

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA

GABRIEL PEREIRA CRIVELLARI

**Modelagem e Simulação Dinâmica de Pasteurizador Tubular para
Processamento Contínuo de Fluido Não-Newtoniano**

SÃO PAULO

2010

GABRIEL PEREIRA CRIVELLARI

**Modelagem e Simulação Dinâmica de Pasteurizador Tubular para
Processamento Contínuo de Fluido Não-Newtoniano**

Monografia apresentada ao Departamento de
Engenharia Química da Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título de
Engenheiro Químico

Área de concentração: Otimização da pasteurização
de alimentos líquidos

Orientador: Prof. Dr. Jorge Andrey Wilhelms Gut

SÃO PAULO

2010

DEDICATÓRIA

A minha família, pelo apoio, compreensão e carinho ao longo do período de elaboração deste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Doutor Jorge Andrey Wilhelms Gut pela orientação e apoio durante a elaboração deste trabalho.

À Escola Politécnica da Universidade de São Paulo pela oportunidade de realização deste projeto.

EPIGRAFE

“A mente que se abre a uma nova idéia jamais voltará ao seu tamanho original.”

“Nenhum cientista pensa com fórmulas. Todo o físico, antes de proceder aos cálculos, já deve ter feito na sua mente um raciocínio que, geralmente, pode exprimir-se com palavras simples. Os cálculos e as fórmulas constituem o passo a seguir”

Albert Einstein

RESUMO

A maioria dos alimentos líquidos possui reologia modelada pela lei de potência. Como este tipo de alimento possui alta viscosidade utilizam-se pasteurizadores tubulares (trocadores de calor duplo-tubo) em seu processamento térmico. Para o correto dimensionamento ou avaliação de um processo como este, é fundamental o conhecimento da distribuição do tempo de residência e da temperatura do produto. Neste projeto é proposto o desenvolvimento da modelagem matemática da operação de um pasteurizador tubular em estado estacionário para determinar esta distribuição, assim como avaliar os efeitos térmicos sobre microrganismos, enzimas ou características do produto. O modelo desenvolvido foi aplicado em um estudo de caso, com o qual foi possível fazer análises qualitativas e quantitativas relevantes ao projeto e operação do pasteurizador tubular estudado.

Palavras-chave: reologia de alimentos líquidos; trocadores de calor bitubulares; distribuição de tempo de residência; modelagem matemática.

ABSTRACT

Most of liquid food has power law rheology. As this type of food has high viscosity are used tubular pasteurizers (double-pipe heat exchangers) in its thermal processing. For the correct design or evaluation of a process like that is necessary understand the residence time and temperature distribution of the product. In this work is proposed the development of the mathematical modeling of the operation of a tubular pasteurizer in steady state to determine these distributions as well as evaluate the thermal effects on microorganisms, enzymes or products characteristics. The model was applied to a case with which it was possible to make qualitative and quantitative analysis important for the work and operation of the studied tubular pasteurizer.

Key words: liquid food rheology; double pipe heat exchanger; residence time distribution; mathematical modeling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema do processamento térmico contínuo	6
Figura 2 - Gráfico de tensão de cisalhamento em função da velocidade de cisalhamento para fluidos com diferentes reologias. (Fonte: Barbosa-Cánovas e Ibarz, 2003)	16
Figura 3 - Esquema mostrando o equipamento, destacando o fluido interno passando pelo tubo interno e o fluido da camisa passando pela região anular entre o tubo interno e o tubo externo.....	19
Figura 4 - Esquema da seção de aquecimento/resfriamento de um pasteurizador mostrando suas dimensões.....	24
Figura 5 - Esquema do equipamento destacando os volumes de controle onde se aplicarão as equações do modelo.....	29
Figura 6 - Variação do índice de comportamento com a temperatura para os ensaios de Sugai (2002) com purê de manga, variedade Haden.....	35
Figura 7 - Variação do índice de comportamento com a temperatura para os ensaios de Sugai (2002) com purê de manga, variedade Haden.....	36
Figura 8 - Vetores de fluxo de calor no tubo interno (VC_2)	46
Figura 9 - Volume de controle que contém o tubo interno.....	47
Figura 10 - Vetores de fluxo de calor na camisa	50
Figura 11 - Volume de controle que contém o fluido da camisa.....	51
Figura 12 - Vetores de fluxo de calor no tubo externo.....	54
Figura 13 - Volume de controle que contém o tubo externo.....	55
Figura 14 - Esquema de um corpo trocando energia por radiação com a vizinhança	57
Figura 15 - Localização das temperaturas no perfil radial de temperatura usado para o cálculo da temperatura média	62
Figura 16 - Resistências térmicas, convectiva e condutiva, referentes à convecção sobre a parede externa do tubo externo (superfície do equipamento) e à condução através do mesmo.....	66
Figura 17 – Esquema da superfície do equipamento	66
Figura 18 – Esquema mostrando o tubo de retenção, destacando o tubo, o isolante térmico e o fluido passando pelo tubo.....	73
Figura 19 – Esquema do tubo de retenção mostrando suas dimensões.....	77

Figura 20 – Esquema do tubo de retenção destacando os volumes de controle onde se aplicarão as equações do modelo	81
Figura 21 – Volume de controle que contém o fluido interno	89
Figura 22 – Vetores de fluxo de calor no tubo.....	91
Figura 23 – Volume de controle que contém o tubo metálico	92
Figura 24 – Vetores de fluxo de calor no isolante térmico.....	95
Figura 25 – Volume de controle que contém o isolamento	96
Figura 26 - Resistências térmicas condutivas, referentes ao transporte de calor entre o tubo e o isolamento térmico	101
Figura 27 – Resistências térmicas, condutiva e convectiva, referentes ao isolamento térmico e à convecção natural sobre o equipamento	102
Figura 28 – Esquema mostrando as seções de aquecimento, retenção e resfriamento conectadas. Os 'X' indicam onde deve ser feita esta conexão.....	106
Figura 29 – Pasteurizador instalado no LEA-USP e considerado para o estudo de caso.....	114
Figura 30 – Dimensões do tubo interno e externo do pasteurizador	114
Figura 31 - Perfil de concentração de microorganismos e caroteno ao longo do equipamento no estado estacionário.....	117
Figura 32 - Perfil de temperatura do fluido interno, da camisa e do isolamento térmico ao longo do equipamento no estado estacionário	118
Figura 33 - Taxa de reação de destruição de microorganismos e degradação de caroteno ao longo do equipamento no estado estacionário	118
Figura 34 - Concentração de microorganismos no centro e sobre a parede do tubo ao longo do equipamento em estado estacionário	120
Figura 35 - Concentração de caroteno no centro e sobre a parede do tubo ao longo do equipamento em estado estacionário.....	121
Figura 36 – Perfil de temperatura do tubo interno e do fluido interno sobre a parede do tubo ao longo do equipamento em estado estacionário	121
Figura 37 - Taxa de reação de destruição de microrganismos sobre a parede e no centro do tubo ao longo do equipamento no estado estacionário	122
Figura 38 - Concentração de microorganismos e caroteno no final do equipamento ao longo do tempo.....	123
Figura 39 - Perfil de velocidade radial do fluido interno na saída do tubo de retenção para diversos tempos de processo.....	124

Figura 40 - Variação do índice de comportamento do fluido interno no final do tubo de retenção com o tempo de processo	125
Figura 41 - Variação do índice de comportamento do fluido interno ao longo do equipamento no estado estacionário.....	125
Figura 42 - Variação do índice de consistência do fluido interno ao longo do equipamento no estado estacionário.....	128
Figura 43 – Densidade mássica média do fluido interno ao longo do equipamento no estado estacionário	129
Figura 44 – Número de Reynolds do fluido interno ao longo do equipamento no estado estacionário	129
Figura 45 - Concentração de microorganismos e caroteno na saída do equipamento em função da temperatura de entrada de fluido quente para a vazão de 14 L/h	131
Figura 46 – Número de reduções decimais de destruição de microorganismos em função da vazão de fluido interno para várias temperaturas de entrada do fluido quente	132
Figura 47 - Número de reduções decimais de destruição de microorganismos em função da temperatura de entrada do fluido quente para a vazão de fluido interno igual a 14 L/h.....	133
Figura 48 – Perda percentual de caroteno em função da vazão de fluido interno para várias temperaturas de entrada do fluido quente	133
Figura 49 - Perda percentual de caroteno em função da temperatura de entrada do fluido quente para a vazão de fluido interno igual a 14 L/h	134
Figura 50 – Curva E levantada utilizando a equação analítica para tempos superiores a 140 s.....	137
Figura 51 - Curva F para a simulação de número 14.....	139
Figura 52 - Curva E para a simulação de número 14.....	139
Figura 53 - Curvas E para as simulações 11 a 13.....	141
Figura 54 - Valor máximo de E versus tempo de simulação	142
Figura 56 – Valor máximo de E versus número de pontos axialmente	142
Figura 57 – Valor máximo de E versus número de radialmente.....	143

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cronograma executado do projeto	18
Tabela 2 - Dados de índice de comportamento e índice de consistência para o purê de manga, variedade Haden, em várias temperaturas.....	34
Tabela 3 - Composição da manga variedade 'Haden'	111
Tabela 4 - Composição mássica da manga variedade 'Haden' usada para o cálculo das propriedades físicas do fluido interno	112
Tabela 5 - Casos simulados variando a vazão de fluido interno e a temperatura de entrada do fluido quente.....	130
Tabela 6 - Número de pontos axial e radialmente para as simulações	138
Tabela 8 – Tempo de simulação de máximo valor de E para cada simulação.....	140

SUMÁRIO

1. Introdução	1
1.1 Qualidade e segurança do alimento	1
1.2 Processamento térmico	5
1.3 Técnicas de processamento térmico	5
1.4 Modelos matemáticos para tratamento contínuo	7
1.5 Otimização da qualidade e avaliação do processo	8
1.6 Reologia dos alimentos.....	10
1.7 Motivação	17
2. Objetivos e cronograma	18
3. Modelo matemático	19
3.1. Modelagem da seção de aquecimento/resfriamento de um pasteurizador bitubular com escoamento do fluido interno não-newtoniano em regime laminar .	19
3.1.1. Objetivos.....	19
3.1.2. Parâmetros	21
3.1.3. Variáveis	24
3.1.4. Domínios.....	28
3.1.5. Equações.....	28
3.1.5.1. Balanço de Massa no fluido interno (VC_1)	38
3.1.5.2. Balanço de energia para o fluido interno (VC_1)	42
3.1.5.3. Balanço de energia para o tubo interno (VC_2)	44
3.1.5.3. Calor trocado pelo tubo interno	45
3.5.1.4 Balanço de energia para o fluido da camisa (VC_3)	48
3.5.1.5. Calor trocado pelo fluido da camisa	50
3.5.1.6. Balanço de energia para o tubo externo (VC_4)	53
3.1.5.7. Calor trocado pelo tubo externo	53
3.1.5.8. Coeficientes convectivos	58

3.1.5.9. Coeficientes globais de transferência térmica	61
3.1.5.10. Temperatura da superfície do equipamento	66
3.1.6. Condições Iniciais	67
3.1.7. Condições de contorno	68
3.2. Modelagem da seção de retenção de um pasteurizador bitubular com escoamento do fluido interno não-newtoniano em regime laminar	73
3.2.1. Objetivos	73
3.2.2. Parâmetros	74
3.2.3. Domínios	80
3.2.4. Equações	81
3.2.4.1. Balanço de massa no fluido interno (VC_1)	87
3.2.4.2. Balanço de energia para o fluido interno (VC_1)	88
3.2.4.3. Calor trocado pelo fluido interno:	88
3.2.4.4. Balanço de energia para o tubo metálico (VC_2)	89
3.2.4.5. Calor trocado pelo tubo:	90
3.2.4.6. Balanço de energia para o isolamento térmico (VC_3)	93
3.2.4.7. Calor trocado pelo isolamento térmico	95
3.2.4.8. Coeficientes convectivos	98
3.2.4.9. Coeficientes globais de transferência térmica	99
3.2.4.10. Temperatura da superfície do equipamento	103
3.2.5. Condições Iniciais	103
3.2.6. Condições de contorno	104
3.3. Modelo para representar a junção das seções de aquecimento, retenção e resfriamento de um pasteurizador bitubular para fluido interno em regime laminar	106
3.3.1. Objetivos	106
3.3.2. Equações	107
4. Estudo de caso	110

4.1. Resultados e Discussão	116
4.1.1. Simulação do Modelo Matemático para vazão de fluido interno de 14 L/h e temperatura de entrada do fluido de aquecimento de 90°C.....	116
4.1.2. Simulação do Modelo Matemático variando a vazão de fluido interno entre 10,5; 11,0; 12,0; 14 e 15 L/h e variando a temperatura de entrada do fluido de aquecimento entre 80; 85; 87 e 90°C	129
4.1.3. Simulação do modelo matemático para estudo da precisão numérica na obtenção de curvas de DTR	135
5. Conclusões.....	144
6. Continuidade do projeto	146
7. Bibliografia.....	147

1. INTRODUÇÃO

Os produtos alimentícios industrializados devem apresentar qualidade (relacionada às atribuições sensoriais e nutricionais), segurança (não trazer perigo à saúde humana) e bom custo (Jung e Fryer, 1999). Um grande desafio da Engenharia de Alimentos é aumentar a vida de prateleira dos alimentos, já que muitos deles deterioram-se rapidamente (Barbosa-Cánovas e Ibarz, 2003). Existem técnicas que aumentam a vida de prateleira e garantem a sua segurança. Uma destas técnicas é o tratamento térmico, que consiste no aquecimento do alimento em trocadores de calor ou auto-claves e tem por objetivo a inativação dos microorganismos patogênicos, microorganismos deterioradores e/ou enzimas indesejáveis. Mas, ao mesmo tempo em que ocorrem as reações de destruição destes microorganismos e enzimas, há perda de qualidade do produto. Logo, o processo deve visar, também, a minimização da perda de qualidade (Jung e Fryer, 1999).

1.1 Qualidade e segurança do alimento

O alimento processado deve ter suas características mais próximas do natural. Alterações ocorrem durante o processamento térmico destes. As alterações sensoriais são: mudança na cor, aroma, sabor e textura (perda de solubilidade, perda de capacidade de segurar água, endurecimento, amolecimento) (Fennema, 1996). Quanto às alterações nutricionais elas normalmente estão associadas à

degradação de vitaminas e micro-nutrientes pela alta temperatura (Miri et al., 2008). Para se quantificar a perda de qualidade usa-se a degradação da substância (no caso de nutrientes) e/ou do aspecto (no caso de alterações sensoriais) mais sensíveis à temperatura ou que tenham maior impacto na aceitação do produto pelo consumidor. Dentre os padrões de qualidade mais usados na análise do processamento de alimentos, está a cor, pois sua mudança faz o alimento se parecer menos com o natural (padrão de comparação).

A preocupação com a coloração dos alimentos reside no fato de que para a indústria alimentícia um dos maiores problemas encontrados é o escurecimento enzimático, que consiste na reação de enzimas (como a polifenoloxidase) com o substrato do alimento formando pigmentos marrons, vermelhos e pretos. Estima-se que 50% das perdas em frutas se devem à ação enzimática. O consumidor associa o escurecimento dos frutos à deterioração, além de muitas vezes causar perda de valor nutricional e afetar o sabor e o aroma do alimento. A perda de compostos voláteis também é um fator importante no processamento de frutos, pois causa perda do aroma natural do produto e torna notável o aroma de “queimado” causado pelo aquecimento. A diminuição na concentração de compostos voláteis no leite, por exemplo, é a causa da perda do seu aroma natural (presente no leite logo após a ordenha), fato facilmente percebido pelo consumidor (Ditchfield, 2004; Fellows, 2000).

Muitas pesquisas foram feitas enfocando a perda de qualidade durante o processamento térmico. Ditchfield (2004) apresenta uma revisão de trabalhos realizados com diversos alimentos. Em estudos com purê de espinafre, observou-se que os principais fatores que influenciam a degradação da clorofila (responsável pela coloração verde do espinafre) são o tempo e a temperatura do tratamento

térmico. Além disso, também se constatou que há expressiva degradação de clorofila durante o armazenamento se o purê for armazenado em temperaturas iguais ou maiores que 25°C. Em estudos com purê de papaia e goiaba usando trocadores de calor de superfície raspada mostrou-se que quanto maior o tempo de retenção do tratamento térmico, mais rápida é a degradação da coloração do purê durante o armazenamento. Estudos com purê de goiaba em trocadores de calor a placas mostraram que o tratamento térmico foi capaz de inativar eficientemente as enzimas indesejáveis e tornar o produto microbiologicamente estável por 40 dias. Entretanto, devido ao calor, alterações na viscosidade, turbidez e cor em relação ao purê recém-extraído foram constatadas.

Ditchfield (2004) também cita um estudo com pasteurização de suco de banana onde se mostrou que o escurecimento provocado pelo tratamento térmico é menor que o provocado por enzimas indesejáveis presentes no produto. Observou-se também que o tratamento térmico realizado a 90°C provoca menor escurecimento do que aquele feito a 50°C para a mesma destruição de enzimas, ou seja, usou-se menor tempo de retenção para a maior temperatura. Em estudo com purê de graviola otimizou-se por superfície de resposta a combinação de tempo e temperatura de pasteurização buscando o ponto que garantisse a inativação enzimática da pectinesterase e máxima retenção de vitamina C. As condições de processamento foram variadas de 50°C a 90°C por 15 s a 120 s. O ponto ótimo de operação indicado pela superfície de resposta foi de 78,8°C e 69 s. Em estudo com purê de pêra mostrou-se que o tratamento em temperatura mais altas provoca maior escurecimento, avermelhamento e diminuição da intensidade da cor amarela no produto, para o mesmo tempo de processamento. Mostrou-se que a alteração da cor do purê se deve a escurecimento não enzimático (hidrólise da sacarose seguida

de reação de Maillard) e destruição de pigmentos, sendo o primeiro com cinética de ordem zero e o segundo de primeira ordem.

Ditchfield (2004) cita que em outro estudo com purê de pêssego e pêra constatou-se que o aumento da temperatura também provoca maior alteração na cor do produto, para o mesmo tempo de processamento, e investigou-se a intensidade das reações de escurecimento não enzimático. Mostrou-se que este mecanismo de alteração da cor é mais intenso que a degradação de pigmentos. Comprovou-se que o escurecimento não enzimático se inicia com a hidrólise de sacarose, que aumenta a concentração glicose e frutose, favorecendo a reação de Maillard. Esta reação é na verdade um conjunto complexo de várias reações que se iniciam com glicose ou frutose (chamados também de açúcares redutores) e aminoácidos, resultando em produtos amarronzados chamados melanoidinas (Fennema, 2007).

Quanto à segurança do produto, deve-se ter informação sobre os microorganismos termicamente resistentes, principalmente esporos, e enzimas que se encontram no alimento. Naqueles pouco ácidos o microorganismo termicamente resistente é o *Clostridium botulinum* na forma de esporo. Em certas condições ele pode crescer, produzindo a toxina botulina, que é 65% fatal para seres-humanos. Este microorganismo é encontrado no solo, então muito provavelmente estará presente em qualquer alimento que entrar em contato com este. Portanto, a destruição deste microorganismo é o mínimo requerido na esterilização térmica. Se o alimento tiver um microorganismo mais forte que este, obviamente, o objetivo da esterilização será a destruição do referido microorganismo. Em geral deve se aplicar a estes alimentos o tratamento por esterilização comercial (chama-se comercial, pois não é uma esterilização completa, mas sim uma diminuição significativa na quantidade de microorganismos), que usa temperaturas maiores que 100°C. Em

alimentos mais ácidos ($\text{pH} < 4,5$) o tratamento requerido é mais brando, pois o *C. botulinum* não se desenvolve neste meio e os microorganismos que tem potencial de se desenvolver são termicamente menos resistentes. Objetiva-se destruir outros microorganismos (como leveduras e fungos, em forma vegetativa) e a inativação de enzimas. Neste caso, o tratamento por pasteurização (que usa temperatura em torno de 100°C ou até menores) é suficiente (Fellows, 2000).

1.2 Processamento térmico

O processamento térmico envolve três etapas: (i) um estágio de aquecimento, onde o alimento é aquecido até a temperatura de interesse (chamada de temperatura de processo), (ii) retenção à temperatura de processo por tempo suficiente para que o nível de esterilização requerido tenha sido obtido, (iii) resfriamento (Jung e Fryer, 1999). Os processamentos térmicos se dividem basicamente em descontínuos e contínuos.

1.3 Técnicas de processamento térmico

As técnicas de processamento térmico clássicas são descontínuas (batelada). Uma destas técnicas é o tratamento térmico de enlatado. Nesta técnica o alimento é colocado em potes de vidro, plástico ou metal e aquecido em uma autoclave por meio de vapor ou água quente. Esta técnica é barata e segura, mas a qualidade do produto obtido, em geral, não é boa. Isto acontece porque neste tratamento o projeto

se baseia na letalidade do ponto central da lata (chamado de ponto crítico). Este ponto chega à temperatura de processo por último e por isso, as outras regiões são submetidas a temperaturas mais altas e maiores tempos de aquecimento e, portanto, sobreprocessadas. Uma alternativa é o processamento contínuo de Alta-Temperatura Curto-Tempo (High-Temperature Short-Time, HTST), que garante o mesmo nível de esterilização com menor perda de qualidade. Este processamento pode ser feito para fluidos de uma única fase (como leite e sucos de fruta) em trocadores de calor a placas ou bitubulares (duplo-tubo), onde a troca de calor rápida pode ser obtida. Estes trocadores estão presentes nas etapas de aquecimento e resfriamento do processamento térmico (etapa (i) e (iii)). Entre esses equipamentos (trocadores), há uma região onde a temperatura é mantida quase constante, normalmente um tubo isolado termicamente (chamado de tubo de retenção), onde ocorre o tratamento térmico de fato (etapa (ii)) (Jung e Fryer, 1999; Da-Wen Sun, 2006). Na Figura 1 vê-se um esquema geral dos equipamentos envolvidos no processamento térmico.

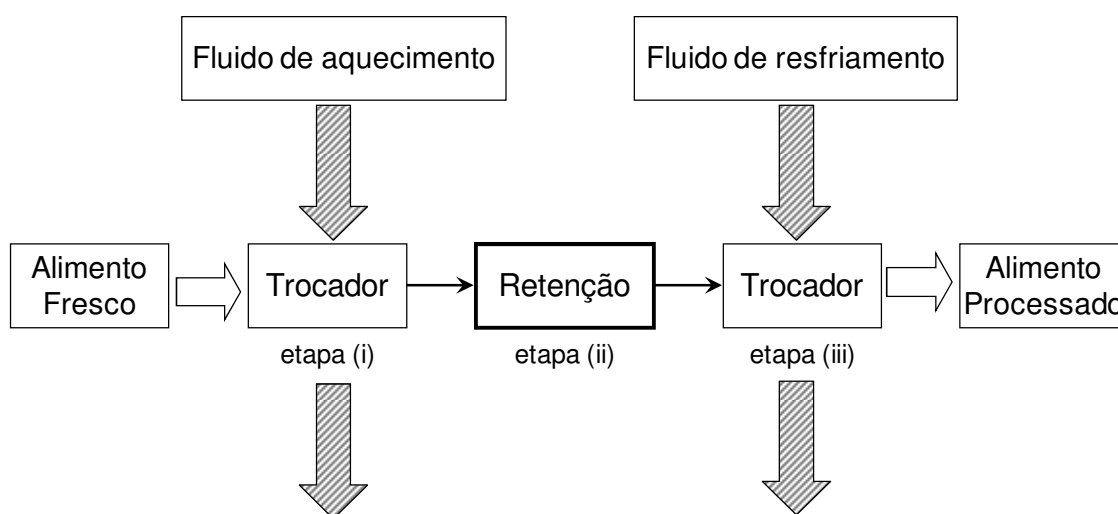


Figura 1 - Esquema do processamento térmico contínuo

1.4 Modelos matemáticos para tratamento contínuo

Para o dimensionamento deste tipo de processo é comum assumir aquecimento e resfriamento instantâneos, tubo de retenção isotérmico (assume-se que o isolamento térmico é perfeito) com tempo de residência (de todo o alimento a ser tratado) igual ao da partícula mais rápida do sistema. O tempo de residência nada mais é que o tempo que uma partícula de fluido ficou dentro do tubo e, normalmente, tem-se uma distribuição do tempo de residência no escoamento (partículas com velocidades diferentes uma das outras). Estas hipóteses simplificam muito o projeto do processo, mas garantem a segurança do produto processado. Sancho e Rao (1992) mostraram que o dimensionamento atual dos tubos de retenção é conservativo. Usando dois fluidos Newtonianos (água e solução de sucrose 12%) e dois fluidos não-Newtonianos (soluções de goma guar 0,2 e 0,4%) mostraram que as equações teóricas para o tempo mínimo de residência (tempo para a partícula de fluido mais rápida ir do início ao fim do tubo) resultam em valores menores que o real. Como estas equações teóricas são usadas no projeto dos tubos de retenção estes serão feitos mais longos que o necessário. Isto faz com que o alimento passe mais tempo na retenção, sendo sobreprocessado. Torres e Oliveira (1998) fizeram uma revisão dos trabalhos sobre distribuição do tempo de residência em processamento contínuo de alimentos líquidos. Observaram que as equações teóricas de tempo mínimo de residência são conservativas porque são baseadas em escoamento ideais. Como no escoamento real há efeito de entrada e saída, curvas, rugosidade etc. há maior turbulência e o tempo de residência mínimo fica maior.

Fluidos viscosos normalmente escoam em perfil laminar dentro de tubos, pois para chegar-se a regime turbulento a perda de carga, em geral, é elevada. Em regime laminar a troca térmica é menos intensa do que para o regime turbulento, já que se faz só por condução. Por isso, no caso de alimentos (que têm, em geral, coeficiente de condutibilidade térmica baixo) as regiões próximas à parede do tubo ficam mais quentes que as regiões centrais, pois o calor é conduzido lentamente através do fluido. Assim, o alimento que estiver próximo a parede fica sobreprocessado e o da região central pode ficar subprocessado. Isso acarreta níveis de esterilidade e qualidade diferentes ao longo do raio do tubo. Portanto, para um correto dimensionamento, visando otimização de custos e características do produto, uma modelagem mais rigorosa do processo é necessária (Grijpspeerdt et al., 2003; Ávila e Silva, 1999).

1.5 Otimização da qualidade e avaliação do processo

A otimização e avaliação do processamento térmico de alimentos, particularmente na pasteurização, são ainda bastante limitadas. Para a otimização de um processo é necessário se definir um ou mais objetivos e as restrições que devem ser atendidas. Em geral, o objetivo da otimização do processamento térmico é a maximização da qualidade nutricional e/ou sensorial final do produto. A otimização também pode ser feita em termo de aspectos econômicos. A energia consumida pode ser minimizada ou a produtividade maximizada. Neste caso, a qualidade do produto é uma restrição, ou seja, existe um mínimo de qualidade que deve ser atendida para a condição de processo ser viável. Tanto na otimização da

qualidade quanto dos aspectos econômico existe a restrição da segurança do alimento, ou seja, existe um máximo de concentração de microorganismos deterioradores ou patogênicos que deve estar presente no produto (Ávila e Silva, 1999).

A otimização de qualidade é possível porque a cinética de destruição dos microorganismos-alvo do processamento térmico é diferente da cinética de degradação dos parâmetros de qualidade. Em geral, os microorganismos são mais sensíveis à destruição térmica do que os parâmetros de qualidade, ou seja, em temperaturas mais altas os microorganismos são menos resistentes que estes (Ávila e Silva, 1999; Oliveira, 2004).

Na literatura a maioria dos trabalhos lida com a otimização da qualidade do produto final, mas dentro da indústria alimentícia o objetivo é a maximização dos lucros. Este tipo de otimização não considera a máxima qualidade possível do produto, mas sim o aumento do valor do mesmo, analisando, também, os fatores de custo de produção. Este tipo de otimização não está muito presente na literatura, porque, ao contrário da otimização da qualidade, possui elementos qualitativos, ou seja, não é totalmente passível de ser analisada por equações. Isto ocorre porque quando se considera a maximização dos lucros é necessário conhecer-se a relação entre o fator de qualidade e o valor de mercado do produto, o que hoje em dia não se conhece muito bem. Apesar disto, é importante se considerar o conceito deste tipo de otimização, pois dentro de uma empresa pode ocorrer situações em que se devem diminuir os custos de produção, de forma que a otimização de qualidade não se aplica, necessitando se considerar uma otimização que minimize os custos de produção (Oliveira, 2004).

Para a aplicação de uma rotina de otimização determinística (que trabalha com informações quantitativas), como é o caso da otimização da qualidade do produto final, é necessário um modelo matemático do processo. Esta necessidade vem do fato que o objetivo deste tipo de otimização é obter-se o valor do fator de qualidade que seja máximo com a restrição do fator de segurança mínimo. Desta forma, é necessária uma equação, ou sistema de equações, que relacione o fator de qualidade e o de segurança com as variáveis (temperatura dos fluidos de aquecimento e resfriamento, vazões etc.) e parâmetros do processo (dimensões do equipamento, tipo de alimento, tipo de fluido de aquecimento e resfriamento etc.) (Oliveira, 2004). Como discutido no item 1.4 são necessários modelos matemáticos mais rigorosos para o correto dimensionamento do processamento térmico de alimentos. Para a otimização ocorre o mesmo, pois com modelos mais rigorosos a previsão dos valores do fator de qualidade e segurança será mais precisa, levando a um ponto ótimo de processamento mais próximo do real, evitando, portanto, o sobreprocessamento ou subprocessamento.

1.6 Reologia dos alimentos

A reologia é a ciência da deformação e escoamento dos materiais e estuda, portanto, a forma como estes respondem a aplicação de tensão e deformação. Na Engenharia de Alimentos a reologia é importante tanto na otimização do processo, comentado acima, quanto no desenvolvimento do produto, já que afeta aspectos sensoriais do alimento (Steffe, 1996).

A reologia divide os materiais, basicamente, em aqueles com comportamento dependente do tempo e independente do tempo, bem como em viscoelásticos e inelásticos. Os materiais viscoelásticos apresentam comportamento de fluido (viscoso) e de sólido (elástico) simultaneamente. O seu modelo reológico, ou equação constitutiva, possui uma tensão normal. Esta é responsável pela parcela de comportamento de sólido nestes fluidos, provocando fenômenos interessantes: quando se agita um fluido viscoelástico este sobe o agitador (Efeito de Weissenberg); quando um este tipo de fluido emerge de um tubo longo ocorre inchamento do jato, sendo que o diâmetro deste chega a mais de duas vezes o diâmetro do tubo (Efeito “die swell”); fluidos viscoelásticos apresentam sifonamento sem o tubo estar imerso, ou seja, quando se tira o tubo da imersão o fluido o acompanha ou, também, quando se emborça um recipiente o fluido continua vazando mesmo quando se retorna o recipiente à posição normal (Efeito “open siphon”). Outro fenômeno importante que ocorre durante o escoamento de um fluido viscoelástico é o fenômeno de recuo, que é o movimento para trás (volta) de partículas do fluido quando este para de escoar, ou seja, o fluido recua quando se interrompe o escoamento. Exemplos deste tipo de fluido são a massa de pão e a massa de bolo crua, com as quais se percebe, claramente, o efeito de Weissenberg quando são batidas em uma batedeira (Steffe, 1996).

O comportamento elástico da maioria dos fluidos alimentícios é pequeno, podendo ser desprezado. A equação constitutiva destes tipos de fluidos é uma relação entre a tensão cisalhante e a taxa (ou velocidade) de cisalhamento. Os tipos de fluido inelásticos são: newtonianos e não-newtonianos. Os fluidos newtonianos são, em geral, homogêneos e constituídos de moléculas pequenas, sendo seu modelo reológico simples. Para estes fluidos pode se aproximar a relação entre a

tensão de cisalhamento e a velocidade de cisalhamento como linear, sendo que para qualquer tensão acima de zero há movimento do fluido. Isto significa que a estrutura interna dos fluidos newtonianos não é afetada seja qual for a tensão aplicada sobre eles. A equação constitutiva para este tipo de fluido fica (Steffe, 1996):

$$\tau = \mu \cdot \dot{\gamma}$$

Equação constitutiva para
fluidos newtonianos

onde: τ - tensão de cisalhamento [Pa]

μ - viscosidade dinâmica [Pa.s]

$\dot{\gamma}$ - velocidade de cisalhamento [s^{-1}]

Para os fluidos formados por moléculas longas, ou que sejam misturas multifásicas, o comportamento reológico se torna mais complexo. Neste fluidos a tensão aplicada afeta a estrutura interna. Desta forma, a relação entre a tensão e a velocidade de cisalhamento não é bem aproximada por uma reta, de forma que outras equações constitutivas são propostas. Estes fluidos são chamados de não-newtonianos. Em aplicações de Engenharia a equação que descreve bem o comportamento da maioria dos fluidos deste tipo é a equação de Herschel-Buckley (Barbosa-Cánovas e Ibarz, 2003; Steffe, 1996, Guerrero e Alzamora, 1998):

$$\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n + \tau_0$$

Equação constitutiva de Herschel-Buckley

onde:	τ - tensão de cisalhamento	[Pa]
	K - índice de consistência	[Pa.s ⁿ]
	n - índice de comportamento	[adimensional]
	$\dot{\gamma}$ - velocidade de cisalhamento	[s ⁻¹]
	τ_0 - tensão de cisalhamento residual	[Pa]

A tensão de cisalhamento residual é a mínima tensão requerida para se iniciar o escoamento do fluido. Abaixo deste valor o fluido apresenta características de sólido. Este efeito é importante no design e controle de qualidade no processamento de margarina, iogurte e requeijão, por exemplo (Barbosa-Cánovas e Ibarz, 2003; Steffe, 1996).

