

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

**APLICAÇÃO DE MÉTODOS GEOESTATÍSTICOS NA CONSTRUÇÃO DE MAPAS
POTENCIOMÉTRICOS PARA UMA ÁREA DE AFLORAMENTO DO SISTEMA
AQUÍFERO GUARANI NA BACIA HIDROGRÁFICA DO TIETÊ-JACARÉ**

Lucas Carlucci Sato

Orientadora: Profa. Dra. Alexandra Vieira Suhogusoff

Coorientador: Dr. José Luiz Albuquerque Filho

**MONOGRAFIA DE TRABALHO DE FORMATURA
(TF-2015 / 31)**

São Paulo

TF
S253
LC.a

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS



**APLICAÇÃO DE MÉTODOS GEOESTATÍSTICOS NA CONSTRUÇÃO DE MAPAS
POTENCIOMÉTRICOS PARA UMA ÁREA DE AFLORAMENTO DO SISTEMA
AQUÍFERO GUARANI NA BACIA HIDROGRÁFICA DO TIETÊ-JACARÉ**

Lucas Carlucci Sato

Orientadora: Profa. Dra. Alexandra Vieira Suhogusoff

Coorientador: Dr. José Luiz Albuquerque Filho

MONOGRAFIA DE TRABALHO DE FORMATURA
(TF-2015 / 31)

IGc-Instituto de Geociências



Apliação de métodos geoestatísticos na construção de
mapas potenciométricos para uma área d

M26519

Sao Paulo

2015

Lucas C. Sato

Lucas Carlucci Sato

Alexandra V. Suhogusoff

Profa. Dra. Alexandra Vieira Suhogusoff
(Orientadora)

RESUMO

A água é um recurso mineral essencial e fazer uma boa gestão dele é importante para o desenvolvimento; por isso, é necessário ter um bom conhecimento da dinâmica das águas subterrâneas. Uma importante ferramenta indicadora do comportamento das mesmas é o mapa potenciométrico, através do qual se consegue determinar, por exemplo, fluxos e velocidades de águas subterrâneas, definir áreas de recarga e descarga e determinar a relação hidráulica entre águas subterrâneas e corpos hídricos superficiais.

Dada a importância da obtenção de mapas potenciométricos, o objetivo deste trabalho foi gerá-los para uma porção de afloramento do Sistema Aquífero Guarani na Bacia Hidrográfica do Tiête-Jacaré, que se localiza na região central do Estado de São Paulo. Para isso, fez-se uso da geoestatística para interpolar dados de carga hidráulica por meio de krigagem ordinária e cokrigagem ordinária com auxílio de cota topográfica e, posteriormente fizeram-se comparações entre os diferentes resultados. A geoestatística foi empregada com o intuito de elevar a acurácia das estimativas, por possuir métodos de interpolação que consideram não só as distâncias dos pontos amostrados aos pontos a estimar, mas também o comportamento das variáveis em diferentes direções.

Para a área de estudo, o trabalho contou com dados de cota topográfica e valores de carga hidráulica de 137 poços e 275 pontos de rios, além de valores apenas de cota topográfica de 1.953 pontos dispostos em uma malha regular. Para que fossem possíveis as análises estatística e geoestatística, os dados de carga hidráulica e cota topográfica sofreram ajuste de retirada de superfícies de tendência, sendo utilizadas superfícies de graus um e dois para ambas as variáveis, para, então, seus resíduos serem submetidos às análises e estimativas.

Na análise estatística, todas as distribuições de resíduos foram consideradas simétricas e mesocúrticas, e, na análise geoestatística, constatou-se que todos os resíduos possuíam anisotropia mista para as direções N-S e L-O. Feita a análise geoestatística e ajustados os variogramas, puderam-se fazer a krigagem e a cokrigagem, sendo que a primeira apresentou melhores estimativas quando comparada à segunda através de análise bivariada, tendo a krigagem dos resíduos de grau um melhores resultados em comparação com a krigagem dos resíduos de grau dois, evidenciados por valores obtidos em validações cruzadas.

ABSTRACT

Water is a very important resource, and making good use of it is fundamental for the world's development. That's why it's important to have a good knowledge about groundwater. The potentiometric map is a very useful tool to understand the groundwater behavior, allowing to measure its flow and velocity, to define recharge and discharge areas, and to determine the hydraulic connection between groundwater and surface water bodies.

The purpose of this study was to generate improved potentiometric maps to better understand the Guarani Aquifer System in the Tietê-Jacaré Watershed, located in the center portion of the state of São Paulo. Geostatistics was applied to interpolate hydraulic head through ordinary kriging and cokriging employing topographic elevation. Subsequently, the results obtained by these two methods were evaluated and compared. The geostatistics studies increase the accuracy of predictions, since the interpolation methods consider not only the distance of the sampled points to the estimated points, but also the behavior of the variables in different directions.

This study relied on topographic elevation and hydraulic head data from 137 wells and 275 points of rivers, besides 1,953 points of topographic elevation evenly spread along a regular grid. In order to perform ordinary statistics and geostatistics analyses, trend-surfaces had to be removed from hydraulic head and topographic elevation data. Applying first- and second-degree trend-surfaces, residuals were obtained for each variable and then used in the analyses.

For the statistical analysis, all the residuals distributions were considered symmetrical and mesokurtic, and for the geostatistical analysis all the residuals had anisotropic behavior in the directions of N-S and E-W. After the geostatistical analysis and the variogram adjustment were accomplished, hydraulic heads could be interpolated by kriging and cokriging methods. The resulting potentiometric maps showed better estimates for kriging method through bivariate analysis. Cross-validations indicated that kriging of first-degree residuals had better results than that of second-degree ones.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha orientadora deste trabalho, a professora Alexandra Suhogusoff, e ao meu coorientador, José Luiz, por todo suporte que me deram além de toda boa vontade e disposição em me ajudar. Igualmente agradeço aos que muito contribuíram para que esse trabalho fosse possível, como o professore Marcelo Rocha, que teve extrema boa vontade e com o qual aprendi muito ao longo desse ano, o professor Jorge Kazuo que sempre demonstrou boa vontade em me ajudar e me disponibilizou o Geovisual para fazer o processamento dos dados, aos pós-graduandos Gustavo, Vitor e Eduardo, que me ajudaram sempre que precisei, à meus colegas de trabalho André Luiz, que me ajudou muito com a geração do banco de dados e dos mapas que se encontram nesse trabalho, e Luiz Gustavo, que também contribuiu para geração do banco de dados usado, ao Luiz Ferrari que sempre demonstrou boa vontade em me ajudar além de colaborar com a definição do tema e as correções dos relatórios, à Gisela que colaborou com a tradução do resumo e ao IPT que me forneceu o banco de dados e muito suporte neste trabalho.

Agradeço a minha família, aos meus amigos, colegas e funcionários da USP, a todos que contribuíram de alguma forma com a minha formação como geólogo e como ser humano ao longo destes anos de curso.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	1
3. TRABALHOS PRÉVIOS.....	2
4. ÁREA DE ESTUDO	4
5. GEOLOGIA E HIDROGEOLOGIA.....	5
6. MATERIAIS E MÉTODOS	9
6.1. <i>Softwares</i>	9
6.2. Banco de dados.....	9
6.3. Métodos estatísticos	13
6.3.1. <i>Distribuições</i>	13
6.3.2. <i>Média</i>	13
6.3.3. <i>Mediana</i>	13
6.3.4. <i>Moda</i>	14
6.3.5. <i>Quartis</i>	14
6.3.6. <i>Variância e desvio padrão</i>	14
6.3.7. <i>Coeficiente de variação</i>	14
6.3.8. <i>Assimetria</i>	15
6.3.9. <i>Curtose</i>	15
6.4. Métodos geoestatísticos	16
6.4.1. <i>Variáveis regionalizadas</i>	16
6.4.2. <i>Estacionariedade e hipótese intrínseca</i>	16
6.4.3. <i>Superfície de tendência</i>	17
6.4.4. <i>Mapa de variograma</i>	17
6.4.5. <i>Variograma</i>	17
6.4.6. <i>Modelos de variogramas</i>	19
6.4.7. <i>Comportamento próximo à origem</i>	20
6.4.9. <i>Validação Cruzada</i>	21
6.4.10. <i>Krigagem ordinária</i>	21
6.4.11. <i>Cokrigagem ordinária</i>	22
7. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	24
7.1. Dados brutos	24
7.2. Krigagem	27
7.3. Cokrigagem	35
7.4. Comparação dos resultados da krigagem e cokrigagem.....	44
8. CONCLUSÕES.....	48
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49

1. INTRODUÇÃO

A Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré encontra-se na porção central do Estado de São Paulo e comporta cidades importantes, como São Carlos, Bauru e Araraquara. Essas cidades correspondem a expressivos centros regionais industriais, das quais apenas São Carlos também tem destaque agropecuário, além de possuírem campi de algumas das mais importantes universidades do Estado de São Paulo e do país, como a Universidade de São Paulo (USP), a Universidade Estadual de São Paulo (UNESP) e a Universidade Federal de São Carlos (UFSCar).

A região da Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré representa significativa contribuição econômica e científica para o país e necessita continuamente de infraestrutura para o seu desenvolvimento. O abastecimento público de água nessa bacia é realizado, em grande parte, através da exploração de águas subterrâneas e, por este motivo, quaisquer estudos que ajudem a embasar modelos de gestão hídrica vêm a contribuir com o desenvolvimento sócio-econômico da região.

Os mapas potenciométricos, segundo Cleary (1989), podem ser muito úteis para estimar direções de fluxo, vazões e velocidades das águas subterrâneas, definir áreas de recarga e descarga, determinar a relação hidráulica entre as águas subterrâneas e os corpos hídricos superficiais, localizar áreas de bombeamento por poços, entre outras aplicações. Esse recurso permite definir o comportamento hidráulico de um aquífero, cujo conhecimento é imprescindível para o planejamento do uso sustentável dos recursos hídricos em uma determinada região.

Nesse sentido, insere-se o estudo do presente trabalho que, por meio de tratamento geoestatístico, obteve mapas potenciométricos para uma área de afloramento do Sistema Aquífero Guarani (SAG) na Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré, avaliando-se o melhor método de interpolação das cargas hidráulicas, considerando duas situações: estimativas apenas com cargas hidráulicas amostradas e com cargas hidráulicas integradas a informações de cotas topográficas, através de krigagem e cokrigagem, respectivamente.

2. OBJETIVOS

Para contribuir com o conhecimento das águas subterrâneas e a gestão desse recurso na região central do Estado de São Paulo, esse trabalho de formatura teve como objetivo gerar e comparar mapas potenciométricos de carga hidráulica em uma área de afloramento do SAG na Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré, aplicando para tanto dois métodos geoestatísticos de interpolação: krigagem e cokrigagem.

Na krigagem, consideraram-se apenas os valores de carga hidráulica medida em poços existentes na área de estudo e de cota de lâmina d'água em pontos em drenagens para

estimar os valores de carga hidráulica em pontos não amostrados, ao passo que, na cokrigagem, os valores de carga hidráulica em pontos não amostrados são coestimados a partir de valores de carga hidráulica com auxílio de valores de cota topográfica, empregando-se para tanto os mesmos valores de carga hidráulica e de cota de lâmina d'água utilizados na krigagem e valores de cotas topográficas dos mesmos poços, dos mesmos pontos em drenagens e de outros pontos distintos distribuídos em uma malha regular ao longo da área estudada.

Os mapas foram comparados através do uso da validação cruzada e análise bivariada, para se concluir, de maneira indireta, qual deles possui maior representatividade.

3. TRABALHOS PRÉVIOS

Em geologia, a geoestatística é bastante utilizada em diversas áreas, como por exemplo, na mineração, para avaliação de recursos e reservas minerais, em geologia do petróleo, para avaliação de depósitos de hidrocarbonetos, e em hidrogeologia, para geração de mapas de parâmetros hidrogeológicos.

Em mineração e geologia do petróleo, a geoestatística desempenha uma ferramenta essencial, tendo em vista o elevado custo de amostragem e o elevado risco da exploração poder tornar-se não economicamente viável.

A despeito da importância da análise geoestatística em estudos geológicos, observa-se que em hidrogeologia ela é sub-utilizada. Ainda assim é bastante frequente o emprego de geoestatística em hidrogeologia, pois enriquece a acurácia das estimativas.

Na literatura de geoestatística aplicada à hidrogeologia, cita-se o trabalho de Delhomme (1978), que aborda a importância de um tratamento quantitativo para questões hidrogeológicas em busca do aumento da acurácia das estimativas. Neste são descritos conceitos básicos de geoestatística, como variáveis regionalizadas, estacionariedade, hipótese intrínseca, variograma e krigagem.

De Marsily (1986) apresenta conceitos de hidrogeologia com abordagem matemática e um capítulo dedicado à geoestatística e aproximação estocástica. Outra importante referência é Kitanidis (1997), que versa desde a análise estatística até a geoestatística com ênfase em peculiaridades de aplicações em hidrogeologia, e que contém os métodos utilizados nesse trabalho de formatura.

Desbarats *et al.* (2002) discutem a forte relação de dados de topografia para estimativas de superfícies pontenciométricas e em Rubin (2003) descreve-se uma abordagem bastante matemática com uso de conceitos físicos e probabilísticos para o tratamento de variáveis estudadas em hidrogeologia.

Na literatura nacional podem ser encontrados trabalhos sobre geoestatística aplicada à hidrogeologia desde a década de 1980 até os dias atuais, com destaque para dois autores:

Sturaro e Landim. Sturaro e Landim (1988) apresentam um estudo na região do sítio urbano de Ribeirão Preto, com base em um banco de dados de nível piezométrico de 160 poços. O contexto geológico é o da Bacia do Paraná e os autores usaram uma superfície de tendência de grau 5, variogramas em quatro direções e krigagem pontual.

Sturaro (1988) tratou de um banco de dados com as variáveis espessura da Formação Serra Geral, cota do topo da Formação Botucatu, superfície piezométrica, e vazão específica. Foram feitas análises estatística e de correlação entre variáveis, com correlação significativa entre nível piezométrico e topo da Formação Botucatu; análise de tendência espacial, usando superfícies de graus dois e três dependendo da variável; e análise geoestatística, com uso de krigagem pontual simples.

Bellenzani Junior *et al.* (1990) realizaram um estudo em uma área de 225 km² na região de Araraquara. As variáveis do banco de dados eram: espessura da Formação Serra Geral; profundidade da Formação Botucatu; cota do topo da Formação Botucatu; superfície piezométrica; e vazão específica. Nesse trabalho, os autores realizaram análise estatística básica e o estudo de correlações entre variáveis, sendo significativas as correlações apenas para vazão específica-nível piezométrico e vazão específica-profundidade da Formação Botucatu. Os autores também ajustaram aos dados superfícies de graus dois e três, dependendo das variáveis, com intuito de anular a não estacionariedade das mesmas. Para apenas algumas variáveis foram ajustados variogramas e feita a krigagem pontual.

Quanto a trabalhos mais recentes, Lourenço (2005) estudou uma região cujo contexto geológico é de aluviões e coluviões cenozóicos e solos oriundos do Grupo Bauru e do Basalto Serra Geral. O trabalho foi desenvolvido com dados de potenciometria do reservatório de Três Irmãos em Pereira Barreto, medidos durante a instalação de uma barragem. O enfoque do trabalho foi testar qual era o melhor grau de polinômio para a superfície de tendência, grau um ou grau dois, e qual krigagem traria melhores resultados, ordinária ou com correção do efeito de suavização. Os melhores resultados foram alcançados com a superfície de grau um e krigagem com correção do efeito de suavização. Rocha *et al.* (2007) apresenta os mesmos resultados de Lourenço (2005) de maneira mais sucinta.

Leite (2005) também desenvolveu um estudo no reservatório de Três Irmãos, na cidade de Pereira Barreto. Em sua tese, o autor traz o tratamento de dados de potenciometria coletados entre 1987 e 2001 com intuito de comparar sua variação ao longo dos anos. Foi feita krigagem da potenciometria e da topografia, com uso de superfícies de tendência e, posteriormente, cokrigagem da potenciometria usando como variável secundária a topografia. Estes métodos foram aplicados para diferentes períodos e, posteriormente, feita comparação dos mapas potenciométricos gerados, da qual constatou-se a elevação do nível d'água com tendência à estabilização após dez anos.

Os trabalhos de geoestatística aplicada à hidrogeologia acima citados possuem relação com o que se desenvolveu neste trabalho de formatura. Kitanidis (1997) e Yamamoto e Landim (2013) descrevem detalhadamente o método de krigagem, enquanto Sturaro e Landim (1988), Sturaro (1988), Bellenzani Junior *et al.* (1990), Lourenço (2005), Leite (2005) e Rocha *et al.* (2007) fazem uso desse método para gerar mapas potenciométricos. Kitanidis (1997) e Yamamoto e Landim (2013) também descrevem o método de cokrigagem de forma detalhada, ao passo que Sturaro (1988) e Bellenzani Junior *et al.* (1990) observam a correlação entre potencimetria e topografia, Desbarats *et al.* (2002) discutem essa forte correlação e Leite (2005) faz uso da cokrigagem com essas variáveis, tal como se fez no presente trabalho.

As superfícies polinomiais para correção de tendência de variáveis com comportamento não estacionário, comumente necessárias para nível potenciométrico, são usadas em Sturaro e Landim (1988), Sturaro (1988), Bellenzani Junior *et al.* (1990), Lourenço (2005), Leite (2005) e Rocha *et al.* (2007), variando de grau um a cinco, e sua aplicação também é realizada neste trabalho, com polinômios de graus um e dois.

