

EDER LUCIO DA FONSECA

**ESTUDO COMPARATIVO DE MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DA
VOLATILIDADE DE SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS: ABORDAGEM
COM MODELOS DA FAMÍLIA GARCH E REDES NEURAIS ARTIFICIAIS**

SÃO PAULO, 2011

EDER LUCIO DA FONSECA

**ESTUDO COMPARATIVO DE MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DA
VOLATILIDADE DE SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS: ABORDAGEM
COM MODELOS DA FAMÍLIA GARCH E REDES NEURAIS ARTIFICIAIS**

Monografia apresentada ao PECE – Programa de Educação
Continuada da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, como
requisito para obtenção do certificado do MBA em Engenharia Financeira.

Orientador: Prof. Dr. Emílio Del Moral Hernandez.

SÃO PAULO, 2011

RESUMO

Neste trabalho, procura-se fazer uma caracterização das séries temporais financeiras, no que se refere à volatilidade histórica. Para isso, foram utilizadas duas abordagens: A primeira trata-se de uma técnica estatística (paramétrica) onde foram ajustados modelos da família ARCH/GARCH para estimar a volatilidade de três séries temporais: Índice IBOVESPA (de Jan/1998 a Out/2010), série de preços do ativo VALE5.SA (de Jan/2005 a Out/2010) e a série de preços do ativo BBAS3.SA (de Jan/2005 a Out/2010). A segunda abordagem (não paramétrica) trata-se das Redes Neurais Artificiais (RNA's) para ajustar as mesmas três séries. Os critérios RMSE (Root Mean Square Error), MAE (Mean Absolute Error), MAPE (Mean Absolute Percentage Error) e o Theil Inequality Index (U) foram utilizados como medidas de desempenho.

ABSTRACT

In this work, we try to make a characterization of financial time series, with regard to the historical volatility. For this, we used two techniques: The first one refers to statistical techniques (parametric), ARCH and GARCH models, used to estimate the volatility of three series: Bovespa Index (from the Jan/1998 to Oct/2010), the series of asset prices VALE5.SA (for the Jan/2005 to Oct/2010) and the series of asset prices BBAS3.SA (from Jan/2005 to Oct/2010). The second approach (nonparametric) are the Artificial Neural Networks (ANN), that are used to estimate the volatility for the same three series. The criteria RMSE (Root Mean Square Error), MAE (Mean Absolute Error), MAPE (Mean Absolute Percentage Error) and Theil Inequality Index (U) were used as performance measures.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	05
2. OBJETIVOS	07
3. JUSTIFICATIVA	09
4. MATERIAIS E MÉTODOS	10
4.1. FONTE DE DADOS	10
4.2. SÉRIE DE RETORNOS.....	11
4.3. VOLATILIDADE	14
4.4. MODELO ARCH	16
4.5. MODELO GARCH	17
4.6. REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	18
4.7. TESTES DE DESEMPENHO.....	21
5. RESULTADOS	22
6. CONCLUSÃO.....	43
7. ANEXOS	45
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	48

1. INTRODUÇÃO

Uma série temporal é uma seqüência ordenada de observações no tempo. Desta forma, existem inúmeros exemplos de séries temporais, visto que estas podem ser observadas em nossa vida diária; incluindo os mercados financeiros, fenômenos naturais e sociais (WAH et. al., 2006). De uma maneira geral, a análise de tais séries é de extrema importância, principalmente no que se refere ao mercado financeiro, pois investidores individuais, instituições financeiras e pesquisadores estão geralmente interessados no valor de determinados ativos (ou carteira de ativos) no tempo.

Conforme aponta HUANG et. al. (2007), no mundo real, os preços de ativos são gerados por múltiplos fatores, que incluem crenças, ações e interações complexas dos agentes que atuam no mercado (traders, hedgers, especuladores, instituições de regulação e o governo).

Assim, a maioria dos estudos relacionados à análise de séries temporais financeiras tem como foco o estudo do comportamento de tais séries, com o objetivo de gerar previsões. De acordo com WAH et. al. (2006), o problema da predição implica no desenvolvimento de técnicas para obtenção de dados futuros, com base em dados históricos, distribuídos temporal e/ou espacialmente. Os autores exprimem a importância de se obterem bons métodos de previsão, uma vez que os resultados financeiros podem ser altos, mesmo quando uma solução com precisão limitada possa ser encontrada. A idéia é que se há a possibilidade de utilização de métodos ligeiramente melhores do que palpites aleatórios para predizer uma série temporal, então há boas oportunidades de lucro.

Gerar uma previsão para o preço de certo ativo (ações, índices monetários, taxas de câmbio, etc.), dispondo de dados históricos disponíveis, corresponde a um problema bem conhecido e amplamente relatado em vários veículos científicos. Existem muitos tipos de séries temporais que podem ser aproximadas com um alto grau de confiança, como as séries que apresentam estrutura sazonal e/ou são estáveis ao longo do tempo. Por outro lado, conforme sinaliza Castiglione (2000), as séries temporais financeiras encontram-se entre as mais difíceis de serem analisadas e previstas. Isto não é surpreendente, uma vez que a dinâmica dos mercados, segue pelo menos a forma semi-forte da “Hipótese de Eficiência de Mercado”, que destrói qualquer método trivial para estimar futuras atividades utilizando informações passadas.

Devido a estas características do mercado financeiro, WAH et. al. (2006) argumenta que, para a obtenção de previsões eficazes, os dados históricos do problema

devem ter algum grau de autocorrelação no tempo ou no espaço. A dificuldade para a obtenção destas previsões estará na dinâmica subjacente à série temporal em questão, que é desconhecida ou difícil de representar analiticamente.

Estudar como os preços de um ativo irão variar com o tempo é tão importante quanto prever os preços propriamente ditos. Por isso, outro tópico amplamente estudado é a volatilidade (variância ou desvio padrão condicional) de uma série temporal financeira. Conforme apontam os trabalhos de SLIM (2004) e LEE (2006), a previsão da volatilidade de uma série temporal desempenha um papel crucial na tomada de decisões financeiras e, a necessidade de previsões precisas é aparente em várias ocasiões, como: alocação de ativos, gerenciamento de riscos, avaliação de segurança, precificação de derivativos, precificação de opções, cobertura de estratégias, alocação de portfólios e o cálculo do Valor em Risco (VAR), entre outros.

Dada a importância do tópico, o presente trabalho teve como meta o estudo de duas classes de métodos que comumente são utilizados para gerar previsões da volatilidade de séries temporais financeiras: os modelos estatísticos paramétricos da família ARCH/GARCH e as Redes Neurais Artificiais (RNA's). Apesar das duas técnicas terem capacidade preditiva, conforme apontam os trabalhos de SLIM (2004), LEE (2006) e HOSSAIN et. al. (2009), o enfoque do trabalho, não será especificamente sobre as previsões e sim sobre a capacidade das técnicas de explicar a volatilidade histórica.

Desta forma, o trabalho foi dividido da seguinte maneira: No capítulo 2, são apresentados os Objetivos do trabalho. No capítulo 3 são apresentadas as Justificativas, onde são evidenciados alguns resultados listados na bibliografia, demonstrando a relevância do presente estudo. No capítulo 4 são apresentados os Materiais e Métodos, onde são descritas as Fontes dos Dados utilizadas na pesquisa, além da Fundamentação Teórica; onde são apresentados os conceitos básicos para o emprego das duas técnicas. No capítulo 5 são apresentados os Resultados dos ajustes dos Modelos ARCH/GARCH e o ajuste das RNA's para um conjunto de três séries temporais financeiras. No capítulo 6, faz-se na Conclusão a análise e síntese dos resultados obtidos no capítulo 5, além de possíveis trabalhos futuros. O capítulo 7 é a sessão de Anexos, onde são inseridos os correlogramas dos retornos das séries estudadas, bem como as tabelas com o resultado dos ajustes dos modelos GARCH. No capítulo 8 são apresentadas as referências bibliográficas.

2. OBJETIVOS

Existe na literatura, uma vasta gama de modelos para tratamento de séries temporais. Como exemplo, podemos citar os modelos auto-regressivos (AR), modelos de médias móveis (MA), modelos auto-regressivos e de médias móveis (ARMA) além dos modelos auto-regressivos integrados e de médias móveis (ARIMA) que são adequados às séries temporais estacionárias. Em tais modelos econométricos convencionais, a perturbação da variância é assumida como sendo constante. Assim, conforme aponta WAH et. al. (2006), estes modelos não são eficazes para a modelagem de séries financeiras, cuja dinâmica não-linear subjacente é mal definida.

Na contramão das características esperadas para os modelos citados acima, as séries econômicas e financeiras (taxas de câmbio, índices, retornos do mercado, taxa de inflação, entre outras) apresentam períodos incomuns de grande variação, seguidos por períodos de relativa tranquilidade (HOSSAIN et. al., 2009). Neste contexto, para estas séries temporais, os principais modelos estatísticos utilizados para a obtenção de previsões são duas classes de modelos paramétricos: 1) Modelos ARCH (modelos Auto-Regressivos com Heterocedasticidade Condicional), desenvolvidos por Robert F. Engle em 1982 para estimar a variância do índice de inflação do Reino Unido (ENGLE, 1982) e 2) A generalização dos modelos ARCH, os modelos GARCH (modelos Auto-Regressivos com Heterocedasticidade Condicional Generalizados), desenvolvidos por Tim Bollerslev em 1986 (BOLLERSLEV, 1986). Esta técnica permite que a variância condicional (volatilidade) seja um processo ARMA, e conseqüentemente, exigindo menos parâmetros que o modelo ARCH.

Os modelos da família ARCH/GARCH assumem uma distribuição normal dos retornos e volatilidade estocástica condicional, ou seja, variância não constante ao longo do tempo. Os parâmetros destes modelos são estimados com os dados históricos.

Existem ainda na literatura, extensões dos modelos GARCH. Com exemplo, podemos citar o EGARCH ("Exponential GARCH") e os modelos TARCH ("Threshold ARCH"). Existem também os modelos de Volatilidade Estocástica, que diferentemente dos modelos da família ARCH/GARCH, não supõem que a variância condicional depende de retornos passados. Os modelos de Volatilidade Estocástica têm como premissa o fato de que a volatilidade presente depende de valores passados da mesma, mas é independente dos retornos passados (MORETTIN et. al., 2006).

Além dos modelos paramétricos citados, recentemente têm se destacado outros métodos não paramétricos, utilizados para o tratamento e o estudo do comportamento de

séries temporais financeiras, além do estudo do comportamento da volatilidade de tais séries. Uma destas técnicas que tem se destacado é a das Redes Neurais Artificiais (RNA's), que conforme apontam HOSSAIN et. al. (2009), foram desenvolvidas para atender à crescente demanda pelas análises, uma vez que são capazes de prever, detectar, classificar, resumir a estrutura de variáveis e definir as relações entre elas, sem a limitação dos pressupostos assumidos pelos modelos paramétricos.

Conforme enfatiza CASTIGLIONE (2000), a praticidade das RNA's advém do fato de que estas são capazes de capturar a correlação não-linear presente em uma série temporal financeira, durante a sua fase de aprendizagem. Se alguma regularidade macroscópica, decorrente do comportamento aparentemente caótico da grande quantidade de componentes está presente, então, uma rede bem treinada poderá identificá-la, através de seu sistema de distribuição do conhecimento e representação feita por unidades e pesos sinápticos.

Assim, o objetivo deste trabalho foi apresentar e testar as duas metodologias aplicadas ao estudo do comportamento da volatilidade histórica de séries temporais financeiras. Conforme argumentam os trabalhos de SLIM (2004), LEE (2006) e HOSSAIN et. al. (2009) no contexto preditivo, as Redes Neurais Artificiais são capazes de gerar melhores previsões que os métodos tradicionais da família ARCH/GARCH. Nestes trabalhos, a eficiência da previsão foi medida através de medidas de desempenho, como o RMSE (Root Mean Square Error), o MAE (Mean Absolute Error), o MAPE (Mean Absolute Percentage Error) e o Índice U de Theil (Theil Inequality Index). Logo, baseado na metodologia apresentada nos três trabalhos citados, foram utilizadas as mesmas medidas para testar a habilidade das duas técnicas em explicar a volatilidade histórica para um período de 20 dias.

3. JUSTIFICATIVA

Apesar de serem adequados para a modelagem de séries temporais financeiras, os modelos da família ARCH/GARCH apresentam algumas limitações. Muitos autores têm evidenciado este fato: CASTIGLIONE (2000) aponta para a importância de se notar que a falta de correlação linear nas séries de preços financeiros e a evidencia já aceita de que um processo subjacente, diferente de um ruído independente e identicamente distribuído (i.i.d.), aponta para a existência de correlações de ordens superiores ou não-linearidades. HUANG et. al. (2007) argumenta que embora os modelos da família ARCH/GARCH possam ser bons para determinadas situações particulares, a pré-especificação da forma do modelo, restringe a utilidade destes modelos paramétricos não-lineares, uma vez que muitos outros possíveis padrões não-lineares podem ser considerados. Uma especificação particular não-linear não será bastante para capturar todas as “não-linearidades” nos dados. E por fim, conforme aponta HOSSAIN et. al. (2009), tais métodos clássicos são baseados em pressupostos específicos, como por exemplo, a normalidade sobre a distribuição dos erros. Assim, conforme apontam os trabalhos de SLIM (2004), LEE (2006) e HOSSAIN et. al. (2009), há fortes indícios de que as Redes Neurais Artificiais são adequadas para modelar a volatilidade estocástica de um ativo.

As Redes Neurais Artificiais (RNA's) têm emergido como uma poderosa técnica de modelagem estatística. Trata-se de uma ferramenta alternativa atraente, tanto para pesquisadores quanto para profissionais; uma vez que esta pode detectar as relações funcionais subjacentes dentro de um conjunto de dados e executar tarefas como reconhecimento de padrões, classificação, avaliação, modelagem, previsão e controle (HUANG et. al., 2007).

CASTIGLIONE (2000) afirma que as RNA's estão sendo utilizados por cientistas "não-ortodoxos" como métodos de regressão não-paramétrica. A vantagem de utilizar uma rede neural como aproximador de uma função não-linear é que esta parece ser mais adequada em áreas, onde o conhecimento matemático do processo estocástico subjacente à série temporal analisada é desconhecido e bastante difícil de ser racionalizado. Outra vantagem, conforme apontam WAH et. al. (2006), é a capacidade da Rede Neural em tratar sistemas não-lineares para a modelagem de funções contínuas não-lineares, sem imposição de quaisquer pressupostos estocásticos ou determinísticos sobre o processo subjacente que gera a série temporal.

4. MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta parte do trabalho serão apresentadas as fontes consultadas para a obtenção das séries temporais financeiras estudadas. Além disso, este capítulo ainda trata da fundamentação teórica necessária para a análise e ajuste dos modelos, como o conceito de retorno e suas características (fatos estilizados), o conceito de volatilidade, os modelos da família ARCH/GARCH, as Redes Neurais Artificiais e por fim os testes de desempenho utilizados para testar a eficiência dos dois métodos.

4.1. FONTE DE DADOS:

Foram utilizadas três séries temporais financeiras neste trabalho. A primeira é a série de pontos do Índice IBOVESPA (IBOVESPA), que é o mais importante indicador do desempenho médio das cotações do mercado de ações brasileiro (BM&FBOVESPA, 2010). Foram coletados dados de janeiro de 1998 a outubro de 2010, resultando num total de 3171 observações diárias (Figura 1). A segunda é a série de preços das ações preferenciais da Empresa Vale S.A (VALE5.SA). Foram coletados dados de janeiro de 2005 a outubro de 2010, resultando num total de 1485 observações diárias (Figura 2). A terceira é a série de preços das ações ordinárias da Empresa Banco do Brasil S.A (BBAS3.SA). Foram coletados dados de janeiro de 2005 a outubro de 2010, resultando num total de 1485 observações diárias (Figura 3). As três séries foram extraídas do site público da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros de São Paulo (BM&FBOVESPA, 2010).

Nas três séries temporais citadas acima, os últimos 20 dias de dados (01/10/2010 a 29/10/2010), foram utilizados para testar a eficiência (ou capacidade de explicar) das duas técnicas de estimação: os modelos GARCH e as Redes Neurais Artificiais. Os tópicos 4.4 e 4.5 se encarregam da descrição mais detalhada de cada uma.

