de potência 100 MVA), destacando os parâmetros obtidos nesta seção.

Figura 27: Curvas de potência estimadas para o sistema de duas áreas



Fonte: elaboração própria

4.2 Estimação da constante de inércia

É de interesse aplicar o critério das áreas iguais às curvas de potência para obtenção do ângulo e em seguida do tempo crítico de abertura. Porém, primeiramente é preciso estimar a constante de inércia M utilizada no equacionamento do sistema de uma máquina síncrona contra o barramento infinito.

Esse parâmetro pode ser calculado através de arranjo da equação (2.59), que é a dedução da frequência natural de oscilação para o modelo de caminho de transmissão, conforme mostrado a seguir:

$$M = \frac{\overline{V}_7 \overline{V}_9 \cos(\theta_o)}{x'_e \omega_s^2}, \quad (4.2)$$

sendo necessária portanto a obtenção da frequência natural de oscilação ω_s .

Uma contingência no sistema de duas áreas faz com que surja uma perturbação na frequência natural ω_s . Essas oscilações são percebidas na maioria dos gráficos na simulação após a contingência proposta. Considerando o gráfico de ângulo da Figura 18, foram registrados os instantes de tempo dos picos e dos vales das oscilações a partir de $t = 30s$. O intervalo de tempo entre dois picos e dois vales dá o período da oscilação T e sua frequência se dá por $\omega = 2\pi/T$. A Tabela 7 dá os valores obtidos conforme simulação.

Tabela 7: Registros de picos e vales da oscilação para cálculo da frequência natural

#	Medições do pico			Medições do vale		
	T_i (s)	$T_i - T_{i-1}$ (s)	ω (rad/s)	T_i (s)	$T_i - T_{i-1}$ (s)	ω (rad/s)
1	31,7	-	-	33,6	-	-
2	35,0	3,3	1,90	36,4	2,8	2,24
3	37,7	2,7	2,33	39,0	2,6	2,42
4	40,4	2,7	2,33	41,7	2,7	2,33
5	43,0	2,6	2,42	44,4	2,7	2,33
6	45,8	2,8	2,24	47,2	2,8	2,24
7	48,6	2,8	2,24	50,0	3,8	2,24
8	51,6	3,0	2,09	53,0	3,0	2,09
9	54,8	3,2	1,96	56,2	3,2	1,96
10	58,3	3,5	1,80	59,6	3,4	1,85

Tomando a média das frequências obtidas na coleta, a estimativa para a frequência natural de oscilação obtida é $\omega_s = 2,2$ rad/s.

Com esse dado, a constante de inércia pode ser calculada conforme equação 4.2, com os dados de \overline{V}_7 , \overline{V}_9 e θ_o já conhecidos, resultando em $M = 0,15643$ p.u..

Note que para a estimação desse parâmetro, foram usados dados da simulação após a ocorrência da contingência. Para análises em tempo real, portanto, esse método não poderia ser usado, já que é preciso ter esse valor antes da ocorrência da perturbação.

Porém, a oscilação na frequência natural é percebida em amplitude mais baixa na simulação mesmo antes da contingência, devido a presença de ruído, como observado nas figuras 23 e 26. Assim, com base nessas pequenas oscilações, pode ser possível a estimação de M somente com dados do pré-falta.

Utilizando a expressão (2.14), a constante de inércia M obtida é equivalente a $H = 29,49s$ na base de potência 100 MVA. Se considera-se que a constante de inércia dos geradores G7 e G9 são tais como as dos geradores dados pela Tabela 5 para cada área, ao se converter os valores para a base 100 MVA, as constantes obtidas para cada máquina são $H_7 = 58,05s$ e $H_9 = 55,58s$. Assim, a constante de inércia equivalente esperada entre eles, dada por $H_{eq} = \frac{H_7 H_9}{H_7 + H_9}$, resulta em $H_{eq} = 28,50s$. Isto mostra que a constante obtida através de dados de PMU é bem próxima à esperada (se considerarmos que os geradores fictícios têm as mesmas constantes de inércia dos geradores individuais de cada área).