4. ÁREA DE ESTUDO

A área de estudo corresponde à área de afloramento do SAG na Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré, como indicado na Figura 1. Essa região situa-se na porção centro-nordeste da bacia que, por sua vez, encontra-se no centro do Estado de São Paulo.



Figura 1 – Mapa de localização da área de estudo.

De acordo com Tundisi *et al.* (2008), a Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré situa-se na Depressão Periférica do Estado de São Paulo e engloba três principais rios: Tietê, Jacaré-Guaçu e Jacaré-Pepira. O clima situa-se entre o tropical úmido (de outubro a março) e inverno seco (de abril a setembro), segundo a classificação de Köppen, com precipitação total anual média de 1.310 mm e disponibilidade subterrânea de 12,9 m³/s. Nos 34

municípios da bacia hidrográfica, existe aproximadamente 1,2 milhão de habitantes e o uso do solo é caracterizado principalmente por atividade agroindustrial e agropecuária.

A área de afloramento do SAG nessa bacia corresponde a 3.682 km², o que equivale a 31% da área total da bacia e a aproximadamente 16% da área total de afloramento do SAG no Estado de São Paulo. 19 municípios possuem território na área aflorante, e também de recarga, do SAG: Analândia, Araraquara, Bariri, Boa Esperança do Sul, Bocaina, Brotas, Dois Córregos, Dourado, Gavião Peixoto, Ibaté, Ibitinga, Itaju, Itirapina, Jaú, Nova Europa, Ribeirão Bonito, São Carlos, Tabatinga e Trabiju (Albuquerque Filho *et al.*, 2010).

5. GEOLOGIA E HIDROGEOLOGIA

A Bacia do Paraná é uma bacia sedimentar intracratônica, inteiramente contida na placa sul-americana, que se estende por uma área de cerca de 1,4 milhão de km², dos quais 1,1 milhão de km² está na porção meridional brasileira e os demais 300 mil km² encontram-se entre Argentina, Paraguai e Uruguai, em proporções equivalentes. Apresenta forma ovalada com eixo maior na direção NNE-SSW, medindo 1.750 km de comprimento e 900 km de largura, e pode atingir até 8 km de sucessão sedimentar-magmática em sua porção mais central (Zalan *et al.*, 1990).

Na porção brasileira, cerca de dois terços do território é recoberto por rochas vulcânicas e o um terço restante corresponde a um cinturão de afloramentos de rochas sedimentares em torno da capa de lavas (Zalan *et al.*, 1990).

Possui limite erosivo na maior parte de seu perímetro, que atinge 5.500 km: o flanco leste é esculpido por erosão em função de um soerguimento marginal; o flanco oeste é limitado pelo Arco de Assunção e o flanco nordeste possui evidências de um limite original, uma paleodobra deposicional. A sucessão de rochas sedimentares e magmáticas possui idades entre o Neoordoviciano (460 Ma) e o Neocretáceo (65 Ma) (Milani, 2004).

Essa bacia desenvolveu-se em seguida à estabilização que sucedeu o término do Ciclo Brasileiro, comportando-se como uma sinéclise entre o Devoniano e o Jurássico, e como anficlise a partir do final Jurássico (Almeida *et al.*, 2000).

No que tange a estratigrafia da Bacia do Paraná, segundo Milani (2004), são identificadas seis unidades de segunda ordem, as Supersequências Rio Ivaí, Paraná, Gondwana (I, II e III) e Bauru, onde cada uma corresponde à resposta individualizada de processos de subsidência com naturezas variadas (Figura 2).

A sedimentação Rio Ivaí assume um caráter transgressivo no qual adentravam as águas do Panthalassa (um vasto oceano) onde uma de suas formações, a Formação Vila Maria, corresponde às condições de máxima inundação do ciclo Ordoviciano-Siluriano. Observam-se rochas de caráter ácido, como ocorrência singular, associadas a esta sedimentação. Posteriormente, a Supersequência Paraná documenta um ciclo transgressivo-

regressivo de sedimentação. Na base encontra-se a Formação Furnas, que corresponde a um depósito areno-conglomerático eodevoniano, recoberta pela Formação Ponta Grossa, um pacote pelítico fossilífero (Milani, 2004).

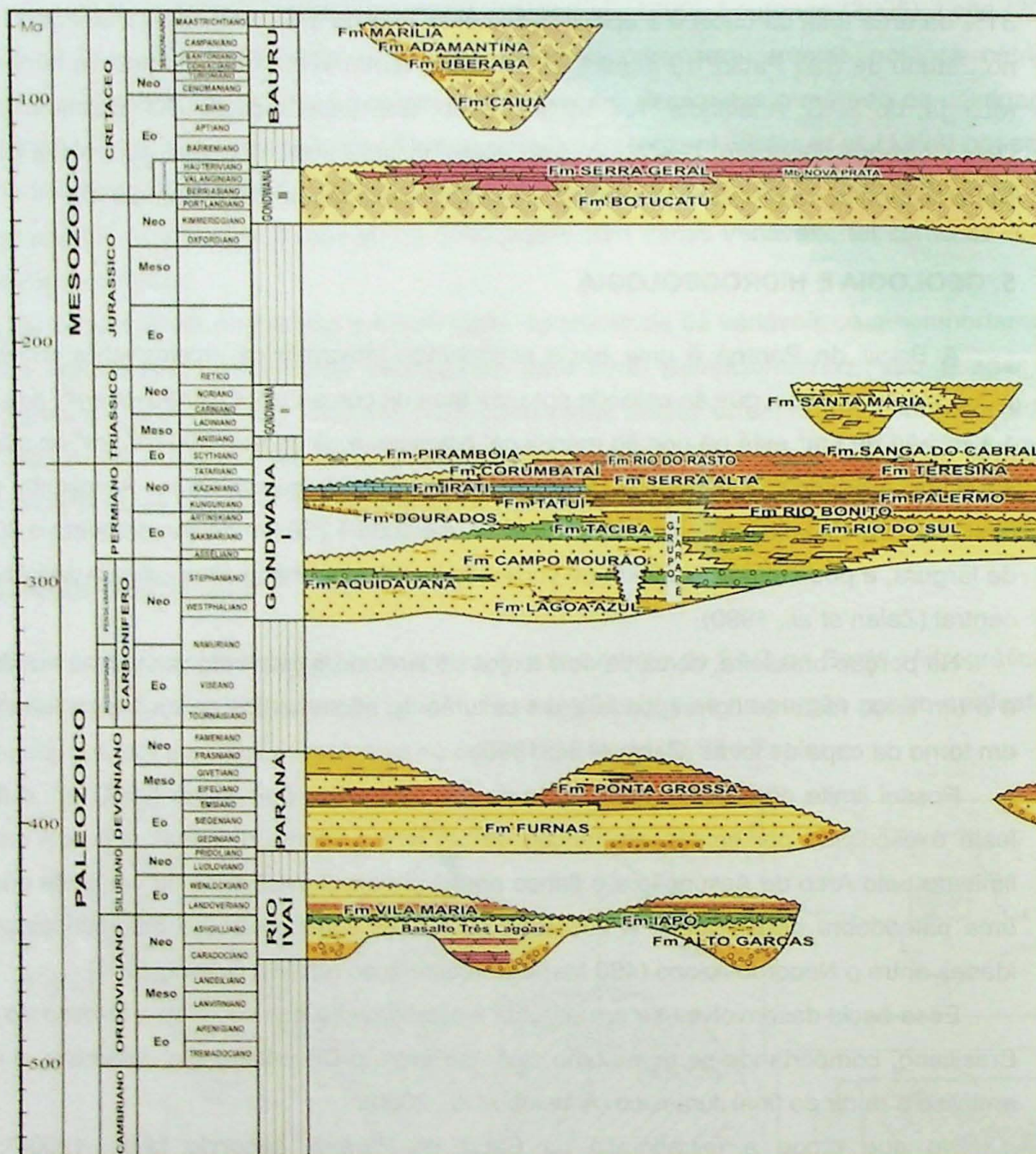


Figura 2 – Diagrama crono-estratigráfico da Bacia do Paraná, segundo Milani (2004).

A Supersequência Gondwana I corresponde à sedimentação do carbonífero ao eotriássico, que sucedeu um tempo de modificações tectônicas e climáticas consideráveis no continente Gondwana. O pacote de rochas desta supersequência encontra-se em contato com os estratos devonianos em uma superfície discordante, com um hiato deposicional mínimo de 50 Ma. Na Era Mesozóica, uma área em particular da Bacia do Paraná sofreu um mecanismo distensivo de subsidência, aonde veio a acomodar a

Supersequência Gondwana II, uma seção fluvio-lacustre de idade meso a neotriássica (Milani, 2004).

Do neojurássico ao eocretáceo depositou-se a Supersequência Gondwana III. Uma de suas formações, a Formação Botucatu, composta essencialmente de arenitos eólicos, reflete um período de pronunciada aridez e subsidência do substrato da bacia nula ou pouco efetiva. Ainda nesta supersequência, encontra-se a Formação Serra Geral, composta de rochas vulcânicas com idades de 137 a 127 Ma que ocupam três quartos da área da bacia e possuem espessura que beira os dois mil metros. Esse episódio vulcânico é associado ao rifteamento sul-atlantiano (Milani, 2004).

A última supersequência da Bacia do Paraná é a Bauru (eocretáceo ao neocretáceo), um pacote predominantemente arenoso com área de ocorrência que beira os 400 mil quilômetros quadrados e se assenta sobre os basaltos Serra Geral em discordância erosiva, com espessura máxima preservada por volta de 300 metros. Soerguimentos marginais nas bordas da Bacia do Paraná originaram a depressão aonde viria se depositar os sedimentos que deram origem a estas rochas, este espaço também pode ter sido criado pela carga litostática dos basaltos empilhados (Milani, 2004).

No Brasil, as rochas que compõem o SAG correspondem aos arenitos das Formações Pirambóia (Buena Vista, no Uruguai), de origem eotriássica, e Botucatu (Misiones, no Paraguai; Tacuarembó no Uruguai e na Argentina), que se deposita entre o neojurássico e o eocretáceo. O Arenito Pirambóia possui granulação muito fina, com diâmetro médio dos grãos de 0,12 mm e teores de argila superiores a 20%, enquanto o Arenito Botucatu possui granulação fina, com diâmetro médio dos grãos de 0,18 mm, com grãos de quartzo bem arredondados e teor de argila inferior a 10% (Rocha, 1997).

O SAG é considerado um dos mais expressivos aquíferos transfronteiriços do mundo, ocupando uma área de aproximadamente 1,2 milhão de km² e estendendo-se pelos países: Brasil (840 mil km²), Uruguai (58,5 mil km²), Argentina (335 mil km²), Paraguai (58,5 mil km²). No Brasil, está presente nos estados de Mato Grosso do Sul, Minas Gerais, São Paulo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul, sobre rochas sedimentares do Paleozóico com baixa permeabilidade e, em alguns locais, sobre o embasamento cristalino, sendo recoberto, em 90% da área, por espessos derrames basálticos da Formação Serra Geral e aflorante em faixas alongadas nas bordas leste e oeste da Bacia do Paraná (Rocha, 1997).

A tabela 1 apresenta algumas propriedades físicas e hidrogeológicas do SAG, sem distinção entre suas porções livre e confinada, conforme dados obtidos de Rocha (1997):

No estado de São Paulo, esse sistema aquífero granular e homogêneo ocupa 76% de sua área e ocorre na porção oeste (Figura 3). A área aflorante encontra-se mais a leste e possui 16 mil km², com largura irregular, atingindo até 175 km ao longo do rio Jacaré-Pepira, enquanto a porção confinada encontra-se mais a oeste, com 174 mil km² recobertos pelos

basaltos da Formação Serra Geral. A espessura do aquífero no estado de São Paulo varia entre 100 e 400 m, as cargas hidráulicas variam de 800 m a 400 m e indicam fluxo de leste para sudoeste, e na área de confinamento o nível potenciométrico do SAG encontra-se acima do contato com a Formação Serra Geral (Rocha *et al.*, 2005).

Tabela 1 – Valores médios do SAG (Rocha, 1997).

Área total	1.150.000 km ²	Coeficiente de permeabilidade	300 cm/d
Área de recarga	150.000 km ²	Coeficiente de armazenamento	10 ⁻⁴ a 10 ⁻⁶
Área confinada	1.000.000 km ²	Porosidade	15% a 20%
Espessura média	250 m	Velocidade de circulação da água	0,75 a 0,50 cm/dia
Recarga natural	160 km ³ /ano	Reserva de água	37 mil km ³



Figura 3 – SAG em suas porções livre e confinada em SP (Rocha *et al.*, 2005).

Na tabela 2 a seguir encontram-se valores médios do SAG para o Estado de São Paulo, com base em Carvalho e Hirata (2012):

Tabela 2 – Características hidrogeológicas do SAG para SP (Carvalho e Hirata, 2012).

Parâmetros hidrogeológicos	SAG livre	SAG confinado
Área	16.000 km ²	136.800 km ²
Vazão	55 m ³ /h	325 m ³ /h
Porosidade	20%	20%
Espessura do aquífero saturado	150 m	350 m
Condutividade Hidráulica	2,5 m/d	2,5 m/d
Gradiente hidráulico	0,01	0,0005
Porosidade efetiva	15%	15%
Recarga	350 mm/ano	-

6. MATERIAIS E MÉTODOS

Os materiais e métodos utilizados para execução desse trabalho de formatura apresentam-se nas seções seguintes e subdividem-se em *softwares*, banco de dados, métodos estatísticos e métodos geoestatísticos.

6.1. *Softwares*

Os softwares utilizados nesse trabalho corresponderam ao Geovisual (Yamamoto, 2002) para os tratamentos estatístico e geoestatístico dos dados e *ArcGIS* (Redlands Environmental Systems Research Institute, 2006) para a confecção dos mapas.

6.2. Banco de dados

O banco de dados foi constituído a partir de valores de cargas hidráulicas de poços tubulares existentes na área de estudo, valores de cotas de lâmina d'água de pontos em drenagens e de cotas topográficas desses poços, pontos de drenagens e de outros pontos de uma malha regular.

A parcela do banco de dados referente aos poços foi cedida pelo Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT). Sua geração ocorreu a partir da compilação de três fontes de informação: i) as fichas para consulta pública no *website* do Departamento de Águas e Energia Elétrica do Estado de São Paulo (DAEE); ii) o cadastro interno do DAEE, com informações do Sistema de Informação de Águas Subterrâneas; iii) o relatório diagnóstico ambiental para subsídio ao plano de desenvolvimento e proteção ambiental da área de afloramento do Sistema Aquífero Guarani no Estado de São Paulo, elaborado pelo Instituto de Pesquisas Tecnológicas de São Paulo (IPT, 2010). A origem das informações do banco de dados dos poços está descrita com maior detalhamento em IPT (2015).

Todos os poços presentes nos três cadastros, que possuíam dados de coordenadas UTM e medições de profundidade do nível estático d'água, foram utilizados para gerar valores de carga hidráulica, o que totalizou 137 poços. Para obtenção da carga hidráulica em cada poço, a medida de nível d'água nos poços foi subtraída do valor de cota topográfica. As cotas topográficas da área de estudo foram obtidas a partir de Modelo Digital de Terreno (MDT) gerado com imagens SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*), com resolução de 30 m, disponíveis no site da *United States Geological Survey* (USGS, 2015).

Além dos 137 valores de carga hidráulica, foram obtidos mais 275 valores de cota de lâmina d'água a partir de valores de cotas de pontos nas drenagens, com intuito de aumentar a quantidade de amostras para o tratamento geoestatístico subsequente. Utilizando-se do mesmo MDT, obtiveram-se os valores das cotas topográficas de pontos nas drenagens, equivalentes aos valores da cota da lâmina d'água/carga hidráulica.

Para a determinação do contorno dos rios, foi utilizado o MDT e as ferramentas do ArcGIS, *Flow Direction* e *Flow Accumulation* com limiar igual a 20 mil. O *Flow Direction* indica qual a direção de menor altitude dentre os oito *pixels* adjacentes a um *pixel* central (Figura 4), enquanto o *Flow Accumulation* contabiliza quantas passagens de um *pixel* para outro adjacente são acumuladas em cada *pixel*, sempre dos de maior valor para os de menor valor de altitude. Neste trabalho foram considerados *pixels* pertencentes a rios os que acumularam 20 mil passagens ou mais.

3	4	4
1	←	7
2	5	8

Figura 4 – Lógica da passagem do *pixel* central para o *pixel* adjacente de menor valor de altitude, utilizando MDT.

Utilizou-se dessa metodologia, tendo em vista que se espera que a água escoe na direção de maior inclinação e convirja para os rios. A Figura 5 mostra o mapa contendo os *pixels* interpretados como pertencentes a rios.

