

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS**

Gabriel de Freitas de Azeredo

**Efeitos de Propagação no Fluxo de Raios Cósmicos de
Ultra-Alta Energia**

São Carlos

2024

Gabriel de Freitas de Azeredo

Efeitos de Propagação no Fluxo de Raios Cósmicos de Ultra-Alta Energia

Trabalho de conclusão de curso apresentado
ao Programa de Graduação em Física
do Instituto de Física de São Carlos,
da Universidade de São Paulo, para a
obtenção do título de Bacharel em Física
Computacional.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Vitor de Souza
Filho

Versão original

**São Carlos
2024**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Resumo

Experimentos de raios cósmicos medem o fluxo de partículas energéticas que bombardeiam a Terra a todo instante. Partículas com energias superiores a 1×10^{18} eV são classificadas como ultra-energéticas e podem interagir com a radiação cósmica de fundo durante sua propagação até a Terra. A interação diminui a energia das partículas, modificando o espectro de energia emitido pela fonte. O espectro de energia que chega na Terra foi recentemente medido com alta precisão e revela características compatíveis com os efeitos de propagação. O presente trabalho explorou modelos para as interações próton-fóton mais relevantes no meio extragaláctico com o objetivo de reproduzir o espectro de raios cósmicos de ultra-alta energia observado na Terra. Os resultados obtidos por métodos numéricos e de Monte Carlo evidenciam o acúmulo de partículas seguido por um corte rígido em altíssimas energias tal como observado nas medidas. Os cálculos foram realizados para modelos de fonte única e muitas fontes.

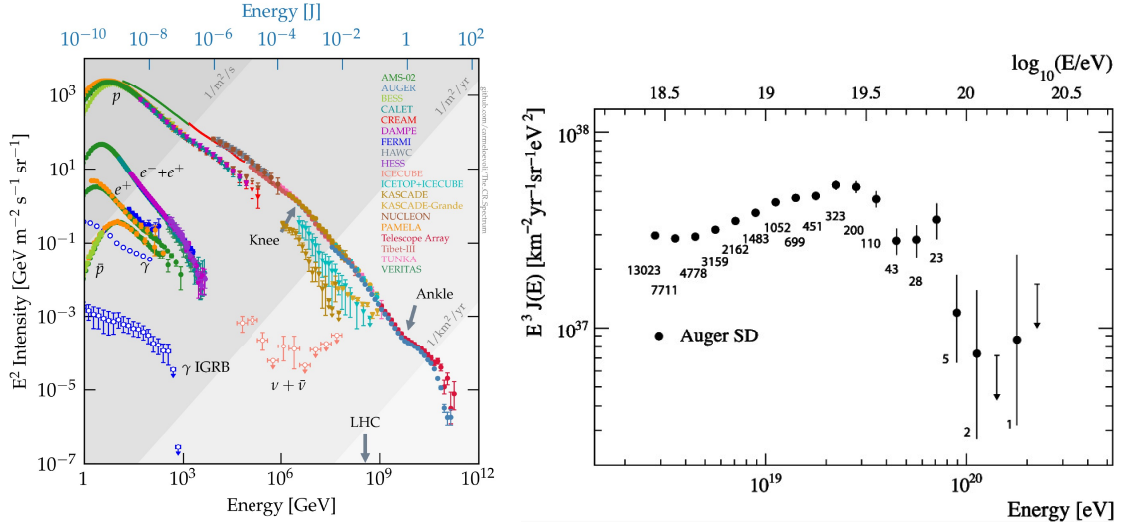
Palavras-chave: Astrofísica de partículas. Propagação de partículas. Raios cósmicos de ultra-alta energia.

1 Introdução

Experimentos de Coulomb, já no século XVIII, indicavam o fenômeno de descarga espontânea em um eletroscópio carregado. A explicação para esse efeito só foi dada no final do século seguinte com a descoberta da radioatividade. Quando o eletroscópio era exposto a materiais radioativos, o ar dentro do instrumento ionizava, resultando em uma descarga quase imediata. A conclusão foi de que a atmosfera estava preenchida de uma radiação natural de origem desconhecida.

Foi em 1912 que Victor Hess conduziu experimentos com balão em uma altura suficientemente elevada para constatar que a ionização do ar na atmosfera aumenta com a altitude. Essa descoberta derrubou a hipótese de que a radiação detectada tinha como origem a Terra e deu início ao campo que hoje é conhecido como astrofísica de partículas: a fonte da radiação é extraterrestre.

Raios cósmicos são partículas carregadas que se propagam através do Universo. Experimentos ao redor do mundo medem o fluxo de partículas energéticas que atingem a Terra. O espectro de energia registrado abrange uma das mais amplas faixas e os maiores limites superiores observados na natureza. A figura 1a apresenta o fluxo medido de raios cósmicos e mensageiros secundários associados. O espectro é bem ajustado por leis de potência, caracterizado por conversões de índice espectral em $E \approx 10^{15}$ eV e $E \approx 10^{18}$ eV, regiões chamadas de *knee* (joelho) e *ankle* (tornozelo), respectivamente. Em altíssimas



(a) Espectro completo de raios cósmicos e partículas secundárias produzidas durante a propagação. Retirado da referência (1). (b) Final do espectro de raios cósmicos medido pelo observatório Pierre Auger. Somente incertezas estatísticas são apresentadas. Retirado da referência (2).

energias (figura 1b) as partículas são classificadas como ultra-energéticas e o espectro apresenta uma região de acúmulo de partículas, seguido de um corte rígido. Esses efeitos são assinaturas das interações envolvidas durante a propagação das partículas antes de chegar à Terra.

Neste trabalho, empregamos modelos de cosmologia e física de partículas para estudar a propagação extragaláctica de prótons, com o objetivo de calcular a evolução do fluxo de partículas emitido por uma fonte astrofísica. Na seção 2, discutimos os critérios necessários para caracterizar as fontes e justificamos a forma do fluxo emitido. A seção 3 aborda detalhadamente a taxa de variação de energia associada aos mecanismos de perda considerados, incluindo fotoprodução de pares, produção de píons e perda adiabática devido à expansão do Universo. Para validar nossos resultados, comparamos nossa implementação com o software *CRPropa3* na seção 4. Finalmente, a seção 5 apresenta como o espectro original emitido pela fonte é modulado pelos efeitos de propagação, incluindo o cálculo do fator de modificação para modelos com uma única fonte e com múltiplas fontes.

2 Fontes poderosas de astropartículas

Existe um conjunto muito restrito de classes de objetos astrofísicos capazes de acelerar partículas até energias próximas a 10^{20} eV. Fontes promissoras são restringidas em características físicas, como tamanho L e campo magnético $\vec{B}$, mas também pelos mecanismos de aceleração possíveis nas regiões do objeto. Análises observacionais adicionam como condição para sítios promissores: a emissão em forma de lei de potência pelo

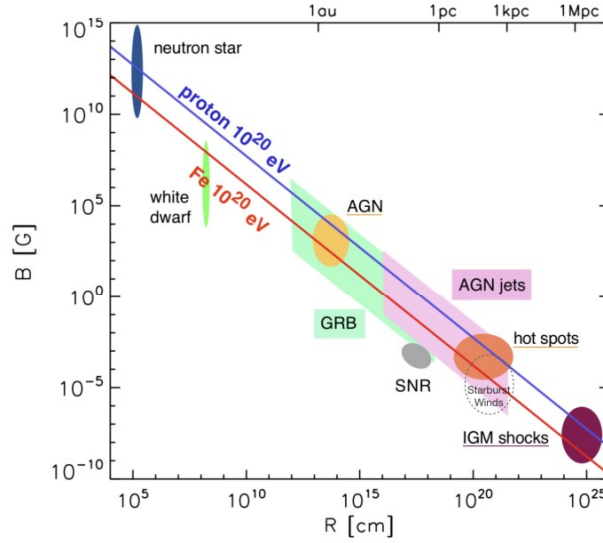


Figura 2 – Diagrama de Hillas. Classifica os objetos astrofísicos capazes de acelerar um próton e um núcleo de ferro até 1×10^{20} eV. Retirado da referência (4).

mecanismo de aceleração atuante, a capacidade de acelerar raios cósmicos até energias máximas próximas de 10^{20} eV e a composição injetada dever ser equivalente à abundância cósmica dos elementos químicos (3).