Alguns casos especiais do modelo reológico de Herschel-Buckley são importantes: fluidos que respeitam a Lei de Potência e fluidos de Bingham. Os fluidos com comportamento reológico regido pela Lei de Potência são, simplesmente, aqueles que não possuem tensão residual e tem valor do índice de comportamento (n) diferente de um. Subdivide-se ainda este tipo de fluido em pseudoplásticos e dilatantes. Os fluidos dilatantes são aqueles que possuem índice de comportamento maior que um, um exemplo deste tipo de fluido é a solução aquosa de amido de milho. Este tipo de fluido aumenta sua viscosidade aparente quando tensionado, sendo por isso que quando se bate sobre a superfície de uma

solução de amido de milho ela parece “endurecer”. Os fluidos pseudoplásticos são aqueles que possuem índice de comportamento menor que um. Este tipo de fluido apresenta diminuição da viscosidade aparente ao aumentar-se a tensão de cisalhamento, sendo que em tensões elevadas chega-se a uma viscosidade aparente limite. A maioria dos fluidos alimentícios derivados de frutas e vegetais está dentro desta categoria, portanto os exemplos são vários: catchup, suco de laranja concentrado, suco de maçã, suco de uva, clara de ovo, purês de vegetais etc.. A aparente perda de viscosidade do catchup quando balançamos um pote cheio deste se deve a seu comportamento pseudoplástico. O comportamento pseudoplástico ocorre devido a: presença de compostos com alto peso molecular ou longas partículas em baixas concentrações; alta interação entre as partículas, causando sua agregação ou associação por ligações secundárias; alta conexão e assimetria das partículas, exigindo sua orientação ao longo das linhas de fluxo; variação do tamanho e forma das partículas, permitindo a formação de agregados; partículas pouco rígidas ou flexíveis que podem sofrer mudanças em sua geometria ou forma. Sendo assim, a diminuição da viscosidade com o aumento da tensão cisalhante ocorre porque há alterações na estrutura do fluido (como mudanças na orientação e/ou mudanças na geometria ou forma das partículas) de forma a diminuir a resistência deste ao cisalhamento. A equação constitutiva da Lei de Potência é a seguinte (Barbosa-Cánovas e Ibarz, 2003; Steffe, 1996):

$$\tau = K \cdot \dot{\gamma}^n$$

Equação constitutiva da Lei de
Potência

onde: τ - tensão de cisalhamento [Pa]

K - índice de consistência [Pa.s ^{n}]

n - índice de comportamento [adimensional]

$\dot{\gamma}$ - velocidade de cisalhamento [s⁻¹]

Os fluidos de Bingham são aqueles que possuem índice de comportamento igual a um, mas tem tensão residual maior que zero. Desta forma, quando se aplica uma tensão maior que a residual este tipo de fluido passa a ter reologia semelhante à de um fluido newtoniano, ou seja, há correspondência linear da tensão de cisalhamento com a velocidade cisalhante. Desta forma, define-se a viscosidade plástica, que é o coeficiente da reta formada com os pontos de tensão e velocidade de cisalhamento quando se aplicada uma tensão maior que a residual a este fluido. Um exemplo deste tipo de fluido é a pasta de dente. A equação constitutiva dos fluidos de Bingham é a seguinte (Barbosa-Cánovas e Ibarz, 2003; Cheremisinoff, 1986; Steffe, 1996):

$$\tau = \mu_{pl} \cdot \dot{\gamma} + \tau_0$$

Equação constitutiva dos fluidos de Bingham

onde: τ - tensão de cisalhamento [Pa]

μ_{pl} - viscosidade plástica [Pa.s]

$\dot{\gamma}$ - velocidade de cisalhamento [s⁻¹]

τ_0 - tensão de cisalhamento residual [Pa]

A Figura 2 mostra exemplos de curvas de tensão de cisalhamento em função da velocidade cisalhante para as reologias citadas até aqui (fluido newtoniano, dilatante, pseudoplástico, de Bingham e de Herschel-Buckley).

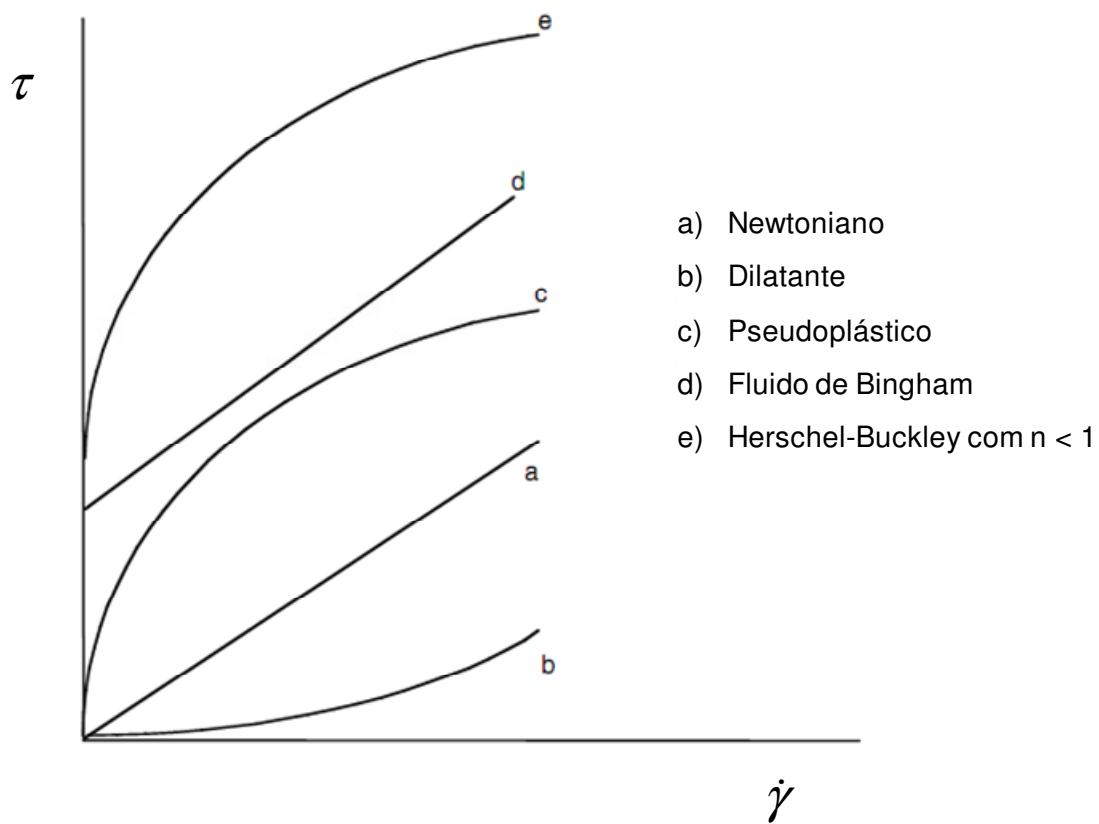


Figura 2 - Gráfico de tensão de cisalhamento em função da velocidade de cisalhamento para fluidos com diferentes reologias. (Fonte: Barbosa-Cánovas e Ibarz, 2003)

1.7 Motivação

Os pasteurizadores tubulares são aplicados, normalmente, para alimentos viscosos que escoam em regime laminar, como ocorre para os fluidos pseudoplásticos (que possuem viscosidade aparente elevada). Devido à troca de energia menos intensa neste tipo de escoamento, as regiões próximas à parede ficam mais quentes que o centro e, portanto, podem ser sobre-processadas. Isso acarreta níveis de esterilidade e qualidade diferentes ao longo do raio do tubo. Portanto, para um correto dimensionamento, visando otimização de custos e características do produto, uma modelagem mais rigorosa do processo é necessária (Grijnspeerdt et al., 2003). Neste trabalho foi desenvolvido o modelo matemático de um pasteurizador bitubular para escoamento laminar de fluido não-newtoniano.

A distribuição do tempo de residência e da temperatura ao longo do processo é fundamental para a correta determinação do nível de processamento térmico de certo alimento. Além disso, a construção do modelo matemático do processo possibilita a aplicação futura de técnica de otimização, o que leva a maximização da qualidade do produto final ou minimização dos custos de produção. Para isso, deve-se fazer o uso de equações diferenciais de conservação de massa, quantidade de movimento e energia para explorar o comportamento do fluido alimentício durante o processamento. A cinética da destruição de microorganismos, de inativação enzimática ou de alterações nas características do produto geralmente é de primeira ordem com efeito de temperatura dado pelo modelo de Arrhenius ou pelo modelo valor-Z.

2. OBJETIVOS E CRONOGRAMA

Os objetivos executados deste trabalho são:

- 1) Revisão bibliográfica.
- 2) Modelagem das seções de aquecimento/resfriamento e retenção de um pasteurizador bitubular com escoamento turbulento do fluido interno
- 3) Desenvolvimento do modelo para representar a junção das seções de aquecimento, retenção e resfriamento
- 4) Simulação do modelo matemático do pasteurizador e análise dos resultados

Tabela 1 – Cronograma executado do projeto

Atividade	2009		
	Setembro	Outubro	Novembro
1			
2			
3			
4			

3. MODELO MATEMÁTICO

3.1. Modelagem da seção de aquecimento/resfriamento de um pasteurizador bitubular com escoamento do fluido interno não-newtoniano em regime laminar

3.1.1. Objetivos

Desenvolver a modelagem matemática da seção de aquecimento/resfriamento de um pasteurizador duplo-tubo não isotérmico encamisado, com dispersão de massa e energia e com fluido interno não-newtoniano em regime laminar.

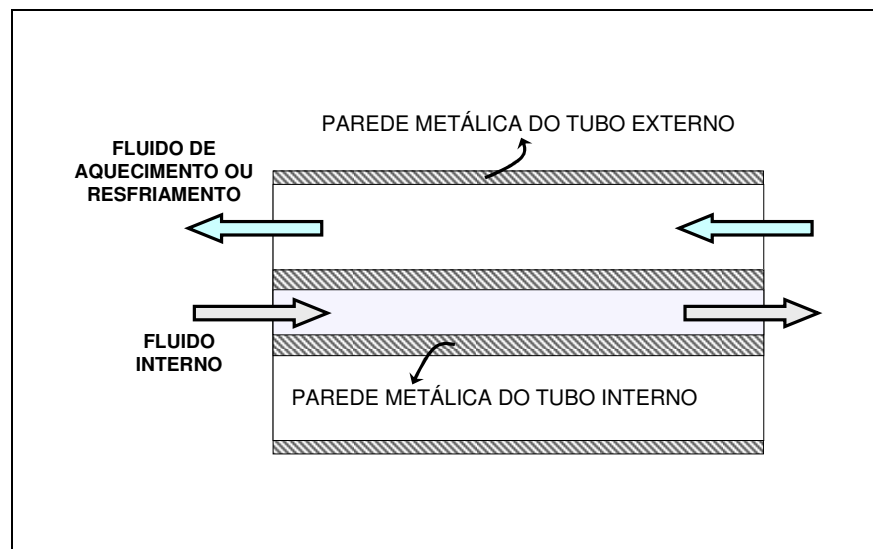


Figura 3 - Esquema mostrando o equipamento, destacando o fluido interno passando pelo tubo interno e o fluido da camisa passando pela região anular entre o tubo interno e o tubo externo

A seção de aquecimento/resfriamento é constituída de dois tubos metálicos concêntricos. No tubo interno é carregada a mistura reacional (fluido contendo um componente A, que pode ser uma substância, célula vegetativa, esporo ou enzima) e um componente B (um nutriente), e pela região anular (camisa) passa água quente ou fria em configuração contracorrente, como mostrado na Figura 3. O regime de escoamento do fluido interno é laminar desenvolvido e do fluido da camisa é turbulento.

Obter-se-á o perfil de temperatura do tubo metálico interno e externo através da aplicação da equação de conservação de energia em volumes de controle que os contenha. Além destes, se aplicará a equação de conservação de energia no volume de controle que contém o fluido interno e da camisa, levando em conta a dispersão radial de energia para o primeiro e axial para o segundo, obtendo, então, o perfil axial e radial de temperatura do fluido interno e o perfil axial do fluido da camisa. Ao mesmo tempo aplica-se a equação de conservação de um componente “A” (que será, nos estudos de caso, um microorganismo) e de um componente “B” (que será, nos estudos de caso, o nutriente caroteno) no fluido interno, levando em conta suas dispersões radiais e taxas de degradação térmica, obtendo, assim, os perfis axiais e radiais de concentração destes.

O componente “A” e o componente “B” sofrem reações de degradação pelo calor. A cinética desta reação é descrita pelo modelo clássico de primeira ordem para morte de microorganismos e inativação de enzimas (modelo decimal com parâmetros “D” e “Z”).

O problema será simulado em regime transiente, tal que se considera tanto o tubo interno quanto a camisa preenchidos pelo fluido puro (ausência do componente

“A” e do componente “B”), a certa temperatura uniforme, antes do início de sua operação (condição inicial do processo). Considera-se também que os tubos metálicos, interno e externo, estão a esta certa temperatura uniforme.

Supõe-se que a reação de degradação de “A” e a reação de degradação de “B” tenham variação de entalpia desprezível, já que se trata da desnaturação de enzimas e morte de microorganismos.

A reologia do fluido interno é modelada de acordo com a Lei de Potência. Suas propriedades são modeladas pelo modelo de Choi e Okos (Choi e Okos, 1986; Heldman e Lund, 2007; Gekas, 1992).

Tanto para os parâmetros como variáveis, o índice 1 se refere ao fluido que passa pelo tubo interno, o índice 2 ao fluido que passa pela camisa, o índice ‘p1’ e se refere ao tubo metálico interno e o índice ‘p2’ ao tubo metálico externo.

3.1.2. Parâmetros

Considerando-se as propriedades dos fluidos interno e da camisa, e o tubo metálico interno e externo, constantes e uniformes no volume de controle, eles serão considerados parâmetros:

Calor específico: cp_{p1} e cp_{p2} [J/Kg.K];

Densidade mássica: ρ_{p1} e ρ_{p2} [Kg/m³];

Condutibilidade térmica: k_{p1} e k_{p2} [W/m.K];

Comprimento do tubo: L [m];

Raio interno dos tubos: $raio_1$ e $raio_2$ [m];

Espessura dos tubos: e_1 e e_2 [m];

Velocidades médias de escoamento: v_{b1} e v_{b2} [m/s];

Temperatura de entrada do fluido: T_{ent_1} e T_{ent_2} [K];

Concentração de “A” na entrada do tubo: Ca_{ent} [mol de A/m³];

Concentração de “B” na entrada do tubo: Cb_{ent} [mol de B/m³];

Decaimento decimal na temperatura de referência da substância “A”: $Drefa$ [s];

Variação da temperatura para reduzir o decaimento decimal a 90% de seu valor para a substância “A”: za [K];

Temperatura de referência da substância “A”: $Trefa$ [K];

Decaimento decimal na temperatura de referência da substância “B”: $Drefb$ [s];

Variação da temperatura para reduzir o decaimento decimal a 90% de seu valor para a substância “B”: zb [K];

Temperatura de referência da substância “B”: $Trefb$ [K];

Difusividade efetiva de “A” e de “B” no fluido: D_{ef} [m²/s];

Temperatura inicial do equipamento: $Tinicial$ [K];

Coeficiente de convecção natural sobre a parte externa do equipamento: h_{CN}
[W/m²];

Temperatura média do ar que circunda o equipamento: T_{ar} [K];

Constante de Stefan-Boltzmann: σ [W/m².K⁴]

Emissividade da superfície externa do equipamento: ε [adimensional]

Número de Peclet para o fluido interno: Pe_1 [adimensional]

Número de Peclet para o fluido da camisa: Pe_2 [adimensional]

Fração mássica de compostos no fluido alimentício:

Fração mássica de proteínas: X_{prot} [adimensional]

Fração mássica de gorduras: X_{gord} [adimensional]

Fração mássica de carboidratos: X_{carb} [adimensional]

Fração mássica de fibras: X_{fib} [adimensional]

Fração mássica de cinzas: X_{cinz} [adimensional]

Fração mássica de água: $X_{água}$ [adimensional]

A Figura 4 mostra as dimensões do equipamento:

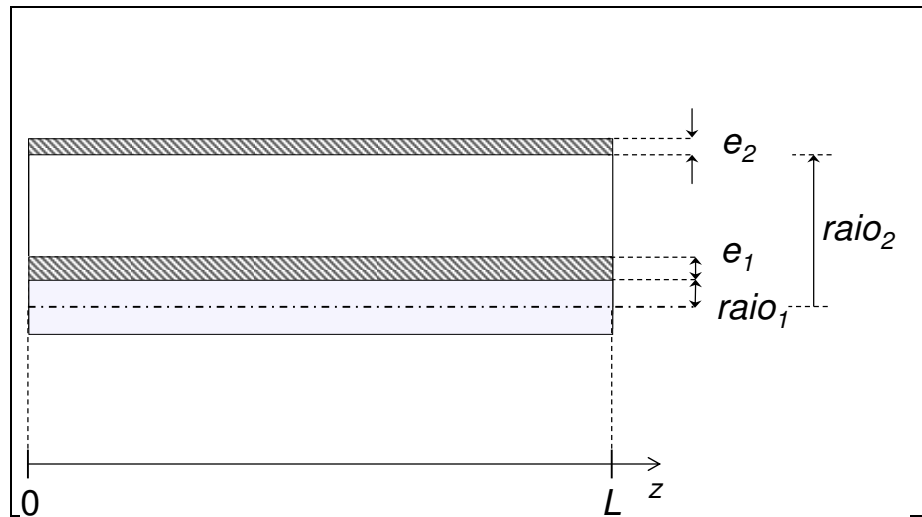


Figura 4 - Esquema da seção de aquecimento/restriamento de um pasteurizador mostrando suas dimensões

3.1.3. Variáveis

As seguintes variáveis são função da posição no tubo (eixo z), da posição radial (eixo r) e do tempo:

Perfil de velocidade do fluido interno: v_{z1} [m/s];

Temperatura média do fluido interno: T_1 [K];

Taxa de reação de degradação térmica do componente "A": R_A [gmol/m³.s];

Concentração volumétrica do componente "A": C_A [gmol/m³];

Taxa de reação de degradação térmica do componente "B": R_B [gmol/m³.s];

Concentração volumétrica do componente "B": C_B [gmol/m³];

Calor específico: cp_1 [J/Kg.K];

Densidade mássica: ρ_1 [Kg/m³];

Condutibilidade térmica efetiva do fluido: k_{ef1} [W/m.K];

Decaimento decimal do componente “A”: Da [s];

Decaimento decimal do componente “B”: Db [s];

Propriedades dos compostos dos quais é constituído o fluido alimentício:

Densidade mássica das proteínas: ρ_{prot} [Kg/m³];

Densidade mássica das gorduras: ρ_{gord} [Kg/m³];

Densidade mássica dos carboidratos: ρ_{carb} [Kg/m³];

Densidade mássica das fibras: ρ_{fib} [Kg/m³];

Densidade mássica das cinzas: ρ_{cinz} [Kg/m³];

Densidade mássica da água: $\rho_{água}$ [Kg/m³];

Capacidade calorífica das proteínas: cp_{prot} [Kg/m³];

Capacidade calorífica das gorduras: cp_{gord} [Kg/m³];

Capacidade calorífica dos carboidratos: cp_{carb} [Kg/m³];

Capacidade calorífica das fibras: cp_{fib} [Kg/m³];

Capacidade calorífica das cinzas: cp_{cinz} [Kg/m³];

Capacidade calorífica da água: $cp_{água}$ [Kg/m³];

As seguintes variáveis são função da posição no tubo (eixo z) e do tempo:

Temperatura média do fluido da camisa: T_2 [K];

Temperatura média do tubo interno: T_{p1} [K];

Temperatura média do tubo externo: T_{p2} [K];

Calor trocado pelo fluido da camisa: Q_2 [W/m³];

Calor trocado pela camisa com o tubo interno: $Q_{2/p1}$ [W/m³];

Calor trocado pela camisa com o tubo externo: $Q_{2/p2}$ [W/m³];

Calor trocado pelo tubo interno: Q_{p1} [W/m³];

Calor trocado pelo tubo interno com o fluido interno: $Q_{p1/1}$ [W/m³];

Calor trocado pelo tubo interno com a camisa: $Q_{p1/2}$ [W/m³];

Calor trocado pelo tubo externo: Q_{p2} [W/m³];

Calor trocado pelo tubo externo com o fluido da camisa: $Q_{p2/2}$ [W/m³];

Calor trocado pelo tubo externo com o ar por convecção natural: $Q_{p2/CN}$ [W/m³];

Calor trocado pelo tubo externo com a vizinhança por radiação: $Q_{p2/rad}$ [W/m³];

Temperatura da superfície do equipamento: T_{sup} [K];

Temperatura média transversal do fluido interno: T_{media} [K];

Coeficiente convectivo na parede interna do tubo interno: h_i [W/m²];

Coeficiente convectivo na parede interna do tubo externo: h_e [W/m²];

Coeficiente global de transferência de calor entre fluido interno e tubo interno: U_i [W/m²];

Coeficiente global de transferência de calor entre tubo interno e fluido da camisa: U_2 [W/m²];

Coeficiente global de transferência de calor entre fluido da camisa e tubo externo: U_3 [W/m²];

Coeficiente global de transferência de calor entre tubo externo e ar: U_4 [W/m²];

Densidade mássica média transversal do fluido interno: ρ_{media} [Kg/m³];

Propriedades dos compostos dos quais é constituído o fluido alimentício:

Densidade mássica média transversal das proteínas: $\rho_{media_{prot}}$ [Kg/m³];

Densidade mássica média transversal das gorduras: $\rho_{media_{gord}}$ [Kg/m³];

Densidade mássica média transversal dos carboidratos: $\rho_{media_{carb}}$ [Kg/m³];

Densidade mássica média transversal das fibras: $\rho_{media_{fib}}$ [Kg/m³];

Densidade mássica média transversal das cinzas: $\rho_{media_{cinz}}$ [Kg/m³];

Densidade mássica média transversal da água: $\rho_{media_{agua}}$ [Kg/m³];

Calor específico: cp_2 [J/Kg.K];

Densidade mássica: ρ_2 [Kg/m³];

Condutibilidade térmica efetiva do fluido: k_{ef2} [W/m.K];

Viscosidade: μ_1 e μ_2 [Pa.s];

Número de Reynolds: Re_1 e Re_2 [adimensional];

Parâmetros da lei de potência:

Índice de comportamento: n [adimensional]

Índice de consistência: K [Pa.s ^{n}]

3.1.4. Domínios

Na modelagem apresentada aqui o equacionamento para o fluido interno é bidimensional, pois se consideram as variações axiais e radiais de concentração de “A” e de “B” e temperatura do fluido, visto que o escoamento deste é laminar. Para o fluido que passa pela camisa e os tubos interno e externo, o equacionamento é unidimensional, pois se despreza as variações radiais de temperatura. A simulação será conduzida em regime transiente. Desta forma, têm-se três domínios:

Radial, adimensionalizado, indo de 0 a 1.

Axial, adimensionalizado, indo de 0 a 1.

Tempo, vai de 0 a t_{final} .

3.1.5. Equações

Todas as equações são escritas para um dos quatro volumes de controle mostrados na Figura 5, que estão contidos em uma fatia do equipamento com comprimento dz . As setas mostram o volume de controle VC_1 , que contém o fluido interno, sendo um anel de raio interno (“ r ”) variável de 0 a $raio_1$, espessura e comprimento constante igual à dr e dz , respectivamente; VC_2 , que é o volume de

controle que contém o tubo interno, sendo um anel de raios internos $raio_1$ e $raio_1 + e_1$ e comprimento dz ; VC_3 , que contém o fluido da camisa, e é um anel de raios internos $raio_1 + e_1$ e $raio_2$; e, por fim, VC_4 , que contém o tubo externo, sendo um anel de raios internos $raio_2$ e $raio_2 + e_2$ e comprimento dz .

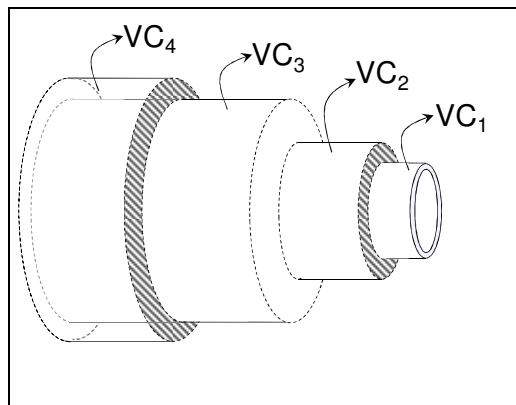


Figura 5 - Esquema do equipamento destacando os volumes de controle onde se aplicarão as equações do modelo

O comprimento da seção de aquecimento/resfriamento é adimensionalizado:

$$\eta = z/L \text{ com } 0 \leq \eta \leq 1;$$

O raio interno do tubo interno é adimensionalizado: $x = r/raio_1$ com $0 \leq x \leq 1$

Propriedades do fluido interno e da camisa:

A condutibilidade térmica efetiva do fluido interno é escrita como função do número de Peclet e da temperatura do fluido interno. O número de Peclet usado aqui é igual tanto para a dispersão térmica quanto para a mássica no fluido interno,

sendo isto explicado mais a frente no texto. Para o fluido da camisa o número de Peclet descreve somente a dispersão térmica. Sendo assim:

$$k_{ef1}(\eta, x, t) = \frac{v_{b1} \cdot raio_1 \cdot \rho_1(\eta, x, t) \cdot Cp_1(\eta, x, t)}{Pe_1},$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (1)

$$k_{ef2}(\eta, t) = \frac{v_{b2} \cdot L \cdot \rho_2(\eta, t) \cdot Cp_2(\eta, t)}{Pe_2}, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final}$$

.....(2)

Como a densidade e capacidade calorífica do fluido interno é modelada pelo modelo de Choi e Okos, a densidade em função da temperatura é determinada de acordo com a seguinte equação:

$$\rho_1(\eta, x, t) = \sum_i \frac{1}{X_i \cdot \rho_i(\eta, x, t)}, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \text{.....(3)}$$

Para i = proteína, gordura, carboidrato, fibra, cinzas e água.

$$\rho_{prot}(\eta, x, t) = 1329,9 - 0,51840 \cdot T_1(\eta, x, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(4)

$$\rho_{gord}(\eta, x, t) = 925,59 - 0,41757 \cdot T_1(\eta, x, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(5)

$$\rho_{carb}(\eta, x, t) = 1599,1 - 0,31046 \cdot T_1(\eta, x, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(6)

$$\rho_{fib}(\eta, x, t) = 1311,5 - 0,36589 \cdot T_1(\eta, x, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(7)

$$\rho_{cinz}(\eta, x, t) = 2423,8 - 0,28063 \cdot T_1(\eta, x, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(8)

$$\rho_{\text{água}}(\eta, x, t) = 0,0000208 \cdot T_1(\eta, x, t)^3 - 0,00666841 \cdot T_1(\eta, x, t)^2 + 0,04674825 \cdot T_1(\eta, x, t) + 999,87846154,$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(9)

$$\rho_2(\eta, t) = 2,08 \cdot 10^{-5} \cdot (T_2(\eta, t) - 273,15)^3 - 0,00666841 \cdot (T_2(\eta, t) - 273,15)^2 + 0,0467483 \cdot (T_2(\eta, t) - 273,15) + 999,878,$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (10)

Como se calculará, a seguir, o número de Reynolds para o fluido interno, precisa-se da densidade média da seção transversal do tubo, pois este adimensional é definido para as propriedades médias do fluido. Portanto, primeiro calcula-se a temperatura média do fluido interno:

$$T_{\text{média}}(\eta, t) = \int_0^1 T_1(\eta, x, t) dx, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \text{.....(11)}$$

Portanto, a densidade média do fluido interno:

$$\rho_{\text{média}}(\eta, t) = \sum_i \frac{1}{X_i \cdot \rho_{\text{média}}(\eta, t)}, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \text{.....(12)}$$

Para i = proteína, gordura, carboidrato, fibra, cinzas e água.

$$\rho_{\text{média}}_{\text{prot}}(\eta, t) = 1329,9 - 0,51840 \cdot T_{\text{média}}(\eta, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(13)

$$\rho_{media_{gord}}(\eta, t) = 925,59 - 0,41757 \cdot T_{media}(\eta, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(14)

$$\rho_{media_{carb}}(\eta, t) = 1599,1 - 0,31046 \cdot T_{media}(\eta, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(15)

$$\rho_{media_{fib}}(\eta, t) = 1311,5 - 0,36589 \cdot T_{media}(\eta, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(16)

$$\rho_{media_{cinz}}(\eta, t) = 2423,8 - 0,28063 \cdot T_{media}(\eta, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(17)

$$\rho_{media_{\acute{a}gua}}(\eta, x, t) = 0,0000208 \cdot T_{media}(\eta, t)^3 - 0,00666841 \cdot T_{media}(\eta, t)^2 + 0,04674825 \cdot T_{media}(\eta, t) + 999,87846154$$

, para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(18)

A capacidade calorífica do fluido em função da temperatura:

$$c_p(\eta, x, t) = X_i \cdot c_{p,i}(\eta, x, t), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots\dots(19)$$

Para i = proteína, gordura, carboidrato, fibra, cinzas e água.

$$c_{p_{prot}}(\eta, x, t) = 2,0082 + 1,2089 \cdot 10^{-3} \cdot T_1(\eta, x, t) - 1,3129 \cdot 10^{-6} \cdot T_1(\eta, x, t)^2,$$

para $0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(20)

$$c_{p_{gord}}(\eta, x, t) = 1,9842 + 1,4733 \cdot 10^{-3} \cdot T_1(\eta, x, t) - 4,8008 \cdot 10^{-6} \cdot T_1(\eta, x, t)^2,$$

para $0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(21)

$$cp_{carb}(\eta, x, t) = 1,5488 + 1,9625 \cdot 10^{-3} \cdot T_1(\eta, x, t) - 5,9399 \cdot 10^{-6} \cdot T_1(\eta, x, t)^2,$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(22)

$$cp_{fib}(\eta, x, t) = 1,8459 + 1,8306 \cdot 10^{-3} \cdot T_1(\eta, x, t) - 4,6509 \cdot 10^{-6} \cdot T_1(\eta, x, t)^2,$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(23)

$$c_{cinz}(\eta, x, t) = 1,0926 + 1,8896 \cdot 10^{-3} \cdot T_1(\eta, x, t) - 3,6817 \cdot 10^{-6} \cdot T_1(\eta, x, t)^2,$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(24)

$$Cp_{agua}(\eta, x, t) = \frac{9,3701 \cdot 10^{-6} \cdot T_1(\eta, x, t)^4 - 0,014116 \cdot T_1(\eta, x, t)^3 + 8,125 \cdot T_1(\eta, x, t)^2 - 2090,1 \cdot T_1(\eta, x, t) + 276370}{18},$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(25)

$$Cp_2(\eta, t) = \frac{9,3701 \cdot 10^{-6} \cdot T_2(\eta, t)^4 - 0,014116 \cdot T_2(\eta, t)^3 + 8,125 \cdot T_2(\eta, t)^2 - 2090,1 \cdot T_2(\eta, t) + 276370}{18},$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (26)

O índice de consistência e o índice de comportamento são calculados para o purê de manga, variedade Haden, usando os dados obtidos por Sugai (2002),
apresentados na

Tabela 2.

Tabela 2 - Dados de índice de comportamento e índice de consistência para o purê de manga, variedade Haden, em várias temperaturas

Condição	K (Pa.s ⁿ)	Erro \pm (Pa.s ⁿ)	n (adm)	Erro \pm (adm)	Coeficiente de correlação	Erro padrão da estimativa
25°C	7,69	1,04	0,32	0,01	0,9685	0,05
30°C	10,50	1,03	0,26	0,01	0,9292	0,05
40°C	7,94	1,06	0,30	0,02	0,9672	0,05
50°C	8,61	1,02	0,30	0,01	0,9888	0,03
60°C	5,71	1,05	0,31	0,01	0,9488	0,09
80°C	6,75	1,06	0,31	0,02	0,9326	0,10
90°C	6,94	1,09	0,33	0,02	0,9106	0,08

Desconsiderando-se o ponto a 25°C por não acompanhar a tendência do conjunto, interpola-se uma curva logarítmica aos pontos do índice de comportamento versus temperatura, como mostrado na Figura 6.

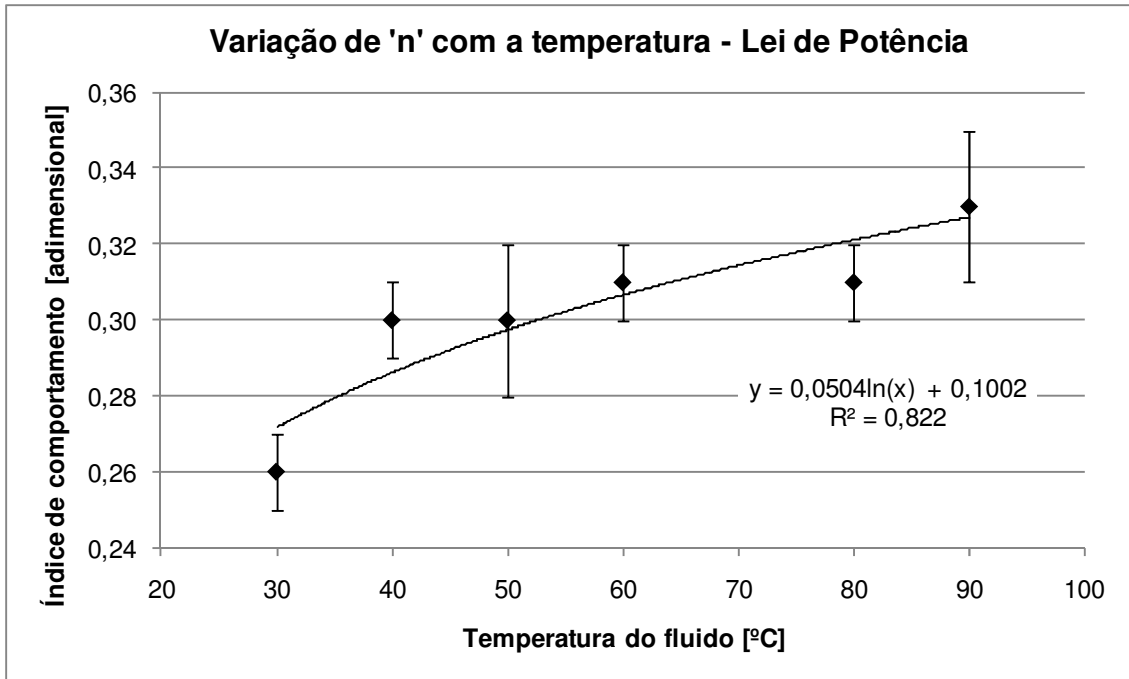


Figura 6 - Variação do índice de comportamento com a temperatura para os ensaios de Sugai (2002) com purê de manga, variedade Haden

Desconsiderando-se o ponto a 25°C por não acompanhar a tendência do conjunto, interpola-se uma curva exponencial (de acordo com a Lei de Arrhenius) aos pontos do índice de consistência versus temperatura, como mostrado na Figura 7.