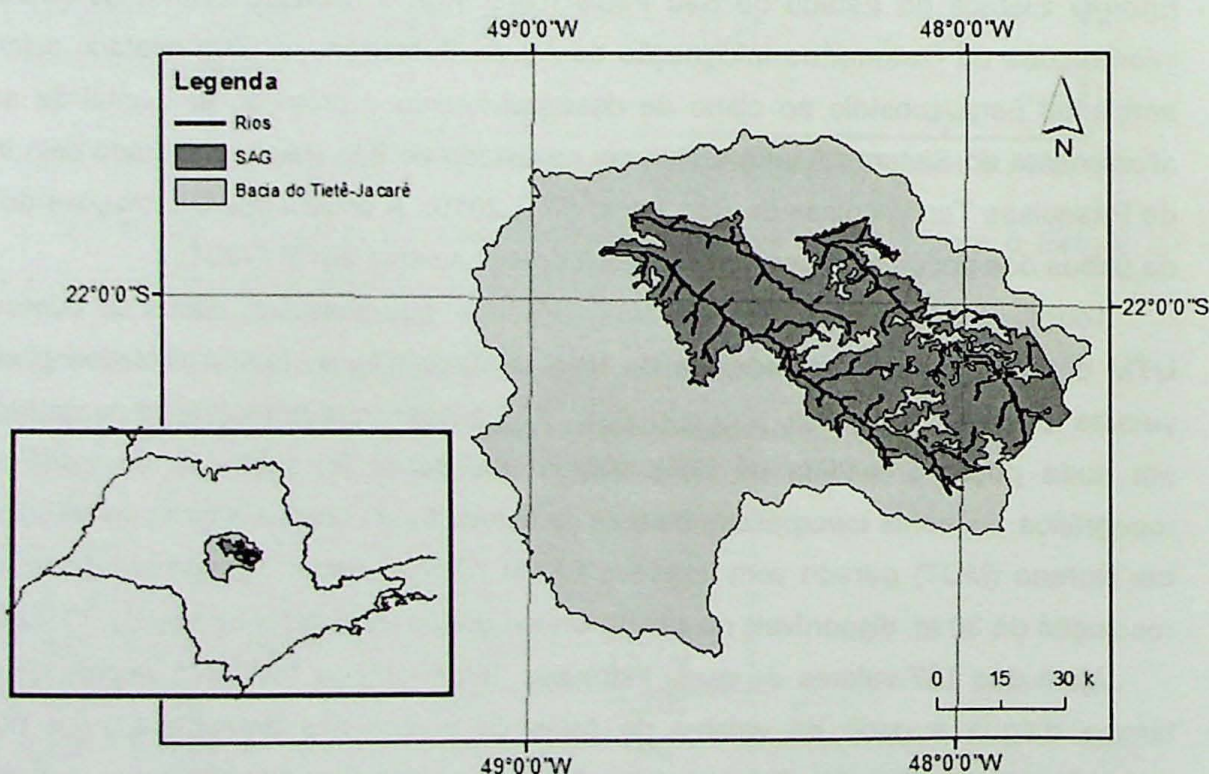


Figura 5 – *Pixels* interpretados como pertencentes a rios, com auxílio das ferramentas *Flow Direction* e *Flow Accumulation*, do ArcGIS.

Dentre esses *pixels*, foram selecionados 275 pontos. Para que esses pontos estivessem espaçados o máximo possível uns dos outros, dividiu-se a área estudada em uma malha regular de células de 2,5 km por 2,5 km e selecionou-se um *pixel* de rio referente a cada célula que não possuísse dados de poços. Para cada célula sem dados de poços foi selecionado o *pixel* de rio mais próximo em relação a seu centro com um alcance de no máximo 1,4 km de distância. Tendo em vista que a célula possui 2,5 km de lado e a distância máxima entre seu centro e o ponto de rio mais próximo é de 1,4 km, alguns pontos selecionados encontram-se fora da célula responsável por sua seleção (Figura 6).

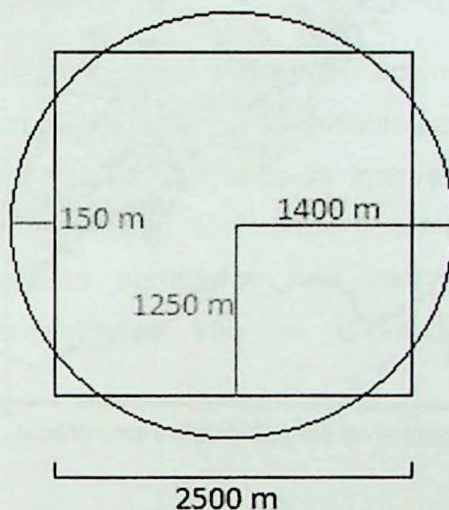


Figura 6 – Tamanho da célula da malha regular. Observa-se que uma parte da área do círculo encontra-se fora da área da célula.

Dessa forma, na interpolação das cargas hidráulicas pelo método de krigagem foram considerados 137 valores de carga hidráulica de poços e 275 valores de cotas de lâmina d'água de rios, totalizando 412 pontos amostrados (Figura 7).

Para a cokrigagem, foram utilizados os valores de carga hidráulica dos mesmos 412 pontos, juntamente com os valores de cota topográfica dos mesmos e de mais 1.953 pontos, obtidos a partir do centro de células de 1,25 km por 1,25 km de uma malha regular coincidente com a malha da krigagem (Figura 8). Os valores de cota topográfica desses pontos excedentes também foram obtidos a partir do MDT.

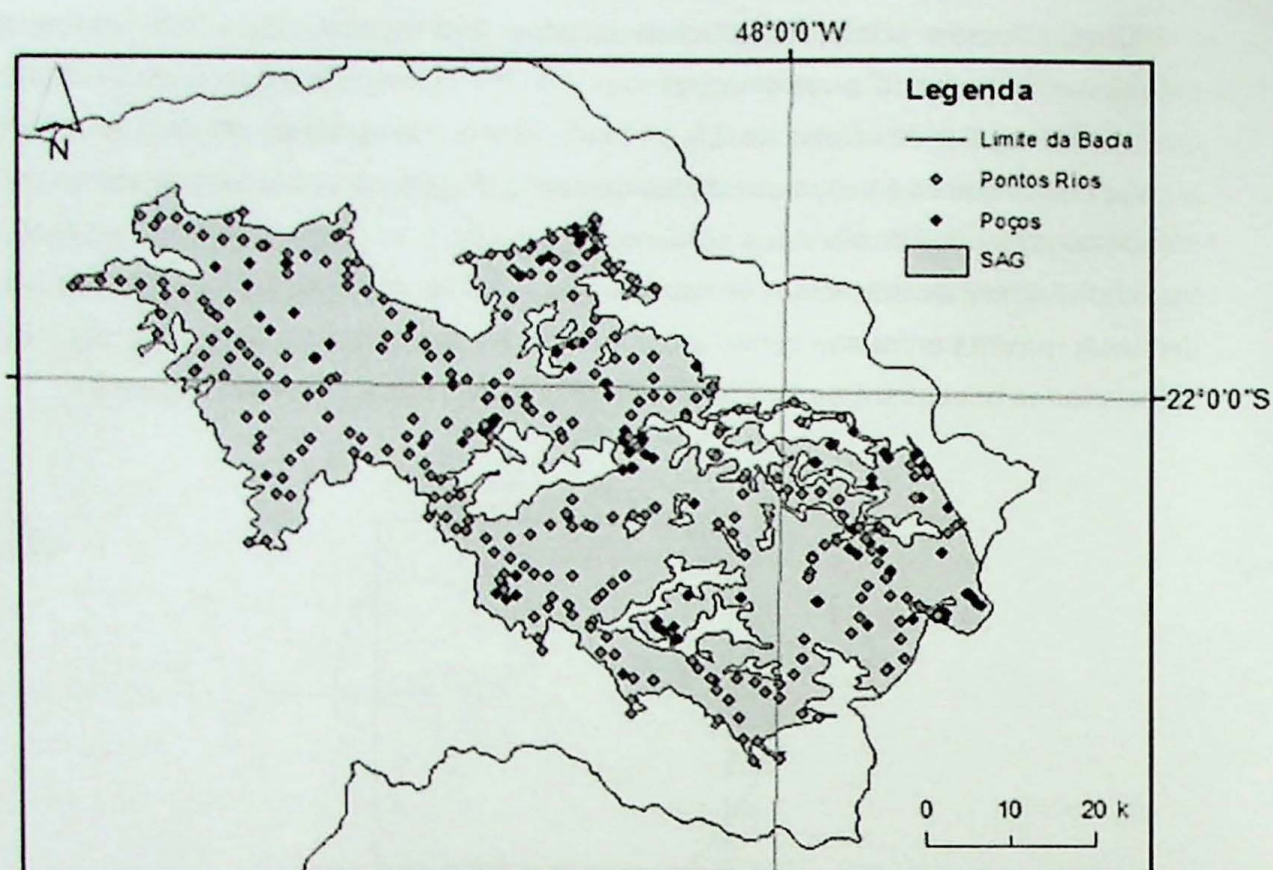


Figura 7 – Mapa com os 412 pontos de carga hidráulica amostrados.

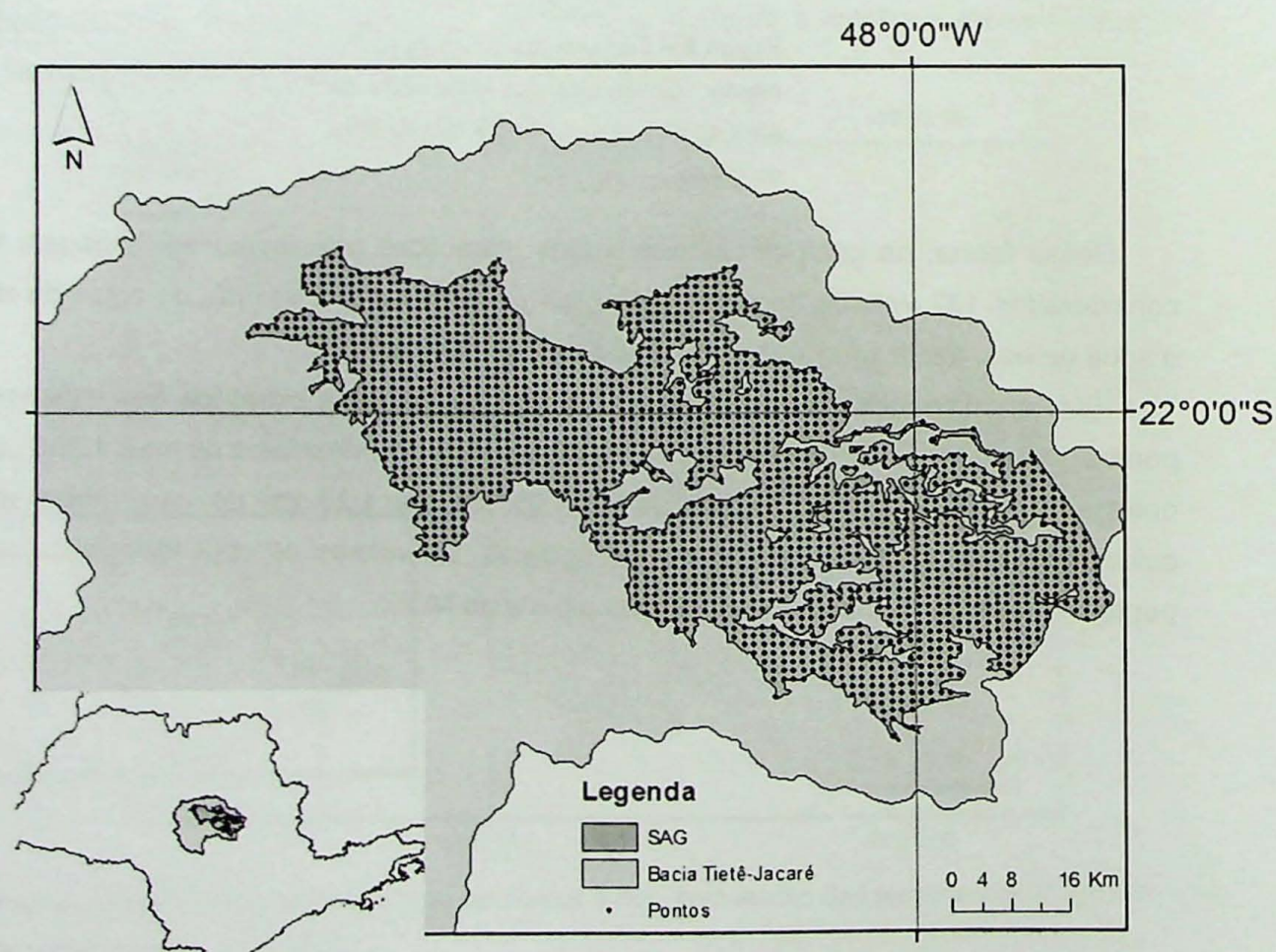


Figura 8 – Mapa com os 1.953 pontos de cota topográfica amostrados a partir de malha regular.

6.3. Métodos estatísticos

A análise estatística é empregada previamente à análise geoestatística, com o intuito de se conhecer a distribuição dos valores obtidos da variável estudada. Os dados primeiramente são submetidos à análise de distribuições simples, através de histogramas, e acumulada. Posteriormente são obtidas medidas que caracterizam a estatística numericamente, como média, mediana, moda, quartis, variância, desvio padrão, coeficiente de variação, assimetria e curtose.

6.3.1. Distribuições

A distribuição de frequências pode ser simples ou acumulada. A distribuição simples é construída tabulando-se dados em intervalos constantes, podendo ser representada graficamente na forma de histograma, lançando-se intervalos de medida em abscissa e frequências em ordenada. A distribuição acumulada é semelhante à distribuição simples, mas as frequências dos dados agrupados nos intervalos são acumuladas. Duas distribuições comumente encontradas são as distribuições Normal e Log-normal (Yamamoto, 2001).

6.3.2. Média

Segundo Yamamoto (2001), a média, ou esperança matemática, é uma medida de tendência central calculada como:

$$E[X] = \sum_{i=1}^n X_i P(X_i)$$

sendo $P(X_i)$ a probabilidade associada a ocorrência da i -ésima variável X .

Assumindo que as probabilidades associadas às n variáveis aleatórias sejam iguais entre si, tem-se:

$$E[X] = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

6.3.3. Mediana

De acordo com Piana *et al.* (2009), a mediana também é uma medida de tendência central e divide um conjunto de dados ordenados em duas partes iguais, com 50% dos valores abaixo e 50% dos valores acima da mesma.

Para o caso de n ímpar:

$$Md = X_p$$

sendo p a posição central do conjunto de dados ordenados, dada por:

$$p = \frac{n + 1}{2}$$

Para o caso de n par:

$$Md = \frac{X_{p_1} + X_{p_2}}{2}$$

sendo p_1 e p_2 as posições adjacentes ao valor de p , também dado por:

$$p = \frac{n + 1}{2}$$

6.3.4. Moda

A moda é o valor de maior ocorrência em um conjunto de dados. É uma medida que pode não existir, pode ou não ser única e também é uma medida de tendência central (Piana *et al.*, 2009).

6.3.5. Quartis

Segundo Piana *et al.* (2009), os quartis são medidas separatrizes que dividem um conjunto ordenado de valores em quatro partes iguais. Existem três quartis: o primeiro, o segundo e o terceiro.

O primeiro quartil possui 25% dos valores abaixo e 75% dos valores acima desta medida, o segundo quartil divide em 50% acima e 50% abaixo desta medida, e corresponde à mediana, e o terceiro quartil divide em 75% dos valores abaixo e 25% dos valores acima dessa medida.

6.3.6. Variância e desvio padrão

De acordo com Piana *et al.* (2009), a variância é uma medida de dispersão dada pela média dos quadrados dos desvios em relação a média ($\bar{X}$).

$$s^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

sendo $n - 1$ o número de graus de liberdade.

O desvio padrão, outra medida de dispersão, é dado por:

$$s = \sqrt{s^2}$$

6.3.7. Coeficiente de variação

O coeficiente de variação é a proporção do desvio padrão pela média (Piana *et al.*, 2009):

$$CV = \frac{100s}{\bar{X}}$$

6.3.8. Assimetria

Segundo Yamamoto (2001), assimetria é a medida do grau de simetria de uma distribuição em torno da média. Uma distribuição pode apresentar assimetria positiva, se a cauda da mesma estiver à direita da média, e negativa, se a cauda estiver à esquerda da média.

O coeficiente de assimetria pode ser calculado por:

$$CA = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3}{s^3}$$

Na Figura 9, encontram-se as distribuições assimétrica negativa, simétrica e assimétrica positiva.

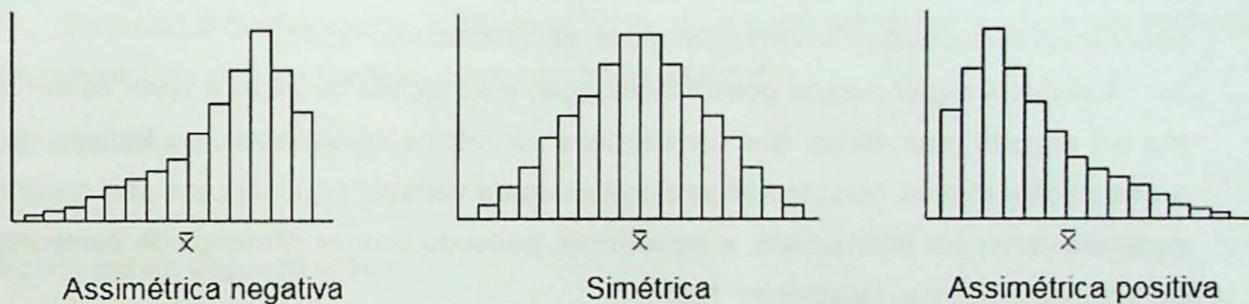


Figura 9 – Tipos de distribuições com relação à assimetria (Piana *et al.*, 2009).

6.3.9. Curtose

Segundo Piana *et al.* (2009), curtose indica o grau de achatamento de uma distribuição. O coeficiente de curtose é calculado como (Yamamoto, 2001):

$$CC = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{s^4}$$

Na Figura 10, encontram-se as distribuições platicúrtica, mesocúrtica e leptocúrtica.

