

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

Murilo Augusto Costa Faria

**Desenvolvimento de Piezometaestruturas Aeronáuticas
para Atenuação Passiva e Coleta de Energia**

São Carlos

2021

Murilo Augusto Costa Faria

**Desenvolvimento de Piezometastruturas Aeronáuticas
para Atenuação Passiva e Coleta de Energia**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Aeronáutica, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Aeronáutico.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sergio Varoto

**São Carlos
2021**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

C224d Costa Faria, Murilo Augusto
 Desenvolvimento de Piezometaestruturas
Aeronáuticas para Atenuação Passiva e Coleta de Energia
/ Murilo Augusto Costa Faria; orientador Paulo Sergio
Varoto. São Carlos, 2021.

 Monografia (Graduação em Engenharia Aeronáutica)
-- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade
de São Paulo, 2021.

 1. Vibrações mecânicas. 2. Metaestruturas. 3.
Piezoelectric energy harvesting. 4. Frequência natural.
5. Frequência de ressonância. 6. Controle de vibração.
I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Approval sheet

Candidato / Student: Murilo Augusto Costa Faria

Título do TCC / Title : Desenvolvimento de Piezometaestruturas Aeronáuticas para Atenuação Passiva e Coleta de Energia

Data de defesa / Date: 21/12/2021

Comissão Julgadora / Examining committee	Resultado / result
Professor Doutor Ricardo Afonso Angélico	Aprovado
Instituição / Affiliation: EESC - SAA	
Professor Titular Marcelo Areias Trindade	Aprovado
Instituição / Affiliation: EESC - SEM	

Presidente da Banca / Chair of the Examining Committee:

DocuSigned by:

Ricardo A Angélico

95287766A082412...

Professor Doutor Ricardo Afonso Angélico
(assinatura / signature)

Este trabalho é dedicado à minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus pela vida e oportunidades que tem a mim concedido para que eu pudesse obter êxito em boas realizações tanto pessoais quanto acadêmicas.

Meus agradecimentos à minha família que me apoiou em todos meus bons sonhos e que me deu suporte em todas as áreas da vida para alcançar objetivos e metas de grande valia para meu desenvolvimento como ser humano.

Agradeço à todos professores da Escola de Engenharia de São Carlos pelo grande aprendizado que me proporcionaram ao decorrer de toda a graduação, e especialmente ao meu professor orientador, Paulo Sergio Varoto, por todo o apoio, paciência e conhecimento passados através dos trabalhos acadêmicos e aulas, através dos quais demonstrou grande preocupação com o aprendizado de seus alunos e com o progresso da ciência.

Agradeço a todos meu amigos que me acompanharam durante a vida acadêmica e que não permitiram que me sentisse só

Meus agradecimentos também ao grupo TOPUS que me incentivou e ensinou a trabalhar em equipe e a impulsionar a qualidade de minha formação como engenheiro aeronáutico.

*“Every adversity, every failure, every heartache
carries with it the seed of an equal or greater benefit.”*

Napoleon Hill

RESUMO

Faria, M. A. C. **Desenvolvimento de Piezometastruturas Aeronáuticas para Atenuação Passiva e Coleta de Energia.** 2021. 120p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.

A presente monografia de conclusão de curso propõe uma investigação em estruturas piezoelásticas aeronáuticas obedecendo à um arranjo geométrico periódico para fins de atenuação e geração de energia elétrica a partir de sinais de vibração estruturais. O tema geração ou coleta de energia empregando-se materiais piezelétricos na conversão eletro-mecânica é comumente denominado de *piezoelectric energy harvesting*. Trata-se de tema atual e de relevada importância no contexto de aplicações tecnológicas envolvendo a utilização de tais materiais. O arranjo funcional periódico de células estruturais tem sido comumente denominado de metaestrutura, tema também de grande interesse em investigações recentes devido principalmente à extensa gama de aplicações em acústica e dinâmica estrutural, como é o caso do controle passivo de vibração e ruído. No contexto da tecnologia estrutural aeronáutica, as piezometastruturas podem proporcionar aplicações interessantes em coleta de energia e em atenuação de vibrações mecânicas em sistemas estruturais como pode ser o caso de uma asa que está submetida a carregamentos aerodinâmicos oscilatórios, excitações provindas da operação dos motores e também a possível ocorrência de instabilidades aeroelásticas como o Flutter. Assim, o objetivo principal desta proposta é estudar o comportamento dinâmico, teórico e experimentalmente, de metaestruturas aeronáuticas piezoelásticas com aplicações em atenuação passiva geração e aproveitamento de energia elétrica a partir de sinais de vibração estrutural. Para tanto, será formulado um modelo teórico a partir de um determinado arranjo funcional periódico a partir de células estruturais piezoelásticas. Tal modelo será estudado em simulações com auxílio do software de elementos finitos visando a obtenção de suas características de resposta em frequência, estrutural e eletromecânica, bem como sua eficiência no processo de conversão eletro-mecânica de energia. Um protótipo físico será construído para fins de obtenção de dados experimentais que possam ser comparados com os resultados obtidos a partir das simulações numéricas. Espera-se que a execução do presente projeto traga subsídios para aplicações tecnológicas em atenuação passiva e aproveitamento de energia a partir da utilização de metaestruturas piezoelásticas em elementos estruturais de aeronaves.

Palavras-chave: Frequência natural. Frequência de ressonância. *Piezoelectric energy harvesting*. Vibrações mecânicas. Metaestruturas. Controle de vibração.

ABSTRACT

Faria, M. A. C. **Development of Aeronautical Piezometastructures for Passive Attenuation and Energy Harvesting**. 2021. 120p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.

This final course work proposes an investigation into aeronautical piezoelastic structures formed by periodic geometric arrangement for the purpose of attenuation and generation of electrical energy from structural vibration signals. The topic of energy generation using piezoelectric materials in electromechanical conversion is commonly referred to as *piezoelectric energy harvesting*. It is a current topic of relevant importance in the context of technological applications involving the use of piezoelectric materials. The periodic functional arrangement of structural cells has been commonly called metastructure, a topic of great interest in recent investigations mainly due to the wide range of applications in acoustics and structural dynamics, as it is the case of passive control of vibration and noise. In the context of aeronautical structural technology, piezometastructures can provide interesting applications in energy collection and attenuation of mechanical vibrations in structural systems such as a wing that is subjected to oscillating aerodynamic loading, excitations from engine operation and also the possible occurrence of aeroelastic instabilities such as Flutter. Thus, the main objective of this proposal is to study the dynamic behavior, theoretically and experimentally, of piezoelastic aeronautical metastructures with applications in passive attenuation, generation and use of electrical energy from structural vibration signals. For that, a theoretical model will be formulated from a determined periodic functional arrangement from piezoelastic structural cells. Such model will be studied in simulations with the help of finite element software, aiming to obtain its frequency response, structural and electromechanical response characteristics, as well as its efficiency in the electromechanical energy conversion process. A physical prototype will be built in order to obtain experimental data that can be compared with the results obtained from numerical simulations. It is expected that the execution of this project will bring subsidies for technological applications in passive attenuation and energy use from the use of piezoelastic metastructures in aircraft structural elements.

Keywords: Natural frequency. Resonance frequency. Piezoelectric energy harvesting. Mechanical vibrations. Metastructures. Vibration control.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplos de metaestruturas.	29
Figura 2 – Conceito de geração de energia elétrica a partir de sinais de vibração estrutural utilizando material piezoelétrico.	31
Figura 3 – Principais fontes renováveis de energia e custos comparação de técnicas: (a) fontes alternativas de energia (b) principais técnicas de conversão e comparação de custos	32
Figura 4 – Representação dos carregamentos e do equilíbrio da viga que vibra transversalmente	43
Figura 5 – Representações dos carregamentos na placa plana e seu diagrama de corpo livre quando submetida á carregamento transversal.	45
Figura 6 – Representações geométricas de um elemento da placa que sofre deflexão.	47
Figura 7 – Imagem ilustrativa da superposição de modos.	53
Figura 8 – Modelo de placa plana sem rasgos	56
Figura 9 – Modelo de placa plana com 4 rasgos e sem vigas	56
Figura 10 – Modelo de placa plana com 8 rasgos e sem vigas	57
Figura 11 – Modelo de placa plana com 16 rasgos e sem vigas	57
Figura 12 – Vista lateral da célula unitária com material piezelétrico.	58
Figura 13 – Vista superior da célula unitária com material piezelétrico.	58
Figura 14 – Vista superior da célula unitária com material piezelétrico.	58
Figura 15 – Vista em corte lateral do modelo de placa.	59
Figura 16 – Vista superior do modelo de placa com 4 células unitárias com material piezelétrico	59
Figura 17 – Vista superior do modelo de placa com 8 células unitárias com material piezelétrico	60
Figura 18 – Vista superior do modelo de placa com 16 células unitárias com material piezelétrico	60
Figura 19 – Posicionamento da célula unitária no rasgo da placa plana.	61
Figura 20 – Matriz simétrica de rigidez anisotrópica do material piezelétrico.	62
Figura 21 – Deifinição das propriedades relacionadas ao efeito piezelétrico do material piezoelétrcio anisotrópico.	62
Figura 22 – Definição do eixo de coordenas local para orientação das propriedades elásticas do material piezelétrico anisotrópico.	63
Figura 23 – Definição da placa como elemento flexível.	63
Figura 24 – Definição das massas na ponta das vigas como corpos rígidos.	63
Figura 25 – Definição da condição de contorno engastada na placa.	64

Figura 26 – Definição da condição de contorno de 0 Volts na face de contato entre material piezelétrico e vigas.	64
Figura 27 – Malha computacional para a placa plana sem rasgos.	65
Figura 28 – Malhas computacionais para as placas planas com rasgos.	66
Figura 29 – Malhas computacionais para as placas com células unitárias sem material piezelétrico.	67
Figura 30 – Malhas computacionais para as placas com células unitárias com material piezelétrico.	68
Figura 31 – Aplicação de aceleração em uma das faces da placa.	69
Figura 32 – Aplicação de amortecimento ao modelo.	69
Figura 33 – Malhas computacionais para as vigas unitárias isoladas.	70
Figura 34 – Aplicação da condição engastada na viga unitária.	71
Figura 35 – Arranjo experimental para ensaios na metaestrutura	73
Figura 36 – Imagens do ensaio na metaestrutura: (a) Placa cheia; (b) Placa vazada com vigas unitárias instaladas; (c) Detalhe da viga unitária com camada piezelétrica; (d) Detalhe da instrumentação utilizada nos ensaios	74
Figura 37 – Imagens do ensaio na viga unitária: (a) Sem material piezelétrico; (b) Com material piezelétrico	75
Figura 38 – Vista superior da meta estrutura mostrando a numeração das células unitárias (em amarelo), os pndos de medição das FRF de aceleração (em vermelho) e as vigas unitárias que receberam, uma por vez, o material piezelétrico (laranja)	77
Figura 39 – Representação gráfica dos 8 primeiros modos de vibrar da placa engastada sem rasgos.	79
Figura 40 – Comparação dos valores de frequência nos quais os 8 primeiros modos de vibrar das placas vazadas e cheia ocorrem.	80
Figura 41 – Representação gráfica dos 3 primeiros modos de vibrar da viga unitária engastada sem material piezoelétrico.	81
Figura 42 – Representação gráfica dos 3 primeiros modos de vibrar da viga unitária engastada com material piezoelétrico.	82
Figura 43 – Valor e número dos modos de vibrar das placa com a preença de vigas com e sem o material piezelétrico.	83
Figura 44 – Representação gráfica dos 11 primeiros modos de vibrar nos quais a placa engastada com vigas sem a presença de material piezelétrico se deforma.	85
Figura 45 – Nono modo de vibrar da placa com 16 vigas com massas concentradas na ponta e sem material piezelétrico.	86
Figura 46 – Pontos distantes das vigas nos quais será realizada a análise de reposta harmônica da placa à excitação de base.	87

Figura 47 – Enumeração dos materiais piezelétricos nos quais será verificada a tensão elétrica para a placa de 16 vigas.	88
Figura 48 – Pontos próximos às massas nos quais será realizada a análise de resposta harmônica da placa com 16 vigas à excitação de base.	88
Figura 49 – Enumeração das massas na placa para coleta da resposta em frequência.	89
Figura 50 – Comparação da resposta harmônica das placas vazadas com a placa sem rasgos.	90
Figura 51 – Comparação da resposta harmônica das placas com vigas sem material piezelétrico com a placa sem rasgos.	91
Figura 52 – Comparação da resposta harmônica das placas com vigas com material piezelétrico com a placa sem rasgos.	93
Figura 53 – Comparação da resposta harmônica das placas com 16 vigas com a placa sem rasgos e com 16 rasgos.	95
Figura 54 – Comparação da resposta harmônica das placas com 16 vigas com a placa sem rasgo para os pontos próximos às células unitárias.	97
Figura 55 – Comparação da resposta harmônica das massas para a placa com 16 vigas.	99
Figura 56 – Comparação da tensão elétrica média em cada camada de material piezelétrico para cada viga da placa com 16 células unitárias.	101
Figura 57 – Comparação da resposta harmônica no centro das placas	103
Figura 58 – Comparação da resposta harmônica no ponto 4 de medição experimental das placas.	104
Figura 59 – Comparação da resposta próximo à célula 1.	105
Figura 60 – Comparação da resposta próximo à célula 8 (ponto 13).	106
Figura 61 – Comparação da resposta próximo à célula 12 com apenas uma camada de material piezelétrico em diferentes vigas.	108
Figura 62 – Comparação entre os resultados experimentais no centro dos modelos de placa (ponto 3 de medição experimental).	109
Figura 63 – Comparação entre os resultados experimentais proximo à célula 12 (Ponto 17).	109
Figura 64 – Comparação dos resultados computacionais e experimentais para a resposta das massas.	110
Figura 65 – Comparação dos resultados computacionais e experimentais para tensão no material piezelétrico.	111

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedade mecânicas da liga de Alumínio	61
Tabela 2 – Propriedade mecânicas do Aço mola	61
Tabela 3 – Propriedade mecânicas do Aço inoxidável	62

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PZT	Piezoelétrico
-----	---------------

LISTA DE SÍMBOLOS

SUMÁRIO

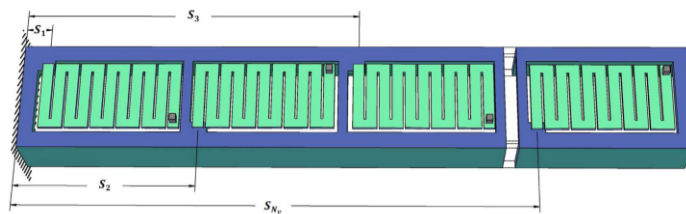
1	INTRODUÇÃO	29
1.1	Objetivos	32
1.2	Estrutura da monografia	33
2	REVISÃO DE LITERATURA	37
3	TEORIA	43
3.1	Modelos dinâmicos de sistemas contínuos	43
3.1.1	Formulação matemática da equação diferencial de movimento transversal de vigas	43
3.1.2	Formulação matemática da equação diferencial de movimento transversal de placas planas	45
3.2	Conceitos da análise do modelo de elementos finitos	49
3.2.1	Conceitos fundamentais da análise modal	49
3.2.2	Conceitos fundamentais da análise harmônica.	51
3.2.3	Conceitos fundamentais da análise piezolétrica.	53
4	METODOLOGIA	55
4.1	Modelos computacionais	55
4.1.1	Propriedades geométricas dos modelos	55
4.1.2	Propriedades dos materiais dos modelos	61
4.1.3	Condições de contorno	64
4.1.4	Malhas geométricas dos modelos	65
4.1.5	Condições de carregamento para a resposta harmônica	69
4.1.6	Modelos de vigas unitárias	69
5	DESCRIÇÃO DA EXPERIMENTAÇÃO	73
6	RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS	79
6.1	Modos de vibrar das placas obtidos por meio do <i>software</i> de elementos finitos:	79
6.2	Resposta harmônica dos modelos de placa submetidos à excitação de base	86
6.2.1	Procedimentos para coleta do resultados nos modelos de elementos finitos.	86
6.2.2	Respostas em frequência para as funções transferencia obtidas dos modelos de elementos finitos.	89

6.2.2.1	Comparação das respostas em frequência para as placas com rasgos e sem rasgos.	89
6.2.2.2	Comparação das respostas em frequência para as placas com vigas unitárias sem material piezelétrico.	91
6.2.2.3	Comparação das respostas em frequência para as placas com vigas unitárias com material piezelétrico.	92
6.2.2.4	Comparação das respostas em frequência para as placas com 16 vigas unitárias.	94
6.2.3	Comparação dos resultados computacionais de elementos finitos com os resultados experimentais.	102
7	CONCLUSÃO	113
	REFERÊNCIAS	115

1 INTRODUÇÃO

A denominação *metamaterial* corresponde à materiais especialmente projetados de forma a apresentar um determinado comportamento físico não encontrado nos materiais comumente empregados em aplicações da engenharia contemporânea (VESCOVO; GIORGIO, 2014). Tais materiais possuem um excelente potencial de aplicações tecnológicas em muitas áreas da ciência de forma geral, como é o caso dos cristais fonônicos (CHEN et al., 2014). De forma análoga, similar e crescente interesse no projeto das chamadas *metaestruturas* tem-se verificado em anos recentes (SUN; DU; PAI, 2010; SUGINO et al., 2017a; ABDELJABER et al., 2017). Por metaestrutura entende-se aqui uma estrutura flexível formada a partir de um arranjo periódico de unidades, denominadas células unitárias de forma a compor uma estrutura combinada e que apresente um determinado comportamento dinâmico para um determinado fim, como é o caso do controle passivo de vibrações. Neste caso, o objetivo é projetar uma estrutura que apresente as chamadas lacunas (*bandgaps*) em determinadas faixas de frequências de interesse nas quais se pretende atenuar os sinais de vibração exibidos pela estrutura sob estudo (HU; TANG; DAS, 2018; NOUH; ALDRAIHEM; BAZ, 2014; SUGINO et al., 2017a). Trabalhos importantes também empregam técnicas de impressão 3D no projeto e construção de metaestruturas com fins de atenuação de vibração bem como avaliação das características das lacunas de bandas de frequências formadas pelas mesmas (BELI et al., 2019a). A Fig. 1a mostra uma ilustração de uma metaestrutura formada a partir de células unitárias formadas a partir de elementos estruturais do tipo viga na configuração zigzag (ABDELJABER et al., 2017). Já a Fig. 1b mostra uma metaestrutura construída a partir de técnicas de impressão 3D (BELI et al., 2019a).

Figura 1 – Exemplos de metaestruturas.



(a) Células do tipo zigzag;



(b) Impressão 3D

Fonte: (a) ABDELJABER (ABDELJABER et al., 2017), (b) BELI (BELI et al., 2019a)

De forma análoga, a crescente demanda por soluções tecnológicas inovadoras para a geração de fontes renováveis e sustentáveis de energia tem impulsionado pesquisas em inúmeras áreas do conhecimento científico. No contexto das engenharias e ciências básicas, a utilização dos chamados *materiais inteligentes* (LEO, 2007), com especial destaque para as *cerâmicas piezoelétricas*, vem merecendo atenção em um número crescente de investigações voltadas ao uso de tais materiais na conversão de sinais de vibração estrutural em energia elétrica para posterior uso.

O conceito de coleta ou geração de energia vibracional utilizando materiais inteligentes para conversão em energia elétrica útil tem ganhado importância, merecendo grande atenção nas últimas décadas. Tal conceito, quando baseado na utilização de materiais piezoelétricos, pode ser denominado na língua inglesa como *Piezoelectric Energy Harvesting* (ERTURK; INMAN, 2011).

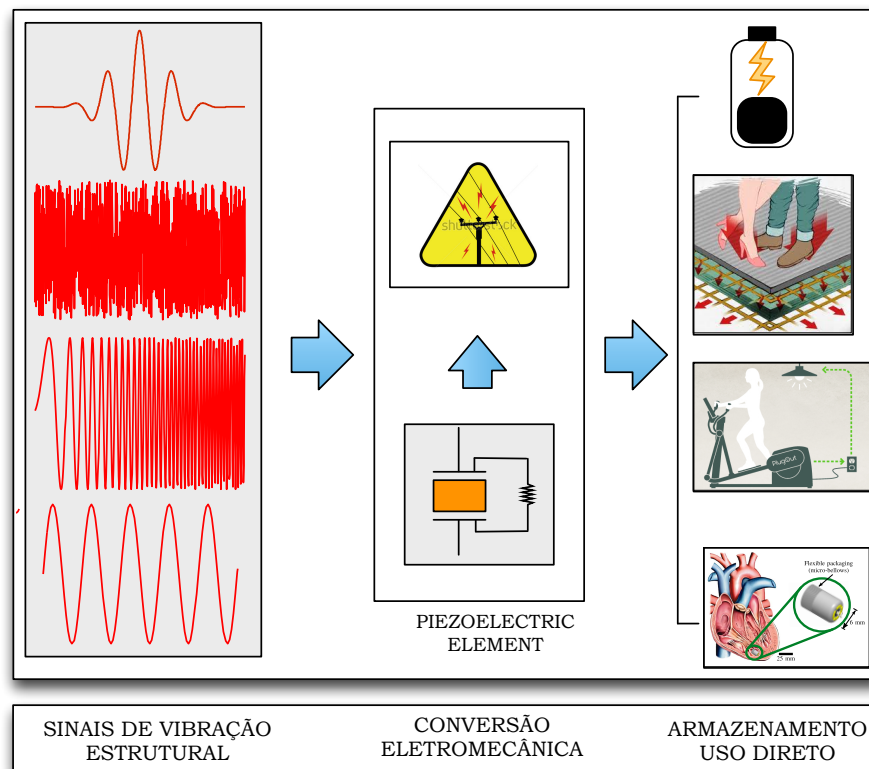
A procura por soluções tecnológicas eficientes e sustentáveis para o setor de energia renovável tem sido feita a partir de pesquisas cujos resultados possam contribuir para a alimentação de sistemas de forma passiva a partir da conversão em tensão elétrica de vibrações estruturais de distintas naturezas nas quais estão incluídos sinais periódicos, transientes, aleatórios e combinações destes. A tensão elétrica pode então ser utilizada para iluminação ou então ser armazenada para alimentar diversos tipos de pequenos dispositivos eletrônicos, por exemplo. No presente trabalho, esse processo encontra-se conceitualmente mostrado na Figura 2.

Apesar de a energia a ser convertida ser proveniente de vibração estrutural, diferentes fontes energéticas podem ser também consideradas como por exemplo solar, eólica, térmica e das marés.

Para que seja projetado e construído um dispositivo de conversão e armazenamento de energia especificamente a partir de vibração estrutural proveniente de energia cinética, é necessário que haja o conhecimento detalhado de características dos sinais pertinentes ao fenômeno físico estudado (frequências, amplitude etc) (ANTON; SODANO, 2007). Logo, a natureza da do sinal vibratório é entendida como um fator de grande influência no processo de conversão, sendo que, sinais periódicos possuem características de amplitude e frequência bem definidas, enquanto sinais aleatórios apresentam características particulares diferentes dos primeiros.

A Figura 3a exibe uma comparação da potência obtida a partir de diversas fontes de onde pode-se observar que as vibrações estruturais se destacam como uma das principais fontes geradoras de energia alternativa. Já a Figura 3b estabelece uma comparação entre várias técnicas de conversão de energia, a vida do dispositivo e custo da energia gerada por tais processos. Observa-se neste caso que a utilização de materiais piezoelétricos apresenta uma relação vida versus custo muito atrativa, justificando as pesquisas que envolvem esta área, a despeito do fato de que a quantidade de energia elétrica gerada por tais

Figura 2 – Conceito de geração de energia elétrica a partir de sinais de vibração estrutural utilizando material piezoelétrico.

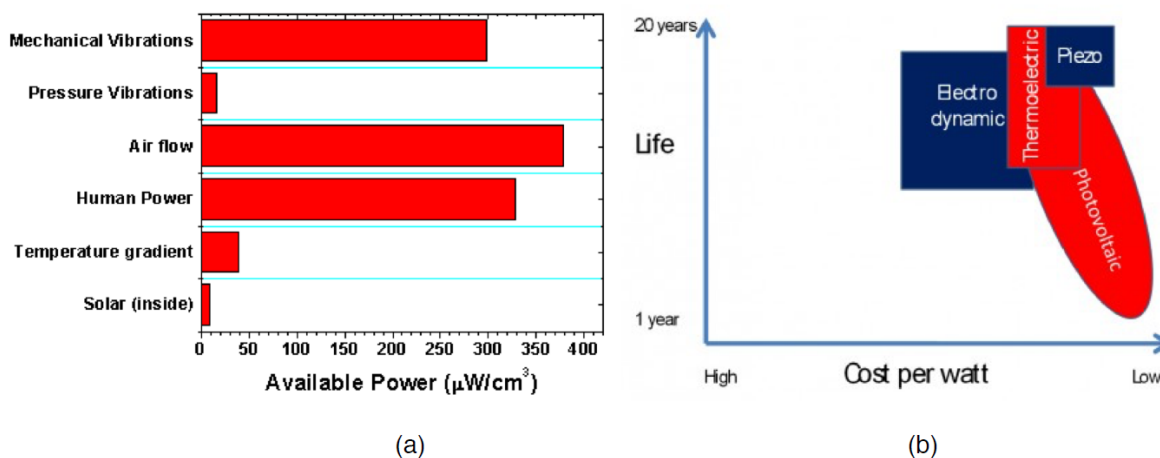


Fonte: Autor

materiais ainda seja pequena, destinando-se principalmente à alimentação de eletrônica de pequeno porte tais como sensores, rede de sensores, dentre outros (ERTURK; INMAN, 2011; HANNAN et al., 2014; MITCHESON, 2010).

Estudos como o de Matteo G. Naslauski et al. (NASLAUSKI; HENKES, 2021) com base no panorama nacional em energias renováveis do setor brasileiro tem sido realizados como medida para avaliar o consumo de combustíveis fósseis e a crescente demanda por novas fontes de energia renováveis e o aumento de sua participação na aviação brasileira. O estudo mostra a grande dependência de combustíveis derivados de petróleo no setor aeronáutico e a necessidade do crescimento e desenvolvimento de energias renováveis como a solar, suprimento de energia por células de hidrogênio e uso de biocombustível. Outro fator importante é o grande investimento que o governo brasileiro tem aplicado no setor de energias renováveis segundo o mesmo estudo de Matteo G. Naslauski et al. (NASLAUSKI; HENKES, 2021). Apesar do alto custo inicial de investimentos nestas opções de abastecimento de energia para as aeronaves, elas mostram ser muito promissoras para o futuro do setor aeronáutico e demonstrar grande crescimento de participação como fontes de energia ao longo dos anos com diminuição no custo, o que justifica o desenvolvimento de pesquisas em sistemas de coleta de energia passiva uma vez que estes

Figura 3 – Principais fontes renováveis de energia e custos comparação de técnicas: (a) fontes alternativas de energia (b) principais técnicas de conversão e comparação de custos



Fonte: *Energy Harvesting and Storage for Electronic Devices 2009-2019, IDTechEx*

sistemas já demonstram ser promissores para coleta de energia devido ao crescente número de pesquisas no setor de estruturas de coleta de energia passiva e supressão de vibrações mecânicas.

Portanto, a coleta de energia por meio de dispositivos de conversão de energia mecânica vibracional em energia elétrica baseado em efeito piezoelétrico é uma opção muito atrativa para a indústria aeronáutica, de tal forma que a operação de aeronaves envolve a presença de diversos tipos de cargas cíclicas proporcionadas por operação de motores e diversos outros subsistemas de forma constante durante praticamente toda a operação da aeronave.

Parte considerável da energia cinética vibracional não aproveitada durante toda a vida da aeronave poderia então ser aproveitada pelo efeito piezoelétrico, não só reduzindo o ruído gerado pelos subsistemas operantes da aeronave em determinadas faixas de frequência, o que está diretamente relacionado ao conforto dos passageiros mas, também, oferecendo a possibilidade de prolongar a reserva de energia de pequenos sistemas eletrônicos da aeronave.

1.1 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo contribuir com o avanço na modelagem de metaestruturas com piezoelectricidade para possível aplicação em sistemas aeronáuticos com a finalidade de ampliar fontes de energia renováveis e reduzir ruídos para melhor conforto na operação de aeronaves, possibilitando a criação de modelos computacionais validados experimentalmente. Os modelos tem por finalidade contribuir para a aceleração no progresso da aplicação de metaestruturas em sistemas aeronáuticos de tal forma que

estes possibilitem redução de tempo e gastos com experimentos. Os objetivos são definidos a seguir de maneira mais específica:

- Estudar inicialmente o comportamento de diversos modelos de placa plana engastada cantiliever sob carregamento periódico com a presença de vigas em balanço com e sem a presença de material piezoelétrico na forma *unimorph*.
- Criar um modelo de elementos finitos pouco complexo e que proporcione resultados consistentes com os resultados obtidos experimentalmente de tal forma que possibilite que futuramente outros trabalhos possam criar também modelos de metaestruturas de maneira eficiente.
- Estudar o modelo de metaestrutura de placa com número crescente de vigas unitárias com e sem a presença de material piezoelétrico para estudar o efeito de diferentes configurações geométricas na resposta dinâmica da placa e na geração de tensão elétrica pelo material piezoelétrico.

1.2 Estrutura da monografia

Este trabalho é estruturado em 7 capítulos destinados ao desenvolvimento de modelos de elementos finitos para uma metaestrutura de placa com e sem a presença de material piezoelétrico e à elaboração de experimentos que envolvem o modelo físico da metaestrutura.

O capítulo 1 apresenta uma introdução sobre materiais piezoelétricos, metaestruturas e energias renováveis no setor aeronáutico. Ao final do capítulo são apresentados os objetivos.

O capítulo 2 inclui a revisão bibliográfica sobre aproveitamento passivo de vibrações mecânicas para geração de energia baseado em efeito piezoelétrico, modelagem de sistemas dinâmicos de metaestruturas e seu design. A revisão bibliográfica também inclui estudos sobre metaestruturas de placas de diferentes geometrias, disposição de osciladores harmônicos e tipos de materiais. Também são apresentados estudos que envolvem a criação de metaestruturas com aplicações em estruturas aeronáuticas para aumentar estabilidade e evitar a ocorrência de fenômenos aeroelásticos como flutter de painel.

O capítulo 3 contém a teoria que descreve o comportamento dinâmico de vigas e placas delgadas que vibram transversalmente e a base teórica para análise modal, reposta harmônica de sistemas discretos e efeito piezoelétrico. O capítulo é iniciado com a primeira seção que apresenta modelos dinâmicos contínuos de vigas e placas delgadas. Na primeira subseção é desenvolvido brevemente a teoria da resposta dinâmica transversal de vigas contínuas. Em seguida, na segunda subseção, é apresentada a teoria da vibração transversal de placas delgadas. Na segunda seção do capítulo são apresentados os conceitos

fundamentais para a análise dinâmica de modelos discretizados. A primeira subseção apresenta os fundamentos da análise modal, seguido na segunda subseção pela base teórica da resposta harmônica de sistemas lineares e finalizando na terceira subseção com a formulação matemática para o efeito piezoelétrico.

O capítulo 4 é destinado à metodologia. A primeira seção deste capítulo é destinada aos modelos computacionais para as metastruturas de placas na qual são apresentados primeiramente as propriedades geométricas dos modelos (primeira subseção), em seguida as propriedades dos materiais aplicados (segunda subseção), seguido pelas condições de contorno (terceira subseção), malhas computacionais (quarta subseção) e, por fim, as condições de carregamento para a resposta harmônica (quinta subseção). São apresentados 10 modelos de placa cantilever descritos a seguir:

- placa sem a presença de rasgo;
- placas com 4, 8 e 16 rasgos;
- placas com a presença de 4, 8 e 16 vigas cantilever (osciladores harmônicos) sem a presença de material piezoelétrico;
- placas com a presença de 4, 8 e 16 vigas cantilever (osciladores harmônicos) com a presença de material piezoelétrico.

O capítulo 5 tem como conteúdo a descrição da experimentação.

O capítulo 6 apresenta os resultados teóricos e experimentais. O capítulo inicia com os resultados computacionais obtidos pelo *Ansys® Student 2021 R2*. A primeira seção apresenta os modos de vibrar das metastruturas de placa. O comportamento dinâmico da metastrutura é obtido pelo pacote *Mechanical* do *Ansys® Student 2021 R2*, já os efeitos piezoelétricos são obtidos no mesmo *software* pelo pacote *PiezoandMEMS*. Ainda na primeira seção, serão discutidos os efeitos das diferentes configurações de piezometastruturas de placa em seus modos de vibrar. Na segunda seção do capítulo 6, serão apresentados os resultados de resposta harmônica em frequência para a excitação de base dos modelos de placa, sendo obtidos resultados para uma ampla faixa de frequências de forma a visualizar a aparição de *bandgaps* e sua posição no espaço para diversas configurações da placa em função da quantidade de células unitárias presentes, comparando os efeitos da presença das células unitárias com e sem a presença de piezoelétricos e, assim, levantando os principais fatores que influenciam na presença de *bandgaps* e sua localização na faixa de frequência estudadas. Resultados para a resposta no domínio da frequência para a tensão elétrica gerada pelo efeito piezoelétrico também serão apresentados. Na terceira seção, os resultados experimentais serão apresentados e comparados com os resultados computacionais de forma a analisar a proximidade dos resultados.

Por fim, o capítulo 7 será constituído das considerações finais, conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Com relação aos aspectos de modelagem, grande parte dos trabalhos publicados nos últimos anos emprega o conhecido modelo linear de Euler-Bernoulli para vigas usando a condição de contorno engastada-livre (RAO, 2007), comumente denominada *viga cantilever* na obtenção do modelo eletromecânico do gerador em estudo (ERTURK; INMAN, 2008a; ERTURK; INMAN, 2008b; ERTURK; INMAN, 2011). O modelo considera uma viga metálica, comumente denominada subestrutura ou substrato que é total ou parcialmente recoberta por material piezelétrico, em uma ou nas duas superfícies. Quando duas camadas de material piezelétrico são usadas, uma em cada face, tem-se a chamada configuração *bimorph* para o gerador. Quando apenas uma das superfícies da viga recebe a camada de material piezelétrico a denominação *unimorph* é geralmente empregada. Acrescenta-se que uma hipótese simplificadora geralmente aceita na modelagem do gerador através do modelo de viga *cantilever* é que apenas o modo de vibrar fundamental, correspondente à primeira frequência natural do sistema seja usado, o que equivale a dizer que o gerador possui apenas um grau de liberdade na faixa de frequências de estudo. Embora tal modelo possua vantagens, inúmeras estratégias vem sendo propostas e testadas com o objetivo de se aumentar a faixa de frequências dos modelos propostos, o que inclui mas não se limita à inclusão de múltiplas frequências naturais e seus correspondentes modos de vibração na faixa útil do gerador em estudo (ERTURK; RENNO; INMAN, 2009; TANG; YANG, 2015; TANG; YANG; WU, 2012). Similarmente o estudo do efeito de incertezas no projeto e otimização de geradores de energia vem sendo abordados (FRANCO, 2013; FRANCO; VAROTO, 2017).

