

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

LUÍS FELIPE MOREIRA

CONTROLE FUZZY UTILIZANDO A LINGUAGEM PYTHON PARA  
BICICLETAS ELÉTRICAS E MOTORIZADAS

São Carlos

2021

---



LUÍS FELIPE MOREIRA

CONTROLE FUZZY UTILIZANDO A LINGUAGEM PYTHON PARA  
BICICLETAS ELÉTRICAS E MOTORIZADAS

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dra. Maíra Martins da Silva

VERSÃO CORRIGIDA

São Carlos  
2021

---

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da  
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

M835c Moreira, Luís Felipe  
Controle fuzzy utilizando a linguagem python para  
bicicleta elétrica e motorizada / Luís Felipe Moreira;  
orientadora Maíra Martins da Silva. São Carlos, 2021.

Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) --  
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de  
São Paulo, 2021.

1. Sistemas de Controle. 2. Python. 3. Lógica  
Fuzzy. 4. Controle Fuzzy. 5. Bicicleta elétrica. 6.  
Controle PID. 7. Controle Difuso. 8. motores brushless.  
I. Título.

## FOLHA DE AVALIAÇÃO

**Candidato:** Luís Felipe Moreira

**Título:** CONTROLE FUZZY UTILIZANDO A LINGUAGEM PYTHON PARA UMA BICICLETA ELÉTRICA E MOTORIZADA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Escola de Engenharia de São Carlos da  
Universidade de São Paulo  
Curso de Engenharia Mecânica.

### BANCA EXAMINADORA

Professora Dra. Maíra Martins da Silva (Orientadora)

Nota atribuída: 10,0 (dez \_\_\_\_\_)

Maíra M. da Silva

(assinatura)

Professor Dr. Flávio Donizeti Marques

p/

Maíra M. da Silva

(assinatura)

Dr. Jose Augusto Ignácio da Silva

p/

Maíra M. da Silva

(assinatura)

Nota atribuída: 10,0 (dez \_\_\_\_\_)

Média: 10,0 (dez \_\_\_\_\_)

Resultado: Aprovado

**Data:** 03 / 12 / 2021.

Este trabalho tem condições de ser hospedado no Portal Digital da Biblioteca da EESC

SIM  NÃO  Visto do orientador Maíra M. da Silva

## DEDICATÓRIA

*A minha família, a Universidade de São Paulo e a todos os outros que contribuíram para minha caminhada.*

---

## AGRADECIMENTOS

A Prof. Dra. Maíra Martins da Silva, pelo incentivo e apoio nos momentos de dificuldade e dúvida, e pela liberdade concedida para que pudesse escolher um tema e trabalhar sobre ele.

A Universidade de São Paulo, por ter me possibilitado o acesso à informação por meio de sua instituição, informações essas que são essenciais para a construção do trabalho. Além de fazer parte da minha formação como engenheiro.

A École Centrale de Marseille, por ter me introduzido ao tema deste trabalho, e ter contribuído para a minha formação como engenheiro.

A família Bister e ao padre Rémy, que foram determinantes para a minha formação durante o meu duplo diploma e que tiveram grande influência no meu desenvolvimento.

Aos meus pais e às minhas avós, que foram o alicerce para a minha formação como profissional e como pessoa.

Aos meus colegas Giovani Zago Borges, Raphael Antônio da Silva André e ao meu irmão Luís Gustavo Moreira, que me deram suporte no momento de escrever este trabalho e que auxiliaram diretamente para coleta de dados e com críticas sobre o conteúdo abordado.

A Lilian Lopes de Brito, pelo suporte durante a revisão deste trabalho.

A amiga e professora Selma Hosni e sua irmã Watfa Hosni, que sempre me incentivaram a estudar enquanto jovem e me deram muitas oportunidades para isso.

A todos aqueles que não pude citar o nome, mas que de forma direta contribuíram para que hoje chegassem onde estou. Eles são os porteiros das escolas que frequentei, os cozinheiros das faculdades em que estudei, os responsáveis pela limpeza, os bibliotecários, os motoristas de ônibus, os professores e outros amigos. É graças ao apoio de muitos que hoje sou quem sou e consegui escrever esse trabalho.

---



## RESUMO

**MOREIRA, L. F. Controle Fuzzy Utilizando A Linguagem Python Para Motores Elétricos Brushless.** 2021. 103 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.

Esse trabalho tem como objetivo substituir a necessidade de um acelerador manual para que as bicicletas elétricas possam se adequar a legislação vigente no Brasil. Para se realizar a simulação foi utilizado o ambiente virtual “Jupyter Notebook” usando a linguagem Python 3 e com as ferramentas para lógica fuzzy da biblioteca SIMPFUL. Com esse embasamento teórico, é realizada a simulação para 3 tipos de trajetos comparando o sistema fuzzy ao sistema PID e a um sistema fuzzy discretizado que pode ser implementado em microcontroladores. Os trajetos são: trajeto com partida de 0 até inclinação de 8 graus, trajeto partindo inclinado de 3 a 8 graus e trajeto com inclinação constante de 2 graus. Foram calculadas as métricas do tempo: overshoot, tempo de subida, tempo de pico, tempo de acomodação e erro de regime. Além de ser realizada uma estimativa da autonomia da bateria em tempo e em distância. O sistema Fuzzy apresentou para os três trajetos comportamentos semelhantes ao sistema PID, porém com um tempo de acomodação maior, mostrando-se um sistema de controle um pouco mais lento, cerca de 8%, o que representa cerca de 600 ms. Porém, para o caso de alterações nas características do sistema, em específico, massa do conjunto, resistência e indutância do motor, o sistema fuzzy conseguiu um desempenho melhor do que o PID, diminuindo as suas métricas no tempo como tempo de acomodação e overshoot, além de aumentar a autonomia da bateria. Esses resultados se mantiveram para o caso do sistema fuzzy discreto. Mostrando que, mesmo com limitações quanto a velocidade de resposta, a simplicidade de implementação e a robustez de um sistema fuzzy são adequadas para o controle de velocidade de sistemas complexos como o de uma bicicleta elétrica.

Palavras-chave: Sistemas de controle. Python. Lógica Fuzzy. Lógica difusa, Controle difuso, Controle Fuzzy, Controle PID, Bicicleta elétrica, Motores brushless

---

---

## ABSTRACT

**MOREIRA, L. F. Fuzzy Control Using Python Language For Brushless Electric Motors.**  
2021. 198 f. Monografia (Completion of course work) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.

This work aims to replace the need for a manual accelerator so that electric bicycles can adapt to the current legislation in Brazil. To carry out the simulation, the “Jupyter Notebook” virtual environment was used, using the Python 3 language and the tools for fuzzy logic from the SIMPFUL library. With this theoretical foundation, a simulation is performed for 3 types of paths, comparing the fuzzy system to the PID system and to a fuzzy system in a discrete domain that can be implemented in microcontrollers. The paths are: path starting from 0 to an incline of 8 degrees, path starting with an incline of 3 to 8 degrees and path with a constant incline of 2 degrees. Time metrics were calculated: overshoot, rise time, peak time, settling time and steady-state error. In addition to being carried out an estimate of the battery's autonomy in time and distance. The Fuzzy system presented behaviors similar to the PID system for the three paths, but with a longer settling time, showing it as a slightly slower control system, around 8%, which represents around 600 ms. However, in the case of changes in system characteristics, specifically, mass of the system, resistance and motor inductance, the fuzzy system achieved a better performance than the PID, decreasing its time metrics such as settling time and overshoot, in addition to increasing battery's autonomy. These results were maintained for the case of the discrete fuzzy system. Showing that, even with limitations in response speed, the simplicity of implementation and the robustness of a fuzzy system are adequate for the speed control of complex systems such as an electric bicycle.

Keywords: Control systems. Python. Fuzzy-Logic. Fuzzy Logic, Fuzzy Control, Fuzzy Control, PID Control, Electric Bike, Brushless Motors

---



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Gráfico da quantidade de emissões em equivalente carbono (toneladas) por atividade no estado de São Paulo.....	21
Figura 2 – Gráfico População residente por situação domiciliar (urbana/rural) ( Unidade: pessoas ).....	23
Figura 3 – Interesse pelo termo “Sistema de Controle difuso” no Brasil ao longo de 1 ano. ....	25
Figura 4 – Interesse pelo termo “Sistema de Controle difuso” no Brasil ao longo de 1 ano por região.....	25
Figura 5 – Interesse pelo termo “Fuzzy Control” no brasil ao longo de 1 ano por região....	26
Figura 6 – Interesse pelo termo “Fuzzy Control” no mundo ao longo de 1 ano por região...26	26
Figura 7 – Fluxograma do conteúdo do trabalho de conclusão de curso.....	27
Figura 8 – Representação geral de um sistema de controle.....	28
Figura 9 – Representação da resposta transitória e de estado estacionário.....	30
Figura 10 – Configuração de um sistema de controle geral com feedback unitário.....	36
Figura 11 – Tabela de relação entre tipo de sistema, entrada e erro de regime estacionário..36	36
Figura 12 – Margens de ganho (GM) e de fase( $\Phi$ M) no diagrama de Bode .....	38
Figura 13 – Margens de ganho (GM) e de fase( $\Phi$ M) no diagrama de Nyquist.....	39
Figura 14 – Exemplo de funcionamento da lógica fuzzy.....	40
Figura 15 – Funções de pertinência para a qualidade da comida.....	46
Figura 16 – Funções de pertinência para o serviço.....	47
Figura 17 – Funções de pertinência para a gorjeta.....	47
Figura 18 – Resultado da aplicação das regras para as entradas no grupo qualidade_Comida.....	48
Figura 19 – Resultado da aplicação das regras para as entradas no grupo servico.....	48
Figura 20 – Áreas usadas no cálculo da centróide para a defuzzificação.....	49
Figura 21 – Sistema de controle fuzzy em diagrama de blocos.....	50
Figura 22 – Fluxograma da classificação de uma bicicleta elétrica pelo código de trânsito Brasileiro.....	54
Figura 23 – Fita métrica utilizada para medições das dimensões da bicicleta.....	63
Figura 24 – Dimensão do aro da bicicleta utilizada na simulação.....	64

Figura 25 – Dimensão do pneu da bicicleta utilizada na simulação.....	64
Figura 26 – Dimensões da roda da bicicleta utilizada na simulação.....	65
Figura 27 – Vista lateral do protótipo de bicicleta BUE (Bicicleta Urbana Elétrica).....	65
Figura 28 - Vista em perspectiva do motor frontal brushless HUBmotor.....	66
Figura 29 – Controlador Externo de velocidade(ESC) para 36V.....	67
Figura 30 – Bateria de polímero de lítio à base de grafeno, do tipo 6s(seis células).....	68
Figura 31 – Esquema de montagem dos elementos de controle.....	70
Figura 32 – Gráfico da função de pertinência para classe Erro da velocidade.....	73
Figura 33 – Gráfico da função de pertinência para classe Aceleração.....	74
Figura 34 – Gráfico da função de pertinência para classe Variacao_Tensao.....	74
Figura 35 – Gráfico da resposta do sistema com controlador PID para o trajeto 1.....	78
Figura 36 – Gráfico da resposta do sistema com controlador PID para o trajeto 2.....	79
Figura 37 – Gráfico da resposta do sistema com controlador PID para o trajeto 3.....	79
Figura 38 – Gráfico da resposta do sistema com controlador Fuzzy para o trajeto 1.....	80
Figura 39 – Gráfico da resposta do sistema com controlador Fuzzy para o trajeto 2.....	81
Figura 40 – Gráfico da resposta do sistema com controlador Fuzzy para o trajeto 3.....	81
Figura 41 – Comparação das métricas de controle no tempo entre os controladores no trajeto 1.....	82
Figura 42 – Comparação das métricas de controle no tempo entre os controladores no trajeto 2.....	83
Figura 43 – Comparação das métricas de controle no tempo entre os controladores no trajeto 3.....	84
Figura 44 – Comparação do consumo da bateria do sistema usando um dos controladores no trajeto 1.....	86
Figura 45 – Comparação do consumo da bateria do sistema usando um dos controladores no trajeto 2.....	87
Figura 46 – Comparação do consumo da bateria do sistema usando um dos controladores no trajeto 3.....	88
Figura 47 – Espaço de controle com as respostas do controlador Fuzzy.....	89
Figura 48 – Resposta do sistema para o controlador Fuzzy em espaço discreto.....	89
Figura 49 – Efeito da discretização sobre a resposta do sistema.....	90
Figura 50 – Comparação das métricas de controle no tempo usando um dos três controladores no trajeto 3.....	90

Figura 51 – Comparaçāo do consumo da bateria do sistema usando um dos trēs controladores no trajeto 3.....	91
Figura 52 – Gráfico comparando resposta do sistema com controlador Fuzzy e PID para o trajeto 3.....	92
Figura 53 – Gráfico comparando resposta do sistema com controlador Fuzzy e PID para o trajeto 3 com $La = 0,3\text{ H}$ .....	92
Figura 54 – Comparaçāo do consumo da bateria do sistema modificado usando um dos controladores no trajeto 3.....	93
Figura 55 – Comparaçāo das métricas de controle no tempo entre os controladores no trajeto 3 do sistema modificado.....	94

---



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características dimensionais da bicicleta.....	65
Tabela 2 – Características do motor.....	66
Tabela 3 – Características do controlador de rotação do motor.....	67
Tabela 4 – Características da bateria de alimentação.....	68
Tabela 5 – Características do ciclista e da carga de transporte.....	69
Tabela 6 – Massa e preço dos componentes do sistema bicicleta urbana elétrica .....	69
Tabela 7 – Valores das constantes adotadas para a simulação.....	77
Tabela 8 – Métricas de controle para o trajeto 1 com os controladores PID e Fuzzy.....	82
Tabela 9 – Métricas de controle para o trajeto 2 com os controladores PID e Fuzzy.....	83
Tabela 10 – Métricas de controle para o trajeto 3 com os controladores PID e Fuzzy.....	84
Tabela 11 – Consumo da bateria para o trajeto 1 com os controladores PID e Fuzzy.....	85
Tabela 12 – Consumo da bateria para o trajeto 2 com os controladores PID e Fuzzy.....	86
Tabela 13 – Consumo da bateria para o trajeto 3 com os controladores PID e Fuzzy.....	87
Tabela 14 – Métricas de controle para o trajeto 3 com os controladores Fuzzy discreto, PID e Fuzzy.....	90
Tabela 15 – Consumo da bateria para o trajeto 3 com os controladores Fuzzy discreto, PID e Fuzzy.....	91
Tabela 16 – Consumo da bateria para o trajeto 1 com os controladores PID e Fuzzy.....	93
Tabela 17 – Métricas de controle para o trajeto 3 com os controladores PID e Fuzzy e sistema modificado.....	94

---



# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>21</b>
1.1 Questão Ambiental	22
1.2 Questão Social	23
1.3 Questão Econômica	24
1.4 Questão Tecnológica	25
1.6 Organização do trabalho	27
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>29</b>
2.1 Controle de Sistemas	29
2.1.1 - Tempos da resposta transiente	33
2.1.2 - Tempo de subida	33
2.1.3 - Tempo de pico	33
2.1.4 - Tempo de acomodação	34
2.1.5 - Overshoot	34
2.1.6 - Estabilidade	34
2.1.7 - Erro de regime	35
2.1.8 - Sensitividade	37
2.2 Lógica Fuzzy - Lógica difusa	41
2.2.1 - Histórico	41
2.2.2 - A lógica fuzzy	41
2.2.2.1 - Operadores lógicos fuzzy	43
2.2.2.2 - Conectivos fuzzy	43
2.2.2.3 - Regras de base SE - ENTÃO (IF - THEN)	44
2.2.2.4 - Técnicas de Inferência	45
2.2.2.5 - Métodos de defuzzificação	46
2.2.3 - O sistema de controle fuzzy	50
2.2.3.1 - Hipóteses para o controle	51
2.2.3.2 - Etapas do processo de projeto do controlador	51
2.2.4 - O controle fuzzy em Python	52
2.2.4.1 - Descrição da biblioteca SIMPFUL	53
2.3 O código de trânsito brasileiro	54
2.4 - O modelo matemático da bicicleta elétrica	57
2.4.1 A propulsão humana	57
2.4.2 O motor elétrico	60
2.4.3 A dinâmica da bicicleta	61
<b>3 MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>64</b>
3.1 Características do sistema a ser estudado	64
3.2 Condições de aplicação	71
3.3 Restrições adotadas	72

<b>3.4 O controle fuzzy</b>	<b>73</b>
3.4.1 Identificação das variáveis de entrada, saída e de estado	73
3.4.2 Configuração das classes ou subgrupos fuzzy	73
3.4.3 Obtenção da função indicadora (função de pertinência)	74
3.4.4 Configuração das regras de base IF-THEN	76
3.4.5 Normalização e fatores de escala	77
3.4.6 Fuzzificação	77
3.4.7 Identificação da saída	77
3.4.8 Defuzzificação	77
<b>3.5 Simulação e Aplicação</b>	<b>77</b>
3.5.1 Código de controle fuzzy em Python	77
3.5.2 Equações do modelo e dados utilizados	77
3.5.3 Código completo da simulação	78
<b>4 RESULTADOS</b>	<b>78</b>
4.1 - Resultados do controlador PID	79
4.2 - Resultados do controlador Fuzzy	81
Figura 40 - Gráfico da resposta do sistema com controlador Fuzzy para o trajeto 3	82
4.3 - Métricas de controle	83
4.4- Consumo de energia	86
4.5 - Controlador Fuzzy no espaço discreto	89
4.5.1 - Métricas de controle	91
4.5.2 - Consumo de energia	92
4.6 - Comparação entre os Controladores	93
<b>5 CONCLUSÃO</b>	<b>95</b>
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>98</b>
<b>ANEXO A – Tabela com os dados do motor fornecidos pelo fabricante</b>	<b>102</b>

---



## 1 INTRODUÇÃO

O mundo do século XXI vive um momento singular: A busca por alternativas viáveis para os problemas relacionados às tecnologias não sustentáveis. Tecnologias que ao longo prazo irão acabar por impedir o seu próprio uso e, possivelmente, colocar em risco a existência dos sistemas naturais da terra.

Um desses problemas está relacionado aos meios de transporte que utilizam a combustão interna de combustíveis fósseis. Problemas esses que se tornam mais evidentes em centros urbanos (grandes ou pequenos). Eles são, por exemplo:

- Poluição do ar atmosférico da cidade;
- Poluição sonora do ambiente urbano;
- Dificuldades de locomoção devido ao espaço ocupado por esses meios de transporte;
- Impactos financeiros provocados pelos gastos com manutenção e impostos sobre esses meios de transporte.

Como apontado pelo professor Paulo Saldiva, “um em cada dez infartos na capital paulista está ligado à poluição do ar”. Mostrando que a poluição afeta diretamente a saúde humana.

Dessa forma, uma solução apontada para as cidades por cientistas e engenheiros é a adoção do sistema de bicicletas assistidas eletricamente (LIMA, 2019). Esse sistema não será o único que irá solucionar os problemas citados acima, porém irá fazer parte do quadro geral da solução. Tais bicicletas assistidas irão necessitar de um sistema de controle para que ela seja capaz de apresentar um resultado que seja o mais eficiente possível dentro de uma margem de erro aceitável.

Assim, esse trabalho visa estudar a criação e implementação de um sistema de controle para os motores elétricos usados em bicicletas assistidas. O sistema de controle será baseado na lógica Fuzzy implementada de forma aberta usando a linguagem Python. Podendo ser posteriormente exportada para microcontroladores. Para que assim, o sistema permita que o próprio usuário (caso ele queira) possa promover mudanças em seu veículo por meio do sistema de controle. Essa técnica também visa facilitar e baratear a atualização do sistema de controle.

De uma forma geral o objetivo técnico desse trabalho é verificar se o controle desenvolvido em Python usando fuzzy-logic é mais ou tão eficiente quanto um sistema PID no consumo de energia da bateria, uma vez que o sistema baseado em fuzzy-logic (lógica

difusa) não depende das características do modelo, o que pode baratear o processo de desenvolvimento do sistema de controle.

## 1.1 Questão Ambiental

“A convivência dos seres vivos, em especial a do homem, com a poluição do ar tem trazido consequências sérias para a saúde.” (BRAGA *et al* 2001)

Problemas como a poluição do ar e sonora nas cidades podem provocar inúmeros problemas de saúde.

A poluição pode ter diversas origens, em específico para o estado de São Paulo a poluição medida em equivalente de carbono (CO<sub>2</sub> GWP AR5) tem como principal fonte a atividade de transportes (transporte de passageiros, transporte de carga, transportes e produção de combustíveis). Como podemos ver na Fig. 1 elaborada pelo SEEG Brasil.

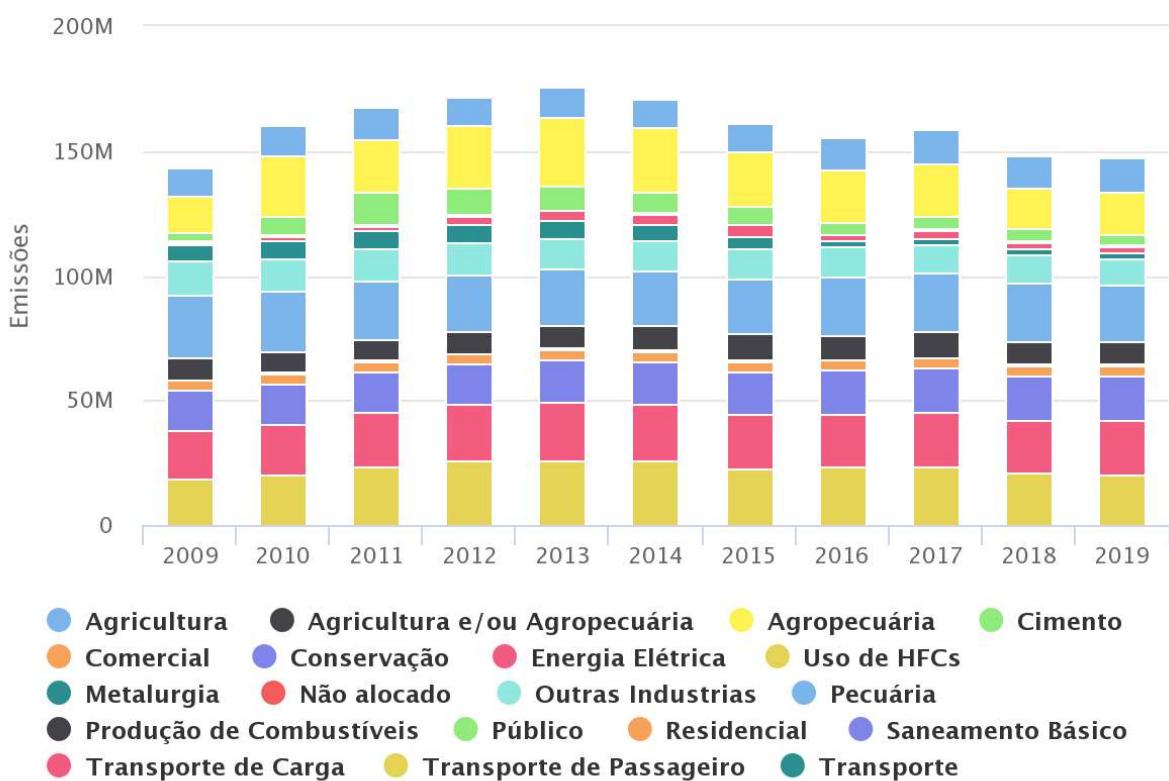


Figura 1 - Gráfico da quantidade de emissões em equivalente carbono (toneladas) por atividade no estado de São Paulo

Fonte : SEEG BRASIL

Outro ponto analisado é a relação entre poluição e problemas de saúde, mais especificamente doenças respiratórias e cardiovasculares, que foram estudadas ao longo das últimas décadas do século XXI. Um estudo feito em 2016 na região metropolitana de São Paulo conclui que

[...]o risco de adoecimento devido à poluição do ar no conjunto de municípios da Região Metropolitana de São Paulo. As estimativas globais do efeito da exposição à poluição na região indicaram associações somente com as doenças respiratórias. Apenas São Paulo e de São Bernardo do Campo mostraram associação entre os níveis de PM10 e as internações por doenças cardiovasculares. (GOUVEIA; CORRALLO; PONCE DE LEON, 2017, p.1)

Em outro estudo de 2015 foi feita uma projeção das internações entre 2012 e 2030 provocadas pela poluição atmosférica. Internações essas que podem em parte serem evitadas por meio da adoção de novas tecnologias que diminuam a produção de agentes poluidores.