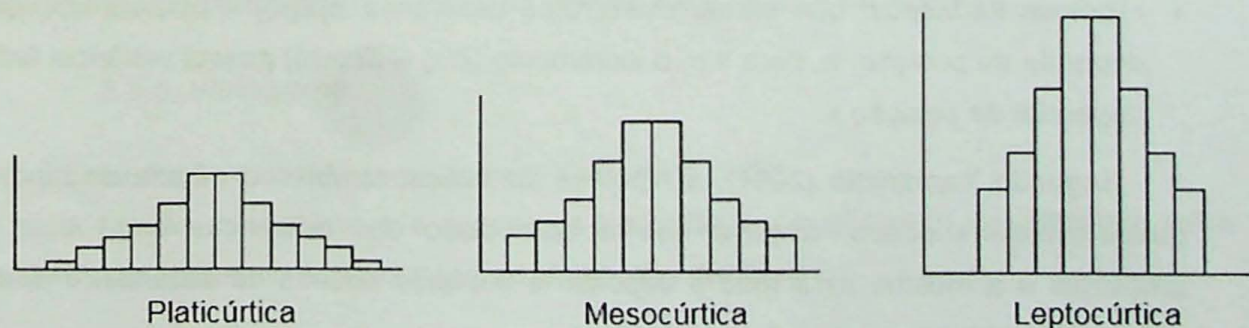


Figura 10 – Tipos de distribuições com relação à curtose (Piana *et al.*, 2009).

6.4. Métodos geoestatísticos

A geoestatística é empregada com o intuito de estimar os valores de uma variável regionalizada em pontos não amostrados. Nesse trabalho, os métodos utilizados para as estimativas correspondem à krigagem e à cokrigagem, os quais consideram não apenas a distância dos pontos amostrados em relação ao ponto a ser estimado, mas o comportamento das variáveis ao longo de diferentes direções, aspectos que são estudados através da construção de variogramas. Nesta seção são descritos os métodos e conceitos geoestatísticos utilizados no presente trabalho.

6.4.1. Variáveis regionalizadas

As variáveis regionalizadas representam os valores de variáveis referenciadas geograficamente, introduzidas para descrever quantitativamente variações espaciais. Em geologia, todas as observações quantitativas feitas em duas ou três dimensões (área ou volume) podem ser consideradas exemplos de variáveis regionalizadas, sejam elas geoquímicas, geofísicas, sedimentológicas, etc (Yamamoto, 2001).

A variável regionalizada possui localização e variações no espaço, além de ser definida em um suporte geométrico, que corresponde ao volume da amostra, seu formato, tamanho e orientação. Outras características qualitativas da variável regionalizada são continuidade, podendo variar em intensidade, e anisotropia, podendo ocorrer diferença de comportamento em direções distintas (Matheron, 1963).

6.4.2. Estacionariedade e hipótese intrínseca

De acordo com Leite (2005), o variograma representa o grau de dependência espacial entre amostras e, para construí-lo, deve-se assumir hipóteses de estacionariedade:

- Estacionariedade de 1ª ordem: quando o comportamento da variável é o mesmo em qualquer posição e, portanto, a distribuição não deve variar por translação;
- Estacionariedade de 2ª ordem: quando se assume que existe uma esperança $E[Z(x)] = m$ para $\forall x$, que não depende da posição, e que existe covariância para cada par $[Z(x) - Z(x+h)]$ que somente depende da distância h ;
- Hipótese intrínseca: que afirma existir uma esperança $E[Z(x)] = m$ para $\forall x$, que não depende da posição, e, para $\forall h$, o incremento $[Z(x) - Z(x+h)]$ possui variância finita sem depender da posição x .

Segundo Yamamoto (2001), a hipótese intrínseca, também chamada de hipótese de quase-estacionariedade, assume que a distribuição das diferenças entre dois pontos amostrais é a mesma para todo o depósito e depende apenas da distância e orientação entre esses pontos.

6.4.3. Superfície de tendência

Segundo Landim *et al.* (2002), para se obter um variograma é suposto que a variável regionalizada possua comportamento francamente estacionário, em que os valores esperados e sua covariância espacial sejam os mesmos em determinada área, assumindo-se que os valores dentro da área de interesse não apresentem tendência a afetar os resultados. No entanto, nem sempre isso ocorre, pois existem situações em que a variável exibe variação sistemática.

De acordo com Davis (1986), uma variável regionalizada não-estacionária pode ser considerada como tendo dois componentes: a deriva e os resíduos. A deriva corresponde ao valor esperado da variável regionalizada dentro de uma vizinhança. Quando se retira a deriva, obtêm-se resíduos que, se tiverem comportamento estacionário, podem ser krigados. Uma vez feitas as estimativas através dos resíduos, deve-se combinar os valores de resíduos estimados com a deriva para se obter os valores estimados da variável regionalizada de interesse.

Segundo o mesmo autor, a deriva M no ponto p pode ser definida como um polinômio de primeira ou segunda ordem, como mostrado a seguir.

Polinômio de primeira ordem:

$$M_p = \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i}$$

Polinômio de segunda ordem:

$$M_p = \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{1i}^2 + \alpha_4 X_{1i} X_{2i} + \alpha_5 X_{2i}^2$$

6.4.4. Mapa de variograma

O mapa de variograma dispõe os resultados do cálculo do variograma em várias direções e distâncias, sendo o centro desse mapa a distância entre amostras $h = 0$. Seu principal uso é detectar as direções de maior e de menor continuidade da variável regionalizada (Deutsch, 2002).

De acordo com Isaaks e Srivastava (1989), o mapa de variograma revela rapidamente direções de anisotropia e é calculado para pares de pontos separados pelo vetor $h = (h_x, h_y)$, agrupando os pares cuja separação na direção x é $h_x \pm \Delta x$ e na direção y , $h_y \pm \Delta y$.

6.4.5. Variograma

Essa seção é escrita com base em Yamamoto (2001)

A função variograma é a esperança matemática do quadrado da diferença entre os valores de pontos no espaço, separados por uma distância h :

$$2\gamma(h) = E\{[Z(x + h) - Z(x)]^2\}$$

sendo que $2\gamma(h)$ é a função variograma, $Z(x)$ e $Z(x+h)$ são os valores da variável regionalizada nos pontos x e $(x + h)$, respectivamente.

Alguns autores chamam a função semivariograma de função variograma, mas a primeira corresponde à metade da segunda.

Portanto:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E\{[Z(x + h) - Z(x)]^2\}$$

onde $\gamma(h)$ corresponde a função semivariograma.

Usualmente, a função variograma é representada sob a forma gráfica denominada variograma, que é determinado segundo uma direção pré-definida, conferindo à primeira a característica de ser vetorial.

O variograma possui algumas propriedades, e a sua interpretação permite a obtenção de parâmetros que descrevem o comportamento espacial de variáveis regionalizadas. As principais propriedades são:

- Amplitude: distância a partir da qual as amostras começam a ter comportamentos independentes. A amplitude separa o campo estruturado, onde as amostras possuem correlação espacial, do campo aleatório, onde as amostras possuem comportamentos independentes;
- Patamar: valor de variância em que o variograma se estabiliza no campo aleatório;
- Efeito pepita: é o valor da função variograma para $h = 0$. Teoricamente esse valor deveria ser zero, mas pode não ser devido a erros de amostragem ou à variabilidade natural;
- Variância espacial: é a diferença entre os valores do patamar e do efeito pepita.

Essas propriedades do variograma são representadas na Figura 11.

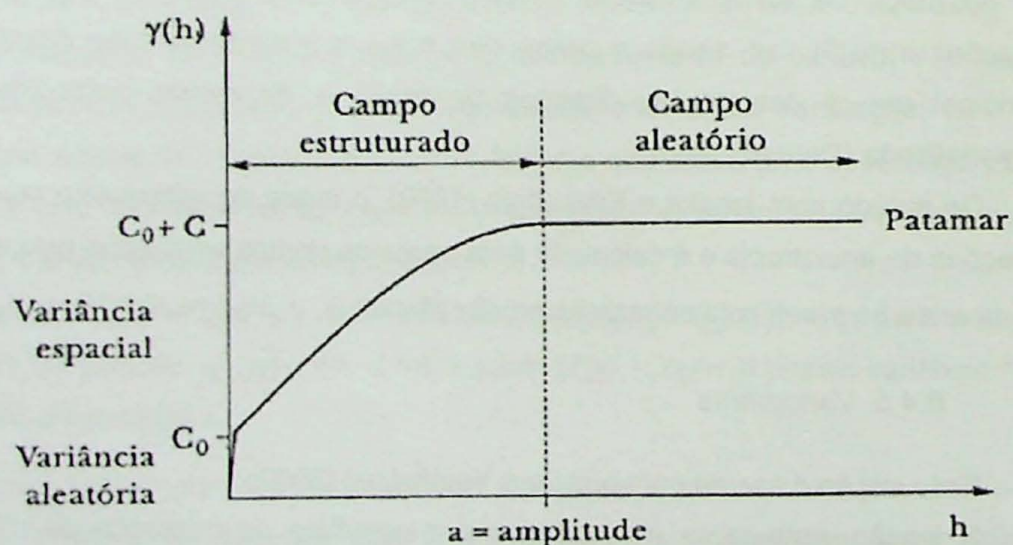


Figura 11 – Propriedades de um variograma, retirado de Yamamoto (2001).

A obtenção de variogramas experimentais representativos depende principalmente do número de pares de pontos para diferentes distâncias em uma determinada direção. Pode-se obter variogramas horizontais e verticais e, geralmente, no caso dos variogramas horizontais especificam-se quatro direções iniciais de pesquisa Az 0°, 45°, 90° e 135°.

No cálculo de variogramas experimentais, a comparação entre valores de amostras separadas por uma distância h é direta quando os pontos de dados estiverem distribuídos em uma malha regular, mas para pontos dispersos deve-se fazer a pesquisa de amostras situadas a uma distância h , dentro de uma janela de pesquisa. Essa janela é definida, ao longo de uma direção, por um ângulo de tolerância e uma distância de tolerância. Para evitar que o triângulo (2D) ou o cone (3D) formados pela tolerância angular cresçam indefinidamente, é estabelecida uma largura máxima (Figura 12), de forma que as janelas fiquem limitadas a uma faixa (2D) ou um cilindro (3D).

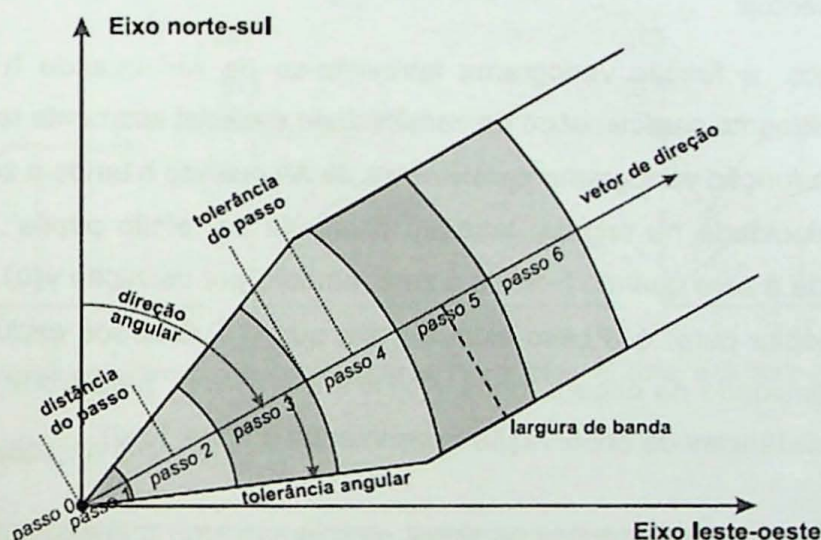


Figura 12 – Elementos usados no cálculo do variograma experimental a partir de uma amostragem irregular, retirado de Lourenço (2005).

6.4.6. Modelos de variogramas

O variograma é utilizado como ferramenta para calcular os valores da função variograma para certas distâncias. Esses valores são necessários na organização do sistema de equações de krigagem, por exemplo. Como o variograma de pontos não é contínuo, surge a necessidade de se ajustar uma função matemática que descreva continuamente a variabilidade espacial em função da distância das amostras: a esse ajuste dá-se o nome de ajuste de modelos teóricos em geoestatística. Alguns dos modelos de variogramas mais comuns na natureza encontram-se listados a seguir (Yamamoto, 2001):

- Esférico:

$$\begin{cases} \gamma(h) = C_0 + C \left[\frac{3}{2} \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right], & \text{para } h < a \\ \gamma(h) = C_0 + C, & \text{para } h \geq a \end{cases}$$

- Exponencial:

$$\gamma(h) = C_0 + C \left\{ 1 - \exp \left[-\left(\frac{h}{a} \right) \right] \right\}$$

- Gauss:

$$\gamma(h) = C_0 + C \left\{ 1 - \exp \left[-\left(\frac{h}{a} \right)^2 \right] \right\}$$

6.4.7. Comportamento próximo à origem

De acordo com Journel e Huijbregts (1978), o comportamento do variograma próximo à origem está relacionado à continuidade e regularidade de uma variável regionalizada no espaço. Em ordem decrescente de regularidade estão os quatro principais tipos de comportamentos:

- Parabólico: a função variograma aproxima-se de Ah^2 quando h tende a zero. É um comportamento característico de variabilidade espacial altamente regular (Figura 13-a).
- Linear: a função variograma aproxima-se de Ah quando h tende a zero (Figura 13-b).
- Descontinuidade na origem: também chamada de “efeito pepita”, a função variograma não tende a zero quando h tende a zero, embora por definição $\gamma(0) = 0$ (Figura 13-c).
- Efeito pepita puro: é o caso extremo, em que $\gamma(h)$ aparece exclusivamente como uma descontinuidade na origem, onde $\gamma(0) = 0$ e $\gamma(h) = C_0$ para $h > \varepsilon$, sendo ε muito menor que as distâncias de observação experimental (Figura 13-d).

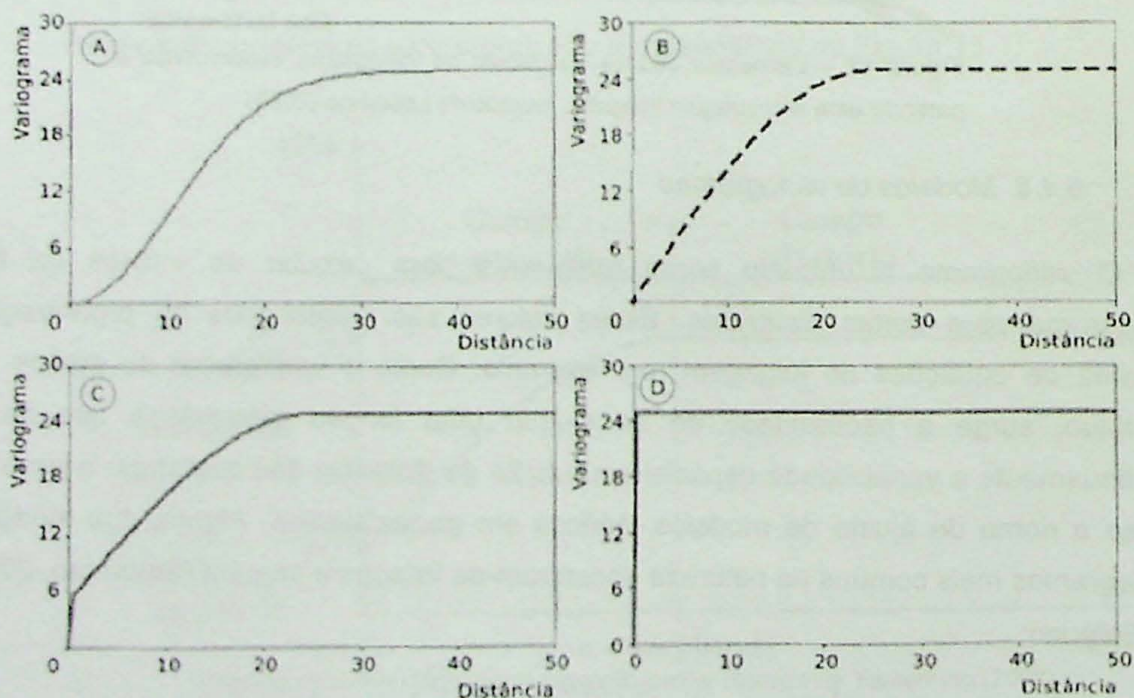


Figura 13 – Comportamento do variograma próximo a origem: a) Parabólico b) Linear c) Descontínuo na origem. d) Efeito pepita puro. Retirado de Yamamoto e Landim (2013).

6.4.8. Anisotropia

Essa seção é escrita com base em Yamamoto e Landim (2013).

Os fenômenos espaciais podem apresentar anisotropia ou isotropia, quando a função variograma muda conforme a direção ou não se altera conforme a direção, respectivamente.

As anisotropias mais comumente encontradas na natureza são:

- Geométrica: caracterizada pela existência de um único patamar e duas amplitudes diferentes (Figura 14-a);
- Zonal: caracterizada pela existência de dois patamares distintos, mas ambos com mesmo alcance (Figura 14-b);
- Mista: caracterizada pela variação de amplitude e patamar para as diferentes direções (Figura 14-c).

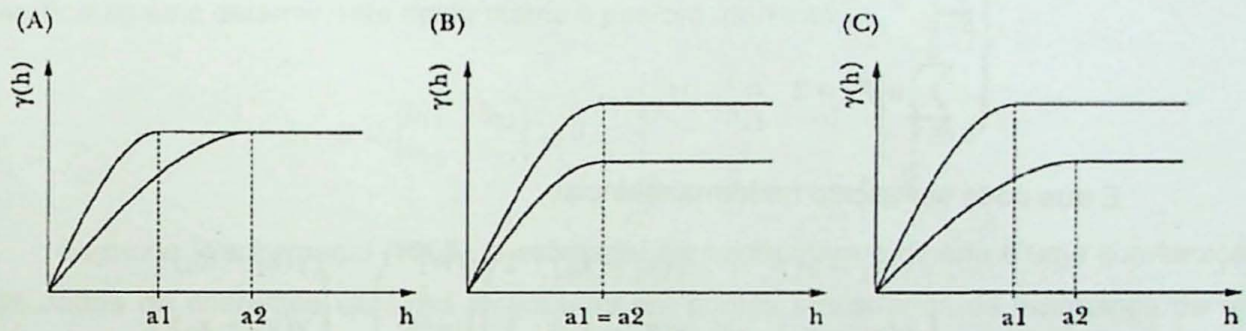


Figura 14 – Anisotropias mais comumente encontradas: a) Geométrica, b) Zonal e c) Mista (Yamamoto, 2001).