2.1 Relação de Hillas

A fonte deve confinar os raios cósmicos durante a aceleração de forma semelhante aos aceleradores terrestres. O raio de Larmor de uma partícula com carga Z e submetida a um campo magnético $\vec{B}$ é $r_L \approx E/(ZeB)$. Considerando uma fonte de raio característico R , a imposição de $r_L < R$ implica em uma estimativa de energia máxima que um objeto pode acelerar, na forma da relação

$$E \leq 10^{20} Z \left(\frac{B}{10 \mu G} \right) \left(\frac{R}{10 kpc} \right) eV. \quad (1)$$

Dada a dependência do número atômico do núcleo Z , partículas mais pesadas podem ser aceleradas até energias substancialmente maiores em uma mesma região. Este limite é expresso na literatura na forma do chamado diagrama de Hillas (figura 2), onde a relação $R - B$ para objetos astrofísicos conhecidos é associada com o necessário para aceleração de um próton e um núcleo de ferro até 1×10^{20} eV. Aplicando a desigualdade da equação (1) para os parâmetros da nossa galáxia é evidente que a Via Láctea não é dotada da relação necessária para acelerar partículas até as mais altas energias.

Ainda que o fluxo expressivo de raios cósmicos de baixas energias possa ser explicado perfeitamente pela emissão de objetos galácticos, acima de 1×10^{18} eV, fontes extragaláticas são necessárias. A medição de anisotropia em larga escala de raios cósmi-

cos ultra energéticos é uma evidência observacional da contribuição deste tipo de fonte (2).

2.2 Aceleração de partículas em ambientes astrofísicos

Uma explicação para a produção de partículas muito energéticas é dada na forma de modelos do tipo Fermi em que as partículas atingiriam energias extremas por meio de ganhos estocásticos. O primeiro trabalho de Enrico Fermi neste tema propôs que colisões entre partículas e nuvens no meio interestelar provocariam um ganho de energia médio, por colisão, igual a

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = \frac{8}{3} \left(\frac{V}{c} \right)^2, \quad (2)$$

onde V é a velocidade típica da nuvem, que atua como espelho magnético. Pelo caráter quadrático em v/c esse modelo é chamado de mecanismo de Fermi de segunda ordem. As velocidades típicas na galáxia para nuvens interestelares implicam em $V/c \leq 10^{-4}$ e o livre caminho médio para o espalhamento é na ordem de 0,1 pc (3). Portanto, ainda que o mecanismo seja possível, se torna extremamente ineficiente, fato que motivou a busca por outros modelos.

Ambientes como núcleos ativos de galáxia, *gamma-ray bursts* e remanescentes de supernovas são propícios a produção de ondas de choque intensas. O modelo mais aceito para a aceleração de raios cósmicos ultra energéticos atua quando as partículas cruzam essas ondas de choque. O ganho de energia por passagem é

$$\left\langle \frac{\Delta E}{E} \right\rangle = \frac{4}{3} \frac{V}{c}, \quad (3)$$

além de resolver o problema quadrático do mecanismo de primeira ordem, as ondas de choque podem chegar à velocidades V até 3 ordens de grandeza maiores que nuvens interestelares nas fontes apresentadas na figura 2, tornando a aceleração mais eficiente.

No contexto deste trabalho, o critério mais importante independe dos ganhos de energia dos modelos supracitados. Seja um mecanismo do tipo Fermi qualquer, estocástico, e uma partícula com energia E_0 . Depois de um espalhamento, a partícula ganha energia e fica com $E = \beta E_0$. Se P for a probabilidade de uma partícula permanecer dentro da região aceleradora, após n colisões, o número total de partículas que não escaparam da fonte é $N = N_0 P^n$, com $E = \beta^n E_0$. Manipulando essas duas relações

$$\frac{\ln(N/N_0)}{\ln(E/E_0)} = \frac{\ln P}{\ln \beta} \Rightarrow N = N_0 \left(\frac{E}{E_0} \right)^{\frac{\ln P}{\ln \beta}},$$

ou seja, se $-\gamma = \ln P / \ln \beta - 1$, o fluxo diferencial emitido pela fonte é regido pela lei de potência

$$F(E) = \frac{dN}{dE} \propto E^{-\gamma}, \quad (4)$$

de índice espectral γ .

Na seção 5, mostraremos que a emissão pela fonte de um fluxo em lei de potência é suficiente para que o espectro de energia observado na Terra seja da mesma forma. Ademais, a generalização para mecanismos estocásticos realizada nesta seção mostra que quaisquer mecanismos do tipo Fermi resultam em $F(E) = \alpha E^{-\gamma}$. Os principais modelos de aceleração restringem o índice espectral em $\gamma \in [2, 3]$. Portanto, o limite de $\gamma = 2$ obtido para aceleração em choques intensos na referência (3) implica que multiplicar a energia por fator 10, significa diminuir o fluxo emitido por $\frac{1}{10^2}$. Isto explica o fluxo observado baixíssimo em altas energias apresentados nas figuras 1a e 1b.

3 Mecanismos de perda de energia

Ainda que a densidade de matéria seja desprezível no meio extragalático, o Universo todo está preenchido por radiação. A radiação cósmica de fundo em micro-ondas, doravante CMB¹, apresenta o valor máximo de densidade no espectro da radiação difusa. Desde a detecção acidental por Penzias e Wilson, diversos trabalhos trataram modificações no final do espectro de raios cósmicos devido a interação com os fótons de baixa energia da CMB (5,6). Nesta faixa, o campo de fótons difuso, isotrópico, segue a lei de Planck para um corpo negro a $T \approx 2,73$ K, portanto

$$n(\epsilon) = \frac{\epsilon^2}{\pi^2(\hbar c)^3} \frac{1}{e^{\epsilon/kT} - 1}. \quad (5)$$

A energia média destes fótons é muito baixa no referencial da Terra, na ordem de $\epsilon \approx 2,7kT \approx 6,34 \times 10^{-4}$ eV. Contudo, no referencial do próton de energia E e fator de Lorentz γ_p , a energia ϵ' dos fótons de fundo está sujeita a seguinte transformação

$$\epsilon' = \gamma_p \epsilon (1 + \beta \cos \theta), \quad (6)$$

em que θ é o ângulo de colisão. Supondo um próton com $E = 1 \times 10^{18}$ eV e uma colisão frontal, a energia do fóton no referencial do raio cósmico é $\epsilon' = 1,35 \times 10^6$ eV. Energia característica de raios gama. As seções subsequentes tratam das perdas de energias mais relevantes devido às interações próton-fóton e à perda de energia dita adiabática, causada pela expansão do Universo.