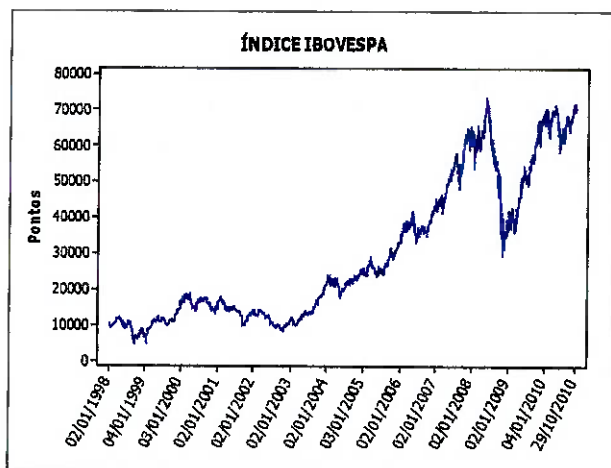


Figura 1: Série de pontos do Índice IBOVESPA.

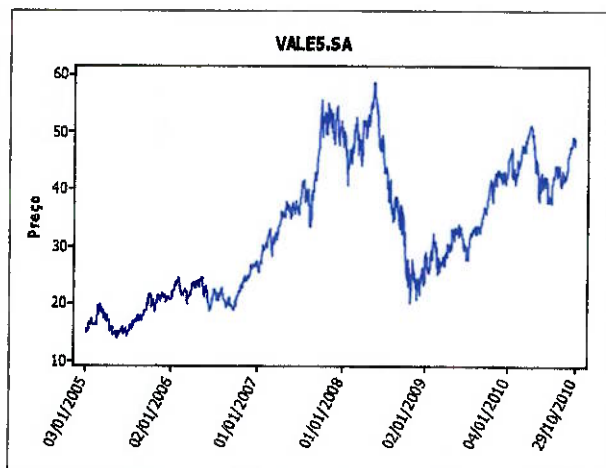


Figura 2: Série de preços de fechamento das ações VALE5.SA.

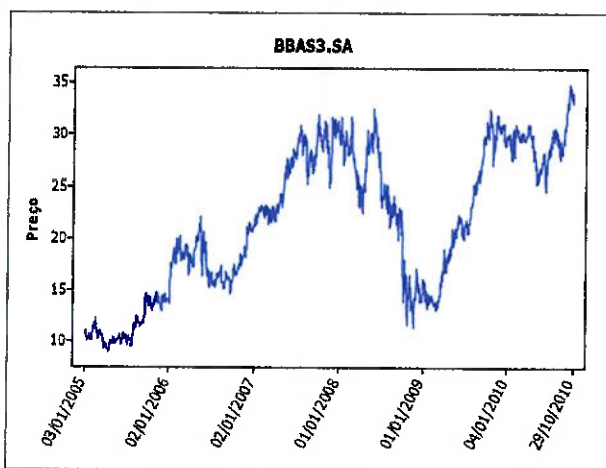


Figura 3: Série de preços de fechamento das ações BBAS3.SA.

4.2. SÉRIE DE RETORNOS:

De acordo com MORETTIN et. al. (2006), um dos objetivos em finanças é a avaliação de riscos de uma carteira de ativos (instrumentos) financeiros. O risco é freqüentemente medido em termos das variações de preços dos ativos.

Denotemos P_t como o preço de um ativo no instante t ; normalmente um dia de negócio. Suponha primeiramente, que não haja dividendos pagos no período. A variação de preços entre os instantes $t-1$ e t é dada por $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$ e a variação relativa de preços ou retorno líquido simples deste ativo, entre os mesmos instantes é definido pela Equação 1:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \cong \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (1)$$

Na prática ao invés de trabalhar com preços propriamente ditos, é preferível trabalhar com os retornos; uma vez que estes são livres de escala e geralmente têm propriedades estatísticas mais interessantes, como estacionariedade. A seguir, são apresentadas as séries de retorno do Índice IBOVESPA (Figura 4), da série de preços do ativo VALE5.SA (Figura 5) e da série de preços do ativo BBAS3.SA (Figura 6):

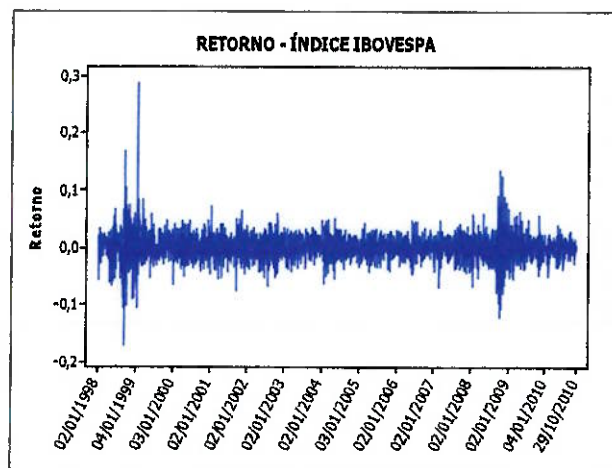


Figura 4: Série de retornos do Índice IBOVESPA.

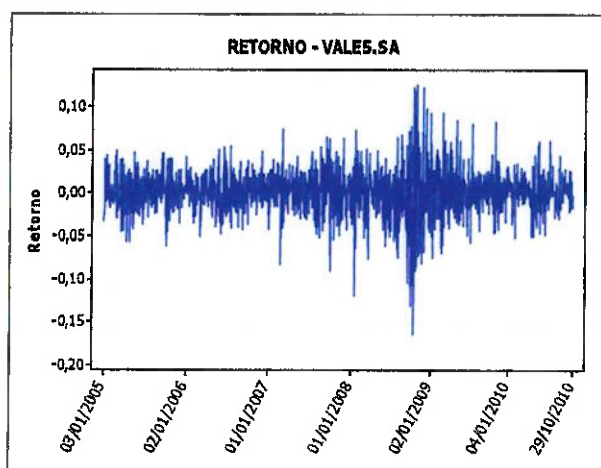


Figura 5: Série de retornos dos preços das ações VALE5.SA.

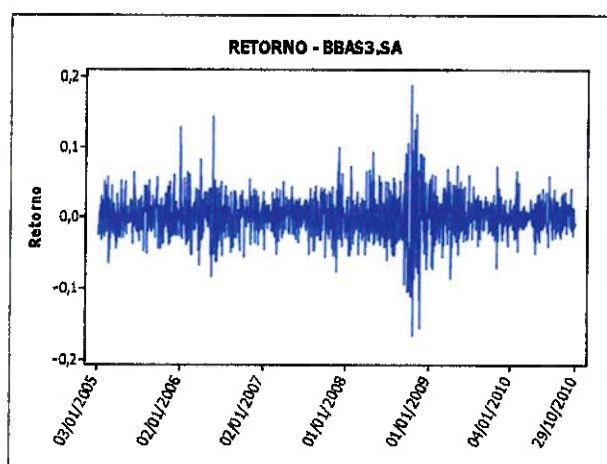


Figura 6: Série de retornos dos preços das ações BBAS3.SA.

As séries de retorno apresentam uma série de características, comumente chamadas de fatos estilizados. Estes fatos são comuns a muitos instrumentos financeiros, mercados e períodos de tempo. Assim, conforme aponta MORETTIN et. al. (2006), os principais fatos estilizados sobre a série de retornos são: os retornos são em geral não autocorrelacionados, os quadrados dos retornos são autocorrelacionados, as séries de retornos apresentam agrupamentos de volatilidades ao longo do tempo e a distribuição (incondicional) dos retornos apresenta caudas mais pesadas do que uma distribuição normal.

Conforme pode ser visto nas Figuras 4, 5, e 6, as séries de retornos apresentam os fatos estilizados citados acima, como: aparente estacionariedade com média ao redor de zero e agrupamento de volatilidades. É possível notar a grande variação (volatilidade) nas séries de retornos, a partir de janeiro de 2009, refletindo assim o comportamento do mercado durante a crise financeira do Subprime. Abaixo, apresentamos os testes de normalidade para os retornos das séries: Índice IBOVESPA (Figura 7), preços do ativo VALE5.SA (Figura 8) e preços do ativo BBAS3.SA (Figura 9).

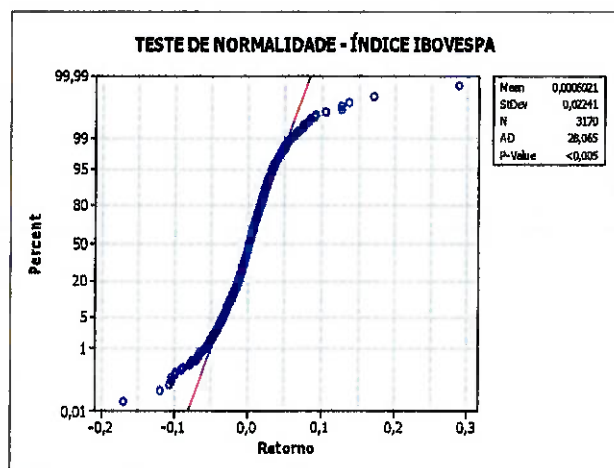


Figura 7: Teste de Normalidade para a série de retornos do Índice IBOVESPA.

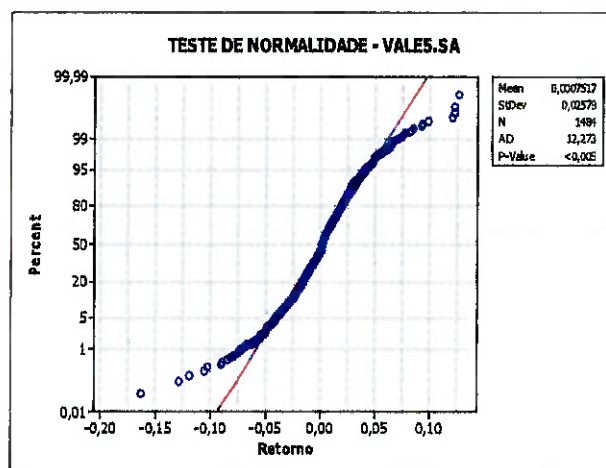


Figura 8: Teste de Normalidade para a série de retornos, da ação VALE5.SA.

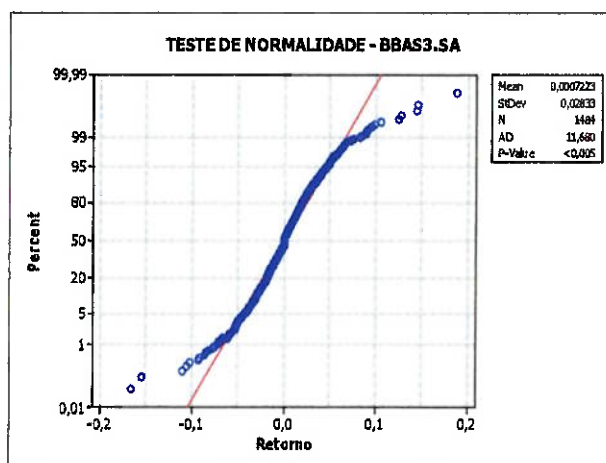


Figura 9: Teste de Normalidade para a série de retornos da série de retornos das ações BBAS3.SA.

Como resultado, vemos que para as três séries de retornos, o teste de normalidade de Anderson-Darling apresentou p-valor < 0.05 , ou seja; com 95% de confiança, rejeitamos a hipótese de que a distribuição dos retornos para as três séries siga uma distribuição normal.

4.3. VOLATILIDADE:

Conforme apontado por WILMOTT (2006), não é possível ver a volatilidade da mesma forma como vemos os preços das ações ou as taxas de juros. Assim, o melhor que se pode fazer é uma medida da volatilidade, geralmente através de alguma fórmula estatística. Para fazer essa medida é necessário olhar para os dados passados da série de retornos. Por esta razão são definidos diferentes tipos de volatilidades, como “proxies” para a volatilidade real. Podemos citar então alguns tipos de volatilidade: Histórica (Realizada), Implícita e Futura.

A Volatilidade Histórica ou Realizada é uma medida da quantidade de aleatoriedade durante algum período no passado. O prazo é sempre especificado assim como o método matemático para o seu cálculo. Às vezes, esta medida é usada como uma estimativa de volatilidade para o que será no futuro. Já a Volatilidade Implícita é a volatilidade que entra como input nas fórmulas de precificação de Black-Scholes; que dá o preço de mercado de uma opção. Ela é freqüentemente descrita como a visão de mercado da volatilidade futura para a vida de uma opção particular. No entanto, ela é também influenciada por outros efeitos, como oferta e demanda. Por fim, o adjetivo “Futuro” pode ser aplicado a muitas formas de volatilidade, e refere-se à volatilidade (real ou implícita) durante algum período no futuro.

Conforme mencionado, a volatilidade realizada $\hat{\sigma}^2$ é computada através dos dados históricos. Conforme aponta POON et. al. (2003) ela é geralmente usada para se referir ao desvio padrão σ (ou à variância σ^2), calculada através de um conjunto de observações conforme apresentado na Equação 2:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{t=1}^N (R_t - \bar{R})^2 \quad (2)$$

onde R_t é o retorno em t e $\bar{R}$ é o retorno médio para a janela de tempo considerada.

Existem outras formas de se calcular a Volatilidade Histórica (WILLMOT, 2006), onde o quadrado dos retornos é utilizado como “proxie” para a volatilidade, porém o método utilizado neste trabalho foi o apresentado pela Equação 2.

A seguir, são apresentadas as Volatilidades Históricas, calculadas sobre a série de retornos do Índice IBOVESPA (Jan/1998 a Out/2010 – Figura 10); sobre a série de

retornos das ações VALE5.SA (Jan/2005 a Out/2010 – Figura 11) e sobre a série de retornos das ações BBAS3.SA (Jan/2005 a Out/2010 - Figura 12).

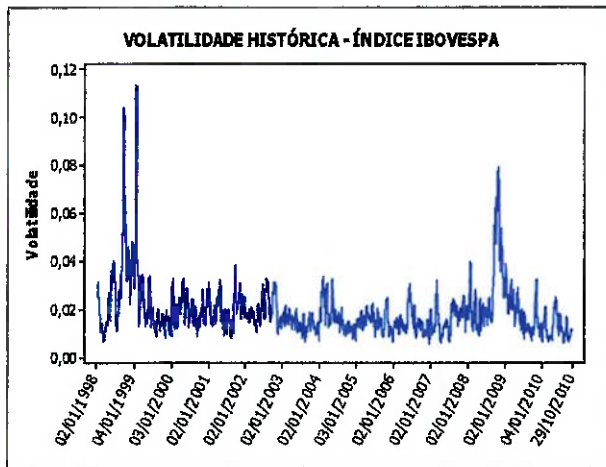


Figura 10: Volatilidade Histórica do Índice IBOVESPA. Cálculo feito com janela de 10 dias.

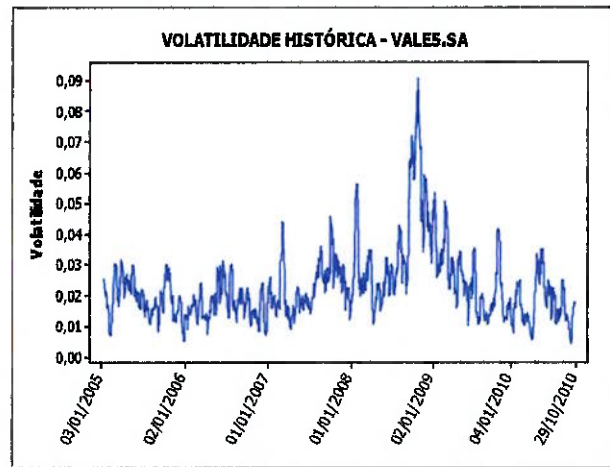


Figura 11: Volatilidade Histórica do preço das ações VALE5.SA. Cálculo feito com janela de 10 dias.

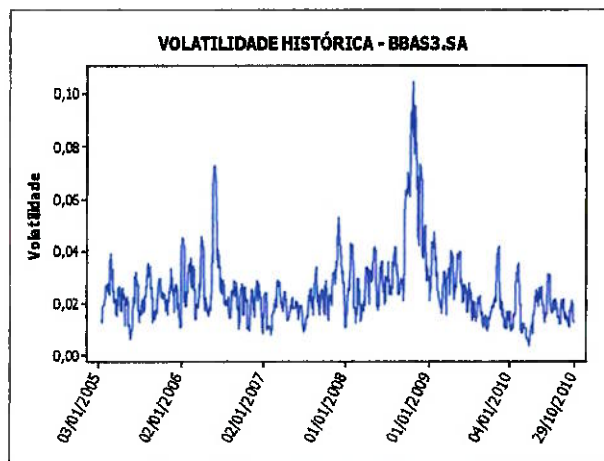


Figura 12: Volatilidade Histórica do preço das ações BBAS3.SA. Cálculo feito com janela de 10 dias.