A magnitude dos resultados aponta para a necessidade de implementação de medidas mais rigorosas para o controle da poluição do ar, formas alternativas de energia limpa de transporte, entre outras ações, como forma de reduzir os danos à saúde da população e os gastos governamentais. (RODRIGUES; VORMITTAG; CAVALCANTE, 2015, p.1)

Desse modo, a poluição do meio ambiente nas cidades é um problema sério que deve ser abordado de maneira que soluções viáveis possam ser implantadas. Assim, uma dessas soluções será a mudança na forma como nos locomovemos nas cidades. Uma nova forma de realizar o transporte é por meio das bicicletas assistidas eletricamente. Essas bicicletas irão precisar de um sistema de controle robusto o suficiente para ser capaz de lidar com as adversidades urbanas e manter o nível de consumo da bateria sempre o menor possível. Mais detalhes sobre o processo adotado serão feitos no capítulo de “Materiais e Métodos”.

## 1.2 Questão Social

De acordo com o último censo IBGE de 2010 cerca de mais de 95% da população do estado de São Paulo vive na zona urbana. Como nos mostra a Fig. 2.

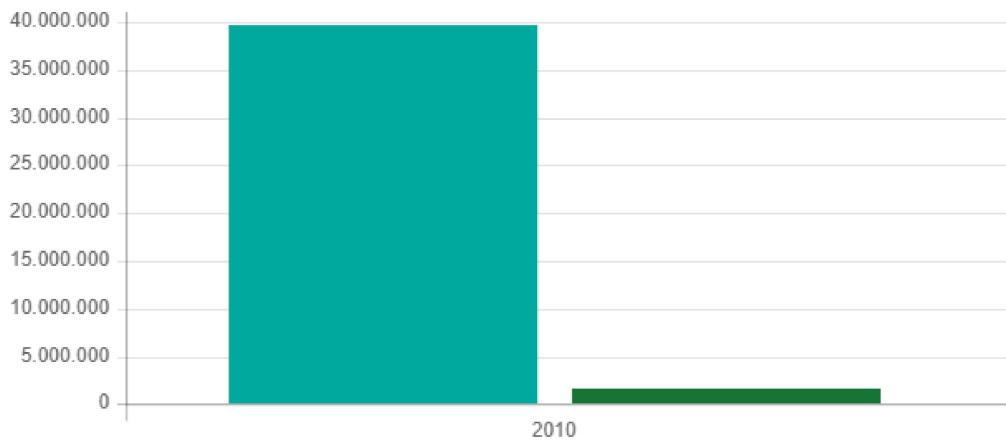


Figura 2 - Gráfico População residente por situação domiciliar (urbana/rural) (Unidade: pessoas)

Fonte: IBGE - <https://cidades.ibge.gov.br/brasil/sp/panorama>

Dessa forma, buscar soluções para as cidades deve ser uma das prioridades no momento atual. Tais como, buscar soluções que diminuam os desconfortos e melhorem a convivência social no espaço urbano.

O sistema de controle que será desenvolvido ao longo deste trabalho irá fazer com que o veículo “Bicicleta assistida eletricamente” se encaixe como tal perante o código de trânsito. Permitindo assim que sejam evitados gastos com impostos obrigatórios e demais regularizações existentes para os veículos à combustão ou totalmente elétricos e inexistentes para as bicicletas.

### 1.3 Questão Econômica

O ponto de vista econômico constitui um dos principais fatores para o projeto do sistema de controle para o motor brushless. Pois ele será desenvolvido visando sempre a maior acessibilidade para o usuário. Com isso, serão adotados estratégias para escolha da linguagem de programação, controladores e sensores que permitam que o sistema de controle seja o mais eficiente e adaptável possível com o menor custo. Dessa forma, o cidadão que usa a tecnologia que utiliza o sistema controle irá aproveitar de um veículo com comportamento similar ao de uma motocicleta, porém com gastos anuais semelhantes ao de uma bicicleta.

Apenas a título de exemplo, serão comparados os gastos diários entre uma moto 150 cc e uma bicicleta elétrica. Esses gastos são apenas estimados e incluem:

- Gastos com combustível: Eletricidade ou combustível fóssil;
- Gastos com impostos e documentação;

- Gastos com manutenção (valor de segurança para gastos não previstos de 253 reais anuais para ambos os veículos).

As condições para a comparação serão:

- Distância diária de 15 km;
- Autonomia da bicicleta elétrica de 15 km;
- Número de 253 dias úteis de 2021.

As condições da moto combustão são:

Moto honda NXR BROS 150cc

- Consumo: 30 km/l e gasolina a R\$ 7,00/l e 15 km por 253 dias tem-se R\$ 885,5 por ano;
- Impostos: R\$ 112,00 (IPVA NXR150 BROS ESD ano 2011 em Minas Gerais) + R\$ 98,91 (Taxa de licenciamento) + R\$ 53,00 (Taxa de renovação CNH e exame médico a cada cinco anos - Detran Minas Gerais) = R\$ 264,00 anuais com impostos;
- manutenção: R\$ 253,00 anuais.

Gasto total por ano: R\$ 1372,50.

As condições da bicicleta assistida eletricamente são:

Bicicleta Urbana Eletrica (BUE)

- Consumo: Carga completa de 5Ah, 36V, por 253 dias a R\$ 1,00 kWh tem-se: 45,54 kWh por ano então R\$ 45,54 por ano;
- Impostos: 0;
- manutenção: R\$ 253,00 + R\$ 500,00 (troca da bateria a cada 3 anos).

Gasto total por ano: R\$ 800,00.

## 1.4 Questão Tecnológica

O controle de sistemas serve para que possamos garantir que ele tenha um certo resultado dentro de uma margem de erro conhecida. Assim, o desenvolvimento de técnicas que sejam ao mesmo tempo robustas e eficientes é de grande importância para o bom funcionamento do sistema. Porém, a identificação e a modelização dos sistemas dinâmicos

nem sempre é fácil ou trivial. Dependendo muito das hipóteses simplificadoras para descrever o sistema real, ou dos parâmetros específicos do sistema real caso seja usado algum método numérico.

Nesse sentido, uma alternativa a utilização somente do sistema PID é a utilização de um controle fuzzy, ou mesmo um controle fuzzy junto a um controle PID. Essa técnica de controle não necessita de uma modelização do sistema real para a implementação do controle. Ela necessita, entretanto, da experiência do operador do sistema para que assim, as regras de controle possam ser escritas e com isso o controle criado. Mais sobre técnicas de controle e controle fuzzy estão no capítulo Revisão bibliográfica.

Utilizando a ferramenta Google Trends vemos que o número de pesquisas pelas palavras: Fuzzy, controle fuzzy, lógica fuzzy no Brasil é ainda pequeno. Porém, essa tecnologia de controle já é usada em outros países como a China com um crescente interesse.

Em específico o interesse para o termo de pesquisa: “Sistema de Controle difuso”

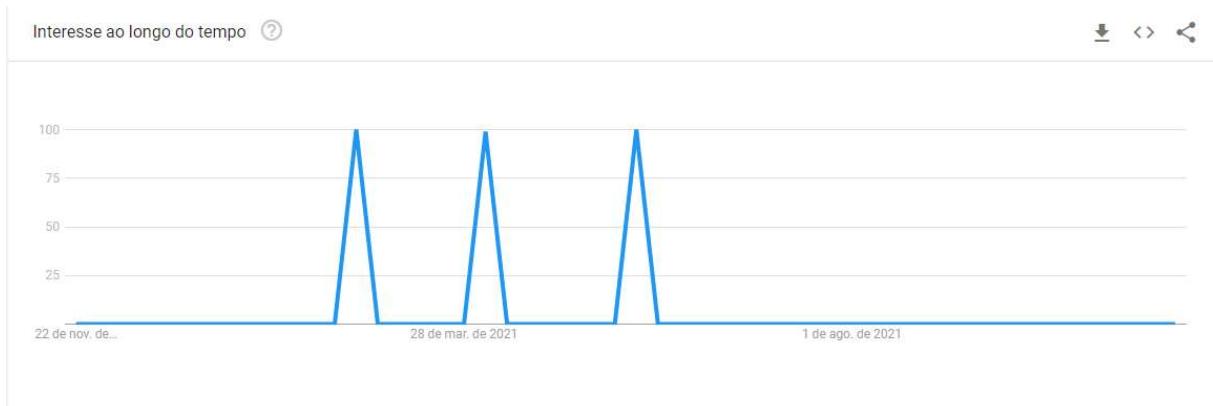


Figura 3 - Interesse pelo termo “Sistema de Controle difuso” no Brasil ao longo de 1 ano

Fonte: <https://trends.google.com.br/trends/?geo=BR>



Figura 4 - Interesse pelo termo “Sistema de Controle difuso” no Brasil ao longo de 1 ano por região

Fonte: <https://trends.google.com.br/trends/?geo=BR>

Agora, comparando com os dados de pesquisa mundiais por “fuzzy control”

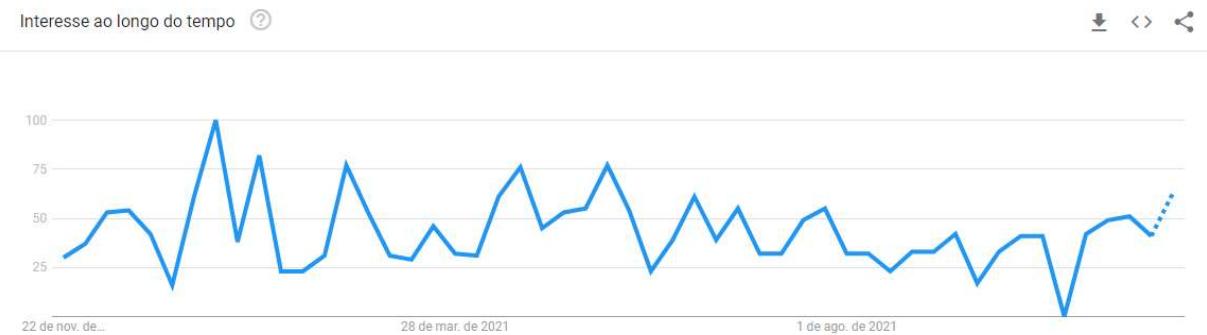


Figura 5 - Interesse pelo termo “Fuzzy Control” no Brasil ao longo de 1 ano por região

Fonte: <https://trends.google.com.br/trends/?geo=BR>



Figura 6 - Interesse pelo termo “Fuzzy Control” no mundo ao longo de 1 ano por região

Fonte: <https://trends.google.com.br/trends/?geo=BR>

## 1.6 Organização do trabalho

O trabalho irá abordar os seguintes temas:

- Construção de um sistema de controle de malha fechada;
- Criação de um sistema de controle Fuzzy usando a linguagem Python;
- Comparação do sistema com um sistema clássico PID;
- Limitações e possíveis estudos que podem melhorar o sistema proposto.

Os temas serão abordados nessa ordem distribuídos no conteúdo do trabalho através dos capítulos. O capítulo Revisão bibliográfica tem como objetivo preparar a base teórica que será usada no capítulo Materiais e métodos e discutida nos capítulos Resultados e Conclusão.

O fluxograma da Fig. 7 mostra como o trabalho está organizado e sobre o que cada capítulo irá abordar.

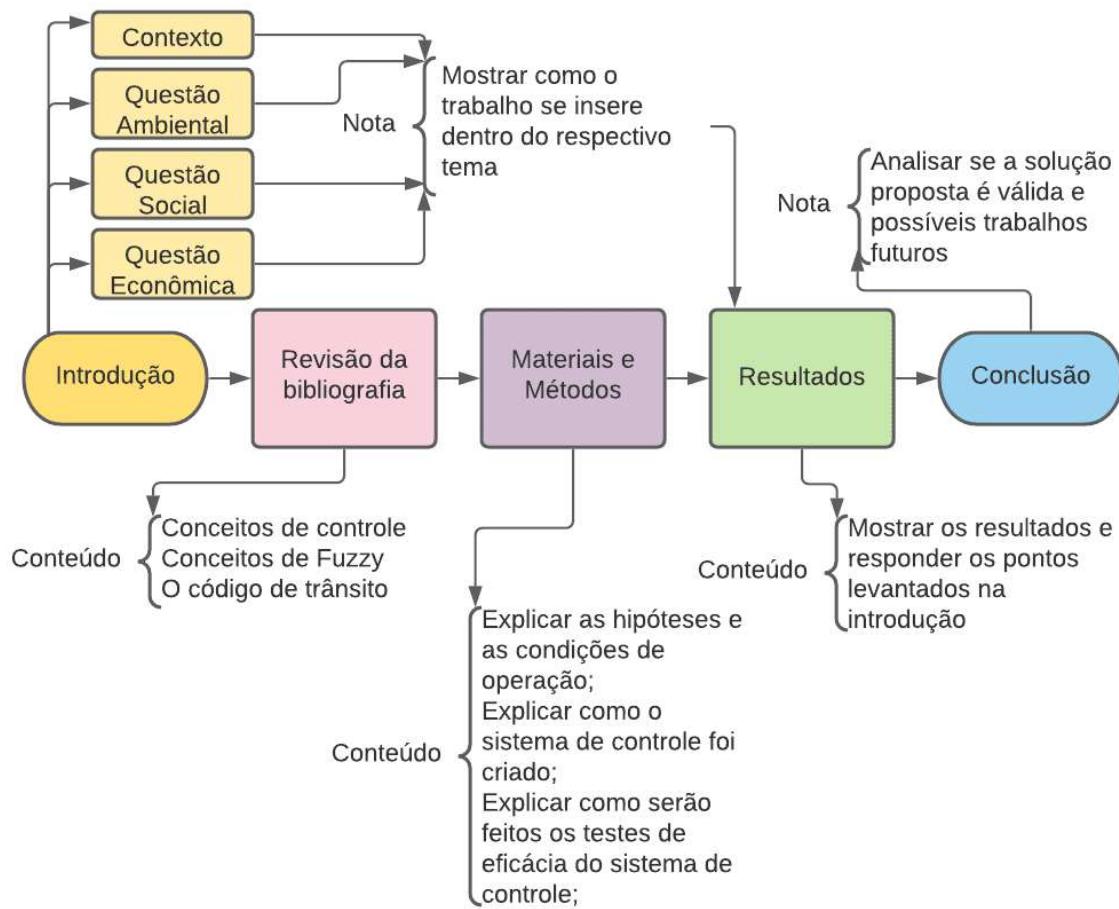


Figura 7 - Fluxograma do conteúdo do trabalho de conclusão de curso

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Controle de Sistemas

Primeiramente serão definidos alguns tópicos importantes para a compreensão das discussões feitas neste trabalho.

**Sistemas dinâmicos e três possíveis representações:** Um sistema dinâmico pode ser definido como “uma função que descreve a dependência no tempo de um ponto em um espaço determinado”. O tema dos sistemas dinâmicos é bastante extenso e o trabalho irá focar em sistemas físicos. O sistema dinâmico pode ser representado por meio de um sistema de equações diferenciais, função transferência e diagrama de blocos ou por equações de estado na forma matricial caso seja linear. Para a explicação dos conceitos de controle que serão utilizados nas análises do sistema de controle Fuzzy, será utilizada a representação por diagrama de blocos para ilustrar um sistema dinâmico e seus componentes.

O controle de um sistema dinâmico, se ele for controlável, pode ser feito por diversas técnicas dependendo do comportamento e das características do sistema. Realiza-se o controle de um sistema para obter-se um resultado desejado com uma performance desejada para uma dada entrada (NISE, 2011, p.2). No caso deste trabalho será utilizado o controle por meio do “FeedBack Negativo”, ou seja, o controlador irá receber como entrada o erro que é a diferença entre o sinal de entrada a ser seguido e a leitura dos sensores que descrevem o sistema real.

Dessa forma, a Fig. 8 representa um sistema dinâmico com feedback negativo e seus principais componentes no domínio da frequência.

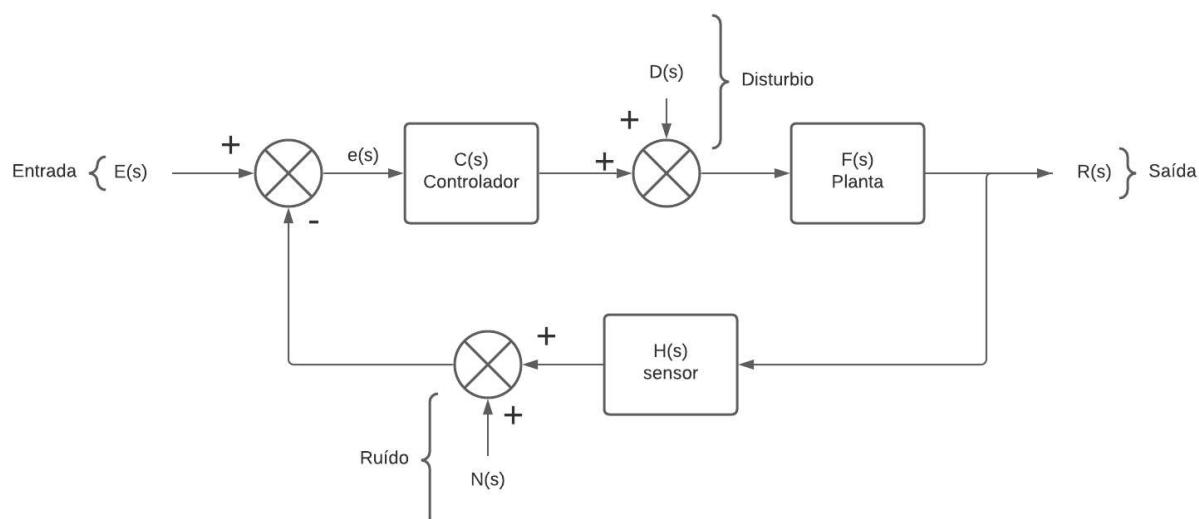


Figura 8 - Representação geral de um sistema de controle

Na figura 8 pode-se definir:

**Entrada - E(s):** Pode ser entendida como o estímulo, a resposta desejada, o sinal de entrada, uma grandeza que pode ser medida usando-se o sistema internacional de medidas. (NISE, 2011, p.2)

**Saída - R(s):** Resposta, resposta real do sistema, variável de controle.

**Controlador - C(s):** Sistema dinâmico que fornece uma entrada para a planta, fazendo com que ela alcance a resposta desejada seguindo critérios de desempenho e estabilidade. A entrada é fornecida baseando-se no erro.

**Planta - F(s):** “Qualquer objeto físico a ser controlado” cuja “finalidade é desempenhar uma determinada operação”. (OGATA, 2011, p.2)

**Sensor - H(s):** “diz-se de ou dispositivo que responde a estímulos físicos (calorífico, luminoso, sonoro, pressional, magnético, motor, etc.) e transmite um impulso (mensurável ou operante) correspondente”. (Dicionário OXFORD). Esse impulso é lido e interpretado por um transdutor, que é “um dispositivo que converte um sinal de uma forma física para um sinal correspondente de outra forma física. Portanto, também se trata de um conversor de energia”. (BALBINOT; BRUSAMARELLO, 2010, p.10)

**Distúrbio - D(s):** “Um distúrbio ou perturbação é caracterizado por um sinal que tende a afetar de modo adverso o valor da variável de saída de um sistema”. (OGATA, 2011, p.2)

**Ruído - R(s):** “O ruído é um sinal interferente de natureza aleatória que provoca a degradação de sinal durante seu processamento”.

Com esses conceitos e definições é possível definir:

**Malha fechada:** Um sistema é classificado como malha fechada, ou sistema com controle de feedback, quando é capaz de receber como entrada a medida da variável de controle (saída), do sinal de referência e realizar a correção para que a planta tenha uma saída de acordo com a entrada (NISE, 2011, p.9). Como exemplo, tem-se a imagem da Fig.8 para representar um sistema de malha fechada.

**Critérios de Desempenho:** A figura 9 ilustra a resposta de um sistema para uma dada entrada (exemplo de um elevador). Nessa imagem tem-se um gráfico do sinal de saída em que pode-se destacar duas regiões importantes para o desempenho de um sistema: Resposta transitória e a resposta do estado estacionário. (NISE, 2011, p.2)

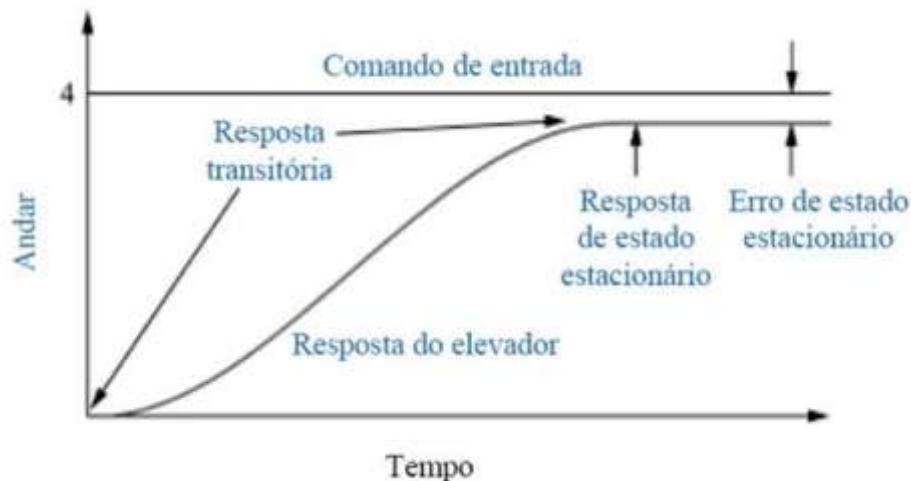


Figura 9 - Representação da resposta transitória e de estado estacionário

fonte: Nise, 2011, p.2

De acordo com Nise, podem-se elencar os seguintes critérios durante o projeto de um sistema de controle e com eles medir o seu desempenho: (NISE, 2011, p.10)

- Produzir a resposta transiente desejada;
- Reduzir o erro de regime;
- Alcançar a estabilidade;
- Levar em consideração o custo para produção do sistema de controle;
- Levar em consideração a sensitividade (para mudança dos parâmetros).

Porém, o papel de um engenheiro é de, também, realizar a “tradução” entre os critérios que serão “medidos” pelo usuário para as métricas de projeto de um sistema de controle. Pode-se descrever esses critérios como “métricas do usuário” ou atributos. Elas serão as métricas qualitativas do projeto, são elas que serão “medidas” (sentidas) pelo consumidor final. As métricas do usuário são:

- Tempo de resposta;
- Duração da bateria;
- Conforto;
- Robustez;
- Custo.

Fazendo a tradução para as métricas do controle:

- Tempo de resposta ~ Tempo da resposta transiente;
- Duração da bateria ~ Erro de regime;
- Conforto ~ Estabilidade;
- Robustez ~ sensitividade;
- Custo ~ Simplicidade do sistema e dos componentes eletrônicos usados.

Também é importante definirmos brevemente o equacionamento geral de sistemas de “primeira ordem” (derivada de maior ordem na representação por sistemas de equações diferenciais é de ordem 1) e de “segunda ordem” (derivada de maior ordem na representação por sistemas de equações diferenciais é de ordem 2).

#### **Sistemas de primeira ordem:**

São representados pela seguinte função transferência  $G_1(s)$  no domínio de Laplace:

$$G_1(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (1)$$

Onde:

$K$  = Ganho do sistema;

$\tau = 1/a$  = Constante de tempo do sistema.

#### **Sistemas de segunda ordem:**

São representados pela seguinte função transferência  $G_2(s)$  no domínio de Laplace:

$$G_2(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2)$$

Onde:

$\omega_n$  = Frequência natural do sistema. É a frequência de oscilação do sistema sem amortecimento.