3.1 Interações próton-fóton

A fim de quantificar a perda de energia dos prótons atravessando um campo de fótons, introduzo o livre caminho médio λ , a distância média em que uma partícula

¹ Da sigla em inglês, *Cosmic Microwave Background*.

percorre até interagir

$$\lambda_{p\gamma}(E) = \frac{2\gamma_p^2}{c} \left[\int_{\epsilon_{th}/2\gamma_p}^{\infty} d\epsilon \frac{n(\epsilon)}{\epsilon^2} \int_{\epsilon_{th}}^{2\gamma_p\epsilon} d\epsilon' \epsilon' \sigma_{p\gamma}(\epsilon') \right]^{-1}, \quad (7)$$

onde ϵ'_{th} é energia de *threshold* para a interação ocorrer, $\epsilon' = 2\gamma_p\epsilon$ é a energia máxima do fóton de fundo, ambos no referencial do próton e $\sigma_{p\gamma}(\epsilon')$ é a seção de choque da interação. A perda de energia que estes processos implicam são quantificadas a partir da inelasticidade $k_{inel} = \Delta E/E$. Partindo da definição de taxa de perda de energia normalizada

$$\beta(E) := -\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = -c \left[\frac{E}{dE/dx} \right]^{-1} = -c \left[\frac{\lambda_{p\gamma}(E)}{k_{inel}(E)} \right]^{-1}$$

portanto, considerando $c = 1$,

$$\beta(E) = -\frac{1}{2\gamma_p^2} \int_{\epsilon_{th}/2\gamma_p}^{\infty} d\epsilon \frac{n(\epsilon)}{\epsilon^2} \int_{\epsilon_{th}}^{2\gamma_p\epsilon} d\epsilon' \epsilon' \sigma_{p\gamma}(\epsilon') k_{inel}(\epsilon'). \quad (8)$$

3.1.1 Produção de pares

Prótons interagem com fótons de energias acima de $\epsilon'_{th} > 2m_e c^2 \approx 1$ MeV produzindo pares elétron-pósitron. Os pares gerados podem interagir novamente com fótons da CMB em forma de cascada, sendo uma das fontes de raios gama difusos no Universo. A perda de energia do próton é completamente descrita a partir da reação primária

$$p + \gamma_{CMB} \rightarrow p + e^- + e^+,$$

no referencial da Terra, os prótons perdem energia com a mesma taxa que os elétrons e pósitrons ganham. Neste caso a energia perdida para os fótons difusos é desprezada, pois $\epsilon \ll mc^2$. Esse fato leva a taxa de variação demonstrada na referência (7)

$$-\frac{dE}{dt} = \alpha r_0^2 (m_e c^2)^2 \int_2^{\infty} d\xi n \left(\frac{\xi m_e c^2}{2\gamma_p} \right) \frac{\phi(\xi)}{\xi^2}, \quad (9)$$

em que a variável de integração $\xi = 2\gamma_p\epsilon/(m_e c^2)$ é definida. O limite $\xi = 2$ garante que a energia de *threshold* é considerada na integral, pois $\epsilon = \epsilon'/(2\gamma_p) = m_e c^2/\gamma_p$. A função $\phi(\xi)$ carrega a informação da seção de choque e da inelasticidade da interação. Definindo o parâmetro adimensional $\nu = mc^2/(2\gamma kT)$ e substituindo a equação (5) na (9), esta é simplificada para

$$\beta_{e^-e^+}(E) = -\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = \frac{\alpha r_0^2 (m_e c^2 kT)^2}{\pi^2 \hbar^3 c^2} \frac{1}{E} f(\nu), \quad (10)$$

e f é a função de ν

$$f(\nu) = \nu^2 \int_2^{\infty} d\xi \frac{\phi(\xi)}{e^{\nu\xi} - 1}. \quad (11)$$

Resolvi a equação (11) utilizando a técnica de quadratura de Gauss–Kronrod. O limite $\phi \rightarrow \xi \left[-86.07 + 50.95 \ln \xi - 14.45 \ln^2 \xi + 2.667 \ln^3 \xi \right]$ foi considerado no regime ultra relativístico para $\xi > 25$. No caso de $0 \leq \xi < 25$ foi utilizado o tratamento da referência (8), então $\phi = \frac{\pi}{12} \frac{(\xi-2)^4}{1 + \sum_{i=1}^4 c_i (\xi-2)^i}$, onde $c_i = \{0.8048, 0.1459, 1.137 \times 10^{-3}, -3.879 \times 10^{-6}\}$. Os resultados para $f(\nu)$ estão apresentados na figura 3.

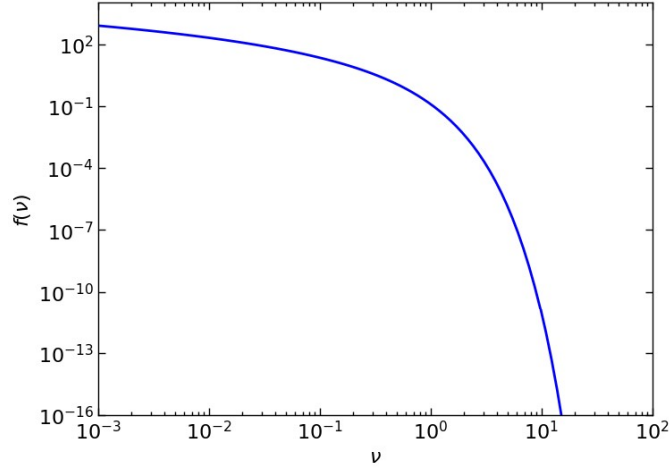


Figura 3 – Resultados obtidos para a função auxiliar $f(\nu)$, integrada com quadratura de Gauss-Kronrod.

3.1.2 Produção de píons

Logo após a descoberta da radiação cósmica de fundo foi predito que a produção de mésons em ambientes astrofísicos causaria efeitos característicos no final do espectro de raios cósmicos. Prótons interagem com fótons de energias superiores a $\epsilon' > m_\pi c^2 \approx 140$ MeV produzindo píons. A interação é descrita por

$$p + \gamma_{CMB} \rightarrow p/n + \pi^0/\pi^\pm,$$

em que o nêutron rapidamente decai novamente em próton por $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$. Na energia de *threshold*, a inelasticidade da interação é na ordem de $k = \Delta E/E \approx m_\pi/m_p \approx 15\%$, substancialmente maior do que para a produção de pares.

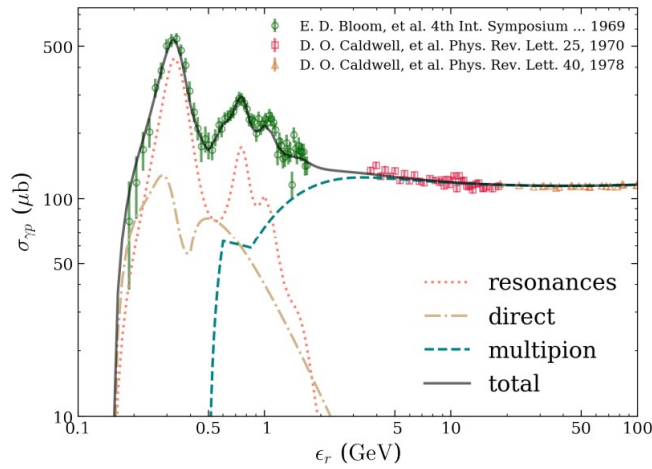


Figura 4 – Seção de choque para a fotoprodução de píons em função da energia do fóton, no referencial do próton. Retirado da referência (9).