Assim como a série de retornos, a volatilidade apresenta um conjunto de características que são comuns a várias séries, mercados e períodos de tempo. De acordo com SLIM (2004), este conjunto de características ou fatos estilizados sobre a volatilidade de preços de ativos financeiros tem emergido ao longo dos anos. Desta forma, um bom modelo para a volatilidade deve então, ser capaz de refletir e capturá-los.

O agrupamento (clustering) de grandes movimentos e pequenos movimentos (com relação ao sinal) nos preços foi uma das principais características documentadas do processo de volatilidade de preços de ativos: Grandes mudanças no preço de um ativo são geralmente seguidas por grandes mudanças, enquanto que pequenas mudanças são geralmente seguidas de pequenas mudanças.

O agrupamento de volatilidades implica que volatilidades vêm e vão. Assim, um período de alta volatilidade irá eventualmente dar lugar a uma volatilidade em um nível normal e da mesma forma, um período de baixa volatilidade será seguido por um aumento deste nível. Reversão à média da volatilidade significa que há um nível normal de volatilidade a que a volatilidade retornará eventualmente. Mais precisamente, reversão à média da volatilidade implica que as informações atuais não têm efeito sobre a previsão de longo prazo.

Muitos modelos de volatilidade impõem o pressuposto de que a volatilidade condicional de um ativo é simetricamente afetada pelas inovações positivas e negativas. Para os retornos das ações é particularmente improvável que choques positivos e negativos tenham o mesmo impacto sobre a volatilidade. Esta assimetria é por vezes atribuída ao efeito alavancagem ou pelo efeito de prêmio de risco.

4.4. OS MODELOS ARCH(r) E GARCH(r,s):

Os modelos ARCH (Auto-Regressivos com Heterocedasticidade Condicional) foram introduzidos por Engle (1982), com o objetivo de estimar a variância do índice de inflação do Reino Unido. A idéia básica é que o retorno X_t de uma série de preços é não-correlacionado serialmente, mas a volatilidade h_t (variância condicional) depende de retornos passados por meio de uma função quadrática (MORETTIN et. al., 2006).

Definição: Um modelo geral $ARCH(r)$ é definido da seguinte maneira:

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t,$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2$$

onde ε_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média zero e variância um, $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, i > 0$.

Supõe-se também que $\varepsilon_t \sim N(0,1)$ ou $\varepsilon_t \sim t_v$ (distribuição t com v graus de liberdade). Além disso, os coeficientes α_i devem satisfazer certas condições, dependendo do tipo de imposição que se coloca sobre o processo X_t . Logo, pela própria definição, valores grandes de X_t são seguidos por outros valores grandes da série.

Conforme apresentado por MORETTIN et. al. (2006), os modelos ARCH têm vantagens e desvantagens: O modelo apresenta curtose (K) do processo X_t , tal que

$K = 3 \frac{1-\alpha_1^2}{1-3\alpha_1^2} > 3$. Logo, ao admitirmos que X_t segue um modelo $ARCH(r)$, as caudas da distribuição dos retornos serão mais pesadas do que as caudas da distribuição normal, o que é uma propriedade vantajosa do modelo. Porém, o modelo trata retornos positivos e negativos da mesma forma, já que o quadrado dos retornos entra na fórmula da volatilidade. Na prática sabe-se que a volatilidade reage de modo diferente a retornos positivos e negativos. Também, devido ao fato de termos retornos ao quadrado, alguns retornos grandes e isolados podem conduzir a super previsões.

Uma importante extensão do modelo ARCH foi proposta por Bollerslev, que substitui a representação $AR(p)$ para a variância da série por um processo $ARMA(p,q)$, uma vez que o modelo ARMA pode ser mais parcimonioso, no sentido de apresentar menos parâmetros do que um modelo AR ou MA puros.

Definição: Um modelo $GARCH(r,s)$ é definido por:

$$\begin{aligned} X_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \\ h_t &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j h_{t-j} \end{aligned}$$

onde ε_t é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.) com média zero e variância um, $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \beta_j > 0, \sum_{i=1}^r (\alpha_i + \beta_i) < 1$, $q = \max(r,s)$ e X_t é uma série de retornos não correlacionada.

Os modelos GARCH apresentam as mesmas vantagens que os modelos ARCH no que se refere à distribuição da série de retornos X_t ; ou seja, este modelo também apresenta caudas pesadas na distribuição dos retornos. Por outro lado, os modelos GARCH também apresentam desvantagens ao tratar retornos positivos e negativos da mesma forma, assim como os modelos ARCH.

Neste trabalho foi utilizado o caso em que $r = 1$ e $s = 1$, ou seja, o modelo $GARCH(1,1)$, que é descrito da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} X_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \end{aligned}$$

com $\alpha_1 \geq 0, \beta_1 < 1$ e $\alpha_1 + \beta_1 < 1$.

Conforme sinaliza MORETTIN et. al. (2006), deve-se verificar se existe correlação serial na série de retornos. Caso exista, para ajustar um modelo $ARCH(r)$ ou $GARCH(r, s)$, deve-se ajustar modelos $ARMA(p, q)$ para remover a correlação serial na série de retornos (Y_t). Neste caso, teremos o seguinte modelo, descrito pela Equação 3:

$$\phi(B) \cdot Y_t = \theta_0 + \theta(B) \cdot X_t \quad (3)$$

onde $X_t \sim ARCH(1)$ ou $X_t \sim GARCH(1,1)$. Caso queiramos ajustar um modelo $GARCH(1,1)$ aos resíduos X_t , teremos:

$$\begin{aligned} Y_t &= \theta_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} - \theta_1 X_{t-1} - \dots - \theta_q X_{t-q} + X_t \\ X_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t, \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \end{aligned}$$

4.5. REDES NEURAIS ARTIFICIAIS (RNA's):

As Redes Neurais Artificiais (RNA's) são inspiradas na maneira pela qual o sistema nervoso biológico processa informações. Elas são compostas por um grande número de elementos de processamento (neurônios) altamente interconectados, que trabalham em conjunto para resolver determinados problemas. As RNA's são configuradas para aplicações específicas, como reconhecimento de padrões e/ou classificação de dados, através de processo de aprendizagem. Assim elas têm ampla aplicabilidade em problemas do mundo real, uma vez que são capazes de identificar padrões ou tendências nos dados, sendo adequadas em vários contextos como: predição de vendas, controle de processos industriais, pesquisa de clientes, validação de dados e gerenciamento de risco (LEE, 2006).

De acordo com SLIM (2004), sua principal vantagem sobre as técnicas mais convencionais reside na sua capacidade de modelar processos complexos, possivelmente não-lineares, sem assumir o conhecimento prévio sobre o processo pelo qual os dados foram gerados. Isso as torna particularmente adequadas para aplicações financeiras. Nesta área, tais métodos mostraram-se muito eficazes e são, portanto, freqüentemente utilizados. A Figura 13 (HUANG et. al., 2004) mostra duas arquiteturas de redes neurais: a primeira contém três camadas (entrada, oculta e saída) e a segunda contém quatro camadas (entrada, oculta 1, oculta 2, saída).

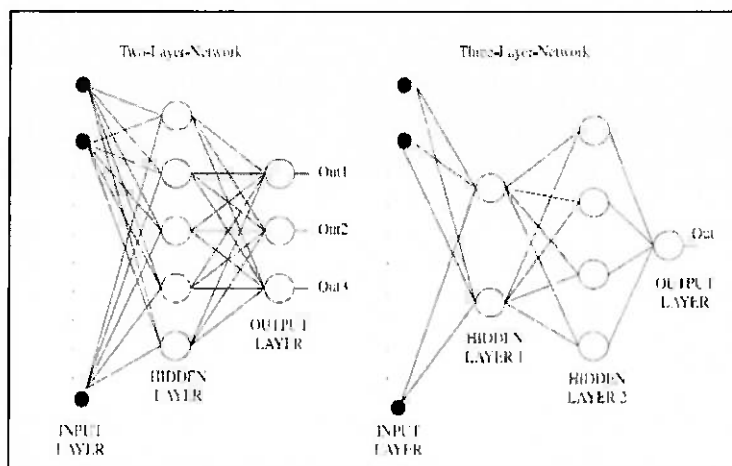


Figura 13: Estruturas de redes neurais com 3 camadas (entrada, oculta e saída) e com 4 camadas (entrada, oculta1, oculta2 e saída) respectivamente. HUANG et. al. (2004)

Conforme aponta ZHANG et. al. (1999), uma RNA é geralmente composta por várias camadas com vários elementos de cálculo, chamados “nós”. Cada nó recebe um sinal de entrada de outros nós (ou de inputs externos) e então, após processar localmente os sinais através de uma função de transferência, envia um sinal transformado para outros nós (ou para a camada de saída). As RNA's são caracterizadas por sua arquitetura de rede, ou seja, pelo número de camadas, pelo número de nós em cada camada e pela forma como os nós estão conectados. Um tipo muito popular de RNA são as chamadas Multi-Layer Perceptron (MLP), onde todas as camadas e os nós estão dispostos na forma feedforward, ou seja; com os nós de uma camada conectados aos nós da camada posterior. A primeira camada é chamada de camada de entrada onde a informação externa é recebida. A última camada é chamada de saída onde a rede produz a solução do modelo. Entre as camadas de entrada e saída, há uma ou mais camadas ocultas, que são cruciais para as RNA's identificarem os padrões complexos nos dados. Todos os nós das camadas adjacentes são conectados por links acíclicos, da camada inferior para camada superior.

Como em qualquer modelo estatístico, os parâmetros (pesos) de uma Rede Neural precisam ser estimados antes que a rede possa ser utilizada como objeto preditivo. O processo de determinação destes pesos é chamado de treinamento, sendo esta uma parte crítica no uso de redes neurais. Para problemas de classificação, o treinamento da rede é supervisionado, onde a resposta desejada ou o destino da rede para cada padrão de entrada sempre é conhecido a priori.

Durante o processo de treinamento, padrões ou exemplos são apresentados para a camada de entrada da rede. Os valores de ativação dos nós de entrada são ponderados

e acumulados em cada nó na camada escondida. A soma ponderada é então transferida por uma função de transferência apropriada. Finalmente um valor de saída com o objetivo de comparar com o valor desejado. O objetivo do treinamento é minimizar a diferença entre os valores de saída da RNA e os valores alvo conhecidos.

Seja $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ um vetor de n variáveis preditivas, y a saída da rede (output), w_1 a matriz de pesos de ligação da camada de entrada para a camada escondida e, w_2 a matriz de pesos da camada escondida para a camada de saída. Assim, a árvore de camadas do tipo MLP é um modelo não-linear conforme descrito pela Equação 4:

$$y = f_2(w_2 f_1(w_1 x)) \quad (4)$$

onde f_1 e f_2 são as funções de transferência para os nós da camada escondida e os nós da camada de saída respectivamente. Geralmente as funções escolhidas são do tipo sigmóide ou tangente hiperbólica. A figura 14 apresenta um esquema de entrada e saída de informações em uma Rede Neural.

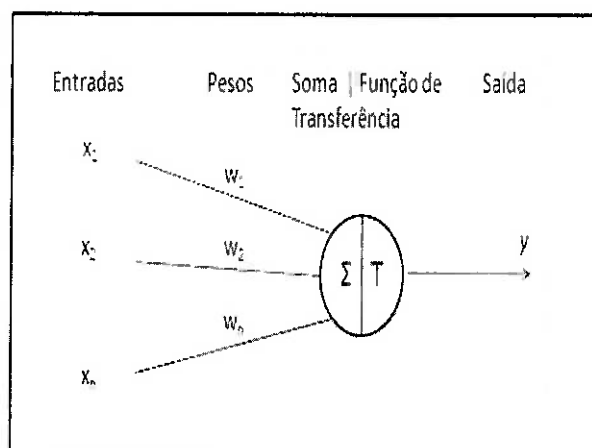


Figura 14: Esquema geral da relação de entrada e saída de informações em uma RNA.

4.6. TESTES DE DESEMPENHO:

Conforme aponta LEE (2006), com o objetivo de comparar os métodos de estimação apresentados nas subseções 4.4 e 4.5 foram aplicados os seguintes testes de desempenho: o RMSE (Root Mean Square Error) (Equação 5) o MAE (Mean Absolute Error) (Equação 6), o MAPE (Mean Absolute Percentage Error) (Equação 7) e o Índice U de Theil (Theil Inequality Index) (Equação 8). A seguir, são apresentadas as expressões para cada um dos testes.

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |\sigma_{P,j}^2 - \sigma_{H,j}^2| \quad (5)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\sigma_{P,j}^2 - \sigma_{H,j}^2)^2} \quad (6)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{|\sigma_{P,j}^2 - \sigma_{H,j}^2|}{\sigma_{H,j}^2} \quad (7)$$

$$U = \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\sigma_{P,j}^2 - \sigma_{H,j}^2)^2}}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_{P,j}^2\right) + \left(\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \sigma_{H,j}^2\right)}} \quad (8)$$

onde $\sigma_{P,j}^2$ é a volatilidade prevista, $\sigma_{H,j}^2$ é a volatilidade histórica (realizada) e n é o tamanho da amostra utilizada.

5. RESULTADOS

Nesta parte do trabalho são apresentados os ajustes dos modelos da família ARCH/GARCH e das Redes Neurais Artificiais para as três séries estudadas: Índice IBOVESPA, Série de Preços VALE5.SA e Série de Preços BBAS3.SA. Tanto para os modelos estatísticos quanto para as Redes Neurais foram computados os testes de desempenho apresentados na subseção 4.6.

5.1. AJUSTE UTILIZANDO O MODELO GARCH

A metodologia utilizada para estimar a volatilidade com modelos ARCH/GARCH, foi retirada de MORETTIN et. al. (2006). Além disso, foram usados como referência, tutorias do “Econometrics Toolbox” do software MATLAB, disponibilizados online (MATHWORKS, 2010). Assim, baseado nas duas metodologias, procurou-se seguir os seguintes passos para o ajuste dos modelos: Análise pré-estimação, estimação dos parâmetros do modelo e análise pós-estimação.

Na análise pré-estimação, foram checadas as funções de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF), para os retornos e para o quadrado dos retornos, com o intuito de verificar a existência de dependência linear em ambos os casos. No caso em que foi verificada a dependência linear na série de retornos, foi necessário ajustar um modelo do tipo ARMA para retirar a correlação linear nesta série. Neste caso, o modelo GARCH foi ajustado nos resíduos deste modelo (X_t). Com o objetivo de ajustar um modelo GARCH aos dados, testou-se a dependência linear na série de retornos ao quadrado. De maneira complementar, foi utilizado o teste Q de Ljung-Box-Pierce para detectar correlação serial na série de retornos e na série de retornos ao quadrado. O Teste de Multiplicadores de Lagrange (ML) de Engle também foi utilizado para detectar efeitos GARCH na série de retornos ao quadrado. Após identificar a estrutura do modelo, parte-se para a estimação dos parâmetros. A pós-estimação destinou-se à análise dos parâmetros, análise dos resíduos (inovações), desvio padrão condicional e retornos estimados. As restrições do modelo também foram checadas. Além da verificação dos resíduos normalizados, foram verificadas as ACF e PACF dos resíduos normalizados ao quadrado, a fim de checar se o modelo foi capaz de explicar a correlação serial presente nos dados. Mais uma vez, de maneira complementar, foi utilizado o teste Q de Ljung-Box-Pierce e ML de Engle.

5.1.1. AJUSTE DO MODELO GARCH PARA O ÍNDICE IBOVESPA:

Inicialmente, com o objetivo de checar a aplicabilidade do modelo GARCH aos dados, são apresentadas a seguir as funções de autocorrelação (ACF) (Figura 15) e de autocorrelação parcial (PACF) (Figura 16) para a série de retornos do Índice IBOVESPA. A análise destas funções indica a existência de uma dependência linear entre as observações; uma vez que algumas autocorrelações parciais são significantes, principalmente no lag 10. Logo, a partir destas figuras, verifica-se a necessidade de se utilizar uma estrutura de correlação para média condicional, ou seja, um modelo *ARMA*(10,10). Este fato pode ser verificado no correlograma (Quadro 01 do Eviews - Anexos), onde é possível verificar a necessidade deste modelo para a média.