$\zeta$  = Fator de amortecimento do sistema. Descreve o amortecimento do sistema, é a razão entre a frequência de decaimento exponencial e a frequência natural em rad/s. Um sistema de segunda ordem pode ser classificado em três categorias

- Subamortecido:  $0 < \zeta < 1$
- Criticamente amortecido:  $\zeta = 1$
- Superamortecido:  $\zeta > 1$

### 2.1.1 - Tempos da resposta transiente

Para caracterizar o “tempo de resposta” do sistema serão utilizados os conceitos de tempo de subida, tempo de pico, tempo de acomodação e overshoot. Essas métricas podem ser medidas empiricamente, algumas calculadas analiticamente e assim, podem ser utilizadas para comparar o quanto rápido um sistema de controle irá responder a uma dada entrada.

### 2.1.2 - Tempo de subida

**Definição:** Tempo de subida é o tempo para a resposta do sistema ir de 0,1 a 0,9 do valor da resposta final (NISE, 2011).

#### Para sistemas de primeira ordem

Para sistemas de primeira ordem o tempo de subida é definido a partir da constante de tempo. Se usarmos as equações diferenciais pode-se encontrar uma expressão analítica para calcular o tempo de subida:

$$Tr = \frac{2,2}{a} \quad (3)$$

#### Para sistemas de segunda ordem

O tempo de subida não pode ser calculado analiticamente por uma equação. Porém, em (NISE, 2011) é proposto a utilização de um método numérico através da solução da resposta do sistema de ordem dois. Usando como variável normalizada  $\omega_n t$  e resolvendo para cada coeficiente de amortecimento até que o sistema tenha a resposta  $c(t) = 0,1$  e em seguida  $c(t) = 0,9$ . A subtração desses dois valores de  $\omega_n t$  para cada  $c(t)$  será  $\omega_n T_r$ .

### 2.1.3 - Tempo de pico

**Definição:** Tempo requerido para a resposta alcançar o primeiro pico. (NISE, 2011, p.178). Para sistemas de segunda ordem pode ser calculado analiticamente como:

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} \quad (4)$$

### 2.1.4 - Tempo de acomodação

**Definição:** Tempo para a resposta do sistema alcançar e permanecer dentro de uma margem de erro de 2% em torno do valor de regime permanente. (NISE, 2011, p.178)

#### Para sistemas de primeira ordem

Fazendo com que a resposta analítica do sistema de equações diferenciais seja  $c(t) = 0,98$  tem-se o resultado seguinte dependente da constante de tempo “a” :

$$T_s = \frac{4}{a} \quad (5)$$

#### Para sistemas de segunda ordem

Para os sistemas de segunda ordem os seus parâmetros são expressos em função da frequência natural  $\omega_n$  e do coeficiente de amortecimento  $\zeta$ . Usando a aproximação proposta por NISE (NISE, 2011, p.181) tem-se:

$$T_s = \frac{4}{\omega_n \xi} \quad (6)$$

Essas três métricas: Tempo de acomodação, tempo de subida e tempo de pico irão determinar a velocidade da resposta do sistema.

### 2.1.5 - Overshoot

**Definição:** Quantidade que a resposta do sistema ultrapassa o valor final de regime da resposta no primeiro tempo em que se atinge um pico. Essa quantidade é expressa em porcentagem em relação ao valor final de regime. (NISE, 2011, p.178). O overshoot pode ser calculado usando-se a frequência natural e o coeficiente de amortecimento como mostra a equação a seguir:

$$\%OS = e^{-(\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2})} \cdot 100 \quad (7)$$

### 2.1.6 - Estabilidade

O conceito de estabilidade será definido para um sistema linear invariante no tempo. Seja a resposta desse sistema,  $c(t)$ , dada como a combinação dos termos de resposta natural (não depende da entrada do sistema) e resposta forçada (depende da entrada do sistema):

$$c(t) = c(t)_{forçada} + c(t)_{natural} \quad (8)$$

Dessa forma, segundo NISE, pode-se definir estabilidade em conceitos como:

- Um sistema é estável quando sua resposta natural tende a zero para o tempo tendendo ao infinito.
- Um sistema é instável quando sua resposta natural tende ao infinito para o tempo tendendo ao infinito.
- Um sistema é marginalmente estável quando a sua resposta natural permanece constante ou oscila para o tempo tendendo ao infinito.
- Um sistema é estável quando para uma entrada limitada a resposta é limitada.
- Um sistema é instável quando para uma entrada limitada a resposta é ilimitada. (NISE, 2011, p.303)

Além disso, existem várias técnicas para “prever” a estabilidade de um sistema usando ferramentas matemáticas para isso. Como, por exemplo, o critério de Routh-Hurwitz. Esse critério pode ser aplicado tanto para o polinômio característico do sistema de malha aberta quanto para a equação característica da matriz de representação de estados. O critério irá determinar quantos pólos o sistema possui em cada lado do plano s, ou seja, quantos polos do lado “direito” (parte real positiva, então instabilidade) e do lado “esquerdo” (parte real negativa, então estabilidade).

### 2.1.7 - Erro de regime

**Definição:** Erro de regime é a diferença entre a entrada e a saída de um sistema para uma dada entrada teste, para o tempo tendendo ao infinito (NISE, 2011, p.340). Os tipos de entrada teste irão determinar qual tipo de erro será analisado.

**Fontes de erro de regime:** Para sistemas em geral a fonte mais comum de erro são as não linearidades que podem estar envolvidas. (NISE, 2011, p.343)

**Tipos de erro:** O erro pode ser calculado usando-se a função transferência de malha fechada e a entrada. Por meio do teorema do valor final, temos que o erro para tempo no infinito será:

$$e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)[1 - T(s)] \quad (9)$$

Sendo:

$e(\infty)$ : Erro de regime;

$e(t)$ : Erro no tempo;

$E(s)$ : Entrada do sistema;

$T(s)$ : Função transferência de malha fechada.

Para calcular o erro em termos da função transferência de malha aberta com feedback unitário é utilizada a seguinte equação:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sE(s)}{1+G(s)} \quad (10)$$

Sendo:

$e(\infty)$ : Erro de regime;

$E(s)$ : Entrada do sistema;

$G(s)$ : Função transferência de malha aberta.

Dessa forma, é possível definir as constantes de erro e os tipos de sistema. Tem-se o erro de regime:

Para entrada tipo degrau unitário:

$$e(\infty) = e_{degrau}(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} \quad (11)$$

Para entrada tipo rampa:

$$e(\infty) = e_{rampa}(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} \quad (12)$$

Para entrada tipo parábola:

$$e(\infty) = e_{parábola}(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)} \quad (13)$$

Com isso, são definidas as constantes:

Constante de posição  $K_p$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \quad (14)$$

Constante de velocidade  $K_v$

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \quad (15)$$

Constante de aceleração  $K_a$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) \quad (16)$$

O tipo de sistema será correspondente a quantidade de integradores  $\frac{1}{s}$  puros na função transferência de  $G(s)$ . Sendo do tipo 0 para nenhum integrador ( $n = 0$ , na figura 10) na função transferência, 1 para um integrador ( $n = 1$ , na figura 10) e 2 para dois integradores ( $n = 2$ , na figura 10).

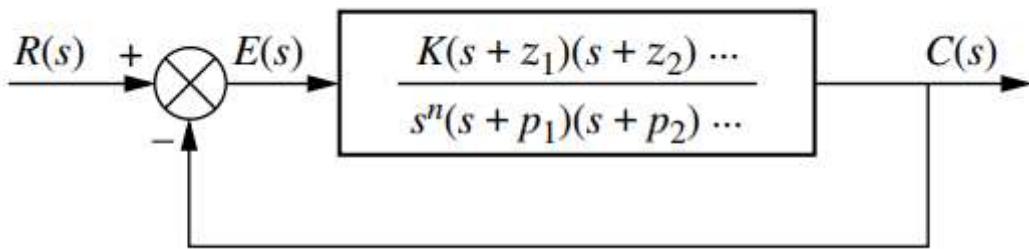


Figura 10 - Configuração de um sistema de controle geral com feedback unitário

Fonte: NISE, 2011, p.353

Com isso, tem-se a seguinte tabela com a relação entre o tipo de entrada, tipo de sistema e qual será o erro de regime.

Entrada	Fórmula do erro de regime	Tipo 0		Tipo 1		Tipo 2	
		Constante de erro	Erro	Constante de erro	Erro	Constante de erro	Erro
Degrau, $u(t)$	$\frac{1}{1 + K_p}$	$K_p = \text{Constante}$	$\frac{1}{1 + K_p}$	$K_p = \infty$	0	$K_p = \infty$	0
Rampa, $tu(t)$	$\frac{1}{K_v}$	$K_v = 0$	$\infty$	$K_v = \text{Constante}$	$\frac{1}{K_v}$	$K_v = \infty$	0
Parábola, $\frac{1}{2}t^2u(t)$	$\frac{1}{K_a}$	$K_a = 0$	$\infty$	$K_a = 0$	$\infty$	$K_a = \text{Constante}$	$\frac{1}{K_a}$

Figura 11 - Tabela de relação entre tipo de sistema, entrada e erro de regime estacionário

Fonte adaptado: NISE, 2011, p.353

### 2.1.8 - Sensitividade

**Definição:** O grau com o qual a função transferência, e consequentemente performance, é afetada pelas mudanças nos parâmetros do sistema é chamado Sensitividade. Dessa forma, quanto maior for a sensitividade menos desejável será a performance do sistema

devido às mudanças nos seus parâmetros. De uma maneira mais formal pode ser definida Sensitividade como a razão entre o valor de mudança no valor da função e a mudança de valor no parâmetro, para a mudança no parâmetro tendendo a zero (NISE, 2011, p.362).

$$S_{T, P} = \frac{P}{T} \frac{\delta T}{\delta P} \quad (17)$$

Onde:

$S_{T, P}$  = Sensitividade do sistema modelado por  $T(s)$  em relação ao parâmetro  $P$ ;

$T$  = Função transferência de malha fechada no domínio de laplace para o sistema;

$P$  = Parâmetro do sistema analisado;

$\frac{\delta T}{\delta P}$  = Derivada parcial da função de transferência de malha fechada em relação ao parâmetro  $P$ .

Com isso, a sensitividade pode ser calculada como o produto entre a razão do parâmetro pela função transferência de malha fechada e a derivada parcial da função transferência de malha fechada com relação ao parâmetro.

A sensitividade para um certo parâmetro pode ser estudada utilizando-se também outras técnicas como “O lugar das Raízes”. Porém, a explicação de como funciona o método do lugar das raízes não fará parte desse trabalho.

### **Margens de ganho e de fase:**

Elas são duas métricas quantitativas no domínio da frequência do quão estável é um sistema. Elas também podem ser usadas para dizer o quanto um sistema possui de “margem” para a variação de um certo parâmetro. Para realizar a análise desses dois conceitos são usados dois principais diagramas: Diagrama de Bode e Diagrama de Nyquist. Ambos os diagramas utilizam a função transferência de malha aberta para realizar as análises do sistema no domínio da frequência.

Dessa forma, tem-se as seguintes definições teóricas para margem de ganho e margem de fase:

#### **Margem de ganho:**

A margem de ganho é a mudança no ganho de malha aberta, expressa em decibéis (dB), necessários em  $180^\circ$  de mudança de fase para fazer o sistema de malha fechada instável. (NISE, 2011, p.574)

## Margem de fase:

“A margem de fase é a mudança na mudança de fase em malha aberta necessária no ganho de unidade para tornar o sistema de malha fechada instável.” (NISE, 2011, p.574)

Com isso, pode-se encontrar qual é a margem de ganho e de fase graficamente utilizando os diagramas de Nyquist e de Bode no domínio da frequência.

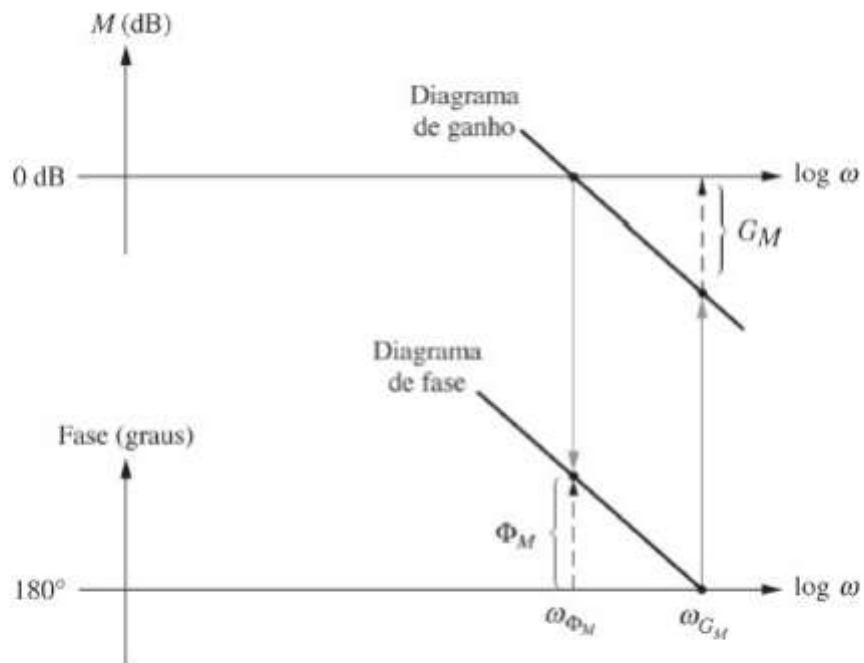


Figura 12 - Margens de ganho (GM) e de fase( $\Phi_M$ ) no diagrama de Bode

Fonte: NISE, 2011

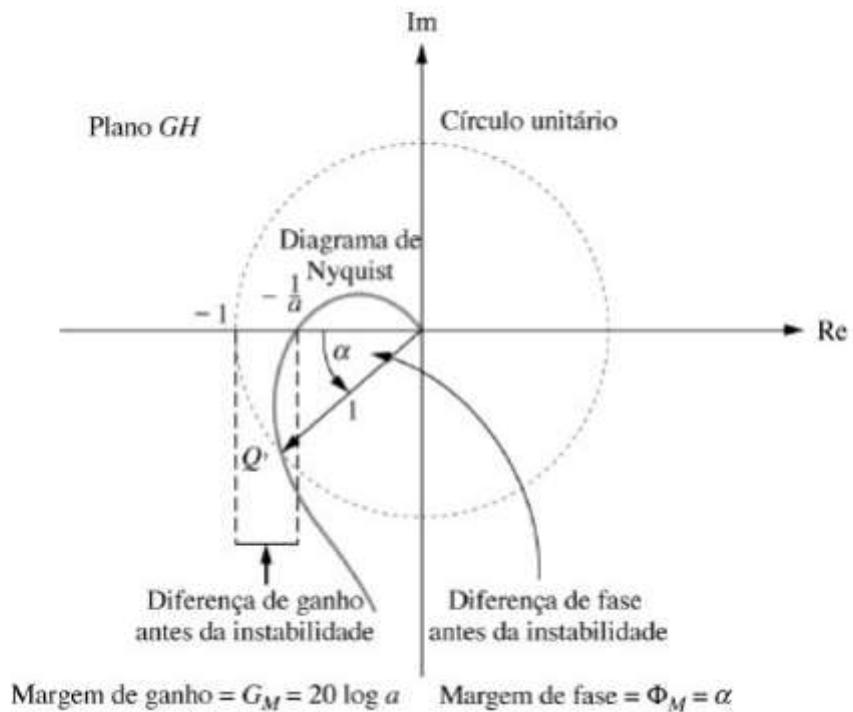


Figura 13 - Margens de ganho ( $GM$ ) e de fase( $\Phi_M$ ) no diagrama de Nyquist

Fonte: NISE, 2011

Com essas definições pode-se criar um sistema ideal, que será a referência para o sistema de controle. Dessa forma, pode-se medir o quão próximo o sistema real está do ideal e, assim, inferir sobre a eficiência global do sistema de controle sobre o projeto da bicicleta elétrica. Mais detalhes em Materiais e Métodos.

## 2.2 Lógica Fuzzy - Lógica difusa

### 2.2.1 - Histórico

Fuzzy vem do inglês “fuzzy” que significa literalmente “aquilo que não é claro, incerto, impreciso” (dicionário de cambridge - <https://dictionary.cambridge.org/pt/dicionario/ingles/fuzzy>). O primeiro artigo escrito sobre o assunto foi introduzido por Lotfali Askar-ZADEH em 1965 no trabalho “Fuzzy Sets”. Nele ZADEH propõe a utilização de uma “função de pertinência” que realiza a transcrição entre valores contínuos para valores entre zero e um, assimilando um grau de verdade a uma variável. ZADEH também mostrou que a lógica fuzzy é uma generalização da lógica booleana.

### 2.2.2 - A lógica fuzzy

A lógica fuzzy, ou difusa, trabalha com operadores contínuos que se encontram entre zero e um. Essa é a grande diferença em relação à lógica Booleana que trabalha com valores certos como zero e um, TRUE ou FALSE (ROSS, 2011). O exemplo da Fig. 14 representa a resposta de um mesmo sistema usando a lógica fuzzy e a Booleana.

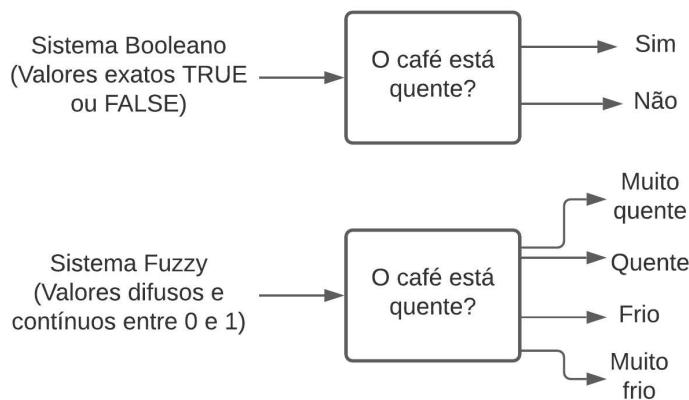


Figura 14 - Exemplo de funcionamento da lógica fuzzy.

Fonte: elaborado pelo autor

Entretanto, os operadores lógicos, as relações, as composições e os conectivos da lógica booleana ainda são válidos para a lógica fuzzy. Há, porém, a definição de uma “função de pertinência”, ou critério de filiação. Essa função assimila um “grau de verdade” a uma variável, conforme a definição proposta por ZADEH em 1965:

A noção de um conjunto fuzzy fornece um ponto de partida conveniente para a construção de uma estrutura conceitual que se assemelha em muitos aspectos à estrutura usada no caso de conjuntos comuns, mas é mais geral do que o último e, potencialmente, pode vir a ter um escopo muito mais amplo de aplicabilidade, particularmente nos campos de classificação de padrões e processando informação. Essencialmente, tal estrutura fornece uma maneira natural de lidar com problemas em que a fonte de imprecisão é a ausência de critérios bem definidos de filiação à classe, em vez da presença de variáveis aleatórias. (ZADEH, 1965)

Nesse trabalho a notação utilizada para o critério de filiação será  $\mu(x)$ , em que

$\mu$ : Função de pertinência - critério de filiação

$x$  : vetor com os elementos do conjunto

### 2.2.2.1 - Operadores lógicos fuzzy

Seja R e S duas relações no universo dos conjuntos AxB, sendo  $a \in A$  e  $b \in B$ . Pode-se definir as seguintes operações lógicas (ZIMMERMANN, 2013, p.203):

**União:**  $\mu_{R \cup S}(a,b) = \max(\mu_R(a,b); \mu_S(a,b)) \Rightarrow$  máximo entre  $\mu_R(a,b); \mu_S(a,b)$

**Intersecção:**  $\mu_{R \cap S}(a,b) = \min(\mu_R(a,b); \mu_S(a,b)) \Rightarrow$  mínimo entre  $\mu_R(a,b); \mu_S(a,b)$

**Complementar:**  $\bar{\mu}_R(a,b) = 1 - \mu_R(a,b)$

**Composição:**  $T = R \circ S$

Sendo:

- R relação no universo X e Y
- S relação no universo Y e Z
- T relação no universo X e Z

A composição pode ser feita por dois métodos:

- Composição Max-Min:  $\mu_{R \circ S}(a,b) = \max_{y \in Y} [\min(\mu_R(a,y); \mu_S(y,b))]$
- Composição Max - Produto:  $\mu_{R \circ S}(a,b) = \max_{y \in Y} [(\mu_R(a,y); \mu_S(y,b))]$

Sendo que essas operações serão usadas durante o processo do projeto do controlador fuzzy.

### 2.2.2.2 - Conectivos fuzzy

Os conectivos usados na lógica fuzzy são os mesmos usados na lógica clássica. Sendo eles:

Disjunção(v): Termo usado para representar o “inclusive OR” (OU inclusivo) na lógica;

Conjunção(^): Termo usado para representar o “AND” (E) na lógica;

Negação(~): Termo usado para representar o complementar na lógica;

implicação( $\Rightarrow$ ): Quando se tem uma premissa (hipótese) P e uma conclusão Q tem-se:  $P \Rightarrow Q$  como: Se P então Q.

Equivalência( $\Leftrightarrow$ ): Tem-se uma implicação dual da forma:  $P \Rightarrow Q$  AND  $Q \Rightarrow P$

### 2.2.2.3 - Regras de base SE - ENTÃO (IF - THEN)

Na lógica fuzzy tem-se a implicação da seguinte forma:

IF premissa, THEN conclusão

Onde:

- Premissa - antecedente
- Conclusão - Consequência

Com isso, é possível construir um conjunto de regras que serão as “Regras de Base” para a tomada de decisão do sistema fuzzy.

Regra 1: IF condição C1, THEN restrição R1

Regra 2: IF condição C2, THEN restrição R2

etc.

Pode-se para múltiplos antecedentes realizar a União ou a Intersecção de acordo com as respectivas operações União e Intersecção.

Também é possível realizar a agregação de mais de uma regra de dois modos diferentes:

1 - Usando um sistema conjuntivo de regras;

Para esse caso de sistema todas as regras devem ser satisfeitas integralmente. As regras são conectadas por AND. Nesse caso a saída  $y$  é encontrada realizando a intersecção fuzzy de todas as regras individuais:

$$y = y_1, y_2, \dots, y_n$$

$$\mu_y(y) = \min[\mu_{y_1}(y); \mu_{y_2}(y); \dots; \mu_{y_n}(y)]$$

2 - Usando um sistema disjuntivo de regras;

Para esse caso de sistema pelo menos uma regra deve ser satisfeita integralmente. As regras são conectadas por OR. Nesse caso a saída  $y$  é encontrada realizando a união fuzzy de todas as regras individuais.

$$y = y_1, y_2, \dots, y_n$$

$$\mu_y(y) = \max[\mu_{y_1}(y); \mu_{y_2}(y); \dots; \mu_{y_n}(y)]$$

#### 2.2.2.4 - Técnicas de Inferência

Existem três principais métodos de inferência. Esses métodos são técnicas gráficas de inferência que podem ser implementadas computacionalmente. Elas são:

- Método de Mamdami;
  - Sistema possui regra na seguinte forma:  
IF  $x_1$  é A1 AND  $x_2$  é A2, THEN  $y$  é B
- Método de Sugeno;
  - IF  $x_1$  é A1 AND  $x_2$  é A2, THEN  $y$  é  $y = f(x_1, x_2)$   
Onde  $y = f(x_1, x_2)$  é uma função lógica booleana.
- Método de Tsukamoto;
  - IF  $x_1$  é A1 AND  $x_2$  é A2, THEN  $y$  é B  
Onde B é um conjunto fuzzy que possui uma função indicadora monótona.

Onde:

$x_1, x_2$  : são as variáveis de entrada;

A1, A2 e B: Conjuntos fuzzy;

$y$  : Saída

Cada um desses métodos pode ser usado de acordo com cada uma das suas hipóteses de implementação. Porém, para esse trabalho será usado o método de Mamdami por ser o mais robusto entre os três métodos, mesmo sendo o mais lento computacionalmente.