4.3 Aplicação do critério das áreas iguais

A equação clássica para determinação do ângulo crítico de abertura da equação 4.3 é adaptada para dados de PMU:

$$\theta_a = \arccos \frac{P_m \theta_o - P_m \theta_u + P_{falta} \cos \theta_o - P_{pós} \cos \theta_u}{P_{falta} - P_{pós}}, \quad (4.3)$$

onde θ_u é o ângulo de equilíbrio instável já estabelecido.

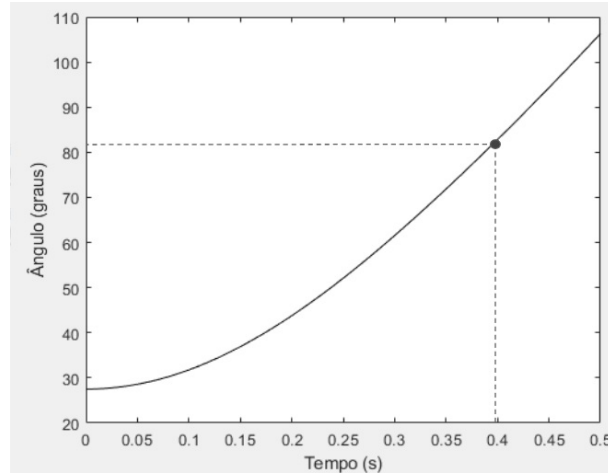
O ângulo crítico de abertura obtido com a resolução de 4.3 é $\theta_a = 81,4^\circ$. Para obter o tempo crítico de abertura basta simular o sistema em falta e observar o instante de tempo em que o ângulo crítico é atingido. Assim, no MATLAB é resolvida a equação diferencial não-linear que modela o sistema em falta:

$$\begin{cases} M \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} = P_m - P_{falta} \sin \theta \\ \theta(0) = \theta_0 \\ \frac{d\theta(0)}{dt} = 0. \end{cases} \quad (4.4)$$

A Figura 28 mostra a solução da equação diferencial do sistema pré-falta para um passo de integração 0,01 s. O ângulo crítico de abertura $\theta_a = 81,4^\circ$ é atingido entre os instantes de tempo $t = 0,39$ e $t = 0,40$ s, muito próximo ao valor obtido através do método passo a passo na seção 3.2.

Ainda conforme o critério das áreas iguais, é possível calcular a energia crítica do sistema, que corresponde à sua energia acumulada a partir do início da perturbação até o tempo crítico de abertura. Conforme Equação (2.41), adaptada a dados de PMU, a energia

Figura 28: Solução da dinâmica do sistema em falta, com destaque ao ângulo e tempo críticos de abertura



Fonte: elaboração própria

crítica E_{cr} pode ser dada como

$$E_{cr} = P_m(\theta_a - \theta_o) + P_{m\acute{a}x-falta}(\cos\theta_a - \cos\theta_o) = P_{m\acute{a}x-p\acute{o}s}(\cos\delta_a - \cos\delta_u) - P_m(\delta_u - \delta_a). \quad (4.5)$$

Usando os dados já estabelecidos, a energia crítica calculada do sistema é $E_{cr} = 118,9$ MWs.

4.4 Geração e avaliação das funções energia

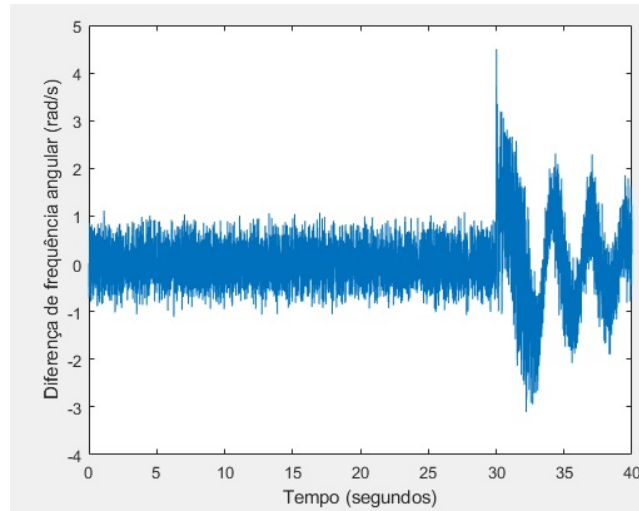
Para utilizar as funções energia propostas, será preciso ainda ter os dados da diferença de frequência angular $\omega = \omega_7 - \omega_9$ entre as barras 7 e 9. A Figura 29 mostra os dados obtidos para essa grandeza na simulação do ANATEM.