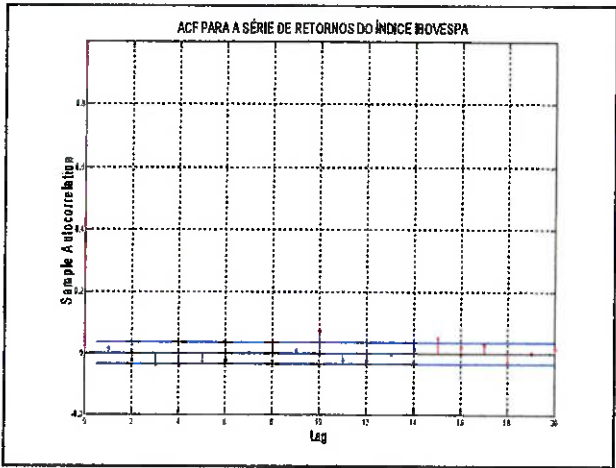


Figura 15: ACF para a série de retornos do Índice IBOVESPA.

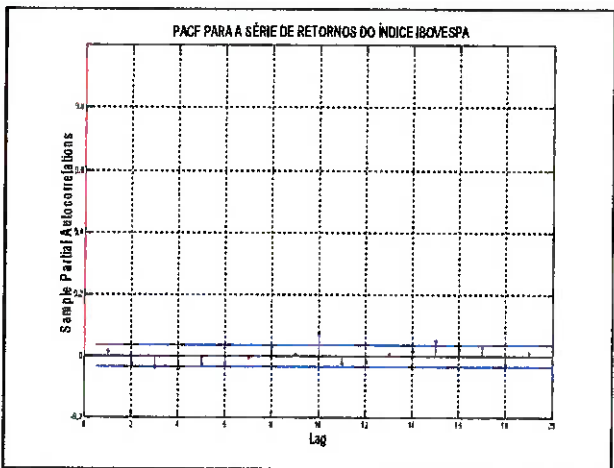


Figura 16: PACF para a série de retornos do Índice IBOVESPA.

Pode-se quantificar a correlação nos retornos utilizando o teste de hipóteses Q de Ljung-Box-Pierce, que é baseado nos dados da ACF; sob a hipótese nula (H_0) de que não há correlação serial na série de retornos. Conforme apresentado na Tabela 1, o teste Ljung-Box-Pierce apresenta p-valor < 0.05 para os lags de 4 a 10. Assim, há evidências estatísticas de que a série de retornos apresenta correlação serial.

LAG	HIPOTESE	PVALUE	QSTAT	CRITICAL VALUE
1	Não Rej. H_0	0,3608	0,8352	3,8415
2	Não Rej. H_0	0,2917	2,4643	5,9915
3	Não Rej. H_0	0,0985	6,2851	7,8147
4	Rej. H_0	0,0252	11,1255	9,4877
5	Rej. H_0	0,0219	13,1668	11,0705
6	Rej. H_0	0,0236	14,6052	12,5916
7	Rej. H_0	0,0414	14,6074	14,0671
8	Rej. H_0	0,0170	18,6245	15,5073
9	Rej. H_0	0,0260	18,9082	16,9190
10	Rej. H_0	0,0001	36,0361	18,3070

Tabela 1: Teste Q de Ljung-Box-Pierce para a correlação serial na série de retornos.

A seguir, nas Figuras 17 e 18, são apresentadas respectivamente as ACF e as PACF do quadrado dos retornos do Índice IBOVESPA. Conforme pode ser visto, há uma forte dependência sem um padrão bem estabelecido. Esta figura mostra que, além dos retornos serem correlacionados, o processo de variância exibe alguma correlação. A ACF apresentada parece diminuir ao longo do tempo vagarosamente, indicando a possibilidade da variância do processo ser não estacionária. Este é também um indicador de que é adequado o uso de um modelo GARCH.

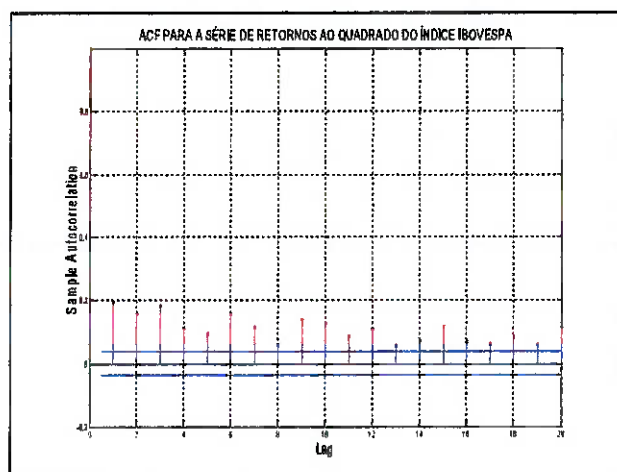


Figura 17: ACF para a série de retornos ao quadrado do Índice IBOVESPA.

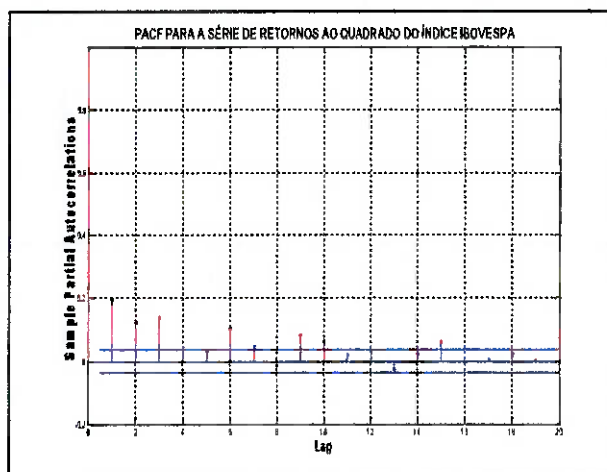


Figura 18: PACF para a série de retornos ao quadrado do Índice IBOVESPA.

É possível verificar as análises para a correlação na série de retornos ao quadrado, utilizando o teste de hipóteses Q de Ljung-Box-Pierce. Conforme feito anteriormente, verifica-se na Tabela 2 que o teste Ljung-Box-Pierce apresenta p-valor < 0.05 para os lags de 1 a 10. Assim, rejeita-se a hipótese de que os dados não apresentam correlação serial.

LAG	HIPOTESE	PVALUE	QSTAT	CRITICAL VALUE
1	Rej. Ho	0,0000	123,1133	3,8415
2	Rej. Ho	0,0000	202,6896	5,9915
3	Rej. Ho	0,0000	310,4386	7,8147
4	Rej. Ho	0,0000	351,9802	9,4877
5	Rej. Ho	0,0000	380,4063	11,0705
6	Rej. Ho	0,0000	459,0997	12,5916
7	Rej. Ho	0,0000	501,2129	14,0671
8	Rej. Ho	0,0000	512,6763	15,5073
9	Rej. Ho	0,0000	574,1871	16,9190
10	Rej. Ho	0,0000	626,2495	18,3070

Tabela 2: Teste Q de Ljung-Box-Pierce para a correlação serial na série de retornos ao quadrado.

Ainda podemos utilizar o teste de Engle para checar a presença de efeito ARCH, sob a hipótese nula de que a série temporal é uma sequência de perturbações gaussianas (isto é, sem efeito ARCH existente). Neste caso, conforme apresentado na

Tabela 3, o teste de Engle apresenta p-valor < 0.05 para os lags de 1 a 10. Assim, rejeitamos a hipótese nula de que os dados não possuem efeito ARCH presente.

LAG	HIPOTESE	PVALUE	QSTAT	CRITICAL VALUE
1	Rej. Ho	0,0000	122,9618	3,8415
2	Rej. Ho	0,0000	170,0850	5,9915
3	Rej. Ho	0,0000	228,6920	7,8147
4	Rej. Ho	0,0000	234,7494	9,4877
5	Rej. Ho	0,0000	237,6305	11,0705
6	Rej. Ho	0,0000	269,4666	12,5916
7	Rej. Ho	0,0000	275,4909	14,0671
8	Rej. Ho	0,0000	275,9008	15,5073
9	Rej. Ho	0,0000	295,2936	16,9190
10	Rej. Ho	0,0000	306,0723	18,3070

Tabela 3: Teste Engle para detectar presença de efeitos ARCH na série de retornos.

Uma vez feita a pré-análise e checada a aplicabilidade do modelo aos dados, parte-se para a estimação dos parâmetros. Inicialmente, estimou-se um modelo *ARMA*(10,10) para a média condicional. Em seguida, após excluir os coeficientes não significativos (a um nível de 5%), ajustou-se novamente o modelo com os resíduos (X_t) seguindo um modelo *GARCH*(1,1); supondo $\varepsilon_t \sim N(0,1)$. Logo, o modelo estimado foi (Quadro 02 do Eviews – Anexos):

$$\begin{aligned}
 Y_t &= 0.0012 + 0.3897Y_{t-10} + 0.3425X_{t-10} + X_t \\
 X_t &= \sqrt{h_t}\varepsilon_t \\
 h_t &= 0,00001 + 0.0929X_{t-1}^2 + 0.8841h_{t-1}
 \end{aligned}$$

Após estimar o modelo, é necessário verificar se suas restrições estão satisfeitas. Pode-se ver que $\alpha_1 = 0.0929 \geq 0$, $\beta_1 = 0.8841 < 1$ e $\alpha_1 + \beta_1 = 0.0929 + 0.8841 = 0.9770 < 1$. Logo, todas as restrições do modelo estão satisfeitas.

Na Figura 19, verifica-se a relação entre os resíduos (innovations) derivados do ajuste do modelo, o desvio padrão condicional e os retornos observados. Pode-se notar que o modelo é fiel às características dos dados reais, uma vez que reproduz o agrupamento de volatilidades. Na Figura 20, é apresentado o ajuste entre a volatilidade estimada pelo modelo *GARCH* e a volatilidade histórica, calculada com janela de 10 dias.

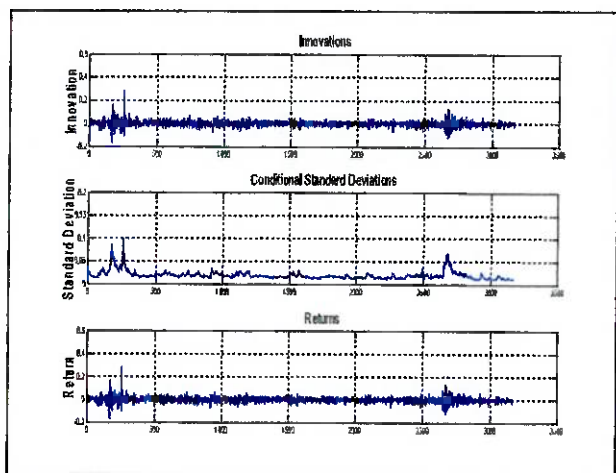


Figura 19: Resíduos (innovations), o desvio padrão condicional e os retornos para o modelo ajustado. Índice IBOVESPA.

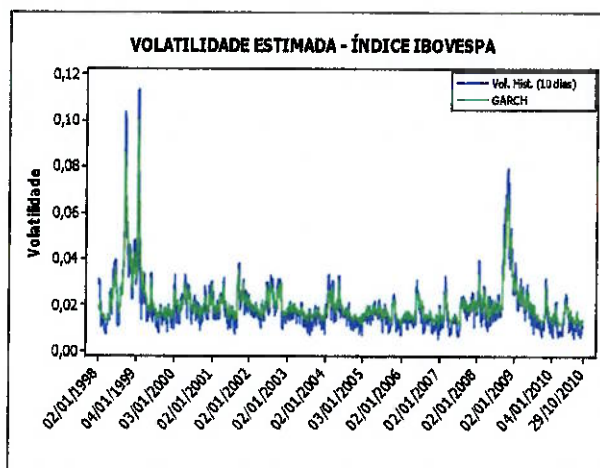


Figura 20: Volatilidade Histórica (10 dias) e Volatilidade Histórica Estimada (GARCH) do Índice IBOVESPA.

Resta ainda checar se o modelo foi capaz de capturar a heterocedasticidade condicional da série. Nas figuras 21 e 22 são apresentadas as ACF e PACF da série de resíduos padronizados (standardized innovations) ao quadrado, não havendo nenhum valor discrepante.

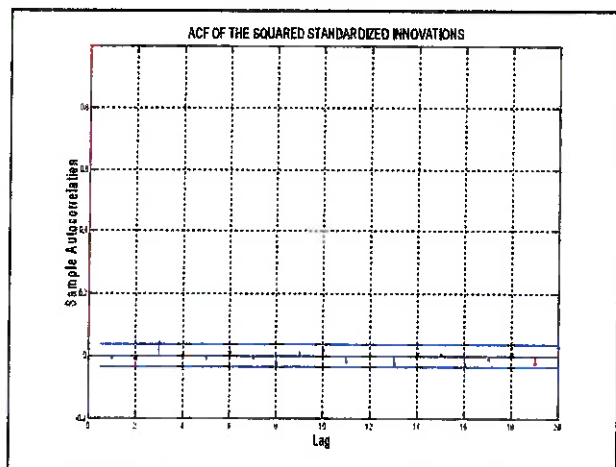


Figura 21: ACF para a série de Resíduos padronizados ao quadrado (innovations) do modelo ajustado: Índice IBOVESPA.

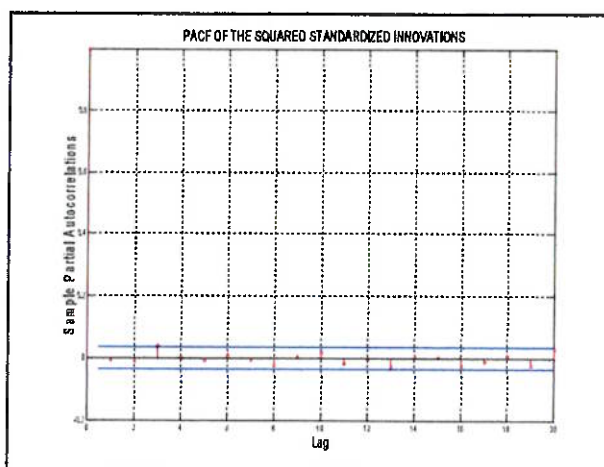


Figura 22: PACF para a série de Resíduos padronizados ao quadrado (innovations) do modelo ajustado: Índice IBOVESPA.

Aplicou-se também o teste Ljung-Box-Pierce com p -valor < 0.05 , para os lags de 1 a 10, não havendo evidências estatísticas de que exista correlação serial para os resíduos padronizados. Em seguida foi aplicado o teste de Engle para checar a presença de efeito ARCH. Neste caso com p -valor $< 0,05$ e para os lags de 1 a 10, aceitamos a hipótese nula de que os dados não possuem efeito ARCH presente, ou seja, o modelo foi capaz de capturar a heterocedasticidade presente nos dados.

Por fim, são apresentados na Tabela 4 os indicadores de desempenho MAE, RMSE, MAPE e Theil Inequality Index (U); para o período de 01/10/2010 a 29/10/2010:

MAE	RMSE	MAPE	Theil Ineq. (U)
0,0032	0,0035	0,3810	0,1563

Tabela 4: Indicadores de desempenho de estimação, de 01/10/10 a 29/10/10. Índice IBOVESPA.

5.1.2. AJUSTE DO MODELO GARCH PARA A SÉRIE DE PREÇOS VALE5.SA:

Inicialmente, com o objetivo de checar a aplicabilidade do modelo GARCH aos dados, são apresentadas a seguir as funções de autocorrelação (ACF) (Figura 23) e de autocorrelação parcial (PACF) (Figura 24) para a série de retornos do ativo VALE5.SA. A análise destas funções indica a existência de uma dependência linear entre as observações; uma vez que algumas autocorrelações parciais são significantes, principalmente nos lags 2 e 3. Logo, a partir destas figuras, verifica-se a necessidade de se utilizar uma estrutura de correlação para média condicional, ou seja, um modelo $ARMA(3,3)$. Este fato pode ser verificado no correlograma (Quadro 03 do Eviews - Anexos), onde é possível verificar a necessidade deste modelo para a média.