#### **Método de Mamdami:**

Para o método de Mamdami tem-se dois métodos que podem ser aplicados para realizar a inferência das regras base fuzzy. Eles são:

- Método Max-Min: É um método que irá truncar o valor de saída na função indicadora da saída como a resposta da agregação das regras de base fuzzy.
- Método Max-produto: É um método que irá escalar o valor de saída na função indicadora da saída usando a resposta da agregação das regras de base fuzzy.

### 2.2.2.5 - Métodos de defuzzificação

Para ser possível interpretar o valor computado pela lógica fuzzy, ou seja, transformá-lo em um valor “exato” é necessário realizar um processo de “defuzzificação” que irá agregar todas as contribuições dos elementos dados pela função de pertinência. Existem métodos para transformar matrizes de valores fuzzy em valores lógicos booleanos e para transformar valores fuzzy em escalares. Esses métodos são:

Fuzzy para Booleano:

- método  $\lambda$ -cut
  - Utiliza um valor  $\lambda$  de referência para determinar se o valor fuzzy será TRUE ou FALSE. Seja “a” um escalar, “a” será TRUE se:
$$a \geq \lambda$$

Fuzzy para escalar:

- Método da centroide;
- Método do princípio de afiniação máxima;
- Método da média com pesos;
- Método do meio máximo;
- Método do centro de soma;
- Método do centro de maior área;
- Método do primeiro ou último máxima.

O método que será implementado será o método do centroide. Nele o valor escalar é encontrado através do cálculo do centroide da área formada pelas funções de pertinência do conjunto fuzzy. Esse valor é conhecido como  $z^*$ , ou centro de gravidade. Ele pode ser calculado usando-se a fórmula do centroide como (ROSS, 2010, p.99):

$$z^* = \frac{\int \mu_k \cdot z dz}{\int \mu_k dz} \quad (18)$$

Por exemplo, deseja-se encontrar qual o valor de gorjeta que deve-se oferecer a um serviço tendo como entrada uma nota para qualidade do serviço e uma para qualidade da comida. Usando a biblioteca scikit-fuzzy para ilustrar o processo.

<https://github.com/scikit-fuzzy/scikit-fuzzy>

O valor defuzzificado do controlador será o centroide da área formada pelas funções de pertinência que foram acionadas pelas regras.

Sejam as regras:

Se a comida é RUIM ou o serviço é RUIM então gorjeta é PEQUENA

Se a comida é OK então gorjeta é MÉDIA

Se a comida é BOA ou serviço é BOM então gorjeta é ALTA

Sejam as funções de pertinência para grupo do antecedente (Comida e serviço) e para a consequência (gorjeta):

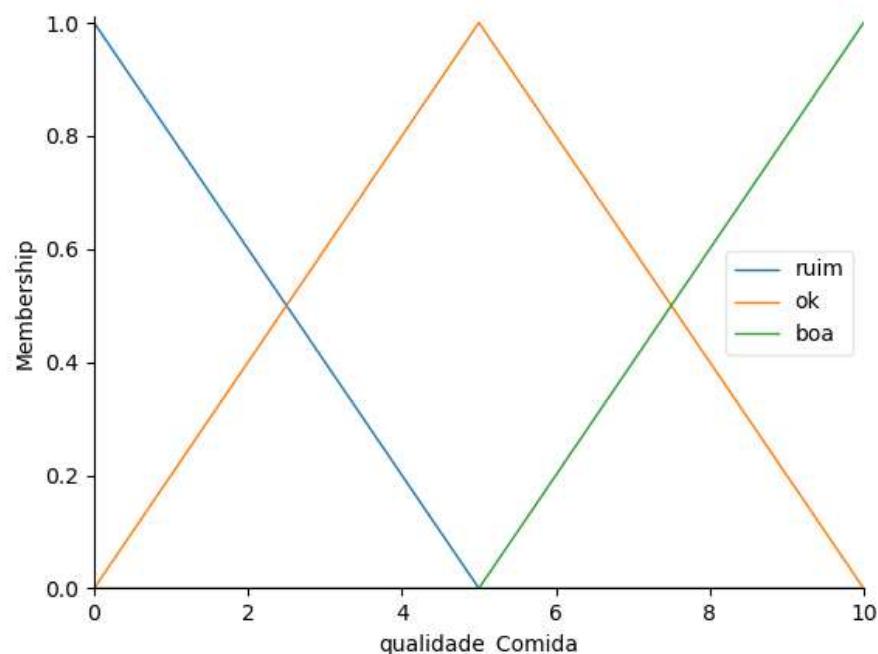


Figura 15 - Funções de pertinência para a qualidade da comida

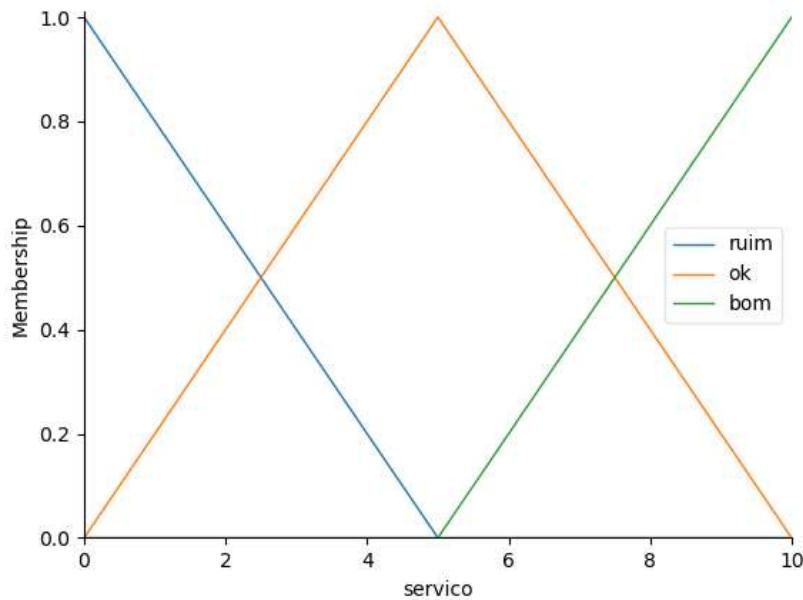


Figura 16 - Funções de pertinência para o serviço

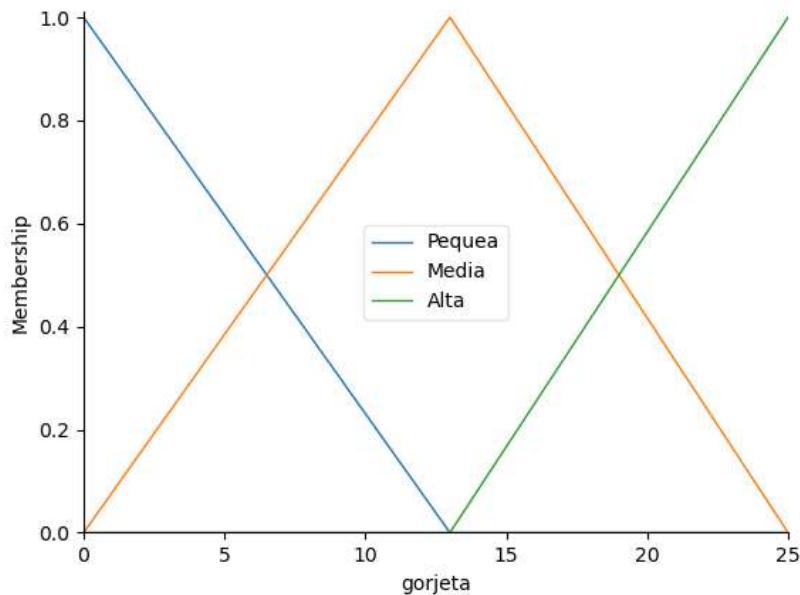


Figura 17 - Funções de pertinência para a gorjeta

Para a entrada:

Comida = 6,5

Serviço = 9,8

Utilizando o método de Mamdami de inferência de max-min, o valor para a consequência será determinado como:

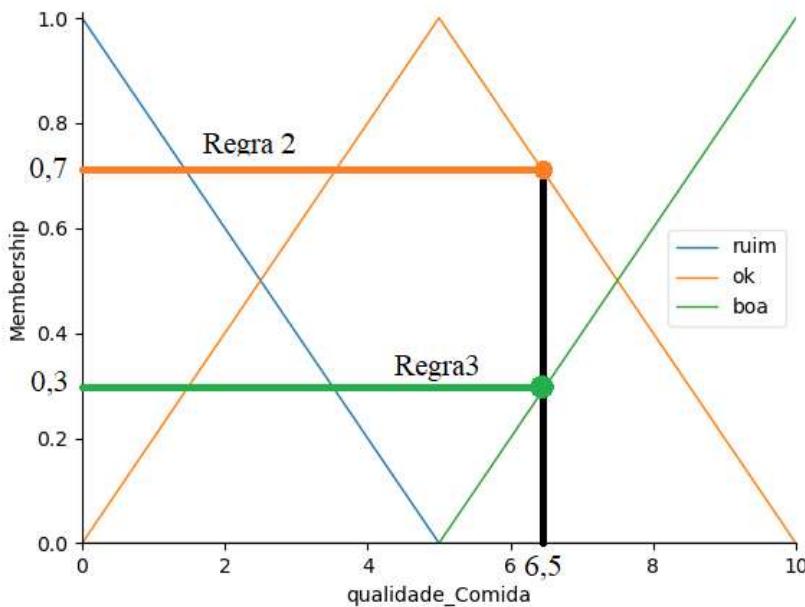


Figura 18 - Resultado da aplicação das regras para as entradas no grupo qualidade\_Comida

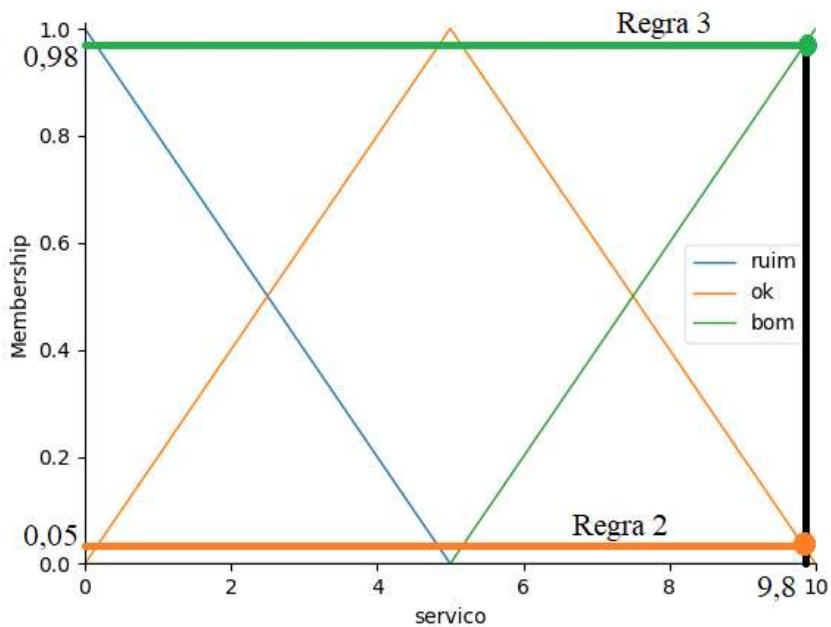


Figura 19 - Resultado da aplicação das regras para as entradas no grupo servico

Para regra 2: Como não há operador lógico unindo os dois grupos será válido o mínimo entre os valores da função pertinência de cada grupo que será fixado para a subclasse Média. Com isso, o valor será:

$$p = \min (0,05; 0,7) = 0,05$$

Para regra 3: Como há o operador lógico “OU”, será adotado o valor máximo entre os valores das funções de pertinência de cada grupo para as entradas dadas. Ele será o valor que será fixado para a subclasse Alta. Com isso, o valor será:

$$p = \max (0,3; 0,98) = 0,98$$

Agora, através do método do Centroide pode-se realizar a defuzzificação, pelo cálculo do centroide da área formada pelo resultado da inferência, para encontrar o valor da gorjeta:

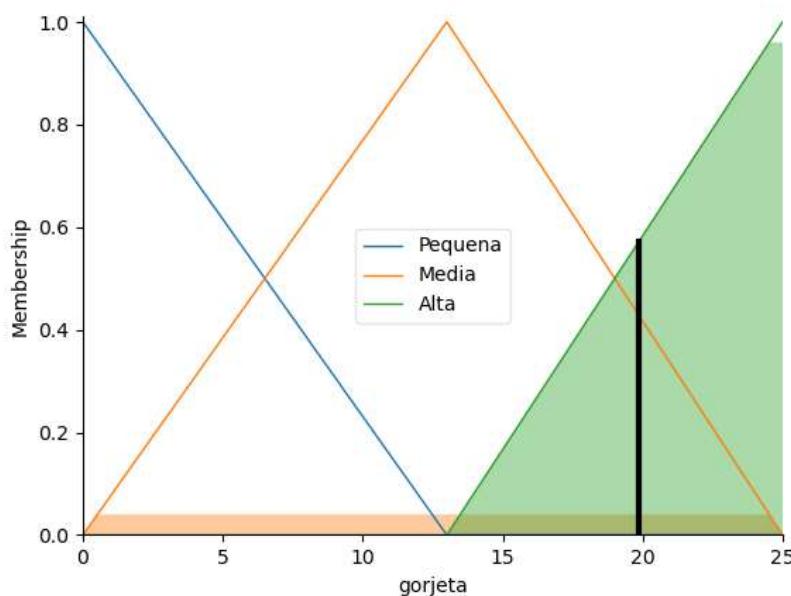


Figura 20 - Áreas usadas no cálculo do centroide para a defuzzificação

Que será de 19,85 %

### 2.2.3 - O sistema de controle fuzzy

Como a lógica fuzzy simula a forma da tomada de decisão humana, ela pode ser usada no desenvolvimento de um sistema de controle para uma planta de um sistema dinâmico complexo (ZIMMERMANN, 2013, p.203). O sistema de controle fuzzy está representado na Fig. 21.

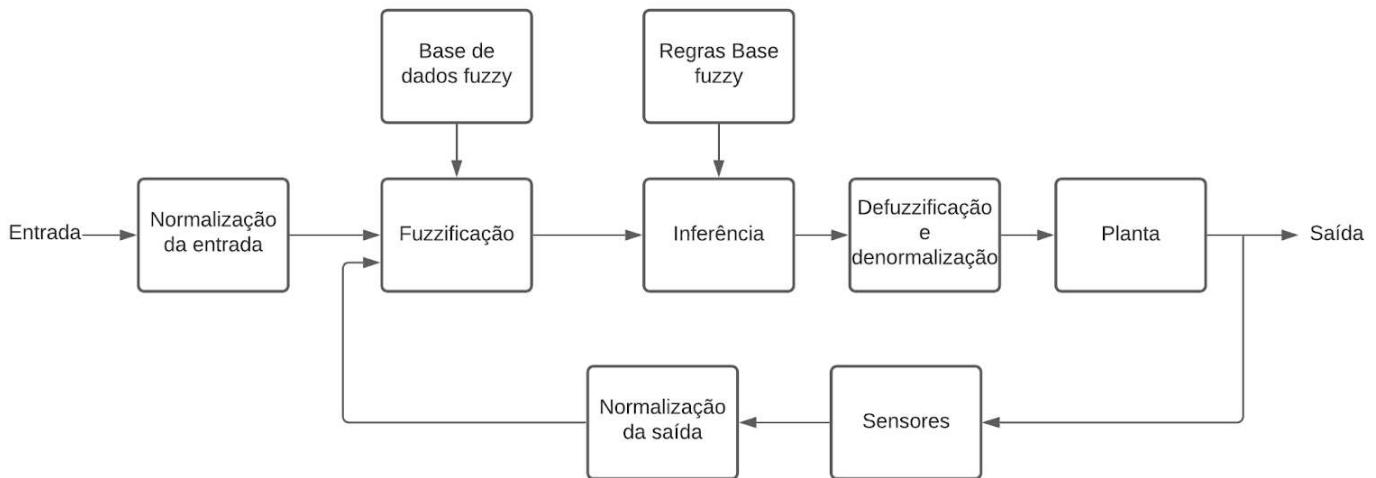


Figura 21 - Sistema de controle fuzzy em diagrama de blocos

Fonte: elaborada pelo autor

### 2.2.3.1 - Hipóteses para o controle

Para o projeto de um controlador fuzzy são feitas as seguintes hipóteses

- A planta é observável e controlável;
- Existência do sistema real para testagem;
- Existência de uma solução para o controle;
- Não se pode garantir uma solução ótima global;
- Questões relacionadas a estabilidade e otimização devem ser “abertas” de modo que permitam atualização constante do sistema de controle.

### 2.2.3.2 - Etapas do processo de projeto do controlador

As seguintes etapas são propostas para a concepção de um controlador fuzzy (ZIMMERMANN, 2013, p.220):

1. Identificação das variáveis de entrada, saída e de estado;
2. Configuração das classes ou subgrupos fuzzy;
  - a. Dentro do universo estudado cada variável é dividida em um subgrupo fuzzy e a cada subgrupo é designada uma variável linguística. Por exemplo, o grupo “Temperatura” será dividido em subgrupos como “quente”, “morno” e “frio”.
3. Obtenção da função indicadora;

- a. Uma função indicadora deve ser atribuída para cada subgrupo fuzzy. A sua escolha deve ser validada pelos testes do sistema de controle.
- 4. Configuração das regras de base IF-THEN;
  - a. Cria-se o conjunto de regras de base estabelecendo relações entre as entradas e saídas do sistema.
- 5. Normalização e fatores de escala;
  - a. São escalares que irão normalizar as entradas e saídas dentro do intervalo  $[0,1]$  e  $[-1,1]$ .
- 6. Fuzzificação;
- 7. Identificação da saída;
- 8. Defuzzificação.

#### 2.2.4 - O controle fuzzy em Python

O principal ambiente para implementação de algoritmos baseados na lógica fuzzy é a interface MATLAB. Porém, existem bibliotecas e aplicativos disponíveis em outras linguagens. No trabalho “Simpful: A User-Friendly Python Library for Fuzzy Logic” de 2020 os autores fazem a análise e comparação entre as principais ferramentas usadas para programação com Fuzzy Logic.

O trabalho será usado como referência para a escolha da biblioteca Python que será usada para implementação da lógica de controle fuzzy. O nome da biblioteca utilizada é SIMPFUL. Ela foi a biblioteca analisada no artigo e é a que oferece atualmente as melhores condições para implementação de controladores fuzzy em linguagem aberta.

Simpful é uma nova biblioteca que aborda a necessidade de ter uma API Python leve e de código aberto para suportar a criação de FISs (Fuzzy Inference System - Sistema de Inferência Fuzzy) legíveis, com base no raciocínio nebuloso de Mamdani ou Takagi - Sugeno. (SPOLAOR, FUCHS, CAZZANIGA; 2020; p.1694)

#### 2.2.4.1 - Descrição da biblioteca SIMPFUL

A biblioteca SIMPFUL necessita dos seguintes pré requisitos do sistema para que a programação fuzzy logic possa ser feita:

- Python 3 instalado;
- Biblioteca NumPy instalado;
- Biblioteca SciPy instalado.

Em seguida, basta realizar a instalação da biblioteca SIMPFUL. Os módulos da biblioteca são:

- simpful module - `simpful(simpful)`
  - Usado para criar um objeto Fuzzy (um objeto que possui como funções as funções de inferência e outras ferramentas da lógica fuzzy), para criar as variáveis linguísticas e para criar uma função de pertinência triangular padrão.
- fuzzy sets module - `simpful.fuzzy_sets`
  - Usado para criar os grupos fuzzy e para criar funções de pertinência.
- fuzzy aggregation module - `simpful.fuzzy_aggregation`
  - Usado para realizar modificações nos grupos fuzzy como acrescentar ou retirar elementos.

Maiores detalhes e exemplos, além da descrição do código da biblioteca estão disponíveis em seu github:

<https://github.com/aresio/simpful>

A documentação de sua biblioteca está disponível em :

[https://simpful.readthedocs.io/en/latest/fuzzy\\_sets\\_module.html](https://simpful.readthedocs.io/en/latest/fuzzy_sets_module.html)

## 2.3 O código de trânsito brasileiro

O código de trânsito brasileiro define bicicleta como:

“BICICLETA - veículo de propulsão humana, dotado de duas rodas, não sendo, para efeito deste Código, similar à motocicleta, motoneta e ciclomotor” (CÓDIGO DE TRÂNSITO BRASILEIRO, 2020, Anexo 1)

Já a definição de ciclomotor, atualizada pela lei 14.071/2020, diz:

“CICLOMOTOR - veículo de 2 (duas) ou 3 (três) rodas, provido de motor de combustão interna, cuja cilindrada não exceda a 50 cm<sup>3</sup> (cinquenta centímetros cúbicos), equivalente a 3,05 pol<sup>3</sup> (três polegadas cúbicas e cinco centésimos), ou de motor de propulsão elétrica com potência máxima de 4 kW (quatro quilowatts), e cuja velocidade máxima de fabricação não exceda a 50 Km/h (cinquenta quilômetros por hora).” (CÓDIGO DE TRÂNSITO BRASILEIRO, 2020, Anexo 1)

Já de acordo com as Resoluções do Conselho Nacional de Trânsito n. 465/13 e 842/21 a bicicleta elétrica é equiparada a ciclomotor, exceto se, cumulativamente, apresentar as seguintes características:

- Potência nominal máxima de até 350 Watts;
- Velocidade máxima de 25 km/h;
- Serem dotadas de sistema que garanta o funcionamento do motor somente quando o condutor pedalar;
- Não dispor de acelerador ou de qualquer outro dispositivo de variação manual de potência.

Com isso, essas características serão levadas em conta para a criação do sistema de controle como condições de operação. Porém, o sistema será feito de modo que possam ser feitas alterações em seu código, visto que a legislação brasileira de trânsito evolui com certa frequência. Possibilitando que o sistema de controle se adeque a legislação vigente no momento.

Dessa forma, pode-se elaborar um fluxograma para descrever quais são as características e acessórios de uma bicicleta elétrica e quais são as resoluções do Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN) que as regularizam:

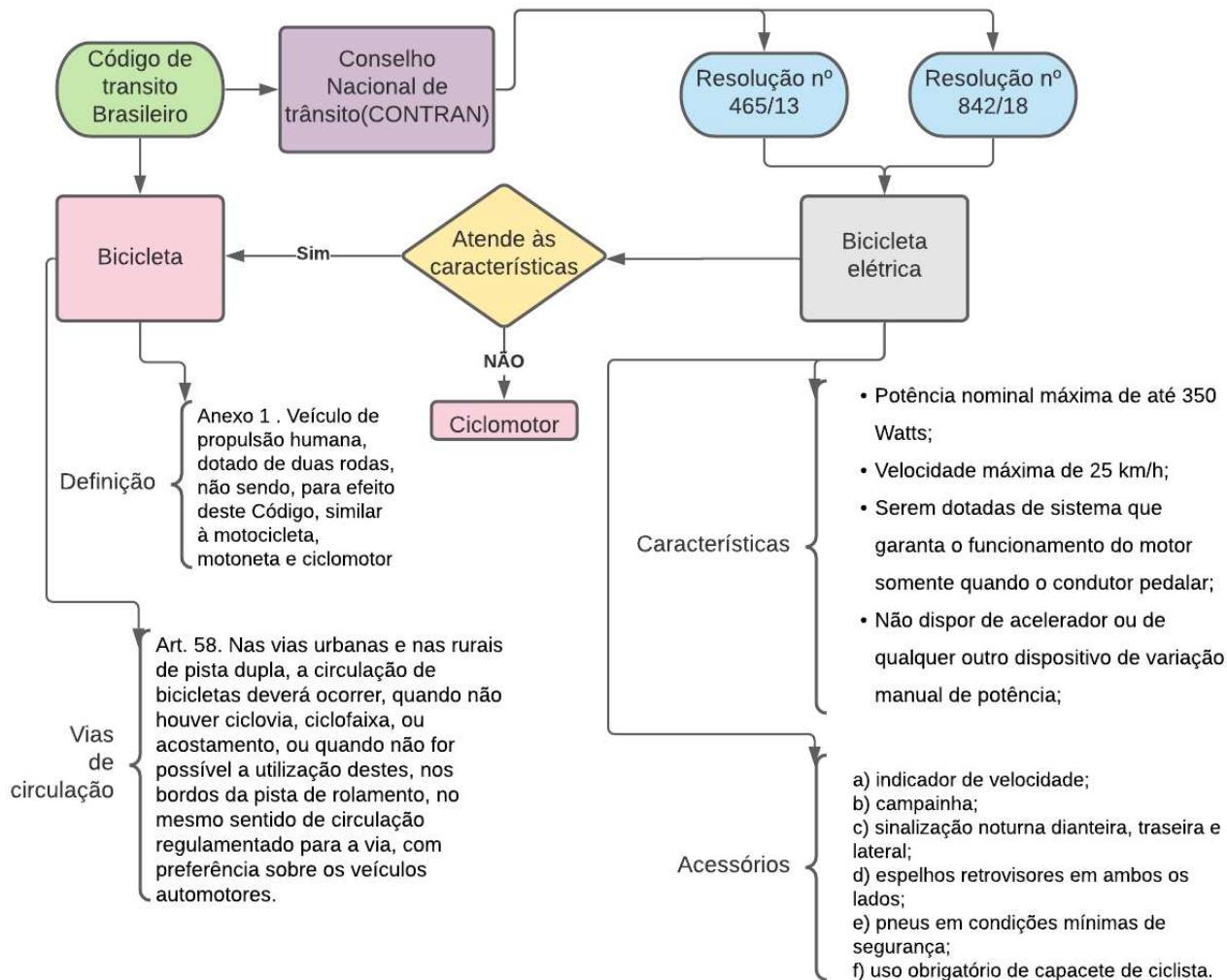


Figura 22 - Fluxograma da classificação de uma bicicleta elétrica pelo código de trânsito Brasileiro

Com isso, podemos ter como condições de projeto as características definidas pelas resoluções do CONTRAN. Para que assim, o veículo continue se enquadrando dentro da categoria de bicicleta elétrica e dessa forma dispense a necessidade de gastos com documentação do veículo, impostos sobre ele e necessidade de habilitação para dirigí-lo.