A seção de choque para a interação pode ser obtida por meios de simuladores em Monte Carlo ou por extrapolação de dados experimentais. A figura 4 apresenta a seção de

choque total bem como a contribuição de vários canais de produção de píons. Seguindo a referência (10), a seção de choque para este mecanismo pode ser bem aproximada na região de ressonância Δ por

$$\sigma(\epsilon'_\gamma) = \begin{cases} 0, \epsilon'_\gamma \leq \epsilon'_\Delta - \delta \\ \sigma_\Delta, \epsilon'_\Delta - \delta < \epsilon'_\gamma \leq \epsilon'_\Delta + \delta \\ 0, \epsilon'_\gamma \geq \epsilon'_\Delta + \delta, \end{cases} \quad (12)$$

onde $\sigma_\Delta \approx 500\mu\text{b}$ é o pico da seção de choque na ressonância Δ e ϵ'_Δ é o valor em que ocorre o pico ≈ 340 MeV, $2\delta \approx 200$ MeV é a largura da função degrau utilizada na aproximação. Ainda de acordo com a referência (10), a inelasticidade total nessa região é

$$K \approx \frac{(m_\pi^2 + 2m_p\epsilon'_\gamma)}{2(m_p^2 + 2m_p\epsilon'_\gamma)}. \quad (13)$$

As equações (13) e (12) aplicadas na equação (8) fazem com que a taxa de variação de energia para a produção de píons seja bem aproximada por

$$\beta_{\pi^0\pi^+}(E) = 2,25 \times 10^{-8} \exp(-A/E) \left[1 + \frac{A}{E} + \frac{1}{2} \left(\frac{A}{E} \right)^2 \right] (\text{anos})^{-1}, \quad (14)$$

em que A é a constante 4×10^{20} eV. Esse mecanismo é particularmente importante, pois é responsável pela ascensão do efeito Greisen-Zatsepin-Kuzmin (GZK), um limite superior de energia teórico em prótons devido à interação com a CMB (5,6).

3.2 Perda adiabática por expansão do Universo

Considerando um Universo em expansão, quaisquer dois pontos no espaço ficam cada vez mais distantes com o passar do tempo. A relação entre a energia E de uma partícula e o *redshift* z o qual ela está submetida é

$$E(z) = E_0(z + 1), \quad (15)$$

em que E_0 é a energia observada em $z = 0$. A energia de um próton em uma fonte genérica a *redshift* $z > 0$ é sempre maior do que a medida na Terra em $z = 0$. Esse mecanismo de perda devido à expansão do Universo é chamado de perda adiabática. Tomando a derivada temporal da equação (15) e utilizando a relação entre o *redshift* e o fator de escala de expansão do Universo $z + 1 = 1/a(t)$,

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dz} \frac{dz}{dt} = -E_0(1 + z)H(z),$$

onde $H(z) = \dot{a}(t)/a(t)$. Portanto a taxa de perda de energia para esse mecanismo é

$$\beta_{ad}(E) = -\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} = H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_M(1 + z)^3 + \Omega_\Lambda}. \quad (16)$$

A propagação da seção subsequente levou em consideração a cosmologia para o modelo de Universo plano de Einstein de-Sitter, portanto $\Omega_M = 1$ e $\Omega_\Lambda = 0$. A equação (16) mostra que, diferente do obtido para interações próton-fóton, a perda de energia por expansão do Universo é independente da energia da partícula.

3.3 Dependência com *redshift*

Os cálculos para as interações próton-fóton levaram em consideração a distribuição da radiação cósmica de fundo observada na presente época $z = 0$. Um modelo de Universo em expansão implica em um estágio inicial em altíssimas temperaturas e extremamente denso. Deste modo, a temperatura da CMB evolui com o *redshift* na forma de $T(z) = T_0(z + 1)$, sendo $T_0 = T(z = 0)$ e a densidade, conseqüentemente, aumenta por um fator de $(z + 1)^3$ (11).

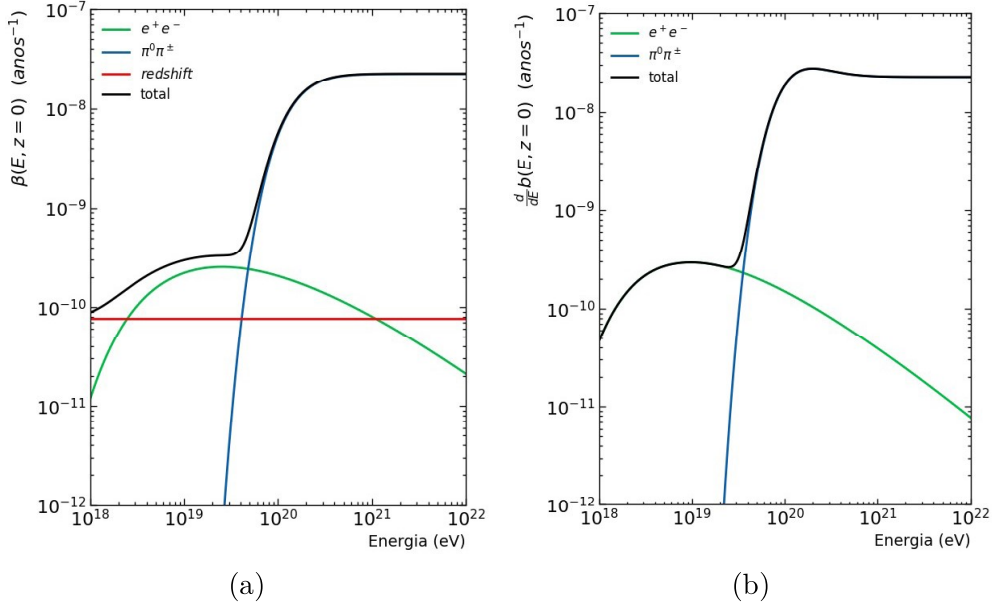


Figura 5 – Taxas de variação de energia para interações próton-fóton mais relevantes no meio extragalático e para perda adiabática. A taxa derivada nesta seção está em 5a e a taxa não normalizada por intervalo de energia db/dE é apresentada em 5b.

A figura 5a apresenta os resultados das taxas de perda para a fotoprodução de pares, fotoprodução de píons e perda adiabática para $z = 0$. A produção de pares é a interação mais relevante na perda total até a energias próximas ao *threshold* da produção de píons; que rapidamente torna o efeito dos outros mecanismos desprezíveis em partículas muito energéticas. A evolução da CMB com o *redshift* e os resultados para os mecanismos de perda de energia na presente época apresentados ao longo desta seção permitem a generalização para qualquer z . Dessa forma, uma partícula a *redshift* z tem sua energia regida pela equação

$$\beta(E, z) = (z + 1)^{3/2} \beta_{ad} + (1 + z)^3 [\beta_{e^-e^+}(E') + \beta_{\pi^0\pi^\pm}(E')] |_{E'=E(z+1)}. \quad (17)$$

Os resultados das taxas de perda de energia da figura 5a para a presente época estão consonantes com os obtidos na referência (6), portanto as aproximações adotadas são o suficiente para descrever os processos com precisão.

4 Propagação extragalática de prótons

Partículas com energias de geração E_g na fonte se propagam até a Terra submetidas aos mecanismos de perda de energia explicados na seção anterior. A equação que conduz a evolução da energia durante a propagação é

$$\beta(E, z(t)) = -\frac{1}{E} \frac{dE}{dt}, \quad (18)$$

contudo, a convenção para designar a distância de objetos da Terra, neste e na maioria dos trabalhos, não é o fator de escala $a(t)$ o qual ele está submetido, mas sim o *redshift* z .

Com o objetivo de escrever a equação (18) diretamente a partir de derivadas de z , introduzimos o elemento métrico para o modelo de Universo plano de Einstein de-Sitter como

$$\frac{dt}{dz} = -\frac{1}{H_0}(1+z)^{-5/2},$$

então a equação (18) se torna

$$-\frac{1}{E} \frac{dE}{dz} = \frac{dt}{dz} \beta(E, z). \quad (19)$$

Para calcular a evolução da energia em função do *redshift*, basta impor condições iniciais de z_g e energia de geração E_g na fonte.