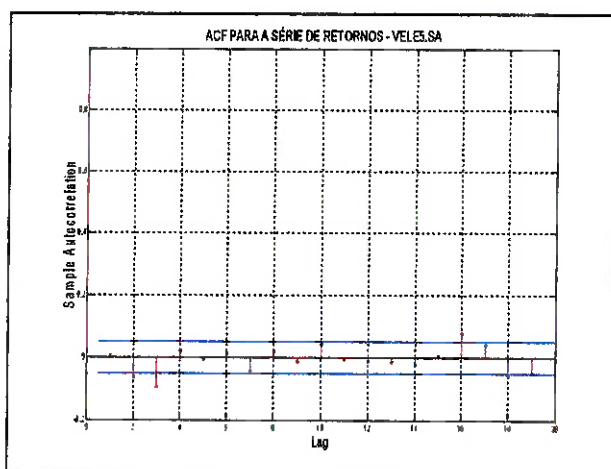


Figura 23: ACF para os retornos da série de preços VALE5.SA.

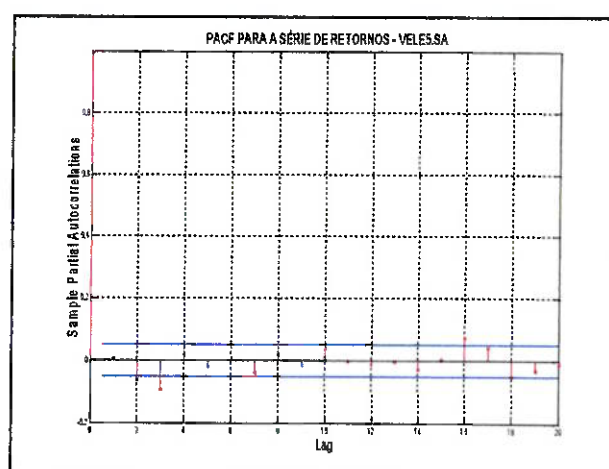


Figura 24: PACF para os retornos da série de preços VALE5.SA.

Pode-se quantificar a correlação nos retornos utilizando o teste de hipóteses Q de Ljung-Box-Pierce, que é baseado nos dados da ACF; sob a hipótese nula (H_0) de que não há correlação serial na série de retornos. Conforme apresentado na Tabela 5, o teste Ljung-Box-Pierce apresenta p-valor < 0.05 para os lags de 3 a 10. Assim, há evidências estatísticas de que a série de retornos apresenta correlação serial.

LAG	HIPOTESE	PVALUE	QSTAT	CRITICAL VALUE
1	Não Rej. Ho	0,7931	0,0688	3,8415
2	Não Rej. Ho	0,0536	5,8523	5,9915
3	Rej. Ho	0,0003	18,6961	7,8147
4	Rej. Ho	0,0007	19,3936	9,4877
5	Rej. Ho	0,0016	19,4272	11,0705
6	Rej. Ho	0,0031	19,7542	12,5916
7	Rej. Ho	0,0024	22,1583	14,0671
8	Rej. Ho	0,0036	22,8291	15,5073
9	Rej. Ho	0,0061	23,0262	16,9190
10	Rej. Ho	0,0038	25,9225	18,3070

Tabela 5: Teste Q de Ljung-Box-Pierce para a correlação serial na série de retornos.

A seguir, nas Figuras 25 e 26, são apresentadas respectivamente as ACF e as PACF do quadrado dos retornos do ativo VALE5.SA. Conforme pode ser visto, há uma forte dependência sem um padrão bem estabelecido. Esta figura mostra que, além dos retornos serem correlacionados, o processo de variância exibe alguma correlação. A ACF apresentada parece diminuir ao longo do tempo vagarosamente, indicando a possibilidade da variância do processo ser não estacionária. Este é também um indicador de que é adequado o uso de um modelo GARCH.

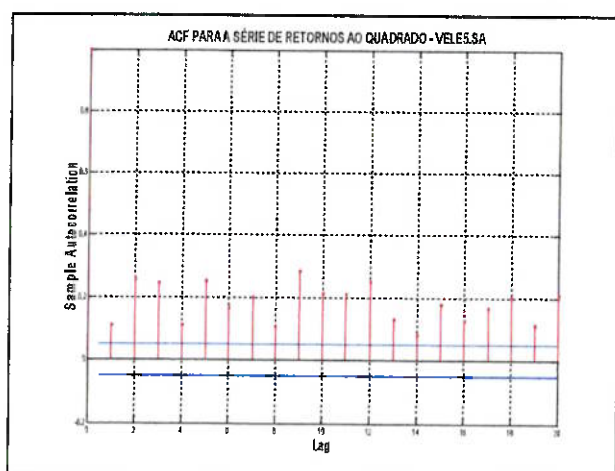


Figura 25: ACF para a série de retornos ao quadrado da série de preços VALE5.SA.

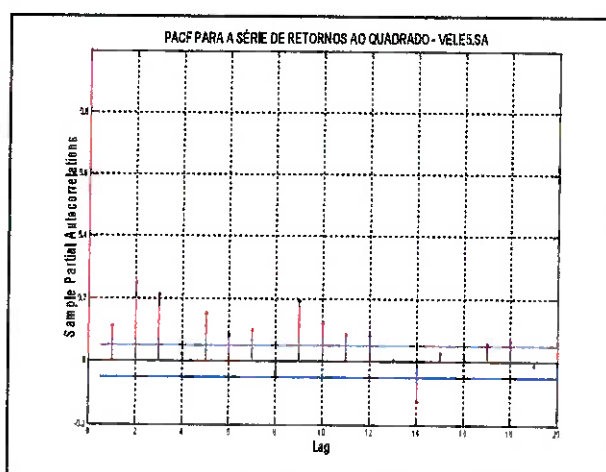


Figura 26: PACF para a série de retornos ao quadrado da série de preços VALE5.SA.

É possível verificar as análises para a correlação na série de retornos ao quadrado, utilizando o teste de hipóteses Q de Ljung-Box-Pierce. Conforme feito anteriormente, verifica-se na Tabela 6 que o teste Ljung-Box-Pierce apresenta p-valor < 0.05 para os lags de 1 a 10. Assim, rejeita-se a hipótese de que os dados não apresentam correlação serial.

LAG	HIPOTESE	PVALUE	QSTAT	CRITICAL VALUE
1	Rej. Ho	0,0000	19,1907	3,8415
2	Rej. Ho	0,0000	120,4888	5,9915
3	Rej. Ho	0,0000	213,0998	7,8147
4	Rej. Ho	0,0000	232,7374	9,4877
5	Rej. Ho	0,0000	328,6105	11,0705
6	Rej. Ho	0,0000	370,6445	12,5916
7	Rej. Ho	0,0000	434,0983	14,0671
8	Rej. Ho	0,0000	452,8290	15,5073
9	Rej. Ho	0,0000	574,7425	16,9190
10	Rej. Ho	0,0000	645,3826	18,3070

Tabela 6: Teste Q de Ljung-Box-Pierce para a correlação serial na série de retornos ao quadrado.

Ainda podemos utilizar o teste de Engle para checar a presença de efeito ARCH, sob a hipótese nula de que a série temporal é uma sequência de perturbações gaussianas (isto é, sem efeito ARCH existente). Neste caso, conforme apresentado na Tabela 7, o teste de Engle apresenta p-valor < 0.05 para os lags de 1 a 10. Assim, rejeitamos a hipótese nula de que os dados não possuem efeito ARCH presente.

LAG	HIPOTESE	PVALUE	QSTAT	CRITICAL VALUE
1	Rej. Ho	0,0000	19,1421	3,8415
2	Rej. Ho	0,0000	111,5141	5,9915
3	Rej. Ho	0,0000	174,7332	7,8147
4	Rej. Ho	0,0000	175,4570	9,4877
5	Rej. Ho	0,0000	206,0368	11,0705
6	Rej. Ho	0,0000	215,0041	12,5916
7	Rej. Ho	0,0000	227,9098	14,0671
8	Rej. Ho	0,0000	229,1634	15,5073
9	Rej. Ho	0,0000	275,1256	16,9190
10	Rej. Ho	0,0000	293,1033	18,3070

Tabela 7: Teste Engle para detectar presença de efeitos ARCH na série de retornos.

Uma vez feita a pré-análise e checada a aplicabilidade do modelo aos dados, parte-se para a estimação dos parâmetros. Inicialmente, estimou-se um modelo *ARMA*(3,3) para a média condicional. Em seguida, a um nível de 5% ajustou-se novamente o modelo com os resíduos (X_t) seguindo um modelo *GARCH*(1,1); supondo $\varepsilon_t \sim N(0,1)$. Logo, o modelo estimado obtido foi (Quadro 04 Eviews – Anexos):

$$Y_t = 0.0016 + 0.8066Y_{t-1} - 0.9462Y_{t-2} + 0.8009X_{t-1} - 0.9301X_{t-2} + X_t$$

$$X_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t$$

$$h_t = 0,000013 + 0.0755X_{t-1}^2 + 0.9032h_{t-1}$$

Após estimar o modelo, é necessário verificar se suas restrições estão satisfeitas. Pode-se ver que $\alpha_1 = 0.0755 \geq 0$, $\beta_1 = 0.9032 < 1$ e $\alpha_1 + \beta_1 = 0.0755 + 0.9032 = 0.9775 < 1$. Logo, todas as restrições do modelo estão satisfeitas.

Na Figura 27, verifica-se a relação entre os resíduos (innovations) derivados do ajuste do modelo, o desvio padrão condicional e os retornos observados. Pode-se ver que o modelo é fiel às características dos dados reais, uma vez que reproduz o agrupamento de volatilidades. Na Figura 28, é apresentado o ajuste entre a volatilidade estimada pelo modelo GARCH e a volatilidade histórica, calculada com janela de 10 dias.

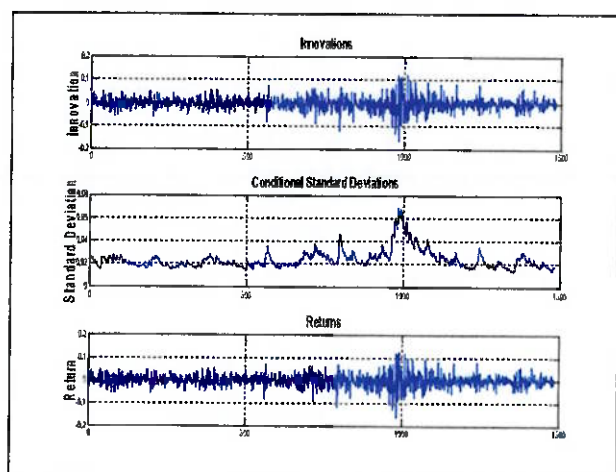


Figura 27: Resíduos (innovations), o desvio padrão condicional e os retornos para o modelo ajustado.

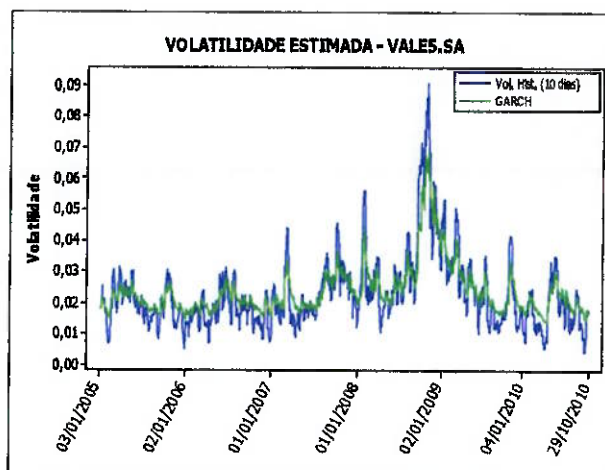


Figura 28: Volatilidade Histórica, Volatilidade Histórica Estimada GARCH e Desvio Padrão Incondicional: VALE5.SA.

Resta ainda checar se o modelo foi capaz de capturar a heterocedasticidade condicional da série. Nas figuras 29 e 30 são apresentadas as ACF e PACF da série de resíduos padronizados (standardized innovations) ao quadrado, não havendo nenhum valor discrepante.

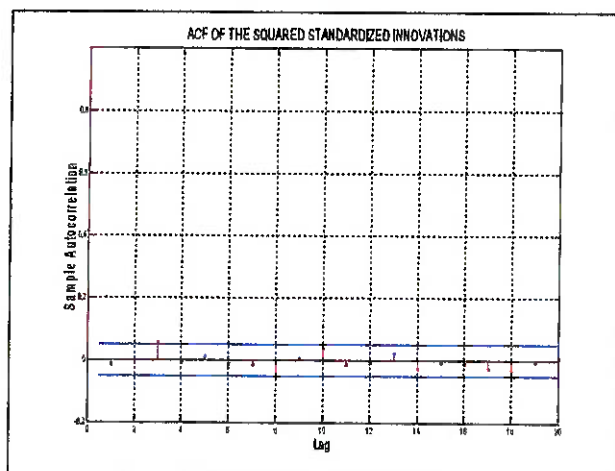


Figura 29: ACF para a série de Resíduos padronizados ao quadrado (innovations) do modelo ajustado: VALE5.SA.

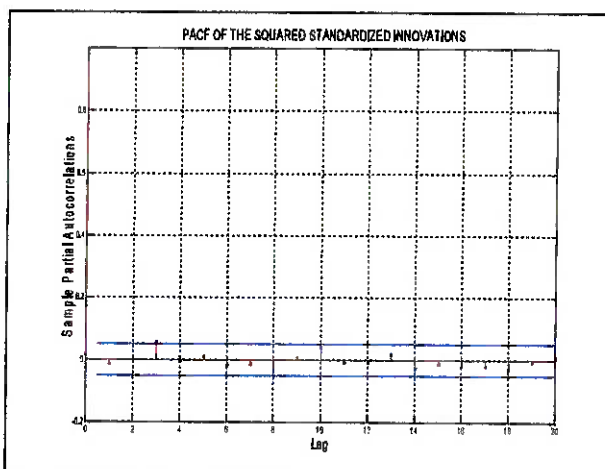


Figura 30: PACF para a série de Resíduos padronizados ao quadrado (innovations) do modelo ajustado: VALE5.SA.

Aplicou-se também o teste Ljung-Box-Pierce com $p\text{-valor} < 0.05$, para os lags de 1 a 10, não havendo evidências estatísticas de que exista correlação serial para os resíduos padronizados. Em seguida foi aplicado o teste de Engle para checar a presença de efeito ARCH. Neste caso com $p\text{-valor} < 0,05$ e para os lags de 1 a 10, aceitamos a hipótese nula de que os dados não possuem efeito ARCH presente, ou seja, o modelo foi capaz de capturar a heterocedasticidade presente nos dados.

Por fim, são apresentados na Tabela 8 os indicadores de desempenho MAE, RMSE, MAPE e Theil Inequality Index (U); para o período de 01/10/2010 a 29/10/2010:

MAE	RMSE	MAPE	Theil Ineq. (U)
0,0051	0,0064	0,7210	0,2275

Tabela 8: Indicadores de desempenho de estimação, de 01/10/10 a 29/10/10. VALES.SA.

5.1.3. AJUSTE DO MODELO GARCH PARA O ATIVO BBAS3.SA:

Com o objetivo de checar a aplicabilidade do modelo GARCH aos dados, são apresentadas a seguir as funções de autocorrelação (ACF) (Figura 31) e de autocorrelação parcial (PACF) (Figura 32) para a série de retornos do ativo BBAS3.SA. A análise destas funções indica a existência de uma dependência linear entre as observações; uma vez que algumas autocorrelações parciais são significantes, principalmente no lag 6. Logo, a partir destas figuras, verifica-se a necessidade de se utilizar uma estrutura de correlação para média condicional, ou seja, um modelo $AR(06)$. Este fato pode ser verificado no correlograma dos retornos (Quadro 05 do Eviews – Anexos), onde é possível verificar a necessidade deste modelo para a média.

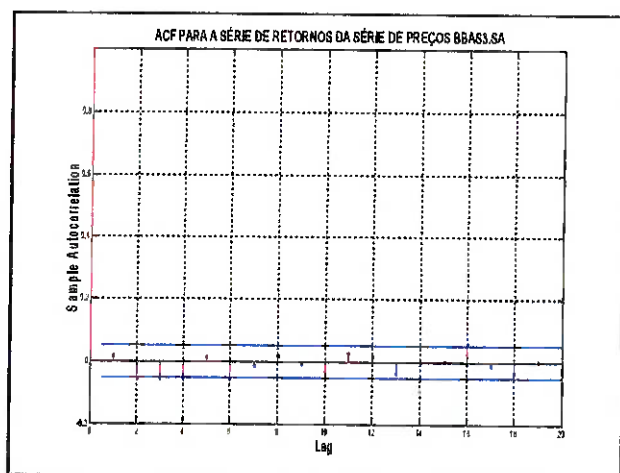


Figura 31: ACF para a série de retornos da série de preços BBAS3.SA.