A crescente demanda pela redução do volume de geradores piezelétricos de energia vem exigindo que dispositivos cada vez menores e conseqüentemente mais leves estejam disponíveis (BEEBY; TUDOR; WHITE, 2006; COOK-CHENNAULT; THAMBI N., 2008; WILLIAMS; YATES, 1996). Uma consequência imediata da redução de volume e massa é o aumento da frequência natural do gerador, principalmente quando o mesmo é projetado e construído a partir de vigas recobertas com material piezelétrico. Desta forma, com o aumento da frequência natural o gerador pode perder a eficiência principalmente nas baixas frequências em virtude de sua incapacidade de sintonia ao sinal de distúrbio. Inúmeros trabalhos tem sido recentemente publicados no sentido de propor soluções para estabelecer uma relação de compromisso adequada entre o valor das primeiras frequências naturais do gerador e suas características de rigidez e massa. Destes, destacam-se os que buscam tirar vantagem de efeitos não lineares intrínsecos ao sistema (CHEN; JIANG, 2015; GALBIER; KARAMI, 2017; VAROTO, 2017; YANG; TOWFIGHIAN, 2017) e outros que utilizam efeitos geométricos para se obter estruturas mais flexíveis e conseqüentemente frequências

naturais mais baixas ([ANSARI; KARAMI, 2016](#); [ASHRAF et al., 2013](#); [KARAMI; INMAN, 2011](#); [LI; TIAN; DENG, 2014](#)). Vários trabalhos tem sido publicados no sentido de propor aplicações para geradores piezelétricos que possuam baixo volume como é o caso de biosensores ([ANSARI; KARAMI, 2016](#); [ANSARI; KARAMI, 2017](#); [DETERRE et al., 2011](#); [DETERRE; LEFEUVRE E, 2014](#); [MITCHESON, 2010](#)) destinados a substituição parcial ou total de baterias em implantes cardíacos.

As dimensões reduzidas da estrutura, aliada à baixos valores de massa e altos valores de rigidez equivalente, o que lhes é o que faz a frequência natural ser muito alta e, altas frequências naturais é uma das maiores preocupações em relação à coleta de energia em microescala. Nesse sentido, a busca por estruturas menores mas que possuam baixa frequência natural tem sido alvo de muitas pesquisas na área, como o estudo de ([ANSARI; KARAMI, 2015](#)) que utilizou uma geometria do tipo *fan-folded* e adicionou massa na extremidade livre e nas conexões. Essa alteração geométrica fez com que a frequência natural reduzisse para a faixa desejada. Além disso, o tipo do material para realizar a conversão de energia mecânica em elétrica também é importante. O artigo ([DAGDEVIREN et al., 2014](#)) relata avanços na ciência dos materiais e na engenharia de biocompatibilidade e flexibilidade para apresentar materiais avançados e dispositivos que são capazes de permitir alta eficiência na conversão de energia a partir de excitações externas, que no caso, foram os movimentos do coração, do pulmão e do diafragma.

Pela mesma razão há o estudo de ([LIEN; SHU, 2012](#)) que analisa a resposta elétrica de um array de osciladores piezelétricos conectados, cujo modelo matemático consiste em obter a impedância equivalente para assim verificar os sinais elétricos. Já o artigo de ([PILLATSCH et al., 2017](#)) aborda as consequências em termos de degradação da estrutura em viga do tipo *bimorph*, isto é, verificação de fadiga do material piezelétrico, o qual tem sua performance diminuída com o tempo, microtrincas se formam devido à tensão aplicada. Além da perda de energia gerada, o efeito mais preocupante da degradação é a mudança na frequência de ressonância que é altamente prejudicial para projetos de *energy harvesting*. O artigo também apresenta como solução a fabricação de camadas de piezelétricos já sobre compressão.

Os trabalhos de Umeda ([UMEDA; NAKAMURA; UEHA, 1996](#)) e Goldfarb ([GOLDFARB; JONES, 1999](#)) foram pioneiros em tratar o problema de conversão de sinais de vibração estrutural em energia elétrica com o fim precípua de aproveitamento da energia convertida. Umeda ([UMEDA; NAKAMURA; UEHA, 1996](#)) utilizou como motivação para seu trabalho o impacto de um objeto em queda livre em uma placa feita de material piezelétrico, sendo que este trabalho apresenta resultados de uma modelagem do processo mecânico em questão (choque de um objeto rígido com uma placa de material piezelétrico atuando no modo 3-1). Já Goldfarb ([GOLDFARB; JONES, 1999](#)) estudou a eficiência do processo de conversão mecânico-elétrico de energia através de um conjunto de pastilhas

PZT vibrando no modo 3-3.

Uma revisão bastante completa sobre os primeiros trabalhos na área de geração de energia a partir de materiais piezelétricos encontra-se no trabalho de Anton *et al* (ANTON; SODANO, 2007). Embora tenha sido publicado há vários anos, os autores abordam questões importantes que ainda hoje não são completamente respondidas. Uma questão fundamental trata da *sintonia da frequência natural do gerador em relação à(s) frequência(s) do estímulo externo*. Este é um problema crítico no projeto de geradores piezelétricos de energia tendo em vista que para que se atinjam níveis adequados de conversão eletromecânica de energia a frequência de ressonância do dispositivo deve ser muito próxima ou praticamente igual a correspondente frequência natural do distúrbio externo. Logo, a questão da sintonia destas frequências vem merecendo destacada importância no contexto das técnicas propostas. Associada à questão da sintonia surge também paralelamente a questão de se propor técnicas onde se possa aumentar a faixa de frequências de utilização do gerador, o que pode conferir características de adaptabilidade para o caso onde a frequência do distúrbio sofra variações.

Mais recentemente, os avanços em técnicas de manufatura aditiva permitiram um grande impulso em pesquisas nos chamados metamateriais, materiais com geometrias projetadas e baseadas no conceito de célula unitária (GIL; BONACHE; MARTIN, 2008) e cristais fonônicos (LU; FENG; CHEN, 2009; HUSSEIN; FRAZIER, 2010; WANG; WANG; SU, 2011; BABAEI; WANG; BERTOLDI, 2015) com o objetivo de se criar estruturas flexíveis que possuam a capacidade de absorver energia decorrente da vibração estrutural, podendo então ser usadas em aplicações onde a atenuação passiva de sinais acústicos e estruturais é exigida. Embora ainda recente, o tema envolvendo a utilização das chamadas metaestruturas tem merecido crescente atenção, principalmente em aplicação em problemas da dinâmica estrutural (VESCOVO; GIORGIO, 2014; CHEN *et al.*, 2014; SUN; DU; PAI, 2010; SOUSA *et al.*, 2018). Várias teorias vem sendo desenvolvidas (REICHL; INMAN, 2017; BELI; ARRUDA; RUZZENE, 2018; SUGINO *et al.*, 2017b; ELMADIH *et al.*, 2019; EL-BORGI *et al.*, 2020) no sentido de propor diferentes técnicas de modelagem para as metaestruturas. Também se verifica um incremento em pesquisas buscando otimizar bem como estudar o problema de variabilidade paramétrica e incertezas presentes nos modelos desenvolvidos (BELI *et al.*, 2019b; SOUZA *et al.*, 2020; PAN; TANG; TANG, 2018). De forma análoga, várias iniciativas vem sendo propostas no sentido de se combinar os fenômenos de atenuação de vibração e coleta de energia em metaestruturas, tanto lineares quanto não lineares (CHEN *et al.*, 2019; ANIGBOGU; BARDAWEEL, 2020; GIL; BONACHE; MARTIN, 2008) através do projeto de metaestruturas com células unitárias voltadas à absorção de energia, mas com elementos piezelétricos capazes de, através da conversão eletromecânica, gerar energia elétrica útil.

Ryan. Harne (HARNE, 2013) apresenta uma análise de osciladores eletromagnéticos

lineares com um ou dois graus de liberdade distribuídos em um painel harmonicamente excitado por uma carga pontual. O modelo desenvolvido em seu estudo mostra que osciladores pontuais distribuídos são potenciais absorvedores de energia e controladores de vibração estrutural e o design dos parâmetros relacionados tanto à absorção quanto ao controle de vibração estrutural pode ser realizado de forma que pequenas relações de compromisso sejam realizadas para que os dois objetivos sejam alcançados de maneira satisfatória apesar da pequena massa adicional ao sistema. Logo, chega à conclusão de que, tanto para o energy harvesting quanto para o controle de vibração, o sistema de dois graus de liberdade se demonstrou uniformemente menos benéfico para os dois objetivos em comparação ao sistema com um grau de liberdade e que os dois objetivos podem ser simultaneamente atingidos com uma pequena fração de massa do sistema.

Ugur Arigodan et al ([ARIDOGAN; BASDOGAN; ERTURK, 2014](#); [ARIDOGAN; BASDOGAN; ERTURK, 2016](#)) desenvolveu um modelo de placa com um circuito de múltiplas lâminas de material piezelétrico distribuídas sobre sua superfície para colheita de energia em série e em paralelo e comparou os resultados analíticos e experimentais para validação deste modelo submetido a carregamento transversal harmônico e aleatório. Neste estudo é proposto que sistemas de coleta de energia baseados em piezoeletricidade em placas finas podem ser mais eficientes em comparação aos sistemas de colheita de energia cantiléver e justifica a pesquisa falando sobre a existência de sistemas de monitoramento de estruturas aeronáuticas como placas delgadas que podem ser energeticamente autoalimentados pelo uso de sistemas de colheita de energia vibracional. Os estudos mostram que os MPBEH na forma de lâmina finas transversalmente isotrópicas são uma boa opção para a colheita de energia na superfície de placas delgadas devido á pouca adição de massa ao sistema e ao pequeno consumo de espaço sobre a placa, demonstrando que tanto a potência elétrica obtida quanto a supressão de vibrações mecânicas podem ser aumentadas com o modelo criado e que os modelos matemáticos desenvolvidos proporcionam resultados próximos aos obtidos experimentalmente.

Zhongsheng Chen et al ([CHEN et al., 2020](#)) desenvolve um modelo eletromecânico-elástico baseado na teoria de placa de Kirchhoff e no método da impedância equivalente solucionado numericamente pelo teorema de Blotch e *wave finit elemento method*. Com o modelo, foi possível concluir que o *bandgap* de primeira ordem pode ser alargado com a adição de um indutor em paralelo ao capacitor preso ao piezelétrico, o que é muito benéfico para baixas frequências de excitação e que também pode melhorar a colheita de energia do sistema.

Além das estruturas de placa de material metálico, placas de material compósito também têm sido exploradas em diversos estudos como os de David N.Betts et al ([BETTS et al., 2012](#); [BETTS et al.,](#)) e de A.Syta ([SYTA C. R. BOWEN, 2015](#)) com o intuito de analisar efeitos não lineares que induzem comportamento biestável. Os modelos teóricos e

experimentais desenvolvidos representam o comportamento da força de restauração não linear do compósito para deflexões da placa em torno dos seus eixos principais. Nestes estudos é afirmado que dispositivos não lineares como a placa de compósito biestável são potenciais sistemas para melhorar a colheita de energia em comparação aos sistemas convencionais de colheita de energia e podem ser projetados para ocupar volumes menores que os sistemas cantiléver magnéticos biestáveis. David N. Betts ([BETTS et al., 2012](#); [BETTS et al.,](#)) realizou a variação da configuração da orientação das camadas de compósito, da área encoberta por material piezelétrico e do tamanho espessura da placa de forma a observar o comportamento da energia colhida pelo material piezelétrico para determinar a configuração ótima para colheita de energia na placa biestável. A.Syta ([SYTA C. R. BOWEN, 2015](#)) mostrou que os sistemas de placa de compósito biestáveis é um candidato ideal para a coleta de energia em banda larga de vibração.

Outros trabalhos estudam de maneira aprofundada o design geométrico e de propriedades de materiais do sistema abordando diferentes métodos de aplicação dos coletores de energia e de ajuste dos parâmetros relacionados à colheita de energia e supressão de vibrações em vigas e placas.

David Charnegie ([CHARNEGIE, 2007](#)) em seu trabalho discute que para colher o máximo de energia, um modo ressonante do colhedor de energia deve estar próximo à uma das frequências dominantes da fonte de excitação. Entretanto, as variações nas propriedades do material devido à sua fabricação dificultam que isso ocorra de maneira efetiva. Dessa maneira, o trabalho propõe mudar as frequências naturais da viga para melhorar a capacidade de colheita de energia do sistema. Isso é realizado a partir do conceito de *shunt capacitor-tuning* em um colhedor piezelétrico de energia *bimorph*. O conceito foi aplicado numa viga multicamadas na qual estão presentes camadas de piezelétrico, de substrato e de ajuste. Também constrói um modelo de placa com material piezelétrico *bimorph* para propósitos de comparação com experimentos realizados no estudo. Para melhor colheita de energia em múltiplas frequências, o melhor método encontrado foi o de matriz de multi-vigas na qual cada viga possui ligeira diferença de valor de frequência natural, levando ao sistema de colheita de energia a operar em uma faixa mais ampla de frequências de excitação. Métodos para converter vibrações de fontes de baixa frequência de excitação foram discutidos e o modelo de uma viga com rigidez variável foi também apresentado.

No contexto de fenômenos aeroelásticos, muito presentes em estruturas aeronáuticas como asa e painel de fuselagem, pesquisas atuais como a desenvolvida por Wei Tian et al. ([TIAN TIAN ZHAO, 2021](#)) também procura entender o comportamento não linear que placas e cascas exibem quando presentes em um escoamento supersônico ou hypersônico a fim de encontrar formas eficazes de implementação de supressão passiva de vibrações para aumento de estabilidade aeroelástica.

O estudo desenvolvido por Wei Tian et al. (TIAN TIAN ZHAO, 2021) discute fenômenos aeroelásticos, como o flutter de painel, aos quais essas estruturas estão suscetíveis e comenta que diversos métodos são buscados na atualidade para controlar a resposta dinâmica da placa ou casca para livrar a estrutura de ocorrência de instabilidades aeroelásticas. É abordado então o comportamento dinâmico de NES (*nonlinear energy sink*) que se baseia num sistema passivo de controle de vibrações que pode capturar e dissipar energia de vibrações de estruturas primárias em faixas de banda larga de frequência por um TET (*targeted energy tranfers*). Wei Tian et al. (TIAN TIAN ZHAO, 2021) diz que NES podem melhorar a absorção de vibrações e aumentar a eficiência de transmissão de energia em comparação aos dissipadores de vibração comuns que são aplicados para pequenas faixas de frequência. Ainda, ressalta que o NES tem influência limitada na resposta dinâmica do sistema com excelentes comportamentos aeroelásticos, podendo criar *bandgaps* em faixas de frequências de interesse. O estudo então formula um modelo de equações aeroelásticas não lineares de uma metaestrutura constituída por uma placa de FGM (placa composta da mistura de diversos metais e cerâmicas ou *functionally graded material*) acoplada em múltiplos NVAs (absorvedores não lineares de vibrações). O uso de FGM é justificado pelo fato de que este material possui excelente performance termomecânica, possuindo elevado potencial de aplicação em estrutura relacionadas a engenharia aeroespacial. Logo, é concluído que a estabilidade aerotermoelastica pode ser melhorada e a resposta dinâmica não linear pode ser mitigada a partir do uso da metaestrutura com NVAs distribuídos. O aumento do número de NVAs na estrutura e o ajuste dos parâmetros associados a eles podem levar à melhora da supressão da amplitude da vibração da estrutura e reduzir o efeito não linear de resposta dinâmica, demonstrando excelente potencial da metaestrutura proposta para melhorar a estabilidade em flutter do sistema.

3 TEORIA

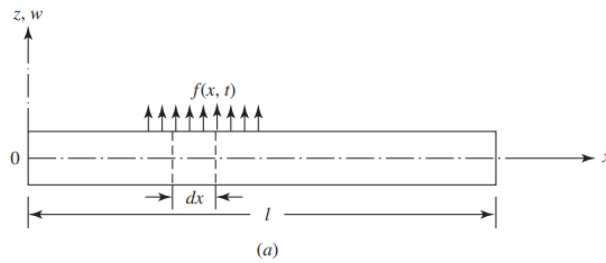
3.1 Modelos dinâmicos de sistemas contínuos

3.1.1 Formulação matemática da equação diferencial de movimento transversal de vigas

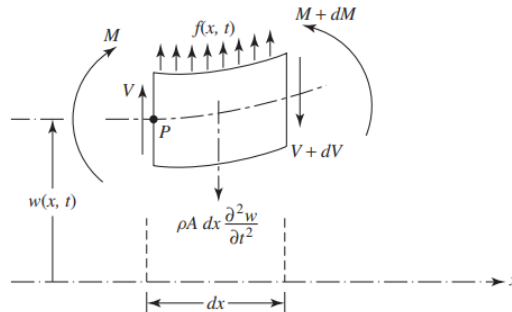
Os modelos de coletores passivos de energia estudados neste trabalho e que serão posteriormente incorporados aos modelos de placa plana para a formação da metaestrutura são do tipo viga cantilever. Desta forma, é útil realizar uma revisão teórica dos conceitos fundamentais sobre o comportamento dinâmico de tais estruturas.

A Figura 4(a) apresenta a viga sujeita a uma força transversal e a Figura 4(b) apresenta o diagrama de equilíbrio para de um elemento diferencial de comprimento dx da viga. O momento fletor é representado por $M(x, t)$, a força cortante por $V(x, t)$ e a força transversal externa por unidade de comprimento da viga por $f(x, t)$. O deslocamento na direção transversal z é representado pela letra w .

Figura 4 – Representação dos carregamentos e do equilíbrio da viga que vibra transversalmente



(a) Carregamento externo



(b) Diagrama de equilíbrio e esforços internos

Fonte: RAO (RAO, 2007)

O equilíbrio dinâmico da viga na direção z é representado pela Equação 3.1.

$$-\frac{\partial V}{\partial x}(x, t) + f(x, t) = \rho A(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) \quad (3.1)$$

O parâmetro ρ é a massa por unidade de comprimento da viga, $A(x)$ a área da seção transversal da mesma em função da posição em x e $V(x)$ é a força cortante transversal. A condição de Equilíbrio de momentos internos da viga em relação ao ponto P (Figura 4(b)) na Equação 3.2 é válida e pode ser substituída na Equação 3.1.

$$\frac{\partial M}{\partial x}(x, t) - V(x, t) = 0 \quad (3.2)$$

O momento $M(x, t)$ da Equação 3.2 pode ser representado pela Equação 3.3 segundo a teoria de *Euler-Bernoulli* (RAO, 2007). O parâmetro E é o módulo de elasticidade da viga e $I(x)$ o momento de inércia da viga.

$$M(x, t) = EI(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \quad (3.3)$$

Logo, mediante a substituição das Equações 3.2 e 3.3 na Equação 3.1, é obtida a Equação 3.4 que representa o equilíbrio dinâmico da viga em função de seu deslocamento transversal.

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI(x) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x, t) \right] + \rho A(x) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x, t) = f(x, t) \quad (3.4)$$

Para que a Equação 3.4 possa ser resolvida, é necessário que sejam definidas as condições de contorno e condições iniciais (estas últimas no domínio do tempo) que descrevem o modelo representado matematicamente. As condições iniciais de são representadas para determinados pontos do domínio da viga segundo as Equações 3.5 e 3.6.

$$w(x, t = 0) = w_0(x), \quad 0 \leq x \leq l \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}(x, t = 0) = \dot{w}_0(x), \quad 0 \leq x \leq l \quad (3.6)$$

E as condições de contorno para uma viga engastada são representadas segundo as Equações 3.7 e 3.8.

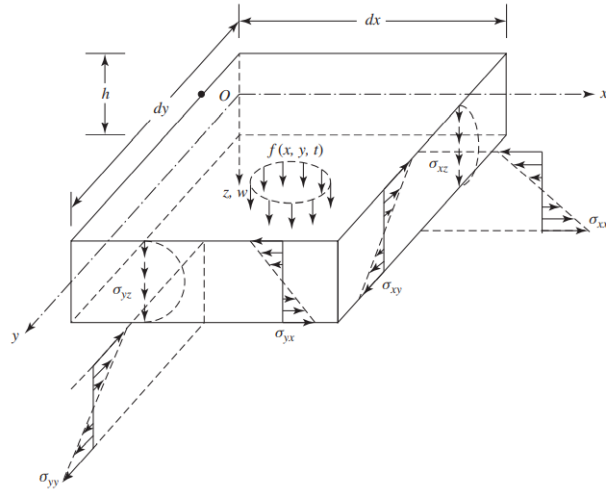
$$w(x = 0, t) = 0, \quad t > 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x}(x = 0, t) = 0, \quad t > 0 \quad (3.8)$$

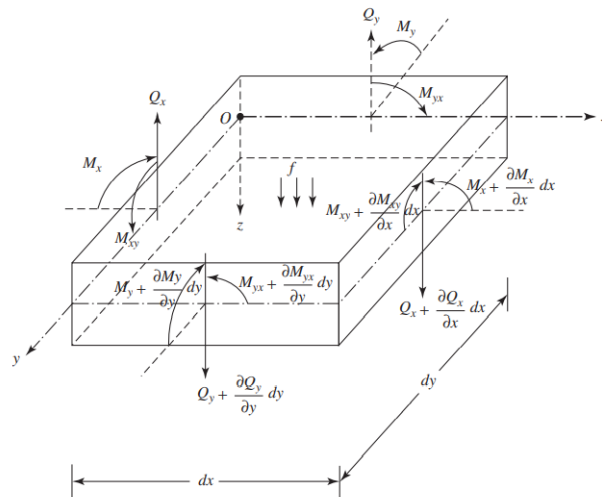
3.1.2 Formulação matemática da equação diferencial de movimento transversal de placas planas

A estrutura sob a qual será aplicada a coleta passiva de energia e supressão de vibrações mecânicas neste presente caso é a placa plana delgada submetida a carregamento transversal harmônico. Logo, é importante que sejam entendidas as Equações que descrevem o comportamento dinâmico da placa delgada que vibra transversalmente. Portanto, nesta seção serão apresentadas as principais Equações que regem o comportamento da placa como um sistema contínuo submetido a carregamento externo.

Figura 5 – Representações dos carregamentos na placa plana e seu diagrama de corpo livre quando submetida á carregamento transversal.



(a) Tensões na placa;



(b) forças e momentos induzidos resultantes em um elemento de placa

Fonte: RAO ([RAO, 2007](#))

Para o modelo da placa plana que vibra transversalmente é considerado que:

- A sua espessura h é muito menor do que suas demais dimensões.
- O plano médio da placa é uma superfície neutra que não sofre deformação.
- A deflexão transversal w é pequena em comparação à espessura da placa.
- A influência do cisalhamento transversal é negligenciado.
- O efeito de inércia rotativa é negligenciado.

Para placas delgadas sujeitas a carregamentos de forças transversais ou momentos fletores, a tensão σ_{zz} na direção do eixo z é negligenciada. Dessa maneira, as tensões não nulas são σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} , σ_{yz} e σ_{xz} . Apenas deformações por flexão são consideradas, o que resulta que a força resultante nas direções x e y são nulas. Considerando que os momentos fletores e as forças cortantes são funções da posição em x e y e também do tempo t , o equilíbrio dinâmico da placa pode ser descrito pelas Equações 3.9 a 3.11.

Equação de equilíbrio de forças na direção z :

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + f(x, y, t) = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

Equação de equilíbrio de momentos em relação ao eixo x :

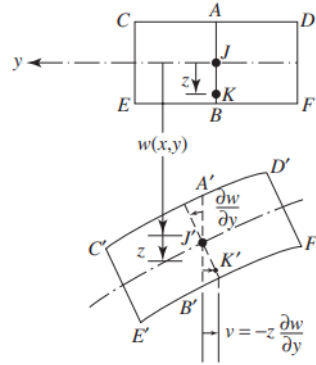
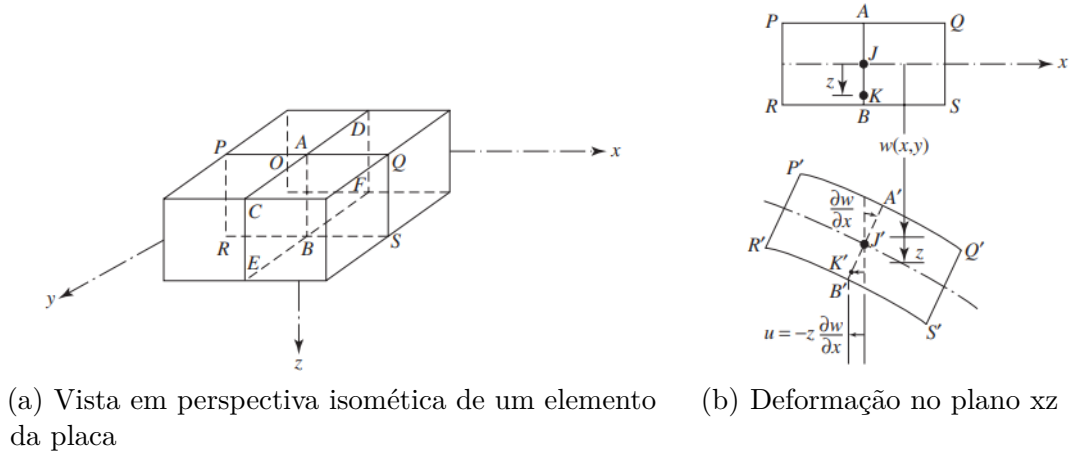
$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad (3.10)$$

Equação de equilíbrio de momentos em relação ao eixo y :

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \quad (3.11)$$

As forças cortantes são representadas por Q_x e Q_y respectivamente para as direções x e y . Já os momentos fletores são representados por M_x , M_y e M_{xy} . O parâmetro ρ é a densidade do material da placa e h a espessura da placa. O momento M_{xy} ocorre no plano xy da placa.

Figura 6 – Representações geométricas de um elemento da placa que sofre deflexão.



(c) Deformação no plano yz

Fonte: RAO ([RAO, 2007](#))

Na Figura 6(b), PQRS representam a posição não deformada do elemento da placa e P'Q'R'S' representa a posição deformada do elemento da placa. O plano normal ao plano médio da placa deve permanecer com curvatura nula enquanto a placa sofre deformação fazendo com que a reta AB seja a reta A'B' depois da deformação da placa. Devido à rotação da reta normal AB, o ponto K sofrerá deslocamentos no plano denotados por u e v respectivamente na direção x e y . É necessário que sejam estabelecidas Equações de relação entre deslocamento e deformação da placa. Essas relações são representadas pelas Equações 3.12 a 3.14.

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (3.13)$$

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.14)$$

Os parâmetros ε_{xx} e ε_{yy} são respectivamente a deformação da placa na direção paralela aos eixos x e y . O parâmetro ε_{xy} é a deformação por cisalhamento no plano xy . As Equações 3.12 a 3.14 são obtidas a partir de relações geométricas da deformação de um pequeno elemento da placa que sofre deflexão como mostrado no conjunto de Figuras 6. As deformações são relacionadas a tensões na placa pelas Equações 3.15 a 3.17.

$$\sigma_{xx} = \frac{E}{1 - \nu^2} \varepsilon_{xx} + \frac{\nu E}{1 - \nu^2} \varepsilon_{yy} \quad (3.15)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{E}{1 - \nu^2} \varepsilon_{yy} + \frac{\nu E}{1 - \nu^2} \varepsilon_{xx} \quad (3.16)$$

$$\sigma_{xy} = G \varepsilon_{xy} \quad (3.17)$$

Para a construção do modelo dinâmico da placa delgada em deformação transversal em função do deslocamento transversal, é preciso que sejam apresentadas também as relações entre os esforços e os deslocamento transversal da placa. Essas relações para os momentos fletores são representadas pelas Equações 3.18 a 3.20. Os momentos fletores estão diretamente relacionados às tensões na placa. Logo, a partir das Equações de 3.12 a 3.17, são obtidas as relações de momento e deslocamento da placa representadas pelas Equações 3.18 a 3.20.

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xx} z dz = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3.18)$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{yy} z dz = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (3.19)$$

$$M_{xy} = M_{yx} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{xy} z dz = -(1 - \nu) D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.20)$$

O módulo de Young do material da viga é representado pelo parâmetro E , o módulo de cisalhamento por G e o coeficiente de Poisson por ν . O parâmetro D é a rigidez à flexão da placa que pode ser determinado pela Equação 3.21

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.21)$$

A relação entre o deslocamento da placa e as forças de cisalhamento podem ser descritas pelas Equações 3.22 e 3.23 que são obtidas pela substituição das Equações 3.18 a 3.20 nas Equações 3.10 e 3.11.

$$Q_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3.22)$$

$$Q_y = -D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3.23)$$

Substituindo as Equações 3.22 e 3.23 na Equação 3.9 é obtida a Equação 3.24 do movimento da placa em função do deslocamento transversal.

$$D \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = f(x, y, t) \quad (3.24)$$

Para que a solução da Equação de movimento da placa seja obtida, é preciso que as condições iniciais de deslocamento e de contorno da placa sejam estabelecidas. Desta maneira, as condições iniciais da placa são de forma generalizada:

$$w(x, y, t = 0) = w_0(x, y) \quad (3.25)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}(x, y, t = 0) = \dot{w}_0(x, y) \quad (3.26)$$

É necessário ressaltar que as condições de contorno para solução das equações diferenciais da vibração transversal da placa devem ser definidas, especificando o modelo estudado de placa. A solução para os modos de vibrar para a placa cantiliever pode ser obtida de forma aproxima segundo mostrado por D. J. Gormam (GORMAN, 1976) em seu estudo no qual o método de superposição dos modos foi aplicado ou então por Rui Li et al. (LI et al., 2018) em um estudo semelhante porém com outra abordagem da solução do problema.

3.2 Conceitos da análise do modelo de elementos finitos

3.2.1 Conceitos fundamentais da análise modal

A seguir serão abordados os conceitos fundamentais que o software de elementos finitos *Ansys® Student 2021 R2* utiliza como base para solução numérica dos modos de vibrar dos modelos dinâmicos estruturais em geral. O *software* de elementos finitos *Ansys® Student 2021 R2* soluciona o problema dinâmico estrutural baseado na Equação geral de movimento 3.27 na qual a aceleração, velocidade e deslocamento são desconhecidas. A equação geral de movimento do sistema discreto é dada por

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f(t)\} \quad (3.27)$$

A matriz de massa é denotada por $[M]$, $[C]$ a matriz de amortecimento, $[K]$ a matriz de rigidez. O vetor de deslocamento, velocidade e aceleração são u , $\dot{u}$ e $\ddot{u}$, respectivamente. Para a análise modal, o carregamento externo $\{f(t)\}$ na Equação 3.27 é definido como nulo pois os modos de vibrar são independentes do carregamento aplicado. Inicialmente, o amortecimento é ignorado pois a solução na qual ele é considerado existe a presença de números complexos para descrever as frequências naturais e os modos de vibrar. Logo, para a análise modal é válida a Equação 3.28.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (3.28)$$

Na Equação 3.28, é assumida resposta harmônica então para todos os pontos da estrutura, de tal forma que o deslocamento (Equação 3.29) e a aceleração (Equação 3.30) são descritos como funções harmônicas.

Deslocamento:

$$\{u\} = \{A\}_i \sin(\omega_i t + \theta_i) \quad (3.29)$$

Aceleração:

$$\{\ddot{u}\} = -\omega_i^2 \{A\}_i \sin(\omega_i t + \theta_i) \quad (3.30)$$

O vetor $\{A\}_i$ é o vetor de amplitude do vetor de deslocamento $\{u\}$, θ_i o ângulo de fase de deslocamento, t o tempo e ω_i a frequência natural relacionada ao i -ésimo modo de vibrar. O sub índice i representa a i -ésima frequência natural Equivalente á cada i -ésimo modo de vibrar para cada autovalor obtido da solução da Equação 3.31. A substituição das Equação 3.29 e 3.30 na Equação 3.28 resulta na Equação 3.31.

$$([K] - \omega_i^2 [M]) \{A\}_i = \{0\} \quad (3.31)$$

A Equação 3.31 é um problema típico de auto valor cuja solução fornece os autovalores e autovetores do modelo. Para solucionar o problema de autovalor é necessário obter a solução não trivial da Equação 3.31 pelo princípio de que é nulo o determinante advindo da Equação 3.31 e apresentado na Equação 3.32.

$$\det([K] - \omega_i^2 [M]) = 0 \quad (3.32)$$

Dessa maneira, as i -ésimas frequências naturais podem ser encontradas segundo a Equação 3.33.

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \quad (3.33)$$

Um sistema dinâmico contínuo possui infinitos modos de vibrar e infinitas frequências naturais relacionadas aos modos de vibrar. Entretanto, para qualquer valor de frequência de resposta da estrutura, não é necessário que todos os modos de vibrar sejam determinados para que a resposta dinâmica seja determinada de forma aproximada. Com base nisso, o *software* de elementos finitos *Ansys® Student 2021 R2* determina duas grandezas escalares para quantificar quantos modos de vibrar são suficientes e qual sua relevância para a solução do problema de resposta harmônica. Esses valores escalares são os fatores de participação dos modos e a massa efetiva. O i -ésimo fator de participação γ_i é apresentado na Equação 3.34.

$$\gamma_i = \{\phi\}_i^T [M] \{D\} \quad (3.34)$$

É definido o parâmetro $\{D\}$ como o vetor de direção da excitação que é assumido com valor unitário de deslocamento e depende da direção da excitação tanto nas direções do sistema cartesiano global quanto na rotação em relação aos eixos desse sistema cartesiano. O vetor de Direção representa a direção na qual cada fator de participação dos modos foi calculado. O parâmetro $\{\phi\}_i^T$ é o i -ésimo vetor modal relacionado ao seu respectivo modo de vibrar, obtido a partir da substituição da frequência natural ω_i na Equação 3.31. A i -ésima massa efetiva é representada pela Equação 3.35.

$$M_{eff,i} = \gamma_i^2 \quad (3.35)$$

O fator de participação dos modos e a massa efetiva mensuram a quantidade de massa se movendo em cada direção para cada modo. Logo, a análise modal é um requisito inicial para que seja prosseguido para a análise de resposta harmônica na qual o sistema físico é submetido a uma excitação externa harmônica em regime estacionário.

3.2.2 Conceitos fundamentais da análise harmônica.

Quando uma entrada senoidal em regime estacionário é aplicada a um sistema linear, a resposta do sistema também será senoidal, podendo diferir da entrada em amplitude e ângulo de fase. Os carregamentos externos aplicados então podem ser descritos em função do tempo, da frequência de excitação Ω , ângulo de fase ψ e de sua amplitude f .

$$f(t) = f \sin(\Omega t + \psi) \quad (3.36)$$

Diversos carregamentos podem ser aplicados ao mesmo tempo, desde que sejam descritos todos na forma senoidal ou complexa e estejam descrevendo um comportamento oscilatório em regime estacionário. O deslocamento, velocidade e aceleração podem então ser descritos respectivamente pelas Equações 3.37, 3.38 e 3.39 na forma complexa compatível com a resposta linear do sistema.

$$\{u\} = \{A\}e^{i(\Omega t + \theta)} \quad (3.37)$$

$$\{\dot{u}\} = i\Omega\{A\}e^{i(\Omega t + \theta)} \quad (3.38)$$

$$\{\ddot{u}\} = -\Omega^2\{A\}e^{i(\Omega t + \theta)} \quad (3.39)$$

Nas Equações 3.37 a 3.39, $\{A\}$ é o vetor de amplitude do deslocamento e θ o ângulo de fase da resposta harmônica e i a constante imaginária com valor igual a $\sqrt{-1}$. A resposta dinâmica do sistema linear sob o carregamento externo pode ser descrito pela Equação general de movimento 3.27. Substituindo as Equações 3.37 a 3.38 na Equação geral de movimento 3.27 é obtida a Equação 3.40.