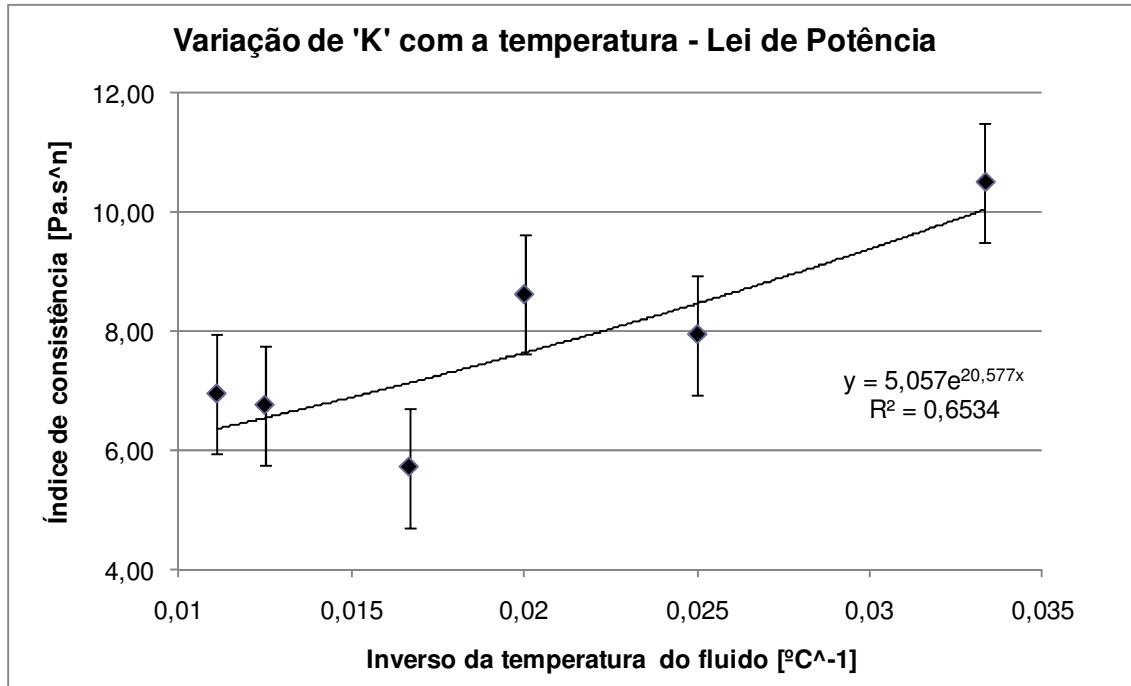


Figura 7 - Variação do índice de comportamento com a temperatura para os ensaios de Sugai (2002) com purê de manga, variedade Haden

Portanto, as relações ficam:

$$K(\eta, t) = 5,057 \cdot e^{\frac{20,577}{T_{media}(\eta, t)}}, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \text{.....(27)}$$

$$n(\eta, t) = 0,0504 \cdot \ln(T_{media}(\eta, t)) + 0,1002, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \text{.....(28)}$$

Como o fluido da camisa tem escoamento turbulento, a viscosidade fica:

$$\mu_2(\eta, t) = \frac{0,046551}{\left(-64,296 + (T_2(\eta, t) - 273,15) + \sqrt{T_2(\eta, t)^2 - 16,87 \cdot T_2(\eta, t) + 8149,5} \right)}, \text{ para } 0 \leq$$

$$\eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \text{.....(29)}$$

O número de Reynolds para o fluido interno é calculado de acordo com a Lei de Potência:

$$Re_1(n, t) = \frac{(2 \cdot raio_1)^n \cdot \rho_{1media}(n, t) \cdot vb_1^{2-n}}{8^{n-1} \cdot K} \cdot \left(\frac{4 \cdot n}{3 \cdot n + 1} \right)^n, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final}$$

.....(30)

$$Re_2(n, t) = \frac{D_h \cdot \rho_2(n, t) \cdot vb_2}{\mu_2(\eta, t)}, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \text{.....(31)}$$

Sendo D_h o diâmetro hidráulico da seção anular da camisa:

$$Dh = \frac{4 \cdot A_{molhada}}{P_{molhado}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot [raio_2^2 - (raio_1 + e_1)^2]}{2 \cdot \pi \cdot (raio_2 + raio_1 + e_1)} = \frac{2[raio_2^2 - (raio_1 + e_1)^2]}{raio_2 + raio_1 + e_1}$$

Taxa de reação de “A” (Fogler, 2002; Levenspiel, 1999):

$$R_A(\eta, x, t) = \frac{2,303}{Da(\eta, x, t)} \cdot C_A(\eta, x, t), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \text{.....(32)}$$

Decaimento decimal de “A” (efeito da temperatura sobre D) (Barbosa-Cánovas e Ibarz, 2003; Fellows, 2000):

$$\frac{Da(\eta, x, t)}{Drefa} = 10^{\left(\frac{T_1(\eta, x, t) - Trefa}{za} \right)} \Leftrightarrow$$

$$\log(Da(\eta, x, t)) = \log(Drefa) + \left(\frac{Trefa - T_1(\eta, x, t)}{za} \right)$$

$$, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \text{.....(33)}$$

Taxa de reação de “B”:

$$R_B(\eta, x, t) = \frac{2,303}{Db(\eta, x, t)} \cdot C_B(\eta, x, t), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \dots\dots(34)$$

Decaimento decimal de “B” (efeito da temperatura sobre D):

$$\log(Db(\eta, x, t)) = \log(D_{\text{refb}}) + \left(\frac{T_{\text{refb}} - T_1(\eta, x, t)}{zb} \right)$$

$$, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \dots\dots(35)$$

3.1.5.1. Balanço de Massa no fluido interno (VC₁)

Usando a equação de conservação do componente A em VC₁ (Bird et al, 2002) :

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} C_A = \nabla (D_{\text{efa}} \cdot \nabla C_A) - R_A$$

Os quatro termos desta equação correspondem ao acúmulo, troca pelo escoamento, troca por difusão e consumo, respectivamente.

Como o regime de escoamento é laminar desenvolvido, o fluido é modelado pela Lei de Potência e têm-se o índice de comportamento variando ao longo do tempo, o perfil de velocidade fica:

$$v_{z1}(\eta, x, t) = \left(\frac{3 \cdot n(\eta, t) + 1}{n(\eta, t) + 1} \right) \cdot vb_1 \cdot \left[1 - x^{\frac{n(\eta, t) + 1}{n(\eta, t)}} \right] \dots\dots\dots (36)$$

Supõe-se que a difusividade efetiva (D_{ef}) constante e uniforme dentro do volume de controle:

$$\Rightarrow \nabla(D_{efa} \cdot \nabla C_A) = D_{efa} \cdot \nabla^2 C_A$$

Os termos de troca pelo escoamento e por difusão são escritos como:

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} C_A = v_r \cdot \frac{\partial C_A}{\partial r} + v_\phi \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial C_A}{\partial \phi} + v_z \cdot \frac{\partial C_A}{\partial z}$$

$$D_{efa} \cdot \nabla^2 C_A = D_{efa} \cdot \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial C_A}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 C_A}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right]$$

Como o tubo é perfeitamente cilíndrico e não se consideram efeitos de advecção natural dentro do tubo:

$$v_r = v_\phi = 0 \text{ e } \frac{\partial C_A}{\partial \phi} = 0$$

Despreza-se a dispersão axial do componente “A” causada por difusão, pois esta é muito menor que a dispersão axial causada pelo perfil de velocidades parabólico:

$$\frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} = 0$$

Portanto, os termos de troca por escoamento e por difusão ficam:

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} C_A = v_z(z, r) \cdot \frac{\partial C_A}{\partial z}$$

$$D_{efa} \cdot \nabla^2 C_A = D_{efa} \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial C_A}{\partial r} \right)$$

A equação de conservação fica:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} + v_z(z, r) \cdot \frac{\partial C_A}{\partial z} = D_{efa} \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial C_A}{\partial r} \right) - R_A$$

Adimensionalizando: $\eta = z/L$, $x = r/raio_1$

$$x \cdot \frac{\partial C_A(\eta, x, t)}{\partial t} + \frac{x \cdot v_{z1}(\eta, x, t)}{L} \cdot \frac{\partial C_A(\eta, x, t)}{\partial \eta} = \frac{D_{efa}}{raio_1^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(x \cdot \frac{\partial C_A(\eta, x, t)}{\partial x} \right) - x \cdot R_A(\eta, x, t),$$

para $0 < \eta \leq 1$, $0 < x < 1$ e $0 < t \leq t_{final}$
(37)

Utilizando as mesmas hipóteses, a equação de conservação para o componente “B”:

$$x \cdot \frac{\partial C_B(\eta, x, t)}{\partial t} + \frac{x \cdot v_{z1}(\eta, x, t)}{L} \cdot \frac{\partial C_B(\eta, x, t)}{\partial \eta} = \frac{D_{efb}}{raio_1^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(x \cdot \frac{\partial C_B(\eta, x, t)}{\partial x} \right) - x \cdot R_B(\eta, x, t),$$

para $0 < \eta \leq 1$, $0 < x < 1$ e $0 < t \leq t_{final}$
(38)

É importante notar que se considerou que o índice de comportamento varia ao longo do tempo, o que fez com que o perfil de velocidades varia-se, também, ao longo do tempo. Entretanto, toda a dedução do balanço de massa leva em consideração que o fluido é incompressível, ou seja, não haveria variação do perfil de velocidades ao longo do comprimento. Sendo assim, para que haja consistência

nos cálculos feitos com o balanço de massa escrito desta forma é preciso que o índice de comportamento varie pouco com a temperatura, para que, assim, possa ser desprezado este efeito nos cálculos do balanço de massa. O mesmo valerá para o balanço de energia calculado mais a frente.

Considera-se nesta dedução o efeito da dispersão radial do componente “A” e do componente “B” em água. Para isto, se usou a difusividade efetiva de “A” em água e de “B” em água, ao invés da difusividade de ambos em água parada. A difusividade efetiva leva em conta os efeitos causados pelo escoamento do fluido na transferência de um componente de uma região de maior potencial químico para uma região de menor potencial no intuito de minimizar a Energia de Gibbs, ou, de forma simplificada (como a usada aqui) o transporte de uma região mais concentrada para uma menos concentrada. O escoamento laminar considerado neste modelo matemático é perfeito, ou seja, supõe que as lâminas de fluido não interagem, o que resulta em um perfil de velocidade parabólico. Entretanto, na realidade ocorrem misturas entre as lâminas, devido a imperfeições na tubulação, curvas, flutuação da vazão etc., sendo este efeito expressivo no fenômeno de transporte de massa e energia, podendo ser expresso através da difusividade efetiva. Sendo assim difusividade efetiva é algumas vezes maior que a difusividade, pois não considera a interação entre as lâminas.

Considera-se que a difusividade efetiva da substância “A” é igual a da substância “B”, pois, nos estudos de caso que serão apresentados mais a frente, ambas as substância terão difusividade baixa, de forma que o escoamento terá efeito mais expressivo sobre a dispersão do que a difusividade de cada substância. Desta forma:

$$D_{efa} = D_{efb} = D_{ef} \Leftrightarrow$$

$$Pe_{Ma} = Pe_{Mb} = Pe_M = \frac{v_{b1} \cdot raio_1}{D_{ef}}$$

3.1.5.2. Balanço de energia para o fluido interno (VC₁)

Usando a equação de conservação de energia térmica para o fluido interno (Bird et al, 2002):

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T_1 = \frac{\nabla(k_{ef1} \cdot \nabla T_1)}{\rho_1 \cdot Cp_1} - \frac{Q_1}{\rho_1 \cdot Cp_1}$$

Os quatro termos desta equação correspondem ao acúmulo, troca pelo escoamento, troca por difusão e consumo, respectivamente.

Supõe-se que a condutibilidade térmica efetiva (k_{ef1}) constante e uniforme dentro do volume de controle:

$$\Rightarrow \frac{\nabla(k_{ef1} \cdot \nabla T_1)}{\rho_1 \cdot Cp_1} = \frac{k_{ef1}}{\rho_1 \cdot Cp_1} \cdot \nabla^2 T_1$$

Como o tubo é perfeitamente cilíndrico e não se consideram efeitos de advecção natural dentro do tubo:

$$v_r = v_\phi = 0 \text{ e } \frac{\partial T_1}{\partial \phi} = 0$$

Despreza-se a dispersão axial do componente “A” causada por difusão, pois esta é muito menor que a dispersão axial causada pelo perfil de velocidades parabólico:

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} = 0$$

Portanto, os termos de troca por escoamento e por difusão ficam:

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} T_1 = v_z(z, r) \cdot \frac{\partial T_1}{\partial z}$$

$$\frac{k_{ef1}}{\rho_1 \cdot Cp_1} \nabla^2 T_1 = \frac{k_{ef1}}{\rho_1 \cdot Cp_1} \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial T_1}{\partial r} \right)$$

A troca de energia no volume de controle ocorre através da condução de calor de uma lâmina para outra, sendo uma laminar o volume de controle definido como um anel de raio r , espessura dr e comprimento dz . Entretanto, a lâmina de raio igual $raio_1$ está em contato com a superfície interna do tubo interno, e troca calor com este por condução. Desta forma, não há troca global de energia e nem geração ou consumo, ou seja, o termo de consumo de energia é nulo:

$$\frac{Q_1}{\rho_1 \cdot Cp_1} = 0$$

A equação de conservação de energia fica:

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + v_z(z, r) \cdot \frac{\partial T_1}{\partial z} = \frac{k_{ef1}}{\rho_1 \cdot Cp_1} \cdot \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial T_1}{\partial r} \right)$$

Adimensionalizando: $\eta = z/L$, $x = r/raio_1$

$$x \cdot \frac{\partial T_1(\eta, x, t)}{\partial t} + \frac{v_{z1}(\eta, x, t)}{L} \cdot \frac{\partial T_1(\eta, x, t)}{\partial \eta} = \frac{k_{ef1}(\eta, x, t)}{\rho_1(\eta, x, t) \cdot Cp_1(\eta, x, t) \cdot raio_1^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(x \cdot \frac{\partial T_1(\eta, x, t)}{\partial x} \right),$$

para $0 < \eta \leq 1$, $0 < x < 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (39)

Considera-se nesta dedução o efeito da dispersão radial de energia. Para isto, se usou a condutibilidade térmica efetiva, ao invés da condutibilidade térmica da solução. Tal qual a difusividade dos componentes “A” e “B”, explicada acima, a condutibilidade térmica efetiva leva em conta os efeitos causados pelo escoamento do fluido na troca de calor entre as moléculas da solução. Como já explicado para a difusividade, no escoamento laminar real há mistura entre as lâminas, o que pode ser expresso pela condutibilidade térmica efetiva. Sendo assim condutibilidade térmica efetiva é algumas vezes maior que a condutibilidade térmica da solução, já que esta só leva em conta o transporte de calor por condução.

O efeito de difusão térmica é considerado supondo que o mecanismo de dispersão mássica é semelhante ao de dispersão de energia. Portanto, iguala-se o número adimensional de Peclet mássico ao número de Peclet térmico:

$$Pe_1 = Pe_M = \frac{v_{b1} \cdot raio_1}{D_{ef}} = Pe_T = \frac{\rho_1(\eta, x, t) \cdot Cp_1(\eta, x, t) \cdot v_{b1} \cdot raio_1}{k_{ef1}(\eta, x, t)}$$

3.1.5.3. Balanço de energia para o tubo interno (VC₂)

A equação de conservação de energia térmica é aplicada no VC₂, que contém o tubo interno:

$$\frac{\partial T_{p1}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T_{p1} = \frac{\nabla(k_{p1} \cdot \nabla T_{p1})}{\rho_{p1} \cdot Cp_{p1}} - \frac{Q_{p1}}{\rho_{p1} \cdot Cp_{p1}}$$

A temperatura “ T_{p1} ” corresponde à temperatura média do tubo interno em cada seção. O raio médio do tubo corresponde ao raio onde a temperatura é igual a “ T_{p1} ”. Isto será detalhado mais adiante no texto.

Como o material é sólido, não há transporte de energia por advecção:

$$\vec{v} = 0;$$

Supõe-se a condutibilidade térmica constante e uniforme em todo o tubo:

$$\nabla(k_{p1} \cdot \nabla T_{p1}) = k_p \cdot \nabla^2 T_{p1}$$

Despreza-se, também, a variação da temperatura ao longo do ângulo e ao longo do raio do tubo interno, já que a temperatura considerada é a temperatura média radial da seção:

$$\frac{\partial T_{p1}}{\partial \varphi} = \frac{\partial T_p}{\partial r} = 0 \Rightarrow \nabla^2 T_{p1} = \frac{\partial^2 T_{p1}}{\partial z^2}$$

A equação fica:

$$\frac{\partial T_{p1}}{\partial t} = \frac{k_{p1}}{\rho_{p1} \cdot Cp_{p1}} \cdot \frac{\partial^2 T_{p1}}{\partial z^2} - \frac{Q_{p1}}{\rho_{p1} \cdot Cp_{p1}}$$

Adimensionalizando: $z = \eta \cdot L$

$$\frac{\partial T_{p1}(\eta, t)}{\partial t} = \frac{k_{p1}}{\rho_{p1} \cdot Cp_{p1} \cdot L^2} \cdot \frac{\partial^2 T_{p1}(\eta, t)}{\partial \eta^2} - \frac{Q_{p1}(\eta, t)}{\rho_{p1} \cdot Cp_{p1}},$$

$$\text{para } 0 < \eta < 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \text{.....(40)}$$

3.1.5.3. Calor trocado pelo tubo interno

O tubo interno troca calor com o fluido interno e com o fluido da camisa, o primeiro por condução o segundo por convecção. A Figura 8 mostra os vetores de fluxo de calor: $q''_{p1/1}$ - fluxo de calor que vem do fluido interno; $q''_{p1/2}$ - fluxo de calor que vai para o fluido da camisa.

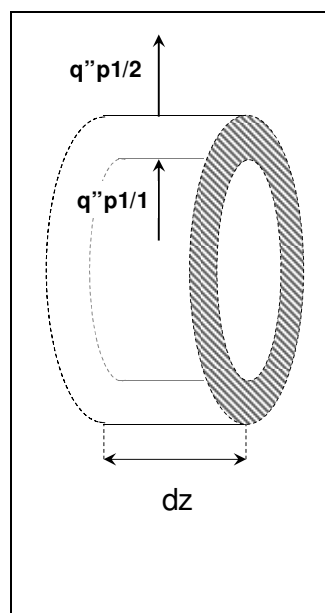


Figura 8 - Vetores de fluxo de calor no tubo interno (VC₂)

Dividi-se o calor trocado pelo tubo interno (Q_{p1}) nestas duas parcelas:

$$Q_{p1}(\eta, t) = Q_{p1/1}(\eta, t) + Q_{p1/2}(\eta, t), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \quad \text{.....(41)}$$

onde:

$Q_{p1/1}$ = calor trocado com o fluido interno

$Q_{p1/2}$ = calor trocado com o fluido da camisa

Determinação de $Q_{p1/1}$:

O calor trocado com o fluido interno é determinado usando o coeficiente de troca térmica U_1 , que se refere à área interna do tubo. No entanto, se deve atentar ao fato que o volume ao qual esse calor se refere é o do tubo interno. Também é necessário se notar que a força motriz para a troca de calor com o fluido interno é a diferença entre a temperatura do tubo e a temperatura da lâmina de fluido sobre a superfície do mesmo. A Figura 9 mostra o volume de controle infinitesimal com o qual se faz este cálculo.

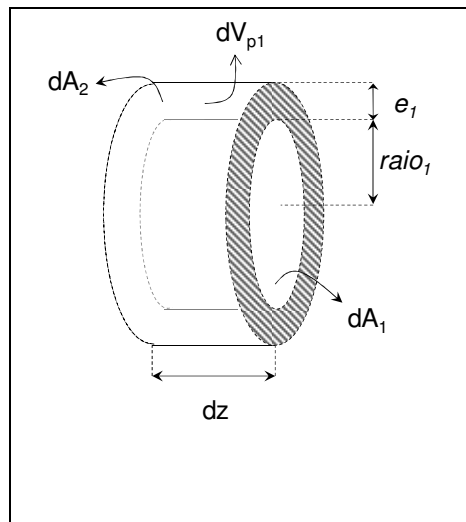


Figura 9 - Volume de controle que contém o tubo interno

$$Q_{p1/1} = U_1 \cdot \frac{dA_1}{dV_{p1}} \cdot (T_1(x=1) - T_{p1})$$

$$dA_1 = 2 \cdot \pi \cdot raio_1 \cdot dz$$

$$dV_{p1} = \pi \cdot ((raio_1 + e_1)^2 - raio_1^2) \cdot dz$$

O calor trocado pelo tubo com o fluido fica:

,

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{\text{final}}$ (42)

Determinação de $Q_{p1/2}$:

O calor trocado com o fluido da camisa é determinado usando o coeficiente de troca térmica U_2 , que se refere à área externa do tubo interno. O coeficiente de transferência térmica U_2 é detalhado mais adiante no texto.

$$Q_{p1/2} = U_2 \cdot \frac{dA_2}{dV_{p1}} \cdot (T_2 - T_{p1})$$

$$dA_2 = 2 \cdot \pi \cdot (raio_1 + e_1) \cdot dz$$

O calor trocado pelo tubo interno com o fluido da camisa fica:

$$Q_{p1/2}(\eta, t) = U_2(\eta, t) \cdot \frac{2 \cdot (raio_1 + e_1)}{((raio_1 + e_1)^2 - raio_1^2)} \cdot (T_2(\eta, t) - T_{p1}(\eta, t)),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{\text{final}}$ (43)

3.5.1.4 Balanço de energia para o fluido da camisa (VC₃)

Analogamente ao fluido interno, tem-se a equação de conservação de energia térmica para o fluido da camisa:

$$\frac{\partial T_2}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T_2 = \frac{\nabla(k_{ef2} \cdot \nabla T_2)}{\rho_2 \cdot Cp_2} - \frac{Q_2}{\rho_2 \cdot Cp_2}$$

Utilizando hipóteses análogas às usadas para o fluido interno, chegamos à equação de conservação:

$$\frac{\partial T_2(\eta, t)}{\partial t} \cdot L + v_{b2} \cdot \frac{\partial T_2(\eta, t)}{\partial \eta} = \frac{k_{ef2}(\eta, t)}{\rho_2(\eta, t) \cdot Cp_2(\eta, t) \cdot L} \cdot \frac{\partial^2 T_2(\eta, t)}{\partial \eta^2} - \frac{Q_2(\eta, t) \cdot L}{\rho_2(\eta, t) \cdot Cp_2(\eta, t)},$$

para $0 < \eta < 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (44)

Tal qual para o fluido interno supôs-se nesta dedução que haja dispersão axial de energia, usando, para tanto, a condutibilidade térmica efetiva do fluido (k_{ef2}). Entretanto, para o cálculo desta grandeza, não se poderá usar o número de Peclet mássico, já que neste fluido não há qualquer substância dissolvida. Logo, deverá se supor um número de Peclet térmico, ou medir-se tal dispersão experimentalmente, se utilizando de medidas de temperatura na saída do equipamento. O número de Peclet para o fluido da camisa é:

$$Pe_2 = \frac{\rho_2(\eta, t) \cdot Cp_2(\eta, t) \cdot v_{b2} \cdot L}{k_{ef2}(\eta, t)}$$

Obs: Como o fluido da camisa tem sentido contrário ao fluido interno, a entrada daquele é em $\eta = 1$ e sua saída em $\eta = 0$.

3.5.1.5. Calor trocado pelo fluido da camisa

O fluido da camisa troca calor com o tubo interno e externo, ambos por convecção. A Figura 10 mostra os vetores de fluxo de calor $q''_{2/p1}$ - fluxo de calor que vem do tubo interno; $q''_{2/p2}$ - fluxo de calor que vai para o tubo externo.

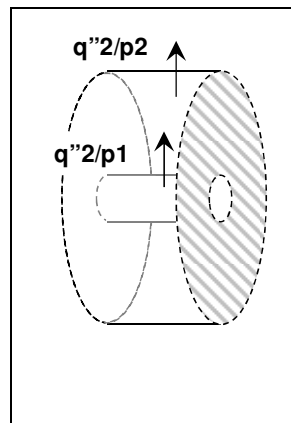


Figura 10 - Vetores de fluxo de calor na camisa

Divide-se o calor trocado pela camisa (Q_2) nestas duas parcelas:

$$Q_2(\eta, t) = Q_{2/p1}(\eta, t) + Q_{2/p2}(\eta, t), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \quad \dots (45)$$

onde:

$Q_{2/p1}$ = calor trocado com o tubo interno

$Q_{2/p2}$ = calor trocado com o tubo externo

Determinação de $Q_{2/p1}$:

O calor trocado com o tubo interno é determinado usando o coeficiente de troca térmica U_2 , que se refere à área externa do tubo interno. No entanto, se deve atentar ao fato que o volume ao qual esse calor se refere é o do fluido da camisa. A Figura 11 mostra o volume de controle infinitesimal com o qual se faz este cálculo.

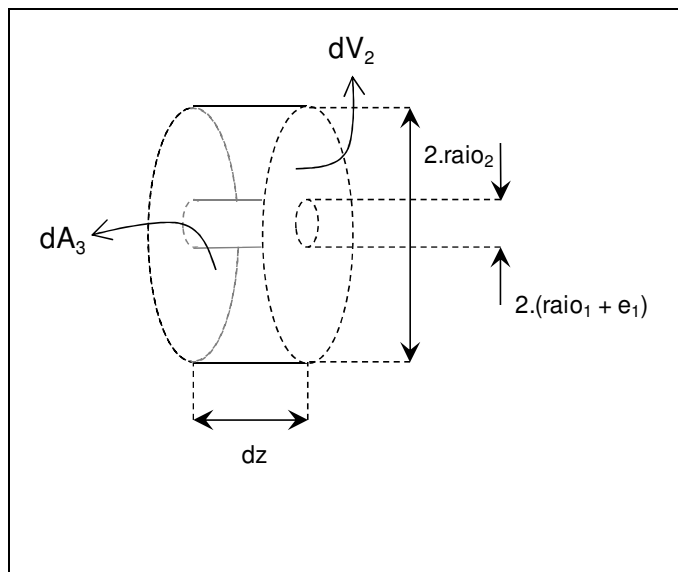


Figura 11 - Volume de controle que contém o fluido da camisa

$$Q_{2/p1} = U_2 \cdot \frac{dA_2}{dV_2} \cdot (T_{p1} - T_2)$$

$$dA_2 = 2 \cdot \pi \cdot (raio_1 + e_1) \cdot dz$$

$$dV_2 = \pi \cdot (raio_2^2 - (raio_1 + e_1)^2) \cdot dz$$

O calor trocado pelo fluido da camisa com o tubo interno fica:

$$Q_{2/p1}(\eta, t) = U_2(\eta, t) \cdot \frac{2 \cdot (raio_1 + e_1)}{(raio_2^2 - (raio_1 + e_1)^2)} \cdot (T_{p1}(\eta, t) - T_2(\eta, t)),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (46)

Determinação de $Q_{2/p2}$:

O calor trocado com o tubo externo é determinado usando o coeficiente de troca térmica U_3 , que se refere à área interna do tubo externo. O coeficiente de transferência térmica U_3 é detalhado mais adiante no texto.

$$Q_{2/p2} = U_3 \cdot \frac{dA_3}{dV_2} \cdot (T_{p2} - T_2)$$

$$dA_3 = 2 \cdot \pi \cdot raio_2 \cdot dz$$

O calor trocado pelo fluido da camisa com o tubo externo fica:

$$Q_{2/p2}(\eta, t) = U_3(\eta, t) \cdot \frac{2 \cdot raio_2}{(raio_2^2 - (raio_1 + e_1)^2)} \cdot (T_{p2}(\eta, t) - T_2(\eta, t)),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (47)

3.5.1.6. Balanço de energia para o tubo externo (VC₄)

A equação de conservação de energia térmica para o tubo externo:

$$\frac{\partial T_{p2}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T_{p2} = \frac{\nabla(k_{p2} \cdot \nabla T_{p2})}{\rho_{p2} \cdot Cp_{p2}} - \frac{Q_{p2}}{\rho_{p2} \cdot Cp_{p2}}$$

Utilizando hipóteses análogas às usadas para a dedução da equação de conservação de energia para o tubo interno (VC₂), chegamos à seguinte equação para o tubo externo:

$$\frac{\partial T_{p2}(\eta, t)}{\partial t} = \frac{k_{p2}}{\rho_{p2} \cdot Cp_{p2} \cdot L^2} \cdot \frac{\partial^2 T_{p2}(\eta, t)}{\partial \eta^2} - \frac{Q_{p2}(\eta, t)}{\rho_{p2} \cdot Cp_{p2}},$$

para $0 < \eta < 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (48)

3.1.5.7. Calor trocado pelo tubo externo

O tubo externo troca calor com o fluido da camisa, por convecção, e com o ar, por convecção natural e radiação eletromagnética. A Figura 12 mostra os vetores

fluxo de calor: $q''_{p2/2}$ – fluxo de calor que vem do fluido da camisa; $q''_{p2/CN}$ – fluxo de calor que vai para o ar pelo mecanismo de convecção natural e $q''_{p2/rad}$ – fluxo de calor que vai para o ar pelo mecanismo de radiação.

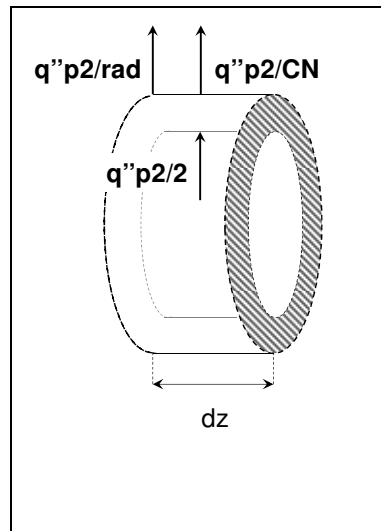


Figura 12 - Vetores de fluxo de calor no tubo externo

Dividi-se o calor trocado pelo tubo externo (Q_{p2}) nestas três parcelas:

$$Q_{p2}(\eta, t) = Q_{p2/2}(\eta, t) + Q_{p2/CN}(\eta, t) + Q_{p2/rad}(\eta, t), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \quad \dots (49)$$

onde:

$Q_{p2/2}$ = calor trocado com o fluido da camisa

$Q_{p2/CN}$ = calor trocado com o ar por convecção natural

$Q_{p2/rad}$ = calor trocado com o ar por radiação eletromagnética

Determinação de $Q_{p2/2}$:

O calor trocado com o fluido da camisa é determinado usando o coeficiente de troca térmica U_3 , que se refere à área interna do tubo externo. No entanto, se deve atentar ao fato que o volume ao qual esse calor se refere é o do tubo externo.

A Figura 13 mostra o volume de controle no qual se faz esse cálculo.

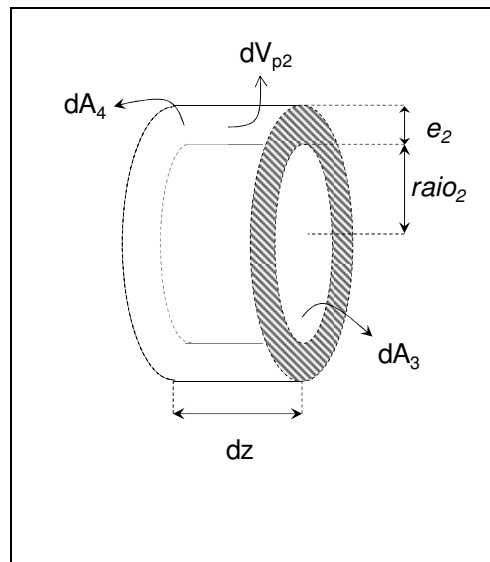


Figura 13 - Volume de controle que contém o tubo externo

$$Q_{p2/2} = U_3 \cdot \frac{dA_3}{dV_{p2}} \cdot (T_2 - T_{p2})$$

$$dA_3 = 2 \cdot \pi \cdot raio_2 \cdot dz$$

$$dV_{p2} = \pi \cdot \left((raio_2 + e_2)^2 - raio_2^2 \right) \cdot dz$$

O calor trocado pelo tubo externo com o fluido da camisa fica:

$$Q_{p2/2}(\eta, t) = U_3(\eta, t) \cdot \frac{2 \cdot raio_2}{((raio_2 + e_2)^2 - raio_2^2)} \cdot (T_2(\eta, t) - T_{p2}(\eta, t)),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (50)

Determinação de $Q_{p2/CN}$:

O calor trocado com o ar, por convecção natural, é determinado usando o coeficiente de troca térmica U_4 (que será detalhado mais adiante no texto), que se refere à área externa do tubo externo (área externa do equipamento).

$$Q_{p2/CN} = U_4 \cdot \frac{dA_4}{dV_{p2}} \cdot (T_{ar} - T_{p2})$$

$$dA_4 = 2 \cdot \pi \cdot (raio_2 + e_2) \cdot dz$$

O calor trocado pelo isolamento com o ar por convecção natural fica:

$$Q_{p2/CN}(\eta, t) = U_4(\eta, t) \cdot \frac{2 \cdot (raio_2 + e_2)}{((raio_2 + e_2)^2 - raio_2^2)} \cdot (T_{ar} - T_{p2}(\eta, t)),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (51)

Determinação de $Q_{iso/rad}$

A taxa de calor que um corpo qualquer troca por radiação com a vizinhança é dada por (Incropera, 2008):

$$q'' = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_{ar}^4 - T^4) \left[\frac{W}{m^2} \right], \text{ onde:}$$

ε - emissividade da parede do corpo

σ - constante de Stephan-Boltzmann

T - temperatura da superfície do corpo

A Figura 14 indica estes parâmetros em um corpo que perde energia por radiação. O objeto chamado “vizinhança” representa todos os objetos que cercam o corpo, que estão à temperatura igual a do ar, e trocam energia com o mesmo.