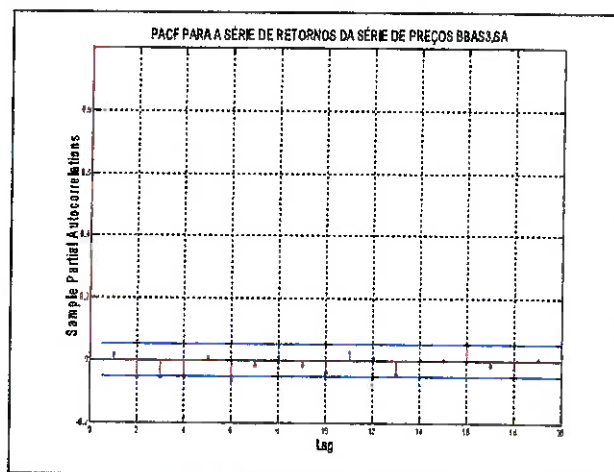


Figura 32: PACF para a série de retornos da série de preços BBAS3.SA.

Pode-se quantificar a correlação nos retornos utilizando o teste de hipóteses Q de Ljung-Box-Pierce. Conforme apresentado na Tabela 9, o teste Ljung-Box-Pierce apresenta p-valor < 0.05 para os lags de 3 a 10. Assim, há evidências estatísticas de que a série de retornos apresenta correlação serial.

LAG	HIPOTESE	PVALUE	QSTAT	CRITICAL VALUE
1	Não Rej. Ho	0,4699	0,5223	3,8415
2	Não Rej. Ho	0,0736	5,2174	5,9915
3	Rej. Ho	0,0187	9,9878	7,8147
4	Rej. Ho	0,0070	14,0866	9,4877
5	Rej. Ho	0,0136	14,3393	11,0705
6	Rej. Ho	0,0043	18,9461	12,5916
7	Rej. Ho	0,0074	19,2494	14,0671
8	Rej. Ho	0,0112	19,7762	15,5073
9	Rej. Ho	0,0188	19,8570	16,9190
10	Rej. Ho	0,0195	21,2329	18,3070

Tabela 9: Teste Q de Ljung-Box-Pierce para a correlação serial na série de retornos.

A seguir, nas Figuras 33 e 34, são apresentadas respectivamente as ACF e as PACF do quadrado dos retornos do ativo BBAS3.SA. Conforme pode ser visto, há uma forte dependência sem um padrão bem estabelecido. Esta figura mostra que, além dos retornos serem correlacionados, o processo de variância exibe alguma correlação. A ACF apresentada parece diminuir ao longo do tempo vagarosamente, indicando a possibilidade da variância do processo ser não estacionária. Este é também um indicador de que é adequado o uso de um modelo GARCH.

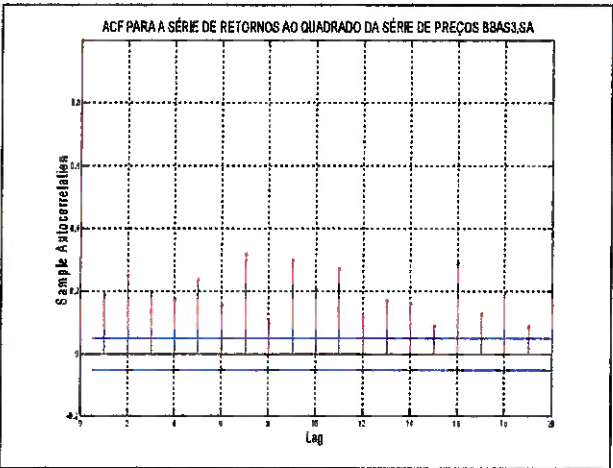


Figura 33: ACF para a série de retornos ao quadrado da série de preços BBAS3.SA.

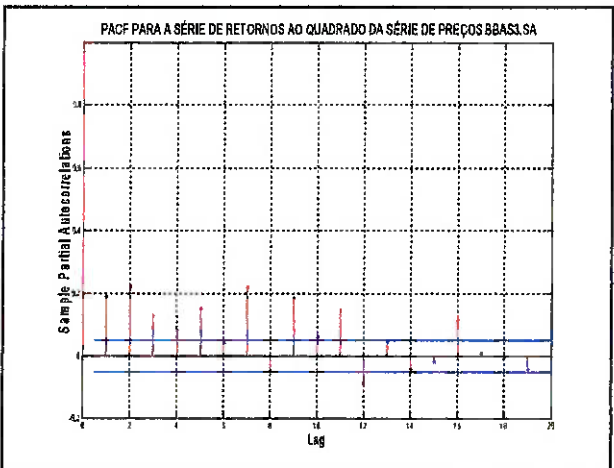


Figura 34: PACF para a série de retornos ao quadrado da série de preços BBAS3.SA.

É possível verificar também as análises para a correlação na série de retornos ao quadrado, utilizando o teste de hipóteses Q de Ljung-Box-Pierce. Conforme feito

anteriormente, verifica-se na Tabela 10 que o teste Ljung-Box-Pierce apresenta p-valor < 0.05 para os lag de 1 a 10. Assim, rejeita-se a hipótese de que os dados não apresentam correlação serial.

LAG	HIPÓTESE	PVALUE	QSTAT	CRITICAL VALUE
1	Rej. Ho	0,0000	55,8635	3,8415
2	Rej. Ho	0,0000	154,4620	5,9915
3	Rej. Ho	0,0000	217,1183	7,8147
4	Rej. Ho	0,0000	264,4424	9,4877
5	Rej. Ho	0,0000	352,0358	11,0705
6	Rej. Ho	0,0000	389,5881	12,5916
7	Rej. Ho	0,0000	545,6261	14,0671
8	Rej. Ho	0,0000	562,2975	15,5073
9	Rej. Ho	0,0000	701,3751	16,9190
10	Rej. Ho	0,0000	766,1511	18,3070

Tabela 10: Teste Q de Ljung-Box-Pierce para a correlação serial na série de retornos ao quadrado.

Ainda podemos utilizar o teste de Engle para checar a presença de efeito ARCH, sob a hipótese nula de que a série temporal é uma sequência de perturbações gaussianas (isto é, sem efeito ARCH existente). Neste caso, conforme apresentado na Tabela 11, o teste de Engle apresenta p-valor < 0.05 para os lags de 1 a 10. Assim, rejeitamos a hipótese nula de que os dados não possuem efeito ARCH presente. O teste pode também ser utilizado para verificar a presença de efeitos GARCH na série de retornos.

LAG	HIPÓTESE	PVALUE	QSTAT	CRITICAL VALUE
1	Rej. Ho	0,0000	55,7201	3,8415
2	Rej. Ho	0,0000	130,2587	5,9915
3	Rej. Ho	0,0000	154,6362	7,8147
4	Rej. Ho	0,0000	163,7143	9,4877
5	Rej. Ho	0,0000	194,5247	11,0705
6	Rej. Ho	0,0000	196,9537	12,5916
7	Rej. Ho	0,0000	260,6335	14,0671
8	Rej. Ho	0,0000	263,0746	15,5073
9	Rej. Ho	0,0000	304,7652	16,9190
10	Rej. Ho	0,0000	309,3890	18,3070

Tabela 11: Teste Engle para detectar presença de efeitos ARCH na série de retornos.

Uma vez feita a pré-análise e checada a aplicabilidade do modelo aos dados, parte-se para a estimação dos parâmetros. Inicialmente, estimou-se um modelo $AR(6)$ para a média condicional e $GARCH(1,1)$ para a variância condicional. Supondo $\varepsilon_t \sim N(0,1)$, pode-se verificar que o modelo ajustado apresenta alguns coeficientes não significativos. Assim, eliminando estes coeficientes com um nível de significância de 5%, o modelo estimado resultante é dado por (Quadro 06 Eviews – Anexos):

$$Y_t = 0.0015 - 0.0627Y_{t-3} - 0.0570Y_{t-4} + X_t$$

$$X_t = \sqrt{h_t}\varepsilon_t$$

$$h_t = 0,000029 + 0.1169X_{t-1}^2 + 0.8444h_{t-1}$$

Após estimar o modelo, é necessário verificar se suas restrições estão satisfeitas. Pode-se ver que $\alpha_1 = 0.1169 \geq 0$, $\beta_1 = 0.8444 < 1$ e $\alpha_1 + \beta_1 = 0.1169 + 0.8444 = 0.9613 < 1$. Logo todas as restrições do modelo estão satisfeitas.

Na Figura 35, verifica-se a relação entre os resíduos (innovations) derivados do ajuste do modelo, o desvio padrão condicional e os retornos observados. Pode-se notar que o modelo é fiel às características dos dados reais, uma vez que reproduz o agrupamento de volatilidades. Na Figura 36, é apresentado o ajuste entre a volatilidade estimada pelo modelo GARCH e a volatilidade histórica, calculada com janela de 10 dias.

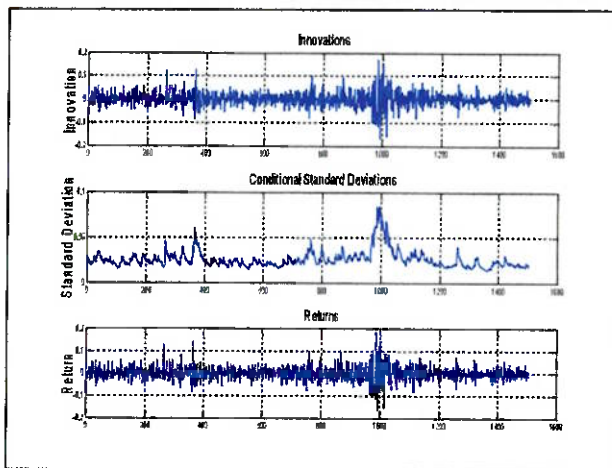


Figura 35: Resíduos (innovations), o desvio padrão condicional e os retornos para o modelo ajustado.

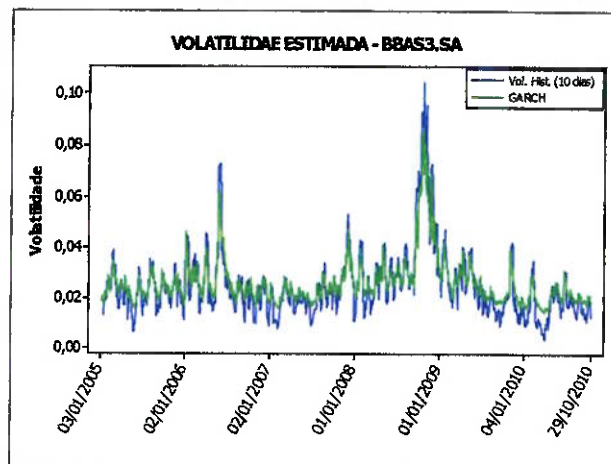


Figura 36: Volatilidade Histórica, Volatilidade Histórica Estimada GARCH e Desvio Padrão Incondicional: BBAS3.SA.

Por fim, resta ainda checar se o modelo foi capaz de capturar a heterocedasticidade condicional da série. Nas figuras 37 e 38 são apresentadas as ACF e PACF da série de resíduos padronizados (standardized innovations) ao quadrado, não havendo nenhum valor discrepante.

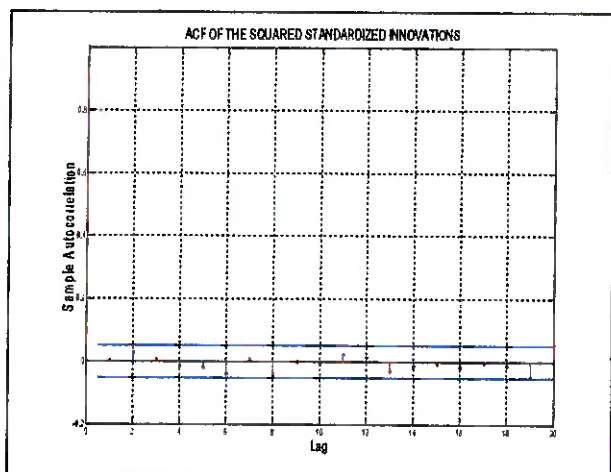


Figura 37: ACF para a série de Resíduos padronizados ao quadrado (innovations) do modelo ajustado: BBAS3.SA ON.

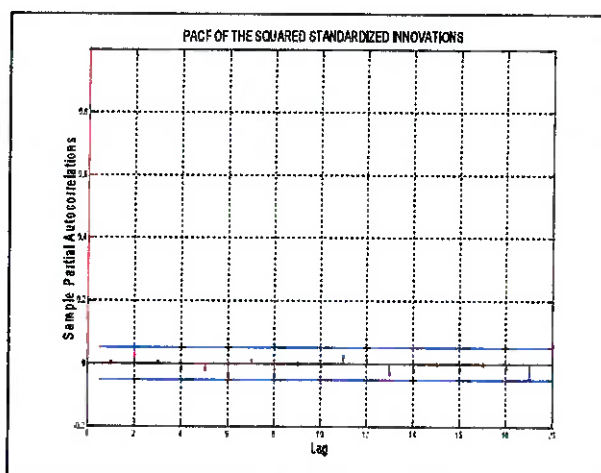


Figura 38: PACF para a série de Resíduos padronizados ao quadrado (innovations) do modelo ajustado: BBAS3.SA ON.

Aplicou-se também o teste Ljung-Box-Pierce com p-valor < 0.05 , para os lags 1 a 10, não havendo evidências estatísticas de que exista correlação serial para os resíduos padronizados. Em seguida foi aplicado o teste de Engle para checar a presença de efeito ARCH. Neste caso com p-valor $< 0,05$ e para os lags de 1 a 10, aceitamos a hipótese nula de que os dados não possuem efeito ARCH presente, ou seja, o modelo foi capaz de capturar a heterocedasticidade presente nos dados.

Por fim, são apresentados na Tabela 12 os indicadores de desempenho MAE, RMSE, MAPE e Theil Inequality Index (U); para o período de 01/10/2010 a 29/10/2010:

MAE	RMSE	MAPE	Theil Ineq. (U)
0,0039	0,0045	0,2857	0,1265

Tabela 12: Indicadores de desempenho de estimação, de 01/10/10 a 29/10/10. BBAS3.SA.

5.2. AJUSTE UTILIZANDO REDES NEURAIS:

Nesta parte do trabalho, foram ajustadas Redes Neurais para as três séries utilizadas no trabalho: Índice IBOVESPA, série de preços VALE5.SA e série de preços BBAS3.SA. O objetivo, assim como para os modelos GARCH, será explicar a volatilidade histórica. Conforme argumenta LEE (2006), a volatilidade (σ_{RN}) ou desvio padrão condicional, será o output da Rede Neural (dados a prever). Esta, por sua vez, será explicada pelos dez últimos retornos ($R_{t-1}, R_{t-2}, \dots, R_{t-10}$); que são os inputs da rede. Assim, teremos:

$$\sigma_{RN} = f(R_{t-1}, R_{t-2}, \dots, R_{t-10})$$

Este trabalho tomou como referência as características das Redes Neurais utilizadas em LEE (2006), a saber: A função de transferência utilizada foi a Tangente Hiperbólica e o algoritmo de aprendizado o Backpropagation. Definidas as características da rede, parte-se então para o ajuste dos dados.

A primeira parte do ajuste foi o pré-processamento dos dados, de forma que a rede neural pudesse interpretá-los. Os dados foram divididos em 3 conjuntos: Conjunto de Treinamento, Conjunto de Validação e Conjunto de Teste. O Conjunto de Teste é independente dos Conjuntos de Treinamento e de Validação, uma vez que o output deste conjunto (volatilidade) não está contido em nenhum dos outros conjuntos.

A estrutura de inputs e outputs está exemplificada na Figura 39. Cada conjunto é formado por várias amostras e cada amostra contém 10 inputs (retornos) e um output a prever (volatilidade). A construção dos três conjuntos se deu da seguinte maneira: A cada 10 amostras de Treinamento, selecionou-se uma amostra de Validação. As 20 últimas amostras selecionáveis, correspondentes ao mês de outubro de 2010, compõem o Conjunto de Teste; usado para verificar o poder de extrapolação da Rede Neural. A idéia é selecionar uma amostra de dados que não participa do treinamento da rede para comparar com o ajuste feito pelos modelos GARCH na sessão 5.1; proporcionando assim um comparativo entre os modelos, no que se refere à capacidade das técnicas de explicar a volatilidade histórica de determinado período.