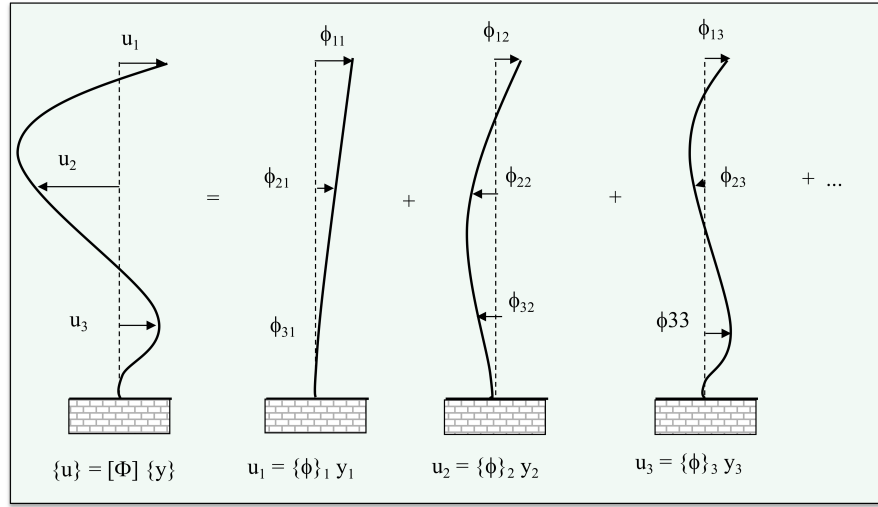
$$(-\Omega^2[M] + i\Omega[C] + [K])\{A\} = \{F\}_1 + i\{F\}_2 \quad (3.40)$$

Os parâmetros $\{F_1\}$ e $\{F_2\}$ na Equação 3.40 são respectivamente os vetores das partes reais e imaginárias do vetor de carregamentos aplicados ao sistema que apresenta a resposta harmônica. Para solucionar a Equação 3.40, uma das opções que o *Ansys® Student* 2021 R2 utiliza é o método de superposição de modos. O método de superposição dos modos considera que o vetor de deslocamento da estrutura é formado pela combinação linear da Equação 3.41 na qual os modos encontrados pela análise modal são multiplicados pelos seus respectivos vetores modais de amplitude.

$$\{u\} = \sum_{i=1}^n \phi_j \cdot y_j \quad (3.41)$$

Na Equação 3.41, y_j representa o j -ésima coordenada modal relacionada ao seu respectivo modo de vibrar ϕ_j e n é o número total de modos de vibrar considerados na solução. A Figura 7 ilustra a superposição de modos obtidos pelo método da Equação 3.41.

Figura 7 – Imagem ilustrativa da superposição de modos.



Fonte: elaborado pelo Autor

Logo, o deslocamento como descrito na Equação 3.41 é substituído na Equação 3.40 para que sejam obtidas as Equações na forma modal como é apresentado na Equação 3.42.

$$(-\Omega^2 + 2i\omega_j\Omega\zeta_j + \omega_j^2)y_j = f_j \quad (3.42)$$

A frequência natural é representada por ω_j e o amortecimento adimensional por ζ_j que são conhecidos. A força modal f_j também é conhecida e possui valor complexo. Na forma modal, são desconhecidas as coordenadas y_j , que são obtidas pelo *Ansys® Student 2021 R2* segundo a solução do sistema de Equações 3.42 desacopladas para cada j-ésimo modo. As coordenadas modais são substituídas com os modos de vibrar na Equação 3.41 para obtenção dos vetores de deslocamento. Portanto, os conceitos de análise modal e de análise de resposta harmônica já abordados são aqueles que definem os princípios físicos que regem o comportamento estrutural do sistema físicos analisado no *Ansys® Student 2021 R2*.

3.2.3 Conceitos fundamentais da análise piezolétrica.

O fenômeno piezolétrico é baseado no acoplamento entre fenômenos estruturais e elétricos. O coplamente entre os fenômenos estruturais e elétricos podem ocorrer na forma direta ou inversa. O acoplamento direto ocorre quando energia mecânica é convertida em energia elétrica. Já o acoplamento inverso ocorre quando energia elétrica é transformada em energia mecânica. O caso em que o efeito piezolétrico direto ocorre é aquele que está presente nas metaestruturas com finalidade de coleta passiva de energia baseado no efeito piezolétrico. Para solução de sistemas multifísicos, o *Ansys® Student 2021 R2* utiliza o método de elementos finitos baseado em elementos de campo acoplado. Os elementos

finitos de campo acoplado acoplam efeitos fisicamente correlacionados a partir de matrizes de elementos finitos ou então por vetores de carregamento, os quais possuem todos os fatores necessários para as soluções físicas acopladas. A solução do problema envolvendo comportamento piezelétrico é baseada na formulação matemática com matriz de elementos finitos de acoplamento forte como na Equação 3.43.

$$\begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{X_1\} \\ \{X_2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_1\} \\ \{F_2\} \end{Bmatrix} \quad (3.43)$$

A diagonal na matriz de elementos finitos na qual estão presentes as matrizes $[K_{12}]$ e $[K_{21}]$ representa o acoplamento relacionado ao efeito piezelétrico. O vetor no qual estão presentes os vetores $\{X_1\}$ e $\{X_2\}$ é o vetor de incógnitas do sistema de Equações 3.43. O vetor no qual estão presentes os vetores $\{F_1\}$ e $\{F_2\}$ é o vetor de entradas no sistema. As Equações constitutivas 3.44 e 3.45 são aquelas que descrevem a análise piezelétrica nas quais os comportamentos estruturais e quasi-eletrostáticos são acoplados pelas constantes piezelétricas da matriz $[e]$.

$$\{T\} = [C]\{S\} - [e]\{E\} \quad (3.44)$$

$$\{D\} = [e]^T\{S\} + [\varepsilon]\{E\} \quad (3.45)$$

Nas Equações 3.44 e 3.45, $\{T\}$ é o vetor de tensões mecânicas, $\{S\}$ o vetor de deformações, $[c]$ é a matriz de rigidez, $[e]$ é a matriz piezelétrica, $\{D\}$ o vetor de densidade de fluxo elétrico, $\{E\}$ o vetor de intensidade de campo elétrico e $[\varepsilon]$ a matriz de permissividade elétrica. Com base nos sistemas de Equações constitutivas 3.44 e 3.45 em conjunto com a formulação matemática de elementos finitos de acoplamento forte da Equação 3.43, é apresentado o modelo de elementos finitos simplificado para o acoplamento do efeito piezelétrico na Equação 3.46.

$$\begin{bmatrix} K_{UU} & K_{UV} \\ K_{UV}^T & -K_{VV} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U \\ V \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{UU} & 0 \\ 0 & -C_W \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U} \\ \dot{V} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{UU} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U} \\ \ddot{V} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ Q \end{Bmatrix} \quad (3.46)$$

A tensão elétrica V e o Deslocamento U são fortemente conectadas pelas matrizes de acoplamento piezelétrico $[K_{UV}]$ e $[K_{UV}]^T$. A matriz de permissividade dielétrica é denotada por $[K_{VV}]$, $[K_{UU}]$ é a matriz de rigidez estrutural, $[C_{UU}]$ é a matriz de amortecimento estrutural, $[C_{VV}]$ é a matriz de dissipação dielétrica e $[M_{UU}]$ a matriz de massa. O vetor do lado direito da igualdade na Equação 3.46 é definido pelos carregamentos mecânico F e carga elétrica negativa Q .

4 METODOLOGIA

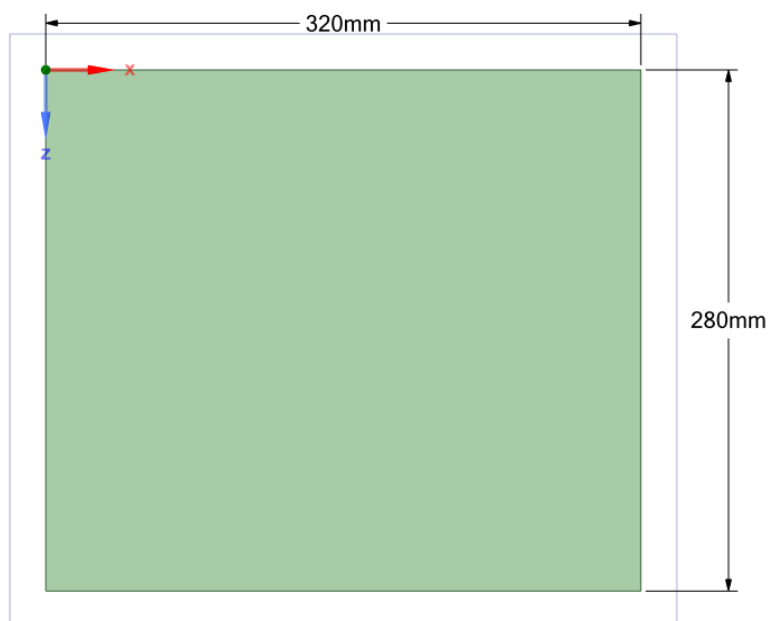
4.1 Modelos computacionais

A vantagem da criação do modelo pelo software de elementos finitos é que este proporciona a facilidade e praticidade de obtenção de resultados preliminares a experimentos sem a necessidade da criação de modelos matemáticos complexos que desprendem um tempo muito elevado de análise e desenvolvimento matemático para obtenção de resultados desejados. A criação de modelos computacionais é de suma importância na indústria aeronáutica de tal forma que esses possibilitam a redução de gastos em tempo e recursos na fase de preliminar de projeto da aeronave. No contexto das metaestruturas, a criação de modelos computacionais pode possibilitar resultados preliminares que venham a proporcionar direcionamento inicial para o experimento de forma a reduzir o tempo gasto experimentalmente.

4.1.1 Propriedades geométricas dos modelos

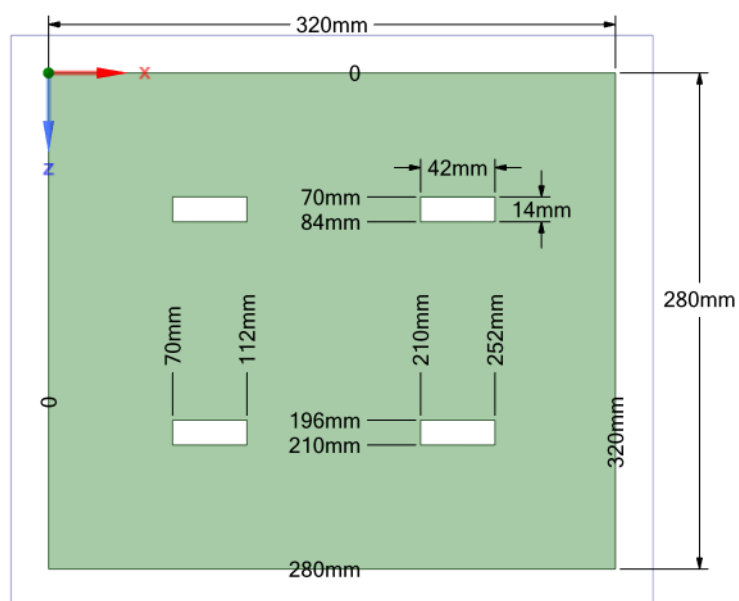
Foram elaborados dez modelos de placa no *Ansys® Student 2021 R2*, sendo um de placa plana sem rasgos, três de placa plana com rasgos sem a presença de células unitárias, três de placa plana com rasgos e células unitárias constituídas de vigas com massas concentradas na pontas e três com vigas com piezelétricos ao longo do seu comprimento e massas concentradas na ponta. Os modelos de placas são de liga de alumínio, as massas na ponta da viga são de aço inoxidável e as vigas são de aço mola. O modelo de placa plana possui dimensão de 320 mm por 280 mm e espessura de 3 mm como apresentado na Figura 8. Os demais modelos de placa com rasgo possuem a mesma dimensão da placa sem rasgos e as dimensões dos rasgos são as mesmas para todas as placas mudando apenas sua posição e quantidade na placa. As dimensões relacionadas às placas com 4, 8 e 16 rasgos são apresentadas nas Figuras 9, 10 e 11 respectivamente.

Figura 8 – Modelo de placa plana sem rasgos



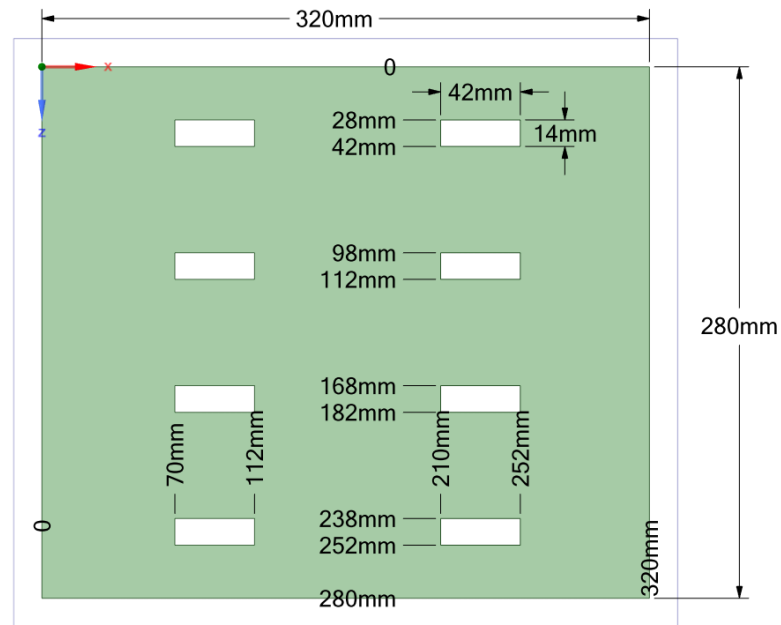
Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 9 – Modelo de placa plana com 4 rasgos e sem vigas



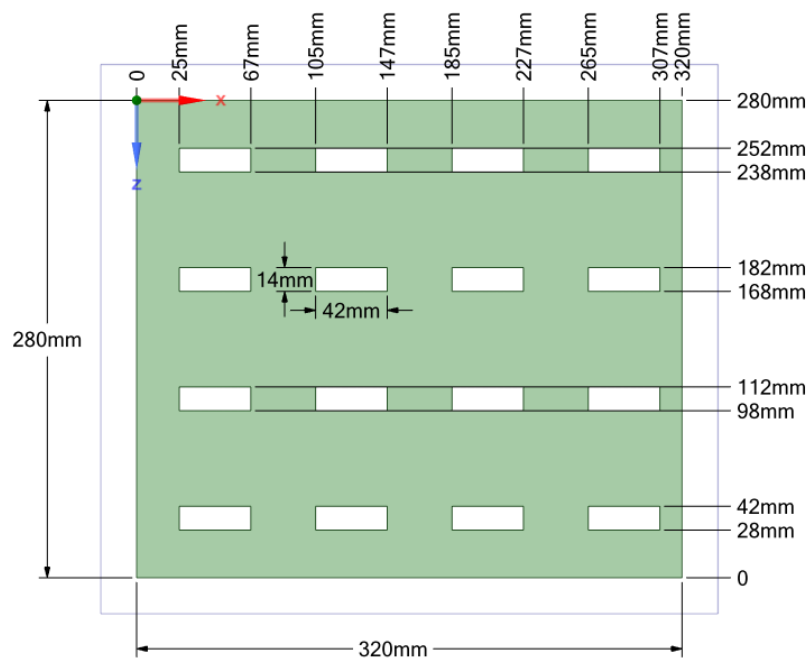
Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 10 – Modelo de placa plana com 8 rasgos e sem vigas



Fonte: elaborado pelo Autor

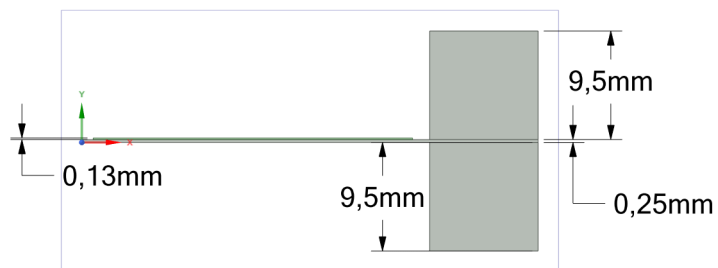
Figura 11 – Modelo de placa plana com 16 rasgos e sem vigas



Fonte: elaborado pelo Autor

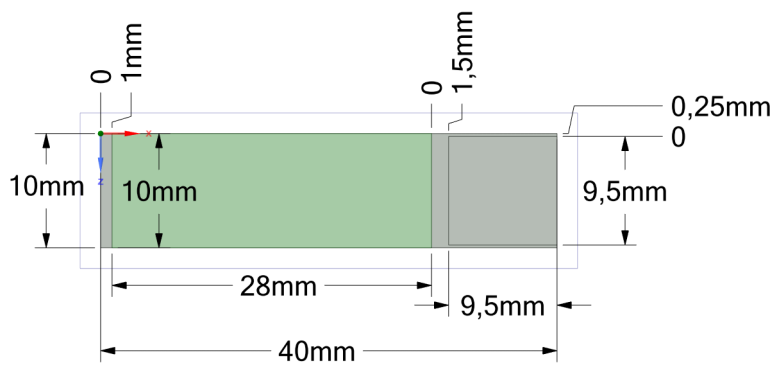
As dimensões das células unitárias com a presença do material piezelétrico são mostradas nas Figuras 12 e 13. A Figura 14 descreve cada componente da célula unitária.

Figura 12 – Vista lateral da célula unitária com material piezelétrico.



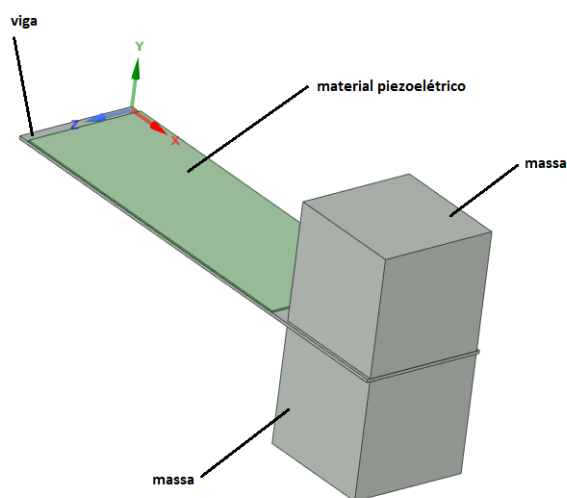
Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 13 – Vista superior da célula unitária com material piezelétrico.



Fonte: elaborado pelo Autor

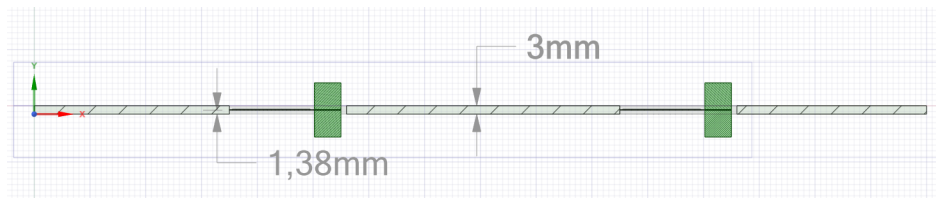
Figura 14 – Vista superior da célula unitária com material piezelétrico.



Fonte: elaborado pelo Autor

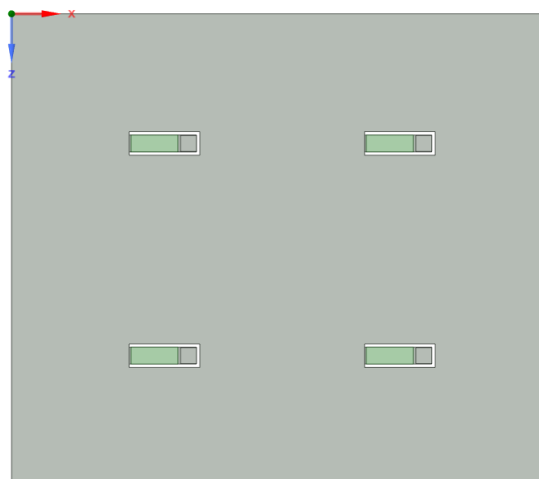
Segundo as Figuras 12 e 13, as massas de aço inoxidável são representadas pelo cubo sólido de aresta de dimensão de 9.5 mm, a viga de aço mola é o sólido de dimensões 40 mm por 10 mm e espessura de 0.25 mm, e o material piezelétrico é representado pelo sólido de dimensões 28 mm por 10 mm e espessura de 0.13 mm. As vigas utilizadas nos modelos sem material piezelétrico possuem as mesmas dimensões das vigas das Figuras 12 e 13 excluindo o sólido de material piezelétrico já descrito anteriormente. A Figura 15 apresente a seção de vista lateral da placa com 4 células unitárias na qual é mostrado o posicionamento das células ao longo da espessura da placa. Segundo a Figura 15, é possível observar que as vigas estão posicionadas no centro da espessura da placa. Os modelos de placa plana com a presença das células unitárias são apresentados nas Figuras 16 a 18.

Figura 15 – Vista em corte lateral do modelo de placa.



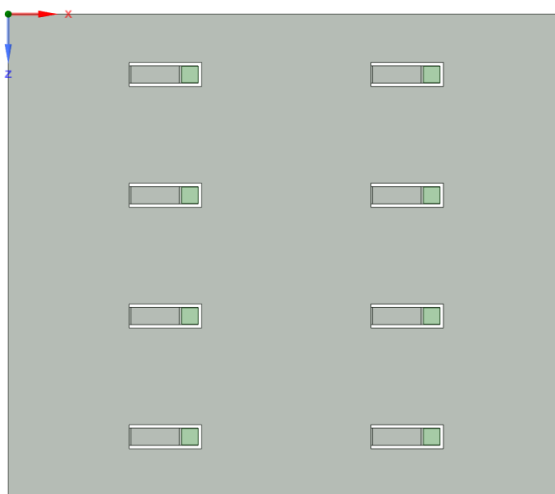
Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 16 – Vista superior do modelo de placa com 4 células unitárias com material piezelétrico



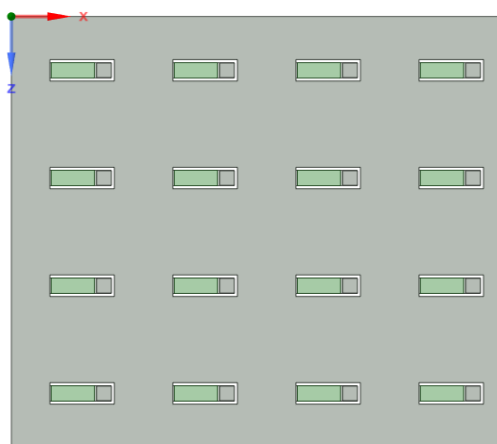
Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 17 – Vista superior do modelo de placa com 8 células unitárias com material piezelétrico



Fonte: elaborado pelo Autor

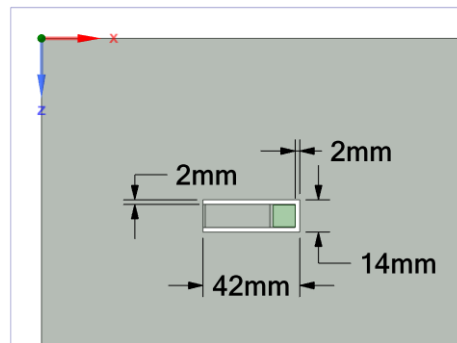
Figura 18 – Vista superior do modelo de placa com 16 células unitárias com material piezelétrico



Fonte: elaborado pelo Autor

Os modelos com e sem a presença de material piezelétrico sobre a superfície das vigas possuem o mesmo posicionamento dos raios apresentados nas Figuras 9 a 11. Os modelos de placa com vigas sem material piezelétrico possuem a mesma geometria e disposição das células unitárias das Figuras 16 a 18 excluindo a presença do material piezelétrico sobre a superfície das vigas de aço mola. As células unitárias estão igualmente dispostas no espaço delimitado pelo rasgo segundo as dimensões apresentadas na Figura 19.

Figura 19 – Posicionamento da célula unitária no rasgo da placa plana.



Fonte: elaborado pelo Autor

4.1.2 Propriedades dos materiais dos modelos

A definição dos materiais de cada componente do modelo é de grande importância pois definirá o comportamento dinâmico e elástico do modelo. As placas são constituídas de liga de alumínio cujas propriedades mecânicas são apresentadas na Tabela 1. Já as vigas de cada célula unitária são constituídas de aço mola cujas propriedades são apresentadas na Tabela 2. As massas presentes na ponta da viga são feitas de aço inoxidável e suas propriedades estão presentes na Tabela 3. É necessário também definir as propriedades elásticas do material piezelétrico anisotrópico para os modelos nos quais ele está presente, como mostrado na Figura 20. Além das propriedades elásticas do material anisotrópico do piezolétrico, é preciso definir também as demais propriedades que estão relacionadas ao comportamento piezelétrico do material como apresentado na Figura 21.

Tabela 1 – Propriedade mecânicas da liga de Alumínio

Propriedade	Valor
Densidade	$2700 [kg \cdot m^{-3}]$
Módulo de Young	$7.1 \cdot 10^{10} [Pa]$
Coefficiente de Poisson	0.33

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 2 – Propriedade mecânicas do Aço mola

Propriedade	Valor
Densidade	$7850 [kg \cdot m^{-3}]$
Módulo de Young	$2.1 \cdot 10^{11} [Pa]$
Coefficiente de Poisson	0.29

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 3 – Propriedade mecânicas do Aço inoxidável

Propriedade	Valor
Densidade	7750 [$kg \cdot m^{-3}$]
Módulo de Young	$1.93 \cdot 10^{11}$ [Pa]
Coefficiente de Poisson	0.31

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 20 – Matriz simétrica de rigidez anisotrópica do material piezelétrico.

D[*1] [Pa]	D[*2] [Pa]	D[*3] [Pa]	D[*4] [Pa]	D[*5] [Pa]	D[*6] [Pa]
1,32e+11					
7,3e+10	1,15e+11				
7,1e+10	7,3e+10	1,32e+11			
0	0	0	2,6e+10		
0	0	0	0	2,6e+10	
0	0	0	0	0	3e+10

Fonte: resultado obtido pelo Autor via *Ansys® Student 2021 R2*

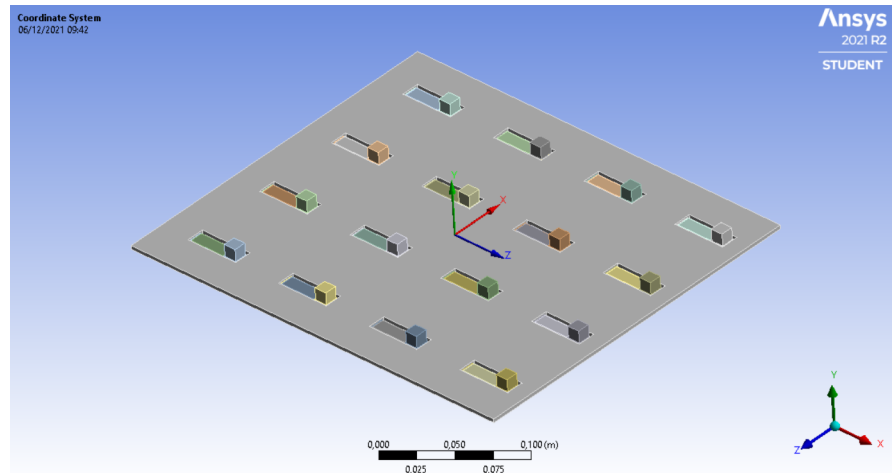
Figura 21 – Definição das propriedades relacionadas ao efeito piezelétrico do material piezoelétrico anisotrópico.

Definition	
Coordinate System	Coordinate System
Material Format	Ansys Format
Material Definition	Simplified
Permittivity Constant	8.854E-12 [A sec sec sec kg ⁻¹ m ⁻¹ m ⁻¹ m ⁻¹]
☐ PIEZ e31	-4.1 [A sec m ⁻¹ m ⁻¹ m ⁻¹]
☐ PIEZ e33	14.1 [A sec m ⁻¹ m ⁻¹ m ⁻¹]
☐ PIEZ e15	10.5 [A sec m ⁻¹ m ⁻¹ m ⁻¹]
☐ DPER ep11	804
☐ DPER ep33	660
☐ RSVX	0 [kg m m m A ⁻¹ A ⁻¹ sec ⁻¹ sec ⁻¹ sec ⁻¹]
☐ RSVY	0 [kg m m m A ⁻¹ A ⁻¹ sec ⁻¹ sec ⁻¹ sec ⁻¹]
☐ RSVZ	0 [kg m m m A ⁻¹ A ⁻¹ sec ⁻¹ sec ⁻¹ sec ⁻¹]

Fonte: elaborado pelo Autor

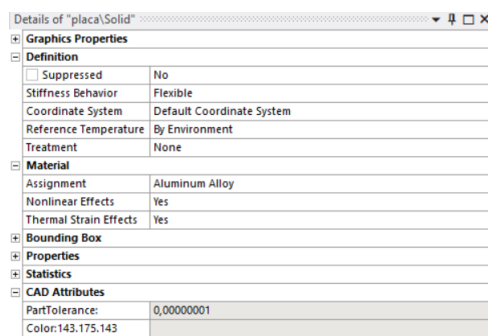
Como o material piezelétrico se trata de um material anisotrópico, um sistema de coordenadas local deve ser definido para que as propriedades elásticas do material piezelétrico sejam orientadas nas direções apropriadas do modelo criado. A Figura 22 mostra o sistema de coordenadas local criado no centro da placa. Na mesma Figura 22, é apresentado o sistema de coordenadas local, sendo possível notar que a direção do sistema de coordenadas locais não é a mesma do sistema de coordenadas global. A placa, vigas e laminas de material piezelétrico foram definidas como corpos flexíveis como mostrado na Figura 23. Já as massas de aço inóx na ponta das vigas foram definidas como corpos rígidos como apresentado na Figura 24.

Figura 22 – Definição do eixo de coordenadas local para orientação das propriedades elásticas do material piezelétrico anisotrópico.



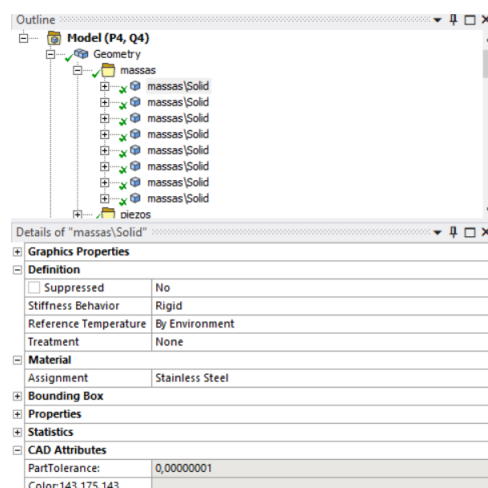
Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 23 – Definição da placa como elemento flexível.



Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 24 – Definição das massas na ponta das vigas como corpos rígidos.

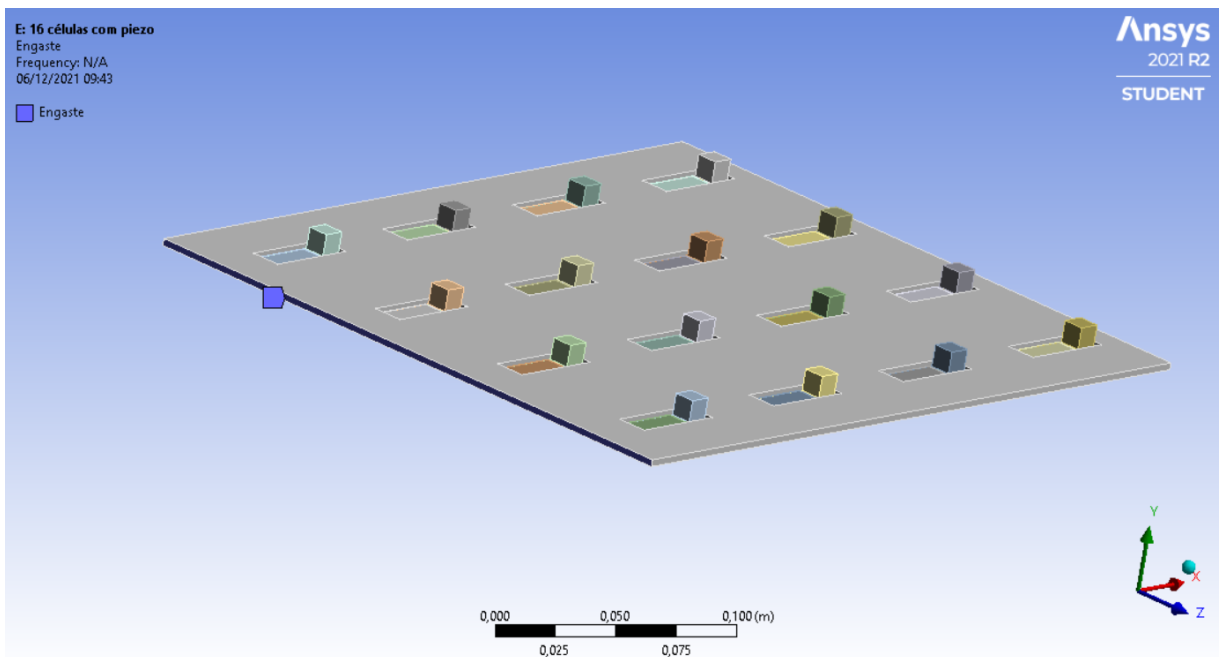


Fonte: elaborado pelo Autor

4.1.3 Condições de contorno

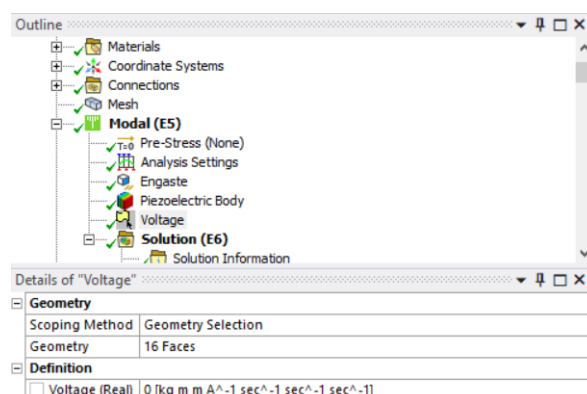
Em seguida, são definidas as condições de contorno dos modelos de placa. A Figura 25 mostra a condição de contorno da placa engastada em uma de suas faces. Para os modelos em que existe a presença de material piezelétrico, ao material piezelétrico de cada viga foi aplicada a condição de contorno de 0 Volts na face em contato com a viga assim como mostrado na Figura 26.

Figura 25 – Definição da condição de contorno engastada na placa.



Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 26 – Definição da condição de contorno de 0 Volts na face de contato entre material piezelétrico e vigas.