Em resumo elas serão:

- Potência nominal máxima de até 350 Watts;
- Velocidade máxima de 25 km/h;
- Serem dotadas de sistema que garanta o funcionamento do motor somente quando o condutor pedalar;

- Não dispor de acelerador ou de qualquer outro dispositivo de variação manual de potência;

Com o veículo tendo os seguintes acessórios:

- Indicador de velocidade;
  - Campainha;
  - Sinalização noturna dianteira, traseira e lateral;
  - Espelhos retrovisores em ambos os lados;
  - Pneus em condições mínimas de segurança;
  - Uso obrigatório de capacete de ciclista.
-

## 2.4 - O modelo matemático da bicicleta elétrica

Tem-se que uma parte do sistema de simulação consiste no “Modelo da bicicleta Elétrica”. Esse bloco modela a bicicleta elétrica como sendo uma combinação de três fatores:

- A propulsão humana
- A propulsão do motor elétrico
- A dinâmica da bicicleta elétrica

Essa abordagem de modelagem para uma simulação é proposta em "E-Bike System Modeling and Simulation" (Thejasree and Maniyeri, 2019). Ela também é utilizada em "System Level Modelling and Simulation of an Electric Bicycle" (Dimitrov and D. Hvarchilkov, 2018) e em (Nguyen and Octaeck, 2019).

Nesses três trabalhos a bateria também é modelada e faz parte do bloco “Modelo da bicicleta elétrica”. Entretanto, para simplificação da simulação ela será considerada “ideal” em um primeiro momento.

### 2.4.1 A propulsão humana

A propulsão humana será modelada baseando-se no trabalho "The relationship between power output and endurance: a brief review" (Morton and Hodgson, 1996). Nele a potência exercida pelo indivíduo é modelada como uma função exponencial decrescente no tempo da seguinte forma:

$$P = 85 + \frac{400}{t^{0,025}}$$

Onde:

P = potência em Watts (W)

t = tempo em segundos (s)

Entretanto, essa equação modela a potência exercida por um ciclista com nível de condicionamento físico próximo ao de um atleta. Para aproximar a equação para representar uma pessoa com condicionamento médio foi utilizado em “Performance factors in bicycling: Human power, drag, and rolling resistance” (MULLER & HOFMANN, 2008). Com isso, será utilizada como potência máxima média de longa duração o valor de 65W. Assim, a equação que modela a potência humana e que será utilizada será:

$$P_{humana} = 85 + \frac{65}{t^{0,025}} \quad (19)$$

Vale ressaltar que outros fatores têm influência na determinação exata da potência média e da potência máxima produzida durante o exercício. Eles são por exemplo: sexo, idade, condicionamento físico (tamanho e quantidade de músculos presentes no corpo), capacidade de absorver o oxigênio ao sangue (V02max), etc. Muitos modelos são propostos para conseguirem realizar uma boa previsão da potência humana máxima e média para dadas condições. Porém, para esse trabalho a aproximação de potência humana como um decaimento exponencial será suficiente. Visto que, na prática, o sistema fuzzy não irá necessitar ter modelado a potência humana.

Para determinar o torque exercido pela propulsão humana será utilizado a seguinte equação que relaciona potência e cadência (V. Dimitrov, D. Hvarchilkov; 2018):

$$F_{pedal} = \frac{P_{humana}}{S} \quad (20)$$

Onde:

$F_{pedal}$  = força exercida nos pedais em Newtons (N)

$P_{humana}$  = potência em Watts (W)

$S$  = cadência nos pedais em metros por segundo (m/s)

Como a bicicleta estudada possui um comprimento de 165 mm de pedivela (manivela de apoio para os pedais), uma relação de transmissão aproximada de 2:1;  $i = 0,5$ ; e roda de diâmetro 0,5 metros o torque de saída será (V. Dimitrov, D. Hvarchilkov; 2018):

$$T_{humano} = F_{pedal} * i * R_{roda} * (\operatorname{sen}(\theta_{pedal} + \frac{2\pi n}{60} t)) \quad (21)$$

Onde:

$T_{humano}$  = Torque exercido pelo ciclista no contato da roda com o asfalto em Newton metro (N.m)

$F_{pedal}$  = Força exercida pelo ciclista no pedal em Newtons (N)

$\theta_{pedal}$  = Ângulo inicial do pedal em radianos (rad)

$R_{roda}$  = Raio da roda traseira em metros (m)

$t$  = Tempo de percurso em segundos (s)

$n$  = Cadência do pedal em rotações por minuto (rpm)

$i$  = relação de transmissão entre coroa e catraca.

Realizando a conversão da cadência de rpm para m/s sabendo-se o comprimento do pedivela de 165 mm tem-se:

$$S = \frac{2\pi n * 0,165}{60} \quad (22)$$

Onde:

S = Cadência em metros por segundo (m/s)

n = Cadência em rotações por minuto (rpm)

Por fim, a equação que modeliza o torque humano como:

$$T_{humano} = \frac{30}{0,165*\pi*n} \left( \frac{85}{t^{0,025}} + \frac{65}{t^{0,025}} \right) * i * R_{roda} * (\operatorname{sen}(\theta_{pedal} + \frac{2\pi n}{60} t)) \quad (23)$$

Onde:

$T_{humano}$  = Torque exercido pelo ciclista no contato da roda com o asfalto em Newton metro (N.m)

$F_{pedal}$  = Força exercida pelo ciclista no pedal em Newtons (N)

$\theta_{pedal}$  = Ângulo inicial do pedal em radianos (rad)

$R_{roda}$  = Raio da roda traseira em metros (m)

t = Tempo de percurso em segundos (s)

n = Cadência do pedal em rotações por minuto (rpm)

Para a simulação, o valor do torque humano será ainda simplificado por um modelo discreto. Pois, a função  $\operatorname{sen}(t)$  presente no modelo não irá contribuir para o comportamento geral do sistema e fará com que o tempo de simulação aumente consideravelmente. Como o torque varia de maneira exponencial será adotado um valor constante para o intervalo de tempo t, a uma cadência de 60 rpm, de forma que a média rotação representa a faixa em que o ciclista consiga entregar a potência máxima na pedalada. Conforme a classificação da cadência da pedalada de um ciclista de acordo com a idade estudado em (SACCHETTI *et al.*, 2010).

- Baixa rotação - Até 40 rpm
- Média rotação - Entre 40 rpm e 80 rpm
- Alta rotação - Acima de 80 rpm.

O valor constante do torque será para n = 60 rpm;

$$T_{humano} = 12, \text{ para } 1s \leq t \leq 50s \quad (24)$$

## 2.4.2 O motor elétrico

A propulsão do motor elétrico será modelada utilizando-se as curvas de Torque x Corrente, de Torque x Rotação e de eficiência fornecidas pelo fabricante. Existem muitas formas de se levar em consideração todas as não linearidades presentes nos motores elétricos Brushless, sem escovas (BLDC - BrushLess Direct Current). Porém, neste trabalho as não linearidades serão levadas em consideração dentro dos resultados obtidos pelos ensaios do fabricante.

Um motor elétrico de corrente contínua com ímãs permanentes pode ser modelizado utilizando-se a seguinte equação que fornece o torque de saída de um motor elétrico BLDC (DC Motors, Speed Controls, Servo Systems; p.6-23; 1972):

$$T_{elétrico} = K_t \cdot I = (J_m + J_L) \frac{d\omega}{dt} + B\omega + T_{perdas\ motor} + T_{perdas\ carga} \quad (25)$$

Sendo:

$T_{elétrico}$  = Torque produzido pela corrente no enrolamento do motor (N.m)

$K_t$  = Constante de torque do motor (N.m/A)

$I$  = Corrente na armadura do motor (A)

$J_m$  = momento de inércia do motor (kg.m<sup>2</sup>)

$J_L$  = momento de inércia da carga acoplada ao motor (kg.m<sup>2</sup>);

$\omega$  = rotação do motor em função do tempo (rad/s)

$B$  = Coeficiente de atrito viscoso representando todo o atrito viscoso do motor e da carga.

$T_{pm}$  = Torque de perdas no motor por atrito, resistência do rolamento e perdas no ferro (N.m);

$T_{pL}$  = Torque de perdas da carga (N.m)

Para relacionar o torque elétrico do motor e a corrente será usada a seguinte equação:

$$T_{elétrico} = K_t \cdot I \quad (26)$$

Subtraindo os torques de perda têm-se:

$$T_m = K_t \cdot I - T_{pm} - T_{pL} = (J_m + J_L) \frac{d\omega}{dt} + B\omega \quad (27)$$

Já a função transferência será (DC Motors, Speed Controls, Servo Systems; p.2-17 a p2-19; 1972):

Com as informações do *datasheet* do fabricante(presente em anexo A) será possível determinar o valor de  $K_t$ ,  $T_{pm}$  e  $T_{pL}$ . Sendo

$$T_f = T_{pm} + T_{pL} \quad (28)$$

Plotando a curva de torque x corrente para a parte linear (corrente na armadura até 19 A) tem-se a seguinte equação:

$$T_{real} = 1,49 \cdot I - 1,71 \quad (29)$$

Com isso,  $T_f = 1,71 \text{ N.m}$  e  $k_t = 1,49 \text{ N.m/A}$

Já para descrever a relação entre a corrente  $I$  e a tensão da armadura  $V_a$  será utilizada a seguinte equação (DC Motors, Speed Controls, Servo Systems; p6-23;1972)

$$\frac{dI_a}{dt} = \frac{1}{L_a} (V_a - k_t \cdot \omega(t) - R_a \cdot I_a(t)) \quad (30)$$

Para determinar  $L_a$  e  $R_a$  será usado o *datasheet* do fabricante (anexo A). Para determinar  $R_a$  é utilizada a resistência para o caso de torque nulo. Com o valor da corrente e da potência de saída é possível determinar  $R_a$  como:

$$R_a = \frac{P_{out}}{I_a^2} \quad (31)$$

Usando os valores do *datasheet* tem-se  $R_a = 0,1733 \Omega$

Para se determinar o valor aproximado de  $L_a$  para equação 30 foi adotado um valor inicial de 0,001H e em seguida a equação diferencial foi resolvida numericamente para um dado intervalo de tempo com passo  $\Delta t = t_2 - t_1$ . O valor de incremento de  $L_a$  foi de 0,001H. A equação foi resolvida até que o erro da diferença entre a resposta da equação e da corrente medida no *datasheet* fosse menor do que 1%.

Para  $t_1 = 8 \text{ s}$  e  $t_2 = 8,7572 \text{ s}$ , com  $I_{a2} = 7,8029 \text{ A}$  chegou-se ao valor de

$$L_a = 0,002 \text{ H}$$

### 2.4.3 A dinâmica da bicicleta

As diferentes forças que agem na bicicleta são (Thejasree & Maniyeri, 2019):

$$M \frac{dv}{dt} = F_t - F_w - F_{rr} - F_a \quad (32)$$

Onde

$M$  = Massa total do conjunto bicicleta ciclista [kg]

$v$  = velocidade do conjunto bicicleta ciclista [m/s]

$F_t$  = Força de tração do motor e do ciclista [N]

$F_w$  = Força de resistência do ar [N]

$F_{rr}$  = Força de resistência do atrito de rolamento [N]

$F_a$  = Força de resistência gravitacional [N]

Sendo definido a Força de resistência do ar ( $F_w$ ) como:

$$F_w = \frac{1}{2} A_s C_w \rho_{ar} v^2 \quad (33)$$

Em que:

$F_w$  = Força de resistência do ar [N]

$A_s$  = Área frontal de contato do ciclista [m<sup>2</sup>]

$C_w$  = Coeficiente de arrasto para o ar e o conjunto ciclista e bicicleta

$\rho_{ar}$  = Densidade do ar à temperatura 25°C e pressão atm [kg/m<sup>3</sup>]

Sendo definido a Força de resistência do atrito de rolamento ( $F_{rr}$ ) como:

$$F_{rr} = C_{rr} M g \cos(\alpha) \quad (34)$$

Em que:

$F_{rr}$  = Força de resistência do atrito de rolamento [N]

$C_{rr}$  = Coeficiente de atrito de rolamento entre o asfalto e o pneu de borracha

$g$  = Aceleração da gravidade [m/s<sup>2</sup>]

$\alpha$  = ângulo de inclinação do percurso [radianos]

Sendo definido a Força de resistência gravitacional ( $F_a$ ) como:

$$F_a = M g \sin(\alpha) \quad (35)$$

Em que:

$F_a$  = Força de resistência gravitacional [N]

$g$  = Aceleração da gravidade [m/s<sup>2</sup>]

$\alpha$  = ângulo de inclinação do percurso [radianos]

Já o torque necessário para mover o conjunto será (G. Thejasree, R. Maniyeri; 2019):

$$T_m = r[M \frac{dv}{dt} + F_w + F_{rr} + F_a] - T_{pedal} \quad (36)$$

Onde

$M$  = Massa total do conjunto bicicleta ciclista [kg]

$v$  = Velocidade do conjunto bicicleta ciclista [m/s]

$r$  = Raio da roda [m]

$T_{motor}$  = Torque exercido pelo motor [N.m]

$T_{pedal}$  = Torque exercido pelo ciclista [N.m]

$F_w$  = Força de resistência do ar [N]

$F_{rr}$  = Força de resistência do atrito de rolamento [N]

$F_a$  = Força de resistência gravitacional [N]

Reorganizando para que a equação fique em função da velocidade angular  $\omega$

$$rM \frac{dv}{dt} = rM \frac{d(\omega r)}{dt} \quad (37)$$

Dessa forma:

$$(T_m + T_{pedal} - r[F_w + F_{rr} + F_a]) \frac{1}{r^2 M} = \frac{d\omega}{dt} \quad (38)$$

---

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 Características do sistema a ser estudado

O sistema a ser estudado é o de uma bicicleta elétrica e seu ciclista. Os seguintes parâmetros são conhecidos: Massa, sensores utilizados, características do motor, exigências do ciclista e restrições impostas pela legislação.

O controle de velocidade de rotação do motor é feito por uma unidade externa ESC (External Speed Controller), ficando a cargo do controlador desenvolvido neste trabalho controlar a forma como a velocidade do motor deve ser variada.

De uma maneira simples, o sistema de controle geral da bicicleta irá substituir o acelerador manual (um potenciômetro por exemplo) por um método de tomada de decisão automático baseado na leitura da situação atual.

##### Bicicleta

Para as medições das dimensões da bicicleta foi utilizada a fita métrica “milwaukee 5 m”



Figura 23 - Fita métrica utilizada para medições das dimensões da bicicleta

Nas figuras seguintes têm-se as medidas do aro e do pneu e a medição da roda da bicicleta.



Figura 24 - Dimensões do aro da bicicleta utilizada na simulação



Figura 25 - Dimensões do pneu da bicicleta utilizada na simulação



Figura 26 - Dimensões da roda da bicicleta utilizada na simulação

As características da bicicleta são:

Características técnicas	Medida
Aro (diâmetro)	406 mm
Pneus (largura-diâmetro interno)	57-406
Diâmetro roda final	0,5m
Sistema de transmissão	2,3:1*
Massa	12 kg

Tabela 1 - Características dimensionais da bicicleta

\*Número de dentes da coroa dividido pelo número de dentes da catraca.



Figura 27 - Vista lateral do protótipo de bicicleta BUE (Bicicleta Urbana Elétrica)

As características do motor são:

Motor do tipo brushless da marca EMFI, modelo EMF BL-05-36-250-225, com as seguintes características técnicas representadas na tabela 2.

Características técnicas	Medida
Potência nominal	250W
Tensão nominal	36V
Torque nominal	11 N.m
Massa	3 kg
Eficiência	0,8
Rotação nominal	225 rpm

Tabela 2 - Características do motor

A seguir temos na figura 28, a imagem do motor que é montado na roda dianteira da bicicleta no lugar do cubo.



Figura 28 - Vista em perspectiva do motor frontal brushless HUBmotor

As características do controlador ESC são:

Características técnicas	Medidas
Corrente de operação	50A
Tensão da bateria de entrada	8V/60V
Massa	50g

Tabela 3 - Características do controlador de rotação do motor



Figura 29 - Controlador Externo de velocidade(ESC) para 36V

As características da bateria são:

Serão usadas duas baterias em série do tipo Polímero de lítio à base de grafeno 6s ou 22,2V. Suas características individuais estão na tabela 4.

Características técnicas	Medidas
Carga	5000 mAh
Tensão	22,2V
Massa	739g
Corrente máxima	50A

Tabela 4 - Características da bateria de alimentação

O fator de carga “C” da bateria representa qual é a capacidade máxima que a bateria pode oferecer no seu uso ou receber durante o carregamento. Sendo 1C igual a corrente que a bateria fornece em uma hora.



## **Packing List**

Figura 30 - Bateria de polímero de lítio à base de grafeno, do tipo 6s (seis células)

Os sensores que serão utilizados para a simulação são:

- Sensor de velocidade;
- Sensor de pedal.

As características da pessoa são:

Características técnicas	Medida
Massa	75 kg
Carga extra	15 kg

Tabela 5 - Características do ciclista e da carga de transporte

Resumo:

Item	Massa (kg)	Preço (R\$)
Bicicleta	12	1400
Motor	3	1000
ESC	0,05	400
Bateria	1,5	1100
sensores	0,1	300
Ciclista	75	-----//-----//-----//-----
Carga extra	15	-----//-----//-----//-----
Total veículo	16,65	4200
Total conjunto	106,65	4200

Tabela 6 - Massa e preço dos componentes do sistema bicicleta urbana elétrica

Os valores adotados serão:

**Massa total** = 107 kg

**Gravidade** = 9,81 m/s<sup>2</sup>

**Coeficiente de atrito de rolamento** = 0,01

### 3.2 Condições de aplicação

#### Montagem dos componentes

Os componentes mostrados na seção anterior serão montados da forma representada na imagem da figura 15. O esquema de montagem permite compreender melhor qual é o papel de cada um dos componentes e onde será implementado o sistema de controle Fuzzy.

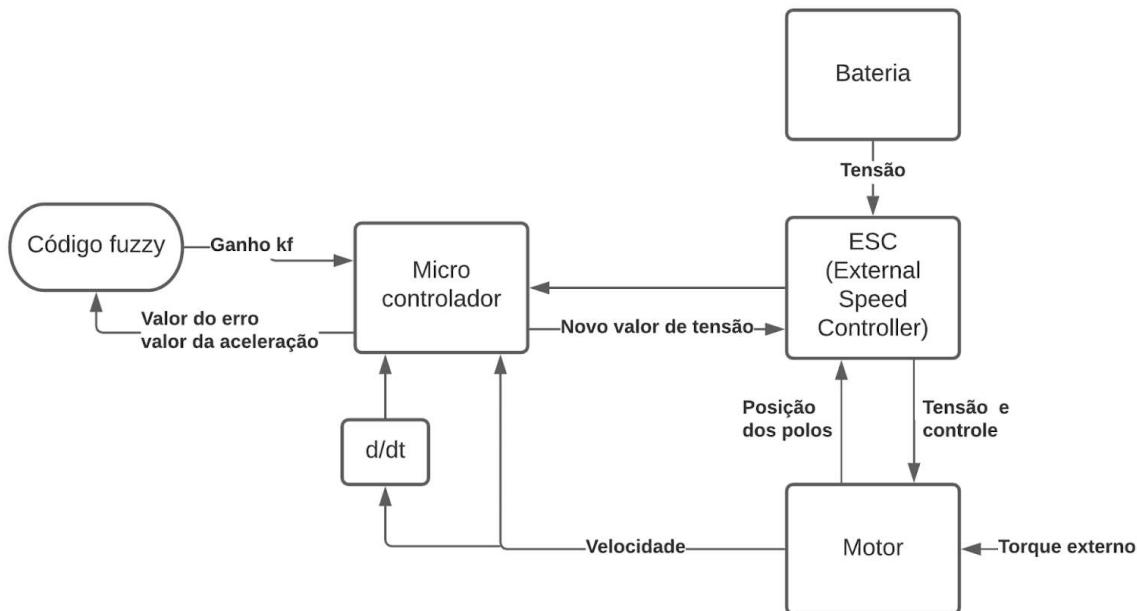


Figura 31 - Esquema de montagem dos elementos de controle

#### Terreno para uso

O sistema de controle será desenvolvido para um terreno:

- Urbano;
- A inclinação das vias serão aquelas previstas pelo DNIT;
- A inclinação máxima da via será adotada como 10º ou 18% .
- Trajeto com inclinação variável igualmente espaçada.

## Autonomia

A autonomia da bateria será estimada usando-se os seguintes conceitos:

- Carga da bateria;
- Eficiência da bateria;
- Massa do conjunto ciclista e bicicleta;
- Trajeto médio com distâncias e inclinações;
- Corrente positiva consumida no trajeto.

Para se calcular o trajeto médio e suas inclinações será utilizada uma função que cria um vetor com ângulos de inclinação igualmente espaçados. Para calcular o valor total percorrido será feita a integral numérica da velocidade escalar no tempo.

Para se calcular a potência consumida no trajeto será utilizada a integral numérica da corrente no tempo. Considerando apenas os valores positivos da corrente. Rejeitando assim, os valores negativos, que podem representar geração de corrente.

### 3.3 Restrições adotadas

As restrições adotadas fazem parte das hipóteses que serão usadas para criar o sistema de regras de base fuzzy.

#### **Inclinação máxima:**

A inclinação máxima de uma subida de um percurso será adotada como sendo de 20°, ou 36% de inclinação.

#### **Condições de motor operando:**

- O motor só estará em operação para velocidades entre 0km/h e 25 km/h, para velocidades superiores a essa ele estará desligado.
- O motor só estará funcionando quando o sensor de pedal estiver indicando a rotação do pedivela da bicicleta.
- O motor só irá funcionar para a faixa de temperatura entre -50°C e 100°C. Pois a partir de 100°C os seus ímãs permanentes de neodímio começam a reduzir o valor do seu campo magnético, podendo inclusive chegar a sua completa perda de campo.
- O motor estará desligado quando o sensor de inclinação indicar uma “descida”.