4.1 Implementação do modelo pseudo-analítico

Doravante recorreremos à teoria desenvolvida para a implementação de um modelo para o fluxo de prótons observado na Terra. É possível utilizar a emissão de fontes astrofísicas, propor condições iniciais de E_g e então propagar as partículas individualmente. Essa abordagem é utilizada na seção 5 quando utilizamos o método de Monte Carlo. O modelo teórico, no entanto, tem como base a definição analítica de luminosidade cosmológica, mas requer que seja possível mapear numericamente as energias observadas E das emitidas E_0 , por isso é dito pseudo-analítico. Assumindo um intervalo de energia na Terra de $E = 1 \times 10^{18}$ eV até 1×10^{21} eV e resolvendo a equação (19) numericamente até $z = 0,01$, $z = 0,05$, $z = 0,5$, $z = 1$ e $z = 1,5$, apresentamos na figura 6 o mapeamento das energias de geração para o intervalo considerado.

Neste resultado fica explícito a necessidade de uma fonte local para explicar o fluxo de raios cósmicos muito energéticos. Ainda que uma fonte distante acelerasse raios

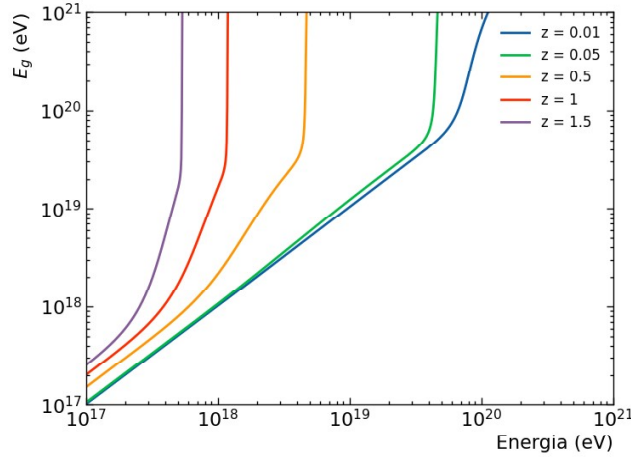


Figura 6 – Energia observada na Terra em função da energia mínima necessária E_g na fonte.

cósmicos até a energia extrema de 1×10^{21} eV, o fluxo emitido seria suprimido até energias mais baixas antes de chegar à Terra. Por isso não é observado na Terra partículas com energias superiores a 1×10^{19} eV emitidas por fontes com $z > 0,5$ na figura 6.

4.2 Comparação com o método de Monte Carlo

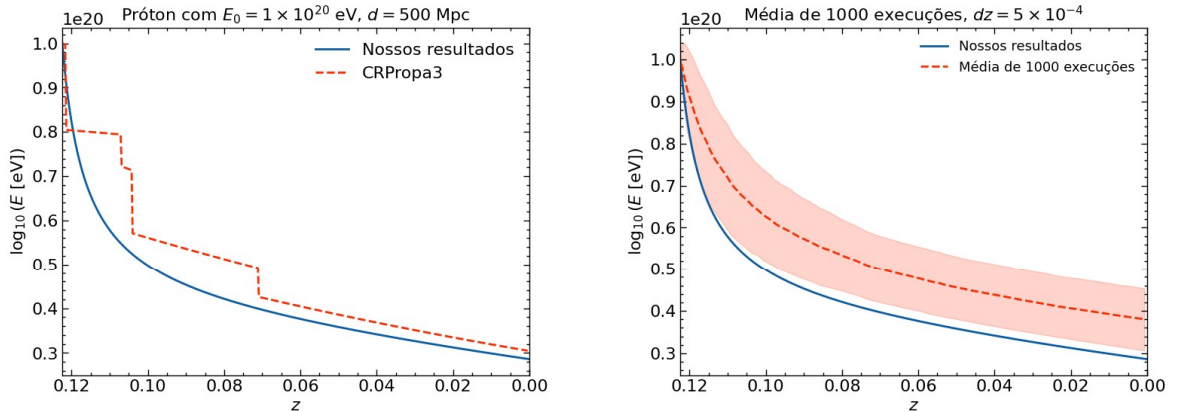
As interações em um cenário astrofísico real têm caráter estocástico. Ao resolver a equação (19) com métodos determinísticos os resultados obtidos são levados para um limite de interação contínua. Em cada passo dz todas as interações discutidas acontecem sempre que a energia de *threshold* é atingida. Considerando os mecanismos de perda adiabática e por produção de pares, a inelasticidade de ambos os processos são relativamente baixas no contexto de raios cósmicos de ultra-alta energia, contudo o mesmo não é verdade para a produção de píons. O objetivo desta seção é comparar a propagação realizada por métodos numéricos usuais com um *framework* de propagação que utiliza o método de Monte Carlo.

O *CRPropa3* (12) é um *framework* de código aberto em que a propagação de partículas utiliza o método de Monte Carlo. Os mecanismos de perda de energia estão implementados no programa, não necessariamente pelos mesmos modelos explicados na seção anterior e utilizados na minha implementação. Partindo de uma partícula de energia E e definindo uma distância d da Terra, o programa gera passos dx de tamanho aleatório e os compara com os livres caminhos médios para as interações. Quando $dx > \lambda$ a interação ocorre e a partícula perde energia de acordo com a taxa de atenuação dE/dx . O mesmo processo acontece repetidas vezes até uma das condições de parada (definidas pelo usuário) forem satisfeitas ou até que a partícula seja detectada.

Inicialmente a propagação de um único próton foi realizada, supondo sua emissão por uma fonte distando $d = 500$ Mpc e para duas condições iniciais de energia $E_1 = 5 \times 10^{18}$

eV e $E_2 = 1 \times 10^{20}$ eV. A primeira condição foi escolhida, pois está acima do *threshold* para a produção de pares, porém abaixo do *threshold* para a produção de píons. Assim as partículas só perdem energia produzindo e^+e^- e por perda adiabática. Nestas condições, a diferença entre o resultado obtido pelo modelo analítico e o processo de Monte Carlo na energia de um próton, ao chegar na Terra, foi de somente $\Delta E/E \approx 2,5\%$. Pelos mesmos motivos elencados na seção 3, o *CRPropa3* também utilizada o limite contínuo para resolver a produção de pares. O pequeno desvio obtido é consequência da diferença de implementação. Como a solução da perda por expansão do Universo é analítica, não é esperado que haja algum desvio com base neste mecanismo.

A segunda condição ultrapassa o *threshold* para a produção de mésons, portanto as três interações são levadas em consideração. A figura 7a apresenta a evolução da energia da partícula em função do *redshift* em uma execução. O caráter probabilístico do método de Monte Carlo faz com que execuções individuais não sejam um bom parâmetro de comparação. Logo $N = 1000$ execuções foram realizadas com a mesma condição inicial a fim de se obter uma média. A quantização variável da distância de propagação faz com que não seja possível calcular a média em pontos discretos de z , então o intervalo $[z, 0]$ foi dividido em subintervalos de tamanho dz . A curva média foi definida como a média de energias das partículas pertencentes ao intervalo de *redshift* dz . Quanto menor for o intervalo, mais a curva se aproxima da média discreta. A figura 7b mostra o efeito do limite contínuo na evolução da energia, sendo a área pintada o desvio padrão das energias no intervalo dz em que é calculado a média. A implementação determinística atua como um limite inferior das execuções em Monte Carlo.