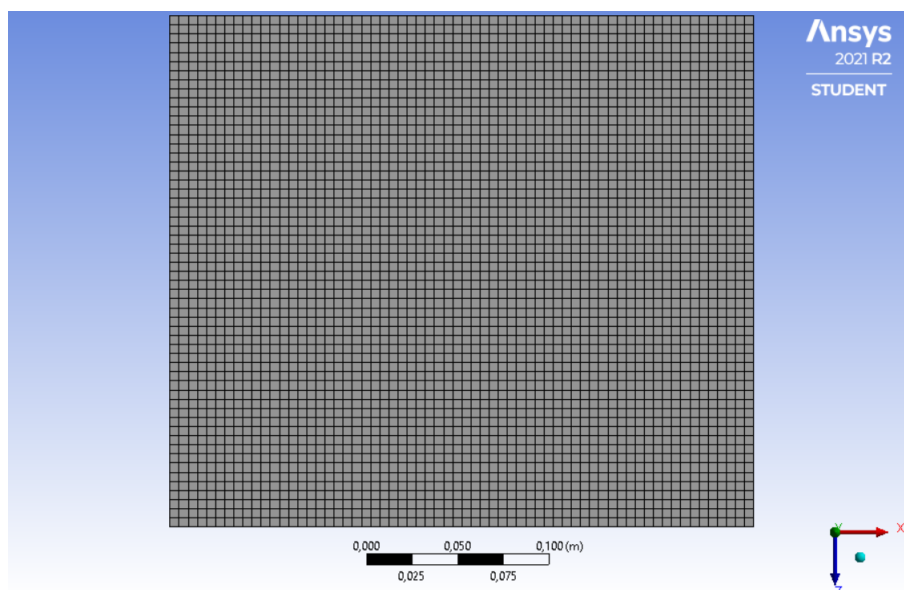


Fonte: elaborado pelo Autor

4.1.4 Malhas geométricas dos modelos

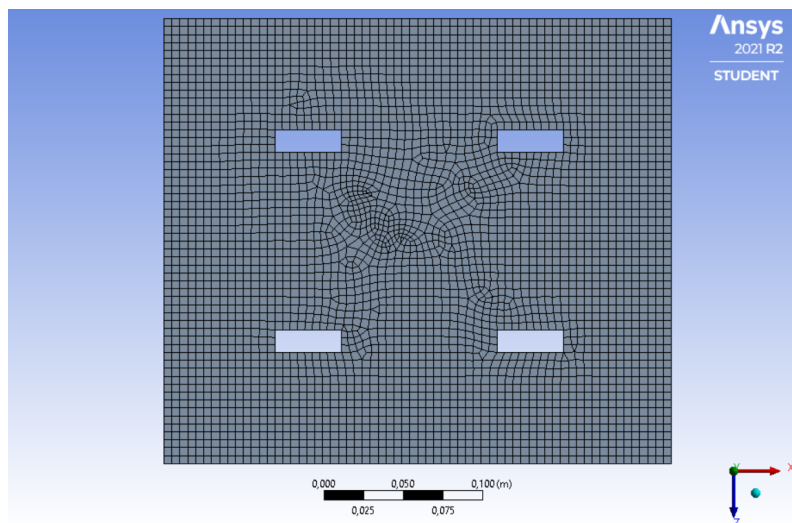
A malha computacional do modelo foi definida com o tamanho de elemento de 0.005 metros que é um valor que gera uma quantidade de elementos de malhas muito próxima ao limite da licença estudantil do *Ansys® Student 2021 R2*. A Figura 28 apresenta as malhas computacionais para as placas com a presença de rasgos porém sem a presença das vigas unitárias. A Figura 29 apresenta as malhas computacionais para as placas com a presença das vigas unitárias sem material piezelétrico. A Figura 30 apresenta as malhas computacionais para as placas com a presença das vigas unitárias com material piezelétrico. A Figura 27 apresenta a malha computacional para a placa sem a presença de rasgos.

Figura 27 – Malha computacional para a placa plana sem rasgos.

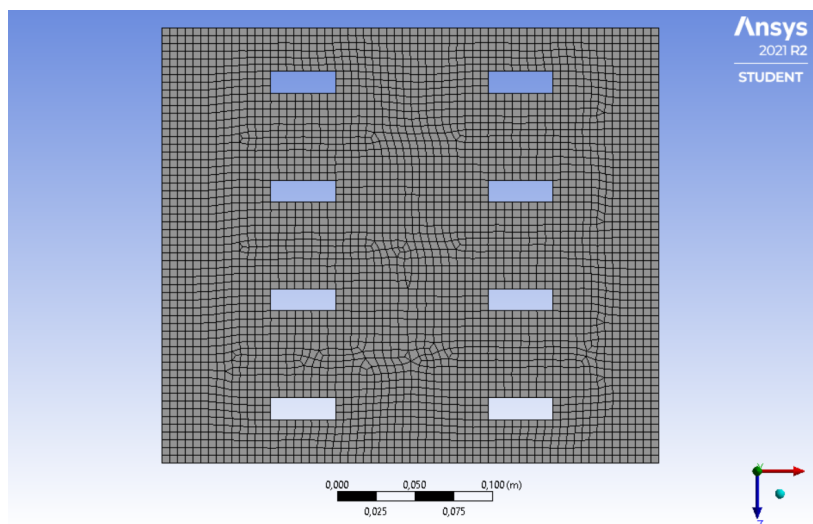


Fonte: elaborado pelo Autor

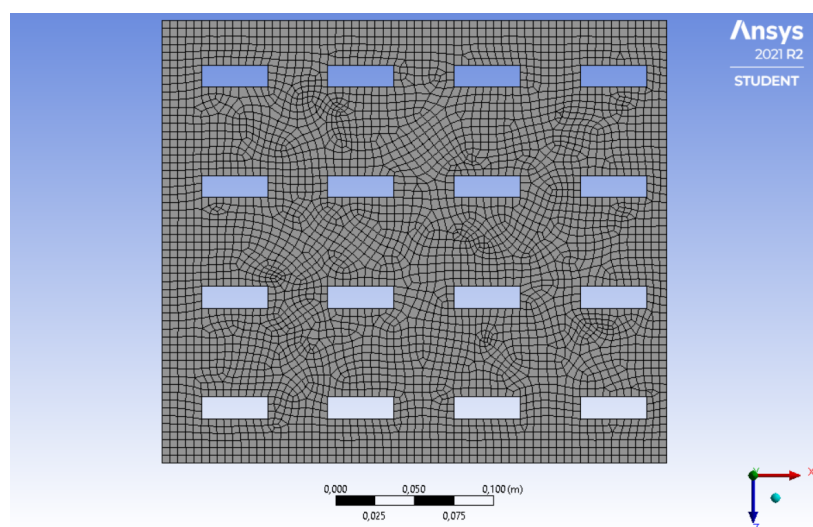
Figura 28 – Malhas computacionais para as placas planas com rasgos.



(a) 4 rasgos



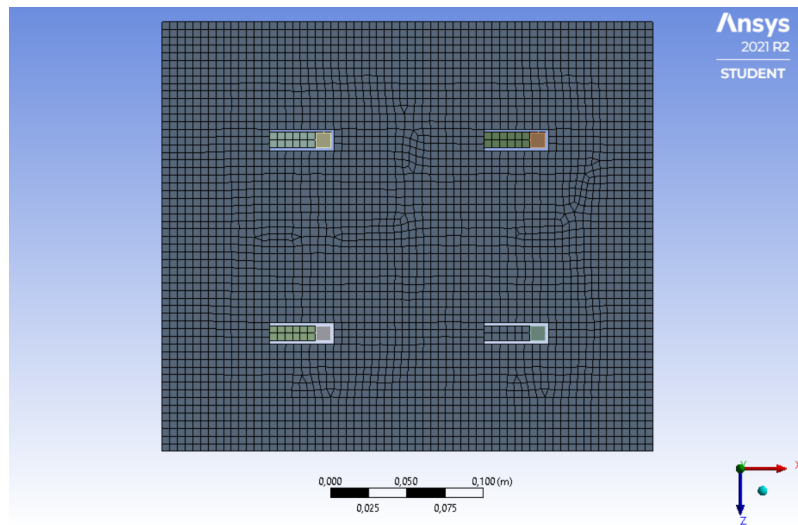
(b) 8 rasgos



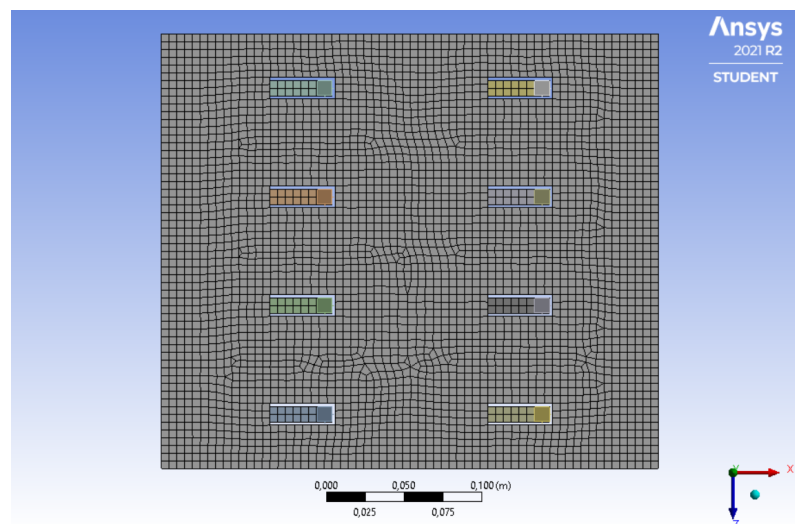
(c) 16 rasgos

Fonte: elaborado pelo Autor

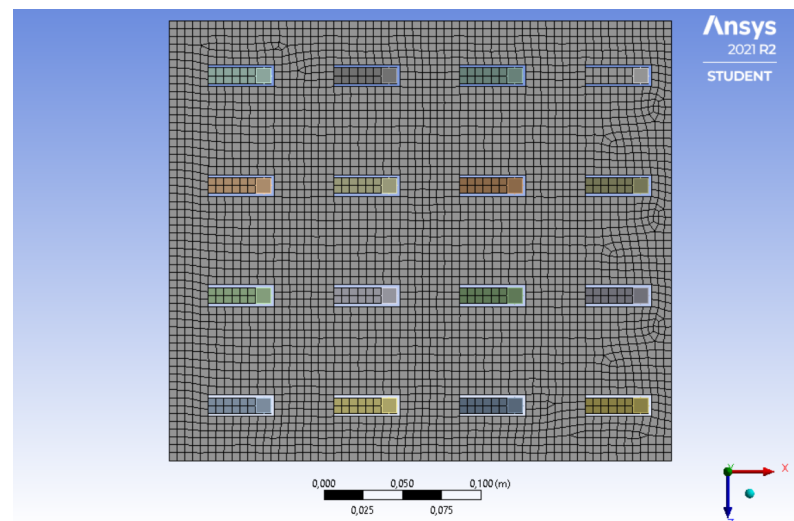
Figura 29 – Malhas computacionais para as placas com células unitárias sem material piezelétrico.



(a) 4 células



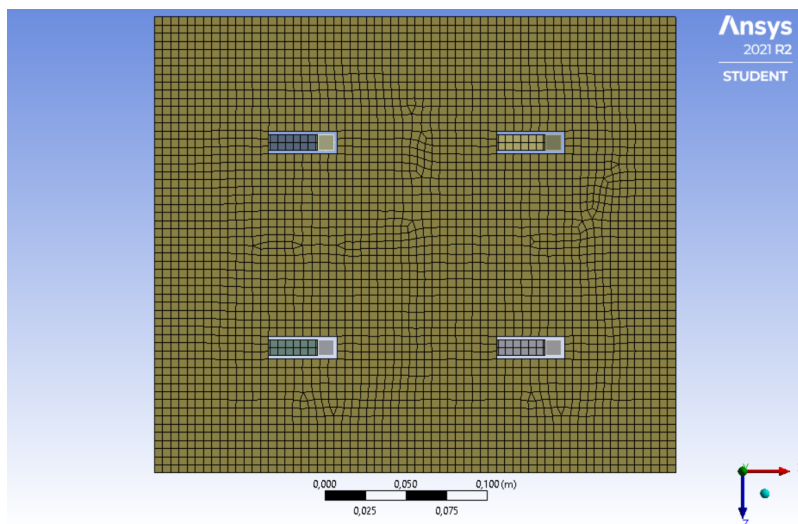
(b) 8 células



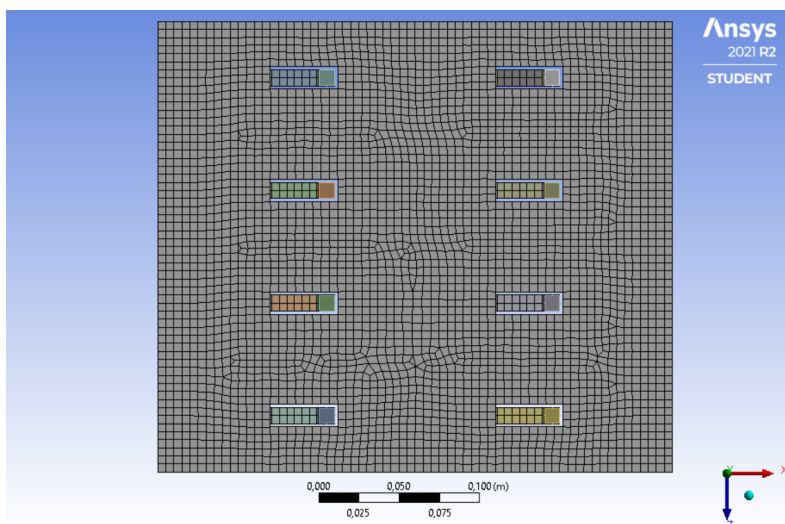
(c) 16 células

Fonte: elaborado pelo Autor

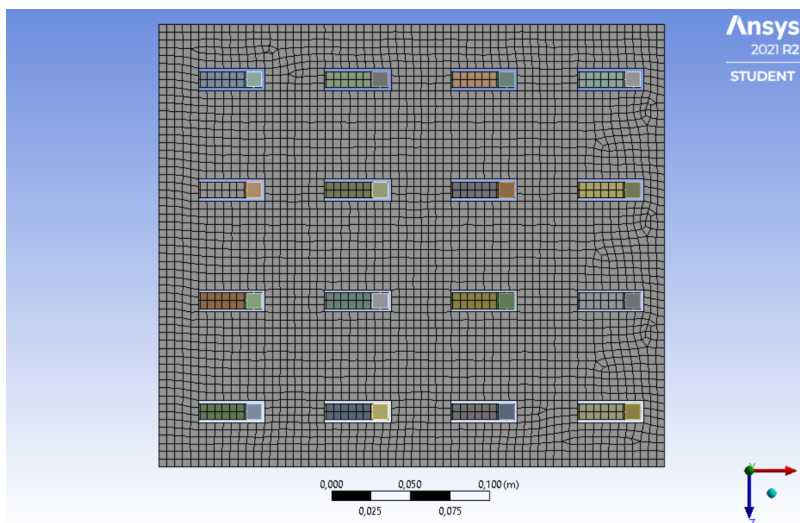
Figura 30 – Malhas computacionais para as placas com células unitárias com material piezelétrico.



(a) 4 células



(b) 8 células



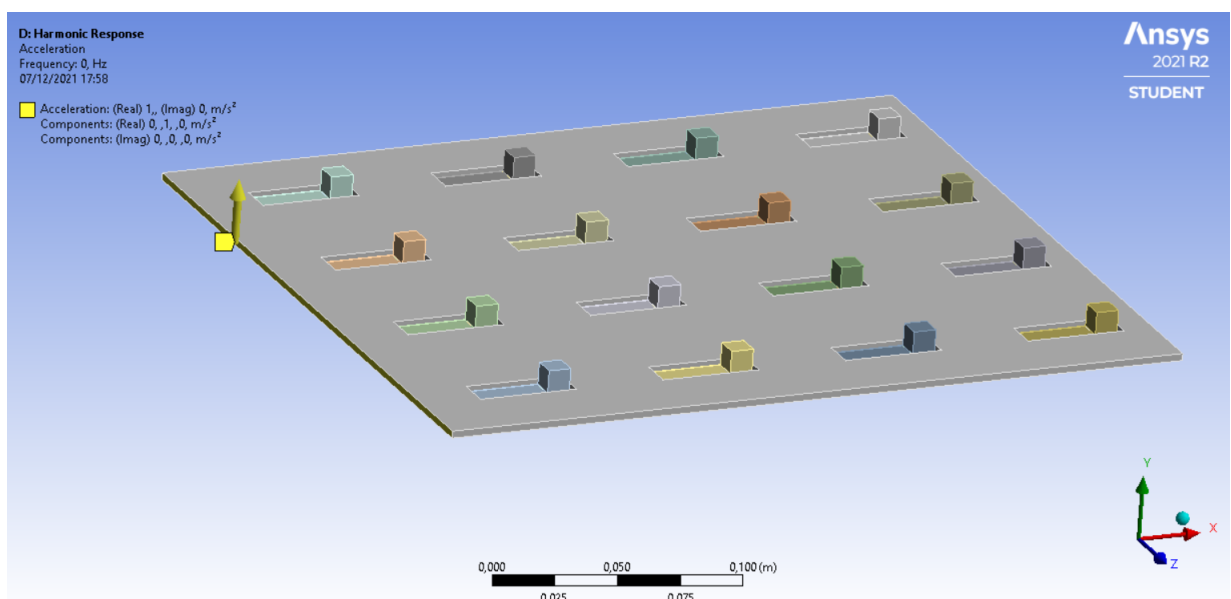
(c) 16 células

Fonte: elaborado pelo Autor

4.1.5 Condições de carregamento para a resposta harmônica

A figura 31 mostra a aplicação da aceleração como excitação de base na face onde a placa é engastada. A excitação de base possui amplitude de $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ e possui direção vertical na direção do eixo z e é representado pelo vetor amarelo na Figura 31. Quando aplicada a análise modal, a condição amortecida foi negligenciada. Entretanto, para a análise da resposta harmônica da placa, é necessário que seja imposta a condição amortecida. Logo, como mostrado na Figura 32 o parâmetro relacionado ao amortecimento proporcional à rigidez denominado *Stiffness Coefficient* foi definido com o valor de 10^{-6} .

Figura 31 – Aplicação de aceleração em uma das faces da placa.



Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 32 – Aplicação de amortecimento ao modelo.

Damping Controls	
Eqv. Damping Ratio From Modal	No
☐ Damping Ratio	0,
Stiffness Coefficient Define By	Direct Input
☐ Stiffness Coefficient	1,e-006
☐ Mass Coefficient	0,

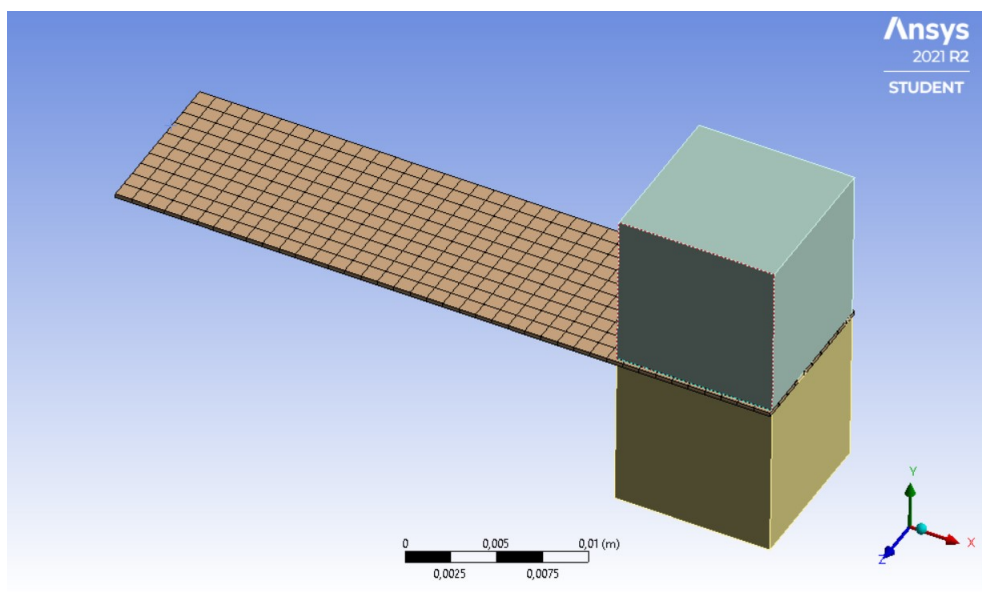
Fonte: elaborado pelo Autor

4.1.6 Modelos de vigas unitárias

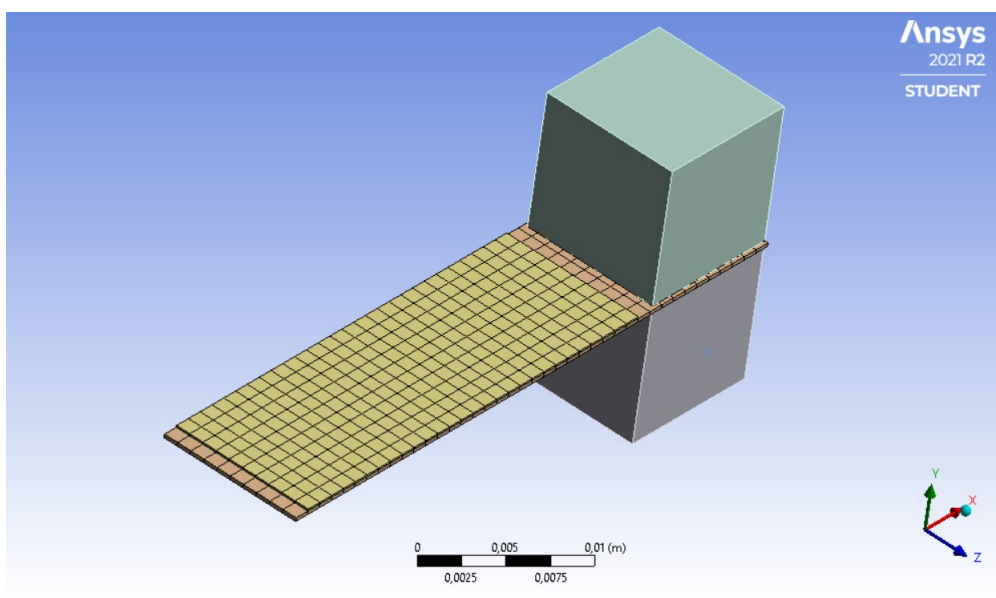
Foram também criados dois modelos de viga unitárias a fim de analisar seus modos de vibrar isolados do sistema da placa. As propriedades de materiais das vigas, das massas e do material piezelétrico são os mesmos que para as vigas presentes nas placas, a orientação do eixo local de coordenadas para a orientação das propriedades anisotrópicas do material piezelétrico são as mesmas que para a metaestrutura da placa com material piezelétrico. A malha computacional para as vigas unitárias são apresentadas nas Figuras 33(a) e 33(b).

Para esses modelos de viga unitária foi escolhido o tamanho de elementos de malha de 0.001 metros. Para as vigas isoladas é considerada a condição engastada como representado na Figura 34. Como foi feito para os modelos de placa, na resposta harmônica, foi aplicado um carregamento senoidal com amplitude de aceleração de $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ na face engastada da viga e um valor de amortecimento proporcional à rigides de 10^{-6} .

Figura 33 – Malhas computacionais para as vigas unitárias isoladas.



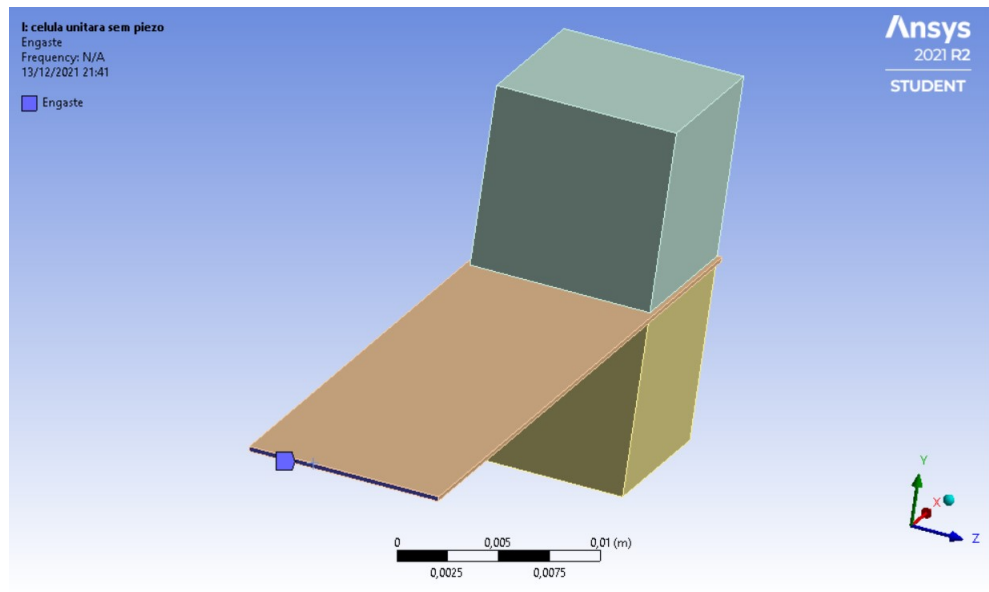
(a) Sem material piezelétrico



(b) Com material piezelétrico

Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 34 – Aplicação da condição engastada na viga unitária.

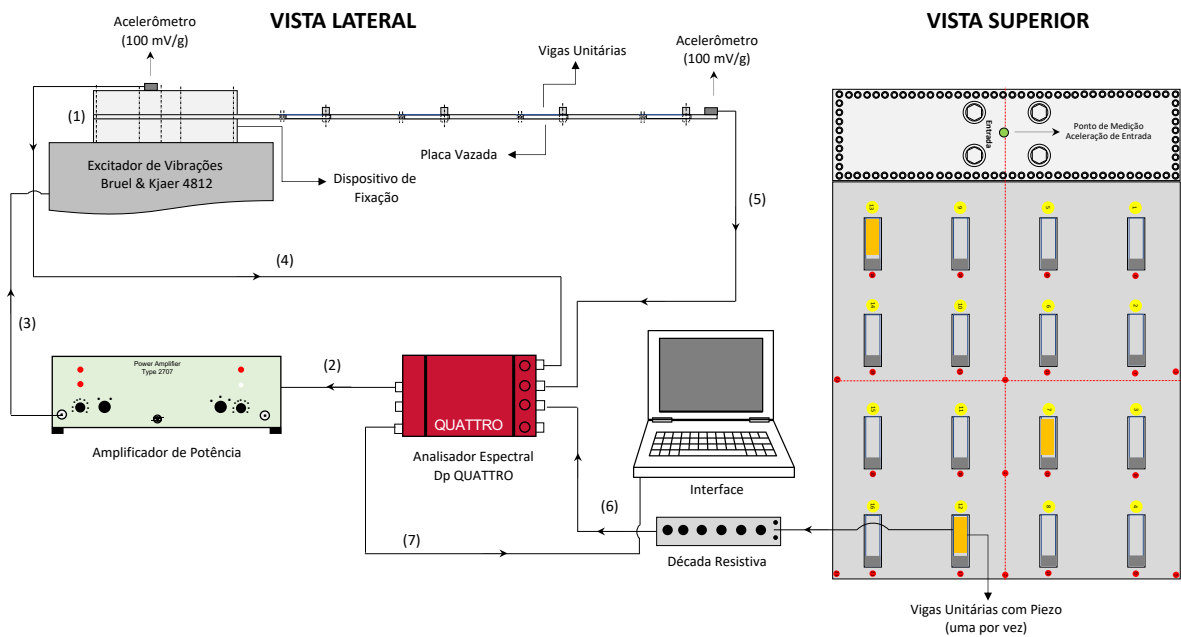


Fonte: elaborado pelo Autor

5 DESCRIÇÃO DA EXPERIMENTAÇÃO

Com o objetivo de verificar e, possivelmente validar os resultados numéricos obtidos através das simulações computacionais em elementos finitos, um experimento foi projetado e as Figuras 35 e 36 mostram o esquema da experimentação e imagens dos ensaios realizados, respectivamente.

Figura 35 – Arranjo experimental para ensaios na metaestrutura

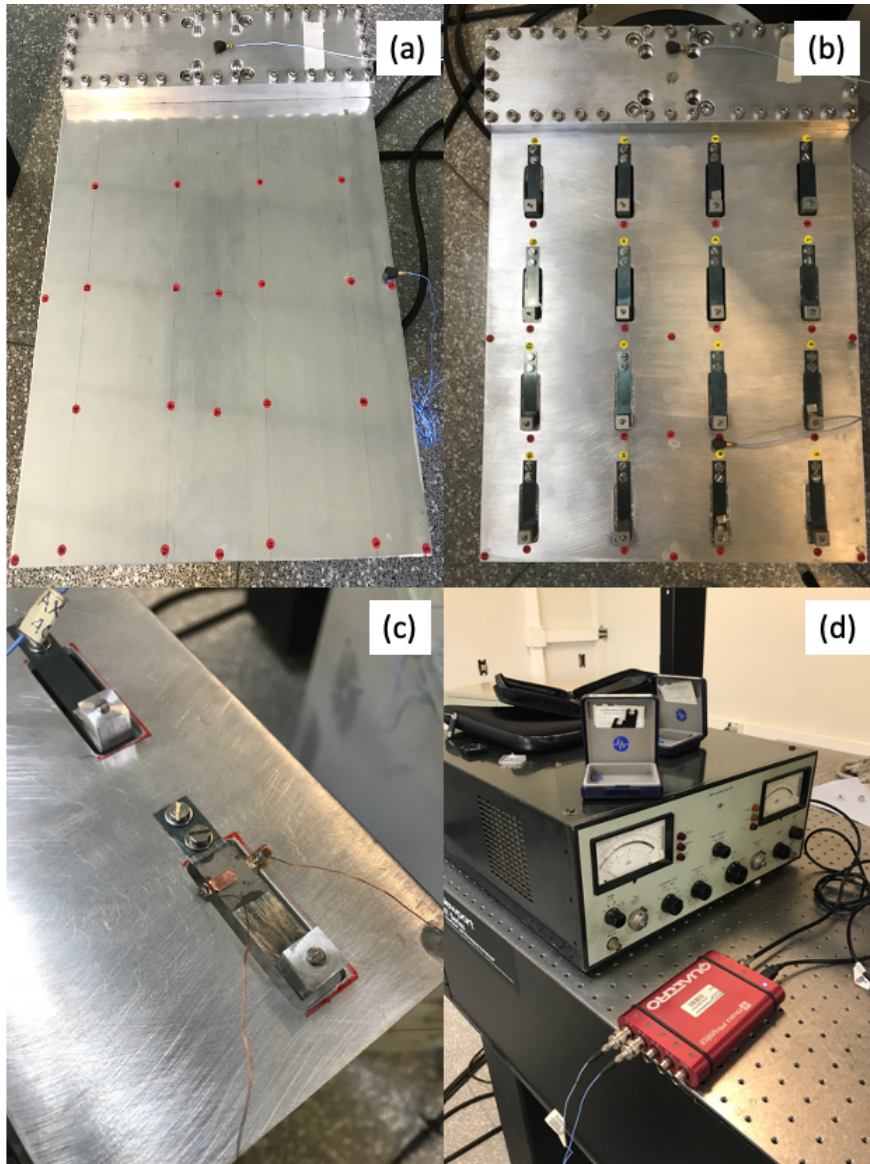


Fonte: elaborado pelo Autor

Inicialmente procedeu-se a usinagem dos materiais para o ensaio. Neste caso, foram confeccionadas duas placas retangulares de alumínio, extraídas da mesma chapa, cada uma delas com dimensões aproximadas de $320 \times 280 \times 3 \text{ mm}$. Na direção da maior dimensão um comprimento adicional de aproximadamente 80 mm foi incluído para posterior fixação ao excitador eletromagnético de vibrações. Uma das placas foi mantida intacta para fins da realização dos ensaios em placa cheia (sem quaisquer modificações). A outra placa foi submetida a um processo de usinagem por frezamento de topo com freza de diâmetro 3 mm para fins de abertura dos rasgos onde posteriormente seriam instaladas as vigas unitárias. Um total de 16 rasgos foram usinados na segunda placa. Como a intenção é de analisar uma placa do tipo *cantilever*, foi projetado e construído um dispositivo de fixação que pudesse simular na prática o engaste ideal, o mais próximo possível. Para tanto, este dispositivo, como mostrado na Figura 36 foi construído de alumínio e contém um total de 36 furos passantes em seu perímetro para parafusos $M5 \times 25 \text{ mm}$. No centro do dispositivo de engaste foram usinados quatro furos passantes adicionais para fins de

fixação do conjunto à mesa vibratória do excitador de vibrações (fixação com parafusos $5/16 \times 75 \text{ mm}$).

Figura 36 – Imagens do ensaio na metaestrutura: (a) Placa cheia; (b) Placa vazada com vigas unitárias instaladas; (c) Detalhe da viga unitária com camada piezelétrica; (d) Detalhe da instrumentação utilizada nos ensaios

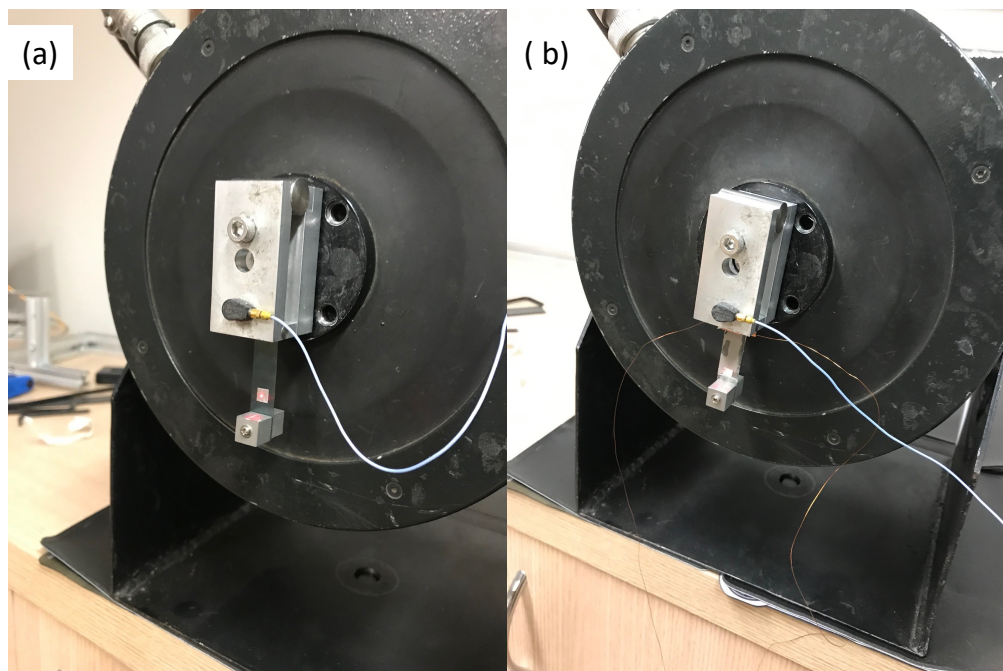


Fonte: elaborado pelo Autor

Para a confecção das vigas unitárias foi utilizado aço mola e os cortes e furações para as fixações na placa e nas massas concentradas foram realizados por eletro-erosão. A fixação das massas concentradas nas extremidades livres das vigas foi feita com parafusos $M2 \times 25 \text{ mm}$ e do conjunto na placa com parafusos $M3 \times 8 \text{ mm}$ (dois parafusos por viga unitária, para melhor fixação). As várias etapas da experimentação estão enumeradas no diagrama experimental mostrado na Figura 35 e serão descritas a seguir.

Inicialmente o conjunto formado pela metaestrutura e o dispositivo de fixação foi montado sobre a mesa vibratória do excitador eletromagnético, marca Bruel Kjaer modelo 4812 conforme etapa (1) mostrada na Figura 35. O sinal de alimentação para o excitador foi gerado pelo gerador de funções que é parte integrante do analisador espectral usado (Data Physics Dp QUATTRO). Este sinal de excitação é enviado ao amplificador de potência, Bruel Kjaer 2707 (2) e posteriormente alimenta o excitador (3). Utilizou-se um sinal de natureza aleatória de média nula numa faixa de frequências de $0 - 500\text{ Hz}$, com um total de 1600 linhas espectrais. A escolha do sinal aleatório durante os ensaios deveu-se principalmente por este ser um sinal de banda larga, podendo assim excitar de forma uniforme todos os componentes em frequência na faixa estudada. Dois acelerômetros miniatura (PCB 352A24 100 mV/g) foram usado para a medição das FRF de transmissibilidade mecânicas do sistema. Um deles foi montado na base de fixação para medir o sinal de entrada (4) e o segundo foi montado em várias posições da placa para medição da resposta da mesma (5). Estes sinais de aceleração foram enviados aos canais 1 e 2 do analisador espectral e posteriormente ao computador com programa de interface do próprio fabricante do analisador espectral. Um terceiro canal do analisador foi usado para a medição dos sinais de tensão elétrica da camada piezelétrica das vigas unitárias.