6.4.9. Validação Cruzada

A validação cruzada é uma maneira de testar as estimativas em locais amostrados. O valor de uma amostra em um local é temporariamente retirado e então faz-se a estimativa desse ponto para, posteriormente, comparar o valor amostrado com o valor estimado (Isaaks e Srivastava, 1989).

Segundo Wackernagel (1995), a diferença entre os dados e os valores estimados $Z(x_\alpha) - Z^*(x_{[\alpha]})$ é um bom indicador de quão bem os dados se ajustam à vizinhança. Se a média dessas diferenças dada por

$$\frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n [Z(x_\alpha) - Z^*(x_{[\alpha]})]$$

não é distante de zero, pode-se dizer que não existe tendência aparentemente, ao passo que médias significativamente positivas ou negativas podem significar subestimação ou superestimação sistemática, respectivamente.

6.4.10. Krigagem ordinária

Essa seção é escrita com base em Wackernagel (1995).

A krigagem ordinária é o método de krigagem mais usado e serve para estimar valores de pontos e blocos em uma região na qual um variograma é conhecido usando dados de vizinhança.

Para estimar o valor em x_0 , empregam-se os valores de n amostras vizinhas, combinando-as linearmente usando pesos w_α :

$$Z^*(x_0) = \sum_{\alpha=1}^n w_\alpha Z(x_\alpha)$$

Os pesos w_α são obtidos a partir do sistema de equações de krigagem ordinária, representado a seguir, que garante as condições de não enviesamento e a minimização da variância do erro.

$$\begin{cases} \sum_{\beta=1}^n w_\beta^{OK} \gamma(x_\alpha - x_\beta) + \mu_{OK} = \gamma(x_\alpha - x_0), & \text{para } \alpha = 1, 2, 3, \dots, n \\ \sum_{\beta=1}^n w_\beta^{OK} = 1 \end{cases}$$

E que pode ser escrito na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \cdots & \gamma(x_1 - x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \cdots & \gamma(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1^{OK} \\ \vdots \\ w_n^{OK} \\ \mu_{OK} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ \gamma(x_n - x_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Segundo Yamamoto e Landim (2013), a variância de krigagem é dada por:

$$\sigma_{OK}^2 = \sum_{\alpha=1}^n w_\alpha^{OK} \gamma(x_\alpha - x_0) + \mu_{OK}$$

6.4.11. Cokrigagem ordinária

Na utilização da cokrigagem é fundamental a verificação prévia de correlação entre as variáveis, que deve ser alta para que as estimativas sejam consistentes (Leite, 2005). Modelar uma correogionalização requer a informação de $n(n+1)/2$ variogramas diretos ou cruzados, sendo que a dificuldade não se encontra no número de modelos a serem inferidos, mas no fato desses modelos não poderem ser construídos independentemente uns dos outros (Goovaerts, 1997).

Segundo Wackernagel (1995), a função variograma cruzado é definida como metade da esperança dos incrementos de duas variáveis:

$$\gamma_{ij}(h) = \frac{1}{2} E\{[Z_i(x+h) - (Z_i(x))][Z_j(x+h) - (Z_j(x))]\}$$

De acordo com Leite (2005), a formulação das equações de cokrigagem ordinária supõe que as variáveis primária e secundária apresentem covariâncias, com matriz positiva, para que a matriz covariâncias-cruzadas possa ser considerada válida. Para se obter essa matriz de maneira simples, utiliza-se o modelo linear de correlogramização, que fornece um método para ajustar variogramas diretos e cruzados, entre duas ou mais variáveis, fazendo com que a variância de qualquer combinação linear possível dessas variáveis seja sempre positiva.

Journel e Huijbregts (1978) representam a matriz covariâncias-cruzadas da seguinte forma:

$$C_{kk'}(h) = \sum_{i=1}^n b_{kk'}^i K_i(h)$$

sendo $[b_{kk'}]$ a matriz dos coeficientes. Para confirmar se a mesma é positiva definida, verifica-se se o determinante desta matriz é positivo, portanto:

$$b_{11} \geq 0, \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{vmatrix} \geq 0, \dots, \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1K} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{K1} & b_{K2} & \dots & b_{KK} \end{vmatrix} \geq 0$$

Segundo Wackernagel (1995), o estimador da cokrigagem ordinária é uma combinação de dados de diferentes variáveis localizadas em pontos amostrados da vizinhança de um ponto x_0 com pesos w_α , definido como:

$$Z_{i_0}^* (x_0) = \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^{n_i} w_\alpha^i Z_i(X_\alpha)$$

onde i_0 corresponde a uma variável particular dentre N variáveis e n_i corresponde ao número de amostras.

O mesmo autor apresenta o sistema de equações de cokrigagem ordinária, que deriva da variância do erro combinada às condições de restrições impostas aos pesos da cokrigagem ordinária:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N \sum_{\beta=1}^{n_j} w_\beta^j \gamma_{ij}(x_\alpha - x_\beta) + \mu_i = \gamma_{ii_0}(x_\alpha - x_0), & \text{para } i = 1, \dots, N; \alpha = 1, \dots, n_i \\ \sum_{\beta=1}^{n_i} w_\beta^i = \delta_{ii_0}, & \text{para } i = 1, \dots, N \end{cases}$$

E a variância de cokrigagem é dada por:

$$\sigma_{OK}^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^{n_i} w_\alpha^i \gamma_{ii_0}(x_\alpha - x_0) + \mu_{i_0} - \gamma_{i_0 i_0}(x_0 - x_0)$$

7. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados e discussões são apresentados em três seções: dados brutos, krigagem, cokrigagem e comparação dos mapas interpolados pelos métodos de krigagem e cokrigagem.

7.1. Dados brutos

As análises, estatística e geoestatística, foram realizadas a partir dos valores de carga hidráulica e cota topográfica do banco de dados, que se encontra descrito na seção "6.2. Banco de dados".

A análise estatística para ambas as variáveis foi feita através do uso do STATBASE, uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002). Os valores encontrados estão na Tabela 3. Através do uso da mesma ferramenta foram gerados histogramas e curvas de distribuições acumuladas para os resíduos de graus um e dois (Figura 15).

Tabela 3 – Análises estatísticas referentes a valores amostrados de carga hidráulica e cota topográfica.

	Valor Máximo	Valor Mínimo	Média	Desvio Padrão	Quartil Superior	Mediana	Quartil Inferior	Número de Dados
Carga hidráulica	837,720	359,460	553,936	115,436	644,000	512,333	461,010	412
Cota topográfica	901,000	403,000	584,234	119,480	688,250	546,75	490,203	2365

As distribuições simples (Figuras 15-a e 15-b), observadas nos histogramas, são mesocúrticas e apresentam assimetria positiva. Nota-se que existem dois subconjuntos de valores tanto de carga hidráulica como de cota topográfica. Nas distribuições acumuladas (Figuras 15-c a 15-f), observa-se que os valores formam linhas curvas, nas distribuições com escala aritmética, e linhas curvas mais inclinadas, nas distribuições com escala logarítmica. O ponto de inflexão presente em cada uma dessas curvas acumuladas corrobora a interpretação de que existem dois subconjuntos de valores.

Na análise geoestatística, para se detectar possíveis anisotropias, foram gerados mapas de variograma para valores de carga hidráulica e cota topográfica (Figura 16), com uso do VARCOM, uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002). Nota-se que existe anisotropia acentuada para ambas as variáveis, onde as cores que tendem para o vermelho correspondem a menor variância espacial e as cores que tendem para o azul à maior variância espacial.

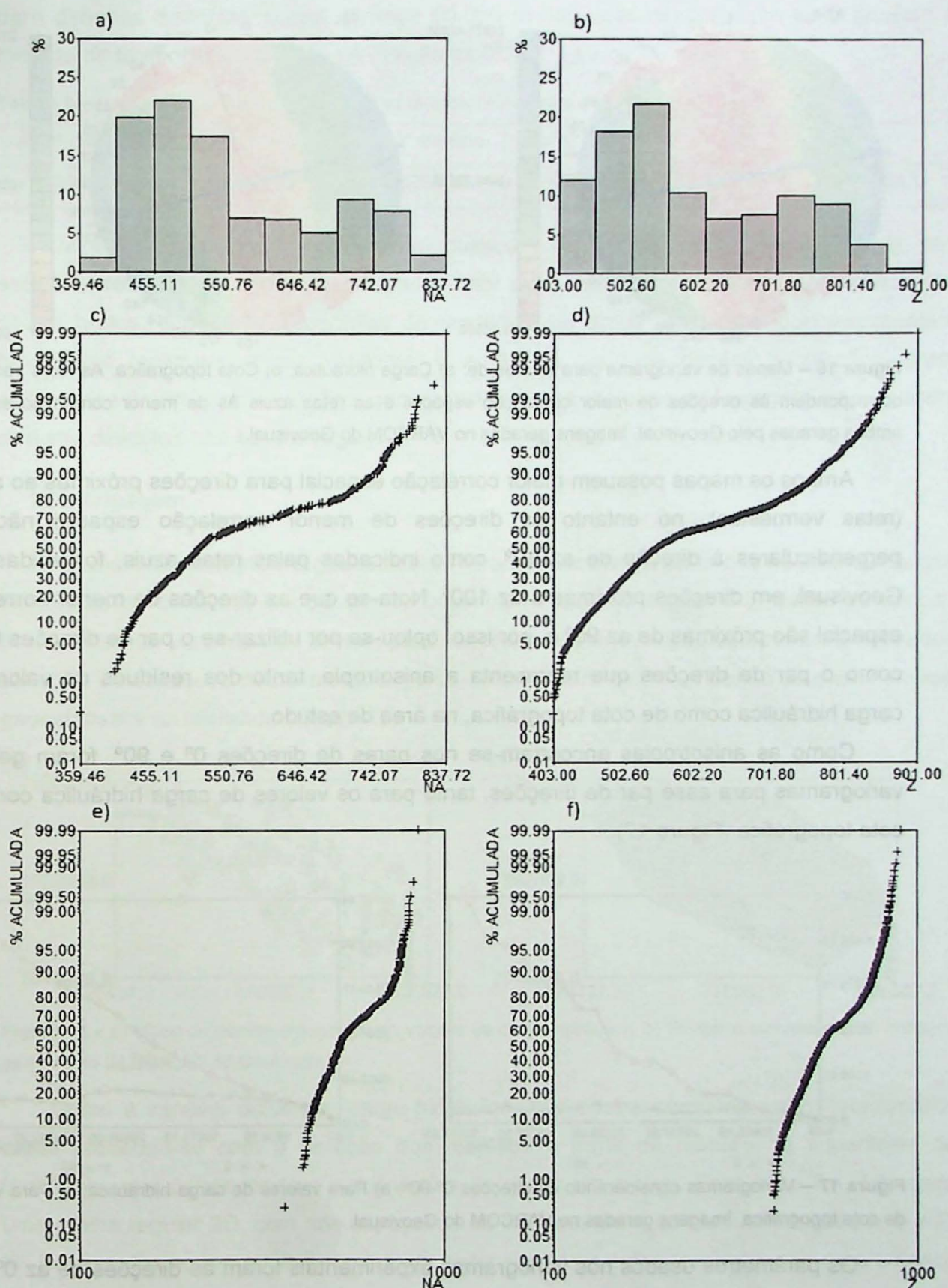


Figura 15 – a) Histograma com valores de carga hidráulica; b) Histograma com valores de cota topográfica; c) Curva acumulada com escala aritmética referente aos valores de carga hidráulica; d) Curva acumulada com escala aritmética referente aos valores de cota topográfica; e) Curva acumulada com escala logarítmica referente aos valores de carga hidráulica. f) Curva acumulada com escala logarítmica referente aos valores de cota topográfica. Imagens geradas no STATBASE do Geovisual.

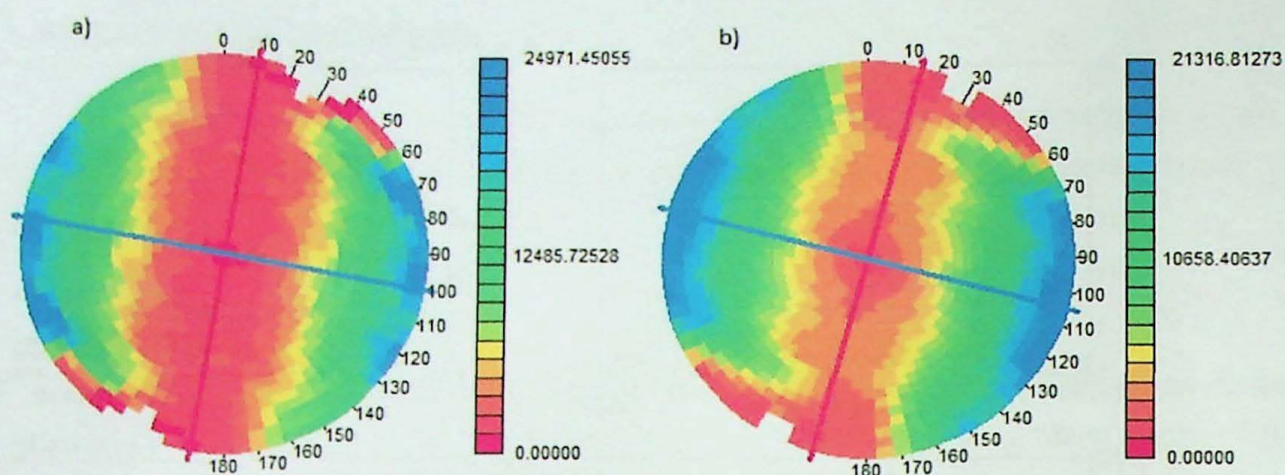


Figura 16 – Mapas de variograma para valores de: a) Carga hidráulica; b) Cota topográfica. As retas vermelhas correspondem às direções de maior correlação espacial e as retas azuis às de menor correlação espacial, ambas geradas pelo Geovisual. Imagens geradas no VARCOM do Geovisual.

Ambos os mapas possuem maior correlação espacial para direções próximas ao az 10° (retas vermelhas), no entanto as direções de menor correlação espacial não são perpendiculares à direção de az 10° , como indicadas pelas retas azuis, fornecidas pelo Geovisual, em direções próximas a az 100° . Nota-se que as direções de menor correlação espacial são próximas de az 90° e, por isso, optou-se por utilizar-se o par de direções 0° - 90° como o par de direções que representa a anisotropia, tanto dos resíduos de valores de carga hidráulica como de cota topográfica, na área de estudo.

Como as anisotropias encontram-se nos pares de direções 0° e 90° , foram gerados variogramas para esse par de direções, tanto para os valores de carga hidráulica como de cota topográfica (Figura 17).

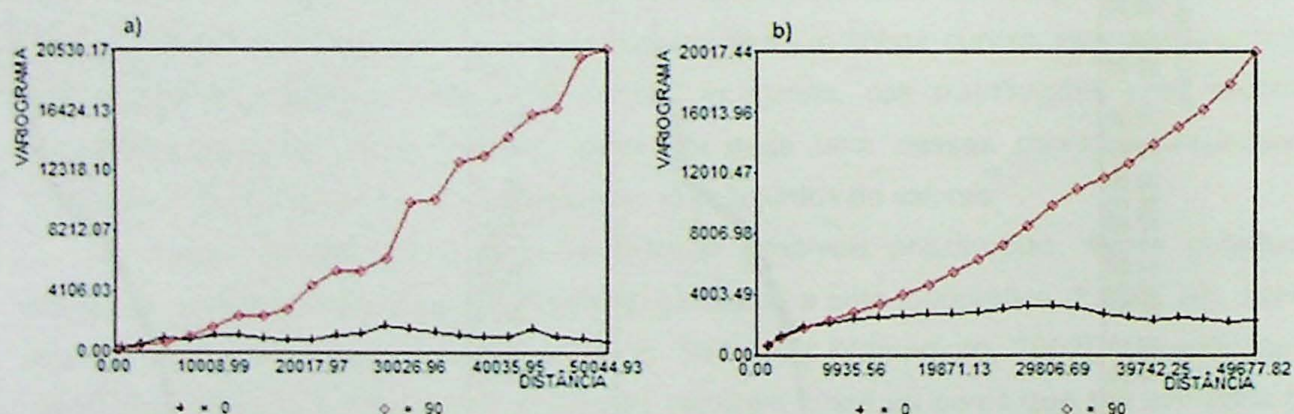


Figura 17 – Variogramas considerando as direções 0° - 90° : a) Para valores de carga hidráulica; b) Para valores de cota topográfica. Imagens geradas no VARCOM do Geovisual.

Os parâmetros usados nos variogramas experimentais foram as direções de az 0° e az 90° , com tolerância angular de $22,5^\circ$ e largura máxima de 5.000 m (dobro do passo). O valor do passo é de 2.500 m, por ser a distância média entre as amostras, com tolerância de 1.250 m, que corresponde à metade do passo. Como o domínio na direção az 0° varia quase 110.000 m e, na direção az 90° , varia quase 70.000 m (Tabela 4), utilizou-se o valor de 20 passos para as duas direções (pois o software não permite adotar valores distintos

para direções distintas), o que abrange 50.000 m das duas direções, um valor próximo à metade do tamanho do domínio na direção az 0°.