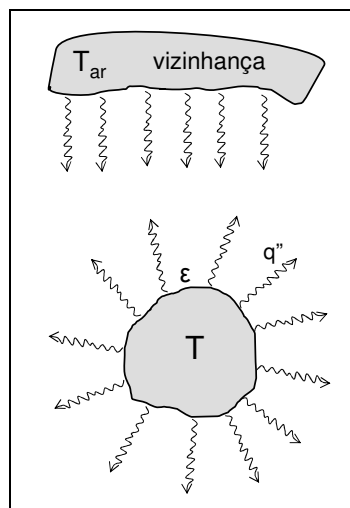


Figura 14 - Esquema de um corpo trocando energia por radiação com a vizinhança

Calcula-se a temperatura da superfície externa do tubo externo (o cálculo será descrito a seguir), e multiplica-se a taxa de calor pela área externa do mesmo (área externa do equipamento) e divide-se pelo volume do VC₄ (volume de controle que contém o tubo externo).

$$Q_{p2/rad} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot \frac{dA_{ext}}{dV_{p2}} \cdot (T_{ar}^4 - T_{sup}^4) \left[\frac{W}{m^3} \right]$$

$$dA_{ext} = dA_4 = 2 \cdot \pi \cdot (raio_2 + e_2) \cdot dz$$

O calor trocado pelo tubo externo com o ar pelo mecanismo de radiação fica:

$$Q_{p2/rad}(\eta, t) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot \frac{2 \cdot (raio_2 + e_2)}{(raio_2 + e_2)^2 - raio_2^2} \cdot (T_{ar}^4 - T_{p2}(\eta, t)^4),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (52)

3.1.5.8. Coeficientes convectivos

Como o escoamento do fluido interno é laminar, a troca de calor entre este e o tubo interno é feita por condução. Portanto, não há convecção sobre a superfície do tubo interno e os coeficientes convectivos a serem determinados nesta seção são: h_e - coeficiente convectivo do fluido da camisa na superfície externa do tubo interno e interna do tubo externo e h_{CN} - coeficiente convectivo do ar na superfície externa do tubo externo.

Em pesquisas na literatura, procurou-se a equação de convecção mais adequada se determinar o valor de h_e (escoamento interno de água com perfil de

velocidade turbulento). A equação mais adequada para o equipamento a ser estudado foi a de Eagle-Ferguson (Kern apud Taqueda, 2008):

$$h = c \cdot (160 + 1,75 \cdot T_m) \cdot v^{0,8} \left[\frac{\text{Btu}}{\text{h} \cdot \text{ft}^2 \cdot ^\circ\text{F}} \right]$$

$$c = 0,1909 - 0,4292 \cdot \log(Di)$$

onde: T_m - temperatura média do fluido em $^\circ\text{F}$

v - velocidade média do fluido em ft/s

Di - diâmetro interno do tubo em in

As especificações desta equação são:

- Água escoando internamente a tubo circular

- $4800 \leq Re \leq 48000$

- $0,01016 \text{ m} \leq Di \leq 0,0508 \text{ m}$

- $5^\circ\text{C} \leq T \leq 92^\circ\text{C}$

As unidades desta equação devem ser transformadas para que o resultado seja obtido em W/m^2 (respeitando o Sistema Internacional, usado em toda esta modelagem):

$$v [\text{ft/s}] = v [\text{m/s}] \cdot 3,28084;$$

$$Di [\text{in}] = Di [\text{m}] \cdot 39,37;$$

$$T_m [^\circ\text{F}] = (9/5) \cdot (T_m [\text{K}] - 273,15) + 32;$$

$$h [\text{Btu/h.ft}^2.^\circ\text{F}] = h [\text{W/m}^2] \cdot 0,570597;$$

Como o escoamento na camisa é pistonado, a temperatura média em cada seção é a temperatura obtida pela equação de conservação, já que se assume a temperatura distribuída só axialmente. Portanto:

$$T_m = T_2(\eta, t)$$

Portanto a equação de Eagle-Ferguson para determinar h_e :

$$h_e(\eta, t) = \frac{\left\{ c_e \cdot \left[160 + 1,75 \cdot \left[\left(\frac{9}{5} \right) \cdot (T_2(\eta, t) - 273) + 32 \right] \right] \cdot (v_{b_2} \cdot 3,28084)^{0,8} \right\}}{0,570597} \quad \dots(53)$$

$$c_e = 0,9109 - 0,4292 \cdot \log(Dh \cdot 39,37)$$

A região da camisa não tem seção circular, no entanto, podemos determinar um diâmetro interno equivalente para esta região. Este será igual ao diâmetro hidráulico, supondo que toda a área interna do tubo externo e área externa do tubo interno estejam molhadas. O diâmetro hidráulico é determinado como quatro vezes a área molhada pelo fluido da camisa, dividido pelo perímetro molhado pelo mesmo:

$$Dh = \frac{4 \cdot A_{molhada}}{P_{molhado}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot [raio_2^2 - (raio_1 + e_1)^2]}{2 \cdot \pi \cdot (raio_2 + raio_1 + e_1)} = \frac{2[raio_2^2 - (raio_1 + e_1)^2]}{raio_2 + raio_1 + e_1}$$

A velocidade média nas duas regiões será determinada da seguinte forma:

$$v_b = \frac{\varphi}{A_{tr}}$$

Onde: φ = vazão volumétrica de fluido que entra no tubo interno ou camisa

A_{tr} = área transversal do tubo interno ou camisa

Na camisa: $A_{tr} = \left[raio_2^2 - (raio_1 + e_1)^2 \right]$

O coeficiente convectivo do ar será considerado um parâmetro, pois se considera somente o efeito da convecção natural:

$$h_{CN}(\eta, t) = \text{constante}$$

3.1.5.9. Coeficientes globais de transferência térmica

a) Troca de calor entre o fluido interno e o tubo interno:

O coeficiente de global de transferência de calor entre o fluido interno e o tubo interno inclui a resistência para a condução de calor entre o raio médio do tubo e a lâmina de fluido interno sobre a superfície deste:

$$\frac{1}{U_1(\eta, t)} = \frac{raio_1}{k_{p1}} \cdot \ln\left(\frac{r_{MP1}}{raio_1}\right), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \dots \dots \dots (54)$$

A determinação de U_1 foi feita utilizando o raio médio do tubo interno (r_{MP1}). Este valor é necessário porque a temperatura do tubo interno obtida é a temperatura média radial do mesmo e, como se quer calcular a resistência térmica à passagem de calor pelo tubo na direção radial, deve se calcular em qual ponto, radialmente, está esta temperatura, sendo ele r_{MP} . Para a determinação deste valor precisar-se-ia do perfil radial de temperatura do tubo, pois, com ele, se determinaria a temperatura média (correspondente à determinada neste modelo) e sua localização. Porém, não

se tem este perfil, pois, na realidade, ele muda a cada instante. Desta forma, adota-se o perfil de temperaturas radial no estado estacionário (Incropera, 2008):

$$T_{p1}(r) = T_{ps2} + (T_{ps1} - T_{ps2}) \cdot \frac{\ln\left(\frac{r}{raio_1 + e_1}\right)}{\ln\left(\frac{raio_1}{raio_1 + e_1}\right)}$$

Sendo: T_{ps2} – temperatura da superfície externa do tubo; T_{ps1} – temperatura da superfície interna do tubo; $raio_1$ – raio interno do tubo; e_1 – espessura do tubo;

A Figura 15 mostra a localização destas temperaturas.

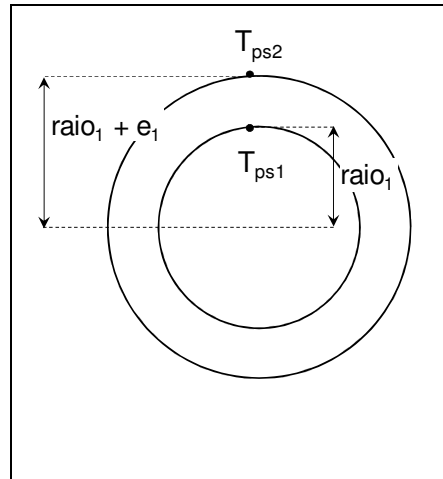


Figura 15 - Localização das temperaturas no perfil radial de temperatura usado para o cálculo da temperatura média

A temperatura média é definida como:

$$\int_{raio_1}^{raio_1 + e_1} T(r) \cdot dr = T_{p1} \cdot e_1, \text{ onde } T_{p1} \text{ é a temperatura média do tubo}$$

Resolvendo esta integral chega-se à posição (raio) onde está a temperatura média do tubo metálico:

$$r_{MP1} = (raio_1 + e_1) \cdot \exp \left(\frac{\ln \left(\frac{raio_1 + e_1}{raio_1} \right) \cdot raio_1}{e_1} - 1 \right)$$

b) Troca de calor entre o tubo interno e o fluido da camisa

O cálculo do coeficiente de transferência térmica entre o tubo interno e o fluido da camisa (U_2) é feito de forma análoga a U_1 . Neste caso, têm-se, também, uma resistência térmica condutiva, referente à passagem de calor pelo tubo interno, e uma convectiva, referente à passagem de calor da superfície externa do tubo interno para o fluido da camisa.

Utilizando como área de referência a superfície externa do tubo interno, se obtém U_2 :

$$\frac{1}{U_2(\eta, t)} = \frac{(raio_1 + e_1)}{k_{p1}} \cdot \ln \left(\frac{raio_1 + e_1}{r_{MP1}} \right) + \frac{1}{h_e(\eta, t)},$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (55)

c) Troca de calor entre o fluido da camisa e o tubo externo

O cálculo do coeficiente de transferência térmica entre o fluido da camisa e o tubo externo (U_3) é feito de forma análoga a U_1 e U_2 . Neste caso, têm-se, também, uma resistência térmica convectiva, referente à passagem do fluido da camisa para a superfície interna do tubo externo, e uma condutiva, referente à passagem de calor pelo tubo externo.

Utilizando como área de referência a superfície interna do tubo externo, se obtém U_3 :

$$\frac{1}{U_3(\eta, t)} = \frac{1}{h_e(\eta, t)} + \frac{raio_2}{k_{p2}} \cdot \ln\left(\frac{r_{MP2}}{raio_2}\right), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots\dots (56)$$

Na qual o raio médio do tubo externo fica:

$$r_{MP2} = (raio_2 + e_2) \cdot \exp\left(\frac{\ln\left(\frac{raio_2 + e_2}{raio_2}\right) \cdot raio_2}{e_2} - 1\right)$$

d) Troca de calor entre o tubo externo e o ambiente

O cálculo do coeficiente de transferência térmica entre o tubo externo e o ambiente (U_4) é feito de forma análoga aos outros coeficientes. Neste caso, têm-se, também, uma resistência térmica condutiva, referente à passagem de calor pelo tubo externo, e uma convectiva, referente à passagem de calor da superfície externa

do tubo externo (superfície do equipamento) para o ambiente, através da convecção natural.

Utilizando como área de referência a superfície externa do tubo externo (superfície do equipamento), se obtém U_3 :

$$\frac{1}{U_4(\eta, t)} = \frac{raio_2 + e_2}{k_{p2}} \cdot \ln\left(\frac{raio_2 + e_2}{r_{MP2}}\right) + \frac{1}{h_{CN}}, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots (57)$$

Onde se identificam as resistências térmicas:

$$R_{p2_2} = \frac{raio_2 + e_2}{k_{p2}} \cdot \ln\left(\frac{raio_2 + e_2}{r_{MP2}}\right)$$

$$R_{ar} = \frac{1}{h_{CN}} \cdot \left(\frac{1}{dA_4}\right)$$

Tal que:

$$dA_4 = 2 \cdot \pi \cdot (raio_2 + e_2) \cdot dz$$

A Figura 16 mostra estas resistências térmicas:

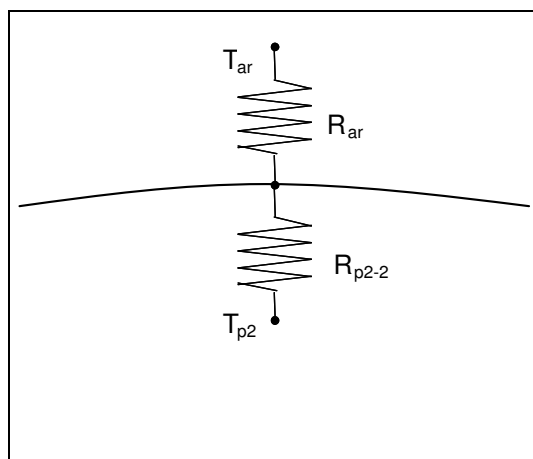


Figura 16 - Resistências térmicas, convectiva e condutiva, referentes à convecção sobre a parede externa do tubo externo (superfície do equipamento) e à condução através do mesmo

3.1.5.10. Temperatura da superfície do equipamento

A temperatura da superfície do equipamento é a temperatura que ocorre na superfície externa do tubo externo. Esta temperatura é calculada a partir do equacionamento do fluxo de calor nesta superfície. Sabe-se que o fluxo de calor que passa do tubo externo para a superfície do mesmo e aquele que passa desta superfície para o ambiente são iguais, já que não há geração de calor em tal superfície. A Figura 17 mostra um esquema da superfície do pasteurizador.

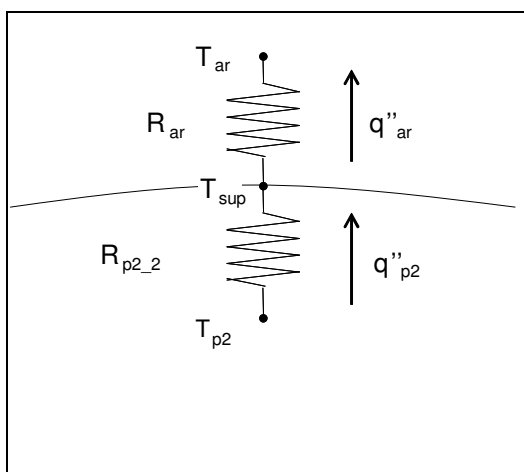


Figura 17 – Esquema da superfície do equipamento

Então, desprezando a taxa de calor perdida pela superfície por radiação, por ser muito menor que a taxa de calor transportado por convecção, têm-se:

$$q''_{p2} = q''_{ar} \Leftrightarrow \frac{(T_{sup} - T_{p2})}{R_{p2_2}} = \frac{(T_{ar} - T_{sup})}{R_{ar}} \Leftrightarrow T_{sup} = \frac{T_{p2_2} \cdot R_{ar} + T_{ar} \cdot R_{p2_2}}{R_{ar} + R_{p2_2}}$$

Portanto:

$$T_{sup}(\eta, t) = \frac{\frac{T_{p2}(\eta, t)}{h_{CN}} + \frac{raio_2 + e_2}{k_{p2}} \cdot \ln\left(\frac{raio_2 + e_2}{r_{MP2}}\right) \cdot T_{ar}}{\frac{1}{h_{CN}} + \frac{raio_2 + e_2}{k_{p2}} \cdot \ln\left(\frac{raio_2 + e_2}{r_{MP2}}\right)} \dots\dots\dots (58)$$

3.1.6. Condições Iniciais

Aplicaram-se seis equações diferenciais neste problema (balanços de energia no fluido interno, tubo interno, fluido da camisa e tubo externo, além dos dois balanços de componente no fluido interno). Como estes balanços incluem o termo de acúmulo (derivada no tempo), se necessita de seis condições iniciais, além das condições de contorno (que serão apresentadas a seguir), para que a integração possa ser feita. Supõe-se que, antes do início da simulação, haja água pura (isenta da substância “A” e da substância “B”) preenchendo tanto o tubo interno quanto a região anular entre os tubos, tal que sua temperatura, bem como a dos próprios tubos metálicos, seja a mesma.

Logo:

Em $t = 0$:

$$C_A(\eta, x, 0) = 0, \text{ para } 0 < \eta \leq 1 \text{ e para } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots$$

(59)

$$C_B(\eta, x, 0) = 0, \text{ para } 0 < \eta \leq 1 \text{ e para } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots$$

(60)

$$T_1(\eta, x, 0) = T_{\text{inicial}}, \text{ para } 0 < \eta \leq 1 \text{ e para } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots$$

(61)

$$T_2(\eta, 0) = T_{\text{inicial}}, \text{ para } 0 < \eta < 1 \quad \dots\dots\dots (62)$$

$$T_{p1}(\eta, 0) = T_{\text{inicial}}, \text{ para } 0 < \eta < 1 \quad \dots\dots\dots (63)$$

$$T_{p2}(\eta, 0) = T_{\text{inicial}}, \text{ para } 0 < \eta < 1 \quad \dots\dots\dots (64)$$

3.1.7. Condições de contorno

Como já dito anteriormente, usaram-se seis equações diferenciais neste modelo. Os balanços de componente para a substância “A” e substância “B” e o balanço de energia para o fluido interno são diferenciais parciais de segunda ordem em relação ao raio, de primeira ordem em relação ao comprimento e ao tempo. Portanto, para estas equações necessitasse de duas condições de contorno em relação ao raio, uma em relação ao comprimento e uma condição inicial (já apresentada). Os balanços de energia para o fluido da camisa e tubo interno e externo são diferenciais parciais de segunda ordem em relação ao comprimento e de primeira ordem em relação ao tempo. Portanto, para estas equações

necessitasse de duas condições de contorno em relação ao comprimento e uma condição inicial (já apresentada) para cada equação.

A parede do tubo é impermeável aos componentes “A” e ao componente “B”, portanto:

$$\text{Em } x=1: \frac{dC_A(\eta, 1, t)}{dx} = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < \eta \leq 1 \quad \dots\dots\dots(65)$$

$$\text{Em } x=1: \frac{dC_B(\eta, 1, t)}{dx} = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < \eta \leq 1 \quad \dots\dots\dots(66)$$

Como se considerou que $\frac{\partial C_A}{\partial \phi} = \frac{\partial C_B}{\partial \phi} = 0$, há simetria da concentração em relação ao eixo do tubo interno:

$$\text{Em } x=0: \frac{dC_A(\eta, 0, t)}{dx} = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < \eta \leq 1 \quad \dots\dots\dots(67)$$

$$\text{Em } x=0: \frac{dC_B(\eta, 0, t)}{dx} = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < \eta \leq 1 \quad \dots\dots\dots(68)$$

No início do tubo há entrada de substância “A” e da substância “B”, de forma que a condição de contorno no início do tubo fica:

$$\text{Em } \eta=0: C_A(0, x, t) = C_{A_ent}, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots(69)$$

$$\text{Em } \eta=0: C_B(0, x, t) = C_{B_ent}, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots(70)$$

Como dito anteriormente a troca de calor entre o fluido interno e o tubo interno ocorre devido à diferença entre temperatura da lâmina de fluido sobre o tubo e a temperatura média do tubo. Sendo assim, se tem que a taxa de calor perdida/recebida pela lâmina de fluido (dada pela Lei de Fourier) é igual à taxa de

calor recebida/perdida pelo tubo (dada pela diferença de temperatura vezes o coeficiente global de transferência térmica):

$$\text{Em } x=1: -\frac{k_{ef1}}{\text{raio}_1} \cdot \frac{dT_1(\eta, 1, t)}{dx} = U_1 \cdot (T_1(\eta, 1, t) - T_{p1}(\eta, t)),$$

$$\text{para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < \eta \leq 1 \quad \dots\dots\dots (71)$$

Como se considerou que $\frac{\partial T_1}{\partial \phi} = 0$, há simetria da temperatura em relação ao eixo do tubo interno:

$$\text{Em } x=0: \frac{dT_1(\eta, 0, t)}{dx} = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < \eta \leq 1 \quad \dots\dots\dots(72)$$

Como na entrada do tubo o fluido interno tem temperatura constante, a condição de contorno neste local fica:

$$\text{Em } \eta=0: T_1(0, x, t) = T_{1_ent}, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots(73)$$

Para as equações de conservação de energia da camisa serão usadas condições de contorno deduzidas de forma análoga a feita por Danckwerts. Assume-se:

- Não há troca de energia fora do volume de controle
- Escoamento desenvolvido

As condições de contorno calculadas desta forma para a equação de conservação de energia da camisa (VC₃) ficam:

$$\text{Em } \eta=0:$$

$$\frac{dT_2(0,t)}{d\eta} = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots\dots (74)$$

Em $\eta=1$:

$$v_{b2} \cdot T_{ent2} = v_{b2} \cdot T_2(1,t) - \frac{k_{ef2}}{\rho_2 \cdot Cp_2 \cdot L} \cdot \frac{dT_2(1,t)}{d\eta}, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots\dots (75)$$

Considera-se que os tubos interno e externo não trocam calor pelas pontas, ou seja, que o fluxo axial de calor em $\eta = 0$ e $\eta = 1$ é igual a zero. Desta forma:

$$q''_{p1}(0,t) = q''_{p1}(1,t) = 0 ;$$

$$q''_{p2}(0,t) = q''_{p2}(1,t) = 0 ;$$

Como a troca de calor através do tubo interno e externo, ao longo do comprimento, é feita por condução (por serem sólidos), escreve-se o fluxo de calor nas pontas usando a Lei de Fourier:

$$\begin{aligned} -k_{p1} \cdot \frac{dT_{p1}}{d\eta}(0,t) &= -k_{p1} \cdot \frac{dT_{p1}}{d\eta}(1,t) = 0 \\ -k_{p2} \cdot \frac{dT_{p2}}{d\eta}(0,t) &= -k_{p2} \cdot \frac{dT_{p2}}{d\eta}(1,t) = 0 \end{aligned}$$

Portanto, as condições de contorno para o tubo metálico e isolamento são:

$$\frac{dT_{\rho 1}}{d\eta}(0,t) = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots (76)$$

$$\frac{dT_{\rho 2}}{d\eta}(0,t) = 0 \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots (77)$$

$$\frac{dT_{\rho 1}}{d\eta}(1,t) = 0 \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots (78)$$

$$\frac{dT_{\rho 2}}{d\eta}(1,t) = 0 \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots (79)$$

3.2. Modelagem da seção de retenção de um pasteurizador bitubular com escoamento do fluido interno não-newtoniano em regime laminar

3.2.1. Objetivos

Desenvolver a modelagem matemática do tubo de retenção de um pasteurizador duplo-tubo não isotérmico, com dispersão de massa e energia e com fluido interno em regime lamina com fluido com reologia modelada pela lei de potência.

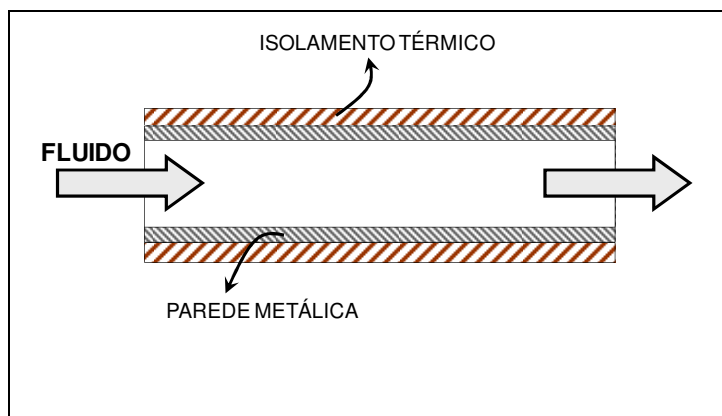


Figura 18 – Esquema mostrando o tubo de retenção, destacando o tubo, o isolante térmico e o fluido passando pelo tubo

O tubo de retenção (tubo interno provindo da seção de aquecimento do pasteurizador) é constituído de um tubo metálico, no qual passa a solução, coberto por uma camada de material isolante térmico sólido, como mostrado na Figura 18. O regime de escoamento do fluido é laminar desenvolvido.

Obter-se-á o perfil de temperatura do tubo e do isolamento térmico através da aplicação da equação de conservação de energia em volumes de controle que os contenha. Além destes, se aplicará a equação de conservação de energia no volume de controle que contém o fluido interno, obtendo, então, o perfil axial e radial de temperatura do fluido. Ao mesmo tempo aplica-se a equação de conservação de um componente “A” e um componente “B”, levando em conta sua taxa de degradação térmica, obtendo, assim, o perfil axial radial de concentração deste no fluido interno.

As características da reação do componente “A” e do componente “B” são iguais às apontadas no modelo da seção de aquecimento/resfriamento.

O problema será simulado em regime transiente, tal que se considera o tubo interno preenchido por água pura (ausência do componente “A” e do componente “B”), a certa temperatura uniforme, antes do início de sua operação (condição inicial do processo). Considera-se também que o tubo metálico e o isolamento estão a esta certa temperatura uniforme.

A listagem dos parâmetros e variáveis é similar a apresentada na seção de aquecimento/resfriamento. Tanto para os parâmetros como variáveis, o índice 1 se refere ao fluido que passa pelo tubo interno, o índice ‘p’ e se refere ao tubo metálico e o índice ‘iso’ ao isolamento térmico.

3.2.2. Parâmetros

Considerando-se as propriedades do fluido interno, tubo metálico e isolamento térmico constantes e uniformes nos volumes de controle, estas serão consideradas parâmetros:

Calor específico: cp_p e cp_{iso} [J/Kg.K];

Densidade mássica: ρ_p e ρ_{iso} [Kg/m³];

Condutibilidade térmica: k_p e k_{iso} [W/m.K];

Comprimento do tubo: L_{ret} [m];

Raio interno do tubo: $raio_1$ [m];

Espessura do tubo: e_1 [m];

Espessura do isolamento térmico: e_{iso} [m]

Velocidade média de escoamento do fluido: v_{b1} [m/s];

Obs.: Declara-se a velocidade de escoamento como parâmetro, pois como o escoamento é turbulento e o fluido é incompressível despreza-se a variação radial e axial da velocidade.

Temperatura de entrada do fluido: T_{ent_1} [K];

Concentração de “A” na entrada do tubo: Ca_{ent} [mol de A/m³];

Concentração de “B” na entrada do tubo: Cb_{ent} [mol de B/m³];

Decaimento decimal na temperatura de referência da substância “A”: $Drefa$ [s];

Variação da temperatura para reduzir o decaimento decimal a 90% de seu valor para a substância “A”: za [K];

Temperatura de referência da substância “A”: T_{refa} [K];

Decaimento decimal na temperatura de referência da substância “B”: D_{refb} [s];

Variação da temperatura para reduzir o decaimento decimal a 90% de seu valor para a substância “B”: z_b [K];

Temperatura de referência da substância “B”: T_{refb} [K];

Difusividade efetiva de “A” e de “B” no fluido: D_{ef} [m²/s];

Temperatura inicial do equipamento: $T_{inicial}$ [K];

Coeficiente de convecção natural na parte externa do equipamento: h_{CN} [W/m²];

Temperatura média do ar que circunda o equipamento: T_{ar} [K];

Constante de Stefan-Boltzmann: σ [W/m².K⁴]

Emissividade da superfície do isolamento térmico: ε [adimensional]

Número de Peclet para o fluido interno: Pe_f [adimensional]

Fração mássica de proteínas: X_{prot} [adimensional]

Fração mássica de gorduras: X_{gord} [adimensional]

Fração mássica de carboidratos: X_{carb} [adimensional]

Fração mássica de fibras: X_{fib} [adimensional]

Fração mássica de cinzas: X_{cinz} [adimensional]

Fração mássica de água: $X_{água}$ [adimensional]

A Figura 19 mostra as dimensões do tubo de retenção:

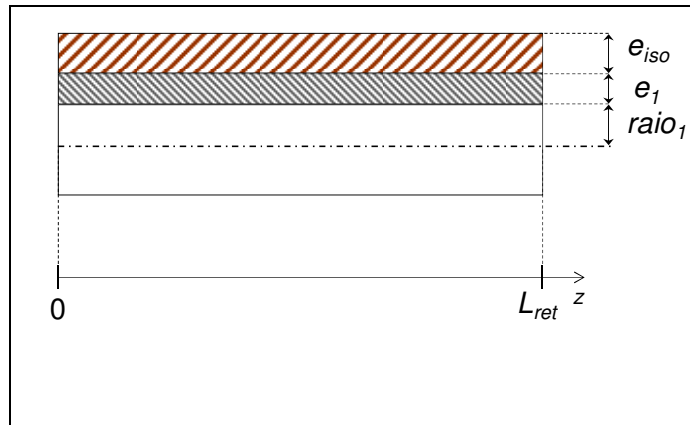


Figura 19 – Esquema do tubo de retenção mostrando suas dimensões

3.2.3. Variáveis

As seguintes variáveis são função da posição no tubo (eixo z), da posição radial (eixo r) e do tempo:

Perfil de velocidade do fluido interno: v_{z1} [m/s];

Temperatura média do fluido interno: T_1 [K];

Taxa de reação de degradação térmica do componente “A”: R_A [gmol/m³.s];

Concentração volumétrica do componente “A”: C_A [gmol/m³];

Taxa de reação de degradação térmica do componente “B”: R_B [gmol/m³.s];

Concentração volumétrica do componente “B”: C_B [gmol/m³];

Calor específico: cp_1 [J/Kg.K];

Densidade mássica: ρ_1 [Kg/m³];

Condutibilidade térmica efetiva do fluido: k_{eff} [W/m.K];

Decaimento decimal do componente “A”: Da [s];

Decaimento decimal do componente “B”: Db [s];

Propriedades dos compostos dos quais é constituído o fluido alimentício:

Densidade mássica das proteínas: ρ_{prot} [Kg/m³];

Densidade mássica das gorduras: ρ_{gord} [Kg/m³];

Densidade mássica dos carboidratos: ρ_{carb} [Kg/m³];

Densidade mássica das fibras: ρ_{fib} [Kg/m³];

Densidade mássica das cinzas: ρ_{cinz} [Kg/m³];

Densidade mássica da água: $\rho_{água}$ [Kg/m³];

Capacidade calorífica das proteínas: cp_{prot} [Kg/m³];

Capacidade calorífica das gorduras: cp_{gord} [Kg/m³];

Capacidade calorífica dos carboidratos: cp_{carb} [Kg/m³];

Capacidade calorífica das fibras: cp_{fib} [Kg/m³];

Capacidade calorífica das cinzas: cp_{cinz} [Kg/m³];

Capacidade calorífica da água: $cp_{água}$ [Kg/m³];

As seguintes variáveis são função da posição no tubo (eixo z) e do tempo:

Temperatura média do fluido da camisa: T_2 [K];

Temperatura média do tubo interno: T_p [K];

Temperatura média do isolamento térmico: T_{iso} [K];

Calor trocado pelo tubo: Q_p [W/m³];

Calor trocado pelo tubo com o fluido: $Q_{p/1}$ [W/m³];

Calor trocado pelo tubo com o isolamento: $Q_{p/iso}$ [W/m³];

Calor trocado pelo isolamento térmico: Q_{iso} [W/m³];

Calor trocado pelo isolamento térmico com o tubo: $Q_{iso/p}$ [W/m³];

Calor trocado pelo isolamento térmico com o ar por convecção natural: $Q_{iso/CN}$ [W/m³];

Calor trocado pelo isolamento térmico com a vizinhança por radiação: $Q_{iso/rad}$ [W/m³];

Temperatura da superfície do equipamento: T_{sup} [K];

Coeficiente global de transferência de calor entre fluido e tubo: U_1 [W/m²];

Coeficiente global de transferência de calor entre tubo e isolamento: U_2 [W/m²];

Coeficiente global de transferência de calor entre isolamento térmico e ar: U_3 [W/m²];

Densidade mássica média transversal do fluido interno: ρ_{media} [Kg/m³];

Viscosidade: μ_1 [Pa.s];

Número de Reynolds: Re_1 [adimensional];

Parâmetros da lei de potência:

Índice de comportamento: n [adimensional]

Índice de consistência: K [Pa.s ^{n}]

Propriedades dos compostos dos quais é constituído o fluido alimentício:

Densidade mássica média transversal das proteínas: $\rho_{média_{prot}}$ [Kg/m³];

Densidade mássica média transversal das gorduras: $\rho_{média_{gord}}$ [Kg/m³];

Densidade mássica média transversal dos carboidratos: $\rho_{média_{carb}}$ [Kg/m³];

Densidade mássica média transversal das fibras: $\rho_{média_{fib}}$ [Kg/m³];

Densidade mássica média transversal das cinzas: $\rho_{média_{cinz}}$ [Kg/m³];

Densidade mássica média transversal da água: $\rho_{média_{água}}$ [Kg/m³];

3.2.3. Domínios

Da mesma forma que na seção de aquecimento/resfriamento, o equacionamento para o fluido interno é bidimensional e, para os tubos interno e isolamento térmico, o equacionamento é unidimensional. A simulação será conduzida em regime transiente. Desta forma, têm-se três domínios:

Radial, adimensionalizado, indo de 0 a 1.

Axial, adimensionalizado, indo de 0 a 1.

Tempo, vai de 0 a *t_{final}*.

3.2.4. Equações

Todas as equações são escritas para um dos três volumes de controle mostrados na Figura 20, que estão contidos em uma fatia do tubo de retenção com comprimento dz . As setas mostram o volume de controle VC_1 , que contém o fluido, sendo um anel de raio interno (" r ") variável de 0 a $raio_1$, espessura e comprimento constante igual à dr e dz , respectivamente. Mostra-se o VC_2 , que é o volume de controle que contém o tubo, sendo um anel de raios internos $raio_1$ e $raio_1 + e_1$ e comprimento dz e também VC_3 , que contém o isolamento térmico, e é um anel de raios internos $raio_1 + e_1$ e $raio_1 + e_1 + e_2$.