(a) Evolução da energia de uma única execução do *CRPropa3* e da nossa implementação em função do *redshift*. (b) Evolução da energia média em função do *redshift*. A área pintada é o desvio padrão das partículas no intervalo em que a média é calculada.

Figura 7 – Comparação com o método de Monte Carlo para partículas de 1×10^{20} eV.

A distribuição de partículas em $z = 0$ da figura 7b mostra como cada método de propagação evolui um espectro monocromático em 1×10^{20} eV para uma fonte a 500 Mpc. O método numérico translada o fluxo emitido pela fonte, mas mantém o espectro de

energia monocromático. A propagação em Monte Carlo, no entanto, além de transladar, aumenta a dispersão na distribuição de energias que chega à Terra.

5 Fluxo de prótons esperado na Terra

Seja uma poderosa fonte astrofísica, cujo os parâmetros característicos $\vec{B}$ e L estão de acordo com a relação de Hillas para acelerar partículas até energias na ordem de 1×10^{21} eV. O fluxo de prótons medido por um observador na Terra é escrito como na referência (6)

$$J(E) = \frac{1}{(z+1)} \frac{Q(E_g)}{4\pi\chi^2} \frac{dE_g}{dE}, \quad (20)$$

onde $Q(E_g)$ é a taxa de geração de partículas com energia E_g , por unidades de energia. Dada a argumentação realizada na seção 2.2, $Q(E_g) = dN/dE_g = \alpha E_g^{-\gamma}$ é o fluxo diferencial emitido e α representa um termo de normalização específico da emissão de cada fonte. Um resultado comum em cálculos de cosmologia é a definição de luminosidade comóvel, quantificando o fluxo em energia de fótons emitidos por uma fonte de luminosidade L , a *redshift* z por

$$F = \frac{1}{(z+1)^2} \frac{L}{4\pi\chi^2},$$

em que um fator $(z+1)$ emerge devido à dilatação do tempo e o outro devido a conexão das energias na equação (15). Comparando ambos os resultados, $F \rightarrow J(E)dE$, $L \rightarrow Q(E_g)dE_g$ e um dos termos $(z+1)$ desaparece, pois estamos calculando o fluxo diferencial observado na Terra dN/dE ao invés do fluxo de energia, assim como previsto na referência (13). A expansão do Universo, considerado plano, implica que a distância comóvel da Terra na presente época (t_0) em relação a fonte, sujeita a um fator de escala $a(t_g)$, é

$$\chi = c \int_{t_g}^{t_0} dt' \frac{1}{a(t')} = \frac{c}{H_0} \int_0^z dz' (z'+1)^{-3/2} = \frac{2c}{H_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{z+1}} \right], \quad (21)$$

substituindo a equação (21) na (20), obtém-se

$$J(E) = \frac{\alpha E_g^{-\gamma}}{16\pi c^2 / H_0^2 (\sqrt{z_g+1} - 1)^2} \frac{dE_g}{dE}. \quad (22)$$

A derivada dE_g/dE representa a conexão de um intervalo de energia dE_g gerado na fonte com o intervalo dE medido na Terra. O termo quantifica a forma com que os mecanismos discutidos no capítulo 3 modificam dE_g . Sua demonstração não é trivial para estados não estacionários. A partir do desenvolvimento da referência (14),

$$\frac{dE_g}{dE} = (1+z_g) \exp \left[\frac{1}{H_0} \int_0^{z_g} dz \sqrt{1+z} \left(\frac{db_0(E')}{dE'} \right) \right]_{E'=(1+z)E(z)}, \quad (23)$$

onde $b_0 = -dE/dt$ é, simplesmente, a taxa de variação não normalizada para as perdas de energia oriundas de interações fóton-próton. A figura 5b apresenta os resultados obtidos para $db_0(E)/dE$.

Repare que as equações ainda estão escritas em função da energia emitida pela fonte E_g . Define-se o parâmetro $\lambda(E) := E_g/E$ como a razão entre a energia de geração e a observada na Terra, assim $E(z) = E_g = \lambda(E, z_g)E$. Substituindo essa relação entre as energias na equação (22), o fluxo observado pode ser expresso de uma forma muito mais interessante

$$J(E) = \frac{\alpha}{16\pi c^2/H_0^2} E^{-\gamma} \frac{[\lambda(E, z_g)]^{-\gamma}}{(\sqrt{z_g+1}-1)^2} \frac{dE_g}{dE}, \quad (24)$$

pois fica explícito que um mecanismo de aceleração cujo fluxo diferencial é em forma de lei de potência também implica em um fluxo medido na Terra com essa forma. O espectro de energia observado, no entanto, é modulado pelo fator de modificação $\eta(E, z)$ definido como

$$\eta(E, z) = \frac{[\lambda(E, z_g)]^{-\gamma}}{(\sqrt{z_g+1}-1)^2} \frac{dE_g}{dE}. \quad (25)$$

Enquanto α guarda toda informação de luminosidade e emissão da fonte, o fator de modificação η ilustra como os mecanismos de perda de energia modificam o fluxo emitido. A figura 8 apresenta os resultados para um índice espectral $\gamma = 2,6$ e fontes sujeitas a vários *redshifts*.

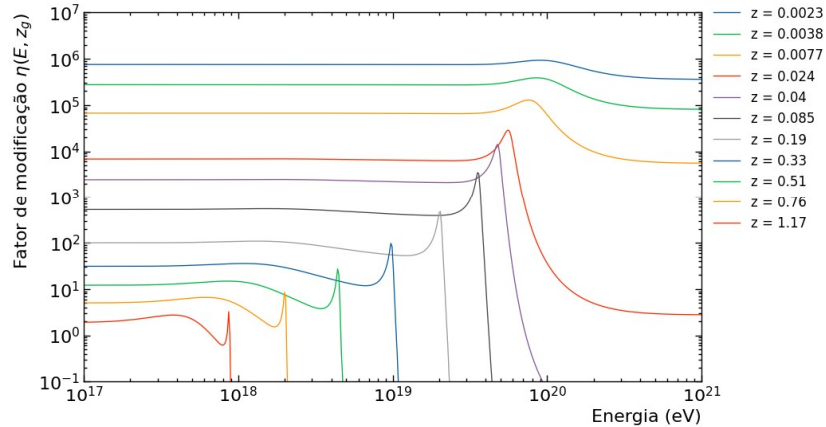


Figura 8 – Fator de modificação calculado para $\gamma = 2,6$ para fontes a diversos *redshifts*.

A escolha de γ está dentro do intervalo aceito para mecanismos de aceleração sugeridos na literatura. Pela equação (24), a razão entre os resultados obtidos para γ e um outro índice espectral γ' é apenas um fator $[\lambda(E, z_g)]^{-(\gamma-\gamma')}$. Isso é particularmente útil quando tratamos simulações pelo método de Monte Carlo. Em uma simulação feita com um índice espectral específico, é possível obter o resultado para qualquer outro, bastando multiplicar pelo peso correto no pós processamento.

O comportamento do fator de modificação já antecipa o comportamento do fluxo observado na Terra. Para fontes mais distantes o acúmulo de partículas é maior quando comparado com fontes próximas. O corte no espectro também fica mais perceptível e ocorre em energias menores, por consequência, o acúmulo de partículas aumenta, pois mais partículas chegam na Terra com energias na região do acúmulo. A figura 9 apresenta os resultados obtidos de fluxo diferencial para os fatores de modificação da figura 8.