### 3.4 O controle fuzzy

Criação das regras de base na forma linguística, para isso será seguido o passo a passo proposto no capítulo 2.2.3.2. Mas para construir um controlador fuzzy é preciso que ele tenha como entrada no mínimo o erro da variável que deve atingir um valor de referência e sua variação no tempo (ROSS, 2010).

#### 3.4.1 Identificação das variáveis de entrada, saída e de estado

As variáveis de entrada serão:

- Erro entre a velocidade de referência e a velocidade medida
- Aceleração angular do motor elétrico

As variáveis de saída são:

- Ganho kf para alterar a tensão na armadura

As variáveis de estado são:

- Velocidade Angular do motor elétrico
- Corrente na armadura do motor elétrico

#### 3.4.2 Configuração das classes ou subgrupos fuzzy

##### **Erro da Velocidade**

As categorias foram escolhidas de modo que o valor do erro relativo da velocidade representasse o quanto distante está a velocidade real da velocidade de referência. Além de indicar se a velocidade real está acima ou abaixo da velocidade de referência. As categorias propostas para o erro da velocidade são:

- Negativo - abaixo de 0%
- Ok - entre -5% e 5%
- Positivo - acima de 0%

##### **Aceleração**

A aceleração será necessária para

- Negativa - entre -0,3 e 0 rad/s<sup>2</sup>

- Zero - entre  $-0,03 \text{ rad/s}^2$  e  $0,03 \text{ rad/s}^2$
- Positiva - entre 0 e  $0,3 \text{ rad/s}^2$

### Ganho kf para tensão da armadura

Os valores de ganho foram adotados de tal forma que a tensão da bateria irá sofrer alterações de no máximo 1,65V e de no mínimo 0 V.

- diminuirMuito - ganho entre  $-1,65$  e  $-0,65 \text{ V}$
- diminuir - ganho entre  $-0,5$  e  $-0,3$
- Manter - ganho entre  $-0,1$  e  $0,1$
- aumentar - ganho entre  $0,5$  e  $0,3$
- aumentarMuito - ganho entre  $1,05$  e  $1,15$

#### 3.4.3 Obtenção da função indicadora (função de pertinência)

Para cada dos subgrupos serão atribuídas funções de pertinência que melhor irão representar o comportamento real de variação de cada uma das variáveis de entrada, saída e de estado.

### Erro da velocidade

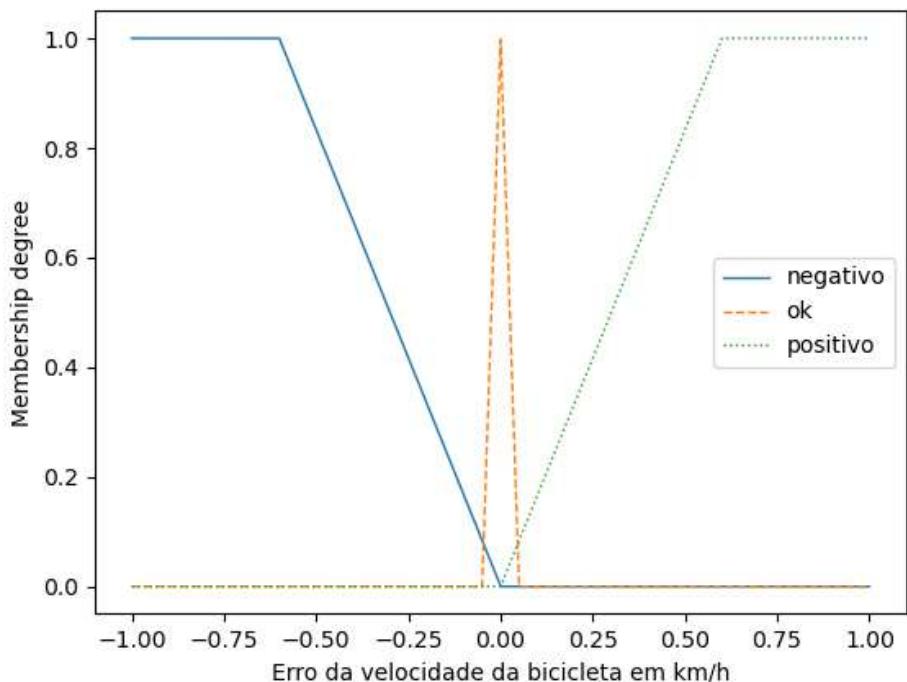


Figura 32 - Gráfico da função de pertinência para classe Erro da velocidade

## Aceleração

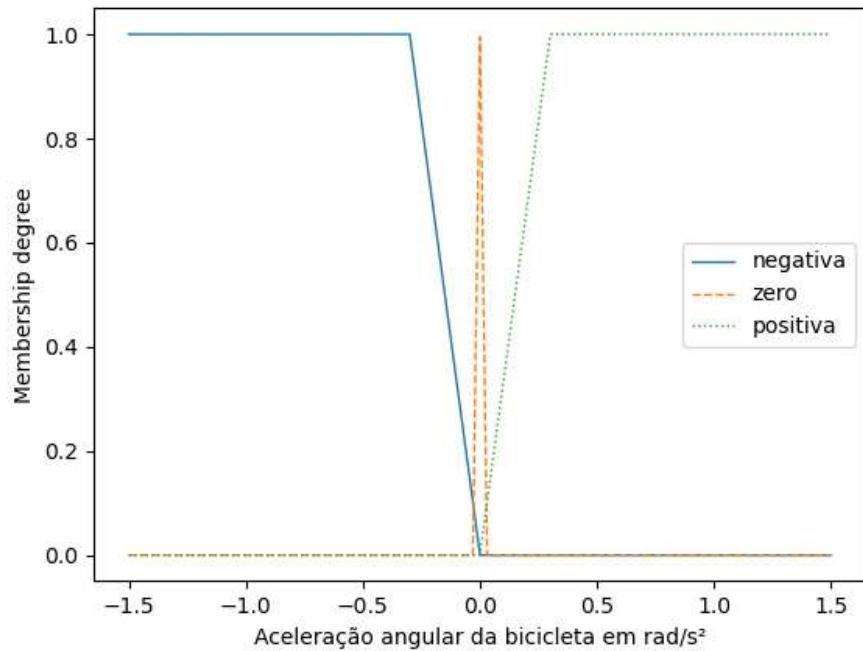


Figura 33 - Gráfico da função de pertinência para classe Aceleração

## Ganho kf para tensão

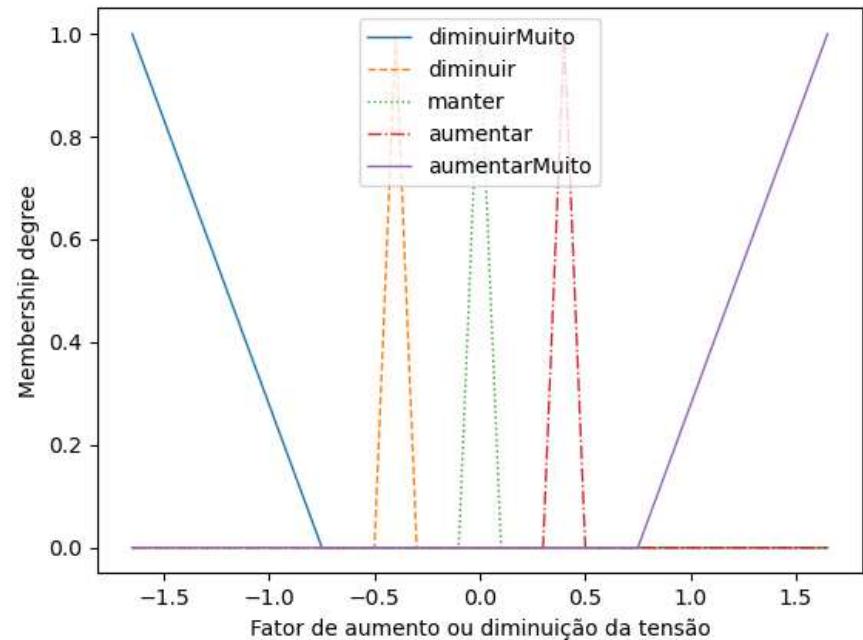


Figura 34 - Gráfico da função de pertinência para classe Variacao\_Tensao

---

### 3.4.4 Configuração das regras de base IF-THEN

As regras serão construídas de forma que o erro seja minimizado. O total de regras será o produto entre o número de classes dos antecedentes (Erro velocidade e Aceleração). A quantidade de regras será:

$$N^{\circ} \text{ regras} = N^{\circ} \text{classes para Erro velocidade} \cdot N^{\circ} \text{classes para Aceleração}$$

Assim, tem-se

$$N^{\circ} \text{regras} = 3 \cdot 3 = 9$$

Porém, para o sistema desse trabalho um conjunto de apenas cinco regras será adotado inicialmente. Elas irão descrever dois principais momentos da simulação:

- Controle de um Erro grande
- Controle de um Erro pequeno e com Aceleração

Na forma linguística as regras de base são:

1. IF (ErroVelocidade IS positivo) THEN Variacao\_Tensao IS aumentarMuito
2. IF (ErroVelocidade IS negativo) THEN Variacao\_Tensao IS diminuirMuito
3. IF (ErroVelocidade IS ok) AND (Aceleração IS zero) THEN Variacao\_Tensao IS manter
4. IF (ErroVelocidade IS ok) AND (Aceleração IS negativa) THEN Variacao\_Tensao IS aumentar
5. IF (ErroVelocidade IS ok) AND (Aceleração IS positiva) THEN Variacao\_Tensao IS diminuir

Na forma matricial temos as combinações possíveis de leitura do erro da velocidade e aceleração e a resposta em tensão. Vale ressaltar que a matriz só é válida se as condições de Temperatura Fria e Pedal forem satisfeitas. Ou seja, se o ciclista estiver pedalando e se a temperatura do motor for abaixo de 100°C:

### 3.4.5 Normalização e fatores de escala

O valor final da tensão será a soma entre valor de resposta do controlador fuzzy e o valor atual da tensão que está sendo aplicada ao motor. Portanto, o valor da tensão atual será o fator de escala de saída do controlador.

### 3.4.6 Fuzzificação

Para realizar o processo de fuzzificação é adotado o método de inferência de Mandami.

### 3.4.7 Identificação da saída

A saída do sistema fuzzy será um número que irá determinar qual é a quantidade de tensão que será aplicada no motor quando ele se encontra em um dado estado.

### 3.4.8 Defuzzificação

O método de Defuzzificação escolhido é o método do “Centro de Gravidade”.

## 3.5 Simulação e Aplicação

### 3.5.1 Código de controle fuzzy em Python

Criar uma função que se chama fuzzyControl e passar para ela como entrada os sinais.

### 3.5.2 Equações do modelo e dados utilizados

Modelo construído de forma que o ciclista mantenha uma cadência constante durante o percurso.

Para o circuito de teste, vetor com as inclinações para cada metro de percurso:

Para o torque fornecido pelo ciclista, em função de sua cadência:

$$T_{humano} = 12 \text{ N.m}$$

Para a velocidade do conjunto, em função dos torques do motor, do ciclista e da velocidade:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{(J_t + M \cdot r^2)} (k_t \cdot I_a + T_{humano} - B \cdot \omega - r[F_w + F_{rr} + F_a])$$

Já para a equação da corrente, que irá relacionar a tensão na armadura e a corrente na armadura:

$$\frac{dI_a}{dt} = \frac{1}{La} (V_a - k_t \cdot \omega(t) - R_a \cdot I_a(t))$$

Os valores adotados para simulação serão:

M - Massa total do conjunto bicicleta ciclista [kg]	100
r - Raio da roda da bicicleta [m]	0,25
n - Cadência no pedal [rpm]	60
kt - Constante de torque do motor elétrico[N.m/A]	1,49
Tf - Torque resistivo do motor [N.m]	1,71
As - Área frontal do ciclista [m <sup>2</sup> ]	0,509
Crr - Coeficiente de atrito de rolamento	0,76
Cw - Coeficiente de arrasto do ar	0,0025
$\rho_{ar}$ - Densidade do ar [kg/m <sup>3</sup> ]	1,2
g - Aceleração da gravidade [m/s <sup>2</sup> ]	9,81

Tabela 7 - Valores das constantes adotadas para a simulação

### 3.5.3 Código completo da simulação

Código completo disponível no link:

<https://github.com/Luisf3-moreira/Controlador-Fuzzy-de-velocidade->

## 4 RESULTADOS

Foram feitos os cálculos das métricas do tempo e de uma estimativa da autonomia da bicicleta elétrica para 3 trajetos: Partida do plano e aumento da inclinação, partida inclinado e aumento da inclinação, inclinação constante. Sendo um teste com trajeto constante e variação nos parâmetros do sistema para checar a robustez do controlador.

### 4.1 - Resultados do controlador PID

Utilizando-se os seguintes valores, obtidos através da regra de Ziegler-Nichols modificada, para o ganho do PID :

$$k_c = 0,55$$

$$t_c = 0,04s$$

$$k_p = 0,5 * k_c = 0,27515$$

$$\tau_{uI} = 0,005 * (1/t_s) = 0,0125$$

$$\tau_{uD} = 0,0009 * (1/t_s) = 0,0225$$

Para o trajeto 1: partindo do plano, com inclinação de  $0^\circ$ , até a inclinação máxima de  $8^\circ$ . Trajeto com 350 pontos:

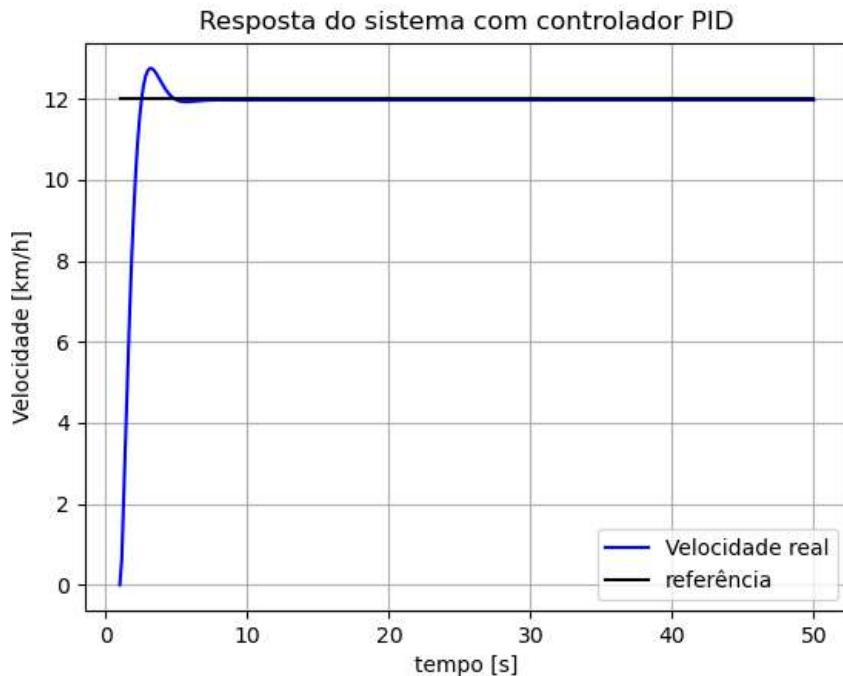


Figura 35 - Gráfico da resposta do sistema com controlador PID para o trajeto 1

Para o trajeto 2: partindo inclinado, com inclinação de  $3^\circ$ , até a inclinação máxima de  $8^\circ$ . Trajeto com 350 pontos:

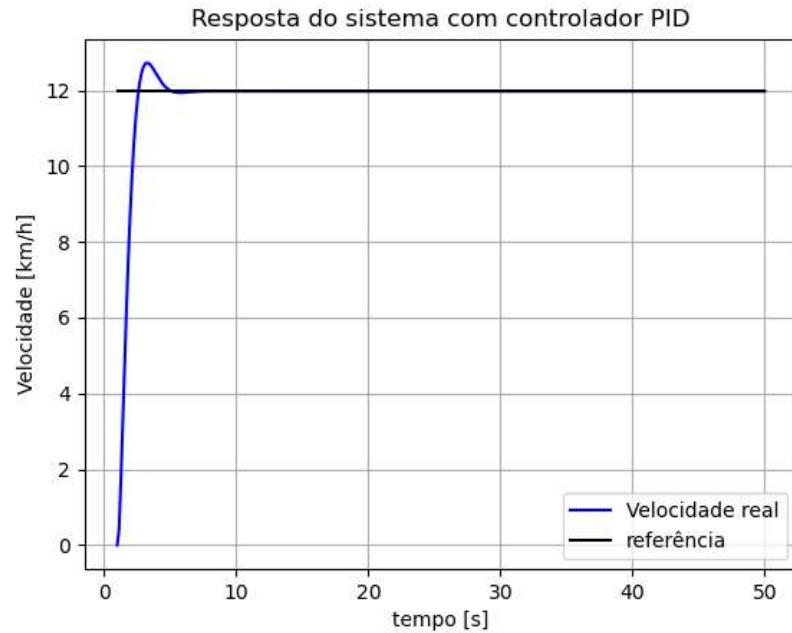


Figura 36 - Gráfico da resposta do sistema com controlador PID para o trajeto 2

Para o trajeto 3: inclinação constante, com inclinação de  $2^\circ$ . Trajeto com 350 pontos:

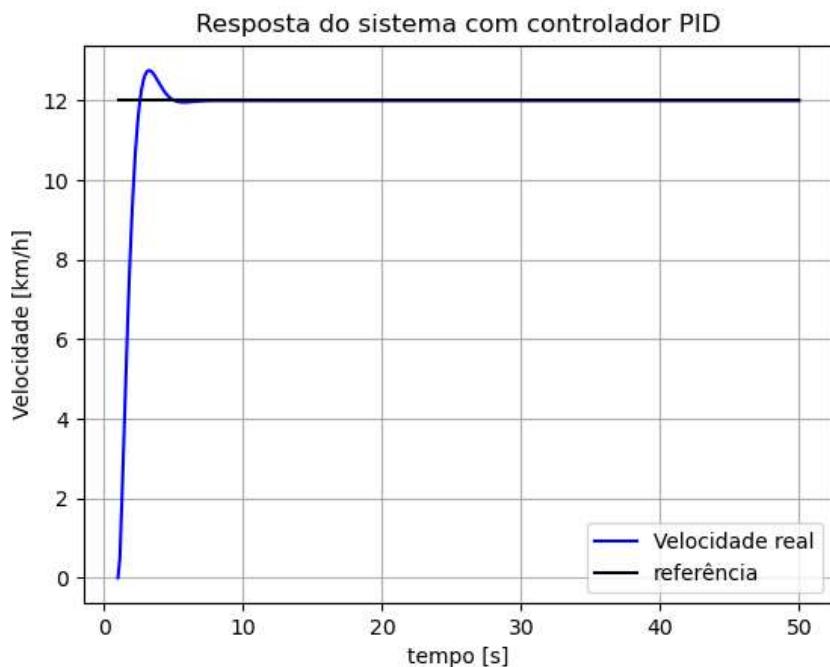


Figura 37 - Gráfico da resposta do sistema com controlador PID para o trajeto 3

#### 4.2 - Resultados do controlador Fuzzy

Para o trajeto 1: partindo do plano, com inclinação de  $0^\circ$ , até a inclinação máxima de  $8^\circ$ . Trajeto com 350 pontos:

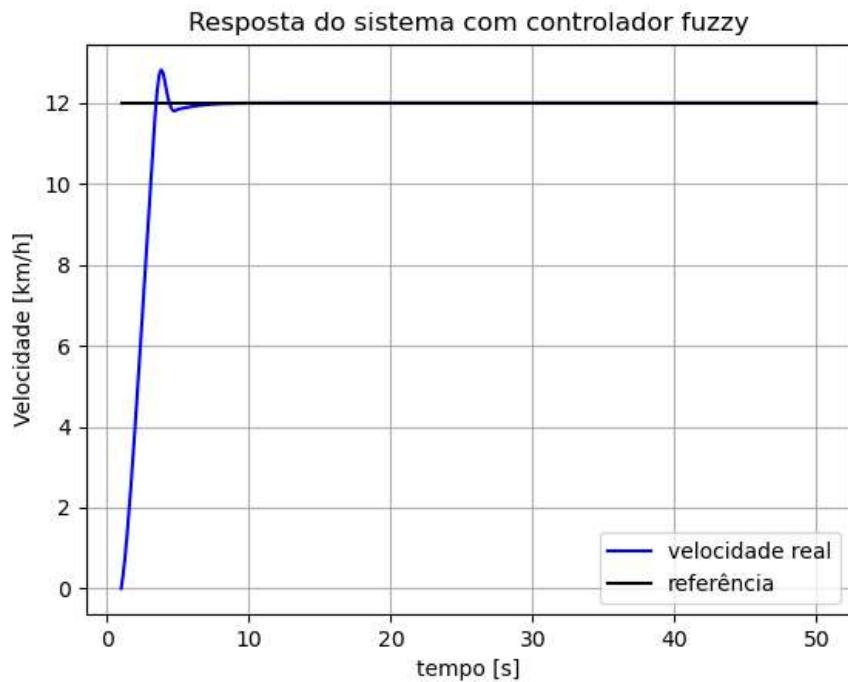


Figura 38 - Gráfico da resposta do sistema com controlador Fuzzy para o trajeto 1

Para o trajeto 2: partindo inclinado, com inclinação de  $3^\circ$ , até a inclinação máxima de  $8^\circ$ . Trajeto com 350 pontos:



Figura 39 - Gráfico da resposta do sistema com controlador Fuzzy para o trajeto 2

Para o trajeto 3: inclinação constante, com inclinação de  $2^\circ$ . Trajeto com 350 pontos:



Figura 40 - Gráfico da resposta do sistema com controlador Fuzzy para o trajeto 3

### 4.3 - Métricas de controle

As métricas que são medidas são:

Para o trajeto 1:

	PID	Fuzzy
Overshoot (%)	6,2298	6,8445
Tempo de subida (s)	1,1232	1,9656
Tempo de Pico (s)	3,2464	3,808
Tempo de acomodação (s)	7,318	7,7392
Erro de regime (%)	0	0

Tabela 8 - Métricas de controle para o trajeto 1 com os controladores PID e Fuzzy

Visualizando os resultados temos na figura a seguir:

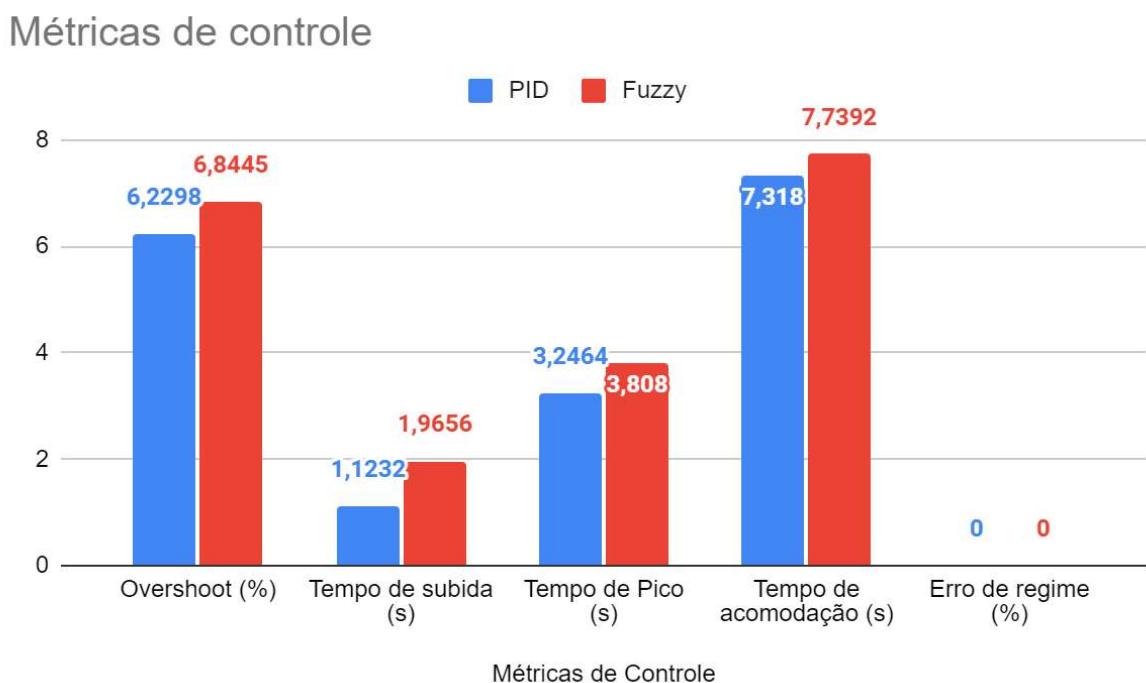


Figura 41 - Comparaçāo das métricas de controle no tempo entre os controladores no trajeto 1