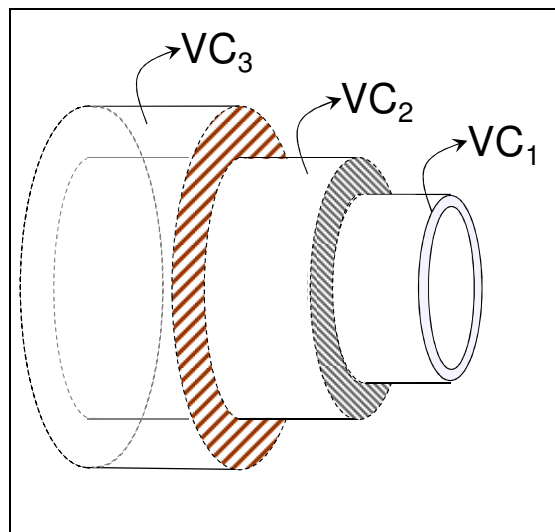


Figura 20 – Esquema do tubo de retenção destacando os volumes de controle onde se aplicarão as equações do modelo

Tal qual para a seção de aquecimento/resfriamento o comprimento do tubo é adimensionalizado: $\eta = z/L_{ret}$ com $0 \leq \eta \leq 1$;

O raio interno do tubo interno é adimensionalizado:

$$x = r/raio_1, \text{ com } 0 \leq x \leq 1$$

Propriedades do fluido interno e da camisa:

Tal qual para a seção de aquecimento/resfriamento a condutibilidade térmica efetiva do fluido interno é escrita como função do número de Peclet e da temperatura do fluido interno:

$$k_{ef1}(\eta, x, t) = \frac{v_{b1} \cdot raio_1 \cdot \rho_1(\eta, x, t) \cdot Cp_1(\eta, x, t)}{Pe_1}, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \dots\dots(1)$$

$$\rho_1(\eta, x, t) = \sum_i \frac{1}{X_i \cdot \rho_i(\eta, x, t)}, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \dots\dots(2)$$

Para i = proteína, gordura, carboidrato, fibra, cinzas e água.

$$\rho_{prot}(\eta, x, t) = 1329,9 - 0,51840 \cdot T_1(\eta, x, t),$$

$$\text{para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \dots(3)$$

$$\rho_{gord}(\eta, x, t) = 925,59 - 0,41757 \cdot T_1(\eta, x, t),$$

$$\text{para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \dots(4)$$

$$\rho_{carb}(\eta, x, t) = 1599,1 - 0,31046 \cdot T_1(\eta, x, t),$$

$$\text{para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \dots(5)$$

$$\rho_{fib}(\eta, x, t) = 1311,5 - 0,36589 \cdot T_1(\eta, x, t),$$

$$\text{para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \dots(6)$$

$$\rho_{cinz}(\eta, x, t) = 2423,8 - 0,28063 \cdot T_1(\eta, x, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(7)

$$\rho_{\acute{a}gua}(\eta, x, t) = 0,0000208 \cdot T_1(\eta, x, t)^3 - 0,00666841 \cdot T_1(\eta, x, t)^2 + 0,04674825 \cdot T_1(\eta, x, t) + 999,87846154,$$

para $0 \leq \eta \leq 1$, $0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(8)

A temperatura média do fluido interno:

$$T_{media}(\eta, t) = \int_0^1 T_1(\eta, x, t) dx, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots\dots(9)$$

Portanto, a densidade média do fluido interno:

$$\rho_{media}(\eta, t) = \frac{1}{\sum_i X_i \cdot \rho_i(\eta, t)}, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots\dots(10)$$

Para i = proteína, gordura, carboidrato, fibra, cinzas e água.

$$\rho_{media_{prot}}(\eta, t) = 1329,9 - 0,51840 \cdot T_{media}(\eta, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(11)

$$\rho_{media_{gord}}(\eta, t) = 925,59 - 0,41757 \cdot T_{media}(\eta, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(12)

$$\rho_{media_{carb}}(\eta, t) = 1599,1 - 0,31046 \cdot T_{media}(\eta, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(13)

$$\rho_{media_{fib}}(\eta, t) = 1311,5 - 0,36589 \cdot T_{media}(\eta, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(14)

$$\rho_{media_{cinz}}(\eta, t) = 2423,8 - 0,28063 \cdot T_{media}(\eta, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(15)

$$\rho_{media_{agua}}(\eta, x, t) = 0,0000208 \cdot T_{media}(\eta, t)^3 - 0,00666841 \cdot T_{media}(\eta, t)^2 + 0,04674825 \cdot T_{media}(\eta, t) + 999,87846154$$

, para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(16)

A capacidade calorífica do fluido em função da temperatura:

$$c_p(\eta, x, t) = X_i \cdot c_{p,i}(\eta, x, t), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots\dots(17)$$

Para i = proteína, gordura, carboidrato, fibra, cinzas e água.

$$c_{p_{prot}}(\eta, x, t) = 2,0082 + 1,2089 \cdot 10^{-3} \cdot T_1(\eta, x, t) - 1,3129 \cdot 10^{-6} \cdot T_1(\eta, x, t)^2, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1,$$

$0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(18)

$$c_{p_{gord}}(\eta, x, t) = 1,9842 + 1,4733 \cdot 10^{-3} \cdot T_1(\eta, x, t) - 4,8008 \cdot 10^{-6} \cdot T_1(\eta, x, t)^2, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1,$$

$0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(19)

$$c_{p_{carb}}(\eta, x, t) = 1,5488 + 1,9625 \cdot 10^{-3} \cdot T_1(\eta, x, t) - 5,9399 \cdot 10^{-6} \cdot T_1(\eta, x, t)^2, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1,$$

$0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(20)

$$c_{p_{fib}}(\eta, x, t) = 1,8459 + 1,8306 \cdot 10^{-3} \cdot T_1(\eta, x, t) - 4,6509 \cdot 10^{-6} \cdot T_1(\eta, x, t)^2, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1,$$

$0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(21)

$$c_{cinz}(\eta, x, t) = 1,0926 + 1,8896 \cdot 10^{-3} \cdot T_1(\eta, x, t) - 3,6817 \cdot 10^{-6} \cdot T_1(\eta, x, t)^2, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1,$$

$0 \leq x \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$...(22)

$$Cp_{\text{água}}(\eta, x, t) = \frac{9,3701 \cdot 10^{-6} \cdot T_1(\eta, x, t)^4 - 0,014116 \cdot T_1(\eta, x, t)^3 + 8,125 \cdot T_1(\eta, x, t)^2 - 2090,1 \cdot T_1(\eta, x, t) + 276370}{18}, \text{ para}$$

$$0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \dots(23)$$

$$K(\eta, t) = 5,057 \cdot e^{\frac{20,577}{T_{\text{media}}(\eta, t)}}, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \dots\dots\dots(24)$$

$$n(\eta, t) = 0,0504 \cdot \ln(T_{\text{media}}(\eta, t)) + 0,1002, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \dots\dots\dots(25)$$

O número de Reynolds para o fluido interno:

$$Re_1(n, t) = \frac{(2 \cdot raio_1)^n \cdot \rho_{1\text{media}}(n, t) \cdot v b_1^{2-n}}{8^{n-1} \cdot K} \cdot \left(\frac{4 \cdot n}{3 \cdot n + 1} \right)^n, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \dots\dots\dots(26)$$

Taxa de reação de “A”:

$$R_A(\eta, x, t) = \frac{2,303}{Da(\eta, x, t)} \cdot C_A(\eta, x, t), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \dots\dots\dots(27)$$

Decaimento decimal de “A” (efeito da temperatura sobre D):

$$\log(Da(\eta, x, t)) = \log(D_{\text{refa}}) + \left(\frac{T_{\text{refa}} - T_1(\eta, x, t)}{za} \right)$$

$$, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \dots\dots\dots(28)$$

Taxa de reação de “B”:

$$R_B(\eta, x, t) = \frac{2,303}{Db(\eta, x, t)} \cdot C_B(\eta, x, t), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \dots\dots(29)$$

Decaimento decimal de “B” (efeito da temperatura sobre D):

$$\log(Db(\eta, x, t)) = \log(Drefb) + \left(\frac{Trefb - T_1(\eta, x, t)}{zb} \right)$$

$$, \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1, 0 \leq x \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \dots\dots(30)$$

3.2.4.1. Balanço de massa no fluido interno (VC₁)

O desenvolvimento da equação de conservação do componente “A” é feita da mesma forma que foi feita na seção de aquecimento/resfriamento. Desta forma, a equação de conservação do componente “A” fica:

$$x \cdot \frac{\partial C_A(\eta, x, t)}{\partial t} + \frac{x \cdot v_{z1}(\eta, x, t)}{L_{ret}} \cdot \frac{\partial C_A(\eta, x, t)}{\partial \eta} = \frac{D_{efa}}{raio_1^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(x \cdot \frac{\partial C_A(\eta, x, t)}{\partial x} \right) - x \cdot R_A(\eta, x, t),$$

para $0 < \eta \leq 1$, $0 < x < 1$ e $0 < t \leq t_{final}$
(31)

Da mesma forma que na seção de aquecimento/resfriamento, a equação de conservação para o componente “B”:

$$x \cdot \frac{\partial C_B(\eta, x, t)}{\partial t} + \frac{x \cdot v_{z1}(\eta, x, t)}{L_{ret}} \cdot \frac{\partial C_B(\eta, x, t)}{\partial \eta} = \frac{D_{efb}}{raio_1^2} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(x \cdot \frac{\partial C_B(\eta, x, t)}{\partial x} \right) - x \cdot R_B(\eta, x, t),$$

para $0 < \eta \leq 1$, $0 < x < 1$ e $0 < t \leq t_{final}$
(32)

Tal qual na seção de aquecimento/resfriamento, considera-se que a difusividade efetiva da substância “A” é igual a da substância “B”:

$$D_{efa} = D_{efb} = D_{ef} \Leftrightarrow$$

$$Pe_{Ma} = Pe_{Mb} = Pe_M = \frac{v_{b1} \cdot raio_1}{D_{ef}}$$

3.2.4.2. Balanço de energia para o fluido interno (VC₁)

O desenvolvimento da equação de conservação de energia do fluido interno é feita da mesma forma que foi feita na seção de aquecimento/resfriamento. Desta forma, a equação de conservação de energia do fluido interno fica:

$$x \cdot \frac{\partial T_1(\eta, x, t)}{\partial t} + \frac{v_{z1}(\eta, x, t)}{L_{ret}} \cdot \frac{\partial T_1(\eta, x, t)}{\partial \eta} = \frac{k_{ef1}(\eta, x, t)}{\rho_1(\eta, x, t) \cdot Cp_1(\eta, x, t) \cdot raio_1^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(x \cdot \frac{\partial T_1(\eta, x, t)}{\partial x} \right)$$

$$, \text{ para } 0 < \eta \leq 1, 0 < x < 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \text{.....(33)}$$

O efeito de difusão térmica é considerado supondo que o mecanismo de dispersão mássica é semelhante ao de dispersão de energia. Portanto, iguala-se o número adimensional de Peclet mássico ao número de Peclet térmico:

$$Pe_1 = Pe_M = \frac{v_{b1} \cdot raio_1}{D_{ef}} = Pe_T = \frac{\rho_1(\eta, x, t) \cdot Cp_1(\eta, x, t) \cdot v_{b1} \cdot raio_1}{k_{ef1}(\eta, x, t)}$$

3.2.4.3. Calor trocado pelo fluido interno:

O fluido interno troca calor somente com o tubo. Esta quantidade de energia é determinada através do coeficiente de transferência térmica U_1 , que é detalhado mais adiante no texto. Sendo assim, escreve-se a quantidade de calor trocada por volume de fluido interno como:

$$Q_1 = U_1 \cdot \frac{dA_1}{dV_1} \cdot (T_p - T_1)$$

A Figura 21 mostra o volume de controle (VC_1) onde é escrita esta equação.

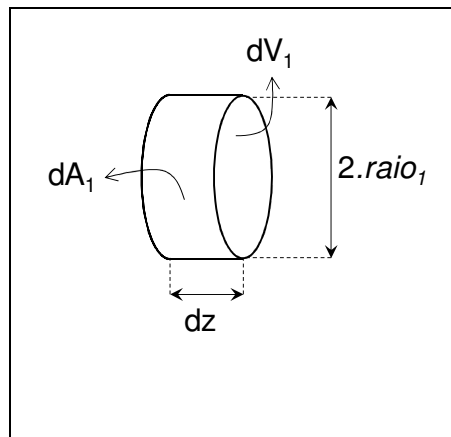


Figura 21 – Volume de controle que contém o fluido interno

$$dA_1 = 2 \cdot \pi \cdot raio_1 \cdot dz$$

$$dV_1 = \pi \cdot raio_1^2 \cdot dz$$

O calor trocado pelo fluido interno fica:

$$Q_1(\eta, t) = U_1(\eta, t) \cdot \frac{2}{raio_1} \cdot (T_p(\eta, t) - T_1(\eta, t)), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \quad \dots\dots(34)$$

Obs.: U_1 foi definido em relação à área interna do tubo metálico, por isso usa-se esta área na equação de Q_1 .

3.2.4.4. Balanço de energia para o tubo metálico (VC_2)

A equação de conservação de energia térmica é aplicada no VC₂, que contém o tubo:

$$\frac{\partial T_p}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} T_p = \frac{\nabla(k_p \cdot \nabla T_p)}{\rho_p \cdot Cp_p} - \frac{Q_p}{\rho_p \cdot Cp_p}$$

A simplificação desta equação é idêntica à feita no caso do modelo da seção de aquecimento/resfriamento. Usa-se o fato de que o material é sólido e a hipótese de que a condutibilidade térmica efetiva da solução é constante e uniforme no volume de controle. Além disso, despreza-se a variação radial e angular de temperatura, já que a temperatura considerada é a temperatura média da seção.

A equação de conservação de energia adimensionalizada fica:

$$\frac{\partial T_p(\eta, t)}{\partial t} = \frac{k_p}{\rho_p \cdot Cp_p \cdot L_{ret}^2} \cdot \frac{\partial^2 T_p(\eta, t)}{\partial n^2} - \frac{Q_p(\eta, t)}{\rho_p \cdot Cp_p},$$

para $0 < \eta < 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (35)

3.2.4.5. Calor trocado pelo tubo:

O tubo metálico troca calor com o isolamento térmico, por condução, e com o fluido, por convecção. A Figura 22 mostra os vetores de fluxo de calor: $q''_{p/1}$ - fluxo de calor que vem do fluido interno; $q''_{p/iso}$ - fluxo de calor que vai para o isolamento.

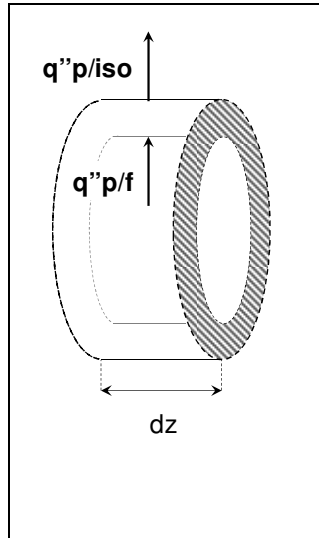


Figura 22 – Vetores de fluxo de calor no tubo

Dividi-se o calor trocado pelo tubo (Q_p) nestas duas parcelas:

$$Q_p(\eta, t) = Q_{p/1}(\eta, t) + Q_{p/iso}(\eta, t), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{\text{final}} \quad \dots\dots\dots (36)$$

onde:

$Q_{p/1}$ = calor trocado com o fluido

$Q_{p/iso}$ = calor trocado com o isolamento

Determinação de $Q_{p/1}$:

Assim como na seção de aquecimento/resfriamento o calor trocado com o fluido é determinado usando o coeficiente de troca térmica U_1 , que se refere à área interna do tubo. No entanto, se deve atentar ao fato que o volume ao qual esse calor se refere é o do tubo. Também é necessário se notar que a força motriz para a troca

de calor com o fluido interno é a diferença entre a temperatura do tubo e a temperatura da lâmina de fluido sobre a superfície do mesmo. A Figura 23 mostra o volume de controle infinitesimal com o qual se faz este cálculo.

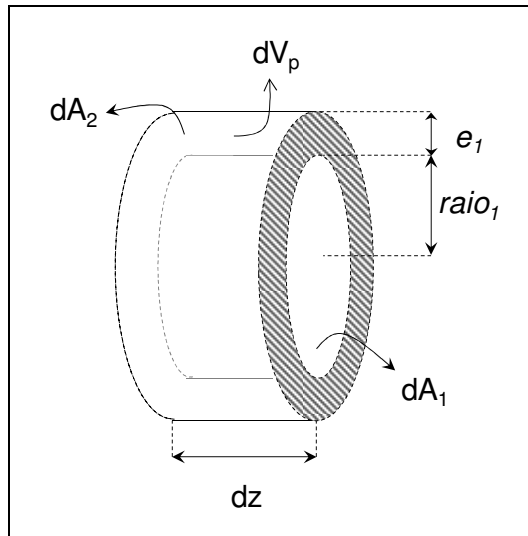


Figura 23 – Volume de controle que contém o tubo metálico

$$Q_{p/1} = U_1 \cdot \frac{dA_1}{dV_p} \cdot (T_1 - T_p)$$

$$dA_1 = 2 \cdot \pi \cdot raio_1 \cdot dz$$

$$dV_p = \pi \cdot \left[(raio_1 + e_1)^2 - raio_1^2 \right] \cdot dz$$

O calor trocado pelo tubo com o fluido fica:

$$Q_{p/1}(\eta, t) = U_1(\eta, t) \cdot \frac{2 \cdot raio_1}{\left((raio_1 + e_1)^2 - raio_1^2 \right)} \cdot (T_1(\eta, 1, t) - T_p(\eta, t)),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$

..... (37)

Determinação de $Q_{p/iso}$:

O calor trocado com o isolamento térmico é determinado usando o coeficiente de troca térmica U_2 , que se refere à área externa do tubo. O coeficiente de transferência térmica U_2 é detalhado mais adiante no texto.

$$Q_{p/iso} = U_2 \cdot \frac{dA_2}{dV_p} \cdot (T_{iso} - T_p)$$

$$dA_2 = 2 \cdot \pi \cdot (raio_1 + e_1) \cdot dz$$

O calor trocado pelo tubo com o isolamento fica:

$$Q_{p/iso}(\eta, t) = U_2(\eta, t) \cdot \frac{2 \cdot (raio_1 + e_1)}{(raio_1 + e_1)^2 - raio_1^2} \cdot (T_{iso}(\eta, t) - T_p(\eta, t)),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (38)

3.2.4.6. Balanço de energia para o isolamento térmico (VC₃)

Aplica-se a equação de conservação de energia térmica no VC₃, que contém o isolamento térmico. Usam-se as mesmas considerações e hipóteses usadas para o tubo: material sólido, condutibilidade térmica constante e uniforme no VC₃ e desprezam-se as variações radiais e angulares de temperatura. Desta forma a equação de conservação fica:

$$\frac{\partial T_{iso}(\eta, t)}{\partial t} = \frac{k_{iso}}{\rho_{iso} \cdot Cp_{iso} \cdot L_{ret}^2} \cdot \frac{\partial^2 T_{iso}(\eta, t)}{\partial n^2} - \frac{Q_{iso}(\eta, t)}{\rho_{iso} \cdot Cp_{iso}},$$

para $0 < \eta < 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (39)

Da mesma forma que para o tubo, a temperatura " T_{iso} " corresponde à temperatura média de cada seção do isolante térmico.

3.2.4.7. Calor trocado pelo isolamento térmico

O isolamento térmico troca calor com o tubo, por condução, e com o ar, por convecção natural e radiação eletromagnética. A Figura 24 mostra os vetores de fluxo de calor: $q''_{iso/p}$ - fluxo de calor que vem do tubo; $q''_{iso/CN}$ - fluxo de calor que vai para o ar pelo mecanismo de convecção natural e $q''_{iso/rad}$ - fluxo de calor que vai para o ar pelo mecanismo de radiação.

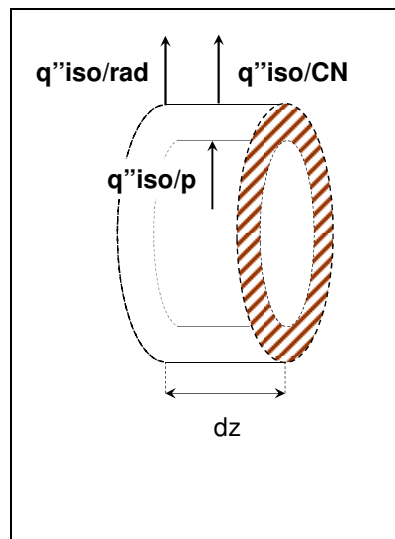


Figura 24 – Vetores de fluxo de calor no isolante térmico

Dividi-se Q_{iso} nestas três parcelas:

$$Q_{iso}(\eta, t) = Q_{iso/p}(\eta, t) + Q_{iso/CN}(\eta, t) + Q_{iso/rad}(\eta, t),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (40)

onde:

$Q_{iso/p}$ = calor trocado com o tubo

$Q_{iso/CN}$ = calor trocado com o ar por convecção natural

$Q_{iso/rad}$ = calor trocado com a vizinhança por radiação eletromagnética

Determinação de $Q_{iso/p}$:

O calor trocado com o tubo é determinado usando o coeficiente de troca térmica U_2 , da mesma forma que quando se calculou o calor que o tubo troca com o isolamento. Entretanto, o valor que $Q_{iso/p}$ e $Q_{p/iso}$ são diferentes, já que são determinados em W/m^3 , ou seja, energia por tempo por volume de tubo ou isolamento. Como o volume de tubo é diferente do volume de isolamento usado, os valores de $Q_{iso/p}$ e $Q_{p/iso}$ são diferentes. A Figura 25 mostra o volume de controle no qual se faz esse cálculo.

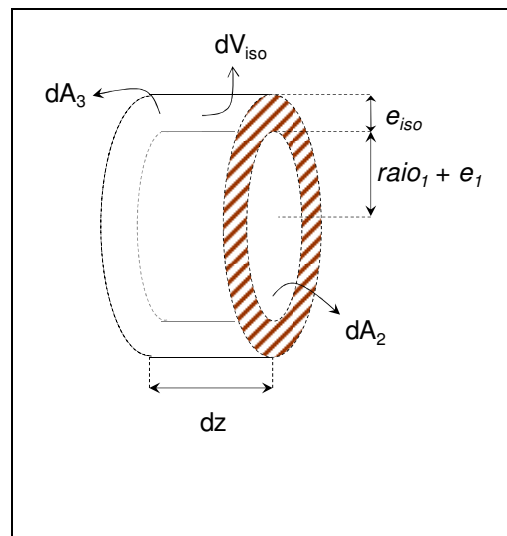


Figura 25 – Volume de controle que contém o isolamento

$$Q_{iso/p} = U_2 \cdot \frac{dA_2}{dV_{iso}} \cdot (T_p - T_{iso})$$

$$dA_2 = 2 \cdot \pi \cdot (raio_1 - e_t) \cdot dz$$

$$dV_{iso} = \pi \cdot \left((raio_1 + e_t + e_{iso})^2 - (raio_1 + e_t)^2 \right) \cdot dz$$

O calor trocado pelo isolamento térmico com o tubo fica:

$$Q_{iso/p}(\eta, t) = U_2(\eta, t) \cdot \frac{2 \cdot (raio_1 + e_1)}{(raio_1 + e_1 + e_{iso})^2 - (raio_1 + e_1)^2} \cdot (T_p(\eta, t) - T_{iso}(\eta, t)),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (41)

Determinação de $Q_{iso/CN}$:

O calor trocado com o ar, por convecção natural, é determinado usando o coeficiente de troca térmica U_3 (que será detalhado mais adiante no texto), que se refere à área externa do isolamento térmico (área externa do equipamento).

$$Q_{iso/CN} = U_3 \cdot \frac{dA_3}{dV_{iso}} \cdot (T_{ar} - T_{iso})$$

$$dA_3 = 2 \cdot \pi \cdot (raio_1 + e_1 + e_{iso}) \cdot dz$$

O calor trocado pelo isolamento com o ar por convecção natural fica:

$$Q_{iso/CN}(\eta, t) = U_3(\eta, t) \cdot \frac{2 \cdot (raio_1 + e_1 + e_{iso})}{(raio_1 + e_1 + e_{iso})^2 - (raio_1 + e_1)^2} \cdot (T_{ar} - T_{iso}(\eta, t)),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (42)

Determinação de $Q_{iso/rad}$

Calcula-se a quantidade de calor trocada por radiação da mesma forma que foi feito na seção de aquecimento/resfriamento, sendo assim, têm-se:

$$Q_{iso/rad} = \varepsilon \cdot \sigma \cdot \frac{dA_{ext}}{dV_{iso}} \cdot (T_{ar}^4 - T_{sup}^4)$$

$$dA_{ext} = dA_3 = 2 \cdot \pi \cdot (raio_1 + e_1 + e_{iso}) \cdot dz$$

onde, dA_{ext} = área externa do equipamento;

O calor trocado pelo isolamento térmico com o ar pelo mecanismo de radiação fica:

$$Q_{iso/CN}(\eta, t) = \varepsilon \cdot \sigma \cdot \frac{2 \cdot (raio_1 + e_1 + e_{iso})}{(raio_1 + e_1 + e_{iso})^2 - (raio_1 + e_1)^2} \cdot (T_{ar}^4 - T_{sup}^4(\eta, t)),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (43)

3.2.4.8. Coeficientes convectivos

Assim como na seção de aquecimento/resfriamento, não há convecção sobre a superfície interna do tubo. Desta forma o único coeficiente de convecção a ser determinado é o coeficiente convectivo do ar na superfície externa do isolamento,. Assim como na seção de aquecimento/resfriamento e no modelo no qual o fluido interno tem escoamento turbulento, este coeficiente convectivo será considerado um parâmetro, pois se considera somente o efeito da convecção natural:

$$h_{CN}(\eta, t) = constante$$

3.2.4.9. Coeficientes globais de transferência térmica

a) Passagem de calor entre o fluido e o tubo:

Assim como na seção de aquecimento/resfriamento o coeficiente de global de transferência de calor entre o fluido interno e o tubo interno inclui a resistência para a condução de calor entre o raio médio do tubo e a lâmina de fluido interno sobre a superfície deste:

$$\frac{1}{U_1(\eta, t)} = \frac{raio_1}{k_{p1}} \cdot \ln\left(\frac{r_{MP1}}{raio_1}\right), \text{ para } 0 \leq \eta \leq 1 \text{ e } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots\dots (44)$$

Tal que o raio médio do tubo interno, onde está localizada a temperatura média do mesmo, é:

$$r_{MP1} = (raio_1 + e_1) \cdot \exp\left(\frac{\ln\left(\frac{raio_1 + e_1}{raio_1}\right) \cdot raio_1}{e_1} - 1\right)$$

b) Troca de calor entre o tubo e o isolamento:

Da mesma forma que para o tubo metálico, foi considerado no isolamento a temperatura média radial de cada seção transversal do mesmo. Sendo assim, o

cálculo do coeficiente de transferência térmica entre o tubo metálico e o isolamento térmico (U_2) será análogo ao feito para U_1 . Neste caso, têm-se duas resistências térmicas condutivas, uma referente ao tubo e outra referente ao isolamento térmico.

Também se deve calcular o raio médio do isolamento. De forma análoga à já feita se obtêm a equação:

$$r_{Miso} = (raio_1 + e_1 + e_{iso}) \cdot \exp \left(\frac{\ln \left(\frac{raio_1 + e_1 + e_{iso}}{raio_1 + e_1} \right) \cdot (raio_1 + e_1)}{e_{iso}} - 1 \right)$$

Utilizando como área de referência a superfície externa do tubo, se obtêm U_2 :

$$\frac{1}{U_2} = \frac{(raio_1 + e_1)}{k_p} \cdot \ln \left(\frac{raio_1 + e_1}{r_{MP}} \right) + \frac{(raio_1 + e_1)}{k_{iso}} \cdot \ln \left(\frac{r_{Miso}}{raio_1 + e_1} \right),$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{final}$ (45)

As resistências térmicas:

$$R_{tubo_2} = \frac{(raio_1 + e_1)}{k_p} \cdot \ln \left(\frac{raio_1 + e_1}{r_{MP}} \right) \cdot \left(\frac{1}{dA_2} \right)$$

$$R_{isolamento_1} = \frac{(raio_1 + e_1)}{k_{iso}} \cdot \ln \left(\frac{r_{Miso}}{raio_1 + e_1} \right) \cdot \left(\frac{1}{dA_2} \right)$$

Tal que:

$$dA_2 = 2 \cdot \pi \cdot (raio_1 + e_1) \cdot dz$$

A Figura 26 mostra estas resistências:

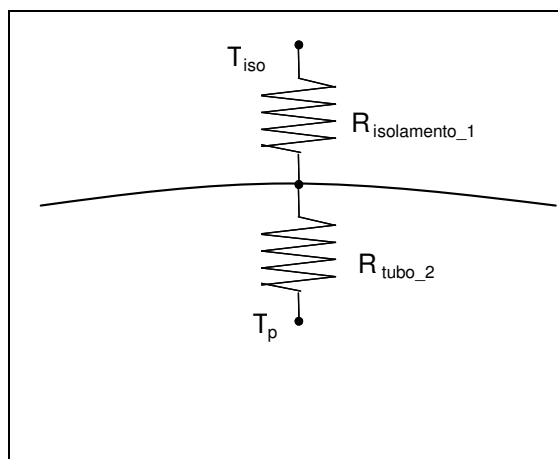


Figura 26 - Resistências térmicas condutivas, referentes ao transporte de calor entre o tubo e o isolamento térmico

c) Troca de calor entre o isolamento e o ambiente:

O cálculo do coeficiente de transferência térmica do isolamento para o ambiente (U_3), é feito de forma análoga aos outros dois (U_1 e U_2). Entre o isolamento e o ambiente existem duas resistências térmicas, uma condutiva, referente ao próprio isolamento, e uma convectiva, referente à convecção natural na superfície do isolamento.

Utilizando como área de referência a superfície externa do isolamento (superfície do equipamento), se obtêm U_3 :

$$\frac{1}{U_3} = \frac{(raio_1 + e_1 + e_{iso})}{k_{iso}} \cdot \ln\left(\frac{r_1 + e_1 + e_{iso}}{raio_1}\right) + \frac{1}{h_{CN}},$$

para $0 \leq \eta \leq 1$ e $0 < t \leq t_{\text{final}}$ (46)

As resistências térmicas:

$$R_{\text{isolamento_2}} = \frac{(raio_1 + e_1 + e_{iso})}{k_{iso}} \cdot \ln\left(\frac{r_1 + e_1 + e_{iso}}{raio_1}\right) \cdot \left(\frac{1}{dA_3}\right)$$

$$R_{ar} = \frac{1}{h_{CN}} \cdot \left(\frac{1}{dA_3}\right)$$

Tal que:

$$dA_3 = 2 \cdot \pi \cdot (raio_1 + e_1 + e_{iso}) \cdot dz$$

A Figura 27 mostra estas resistências:

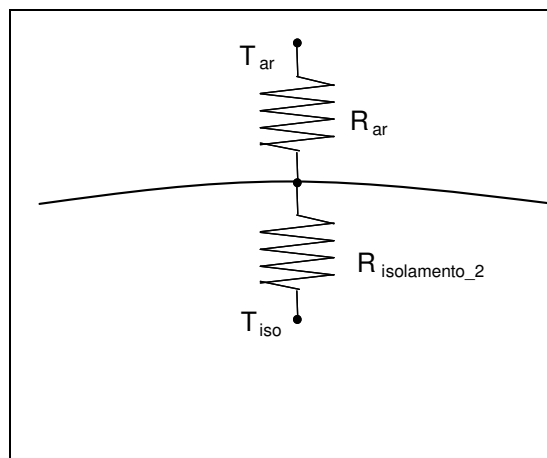


Figura 27 – Resistências térmicas, condutiva e convectiva, referentes ao isolamento térmico e à convecção natural sobre o equipamento

3.2.4.10. Temperatura da superfície do equipamento

A temperatura da superfície do equipamento é a temperatura que ocorre na superfície externa do isolamento térmico. Esta temperatura é calculada de forma idêntica à feita no modelo da seção de retenção quando o fluido interno tem escoamento turbulento. Portanto:

$$T_{\text{sup}}(n,t) = \frac{\frac{T_{\text{iso}}(n,t)}{h_{\text{CN}}} + \frac{(r_1 + e_1 + e_{\text{iso}})}{k_{\text{iso}}} \cdot \ln\left(\frac{r_1 + e_1 + e_{\text{iso}}}{r_{\text{Miso}}}\right) \cdot T_{\text{ar}}}{\frac{1}{h_{\text{CN}}} + \frac{(r_1 + e_1 + e_{\text{iso}})}{k_{\text{iso}}} \cdot \ln\left(\frac{r_1 + e_1 + e_{\text{iso}}}{r_{\text{Miso}}}\right)} \quad \dots\dots\dots (47)$$

3.2.5. Condições Iniciais

As condições iniciais são determinadas da mesma forma que foram determinadas na seção de aquecimento/resfriamento e no modelo em que o fluido interno tem escoamento turbulento. Portanto:

Em $t = 0$:

$$C_A(\eta, x, 0) = 0, \text{ para } 0 < \eta \leq 1 \text{ e } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots (48)$$

$$C_B(\eta, x, 0) = 0, \text{ para } 0 < \eta \leq 1 \text{ e para } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots (49)$$

$$T_1(\eta, x, 0) = T_{\text{inicial}}, \text{ para } 0 < \eta \leq 1 \text{ e para } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots (50)$$

$$T_p(\eta, 0) = T_{\text{inicial}}, \text{ para } 0 < \eta < 1 \quad \dots\dots\dots (51)$$

$$T_{\text{iso}}(\eta, 0) = T_{\text{inicial}}, \text{ para } 0 < \eta < 1 \quad \dots\dots\dots (52)$$

3.2.6. Condições de contorno

As condições de contorno para a equação de conservação dos componentes “A” e “B” e a equação de conservação de energia do fluido interno e do tubo são determinadas da mesma forma que na seção de aquecimento/resfriamento. Para a equação de conservação de energia do isolamento as condições de contorno são semelhantes àsquelas do tubo interno. Portanto:

Em $x=1$:

$$\frac{dC_A(\eta, 1, t)}{dx} = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < \eta \leq 1 \quad \dots\dots\dots(53)$$

$$\frac{dC_B(\eta, 1, t)}{dx} = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < \eta \leq 1 \quad \dots\dots\dots(54)$$

Em $x=0$:

$$\frac{dC_A(\eta, 0, t)}{dx} = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < \eta \leq 1 \quad \dots\dots\dots(55)$$

$$\frac{dC_B(\eta, 0, t)}{dx} = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < \eta \leq 1 \quad \dots\dots\dots(56)$$

Em $\eta=0$:

$$C_A(0, x, t) = C_{A_ent}, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots(57)$$

$$C_B(0, x, t) = C_{B_ent}, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots(58)$$

Em $x=1$:

$$-\frac{k_{ef1}}{raio_1} \cdot \frac{dT_1(\eta, 1, t)}{dx} = U_1 \cdot (T_1(\eta, 1, t) - T_{p1}(\eta, t)), \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < \eta \leq 1.. \quad (59)$$

Em $x=0$:

$$\frac{dT_1(\eta, 0, t)}{dx} = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < \eta \leq 1 \quad \dots\dots\dots(60)$$

Em $\eta=0$:

$$T_1(0, x, t) = T_{1_ent}, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \text{ e } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots(61)$$

$$\frac{dT_{p1}}{d\eta}(0, t) = 0, \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots\dots (62)$$

$$\frac{dT_{iso}}{d\eta}(0, t) = 0 \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots\dots (63)$$

Em $\eta=1$:

$$\frac{dT_{p1}}{d\eta}(1, t) = 0 \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots\dots (64)$$

$$\frac{dT_{iso}}{d\eta}(1, t) = 0 \text{ para } 0 < t \leq t_{final} \quad \dots\dots\dots (65)$$

3.3. Modelo para representar a junção das seções de aquecimento, retenção e resfriamento de um pasteurizador bitubular para fluido interno em regime laminar

3.3.1. Objetivos

Desenvolver a modelagem matemática para representar a conexão entre os modelos matemáticos que representam as seções de aquecimento, retenção e resfriamento de um pasteurizador bitubular.