Figura 37 – Imagens do ensaio na viga unitária: (a) Sem material piezelétrico; (b) Com material piezelétrico



Fonte: elaborado pelo Autor

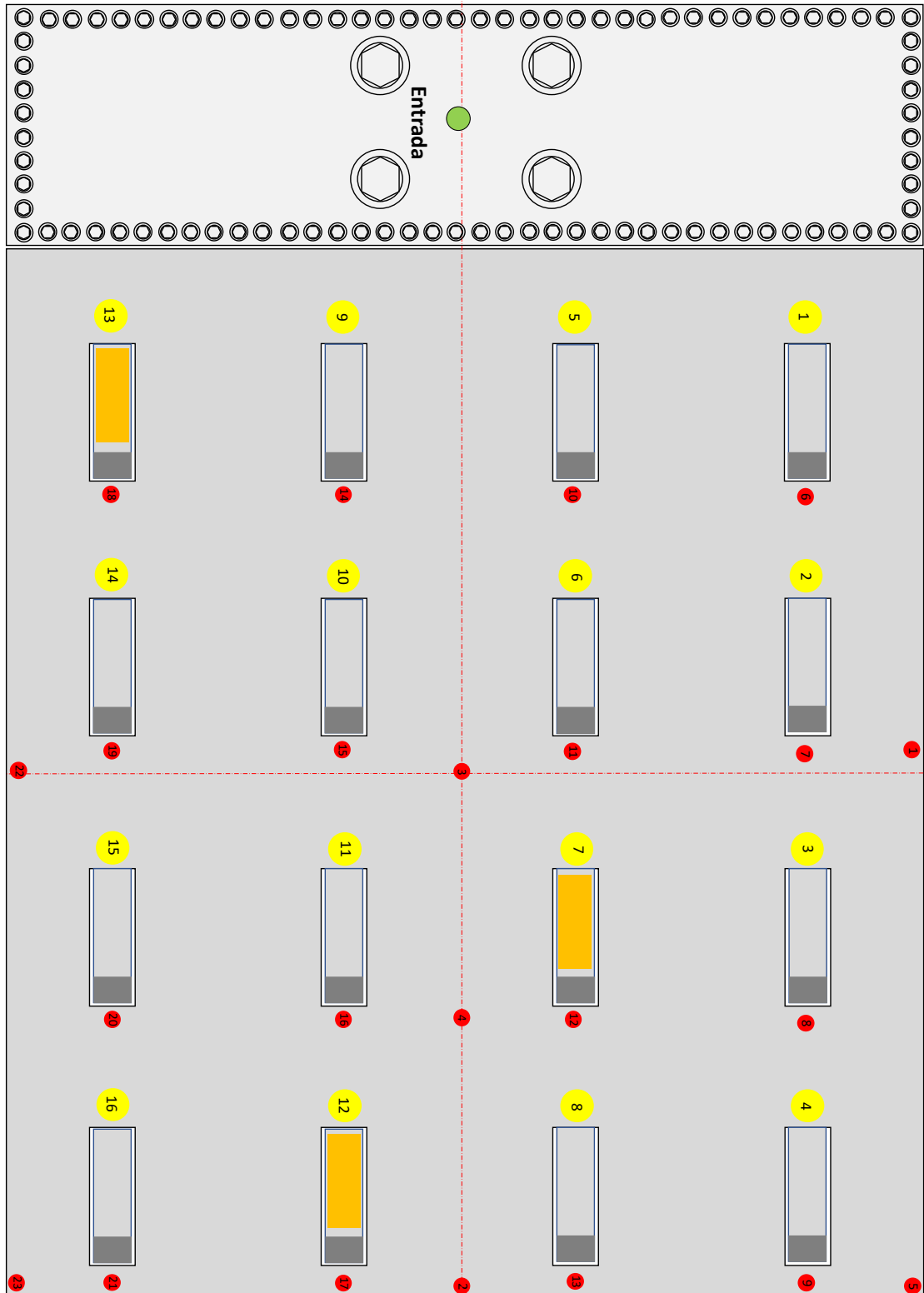
Neste caso, uma única viga unitária foi instrumentada com cerâmica piezelétrica (Piezo Systems, T105-A4NO-2929, $0,13\text{ mm}$ de espessura), cobrindo praticamente toda a viga unitária em uma de suas superfícies (*unimorph*). Um circuito elétrico resistivo foi

montado com o sinal da camada piezelétrica usando-se para tanto uma década resistiva. O sinal de tensão correspondente foi enviado ao canal 3 do analisador espectral para fins de medição da FRF eletromecânica relacionando a tensão piezelétrica com a aceleração de entrada. A viga unitária instrumentada foi testada em três células unitárias como mostra a vista superior da Figura 35. Os experimentos com a viga instrumentada foram realizados com o objetivo de estudar a capacidade de coleta de energia da metaestrutura.

Foram também realizados ensaios experimentais com as vigas unitárias isoladamente ou seja, na condição onde a placa de alumínio encontra-se ausente. Neste caso, as vigas unitárias sem e com a camada de cerâmica piezelétrica foram individualmente montadas na mesa vibratória do excitador através de um dispositivo de fixação, como mostra a Figura 37. Os ensaios realizados nas vigas unitárias foram, da mesma forma, ensaios de transmissibilidade e contaram com a utilização de um vibrômetro a laser (Polytec CLV 700) para a medição da velocidade de um ponto característico da viga. No caso da viga instrumentada com material piezelétrico também foi medido a tensão resultante do efeito piezelétrico para diferentes valores da resistência de carga do circuito elétrico associado.

A Figura 38 mostra uma vista superior da metaestrutura ilustrando a numeração adotada para as células unitárias, bem como os pontos de medição da aceleração e as vigas unitárias que foram testadas, uma a uma, com material piezelétrico na configuração *unimorph*.

Figura 38 – Vista superior da meta estrutura mostrando a numeração das células unitárias (em amarelo), os pontos de medição das FRF de aceleração (em vermelho) e as vigas unitárias que receberam, uma por vez, o material piezelétrico (laranja)



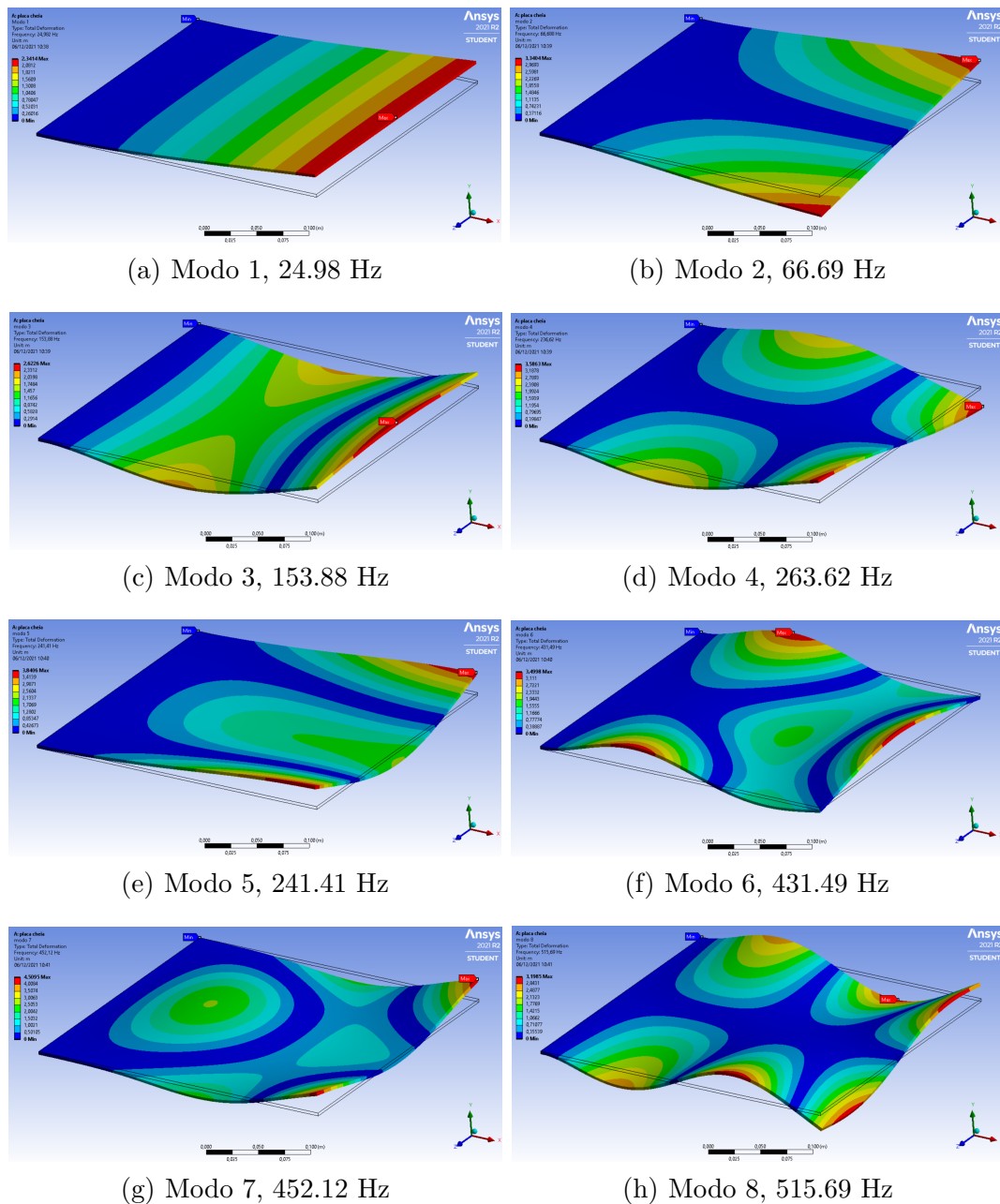
Fonte: elaborado pelo Autor

6 RESULTADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS

6.1 Modos de vibrar das placas obtidos por meio do *software* de elementos finitos:

Para obtenção dos modos de vibrar das placas foram calculados os modos na faixa de frequências de 0 Hz até os próximos à 500 Hz. A representação gráfica dos modos de vibrar da placa sem a presença de rasgo são mostrados na Figura 39.

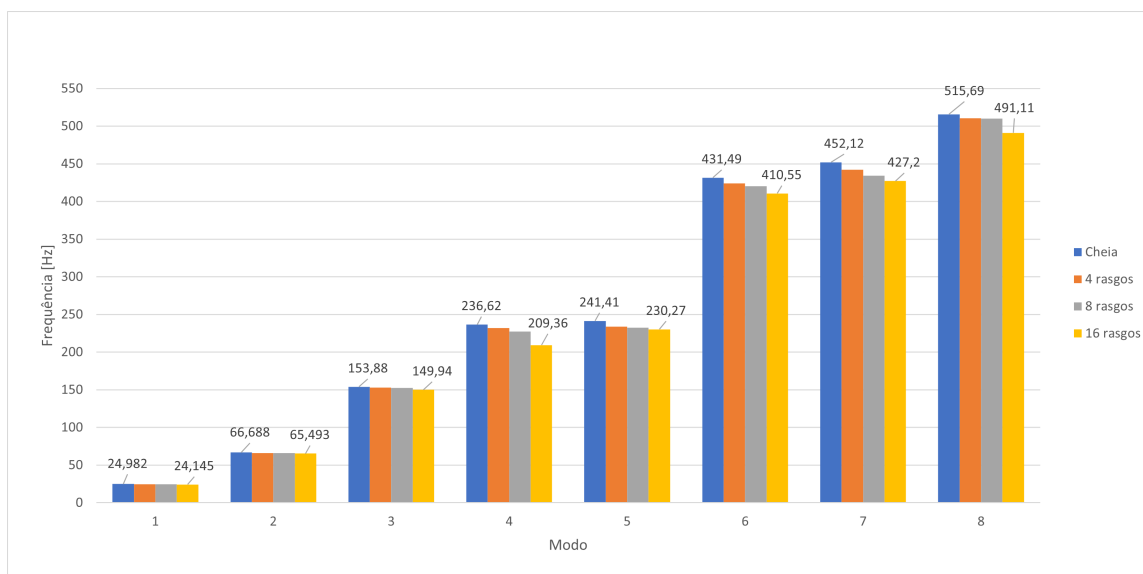
Figura 39 – Representação gráfica dos 8 primeiros modos de vibrar da placa engastada sem rasgos.



Fonte: elaborado pelo Autor

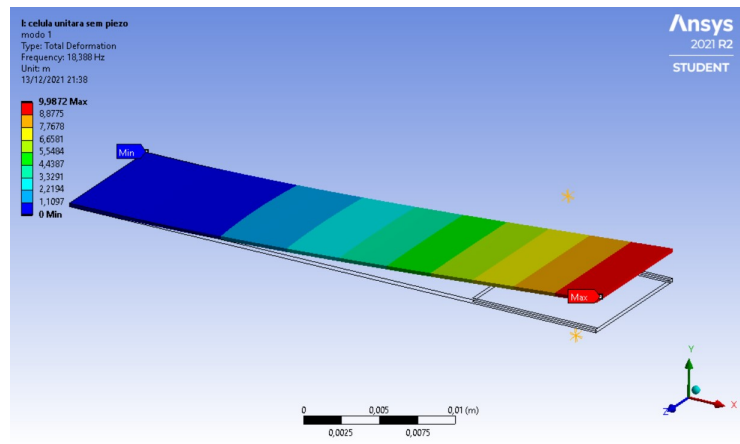
A Figura 40 mostra o valor de frequência no eixo vertical em que cada modo de vibrar ocorre segundo sua ordem no eixo horizontal para cada modelo de placa com rasgos e para a placa sem rasgos. A Figura 41 apresenta os 3 primeiros modos de vibrar da viga isolada da Figura 33(a) sem material piezelétrico. A Figura 42 apresenta os 3 primeiros modos de vibrar da viga isolada da Figura 33(b) com material piezelétrico. A Figura 43 apresenta, para cada modelo de placa com vigas e placa sem vigas e sem rasgos, a ordem dos modos de vibrar no eixo vertical do gráfico e a respectiva frequência em Hz que cada modo ocorre no eixo horizontal do mesmo gráfico. Também são apresentados esses resultados para os modos das vigas isoladas (com a denominação de *viga unitária* na legenda dos gráficos) das placas que foram mostrados nos conjuntos de Figuras 41 e 42.

Figura 40 – Comparação dos valores de frequência nos quais os 8 primeiros modos de vibrar das placas vazadas e cheia ocorrem.

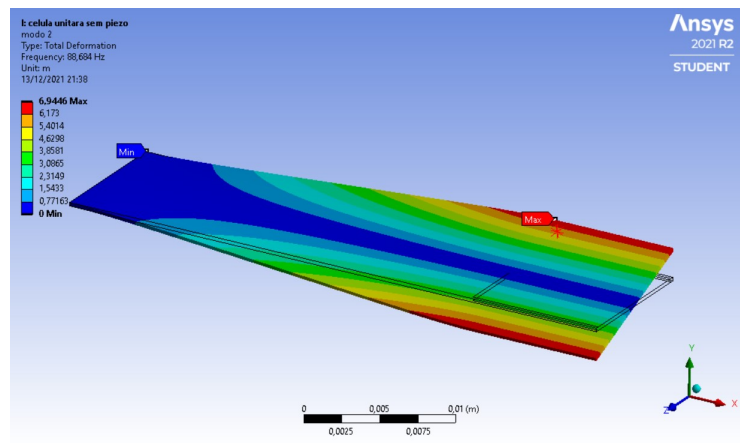


Fonte: elaborado pelo Autor

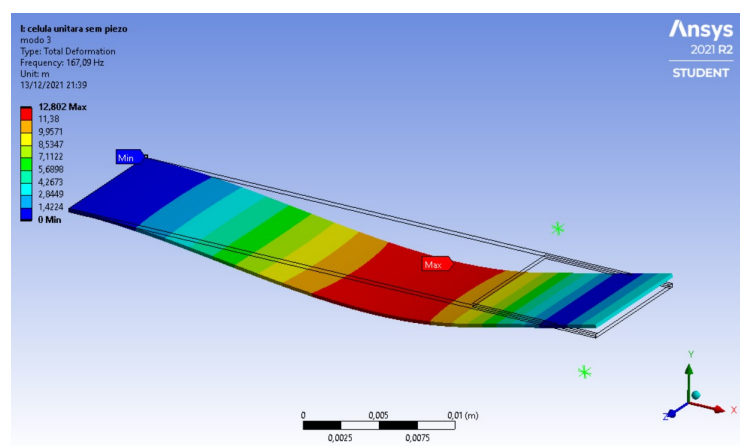
Figura 41 – Representação gráfica dos 3 primeiros modos de vibrar da viga unitária engastada sem material piezoelétrico.



(a) Modo 1, 18.4 Hz



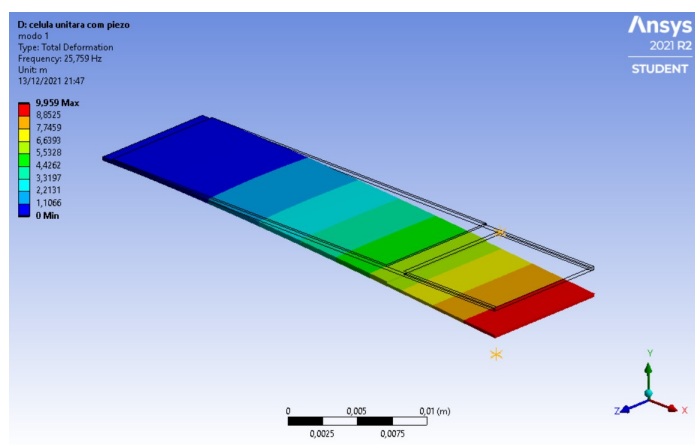
(b) Modo 2, 88.7 Hz



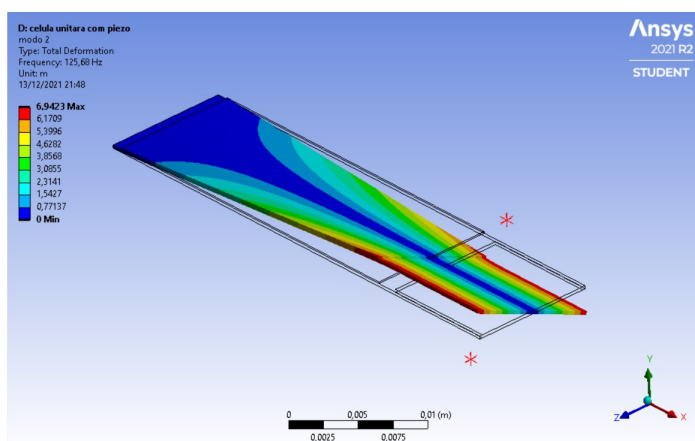
(c) Modo 3, 167.1 Hz

Fonte: elaborado pelo Autor

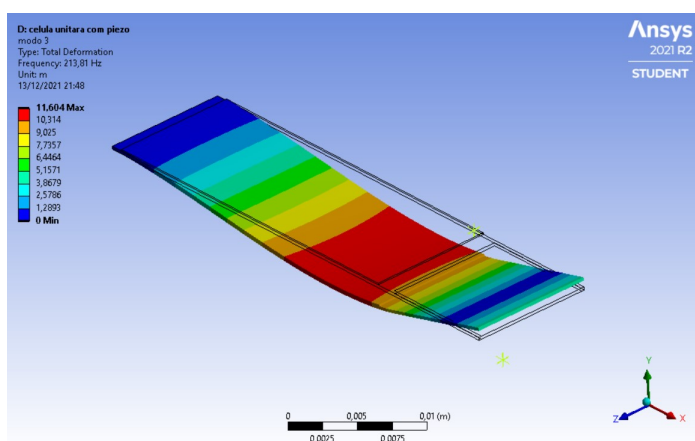
Figura 42 – Representação gráfica dos 3 primeiros modos de vibrar da viga unitária engastada com material piezoelétrico.



(a) Modo 1, 25.8 Hz



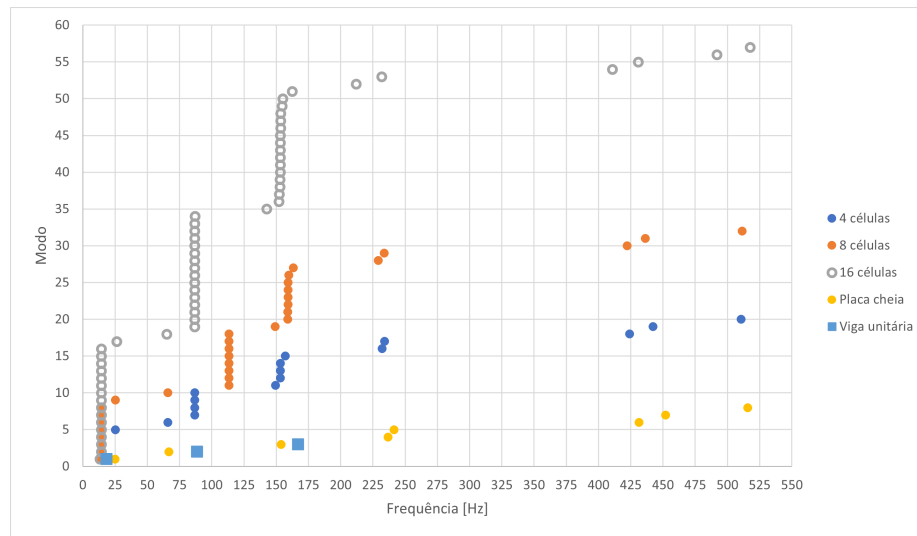
(b) Modo 2, 125.7 Hz



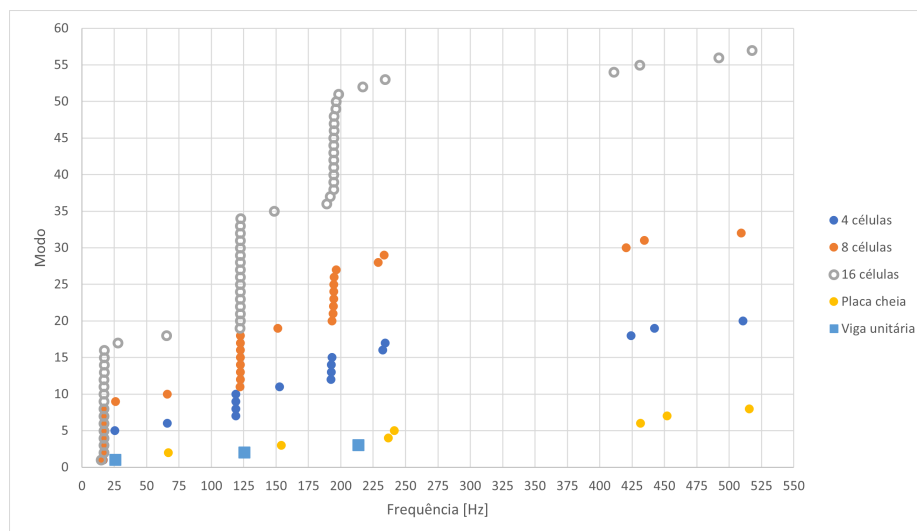
(c) Modo 3, 213.8 Hz

Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 43 – Valor e número dos modos de vibrar das placa com a preencha de vigas com e sem o material piezolétrico.



(a) Sem material piezolétrico



(b) Com material piezolétrico

Fonte: elaborado pelo Autor

Segundo a Figura 40, é evidente a influência da presença de rasgos na placa sobre o valor no qual cada modo de vibrar da placa ocorre de tal forma que quanto maior o número de rasgos na placa, menor é o valor no qual cada modo de vibrar da placa ocorre. É notável, segundo os conjuntos de Figuras 41 e 42, que os 3 primeiros modos de vibrar das vigas unitárias com e sem material piezolétrico estão com suas frequências naturais dentro da faixa de 0 a 500 Hz. O primeiro e terceiro modo de vibrar são modos de flexão transversal enquanto que o segundo modo é de torção, tanto para a viga com material piezolétrico quanto para a viga sem material piezolétrico.

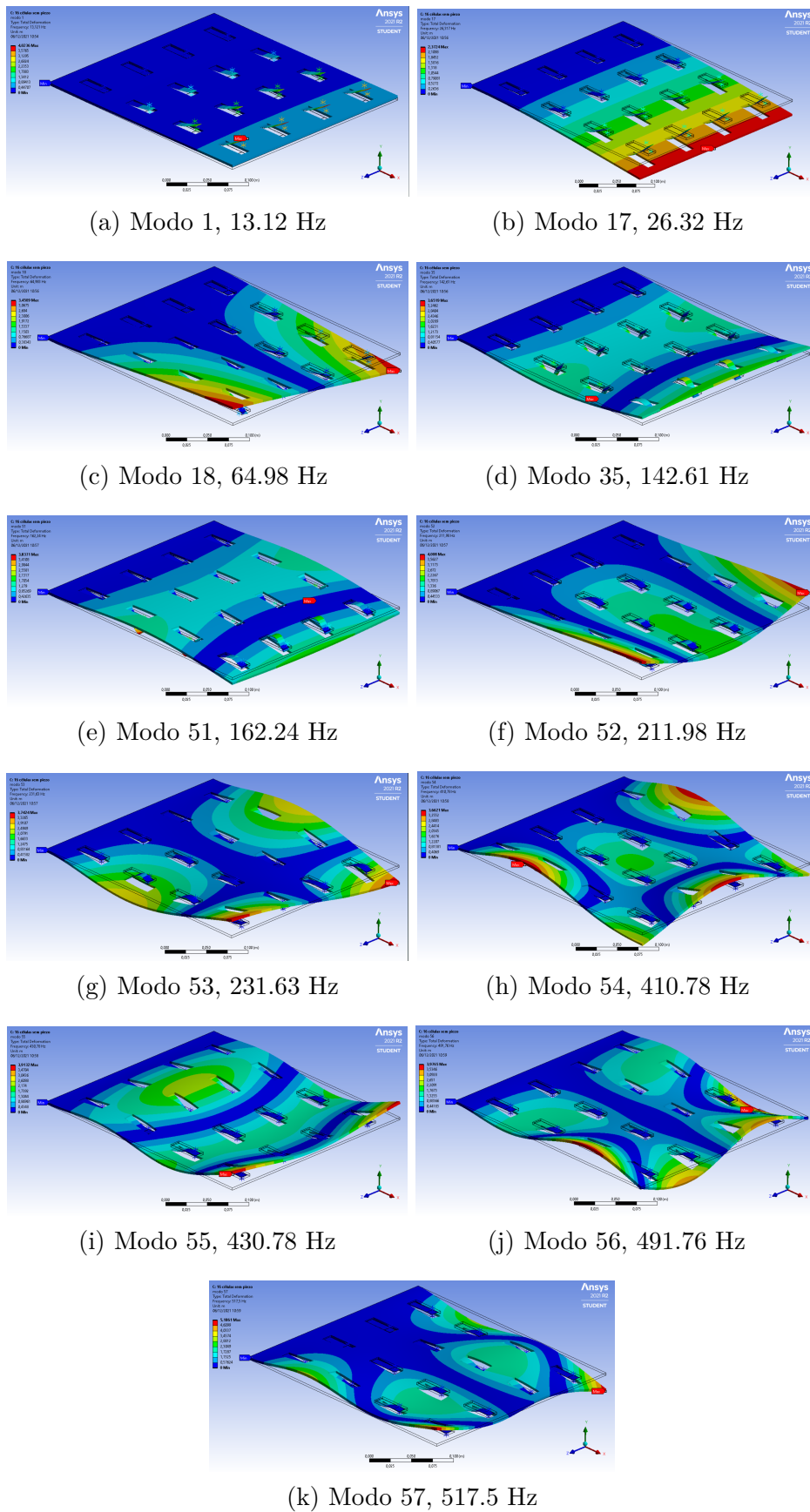
Logo, segundo o que é apresentados no conjunto de Figuras 43 é notável a adição

de modos de vibrar ao mesmo tempo que o número de vigas unitárias são adicionada ao sistema da placa. Ou seja, numa faixa de frequência que abrangem valores de 0 Hz até os próximos de 500 Hz, para a placa sem rasgo, havia apenas 8 modos de vibrar, mas para as placas com 4, 8 e 16 células, o número de modos na mesma faixa aproximada de frequências aumentou de 8 para 20, 32 e 57, respectivamente, em relação à placa sem rasgos.

Segundo o resultado apresentado na Figura 43.(a), a quantidade de modos de vibrar adicionados ocorre de maneira crescente conforme são adicionadas mais vigas ao sistema da placa, sendo que dentro de determinadas faixas, esses modos adicionados ocorrem em valores de frequência muito próximos uns dos outros. Ademais, esses modos adicionados ocorrem em valores de frequência muito próximos às 3 primeiras frequências naturais das vigas unitárias isoladas das placas, mostrando que os modos naturais das vigas unitárias determinam as faixas de frequência nas quais serão induzidos novos modos de vibrar da placa, o que é um fator determinante para a ocorrência de *bandgaps* em faixas de frequência de interesse. Para a placa com 16 vigas sem material piezoelétrico, os modos nos quais a placa e as vigas se deformam são os apresentados na Figura 44.

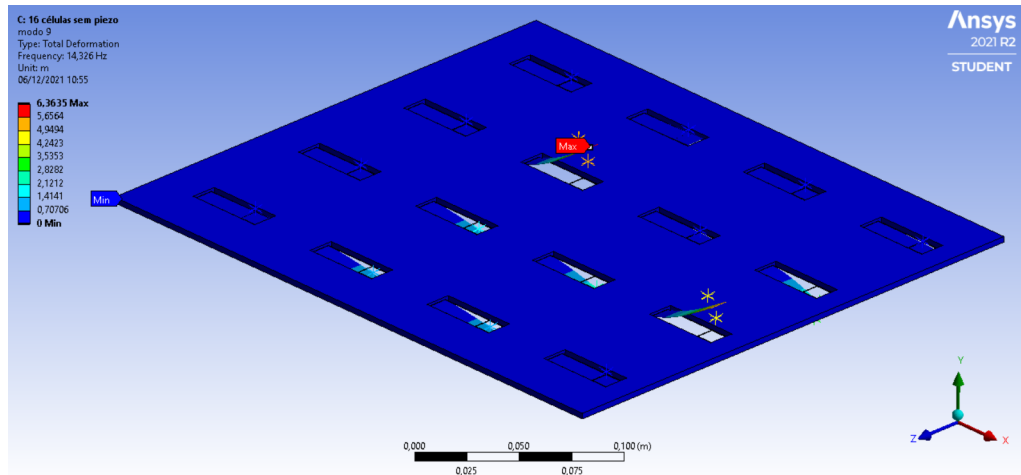
Ainda para a placa com 16 vigas sem material piezoelétrico, os demais 45 modos presentes na faixa de valores de frequências de 0 Hz até os próximos de 500 Hz, que não estão graficamente representados na Figura 44, são aqueles nos quais apenas as vigas com massas concentradas nas pontas vibram. A ordem e valor de frequência nos quais cada um desses modos onde apenas as vigas se deformam podem ser verificados pela Figura 43(a). Um dos modos nos quais apenas as vigas se deformam é apresentado na Figura 45. Este modo possui valor de frequência natural de 14.33 Hz.

Figura 44 – Representação gráfica dos 11 primeiros modos de vibrar nos quais a placa engastada com vigas sem a presença de material piezelétrico se deforma.



Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 45 – Nono modo de vibrar da placa com 16 vigas com massas concentradas na ponta e sem material piezelétrico.



Fonte: elaborado pelo Autor

Também, mediante a análise comparativa entre as Figuras 39 e 44, é possível observar na faixa de frequência analisada que o número de modos nos quais a placa se deforma aumenta para a placa com 16 vigas sem material piezelétrico em relação à placa sem a presença de rasgos.

Logo, segundo o resultado computacional obtido pelo *Ansys® Student 2021 R2* para os modos de vibrar da placa, existe a evidência de que, com a adição das vigas com massas concentradas na ponta, é possível adicionar modos de vibrar ao sistema nos quais apenas as vigas irão se deformar (Figura 45, por exemplo) ou então modos adicionais nos quais as vigas e a placa se deformam.

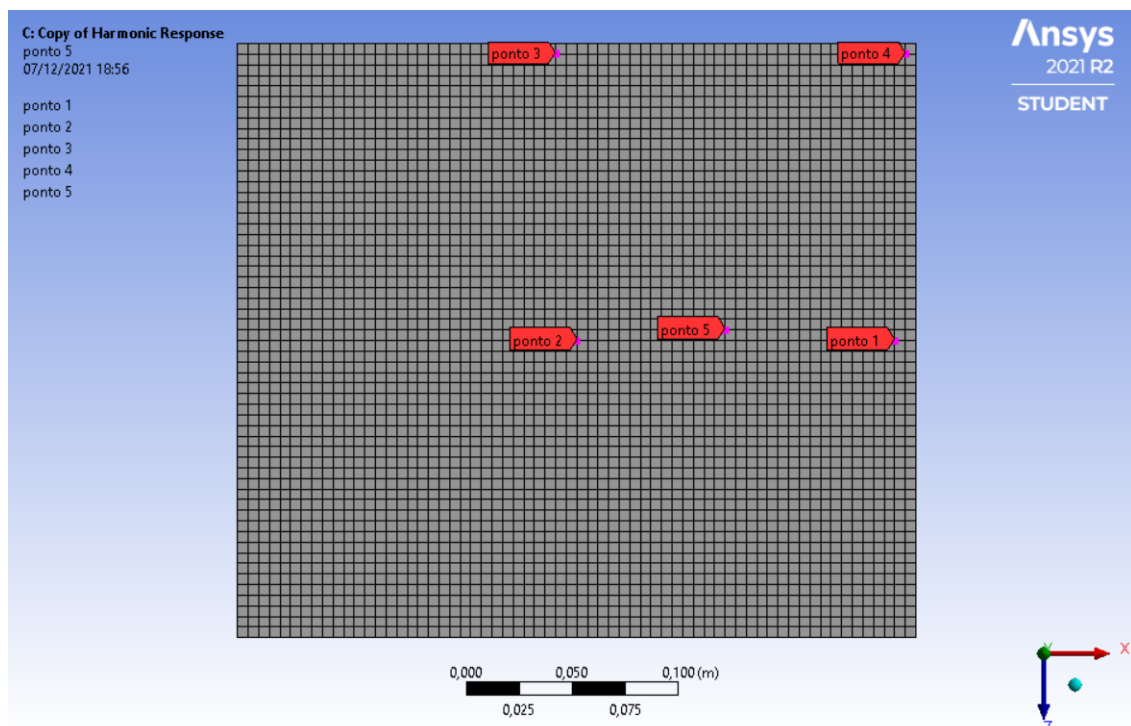
6.2 Resposta harmônica dos modelos de placa submetidos à excitação de base

6.2.1 Procedimentos para coleta dos resultados nos modelos de elementos finitos.

Para análise da resposta em frequência obtida por meio do *software* de elementos finitos é necessário definir pontos sobre a superfície da placa para coleta dos resultados numéricos. Logo, a Figura 46 apresenta a posição dos pontos mais distante da posição dos rasgos nos quais as respostas em frequência para a função transferência para aceleração em relação à aceleração de entrada foram coletados. Já a Figura 47 apresenta a ordenação das células de material piezelétrico nas quais foram coletadas as respostas em frequência para a função transferência de tensão elétrica em relação à aceleração de entrada. A Figura 30 ordena as posições dos pontos nos quais foram coletados os resultados de resposta em frequência para a função transferência de aceleração próximo aos rasgos das células unitárias nas placas em relação à aceleração de entrada.