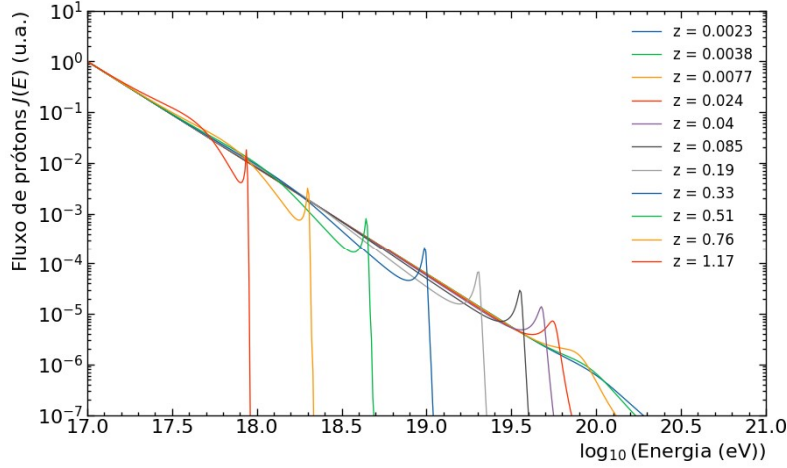


Figura 9 – Fluxo diferencial de prótons relacionados ao fatores de modificação apresentados na figura 8.

5.1 Espectro para modelo de muitas fontes

Partículas carregadas imersas em uma região de campo magnético têm sua trajetória modificada. A consequência dessa fato é uma incerteza em relação a fonte de raios cósmicos muito energéticos. Fixando-se uma direção no céu, inúmeras fontes de partículas estão contribuindo com a emissão das partículas detectadas.

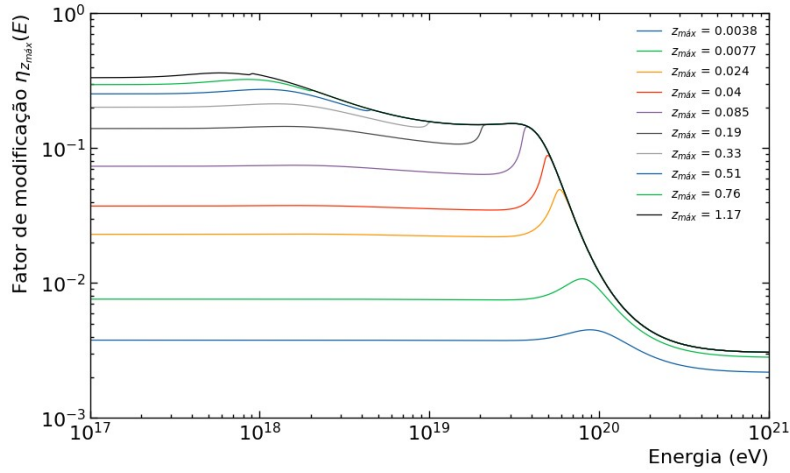


Figura 10 – Fator de modificação para o modelo de muitas fontes.

Seja uma densidade ρ de fontes confinadas em uma esfera que se estende de $z = 0$ até $z = z_{max}$. Tratando o caso em que não há evolução cosmológica da densidade de fontes e nem na luminosidade em que elas estão emitindo. O fator de modificação, partindo da dedução realizada na referência (6), é

$$\eta(E, z_{max}) = \int_0^{z_{max}} \frac{dz}{(1+z)^{5/2}} [\lambda(E, z_g)]^{-\gamma} \frac{dE_g}{dE}. \quad (26)$$

A solução para o fator de modificação do modelo de muitas fontes está na figura 10. O fator de modificação total não apresenta um acúmulo bem definido quando a região

confinadora de fontes é grande. Isto se deve ao fato de fontes únicas produzirem um acúmulo de partículas em regiões diferentes de energia, portanto, quando somados, os acúmulos se espalham. Assim, fica claro a origem do platô do espectro apresentado na figura 1b.

5.2 Fluxo de prótons utilizando Monte Carlo

Nesta seção será demonstrado como as metodologias de propagação discutidas na seção 4 impactam o fluxo observado na Terra. Simulando fontes emitindo prótons em forma de lei de potência $dN/dE = E^{-1}$ com energias entre 1×10^{18} eV e 1×10^{21} , $N = 10^5$ partículas foram geradas de forma aleatória com o *CRPropa3*.

A figura 11 apresenta a distribuição de partículas geradas em fontes a 200 Mpc e 50 Mpc, bem como a observada na Terra, depois da propagação com o *CRPropa3*. Utilizando a distribuição inicial como condição de contorno para a equação 19 e resolvendo para as 10^5 partículas, uma nova distribuição foi obtida na Terra, dessa vez com o método numérico. As figuras 12a e 12b são os fluxos diferenciais calculados por ambos os métodos.

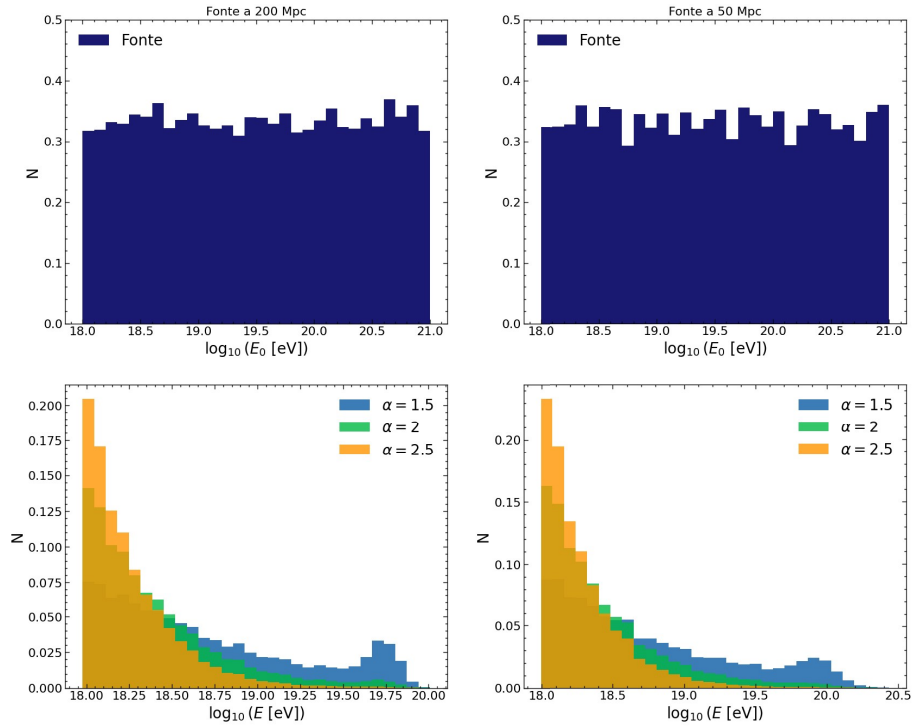


Figura 11 – Distribuição aleatória de partículas geradas inicialmente e ao atingir na Terra para a fonte de 200 Mpc (primeira coluna) e para a fonte de 50 Mpc (segunda coluna). Propagação realizada com o *CRPropa3*. Diferentes índices espectrais obtidos no pós processamento.

Uma fonte a uma distância d , emitindo na forma de E^{-1} em um intervalo de energia E_{min} e $E_{máx}$ pode ser entendida como uma soma de fontes emitindo, cada uma, um espectro monocromático em E_0 sendo $E_{min} \leq E_0 \leq E_{máx}$. O método numérico

determinístico translada cada um dos espectros iniciais para energias $E < E_0$ graças aos mecanismos de perda de energia. A perda de energia provocada pela produção de píons produz um acúmulo de partículas em algumas regiões. O método de Monte Carlo, além de transladar o fluxo original, também adiciona um desvio σ ao redor de $E < E_0$. Isso justifica a suavização do *cut-off* observado para fluxos utilizando o *CRPropa3* (figuras 12a e 12b). Ademais, fica claro comparando as duas figuras que o modelo implementado neste trabalho se torna mais preciso quando as distâncias de propagação são pequenas.