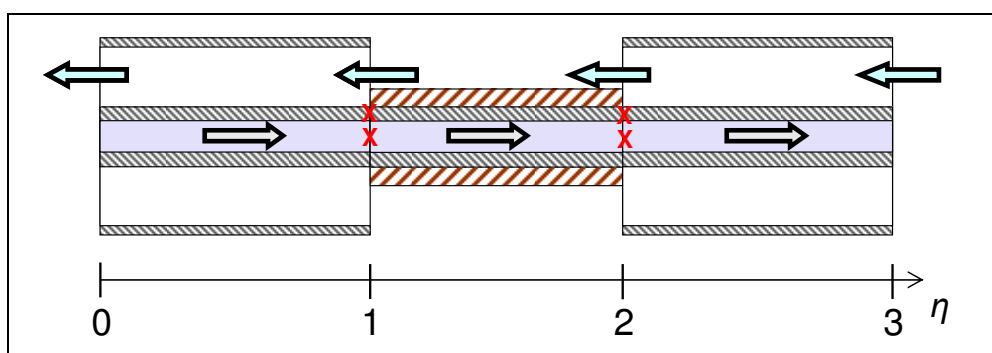


Figura 28 – Esquema mostrando as seções de aquecimento, retenção e resfriamento conectadas. Os 'X' indicam onde deve ser feita esta conexão.

Na Figura 28 mostra-se o esquema do pasteurizador, que é constituído pelas seções de aquecimento, retenção e resfriamento. Os 'X' indicam por onde se conectam estas seções: pelo fluido interno e pelo tubo interno. Desta forma, deve haver continuidade dos perfis de temperatura e concentração do fluido interno de uma seção para a outra e do perfil de temperatura do tubo interno de uma seção para a outra. Para que isto aconteça basta criarem-se condições de contorno

adequadas entre as seções de aquecimento e retenção e entre a retenção e o resfriamento.

Estas condições de contorno são criadas a partir de duas constatações físicas que ocorrem nos limites entre as seções:

As grandezas físicas (temperatura e concentração) têm valores iguais no fim de uma seção e início da outra.

O fluxo das grandezas físicas também é igual no fim de uma seção e início da outra.

Portanto, as condições de contorno que ligarão as seções de aquecimento com a de retenção e esta com o resfriamento serão dadas igualando as temperatura e concentrações e seus fluxos nas conexões.

3.3.2. Equações

Como o comprimento das seções é adimensionalizado, a seção de aquecimento vai de 0 a 1, a de retenção de 1 a 2 e a de resfriamento de 2 a 3, como mostrado na Figura 28. Desta forma, se igualara a temperatura do fluido interno da posição η (comprimento adimensionalizado) igual a 1 obtida no modelo do aquecimento com a temperatura da mesma posição obtida no modelo da retenção, sendo isto feito, também, para a concentração de “A” e de “B” e para a temperatura do tubo interno. Para o fluxo, tem-se o mesmo raciocínio, ou seja, iguala-se o fluxo de calor do tubo interno nas posições 1 e 2. Como a condutibilidade térmica mantém-se constante, basta igualar-se a primeira derivada da temperatura do tubo interno. Finalmente, as equações ficam:

$$\text{aquecimento} [T_1(1,t)] = \text{reten\c{c}ao} [T_1(1,t)], \text{ para } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{aquecimento} [C_A(1,t)] = \text{reten\c{c}ao} [C_A(1,t)], \text{ para } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{aquecimento} [C_B(1,t)] = \text{reten\c{c}ao} [C_B(1,t)], \text{ para } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{reten\c{c}ao} [T_1(2,t)] = \text{resfriamento} [T_1(2,t)], \text{ para } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\text{reten\c{c}ao} [C_A(2,t)] = \text{resfriamento} [C_A(2,t)], \text{ para } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{reten\c{c}ao} [C_B(2,t)] = \text{resfriamento} [C_B(2,t)], \text{ para } 0 < x < 1 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\text{aquecimento} [T_{p1}(1,t)] = \text{reten\c{c}ao} [T_{p1}(1,t)] \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\text{reten\c{c}ao} [T_{p1}(2,t)] = \text{resfriamento} [T_{p1}(2,t)] \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\text{aquecimento} \left[\frac{\partial T_{p1}(1,t)}{\partial \eta} \right] = \text{reten\c{c}ao} \left[\frac{\partial T_{p1}(1,t)}{\partial \eta} \right] \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\text{reten\c{c}ao} \left[\frac{\partial T_{p1}(2,t)}{\partial \eta} \right] = \text{resfriamento} \left[\frac{\partial T_{p1}(2,t)}{\partial \eta} \right] \quad \dots\dots\dots (10)$$

Deve-se atentar para o fato de que estas condi\c{c}oes de contorno substituem aquelas que foram escritas nos modelos das se\c{c}oes de aquecimento/resfriamento e reten\c{c}ao para T_1 , T_{p1} , C_A e C_B nas posi\c{c}oes η igual a 1, no aquecimento e reten\c{c}ao, e η igual a 2, na reten\c{c}ao e resfriamento. Tamb\c{e}m \c{e} importante apontar que o

modelo apresentado para a seção de aquecimento/resfriamento é usado para calcular os perfis da seção de aquecimento e da de resfriamento, de forma que as condições de contorno são diferentes para cada seção.

Portanto, substituindo estas condições de contorno nos modelos da seção de aquecimento (que usa o modelo da seção de aquecimento/resfriamento deste relatório), seção de retenção (modelo da seção de retenção) e do resfriamento (modelo da seção de aquecimento/resfriamento), é feita a junção das três seções do pasteurizador de forma que se tem um modelo único que representa o pasteurizador bitubular. No próximo item mostra-se a simulação dinâmica deste modelo.

4. ESTUDO DE CASO

Os modelos desenvolvidos na seção 3 foram simulados utilizando o software gPROMS (Georgiadis et al., 1998; Pinto e Gut, 2003). Foi realizada a simulação dinâmica do modelo matemático do pasteurizador para o fluido interno em escoamento laminar. O estudo de caso usado nestas simulações é descrito a seguir:

Propriedades físico-químicas (densidade mássica, condutibilidade térmica e capacidade calorífica) do fluido da camisa iguais às da água pura

Propriedades físico-químicas do fluido interno estimadas para a fruta manga (*Mangifera indica*), variedade 'Haden', a partir do modelo de Choi e Okos. A composição desta variedade de manga foi obtida de Sugai (2002):

Tabela 3 - Composição da manga variedade 'Haden'

Composto	Quantidade (%)
Água	82,26
Gordura	0,07
Cinzas	0,33
Acidez (g ác. Cítrico/100g)	0,29
Proteínas	0,34
Amido	1,45
Açúcares	5,27
TOTAL	90,01

Percebe-se

pela

Tabela 3 que não se tem a porcentagem de fibras presente na variedade 'Haden' de manga, valor necessário para se estimar as propriedades pelo modelo de Choi e Okos. Entretanto, a soma de todas as composições percentuais não resulta em 100%. Supôs-se que a diferença entre 100% e a soma de todas as composições desta tabela (90,01%) corresponde à porcentagem de fibras. No modelo de Choi e Okos necessitasse da quantidade de carboidratos totais, para se obter este valor somou-se a porcentagem de amido com a porcentagem de açúcares. Desta forma, as frações mássicas de água, gordura, cinzas, proteínas, carboidratos e fibras, usadas no modelo de Choi e Okos, apresentam-se na Tabela 4.

Tabela 4 - Composição mássica da manga variedade 'Haden' usada para o cálculo das propriedades físicas do fluido interno

Composto	Fração mássica
Proteínas	0,0034
Gorduras	0,0007
Carboidratos	0,0672
Fibras	0,0999
Cinzas	0,0033
Água	0,8226
TOTAL	0,9971

A soma das frações mássicas apresentadas acima não é igual a 1,0 porque a porcentagem de acidez apresentada na

Tabela 3 não foi considerada na Tabela 4.

A massa molar do fluido interno foi considerada igual à da água, pois não há dados suficientes para a estimativa da massa molar da fruta manga, variedade 'Haden':

$$MM_1 = 0,018 \text{ kg/gmol}$$

Propriedades físico-químicas dos tubos interno e externo são iguais às do aço inox padrão usado em indústrias de alimentos (Handbook of Chemistry and Physics 2005):

Condutibilidade térmica = 15 W/m.K;

Densidade mássica = 7900 Kg/m³;

Capacidade calorífica = 500 J/Kg.K;

Propriedades físico-químicas do isolante térmico presente na seção de retenção são iguais às da espuma elastomérica Armaflex AF:

Condutibilidade térmica = 0,037 W/m.K;

Densidade mássica = 60 Kg/m³;

Capacidade calorífica = 1300 J/Kg.K;

Comprimento das seções de aquecimento, retenção e resfriamento: 3.6 (equivalente a 2 grampos do equipamento instalado no LEA), 4.5 e 10.8 m (6 grampos), respectivamente.

Vazão de entrada do fluido interno foi variada entres estes valores: 10,0; 10,5; 11,0; 12,0; 14,0; 15,0 L/h;

Tempo espacial na seção de aquecimento (para cada uma das vazões de fluido interno): 20,6; 19,6; 18,7; 17,2; 14,7; 13,7 s;

Tempo espacial total (para cada uma das vazões de fluido interno): 108,2; 103,1; 98,4; 90,2; 77,3; 72,1 s;

Vazão do fluido da camisa (no aquecimento e no resfriamento): 500,4 L/h.

Raios e espessuras dos tubos interno e externo iguais às do pasteurizador instalado no LEA-USP, mostrado na Figura 29. Os valores são mostrados na Figura 30.



Figura 29 – Pasteurizador instalado no LEA-USP e considerado para o estudo de caso

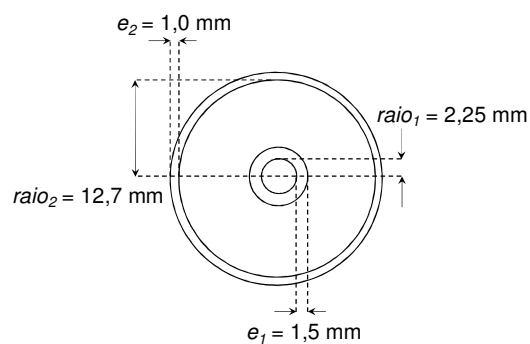


Figura 30 – Dimensões do tubo interno e externo do pasteurizador

Espessura do isolamento térmico: 1,0 mm.

O componente 'A' presente no fluido interno tem cinética de morte semelhante à de leveduras e bolores com parâmetros cinéticos $D_A = 0,0095 \text{ min}$ a $82,2 \text{ }^\circ\text{C}$ e $z_A = 7 \text{ }^\circ\text{C}$.

A concentração de 'A' no fluido interno na entrada do equipamento é 8% molar.

O componente 'B' presente no fluido interno tem cinética de destruição à da substância caroteno com parâmetros cinéticos $D_B = 0,038 \text{ min}$ a $121,1 \text{ }^\circ\text{C}$ ($0,53 \text{ min}$ a $82,2^\circ\text{C}$) e $z = 18,9 \text{ }^\circ\text{F}$ ($34,0 \text{ }^\circ\text{C}$).

A concentração de 'B' no fluido interno na entrada do equipamento é 8% molar.

Adotou-se o número de Peclet 2000 para a dispersão radial dos componentes 'A' e 'B' e de energia no fluido interno

Para o fluido da camisa adotou-se o número de Peclet 750 para a dispersão axial de energia;

Fluido interno entra a 20°C . Variou-se a temperatura de entrada do fluido da camisa entre 80, 85, 87 e 90°C na seção de aquecimento. Na seção de resfriamento adotou-se o valor de 10°C .

Temperatura inicial de todo o equipamento e dos fluidos em seu interior: 25°C .

Coeficiente de convecção natural sobre o equipamento: $10 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$.

Temperatura ambiente: $25 \text{ }^\circ\text{C}$.

Emissividade: 0,1 para o tubo de inox e 0,9 para o isolante térmico (Incropera, 2008).

4.1. Resultados e Discussão

O modelo foi simulado em um computador com processador Intel Pentium D (3.4 GHz), com 2 Gb de memória RAM, sendo que o tempo computacional utilizado variou de 96 a 271 s. Para as figuras a seguir, o eixo “Posição no pasteurizador” indica de 0 a 1 a seção de aquecimento, de 1 a 2 a seção de retenção e de 2 a 3 a seção de resfriamento.

4.1.1. Simulação do Modelo Matemático para vazão de fluido interno de 14 L/h e temperatura de entrada do fluido de aquecimento de 90°C

Percebe-se pela Figura 31 que a reação de destruição de microorganismos é mais fortemente dependente da temperatura do que a reação de degradação de caroteno. Isto é observado pela Figura 33, que mostra a taxa de reação para os microorganismos assumindo valores maiores que para o caroteno na região na qual a temperatura atinge o máximo (Figura 32), enquanto que nas regiões em que a temperatura é mais baixa assume valores praticamente nulos. A taxa de reação para o caroteno também atinge seu máximo na região em que a temperatura é máxima, mas a curva é mais suave que para os microorganismos, mostrando que sua dependência com a temperatura é muito menor que para estes. Além disso, a taxa de reação também é dependente da concentração, pois a reação é de primeira ordem em relação à quantidade de microorganismos e caroteno e, como há queda em suas quantidades na seção de retenção, há queda da taxa de reação no mesmo local. Como esperado, a taxa de reação para os microorganismos cai bruscamente

no início da seção de retenção, onde há queda expressiva na concentração dos mesmos, atingindo valores abaixo de $1,0 \text{ gmol/m}^3$. Para o caroteno ocorre o mesmo na seção de retenção, porém a queda é muito mais tênue, já que o decréscimo na concentração é mais suave que para os microorganismos.

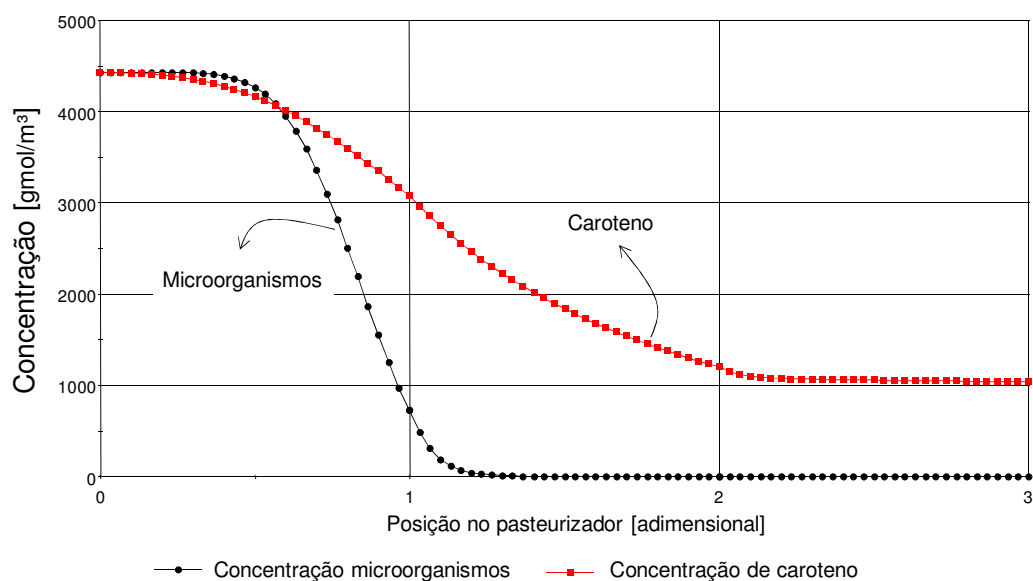


Figura 31 - Perfil de concentração de microorganismos e caroteno ao longo do equipamento no estado estacionário

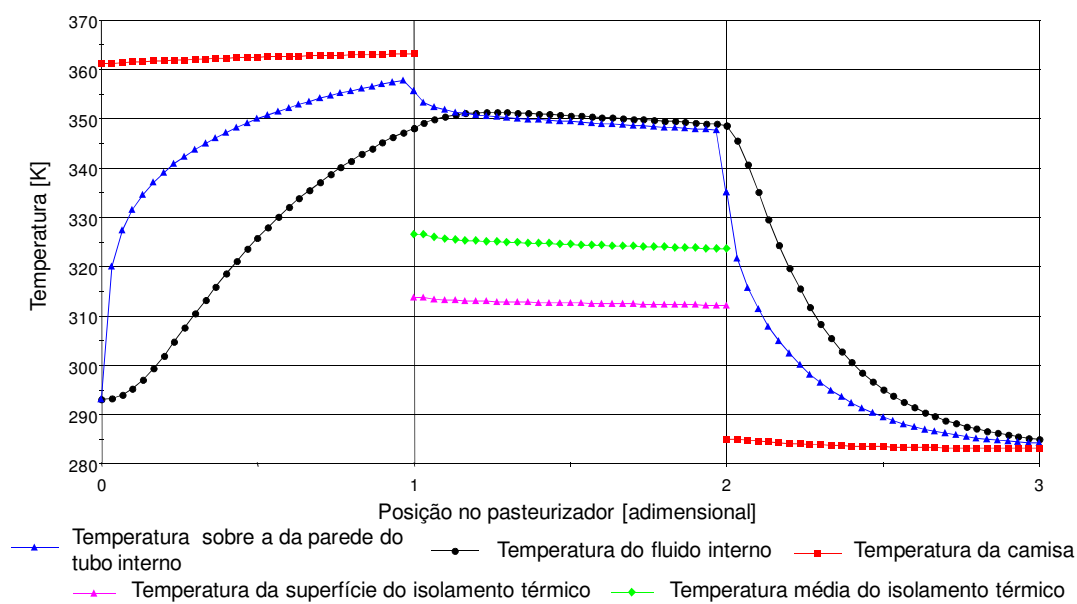


Figura 32 - Perfil de temperatura do fluido interno, da camisa e do isolamento térmico ao longo do equipamento no estado estacionário

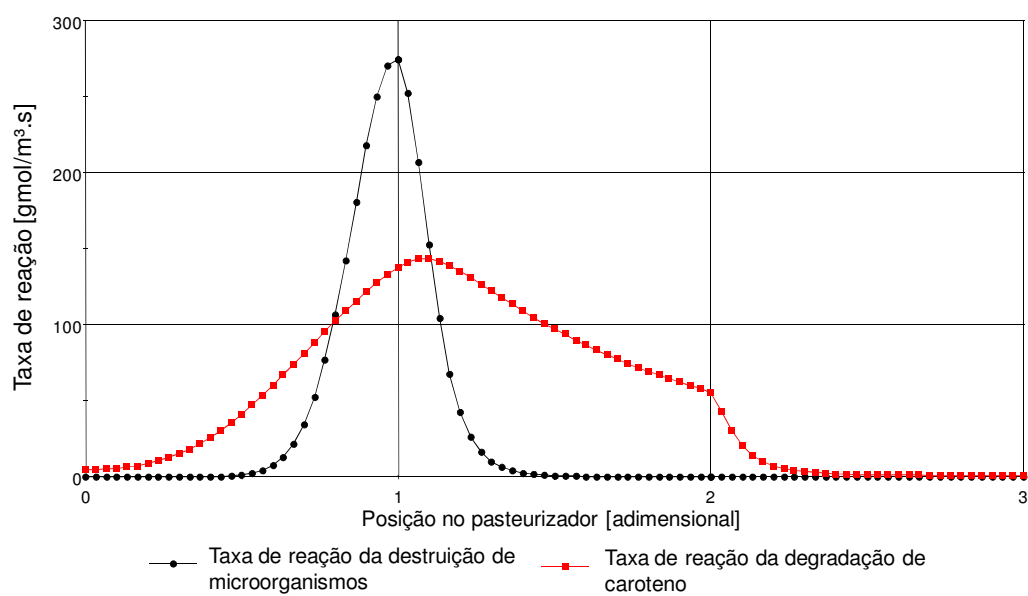


Figura 33 - Taxa de reação de destruição de microorganismos e degradação de caroteno ao longo do equipamento no estado estacionário

Na Figura 34 e Figura 35 mostra-se o perfil de concentração de microorganismos e de caroteno, respectivamente, no centro e na parede do tubo. Observa-se que a diferença entre a concentração no centro e na parede do tubo é maior para os microorganismos do que para o caroteno, isto ocorrendo porque aquele é mais sensível à temperatura do que este, levando a taxas de reação bastante diferentes nos dois locais.

Na Figura 32 mostra-se que a temperatura do fluido interno no centro do tubo sobe mais lentamente do que aquela sobre a parede do tubo, que tem valor praticamente igual ao da temperatura da parede, como visto na Figura 36. Isto ocorre porque a lâmina de fluido sobre a parede do tubo recebe calor deste por condução de forma rápida, mas o transporta de forma lenta para a lâmina adjacente a ela, sendo que esta faz o mesmo para a lâmina seguinte, e assim por diante, de forma que há um intervalo de tempo relevante para que o calor propague até o centro do tubo. Sendo assim, observa-se na Figura 32 que o centro do tubo continua aquecendo mesmo após o fluido interno ter adentrado o tubo de retenção. Como este tubo é isolado, a transferência de calor para o ambiente é pouco intensa em relação às seções de aquecimento e resfriamento, permitindo com que as temperaturas das lâminas de fluido no centro e na superfície do tubo fiquem bem próximas, pois há preponderância da troca de calor entre as lâminas.

O perfil de temperatura analisado acima ajuda a explicar o perfil de taxa de reação de destruição de microrganismos, mostrado na Figura 33 e Figura 37. A taxa de reação de destruição de microrganismos no centro do tubo chega a seu máximo no final do tubo de retenção, o que é causado pelo fato de a temperatura no centro do tubo também atingir seu máximo nesta região. Já sobre a superfície do tubo o máximo ocorre logo após a primeira metade da seção de aquecimento, o que ocorre

porque a temperatura sobre a parede do tubo nesta região atinge o máximo neste ponto. Após isto, a taxa de reação começa a decair (tanto no centro quanto sobre a superfície do tubo), pois é dependente da concentração, que atinge os valores mínimos um pouco a frente de onde a taxa de reação atingiu o máximo. O perfil da taxa de reação sobre a superfície do tubo possui valores mais altos do que aqueles no centro do mesmo, cerca de 7 vezes maiores. Esta diferença é causada pela temperatura muito mais alta no local do que no centro do tubo e mostra que ocorre maior consumo de microorganismos nas regiões próximas à parede do tubo. A difusão de microorganismos provoca a transferência destes do centro para a superfície do tubo, o que permite que a reação de destruição de microorganismos ocorra em maior escala neste local.

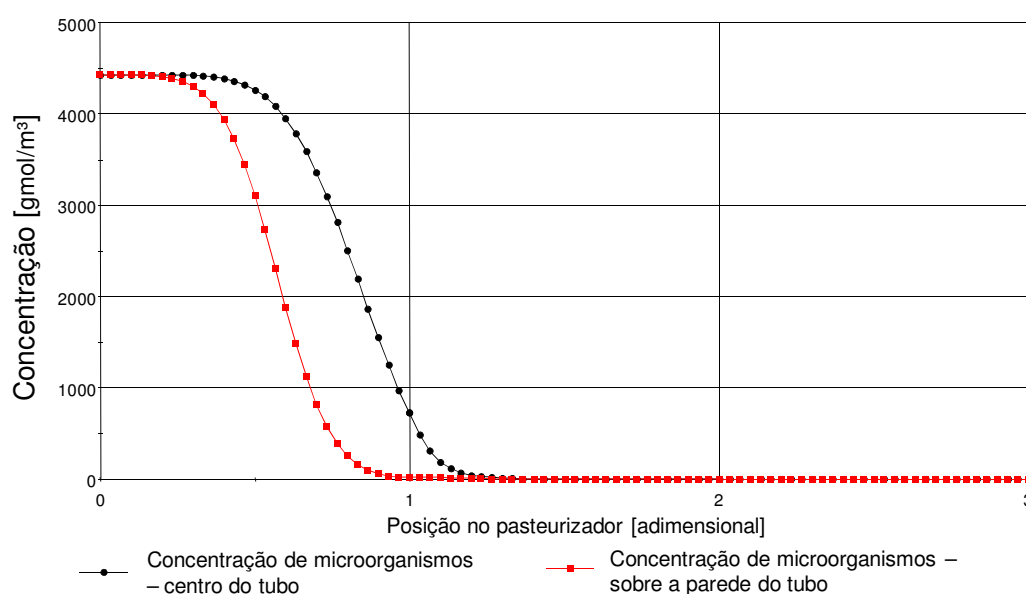


Figura 34 - Concentração de microorganismos no centro e sobre a parede do tubo ao longo do equipamento em estado estacionário

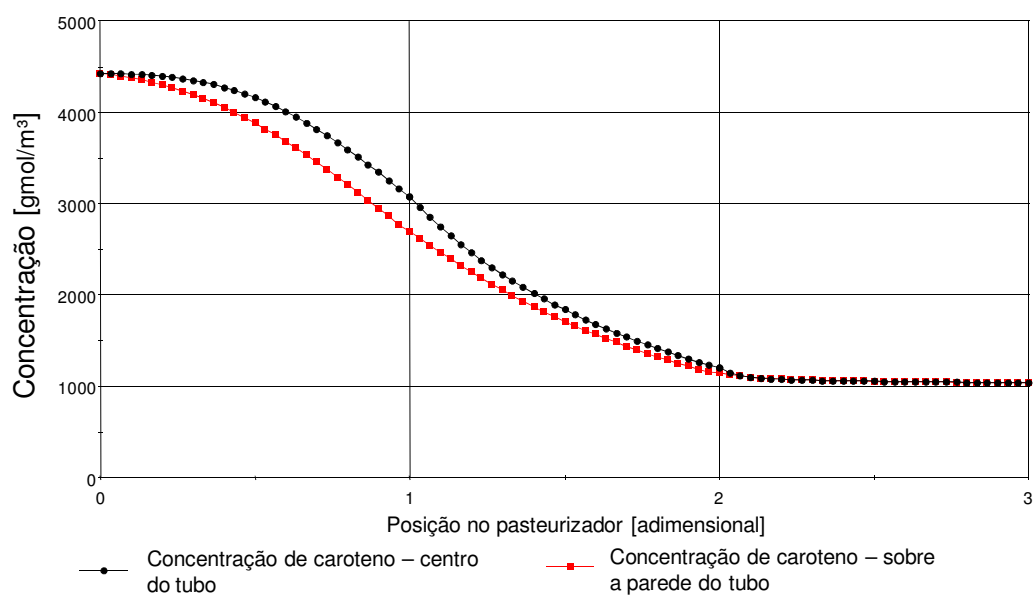


Figura 35 - Concentração de caroteno no centro e sobre a parede do tubo ao longo do equipamento em estado estacionário

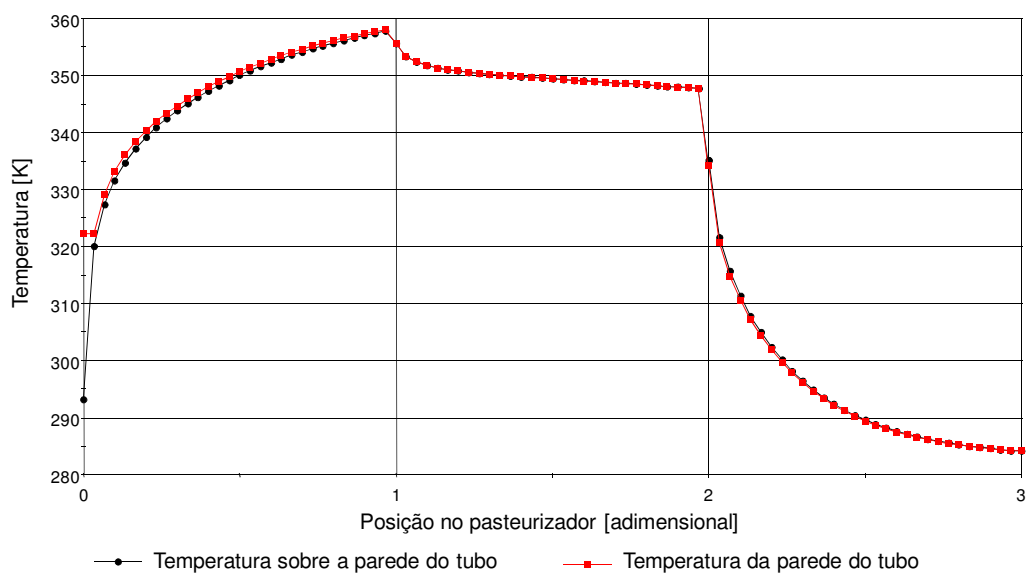


Figura 36 – Perfil de temperatura do tubo interno e do fluido interno sobre a parede do tubo ao longo do equipamento em estado estacionário

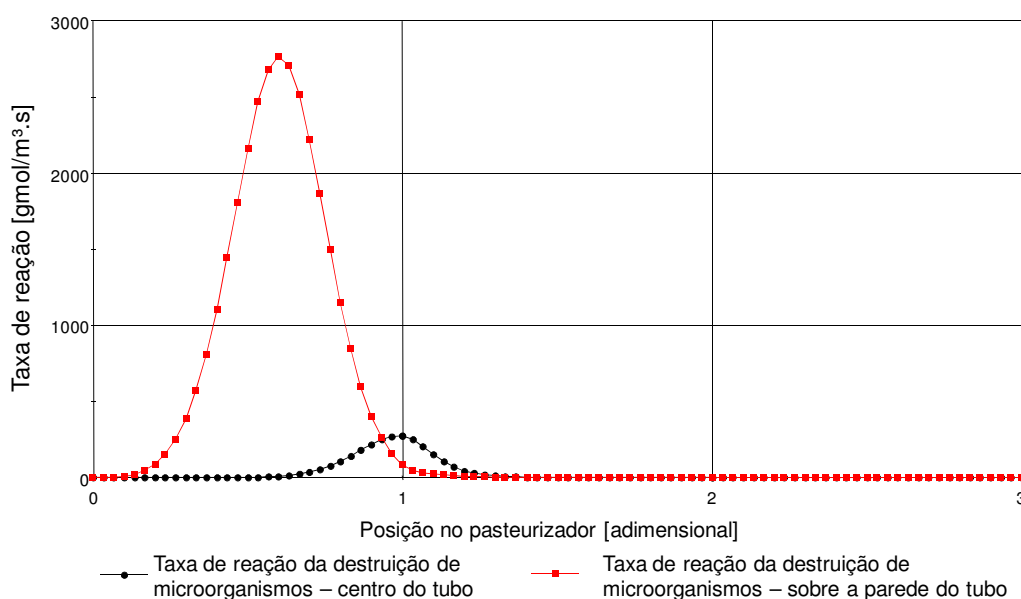


Figura 37 - Taxa de reação de destruição de microorganismos sobre a parede e no centro do tubo ao longo do equipamento no estado estacionário

Na Figura 38 mostra-se como varia a concentração de microorganismos e caroteno na saída do pasteurizador com o tempo. Percebe-se que, tanto para os microorganismos quanto para o caroteno, ocorre a saída de elevadas concentrações de ambos após 70 s, aproximadamente. Isto ocorre porque o tempo espacial do equipamento é 77,3 s, que é o tempo médio que as partículas daquelas substâncias ficam dentro do equipamento. A elevada concentração que sai neste instante se deve ao fato que tal tempo não é suficiente para promover o aquecimento do tubo interno, ou seja, nem toda energia cedida pelo fluido de aquecimento foi transportada para o fluido interno, e o fluido frio que estava inicialmente no equipamento dificulta o aquecimento da porção de fluido que adentrou primeiro o pasteurizador. Este dois fatores fazem com que não haja a degradação de grandes quantidades de microorganismos e caroteno. Após 150 s, aproximadamente, já se percebe a chegada do estado estacionário de operação.