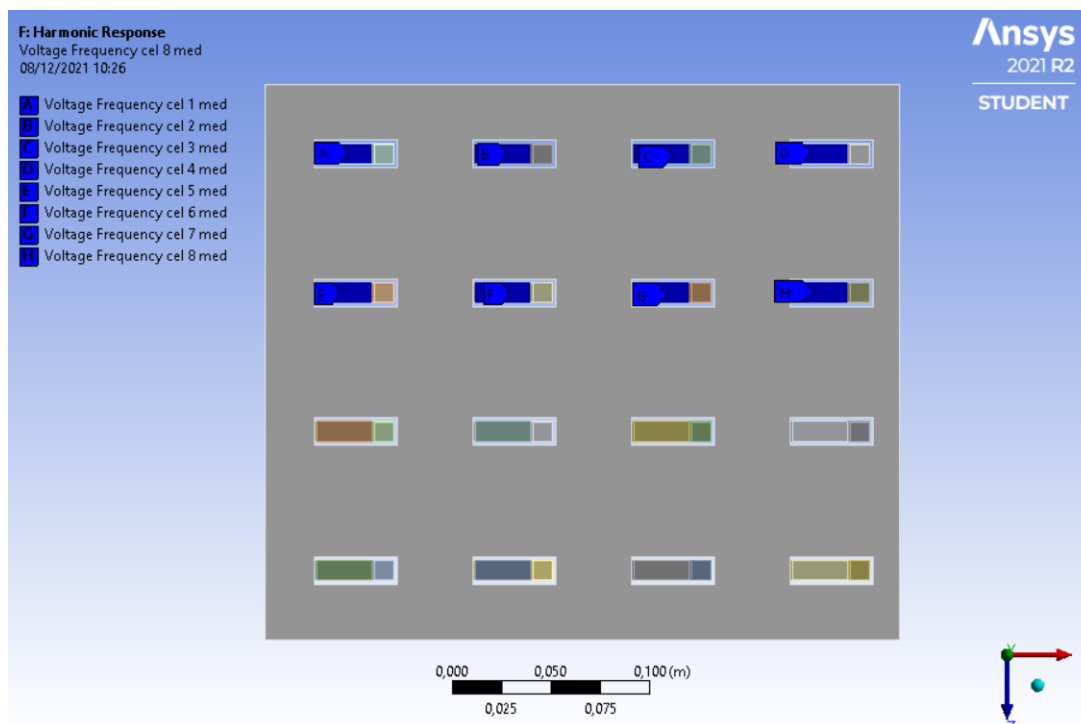
Os pontos de coleta da resposta em frequência para a função transferência de aceleração na Figura 48 estão ordenados da esquerda para a direita e de cima para baixo em ordem crescente. Sendo, por exemplo, o ponto próximo ao rasgo superior no canto esquerdo da placa denominado na Figura 48 como *aceleração cel.1* e o ponto próximo ao rasgo logo à direita como *aceleração cel.2*. De forma a simplificar a classificação ao longo das análises mais a diante, nas Figuras de resultados 54(a) a 54(h), o resultados referente ao ponto *aceleração cel.1* será denominado como *Célula 1*, o resultado referente ao ponto *aceleração cel.2* será denominado como *Célula 2* e assim consecutivamente para os demais pontos como mostrado nas Figuras 54(a) a 54(h). A Figura 49 enumera as massas das quais as funções transferência de aceleração serão obtidas.

Figura 46 – Pontos distantes das vigas nos quais será realizada a análise de reposta harmônica da placa à excitação de base.



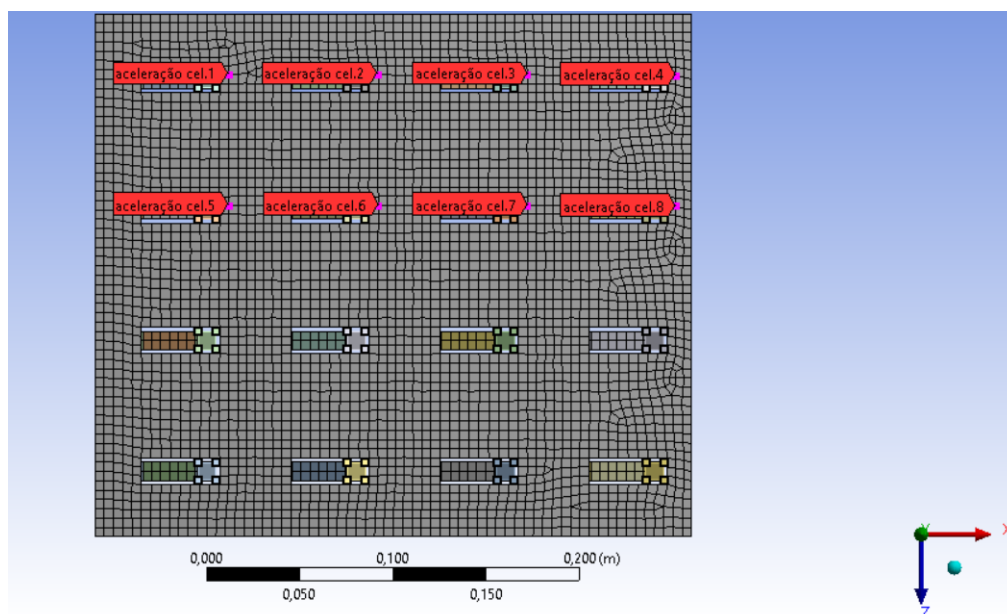
Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 47 – Enumeração dos materiais piezelétricos nos quais será verificada a tensão elétrica para a placa de 16 vigas.



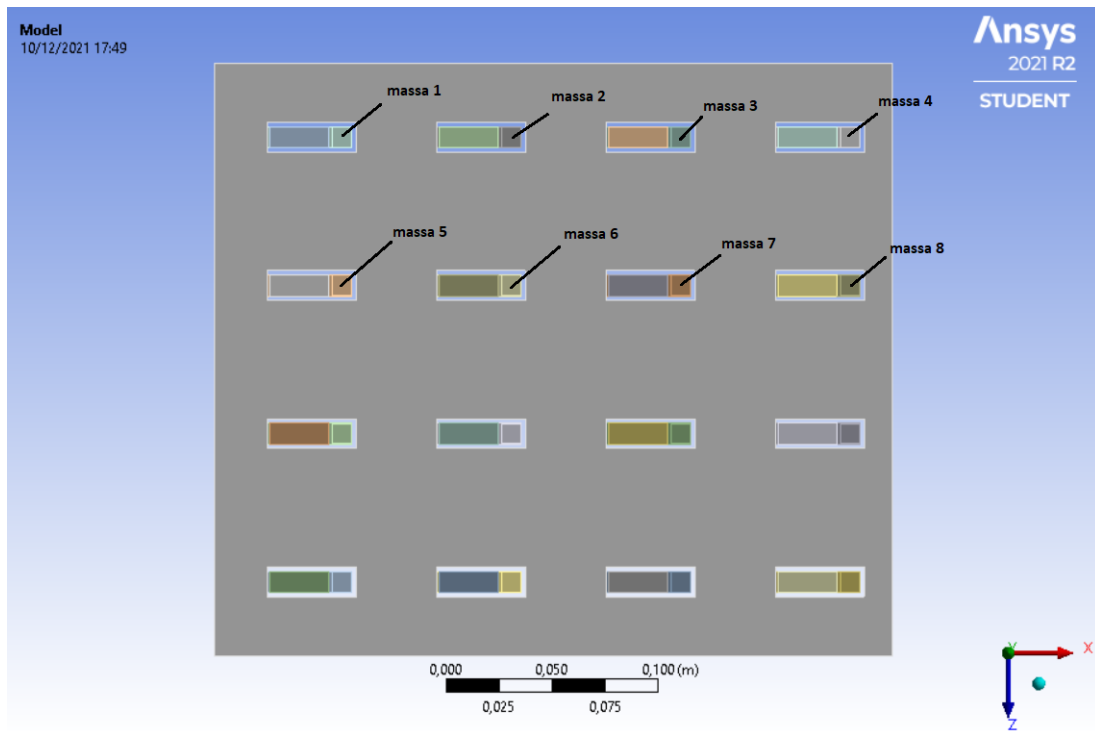
Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 48 – Pontos próximos às massas nos quais será realizada a análise de resposta harmônica da placa com 16 vigas à excitação de base.



Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 49 – Enumeração das massas na placa para coleta da resposta em frequência.



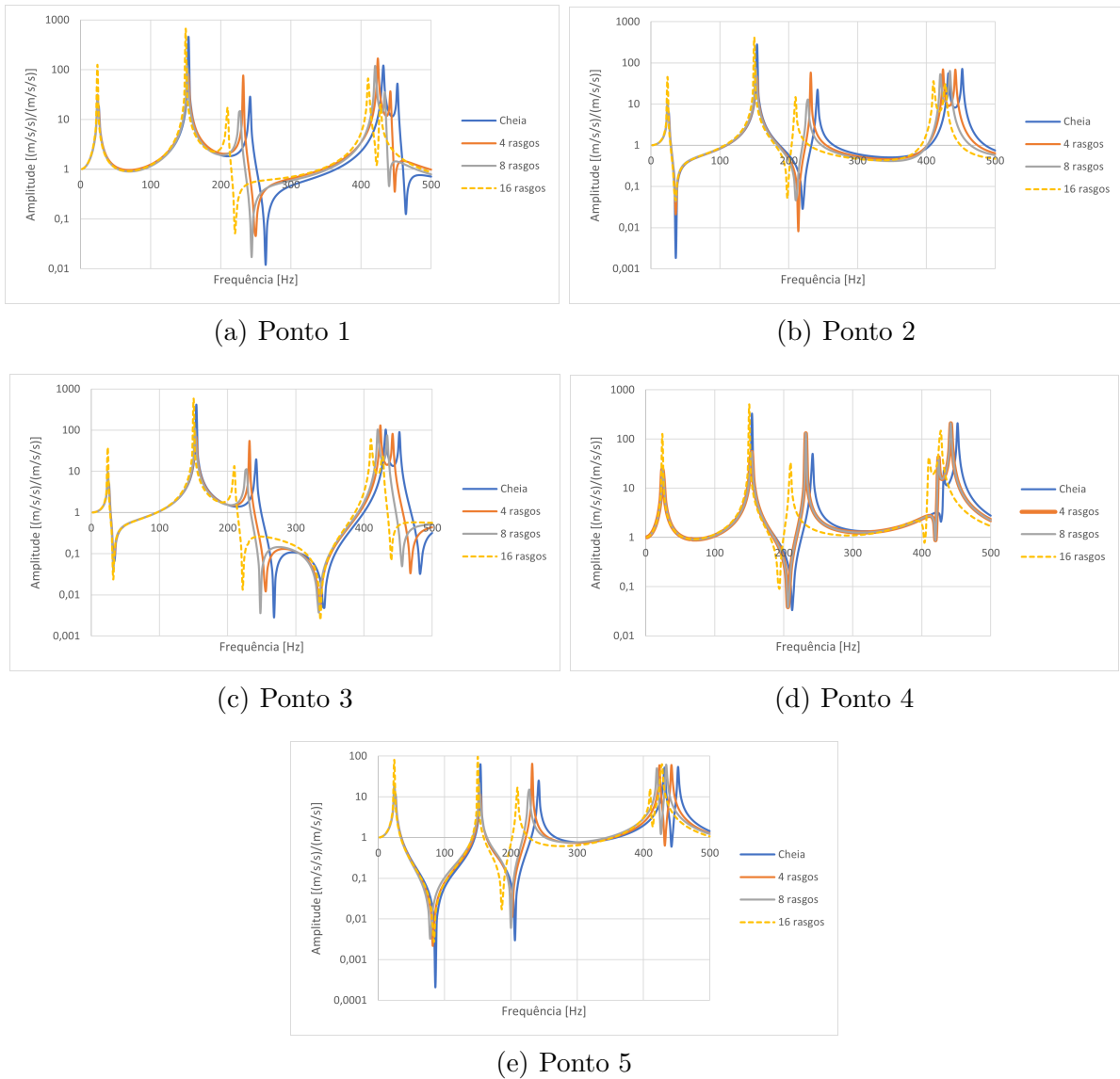
Fonte: elaborado pelo Autor

6.2.2 Respostas em frequência para as funções transferencia obtidas dos modelos de elementos finitos.

6.2.2.1 Comparação das respostas em frequência para as placas com rasgos e sem rasgos.

A Figura 50 apresenta resultados de resposta em frequência para a função transferência de aceleração nos pontos da placa indicados na Figura 46. Os resultados apresentados na Figura 50 comparam as respostas em frequência para os modelos de placa com rasgos sem a presença de vigas unitárias e para a placa sem rasgos. Os resultados são obtidos para os modelos já mostrados nas Figuras 27 e 28.

Figura 50 – Comparação da resposta harmônica das placas vazadas com a placa sem rasgos.



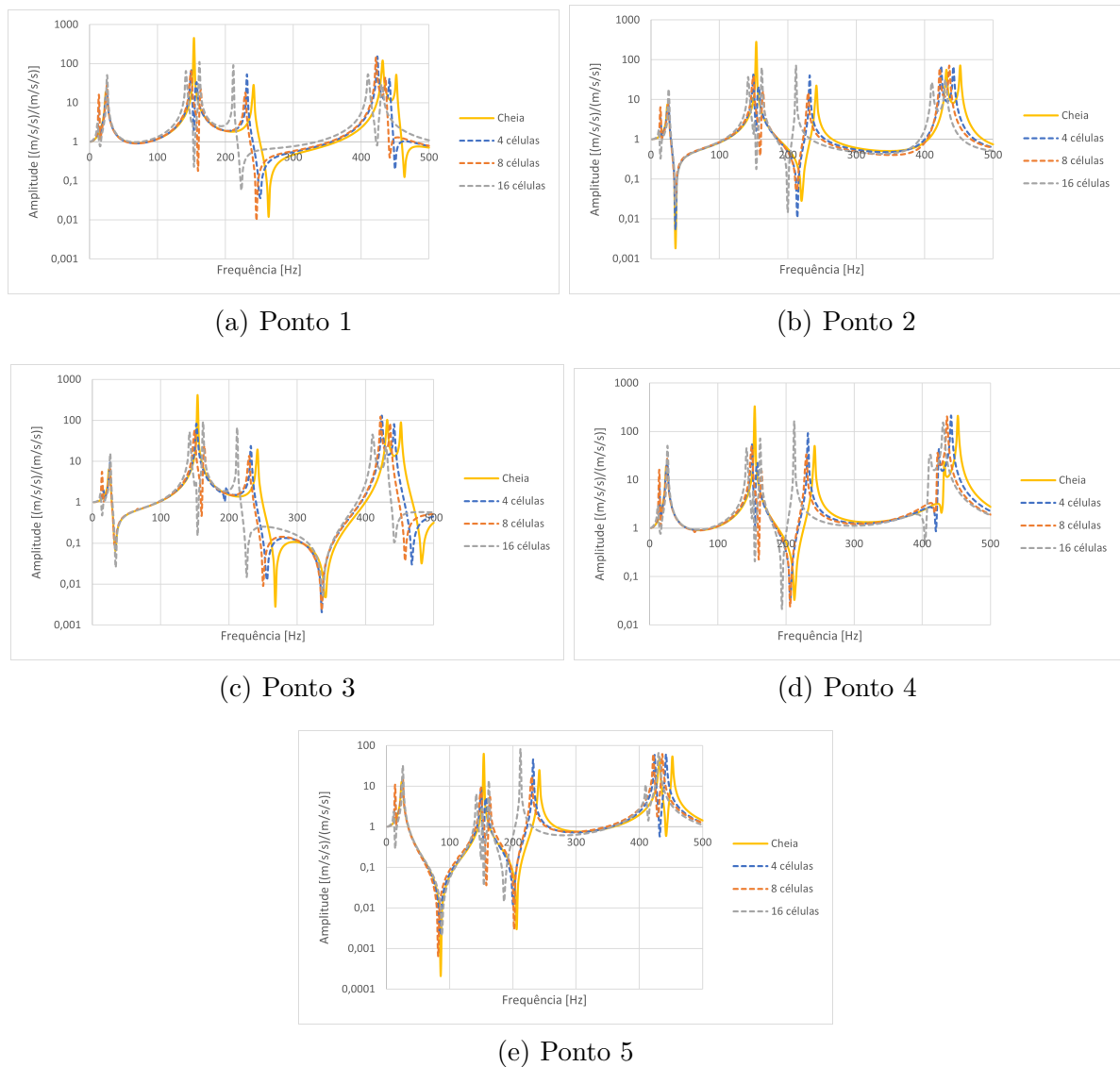
Fonte: elaborado pelo Autor

Segundo as Figuras 50(a) a 50(e), a retirada de material da placa devido a adição de rasgos, para frequências acima de 100 Hz, faz com que as curvas sejam deslocadas para a esquerda. Já para frequência menores que 100 Hz, as curvas não são tão afetadas pela adição de rasgos à placa. Dessa maneira, a adição dos rasgos na placa pode afetar tanto a posição dos picos quanto das antiressonâncias em faixas de frequências mais elevadas que 100 Hz no caso analisado. Entretanto, pelos resultados obtidos, não há indícios de que a adição de rasgos possa levar à aparição de *bandgaps* na faixa de frequências de interesse.

6.2.2.2 Comparação das respostas em frequência para as placas com vigas unitárias sem material piezelétrico.

A Figura 51 apresenta resultados de resposta em frequência para a função transferência de aceleração nos pontos da placa indicados na Figura 46. Os resultados apresentados na Figura 51 comparam as respostas em frequência para os modelos de placa com a presença de vigas unitárias sem material piezelétrico e para a placa sem rasgos. Os resultados são obtidos para os modelos já mostrados nas Figuras 27 e 29.

Figura 51 – Comparação da resposta harmônica das placas com vigas sem material piezelétrico com a placa sem rasgos.



Fonte: elaborado pelo Autor

Como comentado para as Figuras 50(a) a 50(e), o deslocamento para a esquerda das curvas de resposta em frequência ocorre devido á retirada de material das placas para dição dos rasgos. Logo, nas Figuras 51(a) a 51(e), as curvas das placas com vigas estão

deslocadas para a esquerda em relação ao resultado para a resposta da placa sem rasgos (cheia) devido majoritariamente á adição dos rasgos.

É notável pelas Figuras 51(a) a 51(e) a aparição de uma antirressonância no intervalo de 100 a 200 Hz para os casos onde as vigas unitárias estão presentes, sendo que, a antirressonância aparece próximo à posição no intervalo onde ocorre um pico ressonante para o caso da placa cheia (sem rasgos). Para a mesma faixa de frequências, as massas das vigas sem material piezelétrico apresentam pico ressoante em suas respostas como pode ser notado nas Figuras 55(a) a 55 (h).

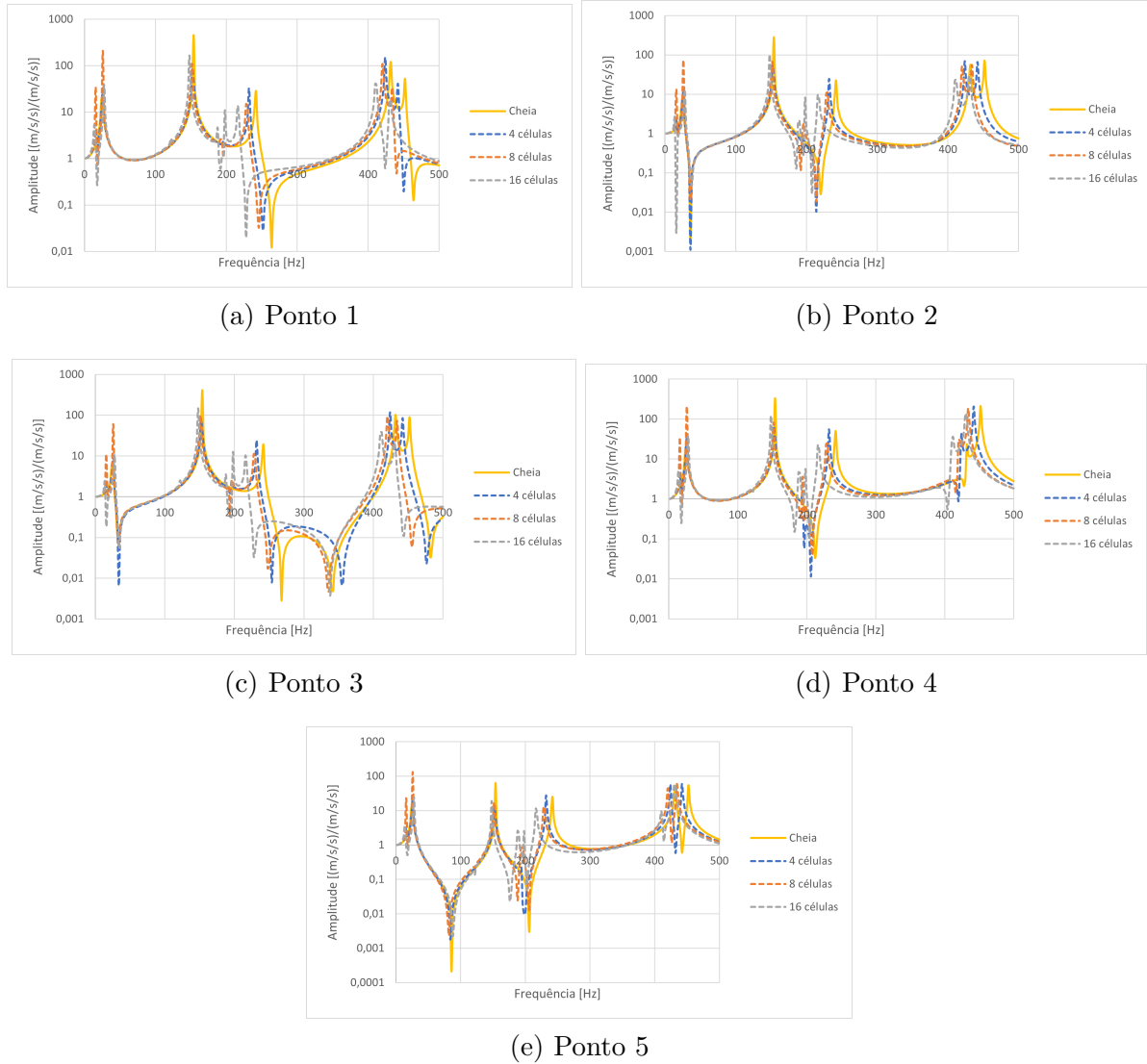
Outro resultado evidente nas Figuras 51(a) a 51(e) é a aparição de um pequeno pico seguido de uma antirressonância de pequena amplitude mais próximo á 0 Hz para os casos onde as vigas unitárias estão presentes. Este ressaltado fica mais aparente para o caso de maior quantidade de vigas unitárias. É importante notar que essa antirressonância ocorre em uma faixa de valores na qual as massas das vigas unitárias apresentam pico de resposta ressonante como mostrado nas Figuras 55(a) a 55(h).

Logo, com a adição das vigas unitárias sem material piezelétrico ao sistema da placa, é possível modificar a resposta em frequência para a função transferência de aceleração da placa, sendo possível adicionar antirressonância em determinadas faixas de frequência, que é caracterizado pela baixa amplitude de resposta do sistema da placa na região de antirressonancia, e que está diretamente ligado á resposta em frequência das vigas unitárias. Estes resultados indicam que com o design apropriado das vigas unitárias e escolha apropriada de sua quantidade na placa , é possível induzir supressão da amplitude de vibração da placa em faixas de frequência de interesse. A quantidade de vigas na estrutura da placa apresenta notável influência no tamanho do intervalo de frequências que a antirressonância irá abranger e também em sua profundidade como é mostrado nas Figuras 51(a) a 51(e). Por exemplo, na Figura 51(b), a antirressonância apresenta pequeno deslocamento em sua posição com o aumento do número de vigas, e da mesma forma, a sua largura aumenta para maior número de vigas. Quanto ao deslocamento horizontal das curvas de resposta em frequência, a adição de células unitária tem maior efeito sobre as posições das antirressonância induzidas enquanto que para as demais faixas de frequência seu efeito é reduzido.

6.2.2.3 Comparação das respostas em frequência para as placas com vigas unitárias com material piezelétrico.

A Figura 52 apresenta resultados de resposta em frequência para a função transferência de aceleração nos pontos da placa indicados na Figura 46. Os resultados apresentados na Figura 52 comparam as respostas em frequência para os modelos de placa com a presença de vigas unitárias com material piezelétrico e para a placa sem rasgos. Os resultados são obtidos para os modelos já mostrados nas Figuras 27 e 30.

Figura 52 – Comparação da resposta harmônica das placas com vigas com material pieze-létrico com a placa sem rasgos.



Fonte: elaborado pelo Autor

Assim como para o resultado da adição de vigas sem a presença de material piezelétrico das Figuras 52(a) a 52(e), os resultados para a resposta em frequência para as placas com vigas com material piezelétrico permitiram a presença de uma antiressonância em uma faixa de frequências mais próxima a 0 Hz, como mostrado nas Figuras 52(a) a 52(e). Entretanto, para a faixa de frequências próximas ao pico ressonante que ocorre entre 100 e 200 Hz no resultado para a placa cheia, quando são adicionadas as vigas com o material piezelétrico, não ocorre a aparição da antiressonância na faixa de 100 a 200 Hz como ocorria na adição das vigas sem material piezelétrico. Apesar da não aparição da antiressonância na faixa de frequências referida anteriormente, para a adição das vigas com material piezelétrico, ocorre a aparição de *bandgaps*, como por exemplo, na Figura 52(c) na qual o *bandgap* aparece na faixa de 100 a 200 Hz mais próximo a 200 Hz e mais

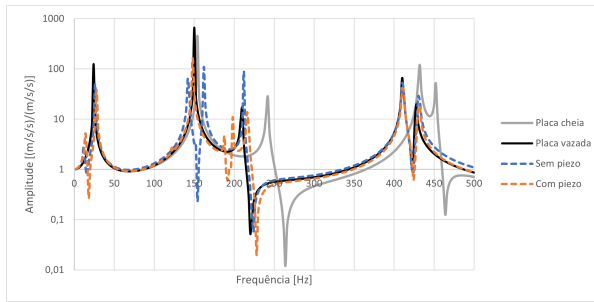
distante do pico ressonante que aparece nessa mesma faixa de frequências.

Logo, com a adição de vigas com material piezelétrico ao sistema da placa, é possível induzir *bandgaps* caso o design das vigas unitárias seja feito de maneira apropriada. Também, é possível que as propriedades de rigidez do material piezelétrico sejam aproveitadas para controlar a amplitude das faixas de antirressonância que aparecem com a adição das vigas unitárias como mostrado na Figura 52(b) na qual a antirressonância mais próxima a 0 Hz tem sua profundidade consideravelmente afetada pela adição de vigas unitárias com material piezelétrico. A quantidade de vigas unitárias também tem grande influência na profundidade e largura dos *bandgaps*, de tal forma que, com o aumento da quantidade de vigas com material piezelétrico na Figura 52 (a), a profundidade e largura do *bandgap* próximo à frequência de 200 Hz são aumentadas.

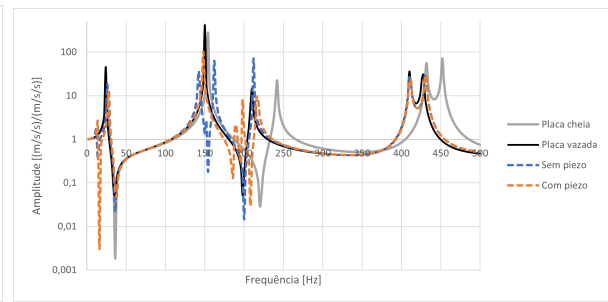
6.2.2.4 Comparação das respostas em frequência para as placas com 16 vigas unitárias.

O conjunto de Figuras 53 apresenta resultados de resposta em frequência para a função transferência de aceleração nos pontos da placa com 16 células unitárias indicados na Figura 46. Os resultados apresentados no conjunto de Figuras 53 compara as respostas em frequência para os modelos de placa com a presença de 16 vigas unitárias com e sem material piezelétrico e para a placa sem rasgos e com 16 rasgos. Os resultados são obtidos para os modelos já mostrados nas Figuras 27, 28(c), 29(c) e 30(c). Os resultados da Figura 53(a) a 53(e) mostram o efeito de adição de rasgos à placa, adição de vigas unitárias sem material piezelétrico e adição de material piezelétrico às vigas unitárias

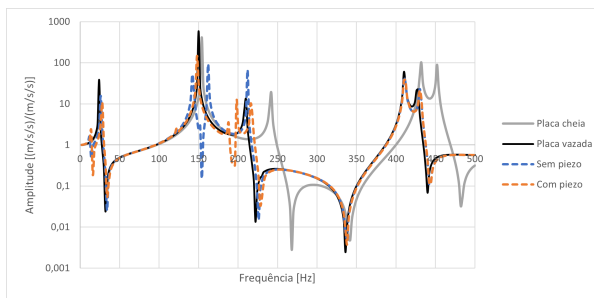
Figura 53 – Comparação da resposta harmônica das placas com 16 vigas com a placa sem rasgos e com 16 rasgos.



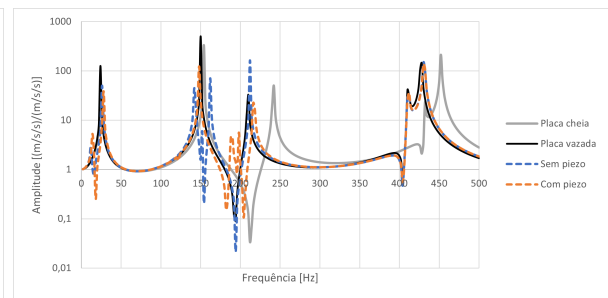
(a) Ponto 1



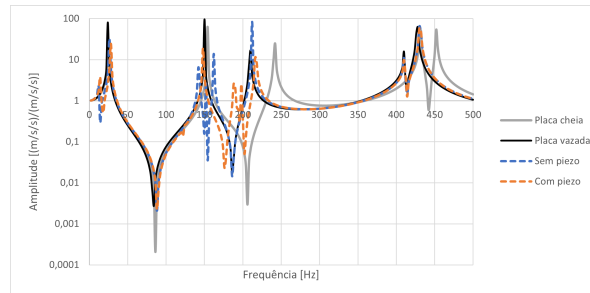
(b) Ponto 2



(c) Ponto 3



(d) Ponto 4



(e) Ponto 5

Fonte: elaborado pelo Autor

A adição de rasgos às placas, como já discutido anteriormente, proporciona o deslocamento horizontal para a esquerda da resposta em frequência principalmente para a parte das curvas presente em frequências mais altas. A adição das células unitárias sem a presença do material piezelétrico proporciona a aparição de regiões de antirressonância em frequências mais baixas. Por exemplo, na Figura 53(a), ocorre a aparição de região de antirressonância próxima à frequência de 150 Hz quando adicionadas as 16 vigas unitárias. Quando sem a presença das vigas, a placa apenas com 16 rasgos, apresenta nessa região próxima a 150 Hz um pico ressonante caracterizado pelo alto valor da amplitude da função transferência de aceleração.

Quando adicionado o material piezelétrico às vigas, ocorre a aparição de *bandgaps* próximos à frequência de 200 Hz para alguns pontos da placa. Por exemplo, na Figura 53(a),

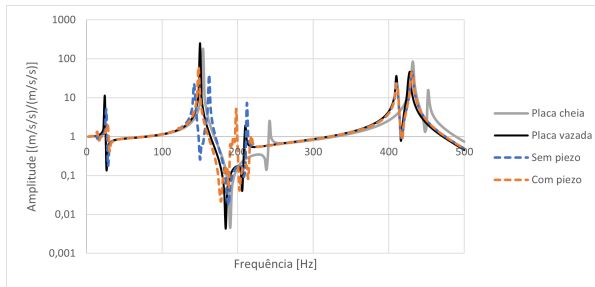
o *bandgap* próximo à frequência de 200 Hz se caracteriza por ocorrer numa região onde não havia nenhum pico ressonante ou antirressonância quando havia apenas a presença dos rasgos e nenhuma viga unitária. Já para a Figura 53(b), havia uma região de antirressonância quando apenas na presença de rasgos na placa, sendo que, ao serem adicionadas as vigas com material piezelétrico, não ocorre a aparição do *bandgap*, mas apenas uma modificação da região de antirressonância que acaba sendo subdividida em pequenos picos e vales internos.

A aparição de *bandgaps* está relacionada à faixa de frequências na qual as vigas unitárias possuem picos ressonantes em sua resposta em frequência. Por exemplo, nos resultados apresentados para a resposta em frequência da função transferência de aceleração das massas das vigas unitárias presentes nas Figuras 55(a) a 55(h), os picos ressonantes para as massas ocorrem em duas posições de valor de frequência para as vigas sem material piezelétrico. Segundo os resultados das Figuras 55(a) a 55(h), a primeira região na qual ocorre o pico ressoante está próxima ao valor de 0 Hz, e a segunda região está praticamente no centro da faixa de valores de frequência de 100 a 200 Hz. Essas regiões de valores de frequência coincidem com as regiões nos gráficos onde ocorrem respectivamente a primeira antirressonância próxima a 0 Hz e a segunda antirressonância que ocorre próximo ao valor de 150 Hz nas Figuras 53(a) a 53(e) no caso sem material piezelétrico.

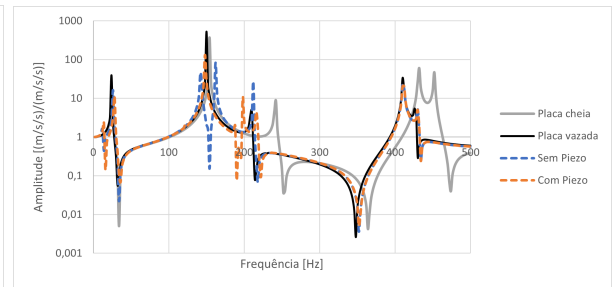
Já para o caso onde está presente o material piezelétrico nas vigas, os picos ressonantes para a resposta em frequência das massas ocorrem, primeiramente próximo ao valor de 0 Hz e depois o segundo pico ocorre próximo ao valor de 200 Hz, coincidindo respectivamente com a região na qual ocorre a primeira antirressonância e o *bandgap* nos casos com piezelétrico das Figuras 53(a) a 53(e). Além disso, a adição de material piezelétrico providencia à primeira antirressonância da placa maior profundidade como mostrado na Figura 53(a) quando comparadas as curvas sem e com o material piezelétrico, caracterizando maior supressão de vibração da placa em menores frequências.

Logo, para controlar a supressão de vibração da placa submetida ao carregamento harmônico, é necessário que o design das vigas unitárias seja realizado de tal forma que seus picos ressonantes na resposta em frequência sejam presentes nas faixas de valores nos quais se deseja suprimir a resposta da placa. Mais aspectos relacionados ao design das vigas unitárias serão abordados mais a diante. Os resultados das Figuras 53(a) a 53(e) mostram a resposta em frequência em pontos mais distantes dos rasgos onde estão presentes as vigas unitárias. Já os resultados das Figuras 54(a) a 54(e) apresentam a resposta em frequência para a função transferência de aceleração em pontos mais próximos aos rasgos como indicado na Figuras 48.