Tabela 4 – Cálculo do tamanho do domínio nas direções estudadas de 0° e 90°.

Az 0° máximo	Az 0° mínimo	Az 90° máximo	Az 90° mínimo	ΔX	ΔY
833187,67	723412,38	7586089,05	7517930,84	109775,29	68158,21

Os variogramas experimentais não possuem patamar definido, um reflexo da não estacionariedade das variáveis analisadas. Por esse motivo, foram feitos tratamentos aos dados brutos, subtraindo superfícies de tendência de graus um e dois que representam tendências regionais destas variáveis, e então os resíduos dessas subtrações foram submetidos às análises estatística, geoestatística e aos métodos de krigagem e cokrigagem que são descritos nos itens a seguir.

7.2. Krigagem

As análises estatística e geoestatística foram realizadas a partir dos valores de cargas hidráulicas do banco de dados, que se encontra descrito na seção “6.2. Banco de dados”. Primeiro fez-se um mapa de pontos, para observar-se a distribuição dos pontos amostrados ao longo do espaço, e posteriormente gerou-se a fronteira convexa, dentro da qual a análise geoestatística foi realizada (Figura 18).

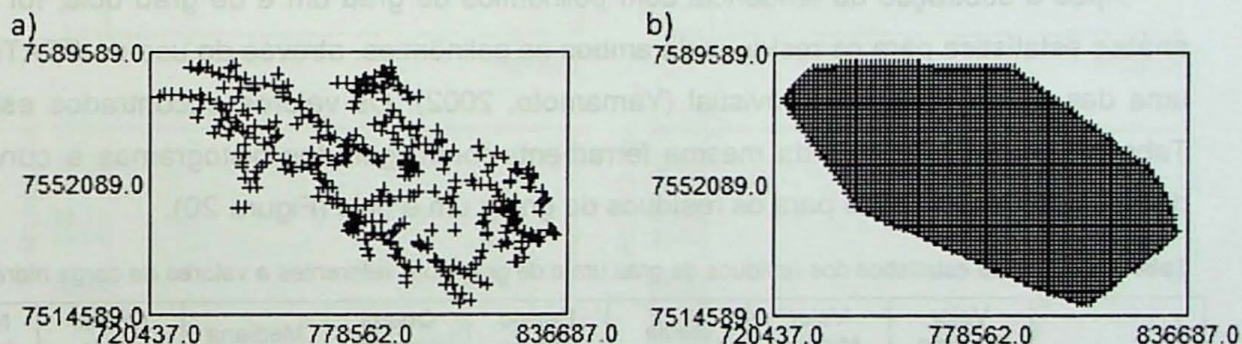


Figura 18 – a) Mapa de pontos que amostram valores de carga hidráulica. b) Fronteira convexa e *grid*. Imagens geradas no GLOBAL2D do Geovisual.

Como a variável estudada, carga hidráulica, não possui comportamento estacionário, antes procedeu-se com a geração dos resíduos a partir da retirada de superfícies de tendência, que correspondem a polinômios de graus um e dois. Para esse fim, foi usada uma malha regular 2D, com nós espaçados de 1,25 km em 1,25 km nas direções N-S e E-W. Essa malha corresponde à metade da distância média entre amostras, que para o banco de dados usado é de 2,5 km.

Os resíduos, as superfícies de tendência, a fronteira convexa com o grid e o mapa de pontos foram gerados através do GLOBAL2D, uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002). Os polinômios de grau um e de grau dois gerados estão representados na Figura 19, tal como os resíduos referentes a cada um dos polinômios.

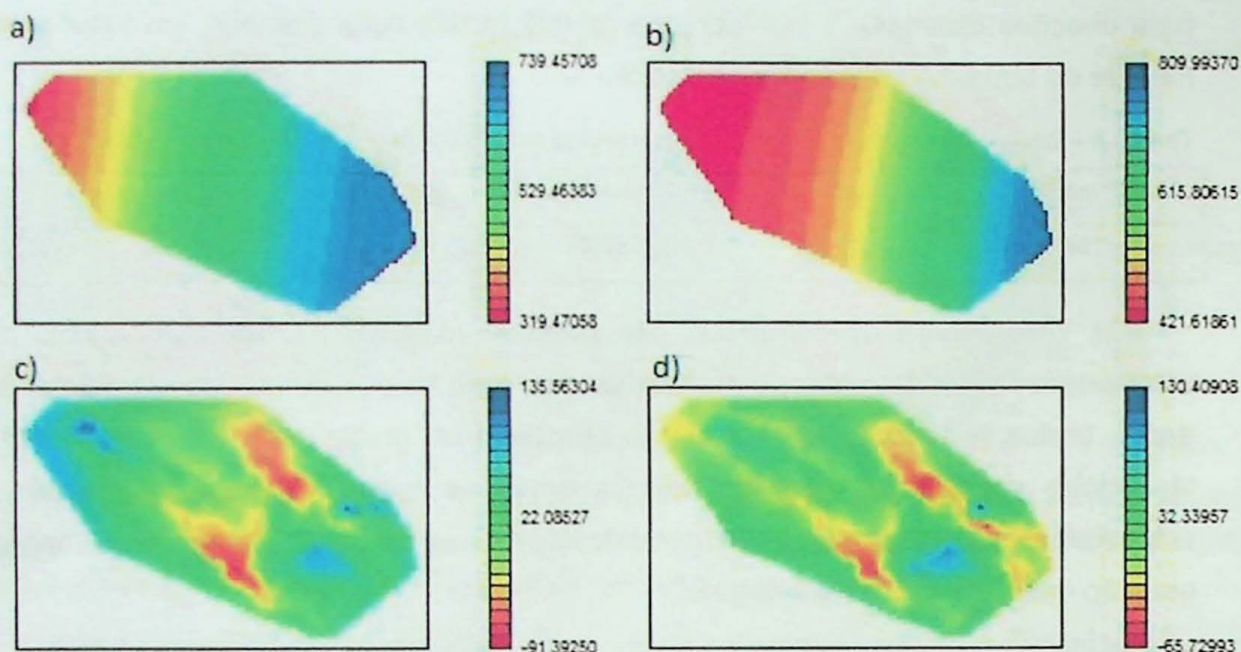


Figura 19 – a) Superfície de grau um utilizada para retirada de tendência dos valores de carga hidráulica; b) Superfície de grau dois utilizada para retirada de tendência dos valores de carga hidráulica; c) Valores de resíduos encontrados após a retirada da superfície de tendência de grau um; d) Valores de resíduos encontrados após a retirada da superfície de tendência de grau dois. Imagens geradas no GLOBAL2D do Geovisual.

Os resíduos resultantes das subtrações de polinômios de grau um e de grau dois serão referidos como “resíduos de grau um” e “resíduos de grau dois”, respectivamente.

Após a subtração da tendência com polinômios de grau um e de grau dois, foi feita a análise estatística para os resíduos de ambos os polinômios, através do uso do STATBASE, uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002). Os valores encontrados estão na Tabela 5. Através do uso da mesma ferramenta foram gerados histogramas e curvas de distribuições acumuladas para os resíduos de graus um e dois (Figura 20).

Tabela 5 – Análise estatística dos resíduos de grau um e de grau dois, referentes a valores de carga hidráulica.

	Valor Máximo	Valor Mínimo	Média	Desvio Padrão	Quartil Superior	Mediana	Quartil Inferior	Número de Dados
Resíduos de grau um	139,140	-99,328	0,000	44,346	31,730	-3,896	-33,460	412
Resíduos de grau dois	134,045	-73,238	0,000	30,010	14,438	-1,957	-19,924	412

Nota-se que os valores de resíduos de grau dois possuem amplitude, entre os valores máximo e mínimo, inferior aos de resíduos de grau um, e o mesmo ocorre entre os quartis inferior e superior. O desvio padrão é menor para os dados de resíduos de grau dois também. Estes valores se explicam pelo fato da superfície de polinômios de maior grau se ajustar melhor aos dados brutos. Também se observa a média dos dois resíduos iguais a zero e, por consequência, o coeficiente de variação é indefinido, pois não se pode dividir por zero. Esses valores são inerentes ao método, devidos à subtração da superfície de tendência, que é um plano que passa acima de alguns valores e abaixo de outros, fazendo com que os valores positivos compensem os negativos e as médias sejam iguais a zero.

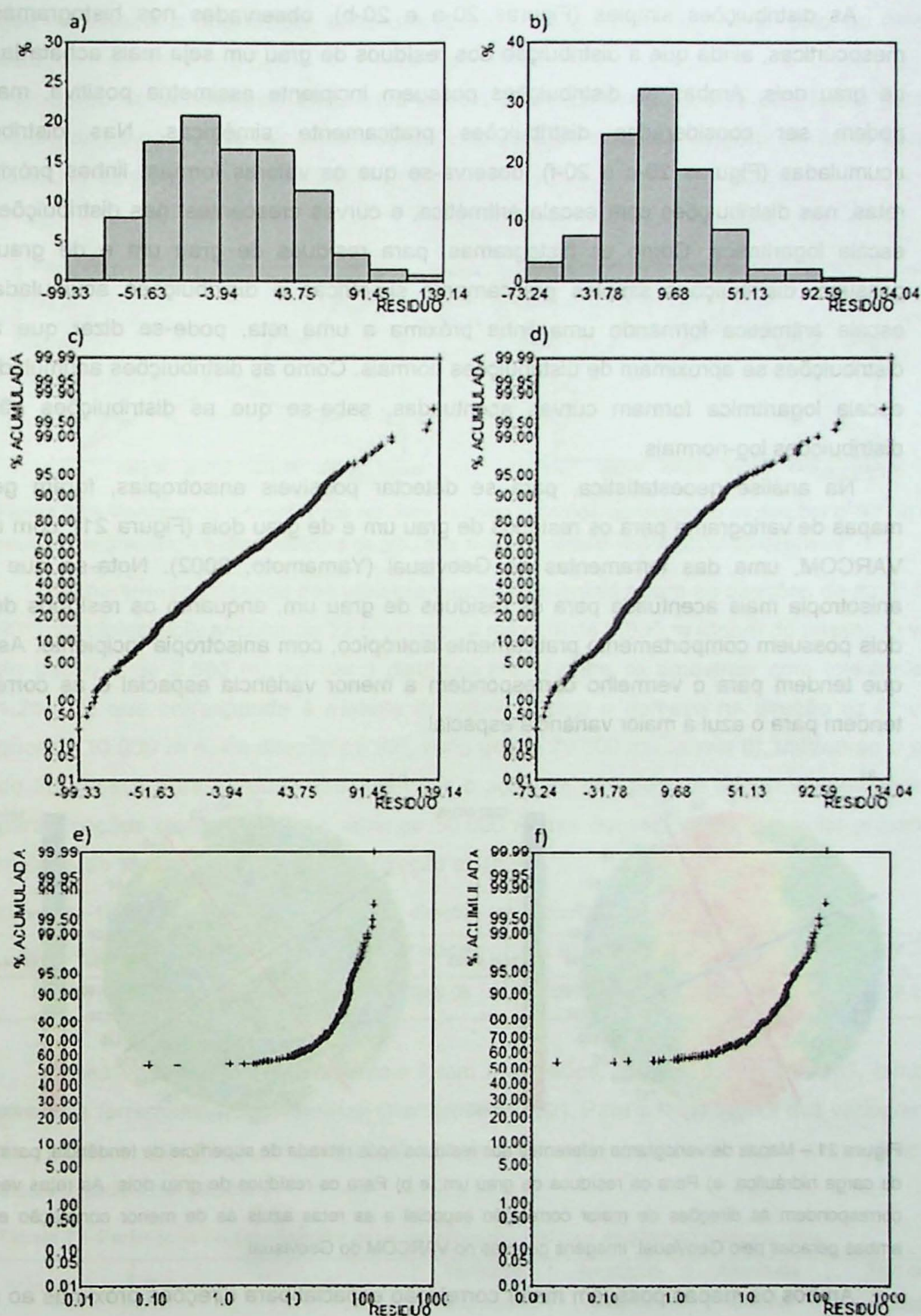


Figura 20 – a) Histograma com resíduos de grau um; b) Histograma com resíduos de grau dois; c) Curva acumulada com escala aritmética referente aos resíduos de grau um; d) Curva acumulada com escala aritmética referente aos resíduos de grau dois; e) Curva acumulada com escala logarítmica referente aos resíduos de grau um. f) Curva acumulada com escala logarítmica referente aos resíduos de grau dois. Imagens geradas no STATBASE do Geovisual.

As distribuições simples (Figuras 20-a e 20-b), observadas nos histogramas, são mesocúrticas, ainda que a distribuição dos resíduos de grau um seja mais achatada que a de grau dois. Ambas as distribuições possuem incipiente assimetria positiva, mas que podem ser consideradas distribuições praticamente simétricas. Nas distribuições acumuladas (Figuras 20-c a 20-f), observa-se que os valores formam linhas próximas a retas, nas distribuições com escala aritmética, e curvas crescentes, nas distribuições com escala logarítmica. Como os histogramas, para resíduos de grau um e de grau dois, possuem distribuições simples praticamente simétricas e distribuições acumuladas em escala aritmética formando uma linha próxima a uma reta, pode-se dizer que ambas distribuições se aproximam de distribuições normais. Como as distribuições acumuladas em escala logarítmica formam curvas acentuadas, sabe-se que as distribuições não são distribuições log-normais.

Na análise geoestatística, para se detectar possíveis anisotropias, foram gerados mapas de variograma para os resíduos de grau um e de grau dois (Figura 21), com uso do VARCOM, uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002). Nota-se que existe anisotropia mais acentuada para os resíduos de grau um, enquanto os resíduos de grau dois possuem comportamento praticamente isotrópico, com anisotropia incipiente. As cores que tendem para o vermelho correspondem a menor variância espacial e as cores que tendem para o azul à maior variância espacial.

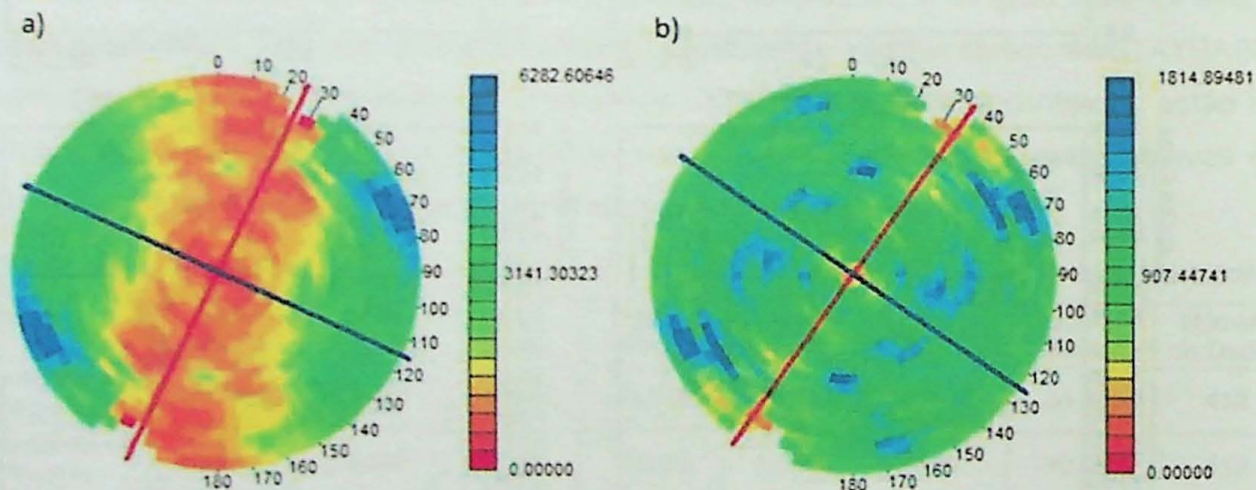


Figura 21 – Mapas de variograma referentes aos resíduos após retirada de superfície de tendência, para valores de carga hidráulica. a) Para os resíduos de grau um; e b) Para os resíduos de grau dois. As retas vermelhas correspondem às direções de maior correlação espacial e as retas azuis às de menor correlação espacial, ambas geradas pelo Geovisual. Imagens geradas no VARCOM do Geovisual.

Ambos os mapas possuem maior correlação espacial para direções próximas ao az 30° (retas vermelhas), no entanto as direções de menor correlação espacial não são perpendiculares a direção de az 30°, como indicadas pelas retas azuis, fornecidas pelo Geovisual, em direções próximas a az 120°. Nota-se que as direções de menor correlação espacial são próximas de az 70° e, por isso, ponderou-se um valor intermediário entre os valores citados e optou-se por utilizar-se o par de direções 0°-90° como o par de direções

que representa a anisotropia, tanto dos resíduos de grau um como grau dois, na área de estudo.

Como as anisotropias encontram-se nos pares de direções 0° e 90°, foram gerados variogramas para esse par de direções, tanto para os resíduos de grau um como para os resíduos de grau dois (Figura 22).