A função energia cinética é gerada conforme equação (3.4) a partir dos dados de ω tal como na Figura 29 e da constante de inércia M já estimada. A Figura 30 mostra os gráficos da função energia cinética obtida dos dados da simulação e após tratamento com filtro passa-baixa para melhor verificação do comportamento da energia sem ruído.

A função energia potencial obtida é mostrada na Figura 31. Para geração dessa função é usada a equação 3.5, usando como \bar{V}_7 e \bar{V}_9 os dados de tensão das barras filtrados para eliminação de ruído e a diferença angular da simulação θ .

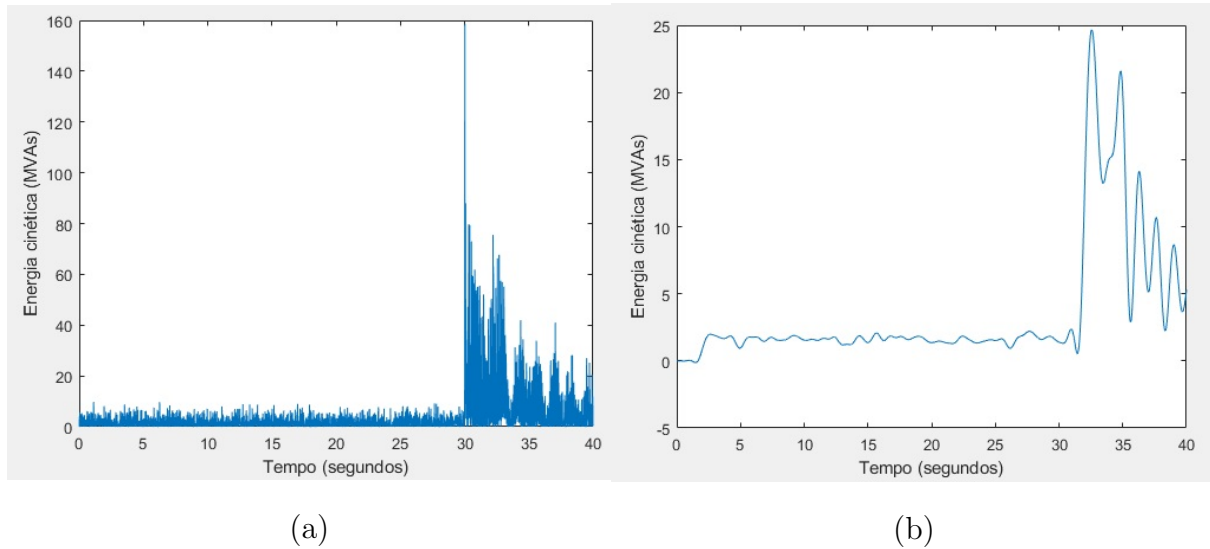
Pode-se comparar os resultados obtidos com a curva ideal da energia potencial. A Figura 32 mostra essa curva ideal considerando constantes as tensões, mostrando o valor da energia potencial com a excursão do ângulo θ . A energia potencial é máxima no valor 186 MVAs no ângulo de equilíbrio instável $\theta_u = 136^\circ$ e nula no ponto de operação do

Figura 29: Diferença de frequência angular ω entre as barras 7 e 9 obtida pela simulação no ANATEM



Fonte: elaboração própria

Figura 30: Energia cinética do sistema (a) e após a filtragem para eliminação de ruído (b)