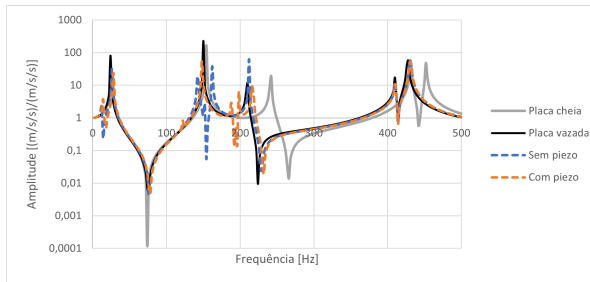
Figura 54 – Comparação da resposta harmônica das placas com 16 vigas com a placa sem rasgo para os pontos próximos às células unitárias.



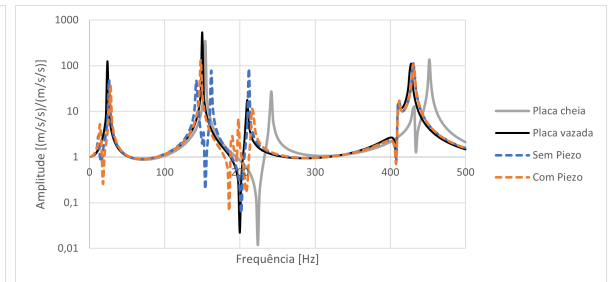
(a) Célula 1



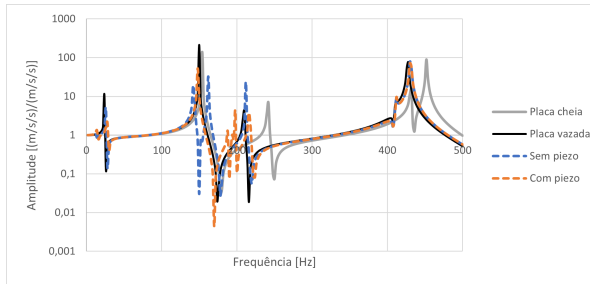
(b) Célula 2



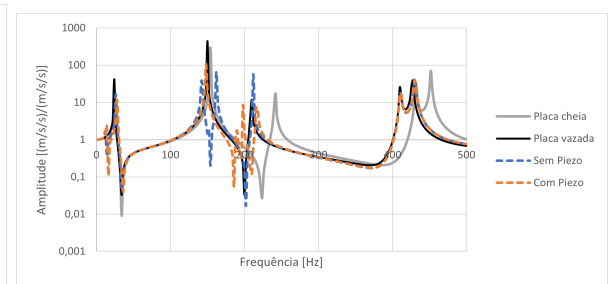
(c) Célula 3



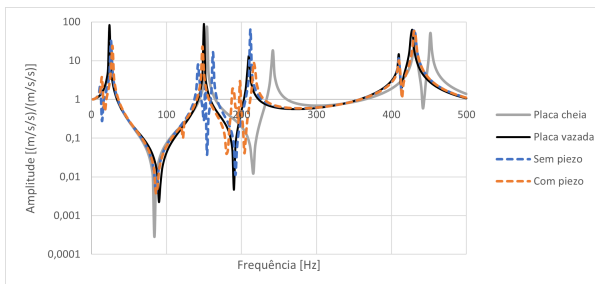
(d) Célula 4



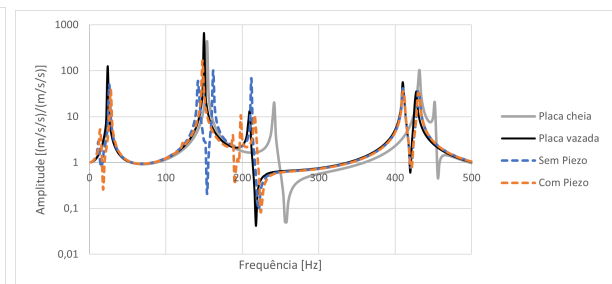
(e) Céula 5



(f) Célula 6



(g) Célula 7



(h) Célula 8

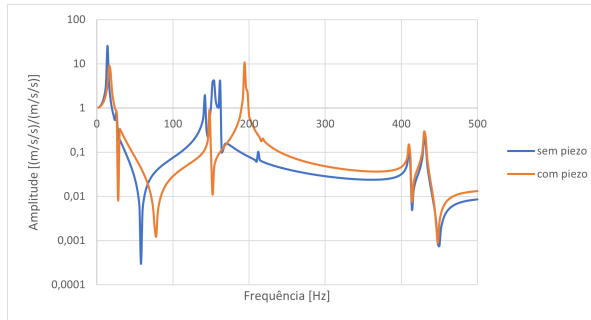
Fonte: elaborado pelo Autor

Os resultados obtidos para pontos mais próximos aos rasgos da placa nas Figuras 54(a) a 54(h) são muito semelhantes aos resultados obtidos para pontos mais remotos nas Figuras 53(a) a 53(e). Tanto a aparição de regiões de antirressonâncias quanto de *bandgaps* ocorrem para pontos mais próximos dos rasgos de forma semelhante como analisado anteriormente para os resultados da Figuras 53(a) a 53(e). Por exemplo, o Resultado

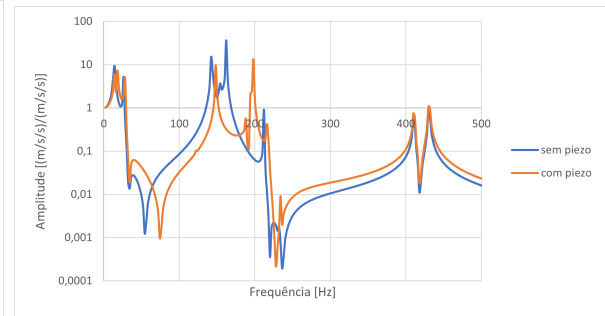
para o ponto 2 na Figura 53(b) é muito semelhante ao resultado da célula 6 na Figura 54(f), tanto em termos de aparição de antiressonâncias quanto na aparição de *bandgaps*. É importante notar que a posição da célula 6 representada na Figura 48 é muito próxima à posição do ponto 2 representada na Figura 46. Os resultados diferem apenas em amplitude da resposta, porém, quanto ao formato das curvas de resposta em frequência, existe grande proximidade.

Logo, para as regiões mais próximas às vigas unitárias, são válidas as mesmas análises que foram feitas para regiões mais remotas da placa, o que demonstra que é possível induzir os mesmos efeitos de supressão de vibração em pontos nos quais a resposta em frequência sejam semelhantes. Os resultados apresentados na Figura 55 são referentes à resposta harmônica no domínio da frequência para as funções transferência de aceleração das massas enumeradas segundo a Figura 49.

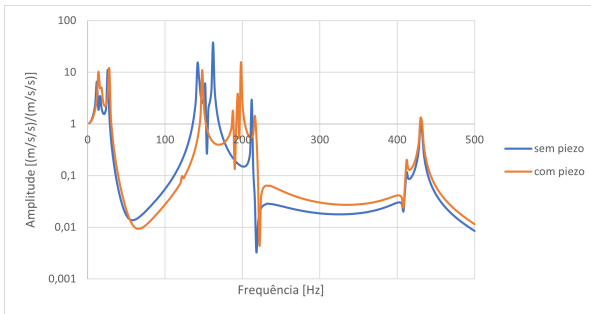
Figura 55 – Comparação da resposta harmônica das massas para a placa com 16 vigas.



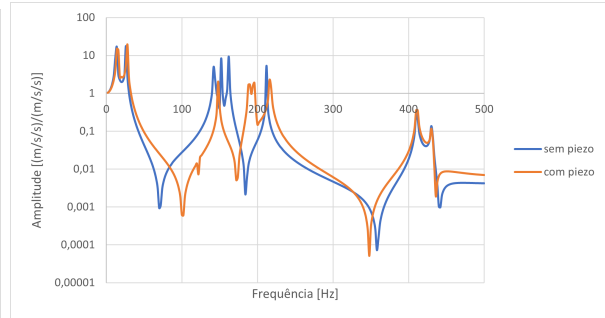
(a) Massa 1



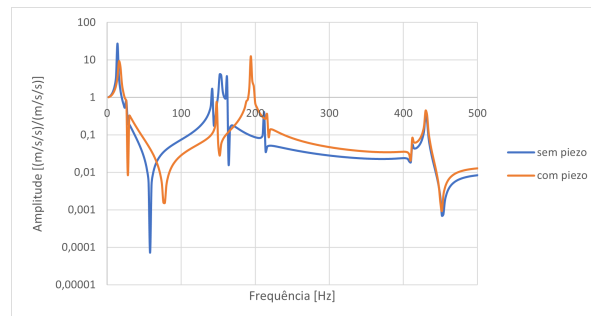
(b) Massa 2



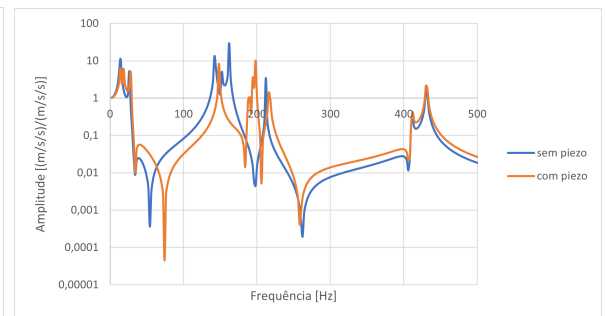
(c) Massa 3



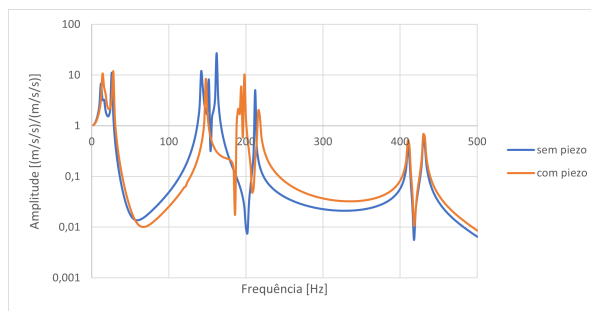
(d) Massa 4



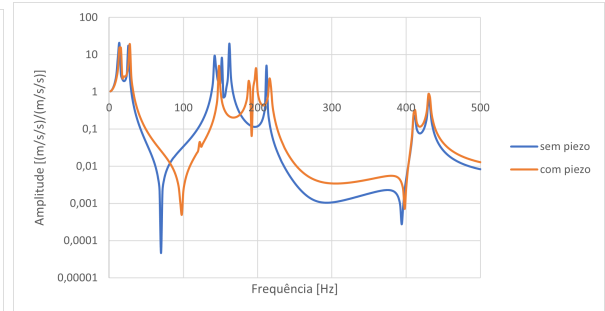
(e) Massa 5



(f) Massa 6



(g) Massa 7



(h) Massa 8

Fonte: elaborado pelo Autor

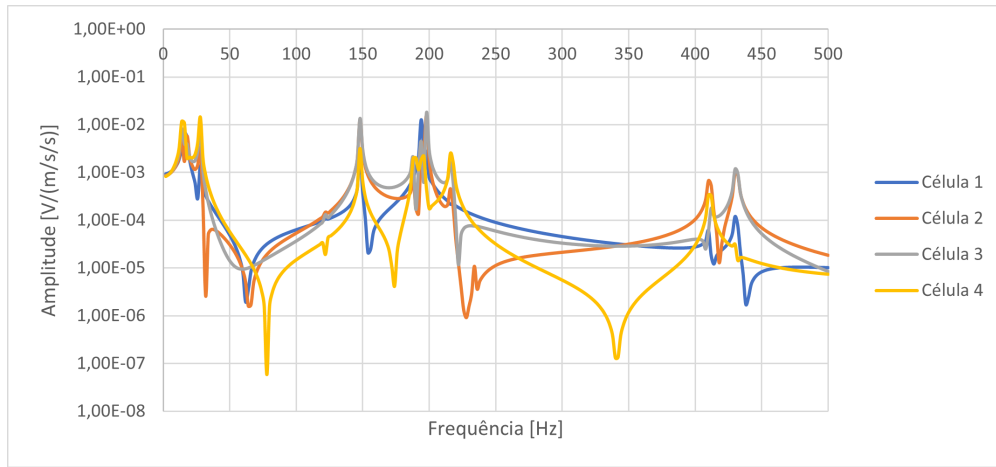
Um dos fatores mais relevantes para o design das vigas unitárias a fim de que sejam aplicadas na metaestrutura de placa para supressão de vibrações mecânicas é a aparição dos picos de ressonância na resposta em frequência das massas das vigas em faixas de frequência

de interesse de supressão de vibração da amplitude de resposta da placa. Como discutido anteriormente, e apresentado nas Figuras 55(a) a 55(h), as duas regiões de aparição de picos ressonantes na resposta das massas das vigas unitárias para a placa com 16 vigas sem material piezelétrico ocorrem, primeiramente, próximo ao valor de 0 Hz e depois no centro do intervalo de 100 a 200 Hz de frequência. Como já apresentado, a ocorrência destes picos ressonantes está ligado diretamente às faixas de interesse de supressão de vibração na placa nas quais podem ocorrer a aparição de *bandgaps*, por exemplo. Logo, é importante que o design das vigas unitárias seja realizado tanto em aspectos geométricos quanto na escolha de seus materiais e nos materiais das massas concentradas de tal forma que as frequências naturais ligadas à resposta da viga unitária sejam alocadas em faixas de frequências de interesse para a supressão de vibrações mecânicas da placa.

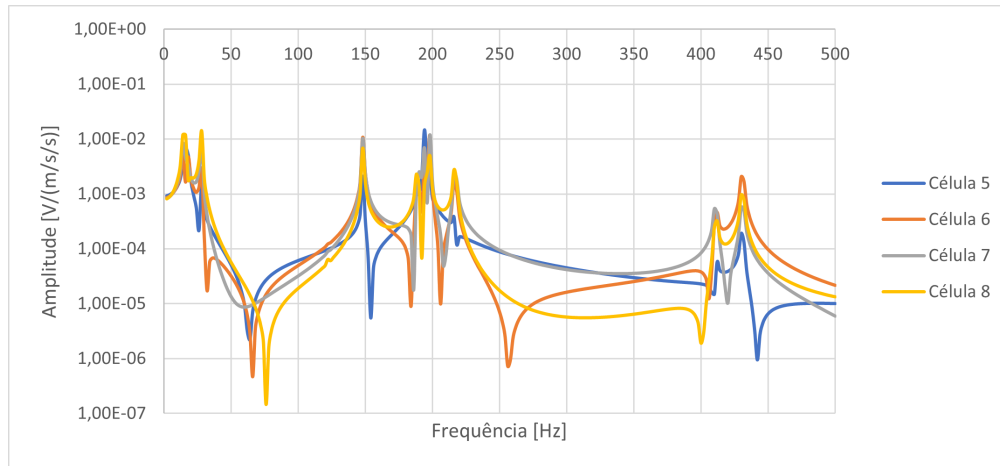
Já para a resposta das massas quando na presença de material piezelétrico nas vigas unitárias, como mostrado nas Figuras 55(a) a 55(h), não há grande mudança no primeiro pico ressonante próximo à 0 Hz de frequência, entretanto, é notável que, para a região onde havia a segunda faixa com picos ressoanante no intervalo de 100 a 200 Hz quando sem a presença de material piezelétrico ocorre uma mudança muito evidente na amplitude e posição dos picos ressonantes das massas devido a adição de material piezelétrico nas vigas. Por exemplo, para o resultado da massa 2 com material piezelétrico na viga apresentado na Figura 55(b), a região onde havia os picos ressonantes é reduzida em relação às faixas de frequências que abrange, aparecendo um pico ressonante próximo ao valor de frequência de 200 Hz. Caso seja comparada a ocorrência do pico ressonante da viga com massa concentrada e com material piezelétrico na Figura 55(b) próximo a 200 Hz com o resultado da resposta em frequência da placa próxima ao rasgo onde está essa viga na Figura 54(b), será possível notar a ocorrência de um *bandgap* próximo à frequência de 200 Hz na resposta da placa na Figura 54(b). Esse fenômeno mostra que as frequências onde ocorrem os picos ressoantes das massas concentradas nas vigas tem grande importância na determinação da supressão de vibração da placa e também que a adição do material piezelétrico tem influência na modificação da resposta em frequência das vigas unitárias e, conseqüentemente, na resposta da placa.

A Figura 56 apresenta os resultados para afunção transferência de tensão elétrica em relação à aceleração de entrada na base da placa em cada camada de material piezelétrico nas vigas unitárias indicadas na Figura 47 e enumeradas segundo a mesma ordem das massas na Figura 49. O termo *célula* será utilizado para facilitar a localização de qual piezelétrico está sendo referenciado. Por exemplo, o termo *célula 1* na Figura 56 se refere ao material piezelétrico na mesma viga que a massa de número 1 da Figura 49. Para a condição imposta de 0 Voltz na face da camada de material piezelétrico em contato com a viga (condição de contorno como mostrado na Figura 26), é possível dizer que a camada de piezo está em uma condição de circuito aberto, ou seja, resistência muito elevada.

Figura 56 – Comparação da tensão elétrica média em cada camada de material piezelétrico para cada viga da placa com 16 células unitárias.



(a) Tensão elétrica nas células 1 a 4



(b) Tensão elétrica nas células 5 a 8

Fonte: elaborado pelo Autor

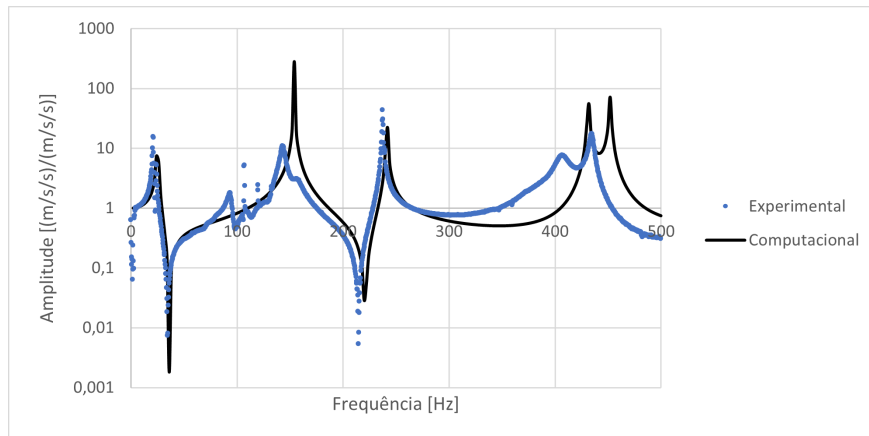
Os resultados apresentados nas Figuras 56(a) e 56(b) mostram que os maiores valores de tensão elétrica gerados para o material piezelétrico, na faixa de frequências analisada, ocorrem próximos aos mesmos valores de frequência para todas as células. Para o caso analisado, os maiores picos de tensão elétrica ocorrem próximos aos valores de frequência de 25 Hz, 150 Hz, 200 Hz e 425 Hz respectivamente. Comparando os resultados das células das Figuras 56(a) e 56(b) com os resultados com material piezelétrico de suas respectivas massas nas Figuras 55(a) a 55(h), é possível perceber que os picos de tensão elétrica no material piezelétrico ocorrem nos mesmos valores de frequência em que cada massa possui pico de resposta em frequência para a função transferência de aceleração. Ou seja, o máximo valor de energia elétrica extraído para a colheita passiva de energia é diretamente influenciado pelas frequências nas quais as vigas possuem resposta ressonante e que, como discutido anteriormente, está ligado ao design das vigas unitárias utilizadas

na metaestrutura da placa.

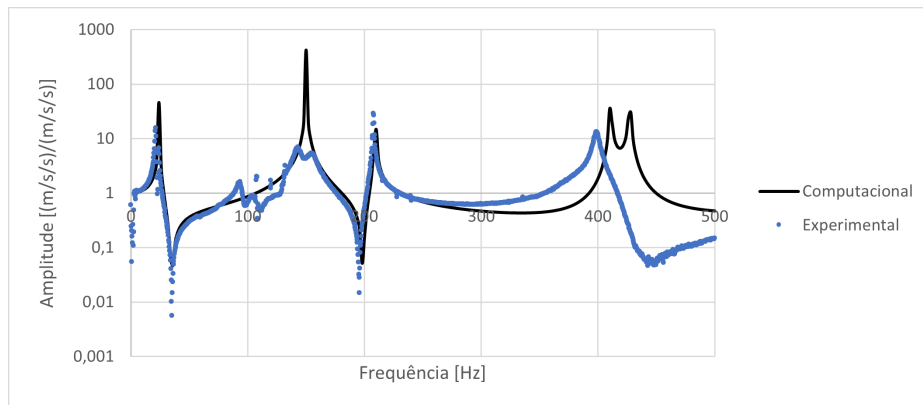
6.2.3 Comparação dos resultados computacionais de elementos finitos com os resultados experimentais.

A seguir serão apresentadas comparações entre os diferentes resultados experimentais e os resultados experimentais e os respectivos resultados computacionais para os modelos reais e de elementos finitos. A Figura 57 mostra a comparação dos resultados experimentais com os computacionais no centro da placa (ponto 3 de medição experimental) para a resposta em frequência de aceleração. Já a Figura 58, apresenta os mesmos tipos de resultados comparativos mas para o ponto 4 de medição experimental. A Figura 59 apresenta a comparação do resultado experimental com o computacional para a resposta em frequência da função transferência de aceleração para o ponto próximo ao rasgo da célula 1 (ponto 6 de medição experimental). A Figura 60 apresenta a comparação do resultado experimental com o computacional para a resposta em frequência da função transferência de aceleração para o ponto próximo ao rasgo da célula 8 (ponto 13 de medição experimental). Os pontos de medição experimental podem ser verificados na Figura 38 representados pelos pontos vermelhos com números internos.

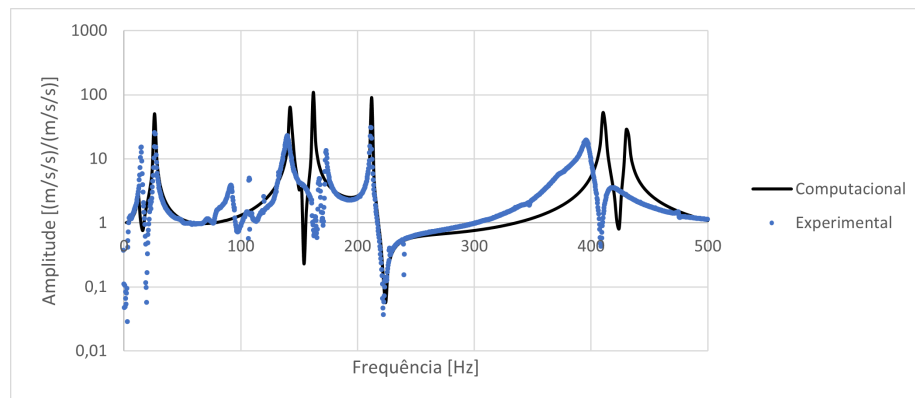
Figura 57 – Comparação da resposta harmônica no centro das placas .



(a) Placa cheia



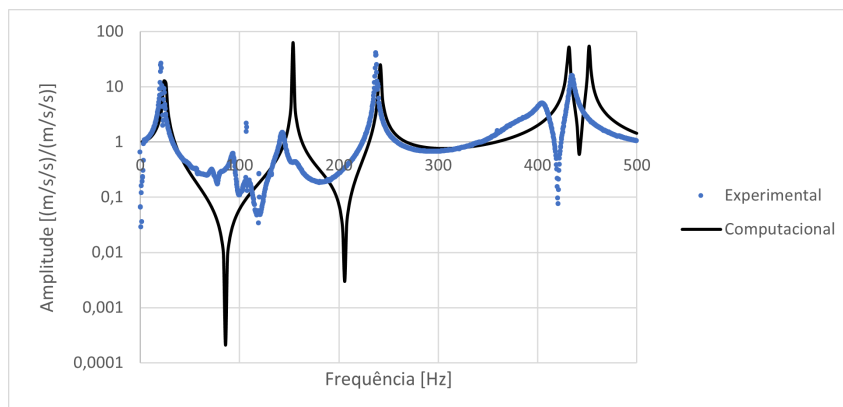
(b) Placa vazada



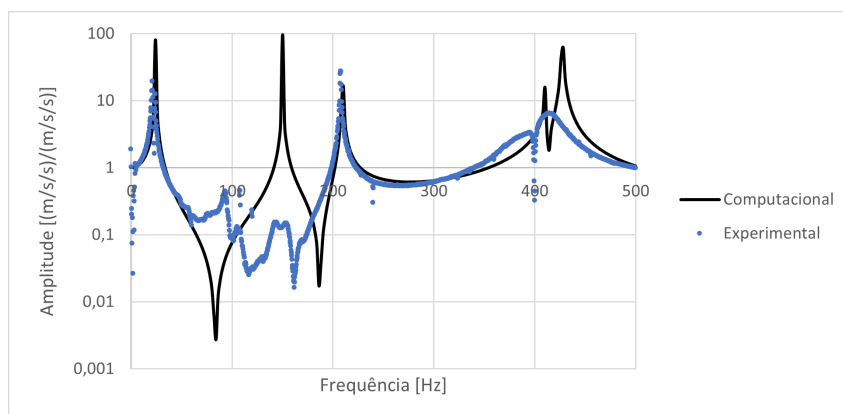
(c) Metaestrutura sem piezo

Fonte: elaborado pelo Autor

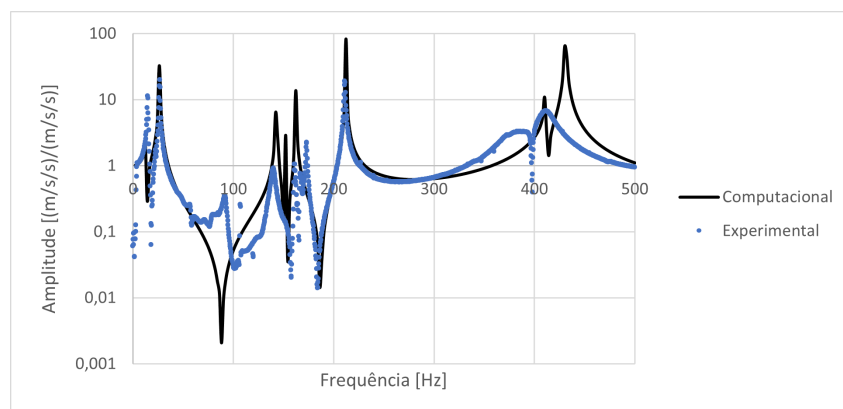
Figura 58 – Comparação da resposta harmônica no ponto 4 de medição experimental das placas.



(a) Placa cheia



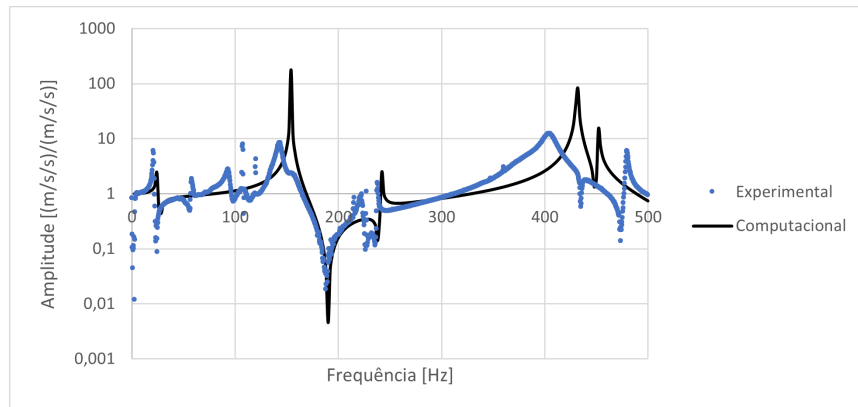
(b) Placa vazada



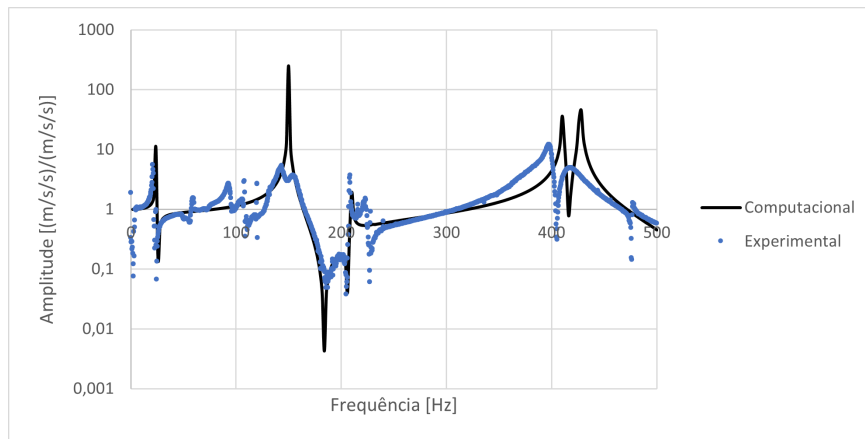
(c) Metaestrutura sem piezo

Fonte: elaborado pelo Autor

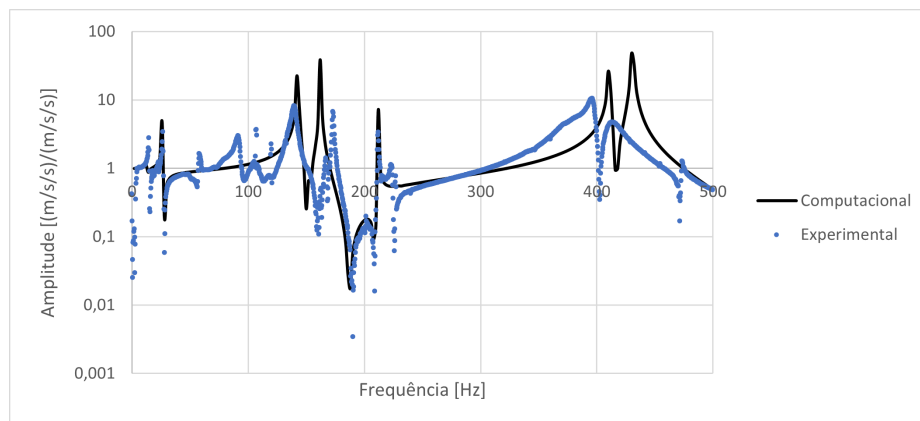
Figura 59 – Comparação da resposta próximo à célula 1.



(a) Placa cheia



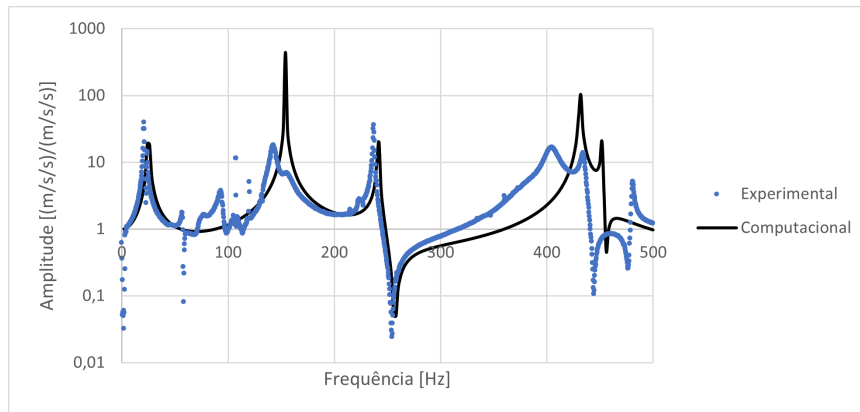
(b) Placa vazada



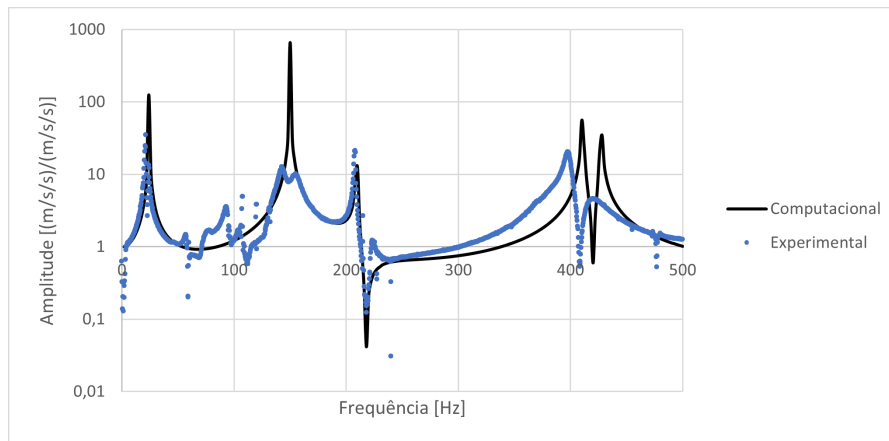
(c) Metaestrutura sem piezo

Fonte: elaborado pelo Autor

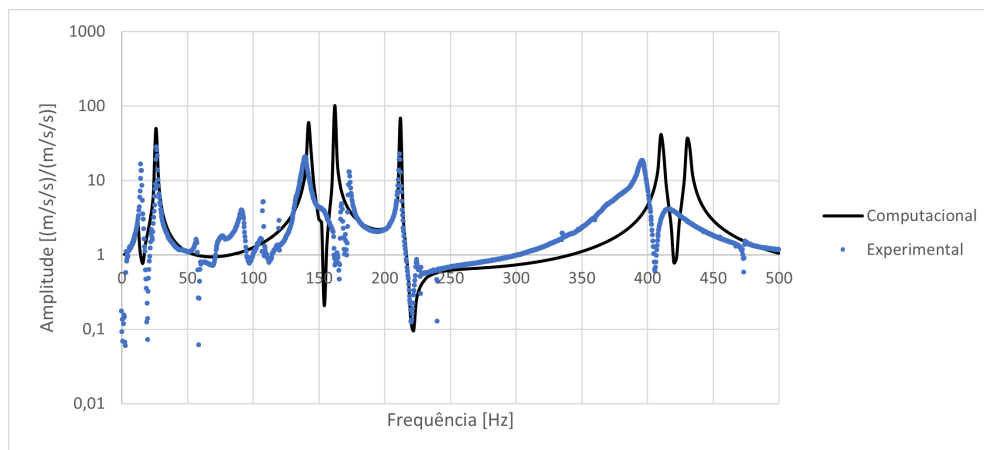
Figura 60 – Comparação da resposta próximo à célula 8 (ponto 13).



(a) Placa cheia



(b) Placa vazada



(c) Meataestrutura sem piezo

Fonte: elaborado pelo Autor

Os resultados apresentados nas Figuras 57(a) a 57(c) evidenciam boa proximidade em determinadas faixas de frequência entre a previsão do resultado numérico obtido pelo modelo de elementos finitos e os resultados de medições experimentais para os três modelos de placas. Para os três modelos nas Figuras 57(a) a 57(c), as faixas de frequência de 0 a

100 Hz e de 200 a 300 Hz são aquelas que apresentam maior concordância entre previsão numérica computacional e os resultados experimentais. Para esses intervalos de frequência, tanto os picos ressonantes quanto as antirressonâncias são bem previstas. Certas diferenças numéricas nas amplitudes são notáveis, e isso se dá principalmente pela necessidade de ajuste do valor de amortecimento proporcional á rigidez dos modelos computacionais em relação aos modelos físicos reais de placa utilizados nas experimentações.