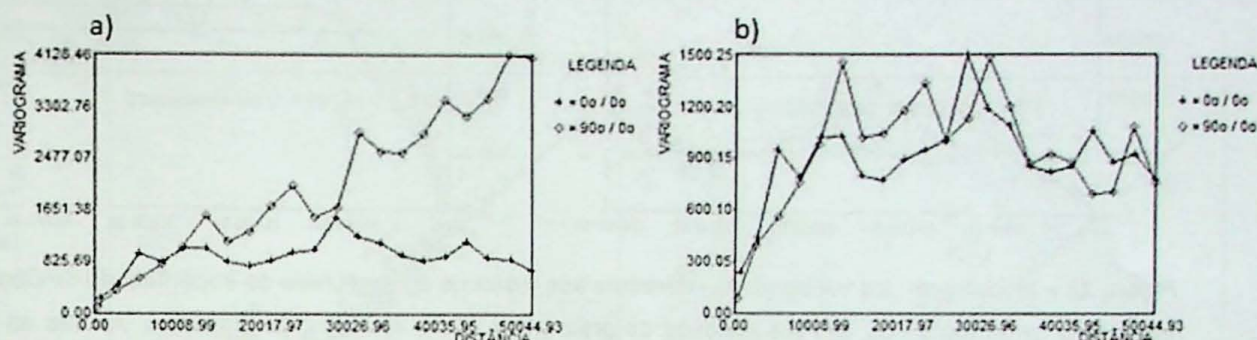


Figura 22 – Variogramas referentes aos resíduos de carga hidráulica, considerando as direções 0°-90°. a) Para resíduos de grau um; e b) Para resíduos de grau dois. Imagens geradas no VARCOM do Geovisual.

Os parâmetros usados nos variogramas experimentais foram as direções de az 0° e az 90°, com tolerância angular de 22,5° e largura máxima de 5.000 m (dobro do passo). O valor do passo é de 2.500 m, por ser a distância média entre as amostras, com tolerância de 1.250 m, que corresponde à metade do passo. Como o domínio na direção az 0° varia quase 110.000 m e, na direção az 90°, varia quase 70.000 m (Tabela 6), utilizou-se o valor de 20 passos para as duas direções (pois o software não permite adotar valores distintos para direções distintas), o que abrange 50.000 m das duas direções, um valor próximo à metade do tamanho do domínio na direção az 0°.

Tabela 6 – Cálculo do tamanho do domínio nas direções estudadas de 0° e 90°.

Az 0° máximo	Az 0° mínimo	Az 90° máximo	Az 90° mínimo	ΔX	ΔY
833187,67	723412,38	7586089,05	7517930,84	109775,29	68158,21

Esses variogramas experimentais foram modelados, através do MODVARG, também uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002). Para a modelagem dos variogramas de resíduos de graus um e dois, foram usadas duas estruturas, com os parâmetros discriminados na Tabela 7.

Tabela 7 – Parâmetros para modelagem de variogramas dos resíduos de grau um e de grau dois.

Variograma	Estrutura	Modelo	Variância espacial	Amplitude máxima	Amplitude mínima	Tipo de anisotropia
Resíduos de grau um	1	Esférico	940	6800	18571,2	Mista
	2	Esférico	630	3×10^{17}	18571,2	
Resíduos de grau dois	1	Esférico	1015	7330	13800	Mista
	2	Esférico	135	3×10^{17}	13800	

Como as modelagens para os resíduos de grau um e de grau dois possuem duas estruturas e duas amplitudes distintas, tem-se que as anisotropias são mistas. As imagens dos variogramas modelados encontram-se na Figura 23.

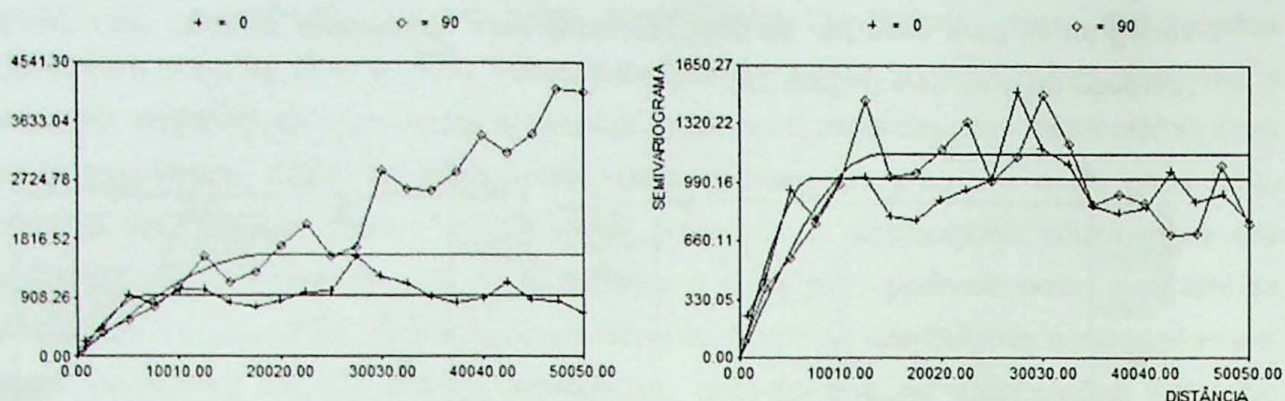


Figura 23 – Modelagem dos variogramas referentes aos resíduos após retirada de superfície de tendência, para valores de carga hidráulica. a) Para resíduos de grau um. b) Para resíduos de grau dois. Ambas as imagens geradas no MODVARG do Geovisual.

Com os variogramas modelados, pode-se fazer a krigagem, mas antes é feito um teste para descobrir quais parâmetros de vizinhança resultam em maior relação entre os pontos amostrados e as estimativas desses mesmos pontos com base nos dados de suas vizinhanças. Esse teste é a validação cruzada e seus valores para resíduos de grau um e de grau dois encontram-se na Tabela 8. Esse processamento foi feito com o uso de CROSSV2D, uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002).

Tabela 8 – Valores de parâmetros usados nas validações cruzadas, dos coeficientes de correlação alcançados e dos números de dados usados.

Dados	Pontos por setor	Máximo por bloco	Mínimo por bloco	Distância máxima	Coeficiente de correlação	Número de dados usados
Grau um	1	8	3	18571,2	0,919	406
Grau um	1	8	4	18571,2	0,917	343
Grau um	2	16	3	18571,2	0,914	412
Grau um	2	16	4	18571,2	0,914	411
Grau um	2	16	5	18571,2	0,916	406
Grau um	2	16	6	18571,2	0,916	400
Grau dois	1	8	3	13800	0,822	406
Grau dois	1	8	4	13800	0,832	339
Grau dois	2	16	3	13800	0,807	411
Grau dois	2	16	4	13800	0,807	411
Grau dois	2	16	5	13800	0,816	406
Grau dois	2	16	6	13800	0,818	399

Foram feitas validações cruzadas com um número restrito de combinações de pontos por setor e máximo e mínimo de pontos por blocos, devido às restrições de opções para validações cruzadas e para krigagem do Geovisual. Os maiores valores de coeficiente de correlação foram encontrados para 1 ponto por setor, com no máximo 8 e no mínimo 3

pontos por bloco, para os resíduos de grau um, e 1 ponto por setor, com no máximo 8 e no mínimo 4 pontos por bloco, para resíduos de grau dois. No entanto, foram escolhidos como parâmetros de vizinhança 2 pontos por setor, com no máximo 16 e no mínimo 3 pontos por bloco, para se realizar as krigagens com resíduos de graus um e dois (Figura 24), pois possuem maior número de dados usados e não possuem coeficientes de correlação tão menores que os coeficientes máximos encontrados dentro das restrições do Geovisual.

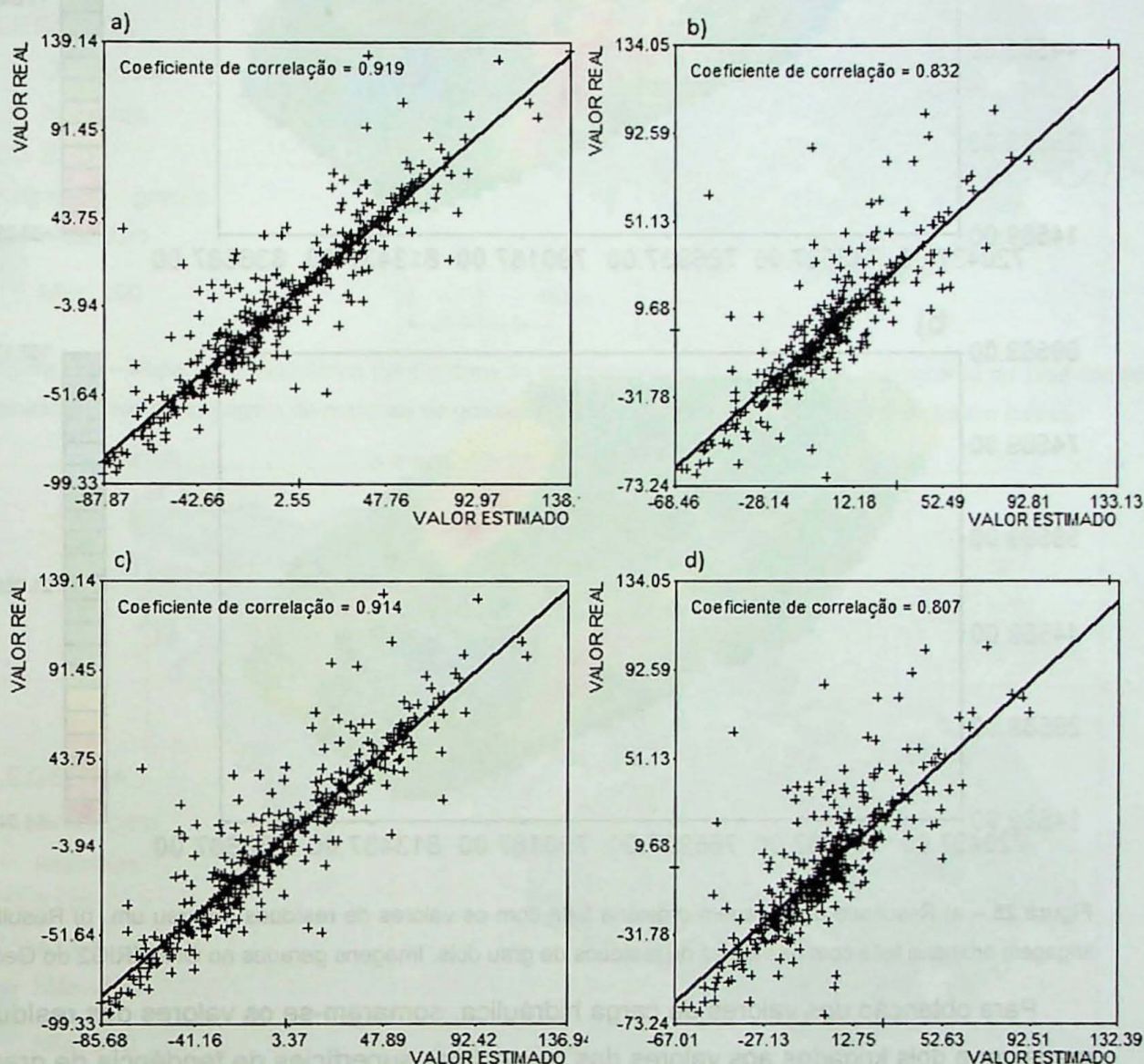


Figura 24 – Validações cruzadas com maiores valores de coeficiente de correlação: a) Para resíduos de grau um, com 1 ponto por setor, no máximo 8 e no mínimo 3 pontos por bloco. b) Para resíduos de grau dois, com 1 ponto por setor, no máximo 8 e no mínimo 4 pontos por bloco. Validações cruzadas com os parâmetros de vizinhança escolhidos para as krigagens, com 2 pontos por setor, no máximo 16 e no mínimo 3 pontos por bloco: c) Para resíduos de grau um. d) Para resíduos de grau dois. Imagens geradas no CROSSV2D do Geovisual.

A partir das combinações supra-citadas foram feitas krigagens ordinárias para resíduos de graus um e dois, que são apresentadas na Figura 25. As krigagens foram feitas com uso do ORDKRIG2 do Geovisual (Yamamoto, 2002)

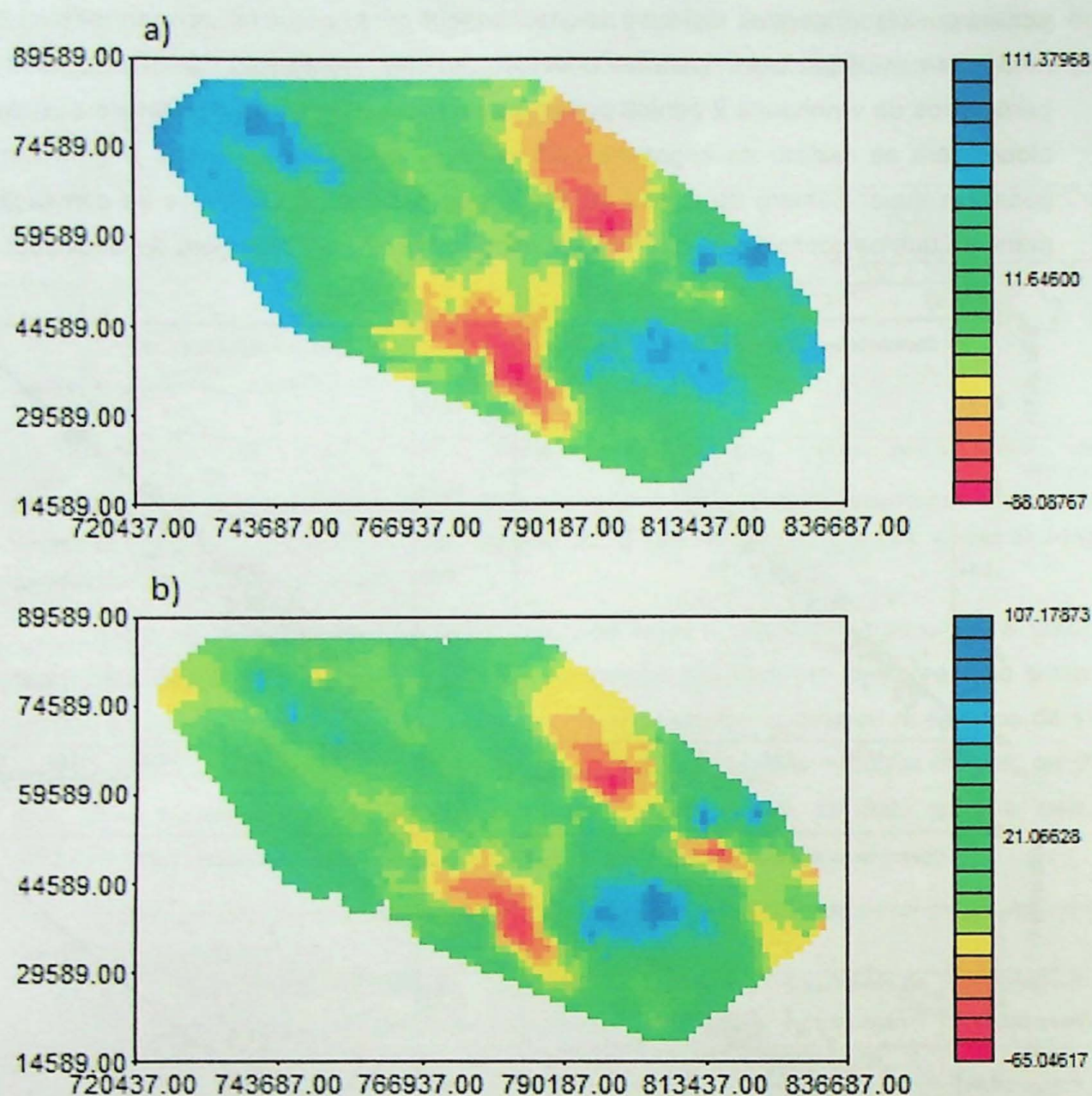


Figura 25 – a) Resultado da krigagem ordinária feita com os valores de resíduos de grau um. b) Resultado da krigagem ordinária feita com os valores de resíduos de grau dois. Imagens geradas no ORDKRIG2 do Geovisual.

Para obtenção dos valores de carga hidráulica, somaram-se os valores dos resíduos de graus um e dois krigados aos valores das respectivas superfícies de tendência de graus um e dois. Com esses valores finais de carga hidráulica, foram gerados dois mapas potenciométricos para a área de afloramento do SAG na Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré (Figuras 26 e 27).