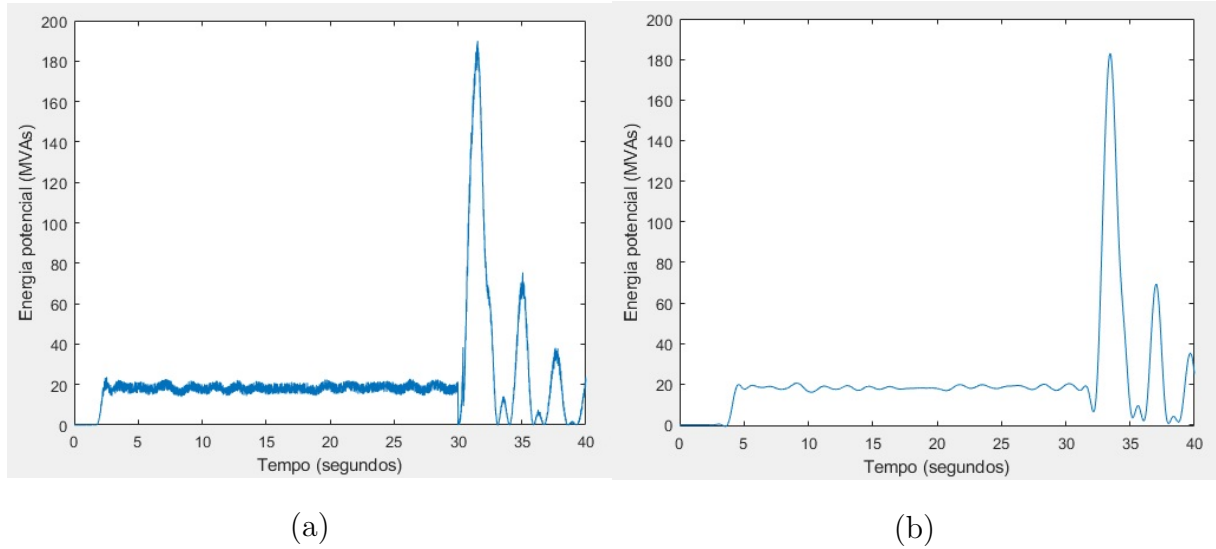


Fonte: elaboração própria

pós-falta $43,8^\circ$. No pré-falta, a energia potencial para $\theta_o = 27,5^\circ$ é 18 MVAs. De fato, os dados da simulação no caso crítico mostram que a energia potencial atinge um pico em um valor na ordem de 190 MVAs, condizente com o valor de energia potencial máximo no ângulo de equilíbrio instável.

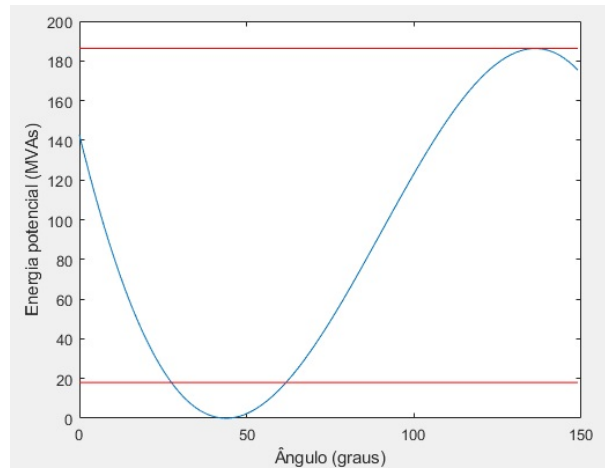
Por fim são mostrados os resultados da soma das duas funções, resultando na função energia total $E_t = E_c + E_p$, na Figura 33. Durante o pré-falta, a energia total orbita em torno de 20 MVAs, e durante a situação pós-falta observa-se o máximo da função

Figura 31: Energia potencial do sistema (a) e após a filtragem para eliminação de ruído (b)