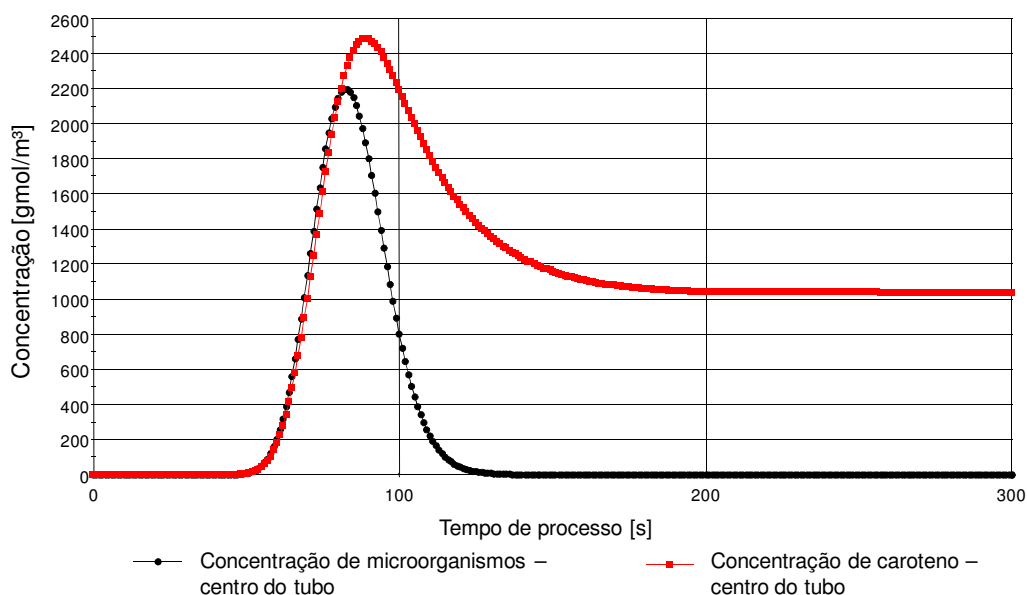


Figura 38 - Concentração de microorganismos e caroteno no final do equipamento ao longo do tempo

A Figura 39 mostra como varia o perfil de velocidade do fluido interno no final do tubo de retenção com o tempo de processo. A variação do perfil de velocidade ocorre devido à variação do índice de comportamento com a temperatura, pois o fluido considerado tem comportamento reológico modelado pela lei de potência, como mostrado no desenvolvimento do modelo matemático. A Figura 40 mostra a variação do índice de comportamento neste local e vê-se que há o aumento deste ao longo do tempo, justificando a variação observada no perfil de velocidade, pois de 0 a 50 s de 50 a 100 s o índice possui sua maior variação de valores, o que se refletiu na variação do perfil de velocidade. Já, de 100 para 300 s a variação do índice foi quase nula, o que refletiu em uma variação quase imperceptível no perfil de velocidades. A Figura 41 mostra a variação do índice de comportamento com a

posição do equipamento no estado estacionário. Percebe-se que o perfil obtido é muito semelhante ao perfil de temperatura do fluido interno, o que ocorre porque a relação entre o índice de comportamento e a temperatura é direta, sendo a função matemática que os relaciona dada na modelagem matemática desenvolvida anteriormente.

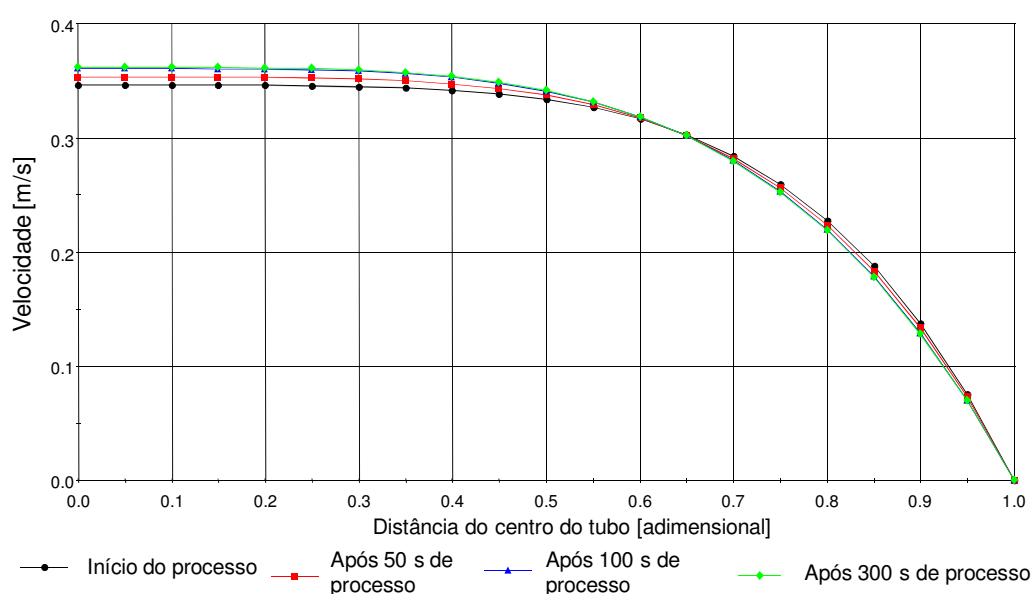


Figura 39 - Perfil de velocidade radial do fluido interno na saída do tubo de retenção para diversos tempos de processo

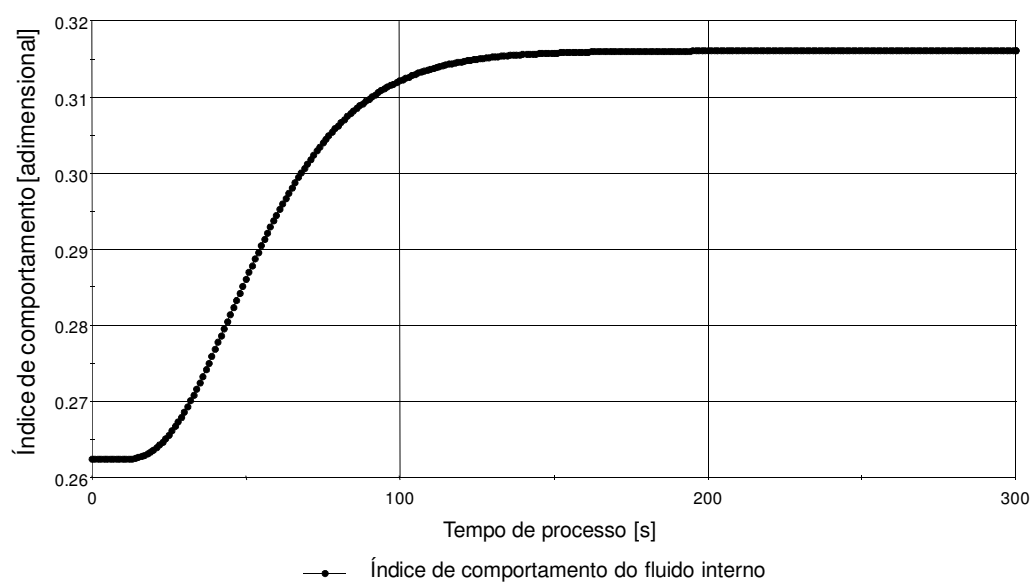


Figura 40 - Variação do índice de comportamento do fluido interno no final do tubo de retenção com o tempo de processo

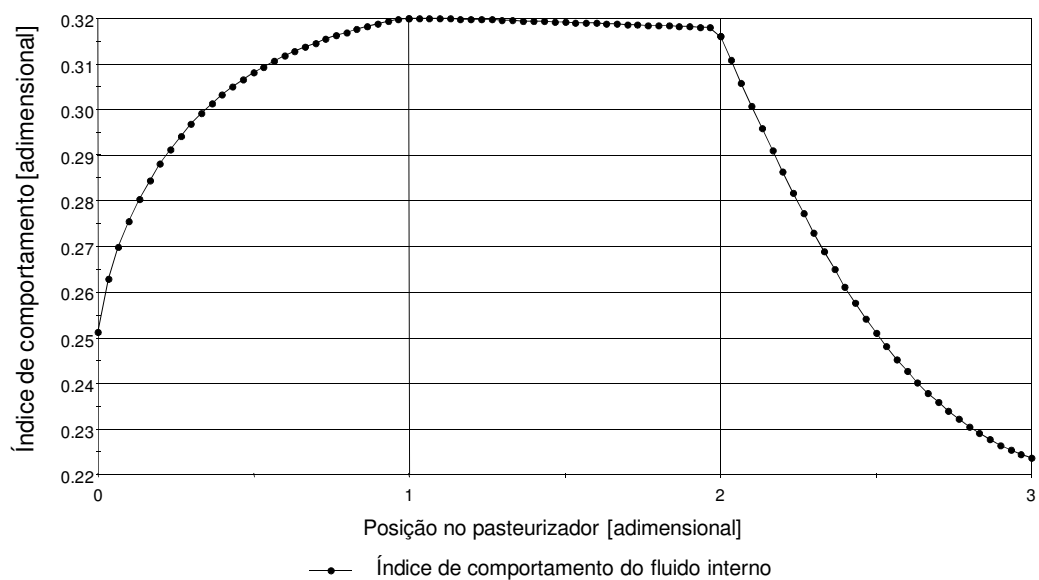


Figura 41 - Variação do índice de comportamento do fluido interno ao longo do equipamento no estado estacionário

A Figura 42 mostra a variação do índice de consistência com a posição do equipamento no estado estacionário. Da mesma forma que para o índice de comportamento o perfil obtido é muito semelhante ao perfil de temperatura, porém inverso. A relação entre a temperatura e o índice de consistência foi modelada através da lei de Arrhenius, como mostrado no desenvolvimento da modelagem matemática, de forma que índice de consistência é inversamente proporcional à temperatura, explicando o perfil obtido. O índice de consistência expressa, para valores de velocidade cisalhante constantes, a ordem de grandeza da viscosidade aparente de um fluido. Como o escoamento dentro do equipamento ocorre a uma velocidade média constante, se pode assumir que a velocidade cisalhante aplicada sobre este é praticamente constante. Sendo assim, é possível relacionar a variação do índice de consistência com a viscosidade aparente de forma direta. Portanto, percebe-se que o fluido sofre um decréscimo em sua viscosidade aparente na seção de aquecimento e um grande acréscimo na seção de resfriamento, passando de 7 Pa.sⁿ para 30 Pa.sⁿ, aproximadamente. Este grande aumento leva a necessidade de gradientes de pressão elevados no equipamento, ou seja, deve se instalar uma bomba capaz de impor uma pressão elevada em sua saída, como, por exemplo, uma bomba de deslocamento positivo, largamente usada na indústria de alimentos pelo motivo explicitado acima. A Figura 43 mostra o perfil de densidade mássica média do fluido interno ao longo do equipamento. Percebe-se que este perfil também é semelhante ao perfil de temperatura, porém inverso. Os perfis de densidade, índice de comportamento e índice de consistência explicam o número de Reynolds ao longo do equipamento em estado estacionário (Figura 44). O número de Reynolds, como apresentado na modelagem matemática, é inversamente proporcional ao índice de consistência e índice de comportamento e diretamente

proporcional à densidade. Desta forma, vê-se que, no início da seção de aquecimento, o número de Reynolds cresce o que ocorre porque o índice de consistência decresce com maior intensidade do que o índice de comportamento cresce e a densidade decresce. Da posição do equipamento 0,2, aproximadamente, até o início da retenção o número de Reynolds decresce, o que ocorre porque o índice de consistência se altera pouco nesta região, enquanto o índice de comportamento continua crescendo e a densidade decrescendo. Na retenção o número de Reynolds permanece praticamente com o mesmo valor, o que ocorre porque todas as propriedades se mantêm praticamente constantes. Na seção de resfriamento o número de Reynolds sobe um pouco e depois decresce até o fim do equipamento. O aumento inicial ocorre porque a densidade cresce com intensidade mais alta que as outras propriedades variam nesta região. O decréscimo até o fim do equipamento ocorre porque a densidade passa a aumentar com menor intensidade nesta região, enquanto o índice de comportamento diminui com maior intensidade que as outras propriedades variam.

O valor do número de Reynolds crítico é calculado utilizando a equação derivada por Mishra e Tripathi (Steffe,1996):

$$Re_c = \frac{2100 \cdot (4 \cdot n + 2) \cdot (5 \cdot n + 3)}{3 \cdot (1 + 3 \cdot n)^2}$$

Percebe-se, pela equação, que quanto maior o valor do índice de comportamento (n), menor o valor de Reynolds crítico, ou seja, o comportamento turbulento do fluido ocorre em velocidades menores de escoamento se o índice de comportamento fosse menor. Como o valor máximo do índice de comportamento para o escoamento estudado é 0,32, o valor de Reynolds crítico é 2750.

Portanto, os valores de obtidos de número de Reynolds revelam que este fluido possui escoamento laminar predominante, já que os valores deste adimensional não passam de 700.

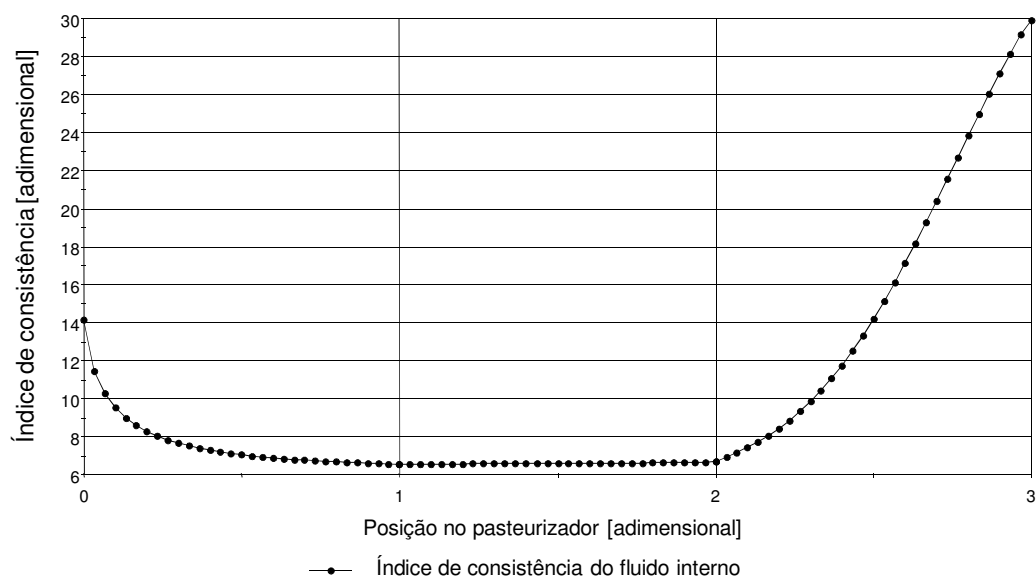


Figura 42 - Variação do índice de consistência do fluido interno ao longo do equipamento no estado estacionário

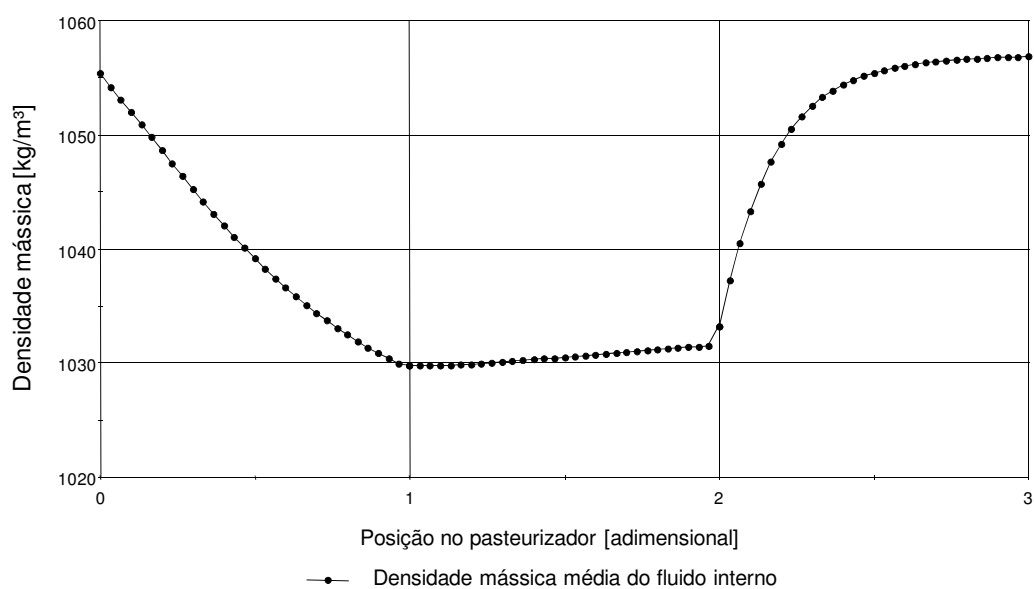


Figura 43 – Densidade mássica média do fluido interno ao longo do equipamento no estado estacionário

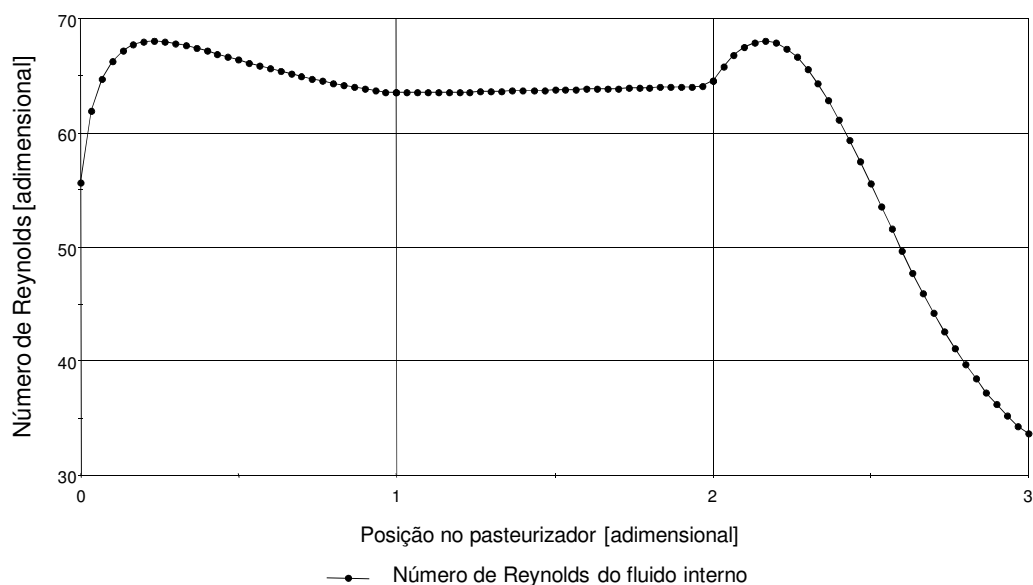


Figura 44 – Número de Reynolds do fluido interno ao longo do equipamento no estado estacionário

4.1.2. Simulação do Modelo Matemático variando a vazão de fluido interno entre 10,5; 11,0; 12,0; 14 e 15 L/h e variando a temperatura de entrada do fluido de aquecimento entre 80; 85; 87 e 90°C

Simularam-se dez casos, variando-se a vazão de fluido interno e a temperatura de entrada do fluido quente. Buscou-se com estas variações obter-se o número de reduções decimais de destruição de microorganismos de 5,5, pois, para organismos mesófilos (como leveduras e bolores) usam-se industrialmente cinco reduções decimais. A Tabela 5 mostra vazão e temperatura usadas em cada um dos

casos, bem como a concentração de microorganismos e caroteno obtida na saída do equipamento em cada um deles. Calculou-se o número de reduções decimais para os microorganismos e a perda percentual para o caroteno.

Tabela 5 - Casos simulados variando a vazão de fluido interno e a temperatura de entrada do fluido quente

Caso	T _{quente} [°C]	Vazão [L/h]	C _{microorganismos} [gmol/m ³]	Reduções decimais	C _{caroteno} [gmol/m ³]	Perda percentual
1	90	15	0,1120	4,60	1193,1	73,1%
2	90	14	0,0128	5,54	1037,2	76,6%
3	80	14	1349,7	0,52	1889,7	57,3%
4	80	11	407,6	1,04	1364,0	69,2%
5	85	14	61,67	1,86	1458,9	67,1%
6	85	11	1,680	3,42	947,7	78,6%
7	85	10	0,322	4,14	777,8	82,4%
8	87	14	5,108	2,94	1287,1	70,9%
9	87	12	0,203	4,34	957,6	78,4%
10	87	11	0,0263	5,23	794,5	82,1%
11	87	10,5	0,00841	5,72	714,9	83,9%

Os resultados obtidos mostram que o caroteno é menos sensível à temperatura do que os microorganismos, como foi constatado pelos resultados apresentados na simulação analisada anteriormente. Na Figura 45 mostra-se que o caroteno é menos sensível a variação da temperatura de entrada de fluido quente do que os microorganismos. Na Figura 46 mostra-se que a relação entre o número de reduções decimais e a vazão, para uma mesma temperatura, é aproximadamente linear. Já a relação entre o número de reduções decimais para os microorganismos

e a temperatura para vazão de 14L/h é, aproximadamente, exponencial, como mostra a Figura 47, na qual se destaca a temperatura na qual o número de reduções decimais é cinco, o mínimo de qualidade exigido.

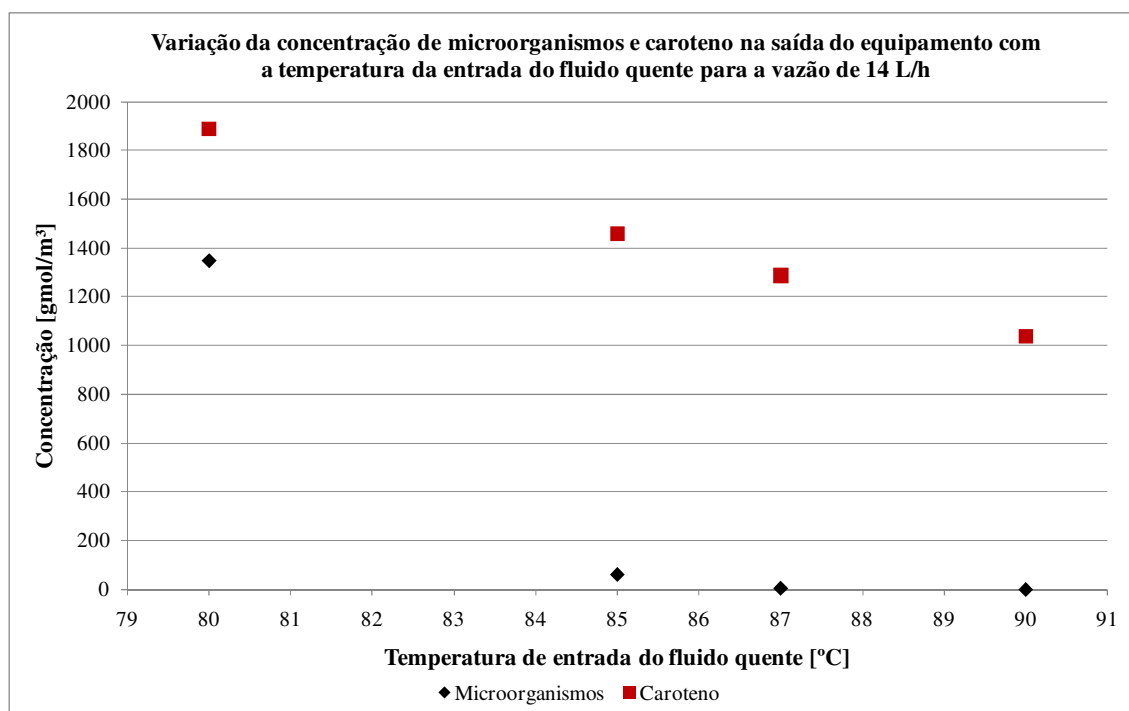


Figura 45 - Concentração de microorganismos e caroteno na saída do equipamento em função da temperatura de entrada de fluido quente para a vazão de 14 L/h

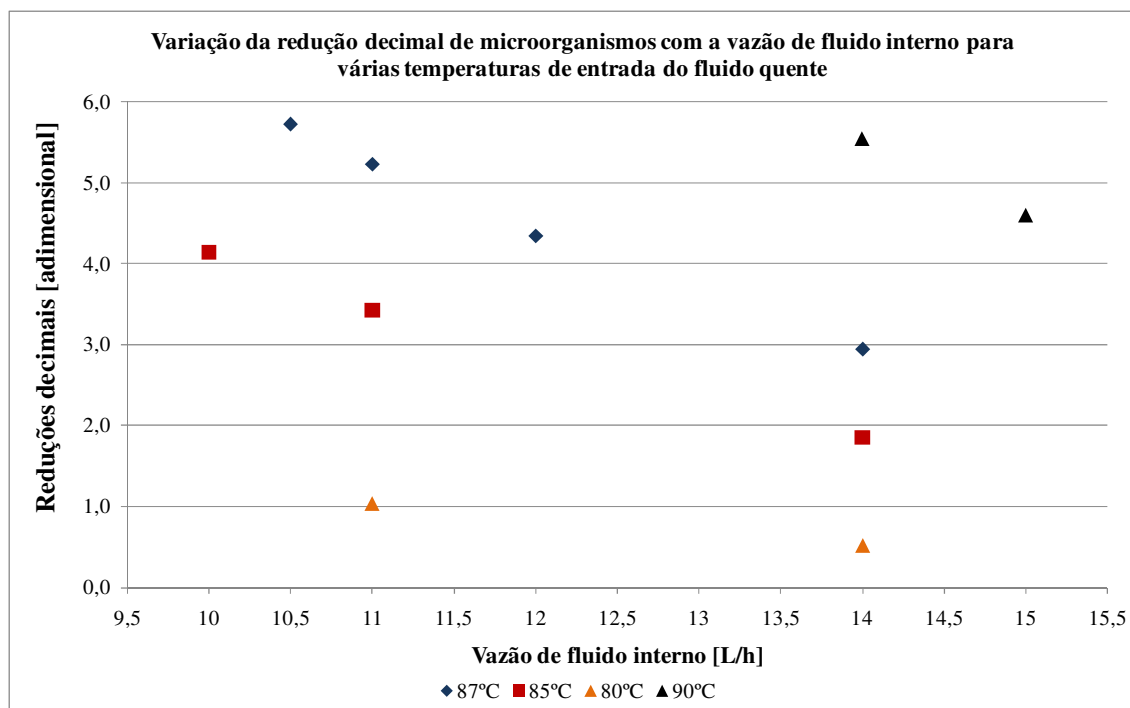


Figura 46 – Número de reduções decimais de destruição de microorganismos em função da vazão de fluido interno para várias temperaturas de entrada do fluido quente

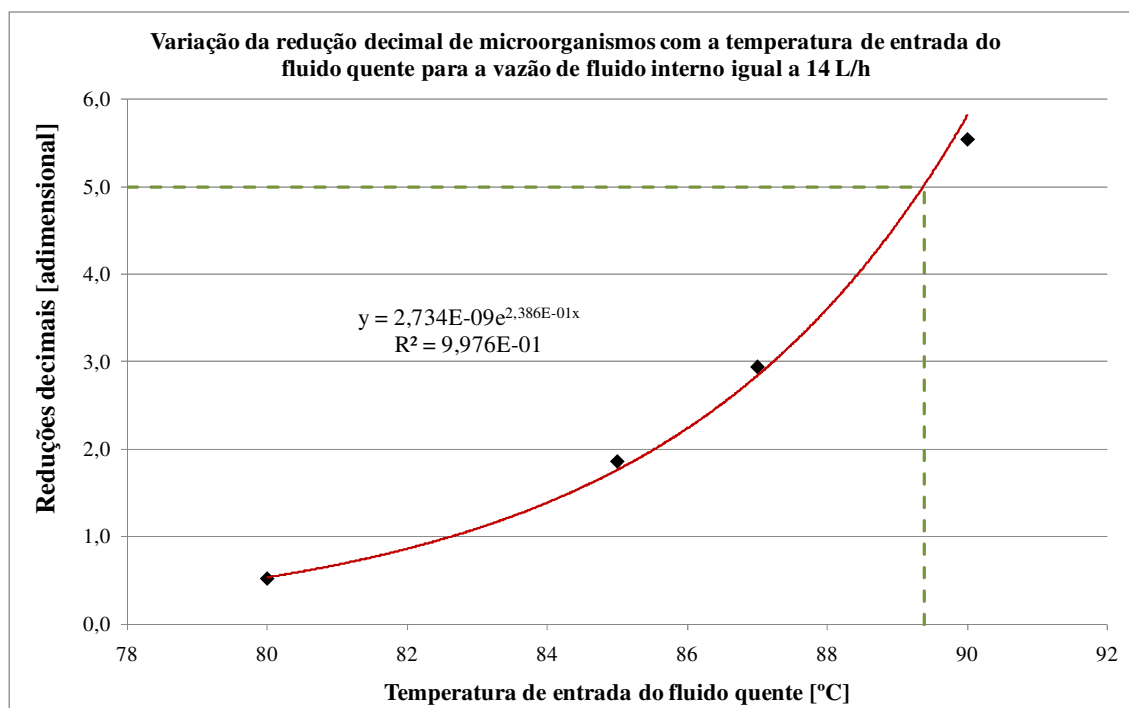


Figura 47 - Número de reduções decimais de destruição de microorganismos em função da temperatura de entrada do fluido quente para a vazão de fluido interno igual a 14 L/h

Na Figura 48 mostra-se que a relação entre o número de reduções decimais e a vazão, para uma mesma temperatura, é aproximadamente linear. Também é linear a relação entre a perda percentual e a temperatura de entrada do fluido quente para a vazão de 14 L/h, como mostrado na Figura 49.

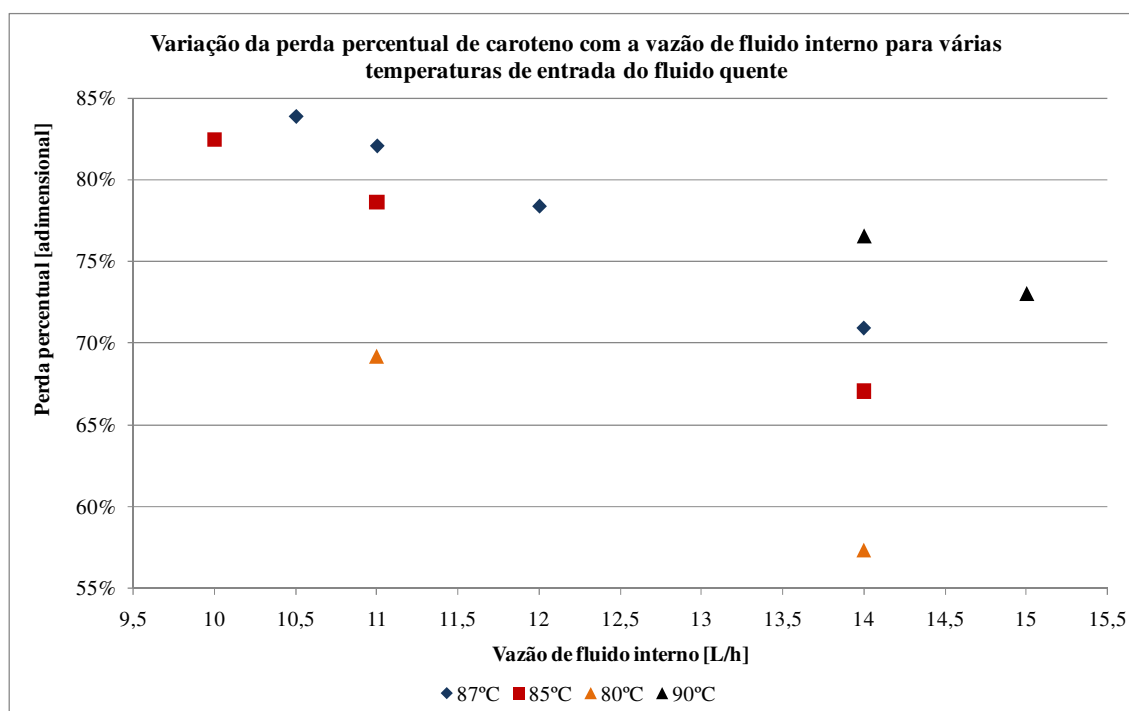


Figura 48 – Perda percentual de caroteno em função da vazão de fluido interno para várias temperaturas de entrada do fluido quente

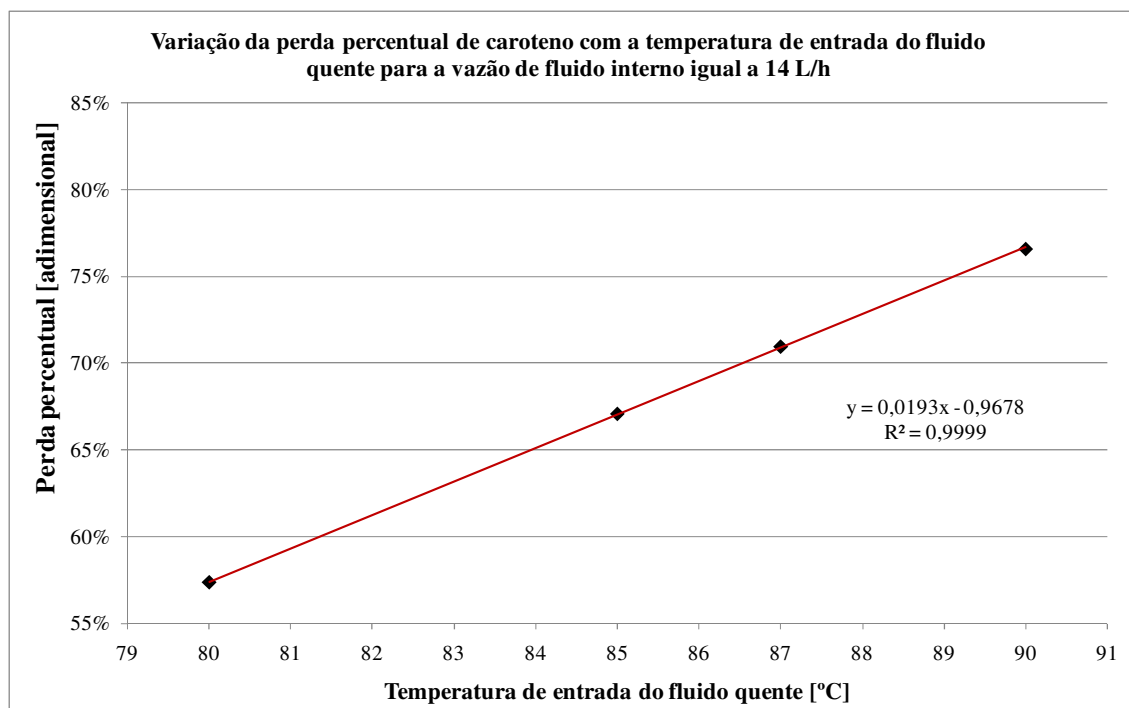


Figura 49 - Perda percentual de caroteno em função da temperatura de entrada do fluido quente para a vazão de fluido interno igual a 14 L/h

Portanto, percebe-se que é possível chegar a reduções decimais iguais utilizando combinações de temperatura de entrada de fluido quente e vazão de fluido interno diferentes. O caso 11 e o caso 2 possuem reduções decimais de 5,5 e 5,7, respectivamente, utilizando temperatura de fluido quente de 87°C e 90°C e vazão de fluido interno de 10,5 e 14 L/h, respectivamente. Entretanto, a perda percentual de caroteno para o caso 11 é 83,9% e para o caso 2 é 76,6%. Portanto, percebe-se que uma diferença de apenas 3°C e 3,5 L/h, pode levar a diferenças de perda de qualidade de 7,3%.