Segundo os resultados experimentais das Figuras 57(a) a 57(c), próximo à frequência de 100 Hz, ocorre um pico ressonante de menor amplitude em relação aos demais picos ressonantes em toda a faixa de frequência apresentada. Este fenômeno não é previsto no resultado computacional para os três modelos devido ao fato de que possivelmente algum modo de vibrar não é considerado de maneira efetiva para o tipo de carregamento ideal do modelo de elementos finitos que seria considerado no resultado experimental com carregamento real. Da mesma forma, isso ocorre para o pico ressonante próximo á frequência de 150 Hz e apresentado pelo resultado computacional nas Figuras 57(a) e 57(b). Neste caso, o resultado computacional provavelmente considera maior participação de um modo de vibrar que não tem tanta participação no valor de resposta da placa obtido experimentalmente. Uma maior discrepância nos resultados experimentais em relação aos computacionais também pode ser notada para resultados em frequências acima de 300 Hz.

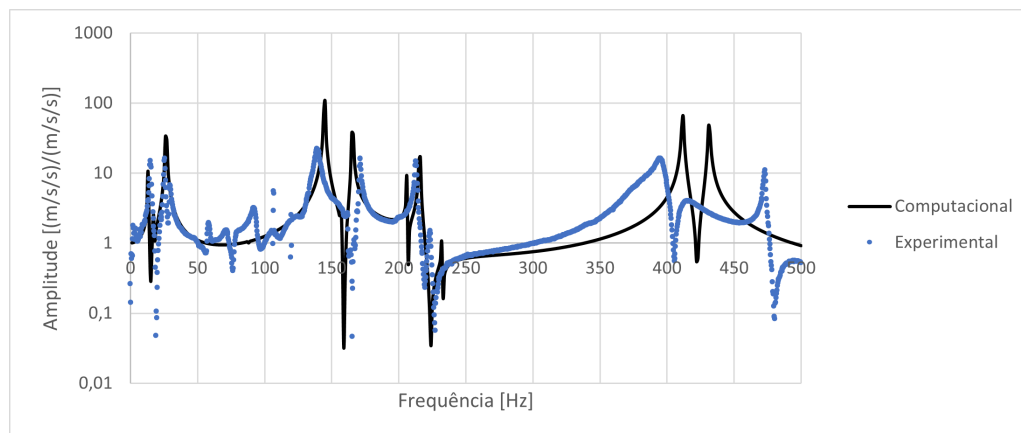
Outro parâmetro que faz os resultados experimentais e computacionais serem distanciados é que os modelos de elementos finitos utilizados consideram a placa como um corpo isotrópico com propriedades elásticas e inerciais idealmente distribuídas em todo seu volume enquanto que o modelo real da placa pode possuir propriedades não uniformemente distribuídas. Também, é importante ressaltar que o modelo de elementos finitos da placa é simplificado geometricamente em relação ao modelo experimental, logo são desconsiderados efeitos inerciais e elásticos de corpos de fixação existentes nos modelos reais utilizados nas experimentações.

Os resultados computacional e experimental da Figura 57(c) mostram que a aparição do *bandgap* dentro do intervalo de frequência de 100 a 200 Hz foi bem previsto numericamente pelo modelo elementos finitos, possuindo discrepâncias justificáveis segundo oque já foi explicado anteriormente. Para os demais resultados apresentados nos conjuntos de Figuras 58 a 60 são válidas as mesmas análises feitas para os resultados do conjunto de Figuras 57. Os resultados dos conjuntos de Figuras 58 a 60 são apresentados de tal forma à validar e ressaltar oque foi discutido para os resultados do conjunto de Figuras 57.

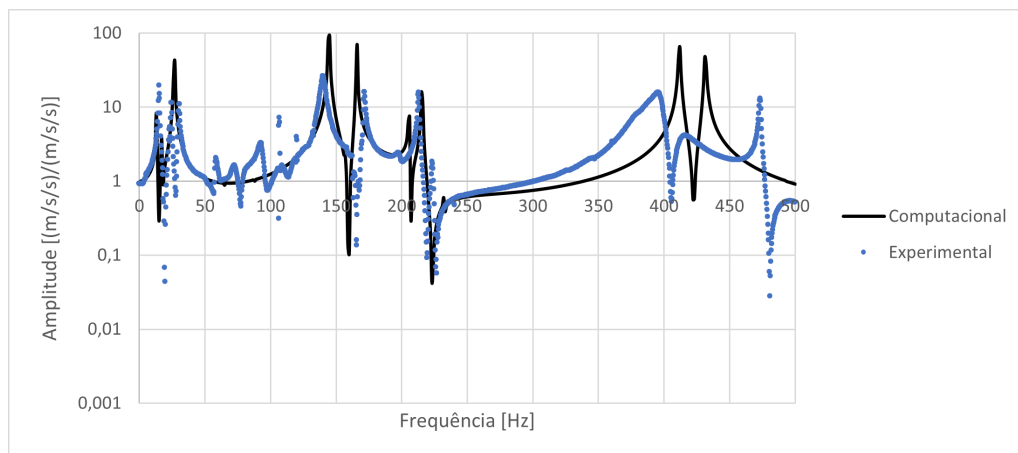
O conjunto de Figuras 61 apresenta a comparação entre o resultado computacional e experimental para modelos de placa com apenas uma camada de material piezelétrico em diferentes vigas unitárias na metaestrutura. O modelo de elementos finitos é semelhante ao modelo de metaestrutura com piezelétrico apresentado anteriormente na Figura 30(c), com as mesmas propriedades e condições de contorno apenas considerando uma das vigas

com material piezelétrico e as demais sem material piezelétrico, sendo elaborados de forma a serem semelhantes aos seus respectivos modelos experimentais reais.

Figura 61 – Comparação da resposta próximo à célula 12 com apenas uma camada de material piezelétrico em diferentes vigas.



(a) Medição no ponto 17 e piezo na célula 7



(b) Medição no ponto 17 e piezo na célula 12

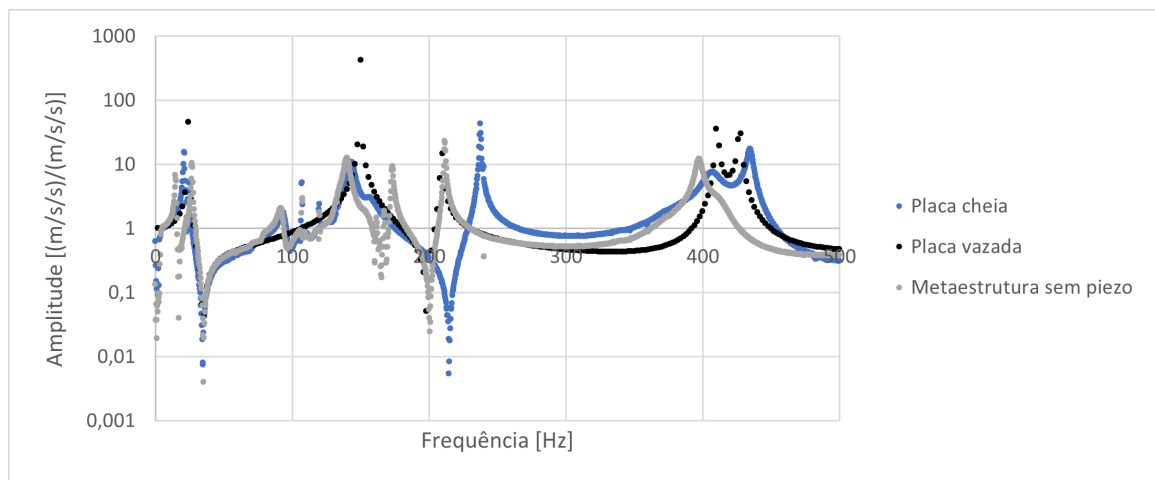
Fonte: elaborado pelo Autor

Os resultados das Figuras 61(a) e 61(b) novamente demonstram proximidade no comportamento dinâmico previsto pelos modelos de elementos finitos e os resultados para o comportamento dinâmico obtidos experimentalmente. São reforçadas as discussões feitas para os vários resultados comparativos nos conjuntos de Figuras 57 a 60. Para o caso com a presença de apenas uma viga com material piezelétrico e as demais vigas unitárias sem este material, como no conjunto de Figuras 61, é importante ressaltar que, de forma global, a rigidez adicional do material piezelétrico não tem grande influencia na supressão de vibração mecânica da placa como no caso de todas as vigas com a presença de material piezelétrico como apresentado nos resultados computacionais do conjunto de Figuras 53.

A Figura 62 mostra a comparação entre os resultados experimentais obtidos para

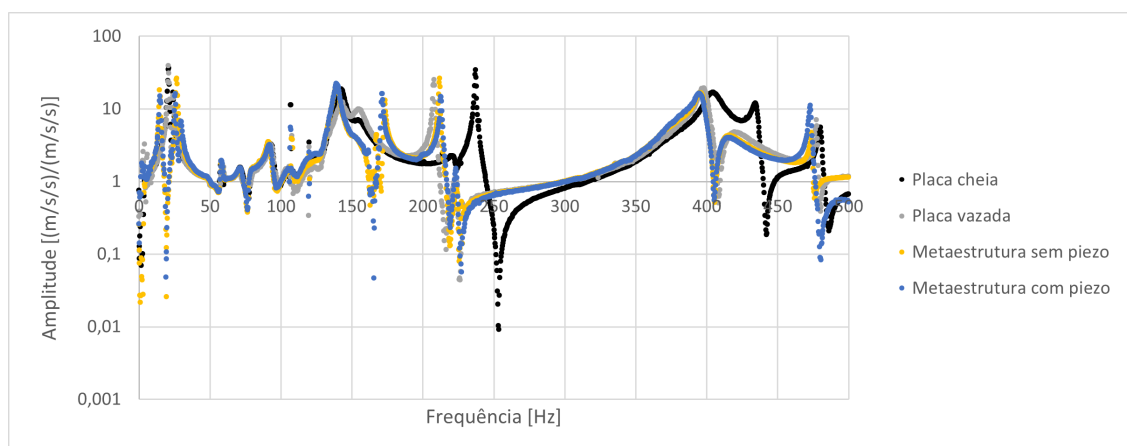
os modelos de placa excluindo o modelo de metaestruturas com material piezelétrico. Os resultados são referentes à resposta em frequência para a função transferência de aceleração no centro das placas (ponto 3 de medição experimental). Já a Figura 63 apresenta a resposta em frequência para a função transferência de aceleração dos modelos de placa no ponto de medição experimental de número 17. O resultado com piezelétrico se refere ao modelo de placa experimental real no qual apenas a viga unitária de numeração 12 possui material piezelétrico.

Figura 62 – Comparação entre os resultados experimentais no centro dos modelos de placa (ponto 3 de medição experimental).



Fonte: elaborado pelo Autor

Figura 63 – Comparação entre os resultados experimentais proximo à célula 12 (Ponto 17).



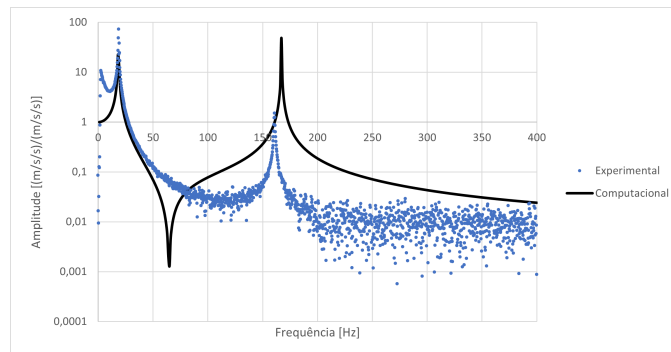
Fonte: elaborado pelo Autor

Os resultados experimentais presentes na Figura 62 são qualitativamente concordes com o comportamento das curvas apresentadas nos conjunto de Figuras 53(b) obtido pelos modelos de elementos finitos computacionais. Ou seja, a adição de rasgos ao

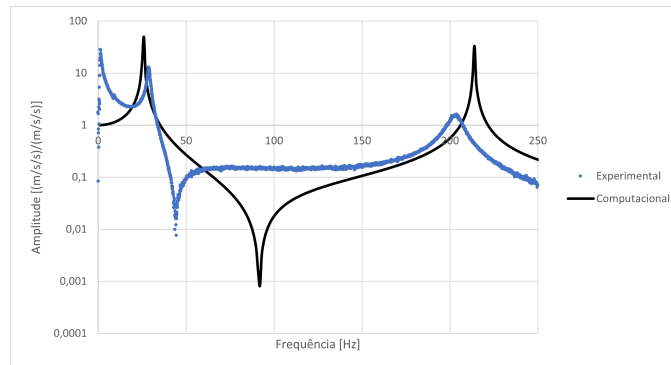
modelo da placa demonstra ter o mesmo efeito sob a resposta em frequência para a função transferência da placa previsto computacionalmente. Da mesma forma, a aparição dos *bandgaps* quando adicionadas as vigas unitárias sem material piezelétrico é bem prevista como foi feito para a solução computacional. Os resultados da Figura 63 são semelhantes aos da Figura 62. Os efeitos advindos da adição de rasgos e das vigas unitárias sem amaterial piezelétrico são os mesmos. O resultado apresentado para a dição do material piezoelétrcio ao ser comparado com o resultado sem o material demonstra a pouca influência da adição de uma única viga com material piezelétrico na aceleração da placa.

O conjunto de Figuras 64(a) compara resultados computacionais e experimentais da resposta no domínio da frequência para a função transferência de aceleração das massas. A Figura 64(a) é a resposta da massa na ponta da viga sem material piezelétrico e a Figura 64(b) é a resposta da massa na ponta da viga com material piezelétrico. Os resultados experimentais são relacionados às vigas isoladas da placa como mostrado no modelo do ensaio experimental no conjunto de Figuras 37. Os resultados computacionais com e sem material piezelétrico são referentes aos modelos apresentados nas Figuras 33(a) e 33(b) respectivamente.

Figura 64 – Comparação dos resultados computacionais e experimentais para a resposta das massas.



(a) Sem material piezelétrico



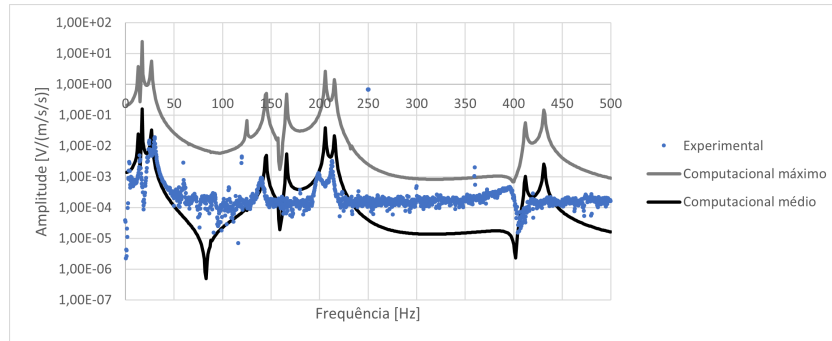
(b) Com material piezelétrico

Fonte: elaborado pelo Autor

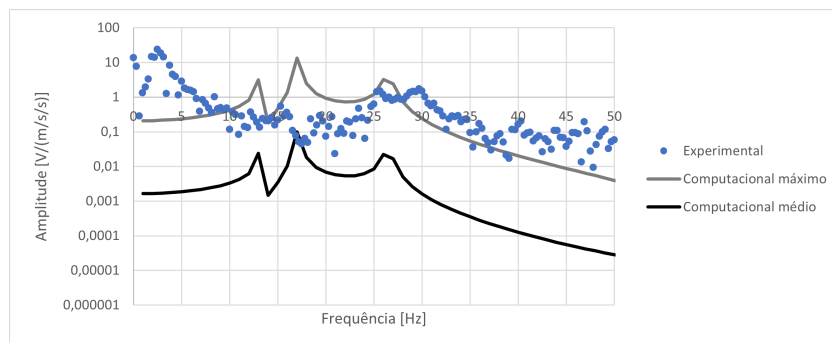
Os resultados apresentados nas Figuras 64(a) e 64(b) mostram proximidade entre os valores experimentais e computacionais na região do primeiro pico ressonante que ocorre tanto para o resultado com quanto sem material piezelétrico na faixa de frequência de 0 a 50 Hz. Os resultados para a antirressonância com e sem material piezelétrico não possuem concordância entre os valores computacionais e experimentais. Já o segundo pico ressonante tem seu valor de frequência bem previsto pelo resultado computacional sem material piezelétrico, entretanto, sua amplitude não apresenta proximidade com os valores experimentais. O resultado computacional não apresenta boa concordância com o experimental para o segundo pico ressonante da viga com material piezelétrico.

O conjunto de Figuras 65 apresenta comparativamente os resultados computacionais e experimentais da resposta no domínio da frequência para a função transferência de tensão elétrica em relação à aceleração de entrada no engaste da placa. Para os resultados computacionais é apresentado o resultado para o valor médio para a tensão elétrica no material piezelétrico do modelo de elementos finitos e também o valor máximo no mesmo modelo. Os modelos de elementos finitos dos quais foram extraídos os resultados são aqueles nos quais são presentes apenas uma viga com material piezelétrico e as demais sem o material, assim como explicado para os resultados do conjunto de Figuras 61.

Figura 65 – Comparação dos resultados computacionais e experimentais para tensão no material piezelétrico.



(a) Tensão no piezo na célula 7



(b) Tensão no piezo na célula 12

Fonte: elaborado pelo Autor

A Figura 65(a) mostra o resultado quando a camada de material piezelétrico está na célula 7. Os valores obtidos experimentalmente estão próximos aos valores médios de tensão elétrica previstos computacionalmente para faixas de frequências que estão abaixo 250 Hz. A previsão obtida para os valores de tensão na Figura 65(a) é relativamente boa devido ao fato de ser difícil definir com exatidão as propriedades relacionadas ao material piezelétrico e também à não uniformidade destas propriedades no material piezelétrico utilizado na experimentação. O resultado mostrado na Figura 65(b) é referente ao modelo no qual há material piezelétrico apenas na célula 12 da metaestrutura. O resultado foi obtido para a faixa de frequência de 0 a 50 Hz. O resultado obtido experimentalmente apresenta grande distanciamento em relação ao resultado computacional. Este fato ocorre provavelmente por degradação do material piezelétrico durante os ensaios experimentais e também por provável curto-circuito sofrido pela camada piezelétrica durante a experimentação. Apesar da menor qualidade do resultado em comparação ao obtido na Figura 65(b), é notável semelhança dos valores experimental e computacional máximo para a faixa de 25 a 50 Hz de frequência na Figura 65(b).

7 CONCLUSÃO

Foi possível estudar o comportamento da metaestrutura com o auxílio do *software* de elementos finitos *Ansys® Student 2021 R2* e, assim, compara-los com os resultados experimentais. Grande parte dos fenômenos como a parição de *bandgaps*, antirressonâncias e picos ressoanantes foram bem previstos pelos resultados computacionais e confirmados pelos resultados experimentais. Foram abordados os principais fenômenos induzidos na estrutura da placa tanto pela adição de vigas unitárias quanto pela adição de material piezoelétrico, demonstrando que é possível controlar o comportamento dinâmico para supressão de vibrações mecânicas da placa a partir do design das vigas unitárias, de sua posição e quantidade na placa. Também, foi mostrada a geração de tensão elétrica a partir das vigas unitárias com material piezoelétrico ao mesmo tempo que a supressão de vibrações mecânicas era realizada de forma passiva quando a metaestrutura era submetida ao carregamento externo. Ou seja, a metaestrutura de placa demonstrou possuir potencial para a coleta passiva de energia mecânica e sua conversão em energia elétrica utilizável.

A importância do design das vigas unitárias para a supressão passiva de vibração mecânica nas placas foi apresentada nos resultados computacionais e comprovada pelos resultados experimentais. Os valores de frequência nos quais ocorrem os modos de vibrar das vigas unitárias mostraram ter fator elevado de influência tanto na resposta harmônica da placa quanto na geração de tensão elétrica. Os picos ressonantes de aceleração das vigas unitárias mostraram estar ligados à ocorrência da máxima tensão elétrica gerada pelo material piezoelétrico ao mesmo tempo que *bandgaps* poderiam ser induzidos na resposta harmônica da metaestrutura de placa.

Foram criados modelos que obtiveram boas previsões numéricas para a resposta no domínio da frequência tanto para a função transferência de aceleração quanto para tensão elétrica em relação à aceleração de entrada na base do modelo de placas *cantiléver*. Os modelos criados, apesar de suas simplificações geométricas, demonstraram bons resultados tanto para a análise modal quanto para a resposta harmônica. Logo, foi possível mostrar que o *software* de elementos finitos *Ansys® Student 2021 R2* oferece ferramentas e métodos de solução para o problema harmônico em questão eficientes o suficiente para prever o comportamento dinâmico da placa submetida ao carregamento imposto.

Os resultados computacionais, por serem em grande parte concordantes com os obtidos experimentalmente, demonstraram que é possível prever de maneira eficiente a partir de um modelo geometricamente simplificado o comportamento dinâmico das metaestruturas. Não foram necessários desenvolvimentos matemáticos demasiadamente complexos para a elaboração dos modelos de elementos finitos e obtenção dos seus resultados, sendo necessário apenas os conceitos fundamentais sobre a análise harmônica,

reposta harmônica e formulação matemática para o comportamento piezoelétrico. Esse fato contribui para a maior agilidade no design das metaestruturas e também para a previsão dos resultados experimentais obtidos.

As discordâncias entre os resultados experimentais e computacionais foram justificadas por fatores de simplificação do modelo computacional em relação ao modelo real utilizado nos experimentos, dificuldades na determinação exata das propriedades mecânicas dos materiais empregados e erros advindos da experimentação. A aplicabilidade das metaestruturas de placa no setor aeronáutico foi justificada a partir da apresentação de diversas referências presentes na revisão de literatura que apresenta vários estudos que reforçam a importância do desenvolvimento de pesquisas para a criação de metaestruturas e o entendimento de seu comportamento e, também, a necessidade da criação de novas fontes renováveis de obtenção passiva de energia.

Para trabalhos futuros são sugeridos os seguintes tópicos:

- Realização de estudo mais aprofundado das propriedades físicas dos materiais no comportamento dinâmico da metaestrutura de placa;
- Desenvolvimento de modelos matemáticos contínuos para a metaestrutura apresentada neste trabalho e sua solução analítica;
- Desenvolvimento de modelos discretos para a metaestrutura apresentada neste trabalho e sua solução numérica;
- Estudo da aplicação de vigas unitárias com efeitos não lineares induzidos na estrutura de placa.

REFERÊNCIAS

- ABDELJABER, O. et al. Optimization of linear zigzag insert metastructures for low-frequency vibration attenuation using genetic algorithms. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Elsevier, v. 84, p. 625–641, 2017.
- ANIGBOGU, W.; BARDAWEEL, H. A metamaterial-inspired structure for simultaneous vibration attenuation and energy harvesting. **Shock and Vibration**, Hindawi, p. 1–12, 2020.
- ANSARI, M.; KARAMI, M. A. Modeling and experimental verification of a fan-folded vibration energy harvester for leadless pacemakers. **Journal of Applied Physics**, AIP Publishing, v. 119, n. 9, p. 094506, 2016.
- _____. A sub-cc nonlinear piezoelectric energy harvester for powering leadless pacemakers. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, SAGE, v. 1, n. 1, p. 1–8, 2017.
- ANSARI, M. H.; KARAMI, M. A. Piezoelectric energy harvesting from heartbeat vibrations for leadless pacemakers. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 660, n. 1, p. 012121, 2015. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/1742-6596/660/i=1/a=012121>>.
- ANTON, S. R.; SODANO, H. A. A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003–2006). **Smart materials and Structures**, IOP Publishing, v. 16, n. 3, p. R1, 2007.
- ARIDOGAN, U.; BASDOGAN, I.; ERTURK, A. Multiple patch-based broadband piezoelectric energy harvesting on plate-based structures. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 25, n. 14, p. 1664–1680, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X14544152>>.
- _____. Random vibration energy harvesting on thin plates using multiple piezopatches. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 27, n. 20, p. 2744–2756, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/1045389X16635846>>.
- ASHRAF, K. et al. Improved energy harvesting from low frequency vibrations by resonance amplification at multiple frequencies. **Sensors and Actuators A: Physical**, Elsevier, n. 195, p. 123–132, 2013.
- BABAEI, S.; WANG, P.; BERTOLDI, K. Three-dimensional adaptive soft phononic crystals. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 117, p. 1–10, 2015.
- BEEBY, S. P.; TUDOR, M. J.; WHITE, N. M. Energy harvesting vibration sources for microsystems applications. **Measurement Science & Technology**, v. 17, n. 12, p. 175–195, 2006.
- BELI, D.; ARRUDA, J. R. F.; RUZZENE, M. Wave propagation in elastic metamaterial beams and plates with interconnected resonators. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 139, p. 105–120, 2018.

BELI, D. et al. Wave attenuation and trapping in 3d printed cantilever-in-mass metamaterials with spatially correlated variability. **Nature Scientific Reports**, Springer Nature, v. 9, n. 5617, p. 1–11, 2019.

_____. Wave attenuation and trapping in 3d printed cantilever-in-mass metamaterials with spatially correlated variability. **Nature Scientific Reports**, Springer Nature, v. 9, n. 5617, p. 1–11, 2019.

BETTS, D. et al. **Static and dynamic analysis of bistable piezoelectric- composite plates for energy harvesting**. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2012. 53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference ; Conference date: 23-04-2012 Through 26-04-2012.

BETTS, D. N. et al. Modelling the dynamic response of bistable composite plates for piezoelectric energy harvesting. In: _____. **55th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference**. [s.n.]. Disponível em: <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2014-0154>.

CHARNEGIE, D. Frequency tuning concepts for piezoelectric cantilever beams and plates for energy harvesting. 2007. Disponível em: <http://d-scholarship.pitt.edu/7865/>.

CHEN, J. et al. A metamaterial structures capable of wave attenuation and concurrent energy harvesting. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Sage, v. 30, n. 20, p. 2973–2981, 2019.

CHEN, L.; JIANG, W. Internal resonance energy harvesting. **Sound and Vibration**, Springer, v. 82, n. 3, p. 57–66, 2015.

CHEN, Z. et al. Metamaterials -based enhanced energy harvesting: a review. **Physica B**, Elsevier, v. 438, p. 1–8, 2014.

_____. Elastic-electro-mechanical modeling and analysis of piezoelectric metamaterial plate with a self-powered synchronized charge extraction circuit for vibration energy harvesting. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 143, p. 106824, 2020. ISSN 0888-3270. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327020302107>.

COOK-CHENNAULT; THAMBI N., S. A. M. Powering mems portable devices-a review of non-regenerative and regenerative power supply systems with special emphasis on piezoelectric energy harvesting systems. **Smart Materials and Structures**, IOP, v. 17, p. 1–33, 2008.

DAGDEVIREN, C. et al. Conformal piezoelectric energy harvesting and storage from motions of the heart, lung, and diaphragm. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, National Academy of Sciences, v. 111, n. 5, p. 1927–1932, 2014. ISSN 0027-8424. Disponível em: <http://www.pnas.org/content/111/5/1927>.

DETERRE, M. et al. Energy harvesting system for cardiac implant applications. In: IEEE. **Design, Test, Integration and Packaging of MEMS/MOEMS (DTIP), 2011 Symposium on**. [S.l.], 2011. p. 387–391.

DETERRE, M.; LEFEUVRE E, W. M. B. B. D. M. R. Micro blood pressure energy harvester for intracardiac pacemaker. **Journal of Microelectricalmechanical Systems**, IEEE, v. 23, n. 3, p. 651–660, 2014.

EL-BORGI, S. et al. Multiple bandgap formation in a locally resonant linear metamaterial beam: theory and experiments. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 488, p. 1–25, 2020.

ELMADIH, W. et al. Three-dimensional resonating metamaterials for low frequency vibration attenuation. **Nature Scientific Reports**, Springer Nature, v. 9, n. 11503, p. 1–8, 2019.

ERTURK, A.; INMAN, D. J. A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 130, p. 1–15, 2008.

_____. On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 18, n. 10, p. 1311–1325, 2008.

_____. **Piezoelectric Energy Harvesting**. first. [S.l.]: Wiley, 2011.

ERTURK, A.; RENNO, J.; INMAN, D. Modeling of piezoelectric energy harvesting from an l-shaped beam-mass structure with an application to uav's. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 20, n. 1, p. 529–544, 2009.

FRANCO, V. R. **Optimization Techniques Applied to Piezoelectric Vibration Energy Harvesting Systems**. 2013. Tese (Doutorado) — Sao Carlos School of Engineering, University of Sao Paulo, Brazil, 2013.

FRANCO, V. R.; VAROTO, P. S. Parameter uncertainties in the design and optimization of cantilever piezoelectric energy harvesters. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Elsevier, v. 93, n. 1, p. 593–609, 2017.

GALBIER, A.; KARAMI, M. A. Using an elastic magnifier to increase power output and performance of heart-beat harvesters. **Smart Materials and Structures**, IOP, v. 26, p. 1–16, 2017.

GIL, M.; BONACHE, J.; MARTIN, F. Metamaterial filters: a review. **Metamaterials**, Elsevier, v. 2, p. 186–197, 2008.

GOLDFARB, M.; JONES, L. D. On the efficiency of electric power generation with piezoelectric ceramic. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, ASME, v. 121, n. 3, p. 566–571, 1999.

GORMAN, D. Free vibration analysis of cantilever plates by the method of superposition. **Journal of Sound and Vibration**, v. 49, n. 4, p. 453–467, 1976. ISSN 0022-460X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022460X76908282>>.

HANNAN, M. et al. Energy harvesting for implantable biomedical devices: issues and challenges. **Biomedical Engineering Online**, v. 13, n. 79, p. 1–23, 2014.

HARNE, R. L. Modeling and analysis of distributed electromagnetic oscillators for broadband vibration attenuation and concurrent energy harvesting. **Applied Mathematical Modelling**, v. 37, n. 6, p. 4360–4370, 2013. ISSN 0307-904X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X12005781>>.

HU, G.; TANG, L.; DAS, R. Internally coupled metamaterial beam for simultaneous vibration suppression and low frequency energy harvesting. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 123, p. 1–17, 2018.

HUSSEIN, M. I.; FRAZIER, M. J. Band structure of phononic crystals with general damping. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 108, p. 1–12, 2010.

KARAMI, M. A.; INMAN, D. J. Analytical modeling and experimental verification of the vibrations of the zigzag microstructure for energy harvesting. **Journal of Vibration and Acoustics**, American Society of Mechanical Engineers, v. 133, n. 1, p. 011002, 2011.

LEO, D. J. **Engineering analysis of smart material systems**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007.

LI, H.; TIAN, C.; DENG, Z. Energy harvesting from low frequency applications using piezoelectric materials. **Applied Physics Letters**, AIP, v. 1, n. 1, p. 041301–041301–20, 2014.

LI, R. et al. On new analytic free vibration solutions of rectangular thin cantilever plates in the symplectic space. **Applied Mathematical Modelling**, v. 53, p. 310–318, 2018. ISSN 0307-904X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X17305620>>.

LIEN, I. C.; SHU, Y. C. Array of piezoelectric energy harvesting by the equivalent impedance approach. **Smart Materials and Structures**, v. 21, n. 8, p. 082001, 2012. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0964-1726/21/i=8/a=082001>>.

LU, M. H.; FENG, L.; CHEN, Y. F. Phononic crystals and acoustic metamaterials. **Materials Today**, Elsevier, v. 12, n. 12, p. 1–9, 2009.

MITCHESON, P. D. Energy harvesting for human wearable and implantable bio-sensors. In: IEEE. **32nd Annual International Conference of the IEEE EMBS**. [S.l.], 2010. p. 3432–3436.

NASLAUSKI, M. G.; HENKES, J. A. Fontes alternativas de energia para a aviação: Uma análise sobre o uso de energias renováveis. **Revista Brasileira de Aviação Civil e Ciências Aeronáuticas**, v. 1, n. 1, p. 103–126, abr. 2021. Disponível em: <<https://rbac.cia.emnuvens.com.br/revista/article/view/8>>.

NOUH, M.; ALDRAIHEM, O.; BAZ, A. Vibration characteristics of metamaterial beams with periodic local resonances. **Journal of Vibration and Acoustics**, ASME, v. 136, p. 1–12, 2014.

PAN, W.; TANG, W.; TANG, J. Evaluation of uncertainty effects to band gap behavior of circuitry-integrated piezoelectric metamaterials using order-reduced analysis. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Sage, v. 29, n. 12, p. 2677–2692, 2018.

PILLATSCH, P. et al. Degradation of bimorph piezoelectric bending beams in energy harvesting applications. **Smart Materials and Structures**, v. 26, n. 3, p. 035046, 2017. Disponível em: <<http://stacks.iop.org/0964-1726/26/i=3/a=035046>>.

RAO, S. **Vibrations of Continuous Systems**. [S.l.]: Wiley, 2007.

REICHL, K. K.; INMAN, D. J. Lumped mass model for a 1d metastructure for vibration suppression with no additional mass. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 403, p. 75–89, 2017.

SOUSA, V. C. et al. Adaptive locally resonant metamaterials leveraging shape memory alloys. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 124, p. 1–10, 2018.

SOUZA, M. R. et al. A bayesian approach for wavenumber identification of metamaterial beams possessing variability. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Elsevier, v. 135, p. 1–15, 2020.

SUGINO, C. et al. An investigation of electroelastic bandgap formation in locally resonant piezoelectric metastructures. **Smart Materials and Structures**, IOP, v. 26, p. 1–10, 2017.

_____. A general theory for bandgap estimation in locally resonant metastructures. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 406, p. 104–123, 2017.

SUN, H.; DU, X.; PAI, F. Theory of metamaterial beams for broadband vibration absorption. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, SAGE, v. 21, p. 1085–1101, 2010.

SYTA C. R. BOWEN, H. A. K. A. R. G. L. A. Experimental analysis of the dynamical response of energy harvesting devices based on bistable laminated plates. **Meccanica**, 2015.

TANG, L.; YANG, Y. A multiple-degree-of-freedom piezoelectric energy harvesting model. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 23, n. 14, p. 1631–1647, 2015.

TANG, L.; YANG, Y.; WU, H. Modeling and experiment of a multiple-dof piezoelectric energy harvester. In: **Proceedings of SPIE-Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems**. [S.l.: s.n.], 2012. (8341), p. 1–13.

TIAN TIAN ZHAO, Z. Y. W. Metastructure plate with periodically embedded nonlinear vibration absorbers for nonlinear aeroelastic suppression. **Research Square**, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-364180/v1>>.

UMEDA, M.; NAKAMURA, K.; UEHA, S. Analysis of the transformation of mechanical impact energy to electrical energy using a piezoelectric vibrator. **Japanese Journal of Applied Physics**, v. 35, n. 5B, p. 3267–3273, 1996.

VAROTO, P. S. Experimental analysis of a piezoelectric energy harvester with internal resonances. In: **Nonlinear Dynamics, Vol. 1. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series**. [S.l.: s.n.], 2017. (CPSEMS), p. 87–97.

VESCOVO, D.; GIORGIO, I. Dynamic problems for metamaterials: Review of existing models and ideas for further research. **International Journal of Engineering Science**, Elsevier, v. 80, p. 153–172, 2014.

WANG, Y. F.; WANG, Y. S.; SU, X. X. Large bandgaps of two dimensional phononic crystals with cross-like holes. **Journal of Applied Physics**, AIP, v. 110, p. 1–14, 2011.

WILLIAMS, C. B.; YATES, R. B. Analysis of a micro-electric generator for microsystems. **Sensors and Actuators A**, v. 52, n. 1–3, p. 8–11, 1996.

YANG, W.; TOWFIGHIAN, S. Internal resonance and low frequency vibration energy harvesting. **Smart Materials and Structures**, IOP, v. 26, p. 1–11, 2017.