Para trajeto 2:

	PID	Fuzzy
Overshoot (%)	6,06	6,7095
Tempo de subida (s)	1,2636	2,106
Tempo de Pico (s)	3,2464	3,9484
Tempo de acomodação (s)	7,4584	7,8786
Erro de regime (%)	0	0

Tabela 9 - Métricas de controle para o trajeto 2 com os controladores PID e Fuzzy

Visualizando os resultados temos a figura a seguir:

### Métricas de Controle

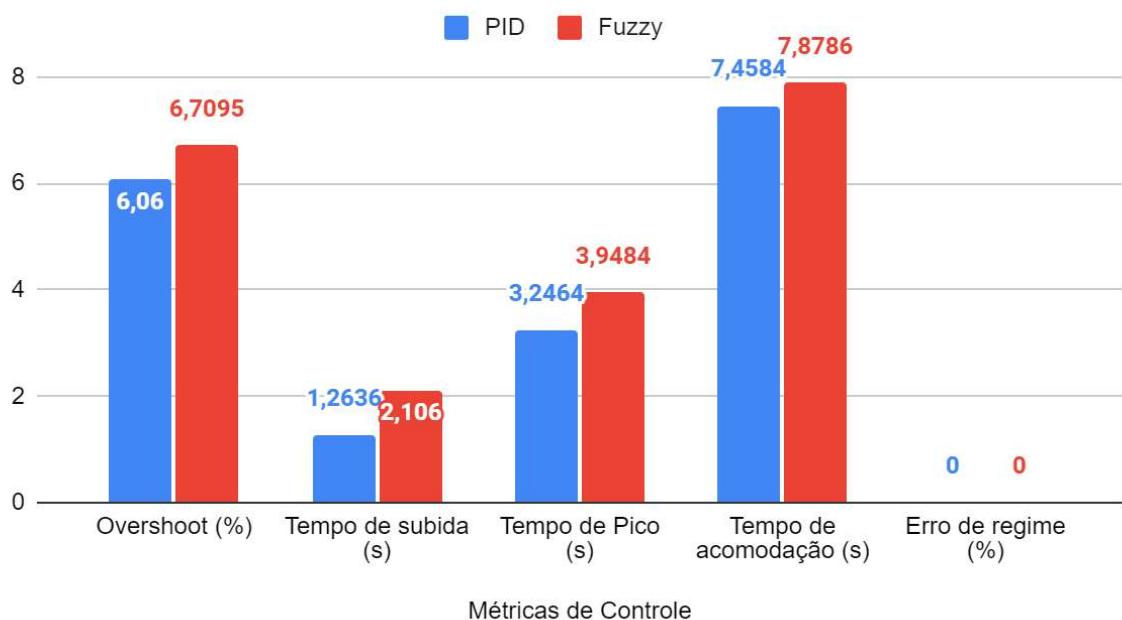


Figura 42 - Comparaçāo das métricas de controle no tempo entre os controladores no trajeto 2

Para trajeto 3:

	PID	Fuzzy
Overshoot (%)	6,3483	7,744
Tempo de subida (s)	1,2636	1,9656
Tempo de Pico (s)	3,2464	3,9484
Tempo de acomodação (s)	7,5988	8,722
Erro de regime (%)	0	0

Tabela 10 - Métricas de controle para o trajeto 3 com os controladores PID e Fuzzy

Visualizando os resultados temos a figura a seguir:

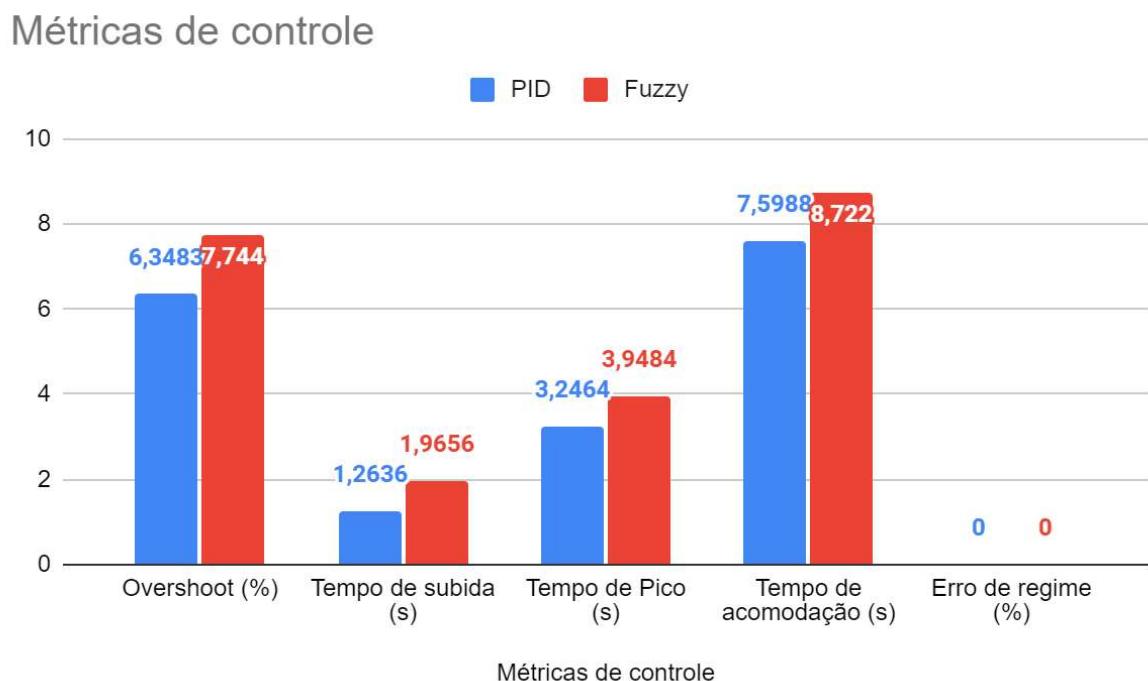


Figura 43 - Comparaçāo das métricas de controle no tempo entre os controladores no trajeto 3

#### 4.4- Consumo de energia

O consumo da bateria foi medido através da quantidade de corrente que foi utilizada no trajeto em questão. Foram computadas apenas os valores positivos da corrente, desconsiderando em primeiro momento a possibilidade de se utilizar o freio regenerativo.

Com isso, como  $Q = \int Idt$ , onde  $Q$  = carga [C],  $I$  = corrente variando no tempo [A] e  $t$  = tempo [s]. Pode-se calcular de maneira numérica qual o consumo da bateria. Para se estimar qual o valor relativo da carga que foi consumido e qual a porcentagem restante da bateria, adotou-se um valor “nbat” para representar a eficiência da bateria, no caso da simulação  $nbat = 0,9$ . O produto desse valor pela carga nominal representa a quantidade de carga que fica disponível para a utilização do motor.

Também são fornecidas estimativas da autonomia da bateria em tempo[minutos] e em distância [km], caso as condições do trajeto se assemelhem às condições do trajeto simulado.

Para o trajeto 1 tem-se os seguintes resultados:

	PID	Fuzzy
Carga (C)	386,9812	383,269
Valor consumido (%)	2,39	2,37
Distância percorrida (m)	579,3	572,3
Valor restante de carga (%)	97,61	97,63
Autonomia em distância (km)	24,25	24,19
Autonomia em tempo (min)	35	35

Tabela 11 - Consumo da bateria para o trajeto 1 com os controladores PID e Fuzzy

Visualizando os resultados temos a figura a seguir

### Consumo e autonomia da bateria

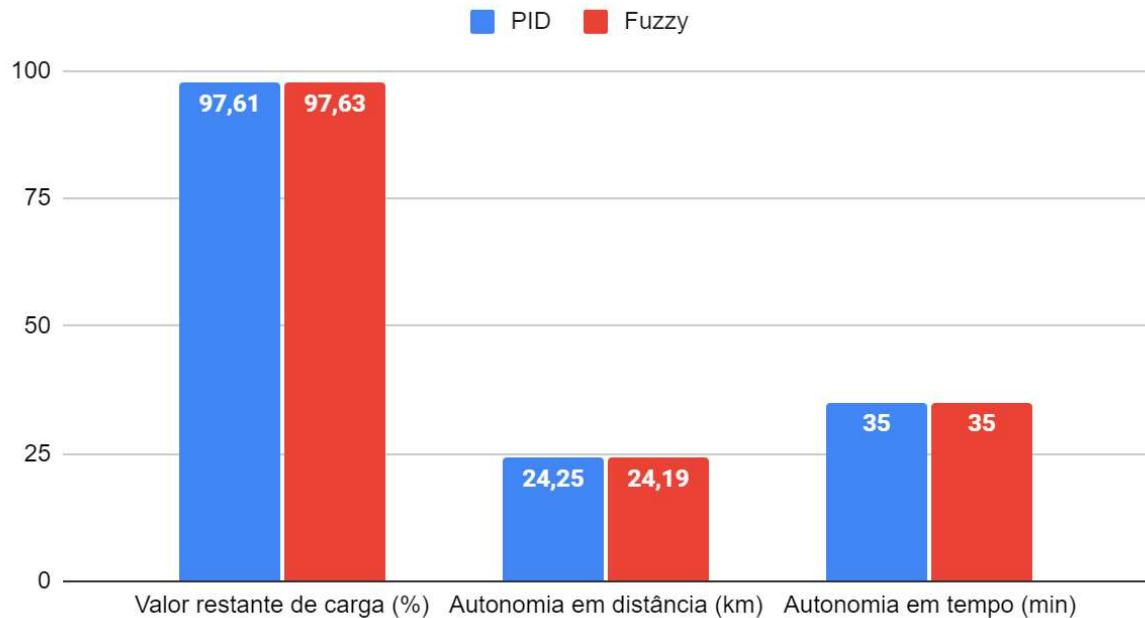


Figura 44 - Comparaçāo do consumo da bateria do sistema usando um dos controladores no trajeto 1

Para o trajeto 2 tem-se os seguintes resultados:

Com o controlador PID:

	PID	Fuzzy
Carga (C)	584,027	585,21
Valor consumido (%)	3,61	3,61
Distância percorrida (m)	579,2	570,3
Valor restante de carga (%)	96,39	96,39
Autonomia em distância (km)	16,07	15,79
Autonomia em tempo (min)	23	23

Tabela 12 - Consumo da bateria para o trajeto 2 com os controladores PID e Fuzzy

Visualizando os resultados temos a figura a seguir:

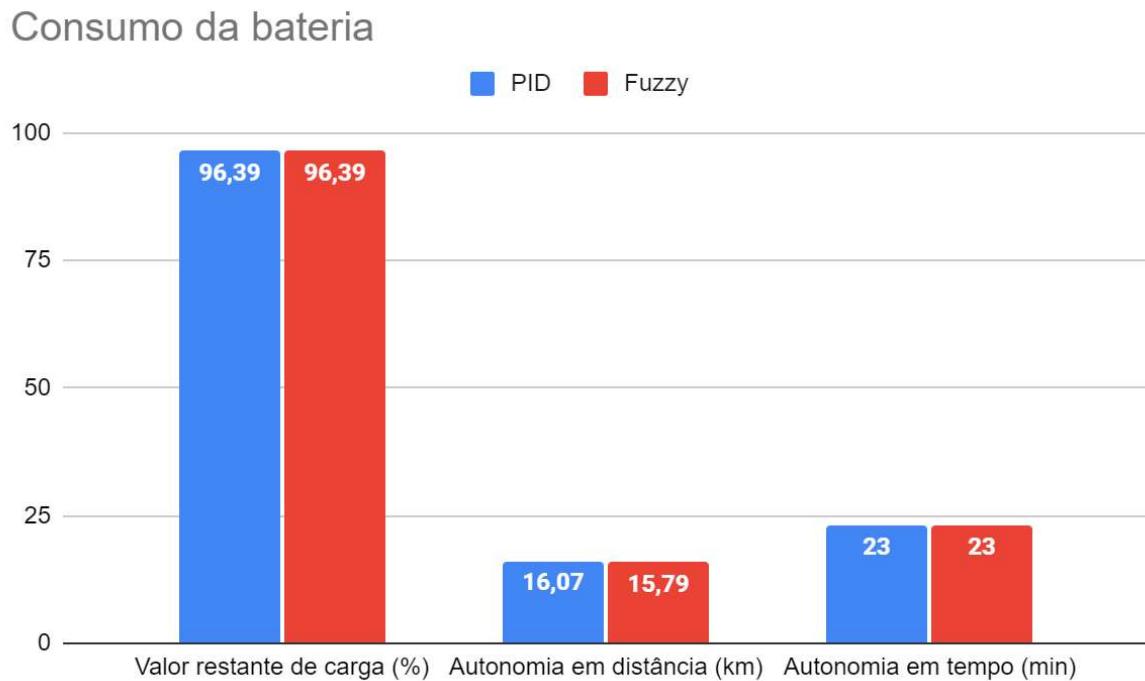


Figura 45 - Comparaçāo do consumo da bateria do sistema usando um dos controladores no trajeto 2

Para o trajeto 3 tem-se os seguintes resultados:

	PID	Fuzzy
Carga (C)	62,764	68,091
Valor consumido (%)	0,39	0,42
Distância percorrida (m)	580,5	570,9
Valor restante de carga (%)	99,61	99,58
Autonomia em distância (km)	149,84	135,84
Autonomia em tempo (min)	215	198

Tabela 13 - Consumo da bateria para o trajeto 3 com os controladores PID e Fuzzy

Visualizando os resultados temos a figura a seguir:

### Consumo da bateria

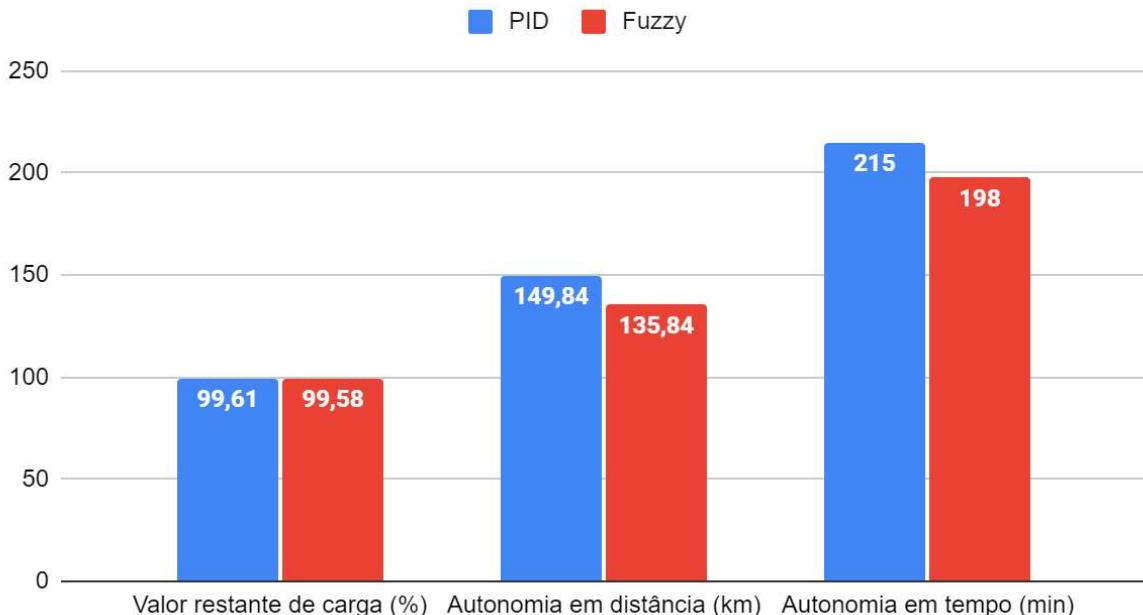


Figura 46 - Comparaçāo do consumo da bateria do sistema usando um dos controladores no trajeto 3

#### 4.5 - Controlador Fuzzy no espaço discreto

Para aumentar a velocidade de cálculo da simulação e para permitir que o controlador possa ser implementado em um microcontrolador a posteriori, o espaço dos pontos de análise foi discretizado. Dessa forma, os resultados do controlador fuzzy para os pontos do espaço discretizado estão armazenados em uma estrutura do tipo “Array”, na forma matricial. Com isso, é possível implementar o controlador em qualquer microcontrolador e também aumentar a velocidade com que os cálculos para o controle são feitos.

O espaço discretizado possui as seguintes dimensões:

- Para a aceleração: A aceleração possui 350 pontos entre  $-2,5 \text{ rad/s}^2$  e  $2,5 \text{ rad/s}^2$
- Para o erro da velocidade: O erro possui 350 pontos entre -1 e 1.

Após a criação do espaço discretizado foi utilizado um ciclo “For” para que o controlador simulasse todas as entradas possíveis do estado. A seguir, os valores do controlador foram armazenados em um “array” que foi salvo com o nome: “Espaço\_de\_Control fuzzy”. Esse “array” pode ser exportado como um arquivo .csv ou .npy.

Para esse trabalho foi utilizado a extensão .npy para que ele pudesse ser importado novamente para o código Python. Na figura a seguir está a representação do espaço de controle:

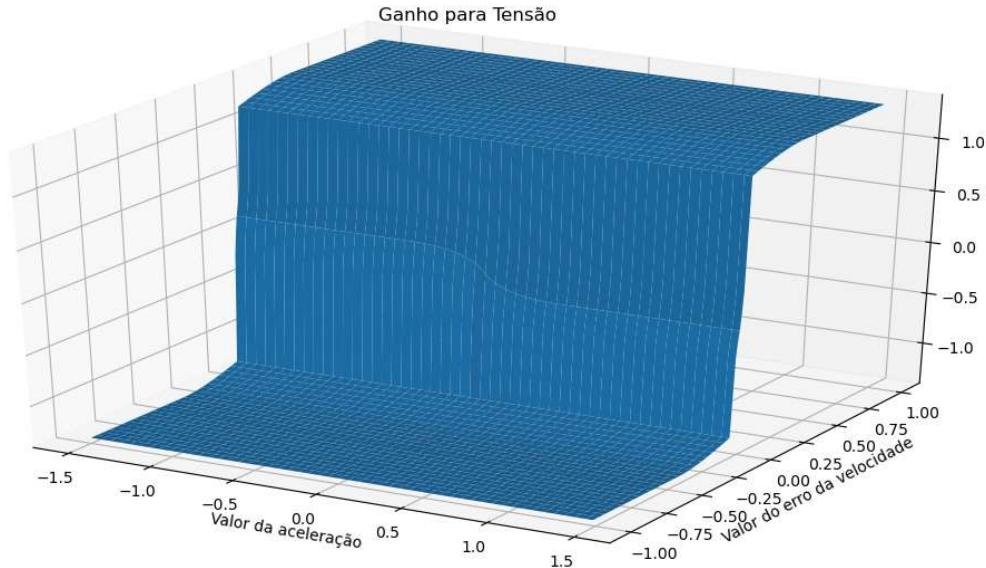


Figura 47 - Espaço de controle com as respostas do controlador Fuzzy

O resultado da simulação para o trajeto 3 usando o espaço discretizado está na figura a seguir:



Figura 48 - Resposta do sistema para o controlador Fuzzy em espaço discreto

A discretização introduz na resposta do sistema pequenas oscilações na condição de regime. Porém essas oscilações não são de valor considerável e não atrapalham o comportamento geral do sistema. A figura a seguir mostra em detalhe esse efeito:



Figura 49 - Efeito da discretização na resposta do sistema para o controlador Fuzzy

#### 4.5.1 - Métricas de controle

	Fuzzy discreto	PID	Fuzzy
Overshoot (%)	7,6382	6,3483	7,744
Tempo de subida (s)	1,9656	1,2636	1,9656
Tempo de Pico (s)	3,9484	3,2464	3,9484
Tempo de acomodação (s)	8,8624	7,5988	8,722
Erro de regime (%)	0	0	0

Tabela 14 - Métricas de controle para o trajeto 3 com os controladores Fuzzy discreto, PID e Fuzzy

#### Métricas de controle

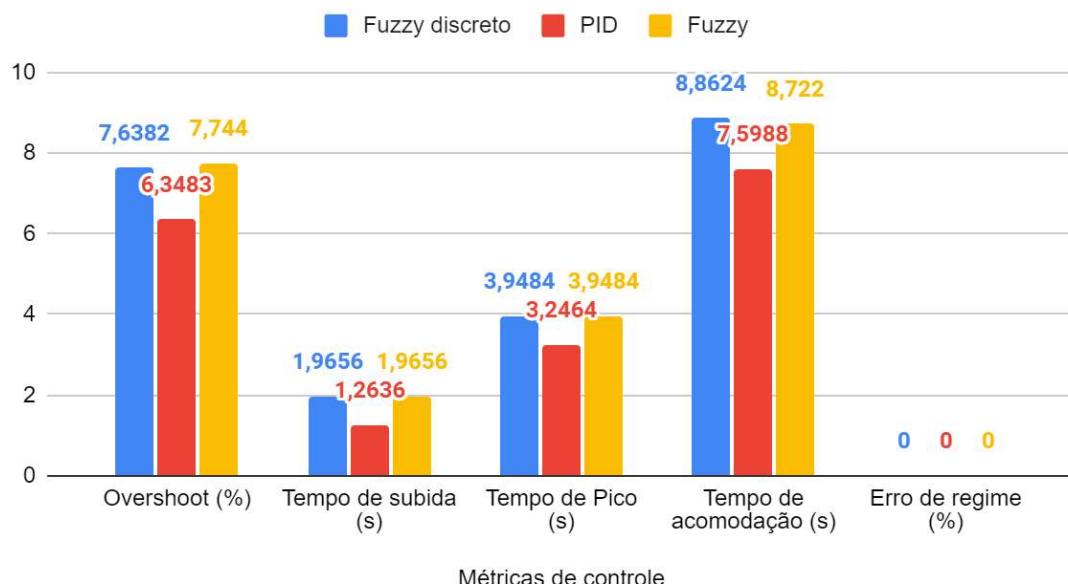


Figura 50 - Comparação das métricas de controle no tempo usando um dos três controladores no trajeto 3

#### 4.5.2 - Consumo de energia

	Fuzzy discreto	PID	Fuzzy
Carga (C)	37,3796	62,764	68,091
Valor consumido (%)	0,23	0,39	0,42
Distância percorrida (m)	570,3	580,5	570,9
Valor restante de carga (%)	99,77	99,61	99,58
Autonomia em distância (km)	247,17	149,84	135,84
Autonomia em tempo (min)	361	215	198

Tabela 15 - Consumo da bateria para o trajeto 3 com os controladores Fuzzy discreto, PID e Fuzzy

#### Consumo da bateria

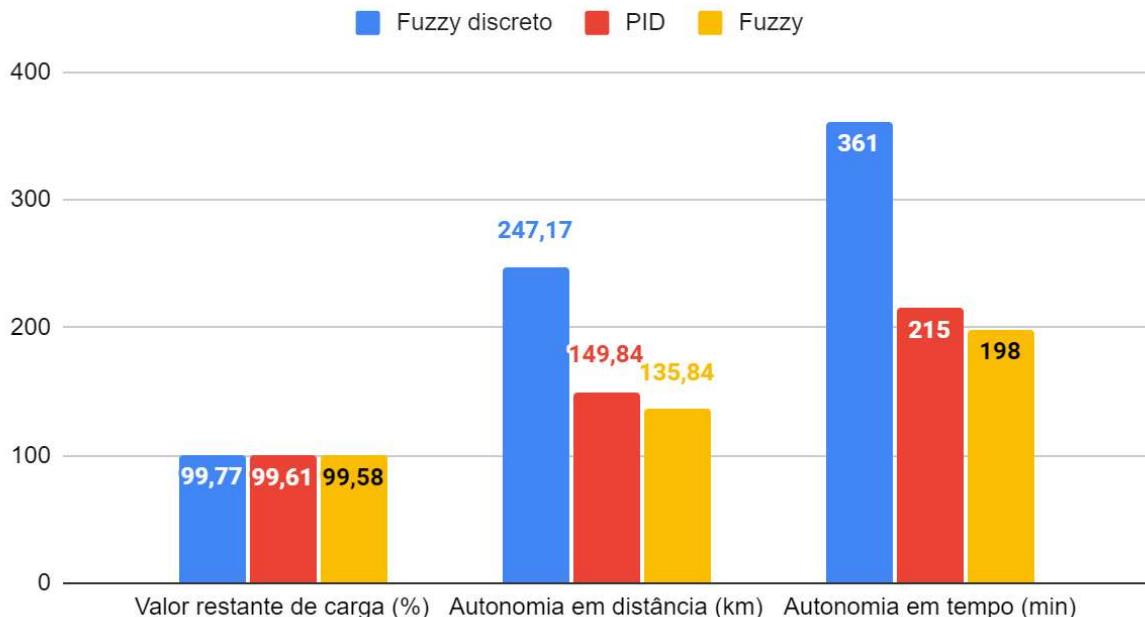


Figura 51 - Comparaçao do consumo da bateria do sistema usando um dos três controladores no trajeto 3

Percebe-se que o consumo de energia da bateria foi reduzido consideravelmente em comparação ao controlador fuzzy contínuo e ao controlador PID para o mesmo trajeto. Provavelmente provocada pela menor quantidade de correções que são feitas em relação à tensão da armadura, uma vez que os valores do espaço são “truncados”. Já em relação às métricas de controle os valores para todas as métricas permaneceram próximos em comparação ao controlador fuzzy discreto e ao controlador PID, mas com um sistema discreto alguns centésimos de segundo mais lento.