Fonte: elaboração própria

Figura 32: Curva de energia potencial ideal



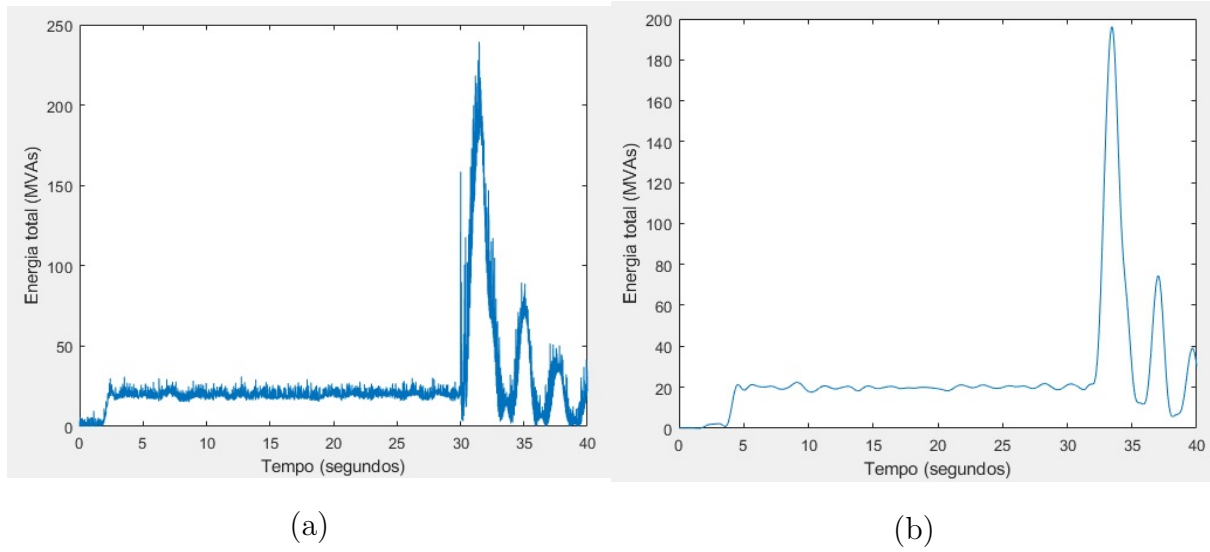
Fonte: elaboração própria

energia no valor 239,5 MVAs no instante de tempo $t = 31,5$ s.

No instante $t = 30,4$ s, isto é, no momento da abertura do defeito, também é possível observar um máximo local, no valor 117,8 MVAs. Logo no início do sistema em falta, no instante $t = 30,02$ s também observa-se um máximo local, devido ao pico da energia cinética, no valor 159 MAs. São bastante compatíveis a energia total no momento de abertura (117,8 MVAs) à energia crítica já estimada na seção anterior em 118,9 MW, evidenciando que a energia crítica também pode ser usada como parâmetro para análise de estabilidade transitória.

Apesar de serem úteis para verificação do comportamento do sistema em regime

Figura 33: Energia total do sistema (a) e após a filtragem para eliminação de ruído (b)



Fonte: elaboração própria

permanente, o filtro passa-baixa usado nas funções de energia acaba por eliminar dados relevantes das funções energia, principalmente durante a falta, e também diminui os valores de pico e vale. Assim, os dados filtrados mostraram-se importantes para estimação de \bar{V}_7 , \bar{V}_9 e θ_o , mas ofuscam fenômenos de interesse nas funções energia.

As funções energia obtidas a partir de dados como os coletados por PMUs mostraram-se portanto relevantes para a avaliação de estabilidade transitória em tempo real, pois podem ser comparadas a parâmetros críticos como a energia crítica e a energia potencial máxima.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi propor um método que permita a utilização de dados obtidos por PMUs na rede para apuração da estabilidade transitória do sistema. Em particular, procurou-se um método que utilize as funções energia que adaptam parâmetros mecânicos das máquinas síncronas a parâmetros elétricos medidos pelos dispositivos de medição fasorial sincronizada.

Para isso, foi preciso simular um sistema cujos sinais fossem o mais parecido possível com os obtidos em sistemas reais. Ao se ter os dados de PMU do sistema na situação pré-falta e conhecendo-se a topologia da falta em análise, foi possível estimar diversos parâmetros do sistema e traçar suas curvas de potência. O tempo crítico de abertura calculado a partir desses dados é muito próximo do tempo crítico da simulação. As funções energia também podem ser comparadas a parâmetros energéticos do sistema como a energia crítica.

Desta forma, conclui-se que a metodologia preliminar proposta tem potencial aplicabilidade e é promissora para ser utilizada pelo operador com dados disponíveis em tempo real, vistos os bons resultados obtidos neste trabalho.

Para validação mais peremptória do método, em trabalhos futuros devem ser usados dados reais de PMUs, dispostos em sistemas de potência mais complexos do que o trazido neste. O primeiro desafio será verificar como adaptar o sistema a um caminho de transmissão para uso de dados de dois PMUs distantes para avaliação do comportamento entre áreas. Outro aspecto que pode ser aprofundado é a aquisição e avaliação dos dados durante o período em falta, que dura poucos milissegundos e que é de grande relevância para o estudo de estabilidade transitória.