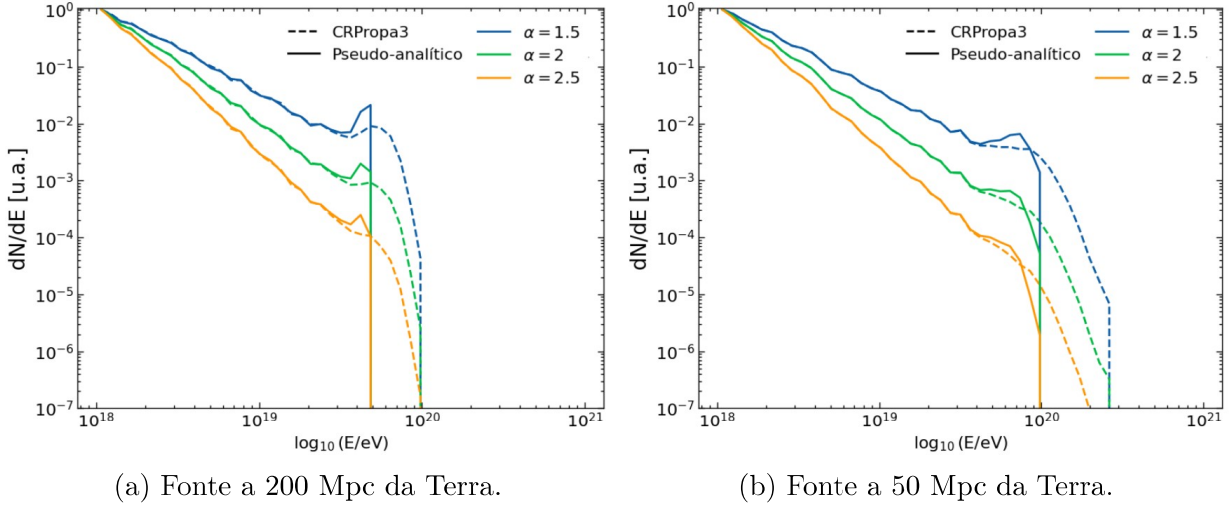


Figura 12 – Fluxo de prótons esperado na Terra utilizando a propagação numérica (linhas contínuas) e pelo método de Monte Carlo (linhas tracejadas). Índices espectrais modificados no pós-processamento.

6 Conclusão

O presente trabalho empregou modelos de física de partículas, cosmologia e astrofísica para realizar propagação de prótons no meio extragalático. Todo modelo enuncia os fenômenos de interesse, porém admite lapso em sua capacidade de representar a realidade com total precisão, pois simplificações e aproximações são inevitáveis para torná-lo útil e manejável. Comparando nossos resultados com o método de Monte Carlo implementado no *CRPropa3*, apontamos a validade de nossa implementação das interações próton-fóton e discutimos os efeitos nas partículas que chegam à Terra.

Concluimos que nossa implementação funciona melhor quando as distâncias das fontes são próximas. Neste contexto o limite contínuo aplicado na produção de píons é mais consonante com o método de Monte Carlo e a utilização de parâmetros cosmológicos observacionais é melhor aproximada pelo modelo de Universo plano de Einstein de-Sitter. Realizamos os cálculos do fluxo diferencial observado da Terra para os modelos de fonte única e muitas fontes emissoras de prótons. Para os dois casos reproduzimos com sucesso

o acúmulo de partículas seguido do corte no final do fluxo de raios cósmicos de ultra-alta energia.

Ainda que a composição de partículas que chegam à Terra seja majoritariamente de prótons, o observatório Pierre Auger mostra uma composição mais pesada no final do espectro (15). Este trabalho se mostra limitante neste sentido, pois não contempla a propagação de núcleos. A explicação para problemas modernos em astrofísica requerem uma abordagem multi-mensageira. Por consequência, no tratamento realizado, muita informação é perdida ao se ignorar os fótons e neutrinos secundários produzidos nas interações. A premissa destas limitações poderiam ser uma sequência natural deste trabalho.

Referências

- 1 EVOLI, C. **The Cosmic-Ray Energy Spectrum**. Zenodo, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.5281/zenodo.4396125>>.
- 2 SCHÜSSLER, F. *et al.* Measurement of the energy spectrum of cosmic rays above 10(18) ev using the pierre auger observatory. **Physics Letters B**, v. 685, p. 239–246, 01 2010.
- 3 LONGAIR, M. S. **High Energy Astrophysics**. 3. ed. [*S.l.*: *s.n.*]: Cambridge University Press, 2011.
- 4 RIEGER, F. M. Active galactic nuclei as potential sources of ultra-high energy cosmic rays. **Universe**, MDPI AG, v. 8, n. 11, p. 607, nov. 2022. ISSN 2218-1997. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.3390/universe8110607>>.
- 5 GREISEN, K. End to the cosmic-ray spectrum? **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 16, p. 748–750, Apr 1966. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.16.748>>.
- 6 Zatsepin, G. T.; Kuz'min, V. A. Upper Limit of the Spectrum of Cosmic Rays. **Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters**, v. 4, p. 78, ago. 1966.
- 7 BLUMENTHAL, G. R. Energy loss of high-energy cosmic rays in pair-producing collisions with ambient photons. **Phys. Rev. D**, American Physical Society, v. 1, p. 1596–1602, Mar 1970. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.1.1596>>.
- 8 Chodorowski, M. J.; Zdziarski, A. A.; Sikora, M. Reaction Rate and Energy-Loss Rate for Photopair Production by Relativistic Nuclei. **apj**, v. 400, p. 181, nov. 1992.
- 9 MOREJON, L. *et al.* Improved photomeson model for interactions of cosmic ray nuclei. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, IOP Publishing, v. 2019, n. 11, p. 007–007, nov. 2019. ISSN 1475-7516. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2019/11/007>>.
- 10 TAYLOR, A. *et al.* Ultra high energy cosmic ray, neutrino, and photon propagation and the multi-messenger approach. *In*: **AIP Conference Proceedings**. AIP, 2009. p. 94–114. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1063/1.3141380>>.

- 11 STANEV, T. **High Energy Cosmic Rays**. [*S.l.: s.n.*]: Springer Berlin Heidelberg, 2010. (Springer Praxis Books). ISBN 9783540851486.
- 12 BATISTA, R. A. *et al.* Crpropa 3—a public astrophysical simulation framework for propagating extraterrestrial ultra-high energy particles. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, IOP Publishing, v. 2016, n. 05, p. 038–038, maio 2016. ISSN 1475-7516. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1088/1475-7516/2016/05/038>>.
- 13 BEREZINSKY, V.; GAZIZOV, A. Z. Diffusion of cosmic rays in the expanding universe. i. **The Astrophysical Journal**, American Astronomical Society, v. 643, n. 1, p. 8–13, maio 2006. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1086/502626>>.
- 14 Berezhinskii, V.; Grigor'eva, S. A bump in the ultra-high energy cosmic ray spectrum. **aap**, v. 199, n. 1-2, p. 1–12, jun. 1988.
- 15 MAYOTTE, E. W. *et al.* Measurement of the mass composition of ultra-high-energy cosmic rays at the Pierre Auger Observatory. **PoS**, ICRC2023, p. 365, 2023.