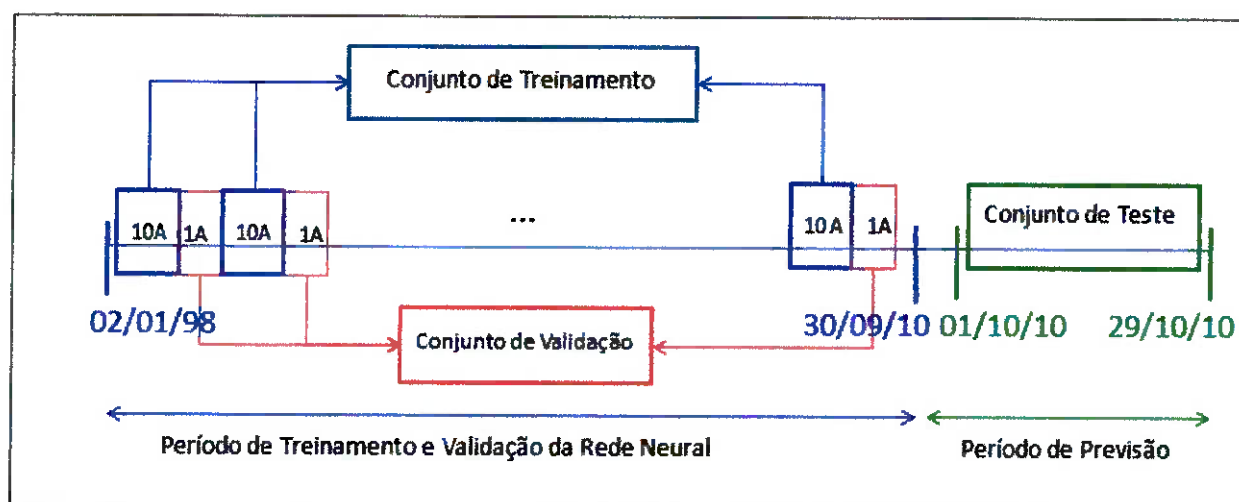


Figura 39: Quadro esquemático para a seleção dos 3 tipos de conjunto: Treinamento, Validação e Teste. Exemplo para o período de dados do Índice IBOVESPA.

Outra característica importante no ajuste de Redes Neurais aos dados é o critério de parada. Assim, como sinaliza CASTIGLIONE (2000), o critério de parada é importante para evitar o “over fitting” e a convergência muito lenta na fase de treinamento. Neste

trabalho, o critério de parada será adotado da seguinte maneira. Utilizam-se 2500 iterações para treinar a rede neural com o Conjunto de Treinamento, mensurando o desempenho do treinamento sobre o Conjunto de Validação. Em seguida, os pesos sinápticos são congelados, ajustando-se em seguida os dados do Conjunto de Teste. O passo final foi calcular as medidas de desempenho sobre o conjunto de Teste.

5.2.1. AJUSTE DA REDE NEURAL PARA O ÍNDICE IBOVESPA:

Assim como no ajuste utilizando os modelos GARCH, a série do Índice IBOVESPA utilizada compreende o período de 02/01/1998 até o dia 29/10/2010, resultando num total de 3171 observações. Destes dados, foram construídas 2856 amostras que compõem o Conjunto de Treinamento, 285 amostras que compõem o Conjunto de Validação e 20 amostras que compõem o Conjunto de Teste. Existe ainda um conjunto de 10 amostras que não puderam ser utilizadas devido à estrutura recursiva da construção das amostras.

Uma vez construídos os conjuntos de Treinamento, de Validação e de Teste, ajustou-se uma Rede Neural com 10 nós na camada de entrada (inputs), 15 nós na camada escondida e 1 nó na camada de saída (output). Esta foi uma das topologias utilizadas em LEE (2006).

O resultado do ajuste, para os Conjuntos de Treinamento e de Validação pode ser visto nas Figuras 40 e 41 respectivamente.

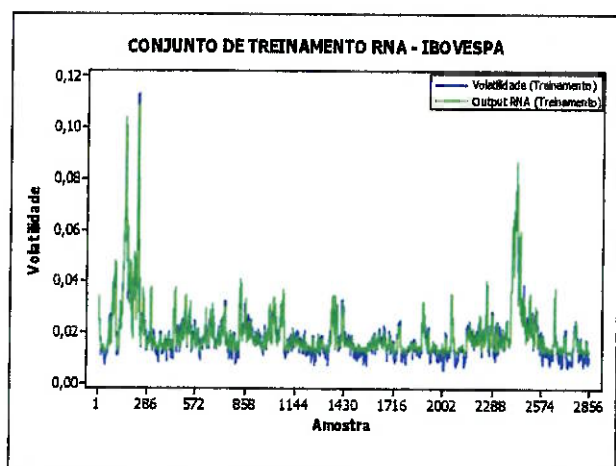


Figura 40: Ajuste da RNA aos dados do Conjunto de Treinamento. Índice IBOVESPA.

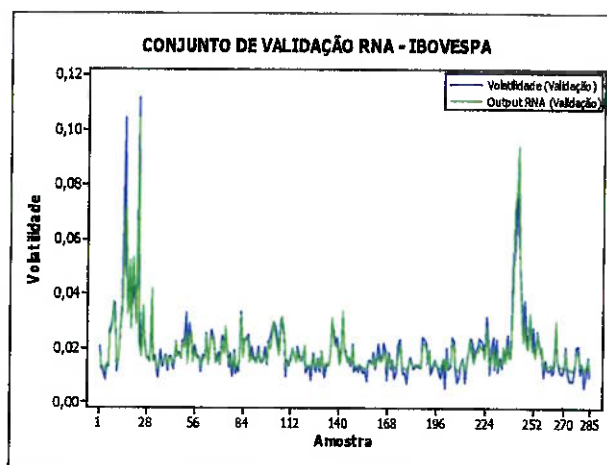


Figura 41: Ajuste da RNA aos dados do Conjunto de Validação. Índice IBOVESPA.

O passo posterior ao treinamento foi congelar os pesos sinápticos ajustados e em seguida aplicar a rede ao Conjunto de Teste. A Figura 42 apresenta o ajuste (estimação) da Rede Neural ao Conjunto de Teste.

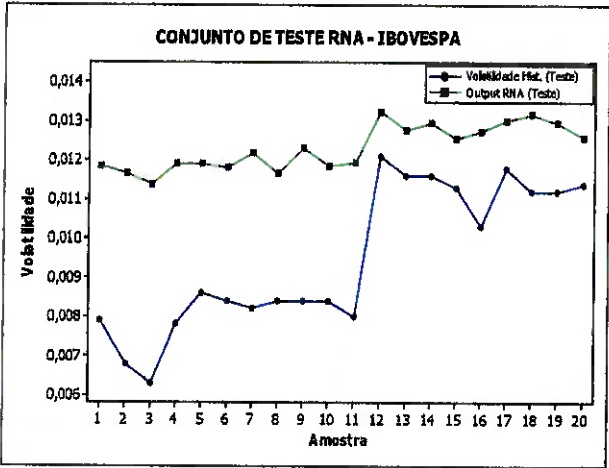


Figura 42: Ajuste da RNA (Conjunto de Teste) do Índice IBOVESPA. De 01/10/10 a 29/10/10.

Por fim, são apresentados na Tabela 13, os indicadores de desempenho MAE, RMSE, MAPE e Theil Inequality Index (U) para a arquitetura de rede com 10 inputs (retornos), 15 nós na camada escondida e 1 output (volatilidade):

MAE	RMSE	MAPE	Theil Ineq. (U)
0,0028	0,0031	0,3377	0,1418

Tabela 13: Indicadores de desempenho de estimação, de 01/10/10 a 29/10/10 utilizando RNA's. Índice IBOVESPA.

5.2.2. Ajuste das Redes Neurais para a série de preços VALE5.SA:

Assim como no ajuste utilizando os modelos GARCH, a série do ativo VALE5.SA utilizada compreende o período de 03/01/2005 até o dia 29/10/2010, resultando num total de 1485 observações. Destes dados, foram construídas 1323 amostras que compõem o Conjunto de Treinamento, 132 amostras que compõe o Conjunto de Validação e 20 amostras que compõe o Conjunto de Teste. Existe ainda um conjunto de 10 amostras que não puderam ser utilizadas devido à estrutura recursiva da construção das amostras.

Uma vez construídos os conjuntos de Treinamento, de Validação e de Teste, ajustou-se uma Rede Neural com 10 nós na camada de entrada (inputs), 15 nós na camada escondida e 1 nó na camada de saída (output). Esta foi uma das topologias utilizadas em LEE (2006).

O resultado do ajuste, para os Conjuntos de Treinamento e de Validação pode ser visto nas Figuras 43 e 44 respectivamente. O critério de parada para a fase de treinamento da Rede Neural foi de 2500 interações.

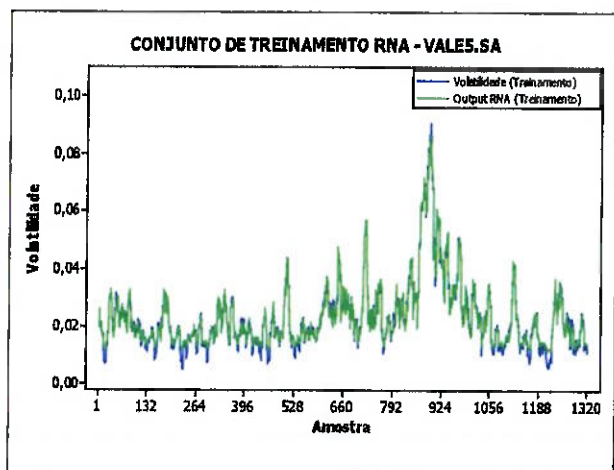


Figura 43: Ajuste da RNA (Conjunto de Treinamento). VALES.SA.

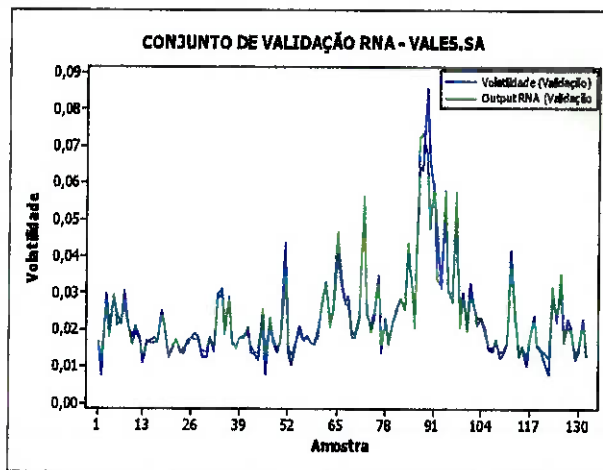


Figura 44: Ajuste da RNA (Conjunto de Validação). VALES.SA.

O passo posterior ao treinamento foi congelar os pesos sinápticos ajustados e em seguida aplicar a rede ao conjunto de Teste. A Figura 45 apresenta o ajuste (estimação) da Rede Neural ao Conjunto de Teste.

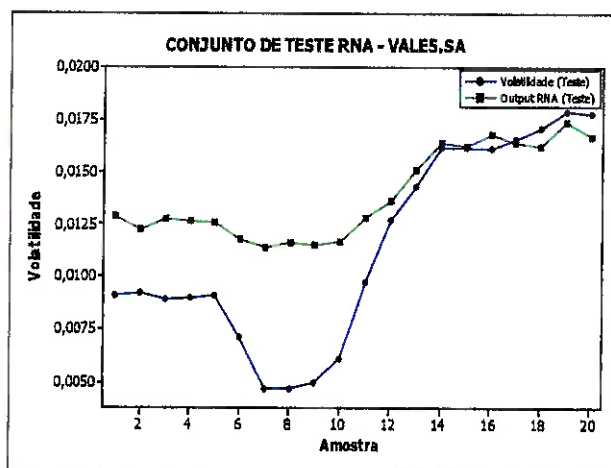


Figura 45: Ajuste da RNA (Conjunto de Teste) da série de preços VALES.SA.

Por fim, são apresentados na Tabela 14, os indicadores de desempenho MAE, RMSE, MAPE e Theil Inequality Index (U) para a arquitetura de rede com 10 inputs (retornos), 15 nós na camada escondida e 1 output (volatilidade):

MAE	RMSE	MAPE	Theil Ineq. (U)
0,0027	0,0035	0,3977	0,1377

Tabela 14: Indicadores de desempenho de estimação, de 01/10/10 a 29/10/10 utilizando RNA's. Série de preços VALE5.SA.

5.2.3. AJUSTE DAS REDES NEURAIS PARA A SÉRIE DE PREÇOS BBAS3.SA:

Assim como no ajuste utilizando os modelos GARCH, a série do ativo BBAS3.SA utilizada compreende o período de 03/01/2005 até o dia 29/10/2010, resultando num total de 1485 observações. Destes dados, foram construídas 1323 amostras que compõem o Conjunto de Treinamento, 132 amostras que compõem o Conjunto de Validação e 20 amostras que compõem o Conjunto de Teste. Existe ainda um conjunto de 10 amostras que não puderam ser utilizadas devido à estrutura recursiva da construção das amostras.

Uma vez construídos os conjuntos de Treinamento, de Validação e de Teste, ajustou-se uma Rede Neural com 10 nós na camada de entrada (inputs), 15 nós na camada escondida e 1 nó na camada de saída (output). Esta foi uma das topologias utilizadas em LEE (2006).

O resultado do ajuste, para os Conjuntos de Treinamento e de Validação pode ser visto nas Figuras 46 e 47 respectivamente.

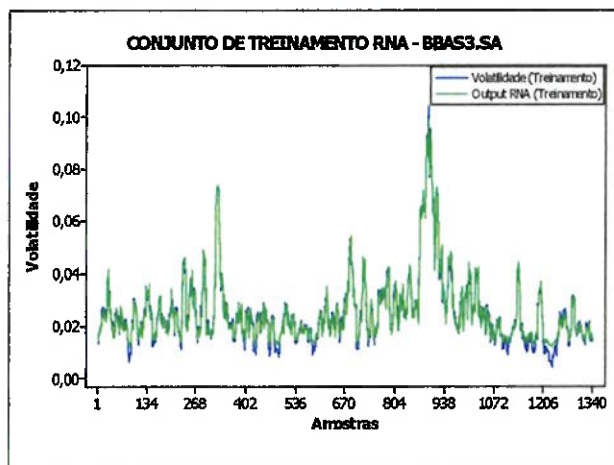


Figura 46: Ajuste da RNA (Conjunto de Treinamento) do ativo BBAS3.SA.

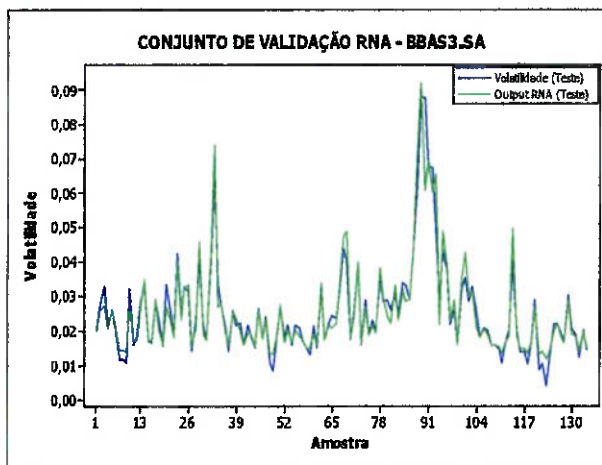


Figura 47: Ajuste da RNA (Conjunto de Validação) do ativo BBAS3.SA.

O passo posterior ao treinamento foi congelar os pesos sinápticos ajustados e em seguida aplicar a rede ao conjunto de Teste. A Figura 48 apresenta o ajuste (estimação) da Rede Neural ao Conjunto de Teste.