De todo modo, o trabalho atingiu o objetivo proposto e abre caminho para aprofundamento do estudo de estabilidade transitória, tão fundamental para garantia do bom funcionamento de um sistema elétrico de potência, com dados de PMUs em tempo real.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, P.; FOUAD, A.; ELECTRICAL, I. of; ENGINEERS, E.; SOCIETY, I. P. E. **Power System Control and Stability**. Wiley, 2003. (IEEE Press power engineering series Power system control and stability). ISBN 9780471238621. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=8-xSAAAAMAAJ>>.
- Ashton, P. M.; Taylor, G. A.; Carter, A. M.; Bradley, M. E.; Hung, W. Application of phasor measurement units to estimate power system inertial frequency response. In: **2013 IEEE Power Energy Society General Meeting**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–5.
- BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C. **Estabilidade transitória em sistemas eletroenergéticos**. São Carlos: EESC/USP, 2000.
- CEPEL. **ANAREDE, Programa de Análise de Redes - Manual do Usuário - versão V11.04.01**. 2020.
- CEPEL-B. **Programa Anatem, Análise de Transitórios Eletromecânicos - Manual do Usuário - versão 11.10.00**. 2020.
- Chow, J. H.; Chakraborty, A.; Arcak, M.; Bhargava, B.; Salazar, A. Synchronized phasor data based energy function analysis of dominant power transfer paths in large power systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 22, n. 2, p. 727–734, 2007.
- Chow, J. H.; Chakraborty, A.; Vanfretti, L.; Arcak, M. Estimation of radial power system transfer path dynamic parameters using synchronized phasor data. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 23, n. 2, p. 564–571, 2008.
- Cushing, E. W.; Drechsler, G. E.; Kilgoar, W. P.; Marshall, H. G.; Stewart, H. R. Fast valving as an aid to power system transient stability and prompt resynchronization and rapid reload after full load rejection. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, PAS-90, n. 6, p. 2517–2527, 1971.
- Dasgupta, S.; Paramasivam, M.; Vaidya, U.; Ajjarapu, V. Real-time monitoring of short-term voltage stability using pmu data. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 4, p. 3702–3711, 2013.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Sistemas de Controle Moderno**. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- EHRENSPERGER, J. G. **Análise dos Impactos da Medição Fasorial Sincronizada na Estimação de Estados face à Implementação em Curso de Sincrofasores no Sistema Elétrico Brasileiro**. 2003 — Universidade Federal de Santa Catarina, 2003. Dissertação de Mestrado.
- FERNANDES, L.; DOTTA, D.; NANNI, M. Estimação da resposta inercial de sistemas de energia elétrica utilizando sincrofasores. In: **2013 IEEE Power Energy Society General Meeting**. [S.l.: s.n.], 2017.

FORTES, E.; ARAUJO, P.; MACEDO, L. H.; GAMINO, B.; MIOTTO, E. Ajuste coordenado dos parâmetros dos controladores estabilizadores de sistema de potência via algoritmo genético de chu-beasley especializado. In: **XLVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**. [S.l.: s.n.], 2016.

HART, D. G.; UY, D.; GHARPURE, V.; NOVOSEL, D.; KARLSSON, D.; KABA, M. **PMUs - A new approach to power network monitoring**. 2001.

KOPFO, K. **Análise dos Impactos da Medição Fasorial Sincronizada na Estimação de Estados face à Implementação em Curso de Sincrofasores no Sistema Elétrico Brasileiro**. 2018 — Universidade Federal de Santa Catarina, 2018. Trabalho de Conclusão de Curso.

KUNDUR, P. **Power system stability and control**. Estados Unidos: McGraw Hill, 1994.

MALBASA, V.; ZHENG, C.; CHEN, P.-C.; POPOVIC, T.; KEZUNOVIC, M. Voltage stability prediction using active machine learning. **IEEE Transactions on Smart Grid**, 2017.