4.1.3. Simulação do modelo matemático para estudo da precisão numérica na obtenção de curvas de DTR

Obtém-se a curva de distribuição de tempo de residência de uma substância para o escoamento laminar isotérmico de um fluido newtoniano sem dispersão axial nem radial. Desta forma, a equação diferencial a ser resolvida é a do balanço de componente da substância injetada (substância A), com os termos de transiente da concentração e advecção da substância injetada:

$$\frac{\partial C_A(\eta, x, t)}{\partial t} = -\frac{v_{z1}(\eta, x, t)}{L} \cdot \frac{\partial C_A(\eta, x, t)}{\partial \eta}$$

Os resultados foram comparados com a solução analítica disponível para a situação, podendo se analisar a precisão numérica do software utilizado na simulação do modelo. As considerações usadas na simulação do modelo foram:

- Temperatura de entrada do fluido igual a 25°C;
- Tamanho das seções de aquecimento, retenção e resfriamento iguais ao do equipamento atualmente instalado no Laboratório de Engenharia de Alimento da USP: 18 m, 4,5 m e 18 m, respectivamente;
- Raio do tubo igual a 2,25 mm ($2,25 \cdot 10^{-3}$ m);
- Volume do pasteurizador igual a 0,644125 litros ($6,44125 \cdot 10^{-4}$ m³);
- Vazão do fluido igual a 10,8 L/h ($3 \cdot 10^{-6}$ m³/s);
- Na simulação foi obtida a curva F, ou seja, simulou-se uma “injeção” de substância do tipo degrau, que foi derivada para obtenção da curva E usando-se o método das diferenças centradas finitas;

- A simulação do da injeção da substância foi feita de forma que esta ocorresse após 30 segundos de simulação, ou seja, de 0 a 30 segundos não há qualquer substância sendo injetada e de 30 para frente há substância na entrada do pasteurizador.
- A curva analítica utilizada para comparação foi a seguinte (Levenspiel, 1993):

$$E_{an} = \frac{\bar{t}_m^2}{2} \cdot \frac{1}{t^3}$$

Na qual:

\bar{t}_m - tempo médio de residência da substância injetada. Como o escoamento ocorre dentro de um tubo perfeito, não tendo volumes-mortos ou caminhos preferenciais:

$\bar{t}_m = \frac{V}{v}$, tal que V é o volume do pasteurizador [m³] e v é a vazão de fluido [m³/s]

Portanto, para o nosso caso: $\bar{t}_m = \frac{6,44125 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^{-6}} = 214,71 \text{ segundos}$;

t – tempo após a injeção da substância [segundos];

Esta curva nada mais é que uma assíntota vertical para t próximo a zero, que possui valores descendentes à medida que o tempo aumenta, até se tornar uma assíntota horizontal para tempos mais altos. A Figura 50 apresenta a curva E analítica para tempos superiores a 140 segundos.

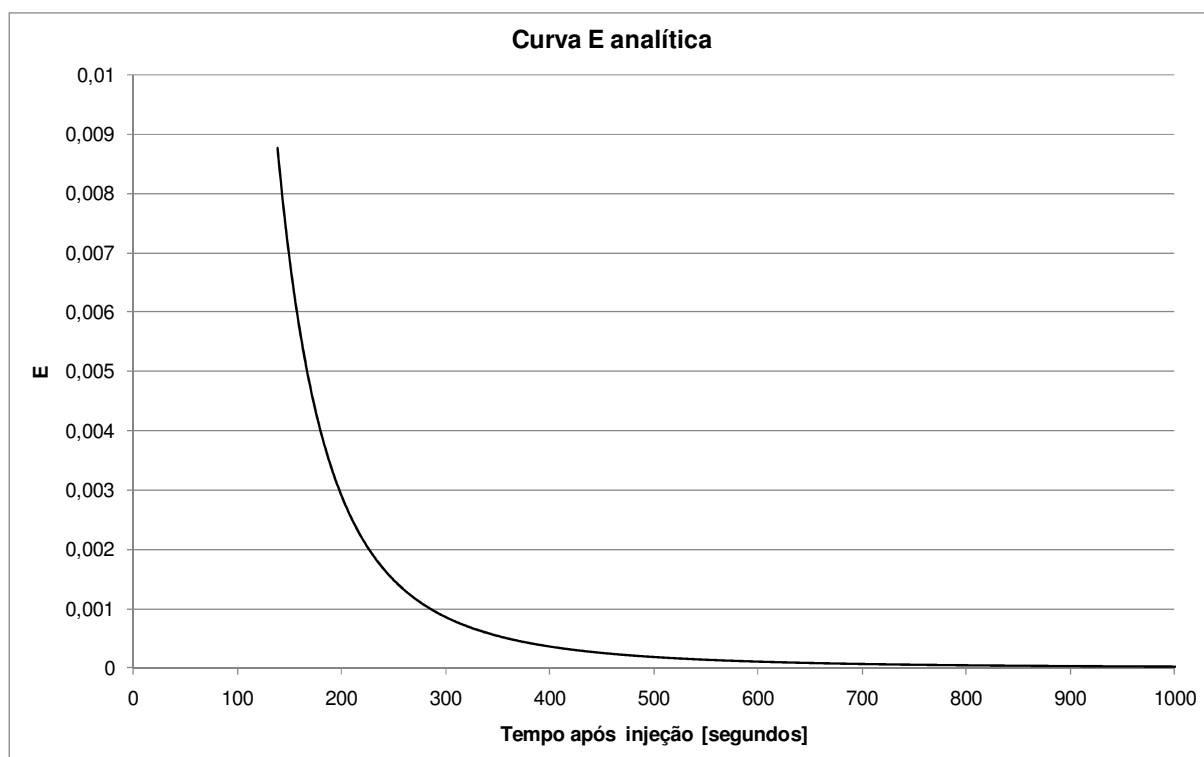


Figura 50 – Curva E levantada utilizando a equação analítica para tempos superiores a 140 s

Para comparação do modelo matemático desenvolvido com a solução analítica foram feitas 14 simulações. Assim como nos estudos de caso acima, o método de resolução utilizado foi método das diferenças finitas para trás (Backward Finite Differences Method – BFDM) para o domínio axial e método das diferenças finitas centradas para o domínio radial (Centered Finite Difference Method - CFDM), utilizando o software gPROMS. Entre as simulações variou-se o número de pontos de discretização para cada domínio. A Tabela 6, abaixo, mostra o número de pontos radial e axialmente usados para cada simulação.

Tabela 6 - Número de pontos axial e radialmente para as simulações

Simulação	Número de pontos axialmente	Número de pontos radialmente
1	100	20
2	100	50
3	100	100
4	100	150
5	100	200
6	200	20
7	200	50
8	200	75
9	200	100
10	200	200
11	300	20
12	300	50
13	300	100
14	405	75

Como já falado obteve-se a curva F para cada simulação, sendo esta derivada para se achar a curva E, sendo que a “injeção” da substância ocorreu após 30 segundos. O aspecto da curva F é mostrado na Figura 51, para a simulação com número 14, e a curva E obtida da derivação desta é mostrada na Figura 52

Fonte de referência não encontrada..

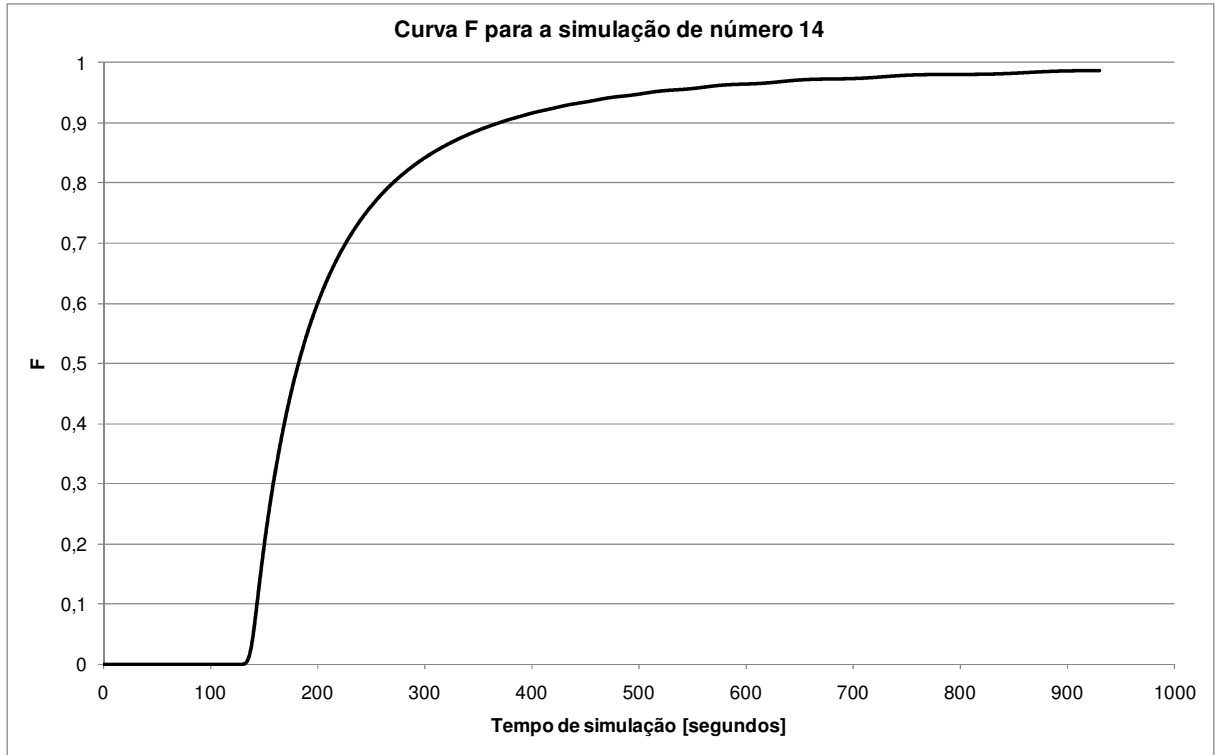


Figura 51 - Curva F para a simulação de número 14

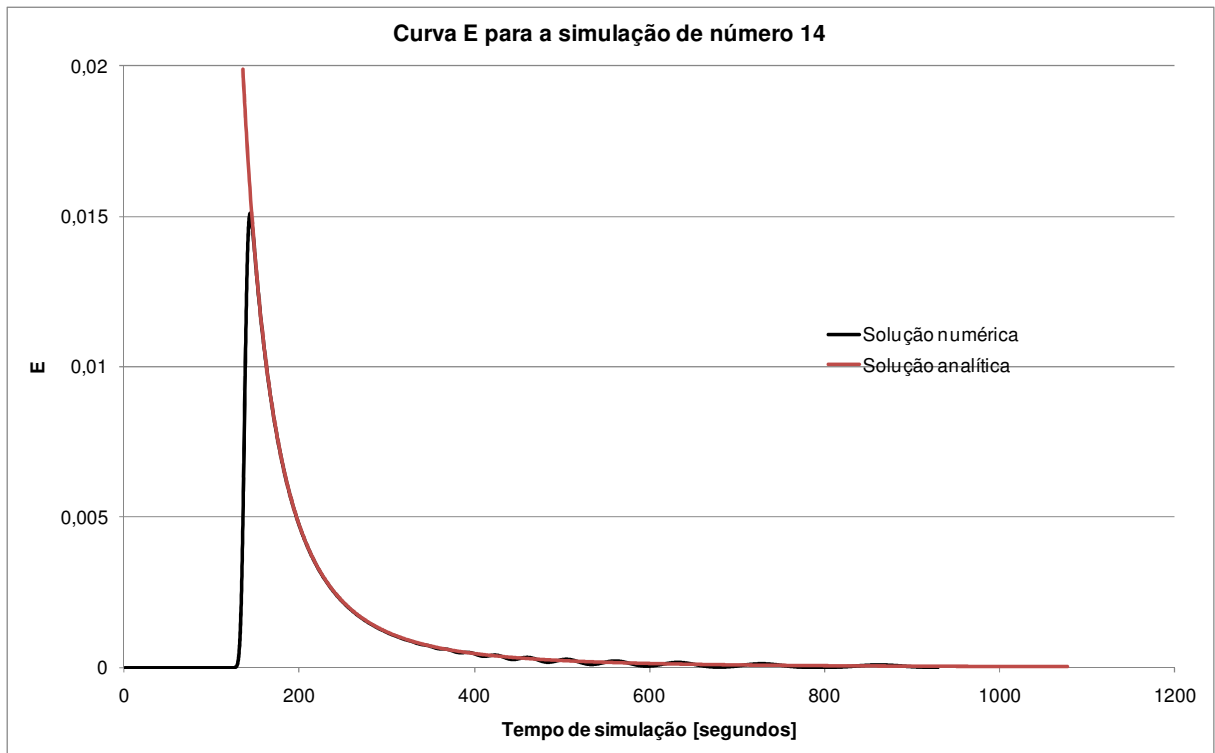


Figura 52 - Curva E para a simulação de número 14

Os valores medidos para cada simulação foram o tempo de simulação e o máximo valor da curva E, pois quanto maior este valor, mais próxima a solução numérica está da solução analítica. A Tabela 7 mostra estes valores para cada simulação.

Tabela 7 – Tempo de simulação de máximo valor de E para cada simulação

Simulação	Número de pontos axialmente	Número de pontos radialmente	Tempo de simulação [minutos]	Máximo valor de E
1	100	20	0,2	0,01296
2	100	50	0,5	0,01296
3	100	100	0,9	0,01296
4	100	150	1,2	0,01296
5	100	200	1,7	0,01296
6	200	20	0,7	0,01411
7	200	50	2,5	0,01410
8	200	75	2,2	0,01410
9	200	100	4,3	0,01410
10	200	200	20,2	0,01410
11	300	20	5,8	0,01469
12	300	50	8,2	0,01469
13	300	100	30,3	0,01469
14	405	75	35,3	0,01509

Observa-se que o número de pontos axialmente afeta a precisão de cálculo positivamente, ou seja, quanto maior o número de pontos maior é o valor máximo de E. Por outro lado, o aumento do número de pontos radial não afeta a precisão. Entretanto, a quantidade de pontos neste domínio afeta positivamente a estabilidade do final da curva E, como mostrado na Figura 53.

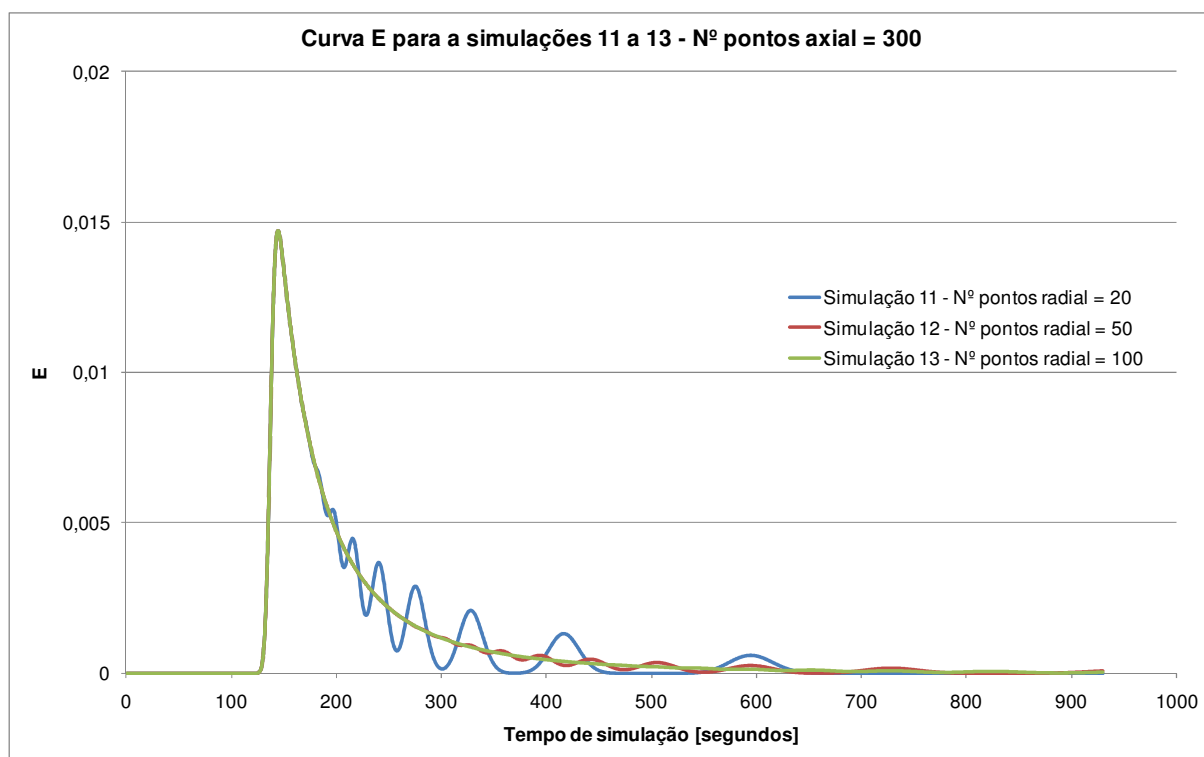


Figura 53 - Curvas E para as simulações 11 a 13

A Figura 54, Figura 55 e Figura 56 mostram o máximo valor E versus o tempo de simulação, versus o número de pontos axialmente e versus o número de pontos radialmente, respectivamente.

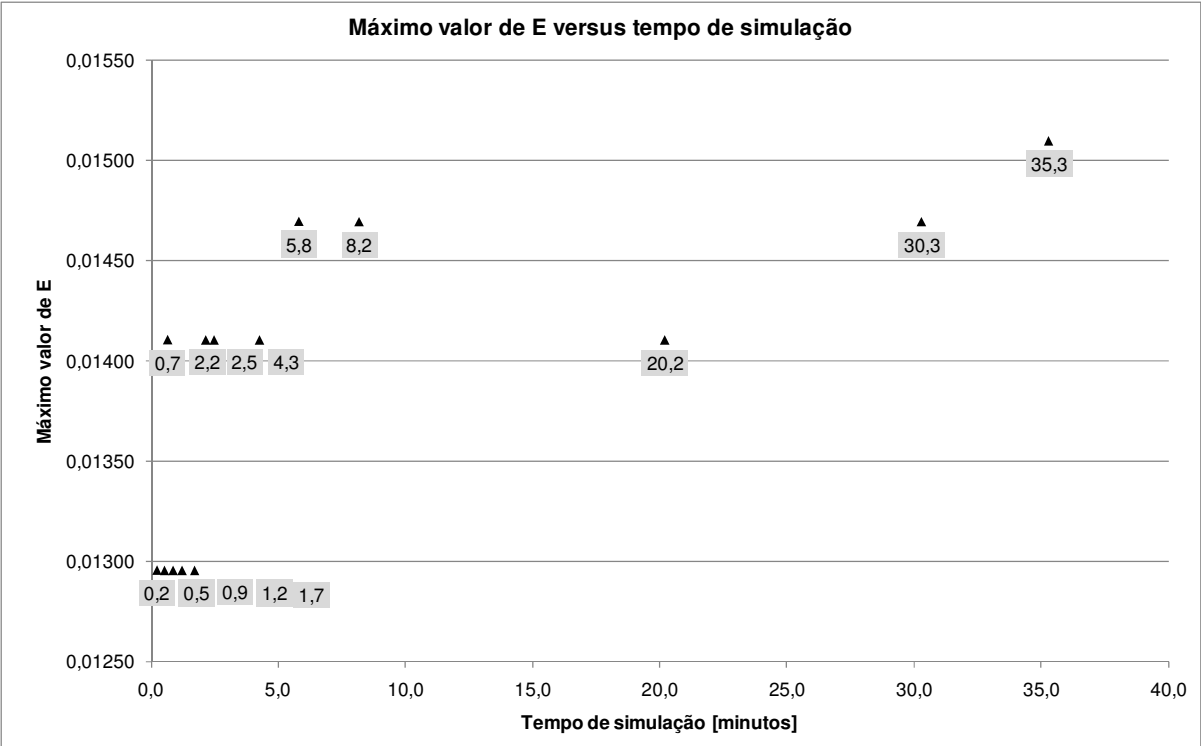


Figura 54 - Valor máximo de E versus tempo de simulação

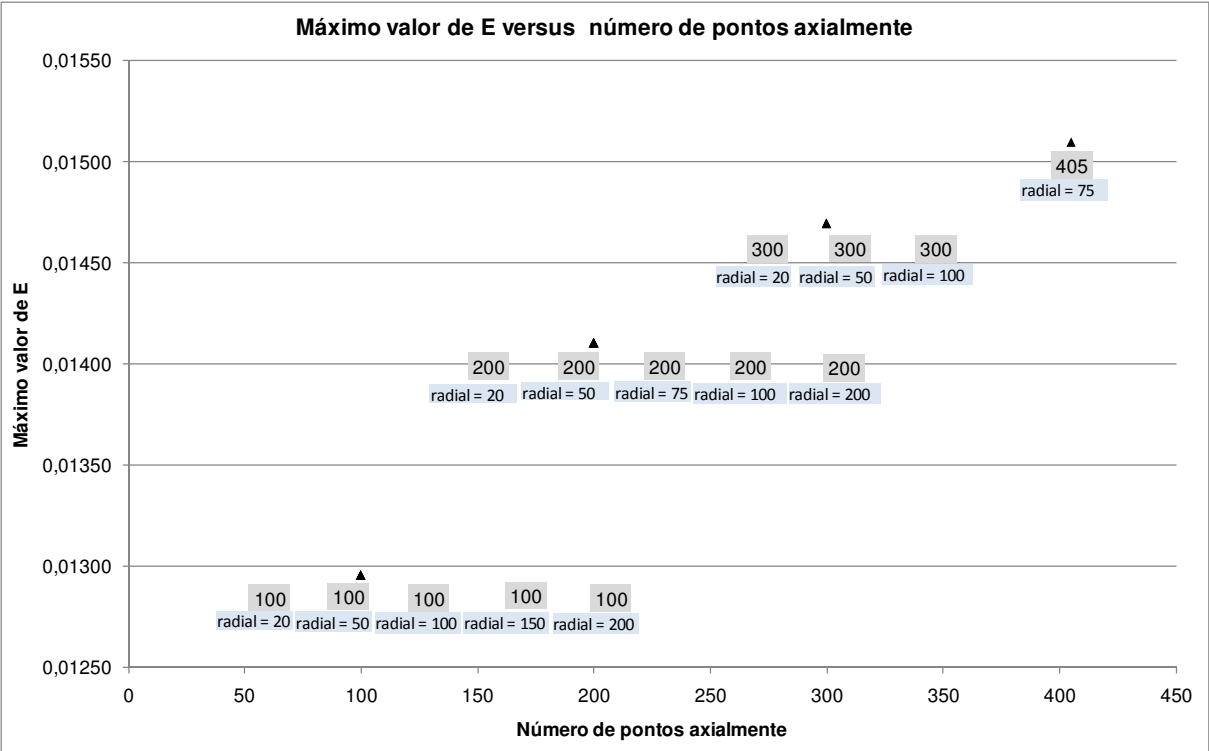


Figura 55 – Valor máximo de E versus número de pontos axialmente

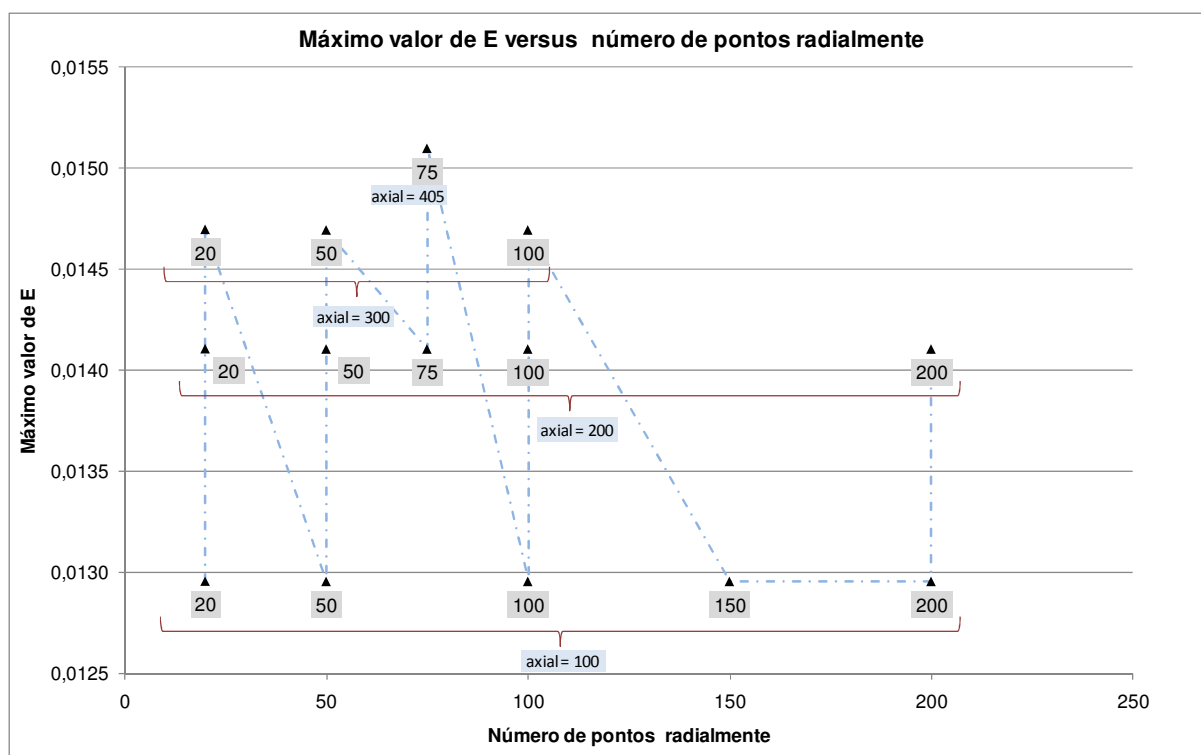


Figura 56 – Valor máximo de E versus número de radialmente

Conclui-se, portanto, que para o aumento da precisão numérica na obtenção da curva DTR na situação colocada aqui é feito pelo aumento do número de pontos axial, acompanhado do aumento do número de pontos radial, de forma a evitar a oscilação do final da curva E. A Figura 55 mostra que a curva máximo valor de E versus número de pontos axial é monotônica crescente no intervalo estudado, ou seja, se pode aumentar o número de pontos axialmente além do valor 405 pontos que o valor máximo de E será aumentado. Entretanto, o tempo de simulação na condição número 14 é 35 minutos, o que é um tempo muito elevado visto a baixa complexidade do problema. Sendo assim, deve-se escolher o número de pontos radial e axialmente de forma a suprir a precisão desejada para a análise de DTR.

5. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos indicam que os modelos matemáticos desenvolvidos e simulados no software gPROMS apresentam resultados coerentes com os esperados. O estudo de caso realizado permite concluir que é possível realizar, com os resultados destas simulações, análises qualitativas e quantitativas relevantes ao projeto e operação do pasteurizador tubular estudado. Desta forma, é possível a validação destes modelos por meio de experimentos que busquem a adequação dos valores dos parâmetros utilizados.

No estudo de caso realizado, observou-se que a variação do índice de consistência do fluido escolhido, com propriedades iguais às da manga, variedade Haden, leva a viscosidade aparentes elevadas, o que permite concluir que seja necessário o uso de uma bomba de deslocamento positivo para bombeamento do produto. Também se observou que a destruição de microorganismos é muito mais sensível à temperatura do que a degradação de caroteno, o que permite concluir que a operação em temperaturas mais elevadas com menor tempo de retenção seja mais interessante, do ponto de vista da obtenção de maior qualidade do produto. Mostrou-se que a seção de aquecimento tem papel importante na destruição da maior parte dos microorganismos já que a taxa de reação ali é elevada nas regiões próximas à parede do tubo interno. Isto leva a conclusão que o cálculo de letalidade neste processo não pode somente levar em conta o tubo de retenção. Observou-se que este tem o papel de destruir uma pequena parte dos microorganismos, levando a concentração de 500 gmol/m^3 a 0,0128 gmol/m^3 , aproximadamente, enquanto o aquecimento leva a concentração de 4429,92 gmol/m^3 a 500 gmol/m^3 , aproximadamente. Entretanto, o tubo de retenção tem papel importante na

degradação da qualidade, porque boa parte da diminuição da concentração de caroteno ocorre nesta seção. A análise dos casos em que se variou a vazão de fluido interno e a temperatura de entrada de fluido quente mostra que a perda de qualidade do produto é sensível quanto a estas condições de processo, tendo comportamento linear quanto a ambos, principalmente em relação à temperatura. Ainda mais sensível é a concentração de microorganismos no produto em relação à temperatura de entrada do fluido quente. O número de reduções decimais da concentração de microorganismos tem relação aproximadamente exponencial em relação à temperatura de entrada do fluido quente, de forma que mudanças neste parâmetro têm impacto significativo no nível de esterilização do produto. Portanto, é preciso controlar com cuidado a temperatura de entrada de fluido quente e a operação com esta temperatura no maior valor possível leva a maior retenção de qualidade do produto.

6. CONTINUIDADE DO PROJETO

Para que o projeto dos pasteurizadores bitubulares possa ser melhorado e para que a futura validação do modelo possa ser feita, o estudo dos parâmetros usados no modelo matemático deve ser feita. A dispersão de massa e energia radial que ocorre no escoamento laminar de alimentos líquidos é um fenômeno importante, pois provoca alteração na distribuição de tempo de residência, levando a mudanças na letalidade de microorganismos e retenção de nutrientes, no caso do tratamento térmico de alimentos líquidos. Sendo assim, a continuação do trabalho se dá com a investigação deste efeito, através da variação do valor do número de Peclet, pois este promove a variação da intensidade da dispersão radial de massa e energia no escoamento do fluido.

7. BIBLIOGRAFIA

BARBOSA-CÁNOVAS, G. V.; IBARZ, A. Unit Operations in Food Engineering, CRC Press LLC, 2003.

BIRD, R. BYRON; STEWART, WARREN E.; LIGHTFOOT, EDWIN N. Transport phenomena, John Wiley & Sons, 2nd Ed., 2002.

CHEREMISINOFF, N. P.; Encyclopedia of Fluid Mechanics: Volume 1 – Flow Phenomena and Measurement, Houston, TX, Gulf Publishing, 1986, 1534 p.

CHOI, Y.; OKOS, M. R. Thermal Properties of Fluid Foods – Review. In: OKOS, M. R. Physical and Chemical Properties of Food, Michigan, NY: American Society of Agricultural Engineers, 1986. p. 35-77

DA-WEN SUN. Thermal food processing : new technologies and quality issues, CRC Press LLC, 2006.

FELLOWS, P. – Food processing technology: Principles and practice, Woodhead publishing ltd e CRC Press LLC, 2nd, 2000.

FOGLER, S.H. Elementos de engenharia das reações químicas. Rio de Janeiro: LTC, 2002. 924 p.

GEKAS, V. Transport Phenomena of Foods and Biological Materials. Boca Raton: CRC Press, FL, 1992. 237 p.

GEORGIADIS, M.C.; ROTSTEIN, G.E.; MACCHIETTO, S. Optimal design and operation of heat exchangers under milk fouling. AIChE Journal, v. 44, n. 9, 1998, p. 2099-2111.

GRIJSPEERDT, K.; HAZARIKA, B.; VUCINIC, D. Application of Computational Fluid Dynamics to Model the Hydrodynamics of Plate Heat Exchangers for Milk Processing. *Journal of Food Engineering* 57, 237-242, 2003.

GUERRERO, S. N.; ALZAMORA, S. M. Effect of pH, Temperature and Glucose Addition on Flow Behaviour of Fruit Purees: II. Peach, Papaya and Mango Purées. *Journal of Food Engineering*, v. 37, 1998, p. 77-101.

GUT, J. A. W.; PINTO, J. M. Optimal design of continuous sterilization processes with plate heat exchangers. *European Symposium on Computer Aided Process Engineering*, 2005.

HELDMAN, D. R.; LUND, D. B. *Handbook of Food Engineering*. Boca Raton, FL, 2^a Ed., 2007.

INCROPERA, FRANK P. *Fundamentos de transferência de calor e de massa*, Rio de Janeiro: LTC, 6rd Ed., 2008.

JUNG, A.; FRYER, P.J. Optimising the quality of safe food: computational modelling of a continuous sterilisation process. *Chemical Engineering Science*, v.54, n.6, 1999, p.717-730.

LEVENSPIEL, O. *Chemical reaction engineering*, John Wiley & Sons, 3rd Ed., 1999.

LEVENSPIEL, O. *Chemical reactor Omnibook*, Oregon St. Univ. Bookstore, 1993.

SANCHO, M. F.; RAO, M. A. Residence time distribution in a holding tube, *Journal of Food Engineering* 15, 1-19, 1992.

SUGAI, A. Y. *Processamento descontínuo de purê de manga (Mangifera indica Linn.), variedade Haden: estudo da viabilidade do produto para pronto consumo*. Tese (Mestrado), Escola Politécnica da USP, São Paulo, 2002.

STEFFE, J. F. Rheological Methods in Food Process Engineering, 2nd. East Lansing: Freeman Press, 1996.

TAQUEDA, M. E. S. Trocadores de calor (notas de aula), 2008.

TORRES, A. P.; OLIVEIRA, F. A. R. Residence time distribution studies in continuous thermal processing of liquid foods: a review, Journal of Food Engineering 36, 1-30, 1998.