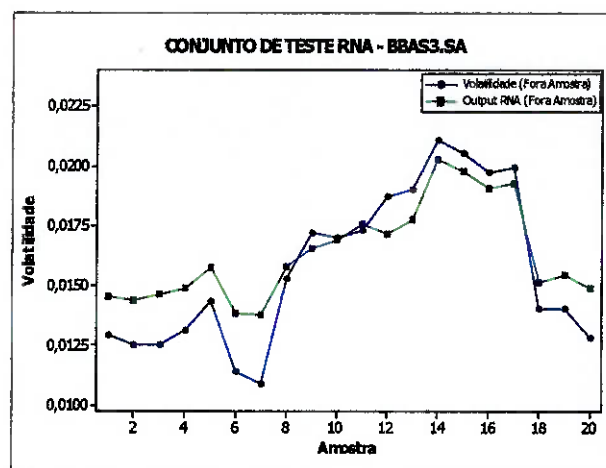


Figura 48: Ajuste da RNA (Conjunto de Teste) da Série de Preços BBAS3.SA.

Por fim, são apresentados na Tabela 15, os indicadores de desempenho MAE, RMSE, MAPE e Theil Inequality Index (U) para a arquitetura de rede com 10 inputs (retornos), 15 nós na camada escondida e 1 output (volatilidade):

MAE	RMSE	MAPE	Theil Ineq. (U)
0,0013	0,0015	0,0945	0,0461

Tabela 15: Indicadores de desempenho de estimação, de 01/10/10 a 29/10/10 utilizando RNA's. BBAS3.SA.

5.3. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS:

Na tabela 16 abaixo são apresentados os comparativos das medidas de desempenho dos modelos GARCH e das Redes Neurais quanto à capacidade de explicar a volatilidade histórica no período de 01/10/2010 a 29/10/2010.

Índice IBOVESPA				
Abordagem	MAE	RMSE	MAPE	Theil Ineq. (U)
Garch	0,0032	0,0035	0,3810	0,1563
Rede Neural	0,0028	0,0031	0,3377	0,1418

Ativo VALE5.SA				
Abordagem	MAE	RMSE	MAPE	Theil Ineq. (U)
Garch	0,0051	0,0064	0,7200	0,2275
Rede Neural	0,0027	0,0035	0,3977	0,1377

Ativo BBAS3.SA				
Abordagem	MAE	RMSE	MAPE	Theil Ineq. (U)
Garch	0,0039	0,0045	0,2857	0,1265
Rede Neural	0,0013	0,0015	0,0945	0,0461

Tabela 16: Quadro comparativo dos indicadores de desempenho para aos métodos de estimação: Modelos GARCH e Redes Neurais para 3 séries (Índice IBOVESPA, ativo VALE5.SA e ativo BB3.SA).

Conforme pode ser visto, as RNA's possuem melhor desempenho na capacidade de explicar a volatilidade histórica para o período de 01/10/2010 a 29/10/2010. Este fato está em concordância com os resultados apresentados em SLIM (2004), LEE (2006) e HOSSAIN et. al. (2009).

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como meta o estudo das séries temporais financeiras, no que se refere ao comportamento da volatilidade histórica. Para isso foram empregadas duas técnicas bastante difundidas na literatura: os modelos GARCH e as Redes Neurais Artificiais. Estas técnicas, conforme apontam SLIM (2004), LEE (2006) e HOSSAIN et. al. (2009), são comparadas quanto à sua capacidade de descrever a volatilidade histórica, além da capacidade de gerar boas previsões com relação aos dados reais. A comparação é feita através de medidas de desempenho como o RMSE (Root Mean Square Error), MAE (Mean Absolute Error), MAPE (Mean Absolute Percentage Error), o Theil Inequality Index (U), entre outros.

Desta forma, as duas metodologias foram aplicadas à três séries temporais financeiras do contexto brasileiro: o Índice IBOVESPA, a série de preços do ativo VALE5.SA e a série de preços do ativo BBAS3.SA; com o intuito de explicar o comportamento da volatilidade histórica. Conforme pode ser visto na tabela 16, em concordância com os resultados apresentados em SLIM (2004), LEE (2006) e HOSSAIN et. al. (2009), as Redes Neurais conseguiram melhores resultados nos indicadores de desempenho, quando comparadas aos indicadores de desempenho dos modelos GARCH.

Estes resultados são preliminares e apenas indicam que ambas as técnicas podem ser utilizadas para estudo e tratamento da volatilidade, visto que as duas têm capacidade de explicar a volatilidade histórica. Assim, o presente trabalho não teve como foco a verificação do poder de previsão e sim o poder das duas técnicas de explicar (estimar) os dados.

Na literatura é possível encontrar vários indícios de que outros métodos que utilizam algoritmos de inteligência artificial, além das Redes Neurais Artificiais, podem ser utilizados para estudo e previsão da de séries temporais financeiras e da volatilidade. Por exemplo, CASTIGLIONE (2000), utiliza com sucesso as Redes Neurais para estimar e prever séries temporais financeiras como o Índice S&P500, entre outras séries. Outro resultado de interesse para o trabalho é encontrado em LEE (2006), que utiliza algoritmos genéticos e Redes Neurais para gerar previsões para a volatilidade para dados de alta frequência. Os métodos comparados com modelos estatísticos do tipo GARCH(1,1), EGARCH(1,1) e GJR-GARCH(1,1).

Existem ainda na literatura técnicas híbridas; onde os modelos paramétricos existentes possuem a estrutura de Redes Neurais incorporadas ou, o caso de Redes Neurais com estrutura estocástica embutida (SLIM, 2004).

Inúmeros trabalhos listados na literatura indicam um vasto campo de trabalho onde a utilização de modelos paramétricos híbridos (com estrutura de Redes Neurais) vão além da aplicação para o tratamento da volatilidade, tendo grande utilidade no contexto financeiro. Como exemplo, ANDREOU et. al (2008) utilizam Redes Neurais para precificar Opções Europeias, combinando Redes Neurais e modelos paramétricos como o de Black & Scholes. De acordo com os autores, o modelo de Black & Scholes híbrido (combinado com as Redes Neurais) obteve melhores resultados que os Modelos de Black & Scholes e Redes Neurais separados. Resultado semelhante é apresentado em ZAPART (2003).

7. ANEXOS

7.1. TABELAS DO AJUSTE DA SÉRIE DE RETORNOS DO ÍNDICE IBOVESPA:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.016	0.016	0.8364	0.360
		2	-0.023	-0.023	2.4583	0.293
		3	-0.035	-0.034	6.2898	0.098
		4	-0.039	-0.039	11.155	0.025
		5	-0.025	-0.026	13.154	0.022
		6	-0.021	-0.024	14.590	0.024
		7	0.001	-0.003	14.592	0.042
		8	0.036	0.032	18.656	0.017
		9	0.010	0.005	18.947	0.026
*	*	10	0.073	0.073	36.025	0.000
		11	-0.023	-0.023	37.643	0.000
		12	-0.024	-0.017	39.424	0.000
		13	-0.001	0.006	39.427	0.000
		14	0.014	0.019	40.089	0.000
		15	0.050	0.051	48.205	0.000
		16	0.024	0.023	49.991	0.000
		17	0.030	0.032	52.927	0.000
		18	-0.026	-0.027	55.081	0.000
		19	0.001	0.010	55.084	0.000
		20	0.018	0.020	56.084	0.000

Quadro 01 do Eviews: ACF e PAC da série de retornos do Índice IBOVESPA.

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.001241	0.000344	3.607694	0.0003
AR(10)	0.389770	0.150851	2.583810	0.0098
MA(10)	-0.342506	0.154810	-2.212431	0.0269
Variance Equation				
C	1.01E-05	1.75E-06	5.805335	0.0000
ARCH(1)	0.092943	0.007176	12.95263	0.0000
GARCH(1)	0.884114	0.009777	90.43123	0.0000
R-squared	0.004697	Mean dependent var		0.000637
Adjusted R-squared	0.003119	S.D. dependent var		0.022381
S.E. of regression	0.022346	Akaike info criterion		-5.072241
Sum squared resid	1.574910	Schwarz criterion		-5.060738
Log likelihood	8020.141	F-statistic		2.976869
Durbin-Watson stat	1.964903	Prob(F-statistic)		0.010994
Inverted AR Roots	91	74- 53i	74+ 53i	28+ 87i
	28- 87i	- 28- 87i	- 28+ 87i	- 74- 53i
	- 74+ 53i	- 91		
Inverted MA Roots	90	73+ 53i	73- 53i	28- 85i
	28+ 85i	- 28- 85i	- 28+ 85i	- 73- 53i
	- 73+ 53i	- 90		

Quadro 02 do Eviews: Ajuste do modelo para o Índice IBOVESPA.

7.2. TABELAS DO AJUSTE DA SÉRIE DE RETORNOS DA SÉRIE DE PREÇOS DA VALE5.SA:

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.007	0.007	0.0674	0.795
*	*	2	-0.062	-0.062	5.8134	0.055
*	*	3	-0.093	-0.092	18.627	0.000
		4	0.021	0.018	19.287	0.001
		5	-0.005	-0.016	19.320	0.002
		6	0.015	0.009	19.639	0.003
		7	-0.040	-0.038	22.033	0.003
		8	0.021	0.021	22.708	0.004
		9	-0.011	-0.014	22.897	0.006
		10	0.044	0.039	25.751	0.004
		11	-0.004	-0.000	25.770	0.007
		12	-0.012	-0.011	25.990	0.011
		13	-0.013	-0.003	26.226	0.016
		14	-0.021	-0.027	26.902	0.020
		15	0.004	0.004	26.922	0.029
*	*	16	0.079	0.073	36.204	0.003
		17	0.041	0.041	38.729	0.002
		18	-0.055	-0.047	43.254	0.001
		19	-0.049	-0.031	46.883	0.000
		20	-0.005	-0.008	46.922	0.001

Quadro 03 (Eviews): ACF e PAC da série de retornos do ativo VALE5.SA.

	Coefficient	Std Error	z-Statistic	Prob
C	0.001605	0.000551	2.911028	0.0036
AR(1)	0.806604	0.025195	32.01454	0.0000
AR(2)	-0.946222	0.024891	-38.01484	0.0000
MA(1)	-0.800954	0.030324	-26.41302	0.0000
MA(2)	0.930101	0.030210	30.78747	0.0000
Variance Equation				
C	1.30E-05	3.43E-06	3.789574	0.0002
ARCH(1)	0.075504	0.011284	6.690997	0.0000
GARCH(1)	0.903204	0.014434	62.57527	0.0000
R-squared	0.007977	Mean dependent var		0.000785
Adjusted R-squared	0.003266	S.D. dependent var		0.025790
S.E. of regression	0.025748	Akaike info criterion		-4.699336
Sum squared resid	0.977188	Schwarz criterion		-4.670720
Log likelihood	3490.208	F-statistic		1.693220
Durbin-Watson stat	2.003166	Prob(F-statistic)		0.106458
Inverted AR Roots	40-.89i	40+.89i		
Inverted MA Roots	40-.88i	40+.88i		

Quadro 04 (Eviews): Ajuste do modelo para os retornos do ativo VALE5.SA.

7.3. TABELAS DE AJUSTE DO MODELO À SÉRIE DE RETORNOS DO ATIVO BBAS3.SA:

Autocorrelation			Partial Correlation			AC	PAC	Q-Stat	Prob	
						1	0.019	0.019	0.5162	0.472
						2	-0.056	-0.056	5.1998	0.074
						3	-0.056	-0.054	9.9478	0.019
						4	-0.052	-0.054	14.086	0.007
						5	0.013	0.008	14.336	0.014
						6	-0.055	-0.065	18.958	0.004
						7	-0.014	-0.017	19.269	0.007
						8	0.019	0.011	19.818	0.011
						9	-0.008	-0.016	19.910	0.018
						10	-0.030	-0.037	21.278	0.019
						11	0.028	0.029	22.453	0.021
						12	0.018	0.010	22.922	0.028
						13	-0.038	-0.043	25.115	0.022
						14	-0.001	0.004	25.116	0.033
						15	0.001	0.001	25.119	0.048
						16	0.059	0.052	30.440	0.016
						17	-0.010	-0.014	30.593	0.022
						18	-0.035	-0.023	32.414	0.020
						19	0.003	0.003	32.425	0.028
						20	0.021	0.021	33.076	0.033

Quadro 05(Eviews): ACF e PAC da série de retornos do ativo BBAS3.SA.

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
C	0.001512	0.000524	2.884352	0.0039
AR(3)	-0.062762	0.026110	-2.403724	0.0162
AR(4)	-0.057080	0.027449	-2.079500	0.0376
Variance Equation				
C	2.91E-05	5.00E-06	5.828981	0.0000
ARCH(1)	0.116904	0.017136	6.822024	0.0000
GARCH(1)	0.844412	0.018342	46.03648	0.0000
R-squared	0.004858	Mean dependent var		0.000776
Adjusted R-squared	0.001527	S.D. dependent var		0.028225
S.E. of regression	0.028204	Akaike info criterion		-4.530995
Sum squared resid	1.188410	Schwarz criterion		-4.509742
Log likelihood	3404.246	F-statistic		1.458577
Durbin-Watson stat	1.973531	Prob(F-statistic)		0.200468
Inverted AR Roots	.35+ .41i	.35-.41i	-.35- .28i	-.35+ .28i

Quadro 06 (Eviews): Ajuste do modelo para os retornos do ativo BBAS3.SA.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

ANDREOU, P. C.; CHARALAMBOUS, C.; MARTZOUKOS, S. H. Pricing and trading European options neural networks and parametric models with implied parameters. **European Journal of Operational Research**. Vol 185, 2008.

BOLLERSLEV, T. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, **Journal of Econometrics**, Vol. 31, 1986.

CASTIGLIONE, F. Forecasting Price Increments Using an Artificial Neural Network, **Advances in Complex Systems**, Vol. 4, No. 1 (2001).

BM&FBOVESPA. Bolsa de valores, mercadorias e futuros. Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/>>. Acesso em outubro de 2010.

ENGLE, R. F. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, **Econometrica**, Vol. 50, N. 4, 1982.

HOSSAIN, A.; ZAMAN, F.; NASSER, M.; MUFAKHKHARUL, M. I. Comparison of GARCH, Neural Network and Support Vector Machine in Financial Time Series Prediction, **Lecture Notes in Computer Science**, v. 5909, 2009.

HUANG, W.; LAI, K. K.; NAKAMORI, Y.; WANG, S.; YU, LEAN. Neural Networks in Finance and Economics Forecasting, **International Journal of Information Technology & Decision Making**, Vol. 6, No. 1, 2007.

HUANG, W.; LAI, K. K.; NAKAMORI, Y.; WANG, S.; YU, LEAN. Forecasting Foreign Exchange Rates with Artificial Neural Networks: A Review, **International Journal of Information Technology & Decision Making**, Vol. 3, No. 1, 2004.

HUANG, S.; GRANGER, C. W. J. Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review, **Journal of Economic Literature**, Vol. XLI, 2003.

LEE, W-C. Forecasting High-Frequency Financial Data Volatility via Nonparametric Algorithms: Evidence from Taiwan's Financial Markets, **New Mathematics and Natural Computation**, Vol. 2, No. 3, 2006.

MATHWORKS. Tutorial Online para implementação e ajuste de modelos da família ARCH/GARCH no software MATLAB - **Econometrics Toolbox**. Disponível em: <http://www.mathworks.com/help/toolbox/econ/f8-82329.html>. Outubro de 2010.

MORETTIN, P.A; TOLOI, C.M.C. *Análise de Séries Temporais*, **Editora Elsevier**, 2ª Edição. 2006.

POON, SER-HUANG; GRANGER; CLIVE W. J. Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review, *Journal of Economic Literature*, Vol. XLI, 2003.

SAMARASINGHE, S. *Neural Networks for Applied Sciences and Engeneering – From Fundamentals to Complex Pattern Recognition*, **Auerbach Publications**, 2006.

SLIM, C. Forecasting the Volatility of Stock Index Returns: A Stochastic Neural Network Approach, *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 3045, 2004.

WAH, B. W.; QIAN, M-L. Constrained Formulations and Algorithms for Predicting Stock Prices by Recurrent FIR Neural Networks, *International Journal of Information Technology & Decision Making*, Vol. 5, No. 4, 2006.

WILMOTT, P. *Paul Wilmott On Quantitative Finance*, **John Wiley & Sons Ltd**, Second Edition, 2006.

ZAPART, C. A. Beyond Black and Scholes: A Neural Networks-based Approach to options pricing. *International Journal of Theoretical an Applied Finance*. Vol 6, 2003.

ZHANG, G.; HU, M. Y.; PATUWO, B. E.; INDRO, D. C. Artificial neural networks in bankruptcy prediction: General framework and cross-validation analysis. *European Journal of Operational Research*, Vol. 116, 1999.