MANTELLI, F.; DECKER, I.; SILVA, P. da; LEANDRO, R.; ZIMMER, V.; VIEIRA, P. C.; AGOSTINI, M. Operação e manutenção de um sistema de medição sincronizada de fasores – experiência do projeto medfasee. In: **XXIV SNPTEE - Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica**. [S.l.: s.n.], 2017.

MATHWORTHS, T. **MATLAB for Windows User's Guide**. 1991.

NILSSON, J. W.; RIEDEL, S. A. **Circuitos Elétricos**. 8. ed. Prentice Hall: Pearson, 2008.

Ordóñez, C. A.; Chamorro, H. R.; Quintero, J.; Leelaruij, R.; Peng, J. C.; Nordström, L. Prony-based on-line oscillation detection with real pmu information. In: **2016 IEEE Colombian Conference on Robotics and Automation (CCRA)**. [S.l.: s.n.], 2016.

PARK, R. H. Discussion: "Sustained Fast Valving Applied to Tennessee Valley Authority's Watts Bar Nuclear Units" (Martin, H. F., Tapper, D. N., Alston, T. M., Edwards, L. E., Thomas, R. J., McCuiston, B. E., Finney, Jr., J. I., and Park, R. H., 1977, ASME J. Eng. Power, 99, pp. 399–404). **Journal of Engineering for Power**, v. 99, n. 3, p. 404–405, 07 1977. ISSN 0022-0825. Disponível em: <<https://doi.org/10.1115/1.3446512>>.

PARK, S.; MILLER, K. Random number generators: Good ones are hard to find. **Commun. ACM**, v. 31, p. 1192–1201, 10 1988.

PATACA, L. C. **Identificação Modal a partir de Dados de Ambiente em Sistemas com Geração Síncrona Distribuída**. 2015 — Universidade de São Paulo, 2015. Dissertação de Mestrado.

PHADKE, A.; THORP, J. History and applications of phasor measurements. **2006 IEEE PES Power Systems Conference and Exposition, PSCE 2006 - Proceedings**, p. 331 – 335, 12 2006.

Phadke, A. G. Synchronized phasor measurements in power systems. **IEEE Computer Applications in Power**, v. 6, n. 2, p. 10–15, 1993.

Phadke, A. G.; Ibrahim, M.; Hlibka, T. Fundamental basis for distance relaying with symmetrical components. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. 96, n. 2, p. 635–646, 1977.

Phadke, A. G.; Thorp, J. S.; Adamiak, M. G. A new measurement technique for tracking voltage phasors, local system frequency, and rate of change of frequency. **IEEE Power Engineering Review**, PER-3, n. 5, p. 23–23, 1983.

PRIOSTE, F. B. **Detecção e Controle de Oscilações Eletromecânicas Usando Sistemas de Medição Fasorial Sincronizada**. 2011. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2011. Tese de Doutorado.

Revista Exame. **New technology can improve electric power system efficiency and reliability**. 2013. <<https://exame.com/revista-exame/o-brasil-na-onda-das-smart-grids/>>. Acesso em: 13/09/2020.

Soni, S.; Bhil, S.; Mehta, D.; Wagh, S. Linear state estimation model using phasor measurement unit (pmu) technology. In: **2012 9th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)**. [S.l.: s.n.], 2012.

STEVENSON, W. D. **Elementos de Análise de Sistemas de Potência**. São Paulo: McGraw Hill, 1978.

Su, H.; Liu, C. Estimating the voltage stability margin using pmu measurements. **IEEE Transactions on Power Systems**, 2016.

Thorp, J. S.; Phadke, A. G.; Karimi, K. J. Real time voltage-phasor measurement for static state estimation. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, 1985.

U.S. Energy Information Administration. **New technology can improve electric power system efficiency and reliability**. 2012. <<https://www.eia.gov/todayinenergy/detail.php?id=5630#>>>. Acesso em: 12/09/2020.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **Física I: Mecânica**. São Paulo: Addison-Wesley-Pearson, 2008.

Zimmerman, R. D.; Murillo-Sánchez, C. E.; Thomas, R. J. Matpower: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 26, n. 1, p. 12–19, 2011.

Apêndices

Apêndice 1 - Gerador de números pseudo-aleatórios implementado via CDU