#### 4.6 - Comparação entre os Controladores

Serão comparados o controlador PID e o controlador Fuzzy no espaço contínuo.

Para o trajeto inclinação constante, com inclinação de  $2^\circ$ . Trajeto com 350 pontos:

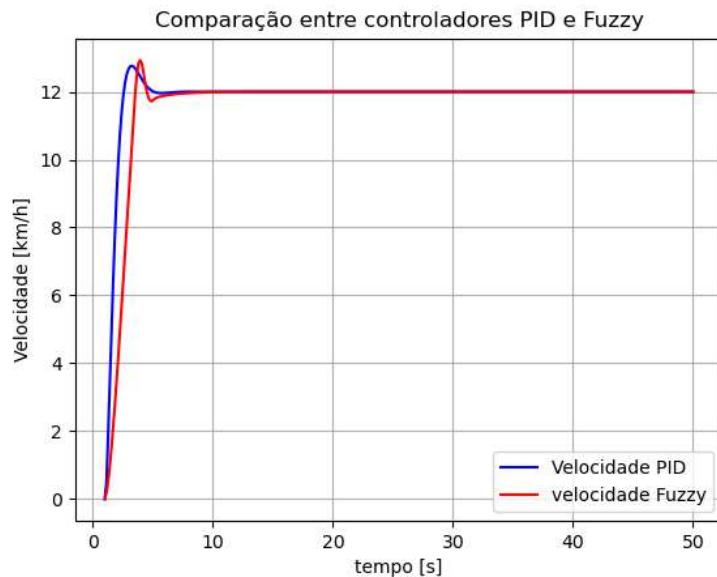


Figura 52 - Gráfico comparando resposta do sistema com controlador Fuzzy e PID para o trajeto 3

Para o trajeto inclinação constante, com inclinação de  $2^\circ$ . Valor da indutância maior com  $La = 0,02$  Henry, massa de 100kg e  $Ra = 0,55$  Ohms . Trajeto com 350 pontos:

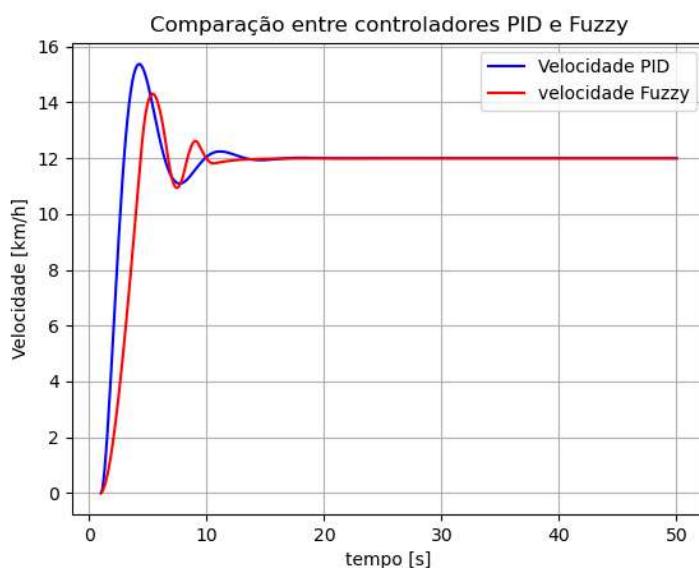


Figura 53 - Gráfico comparando resposta do sistema com controlador Fuzzy e PID para o trajeto 3 com  $La = 0,02$  H

Para o trajeto 3 com  $La = 0,02$  H, tem-se os seguintes resultados para a autonomia:

	PID	Fuzzy
Carga (C)	73,6554	70,9151
Valor consumido (%)	0,45	0,44
Distância percorrida (m)	580,6	566,1
Valor restante de carga (%)	99,55	99,56
Autonomia em distância (km)	127,7	129,32
Autonomia em tempo (min)	183	190

Tabela 16 - Consumo da bateria para o trajeto 1 com os controladores PID e Fuzzy

### Consumo da bateria

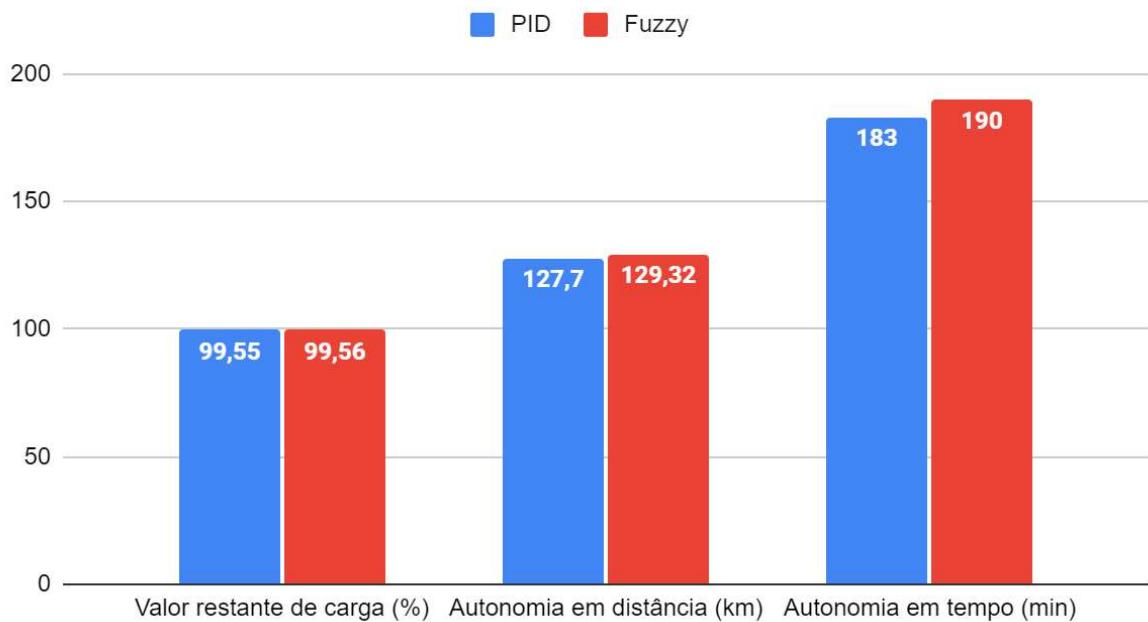


Figura 54 - Comparaçāo do consumo da bateria do sistema modificado usando um dos controladores no trajeto 3

E os valores das métricas no tempo foram:

	PID	Fuzzy
Overshoot (%)	24,1448	19,2653
Tempo de subida (s)	1,5444	2,5272
Tempo de Pico (s)	4,2292	5,3524
Tempo de acomodação (s)	19,673	17,848
Erro de regime (%)	0	0

Tabela 17 - Métricas de controle para o trajeto 3 com os controladores PID e Fuzzy e sistema modificado

## Métricas de controle

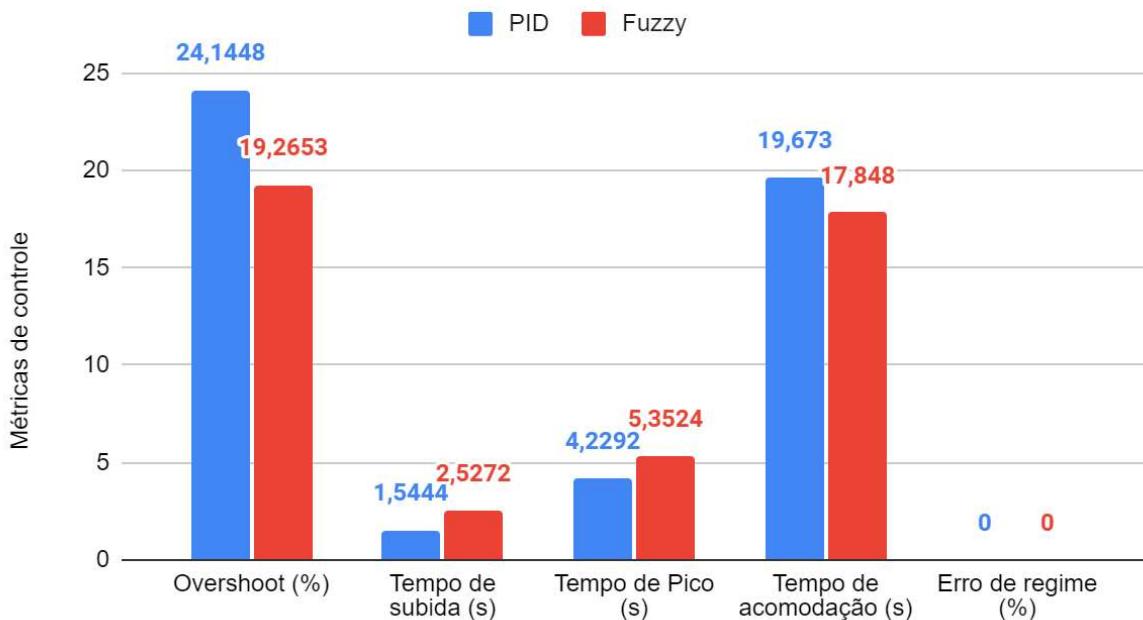


Figura 55 - Comparaçao das métricas de controle no tempo entre os controladores no trajeto 3 do sistema modificado

Todos os dois sistemas atingiram a condição de erro de regime zero para todos os três trajetos. O que pode indicar que o sistema é de ordem 1 em relação às constantes de erro. O que irá levar a uma condição de erro de velocidade constante para uma entrada do tipo rampa.

Outra característica importante é o fato do sistema possuir uma inércia muito grande devido a massa que é transportada: 100 kg. Essa grande inércia tem influência nos valores dos resultados das métricas do tempo. Deixando em geral o sistema mais lento e com um “overshoot” maior.

É possível notar que com a utilização de um sistema fuzzy há uma autonomia da bateria semelhante ao se utilizar o controle PID, porém o sistema fuzzy é em geral mais lento

em relação ao tempo de acomodação. Entretanto, a diferença de tempo se encontra na ordem dos centésimos de segundo, o que não é percebido pelo usuário comum, com tempo de reação de 265 ms (BRUZI *et al*, 2013) . Pode-se dizer que a autonomia da bateria está para a média de 30 km para a carga completa e com assistência de pedal. O sistema com controle Fuzzy apresentou um comportamento semelhante ou superior ao controle PID, implicando em certos casos em economia da energia utilizada na bateria mas com uma resposta ligeiramente mais lenta.

---

## 5 CONCLUSÃO

Dado os resultados da simulação do controlador Fuzzy em comparação ao controlador PID, percebe-se uma vantagem em utilizar o método Fuzzy no controle de velocidade de veículos elétricos.

O controle com lógica Fuzzy possui a vantagem de não necessitar de um modelo matemático para ser implementado. Desenvolver um modelo matemático é algo que irá consumir recursos e tempo de desenvolvimento. Como para desenvolver o controle fuzzy não há essa necessidade, a etapa de desenvolvimento do modelo matemático detalhado pode ser “ignorada”.

Em específico para o caso dos veículos elétricos com duas rodas o seu comportamento é descrito por meio de equações não lineares e envolvem muitas incertezas com relação a adoção das hipóteses simplificadoras. Nesse sentido, o controle fuzzy seria eficaz ao ser implementado como um “substituto” do controle humano da velocidade, ou de um controle PID. Permitindo assim, que o veículo tenha uma maior autonomia, maior velocidade de resposta, que se adapte a vários modelos de veículos (pois não depende de um modelo específico) e que se adeque à legislação de trânsito atual no Brasil.

Outro aspecto é o fato do sistema ter sido desenvolvido e simulado em Python. Uma linguagem aberta e que não necessita de custos adicionais de implementação de suas bibliotecas. Permitindo que o código seja posteriormente implementado em microcontroladores para o controle do sistema real.

Para o sistema real é vantajoso implementar um controle fuzzy que é representado por uma matriz do tipo “array” que contém todas as respostas possíveis para os possíveis valores de entrada. Fazendo com que o microcontrolador procure o resultado nessa matriz ao invés de realizar os cálculos, aumentando a velocidade de resposta do controlador. Para se realizar é necessário uma simulação com pontos contendo os valores de entrada e em seguida o armazenamento da resposta em um array de dimensão 3.

Para a questão ambiental, o menor consumo da bateria implica em menor uso de energia elétrica e maior autonomia da bateria implica em maior adoção do veículo elétrico.

Para a questão social, o sistema adequa-se à legislação de trânsito e o veículo continua se comportando como uma bicicleta. Mantendo as vantagens de uma bicicleta, como a de produzir baixo nível de ruído e ocupar pouco espaço no trânsito. Além de, devido à massa total do veículo, ele poder ser utilizado como bicicleta, ao contrário de outros produtos

disponíveis hoje, que são muito pesados e acabam se tornando “cicloelétricos” pois são muito pesados para serem propulsionados apenas por tração humana.

Para a questão econômica, o sistema se mostrou robusto o suficiente para não precisar de adaptações se o veículo for diferente ou se o trajeto mudar. Além de não precisar da identificação do modelo do veículo que será controlado. O que reduz os custos de implementação de um sistema de controle, que pode ser implementado em um microcontrolador e operando junto a uma ESC. Fazendo assim com que o veículo possa ter um desempenho de um veículo totalmente elétrico, porém com o valor final de venda reduzido, pois irá necessitar de menos capacidade de carga na bateria e menor investimento para implementação do controle.

Para a questão tecnológica, o sistema foi implementado em Python ao invés do tradicional MATLAB. Além disso, o sistema fuzzy, que pode ser visto como um tipo de inteligência artificial, conseguiu se equiparar ou ser melhor do que um método matemático como o PID. O sistema PID é mais trabalhoso para se determinar o valor de seus ganhos, já o sistema Fuzzy, uma vez determinada as regras e os intervalos de suas classes não são necessárias grandes atualizações, embora elas sejam necessárias. Outro ponto é o fato de o sistema fuzzy já levar em consideração o fato de que em um sistema real os dados serão numéricos e amostrados, o que pode influenciar no resultado do controlador PID que depende da característica do sistema, mas não do fuzzy que depende dos resultados do sistema.

Desvantagens observadas nessa técnica de controle estão relacionadas ao fato de se ter que conhecer o comportamento do sistema a ser controlado e ao fato de que as regras precisam ser atualizadas caso se descubra uma nova forma de operar o sistema. Para isso, em trabalhos futuros, é proposto usar um algoritmo genético para resolver o problema da necessidade de atualização, eles irão criar novas classes. Algoritmos de machine learning para classificar os dados já obtidos nas classes criadas e filtro de kalman para decidir entre o fuzzy e o modelo do motor clássico.

Enfim, vale ressaltar que o sistema fuzzy não encontra a melhor solução, mas encontra uma das melhores soluções possíveis. Ou seja, o sistema encontra um máximo local e não necessariamente um máximo global. O mesmo vale caso seja implementado com algum algoritmo genético. Uma boa solução será aquela que for viável economicamente e que utilize técnicas que se complementam.

## REFERÊNCIAS

- ARESIO. **GitHub - aresio/simpful**: A friendly python library for fuzzy logic reasoning. GitHub. Disponível em: <https://github.com/aresio/simpful>. Acesso em: 19 out. 2021.
- BALBINOT, A.; BRUSAMARELLO, V.J. **Instrumentação e Fundamentos de Medidas**. 2. ed. São Paulo: LTC, 2011.
- BRAGA, Alvesio *et al.* Poluição atmosférica e saúde humana. **Revista USP**, v. 0, n. 51, p. 58, 2001.
- BRUZI, Alessandro Teodoro *et al.* Comparação do tempo de reação entre atletas de Basquetebol, Ginástica Artística e não atletas. **Revista Brasileira de Ciências do Esporte**, v. 35, n. 2, p. 469–480, 2013.
- DANIEL CALIN, Marius; HELEREA, Elena; ANGHEL, Gheorghe. Temperature influence and measurement uncertainty on NdFeB magnetic characteristics. *In: 2017 5th International Symposium on Electrical and Electronics Engineering (ISEEE)*. [s.l.]: IEEE, 2017. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1109/iseee.2017.8170699>. Acesso em: 22 out. 2021.
- DIMITROV, Vladimir; HVARCHILKOV, Dimcho. System Level Modelling and Simulation of an Electric Bicycle. *In: 2018 IX National Conference with International Participation (ELECTRONICA)*. [s.l.]: IEEE, 2018. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1109/electronica.2018.8439691>. Acesso em: 1 nov. 2021.
- ELECTRO-CRAFT CORPORATION. **DC Motors, Speed Controls, Servo Systems, An Engineering Handbook**. 3. ed. [s.l.]: Pergamon Press, 1972. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/C2013-0-02893-9>. Acesso em: 1 nov. 2021
- EMFi BLDC Hub Motor Consolidated Spec Sheet - Test report n° 02 8271**. EMF-Innovations. Disponível em: <https://www.emf-i.com/downloads/>. Acesso em: 1 nov. 2021.

GOUVEIA, Nelson *et al.* Poluição do ar e hospitalizações na maior metrópole brasileira. **Revista de Saúde Pública**, v. 51, p. 117, 2017.

HUNG, Nguyen Ba; LIM, Octaeck. A simulation and experimental study of dynamic performance and electric consumption of an electric bicycle. **Energy Procedia**, v. 158, n. 10, p. 2865–2871, 2019.

LIMA, Gabrielly Bertolino. **Mobilidade por bicicleta**: o uso de bicicletas elétricas em Paraopeba (MG). <https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/31601>. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1843/31601>. Acesso em: 1 nov. 2021.

MORTON, R. H.; HODGSON, D. J. The relationship between power output and endurance: a brief review. **European Journal of Applied Physiology and Occupational Physiology**, v. 73, n. 6, p. 491–502, 1996.

MÜLLER, Wolfram; HOFMANN, Peter. Performance factors in bicycling: Human power, drag, and rolling resistance. In: **Sport Aerodynamics**. Vienna: Springer Vienna, 2008, p. 49–91. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-211-89297-8\\_4](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-211-89297-8_4). Acesso em: 1 nov. 2021.

NISE, N. S. **Control Systems Engineering**. sixth ed. [s.l.] Wiley, 2011.

OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. [s.l.]: Pearson, 2011.

RODRIGUES, Cristina Guimarães *et al.* Projeção da mortalidade e internações hospitalares na rede pública de saúde atribuíveis à poluição atmosférica no Estado de São Paulo entre 2012 e 2030. **Revista Brasileira de Estudos de População**, v. 32, n. 3, p. 489–509, 2015.

ROSS, Timothy J. **FUZZY LOGIC WITH ENGINEERING APPLICATIONS, 3RD ED.** [s.l.]: John Wiley & Sons, 2011.

SACCHETTI, Massimo *et al.* Different Effect of Cadence on Cycling Efficiency between Young and Older Cyclists. **Medicine & Science in Sports & Exercise**, v. 42, n. 11, p. 2128–2133, 2010.

SPOLAOR, Simone *et al.* Simpful: A User-Friendly Python Library for Fuzzy Logic. **International Journal of Computational Intelligence Systems**, v. 13, n. 1, p. 1687, 2020.

THEJASREE, Geethanjali; MANIYERI, Ranjith. E-Bike System Modeling and Simulation. *In: 2019 IEEE International Conference on Intelligent Systems and Green Technology (ICISGT)*. [s.l.]: IEEE, 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1109/icisgt44072.2019.00017>. Acesso em: 1 nov. 2021.

WARNER, Josh *et al.* **JDWarner/scikit-fuzzy**2Scikit-Fuzzy version 0.4.2. Zenodo. Disponível em: <https://zenodo.org/badge/latestdoi/8872608>. Acesso em: 26 nov. 2021.

ZIMMERMANN, Hans-Jürgen. **Fuzzy Set Theory — and Its Applications**. [s.l.]: Springer Science & Business Media, 2013.

---

## ANEXO A – Tabela com os dados do motor fornecidos pelo fabricante

Tensão(V)	Corrente (A)	Potência de Entrada (W)	Torque (N.m)	Rotação (rpm)	Potência de Saída (W)	Eficiência (%)	Tempo(s)
36,087	1,3528	48,8184936	0	255,2	0,3171	0,6495489242	0
36,085	1,3972	50,417962	0,2	254,6	4,8594	9,638231708	2,391
36,076	1,54	55,55704	0,6	253,7	14,888	26,79768397	3,172
36,066	1,8446	66,5273436	1,1	252,3	29,458	44,27953741	3,985
36,031	3,1301	112,7806331	2,9	247,7	76,14	67,51159123	5,594
36,095	5,1171	184,7017245	6	240	150,41	81,43399874	7,172
36,097	6,2679	226,2523863	8,1	234,8	198,15	87,57918678	8
36,098	7,8029	281,6690842	10	229,4	240,25	85,2951259	8,7572
36,098	8,184	295,426032	10,5	228,1	250	84,62355139	8,9499
36,097	9,4495	341,0986015	12	224	281,73	82,59488569	9,594
36,097	10,565	381,364805	14,2	218,5	325,27	85,2910378	10,391
36,096	12,337	445,316352	16,6	212,4	369,09	82,88265148	11,188
36,095	14,169	511,430055	19,2	205,7	413,01	80,75591099	12
36,09	14,607	527,16663	20	203,7	425,54	80,72210489	12,25
36,078	15,538	560,579964	21,7	199,3	452,18	80,66289005	12,781
36,091	17,6	635,2016	24,5	192,1	492,99	77,61158032	13,594
36,094	19,744	712,639936	27,4	183,8	526,88	73,93354952	14,391
36,093	20,392	736,008456	30	166,7	522,69	71,01684712	15,091
36,095	20,565	742,293675	33,1	139,7	483,72	65,16558288	15,985
36,095	20,522	740,74159	36,3	114,2	433,77	58,55888286	16,781
36,095	20,47	738,86465	39,4	91,7	377,8	51,13250444	17,578
36,104	20,412	736,954848	42,9	69,7	312,95	42,46528819	18,391
36,096	20,335	734,01216	46,2	50,6	244,87	33,36048275	19,172
36,094	20,301	732,744294	49,3	29	149,93	20,46143535	19,985
36,094	20,381	735,631814	47,2	14,1	69,731	9,479062579	20,797
36,095	18,688	674,54336	20,8	3	15,892	2,355964189	21,594