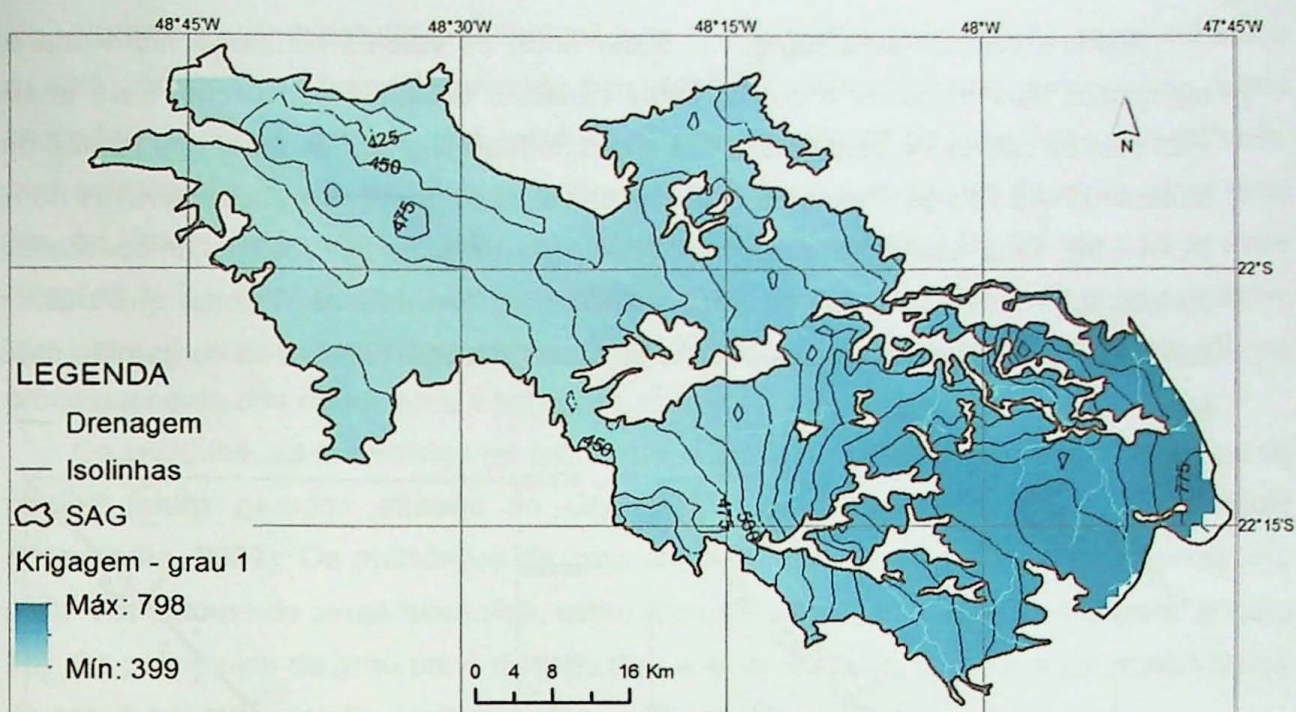


Figura 26 – Mapa potenciométrico para a área de afloramento do SAG na Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré, gerado através da krigagem de resíduos de grau um. Os valores de potenciometria são dados em metros.

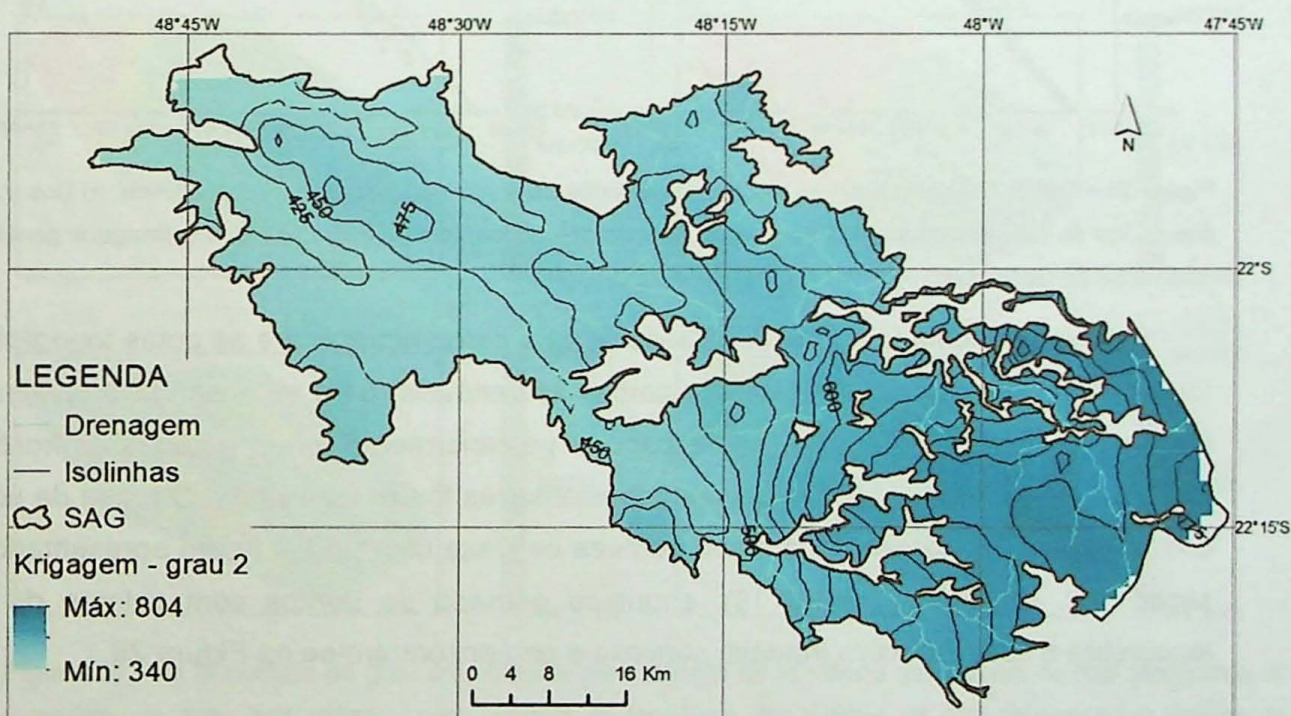


Figura 27 – Mapa potenciométrico para a área de afloramento do SAG na Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré, gerado através da krigagem de resíduos de grau dois. Os valores de potenciometria são dados em metros.

7.3. Cokrigagem

As análises estatística e geoestatística foram realizadas a partir dos valores de cargas hidráulicas e de cotas topográficas do banco de dados, que se encontra descrito na seção "6.2. Banco de dados".

Primeiro verificou-se a regressão linear entre os valores de carga hidráulica e cota topográfica para mensurar o quanto estas variáveis possuem correlação. Esta análise foi feita com os valores de carga hidráulica e cota topográfica dos poços e dos pontos de rios, totalizando 412 valores (Figura 28-a) e com os valores apenas dos poços, através do uso de REGRESS, uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002). Os coeficientes de correlação encontrados foram de 0,983 e 0,972, respectivamente. Valores que indicam alta correlação entre as variáveis e possibilita-se fazer uma coestimativa da carga hidráulica com auxílio da cota topográfica.

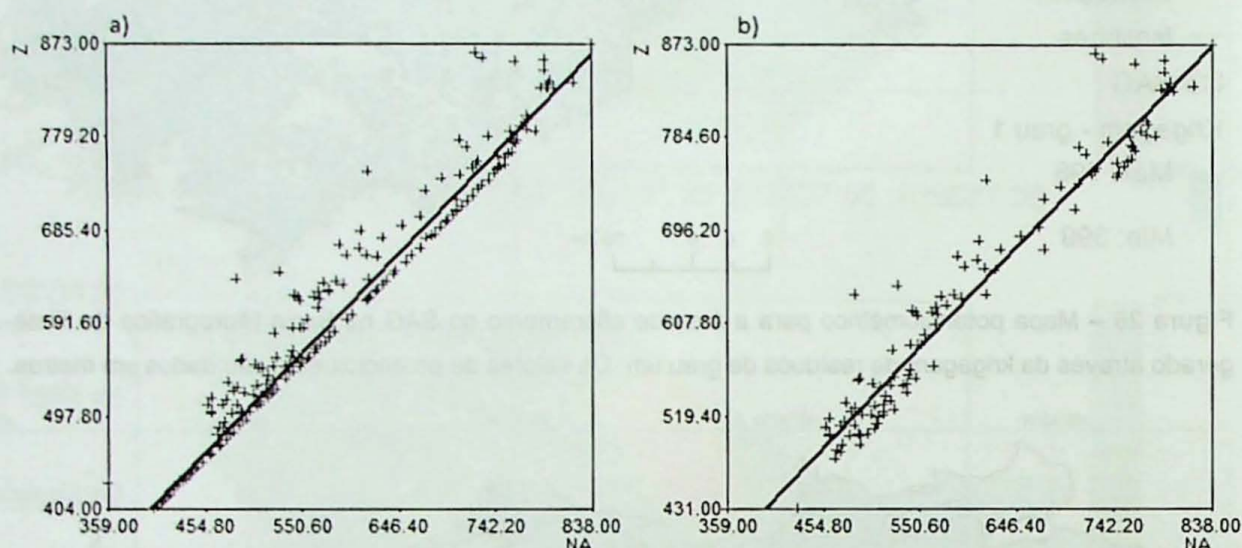


Figura 28 – Regressão linear entre os valores amostrados de carga hidráulica e cota topográfica: a) Dos poços e dos pontos de rios, totalizando 412 valores; b) Apenas dos poços, totalizando 137 valores. Imagens geradas no REGRESS do Geovisual.

Uma vez constatada a forte correlação entre a carga hidráulica e as cotas topográficas, foram elaborados mapas de pontos de ambas as variáveis, para se observar a distribuição dos pontos amostrados ao longo do espaço, e posteriormente foram geradas as fronteiras convexas, dentro das quais as análises geoestatísticas foram realizadas. O mapa de pontos com valores de carga hidráulica e sua fronteira convexa com *grid* já foram apresentados na seção “7.2. Krigagem” (Figura 18), enquanto o mapa de pontos com valores de cota topográfica e sua respectiva fronteira convexa e *grid* encontram-se na Figura 29.

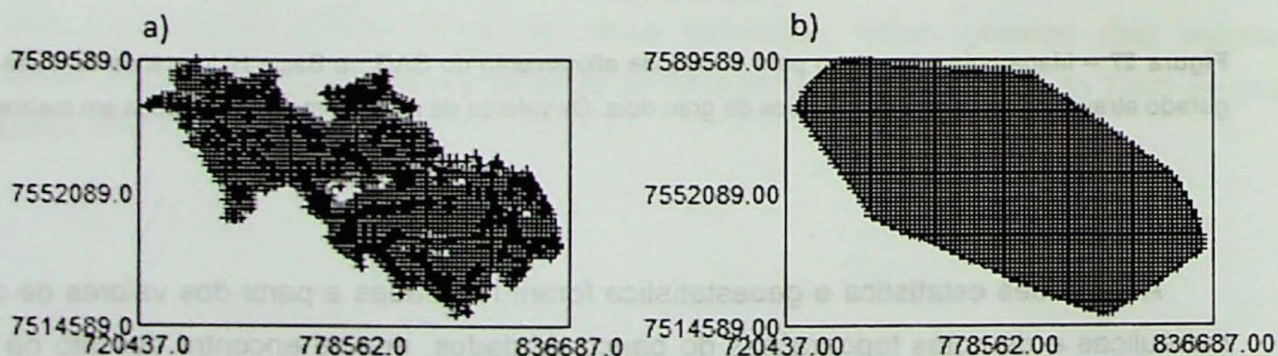


Figura 29 – a) Mapa de pontos que amostram valores de cota topográfica. b) Fronteira convexa e *grid* para os pontos com valores de cota topográfica. Imagens geradas no GLOBAL2D do Geovisual.

Como a variável estudada (primária) e a variável auxiliar (secundária), carga hidráulica e cota topográfica, respectivamente, não possuem comportamento estacionário, antes procedeu-se com a geração dos resíduos a partir da retirada de superfícies de tendência, que correspondem a polinômios de graus um e dois, para ambas as variáveis. Para esse fim, foi usada uma malha regular 2D, com nós espaçados de 1,25 km em 1,25 km nas direções N-S e E-W. Essa malha corresponde à metade da distância média entre amostras, que para o banco de dados usado é de 2,5 km, e é a mesma malha utilizada no processamento dos dados para a krigagem.

Os resíduos, as superfícies de tendência, a fronteira convexa com o *grid* e o mapa de pontos foram gerados através do GLOBAL2D, uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002). Os polinômios de grau um e de grau dois e seus resíduos, gerados a partir dos valores de carga hidráulica, estão representados na seção “7.2. Krigagem” (Figura 19). Os polinômios de grau um e de grau dois e seus resíduos, gerados a partir dos valores de cota topográfica, estão representados na Figura 30.

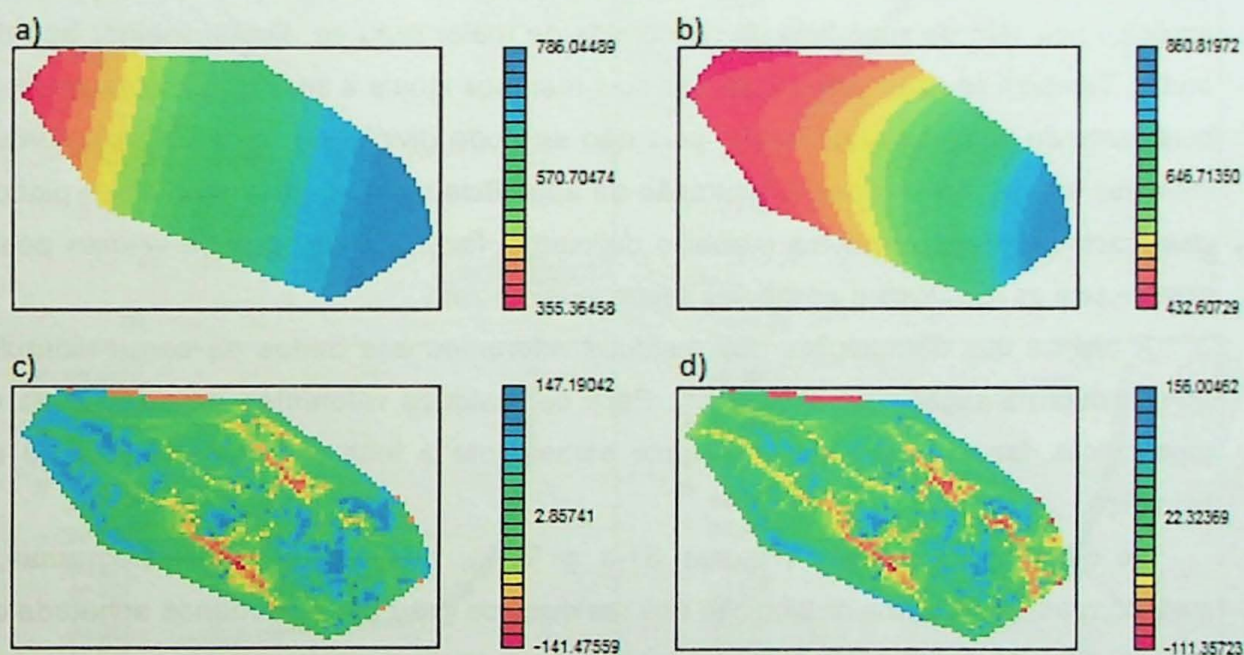


Figura 30 – a) Superfície de grau um utilizada para retirada de tendência dos valores de cota topográfica. b) Superfície de grau dois utilizada para retirada de tendência dos valores de cota topográfica c) Valores de resíduos encontrados após a retirada da superfície de tendência de grau um. d) Valores de resíduos encontrados após a retirada da superfície de tendência de grau dois. Imagens geradas no GLOBAL2D do Geovisual.

Os resíduos resultantes das subtrações de polinômios de grau um e de grau dois serão referidos como “resíduos de grau um” e “resíduos de grau dois”, respectivamente.

Após a retirada da tendência com polinômios de grau um e de grau dois, foi feita a análise estatística para os resíduos de ambos os polinômios, através do uso do STATBASE, uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002). Os valores da análise estatística para os resíduos de carga hidráulica são encontrados na Tabela 5 da seção “7.2. Krigagem”,

e os valores da análise estatística para os resíduos de cota topográfica são encontrados na Tabela 9

Tabela 9 – Análise estatística dos resíduos de grau um e de grau dois, referentes a valores de cota topográfica.

	Valor Máximo	Valor Mínimo	Média	Desvio Padrão	Quartil Superior	Mediana	Quartil Inferior	Número de Dados
Resíduos de grau um	147,190	-141,480	0,000	54,439	38,925	0,475	-40,158	2365
Resíduos de grau dois	156,000	-111,360	0,000	46,802	31,055	-4,305	-34,720	2365

Através do STATBASE foram gerados histogramas e curvas de distribuições acumuladas, que se encontram na Figura 20 da seção “7.2. Krigagem” para os resíduos de graus um e dois de carga hidráulica e na Figura 31 para os resíduos de graus um e dois de cotas topográficas.

Nota-se que, tanto para o caso da carga hidráulica como para o das cotas topográficas, os valores de resíduos de grau dois possuem amplitude, entre os valores máximo e mínimo, inferior aos de resíduos de grau um, e o mesmo ocorre entre os quartis inferior e superior. O desvio padrão é menor para os dados de resíduos de grau dois também. Estes valores se explicam pelo fato da superfície de polinômios de maior grau se ajustar melhor aos dados brutos. Também se observa a média dos dois resíduos iguais a zero e, por consequência, o coeficiente de variação é indefinido, pois não se pode dividir por zero. Estes valores são inerentes ao método, devidos à subtração da superfície de tendência, que é um plano que passa acima de alguns valores e abaixo de outros, fazendo com que os valores positivos compensem os negativos e as médias sejam iguais à zero.

A análise das distribuições dos resíduos referentes aos dados de carga hidráulica é apresentada na seção “7.2. Krigagem”. Para os resíduos referentes aos dados de cotas topográficas, faz-se uma análise bastante semelhante à feita para os resíduos de carga hidráulica.

As distribuições simples (Figuras 31-a e 31-b), observadas nos histogramas, são mesocúrticas, ainda que a distribuição dos resíduos de grau um seja menos achatada que a de grau dois. As distribuições dos resíduos de grau um e de grau dois possuem incipiente assimetria negativa e incipiente assimetria positiva, respectivamente, mas que podem ser consideradas distribuições praticamente simétricas. Nas distribuições acumuladas (Figuras 31-c a 31-f), observa-se que os valores formam linhas próximas a retas, nas distribuições com escala aritmética, e curvas crescentes, nas distribuições com escala logarítmica. Como os histogramas, para resíduos de grau um e de grau dois, possuem distribuições simples praticamente simétricas e distribuições acumuladas em escala aritmética formando uma linha próxima a uma reta, pode-se dizer que ambas distribuições se aproximam de distribuições normais. Como as distribuições acumuladas em escala logarítmica formam curvas acentuadas, sabe-se que as distribuições não são distribuições log-normais.

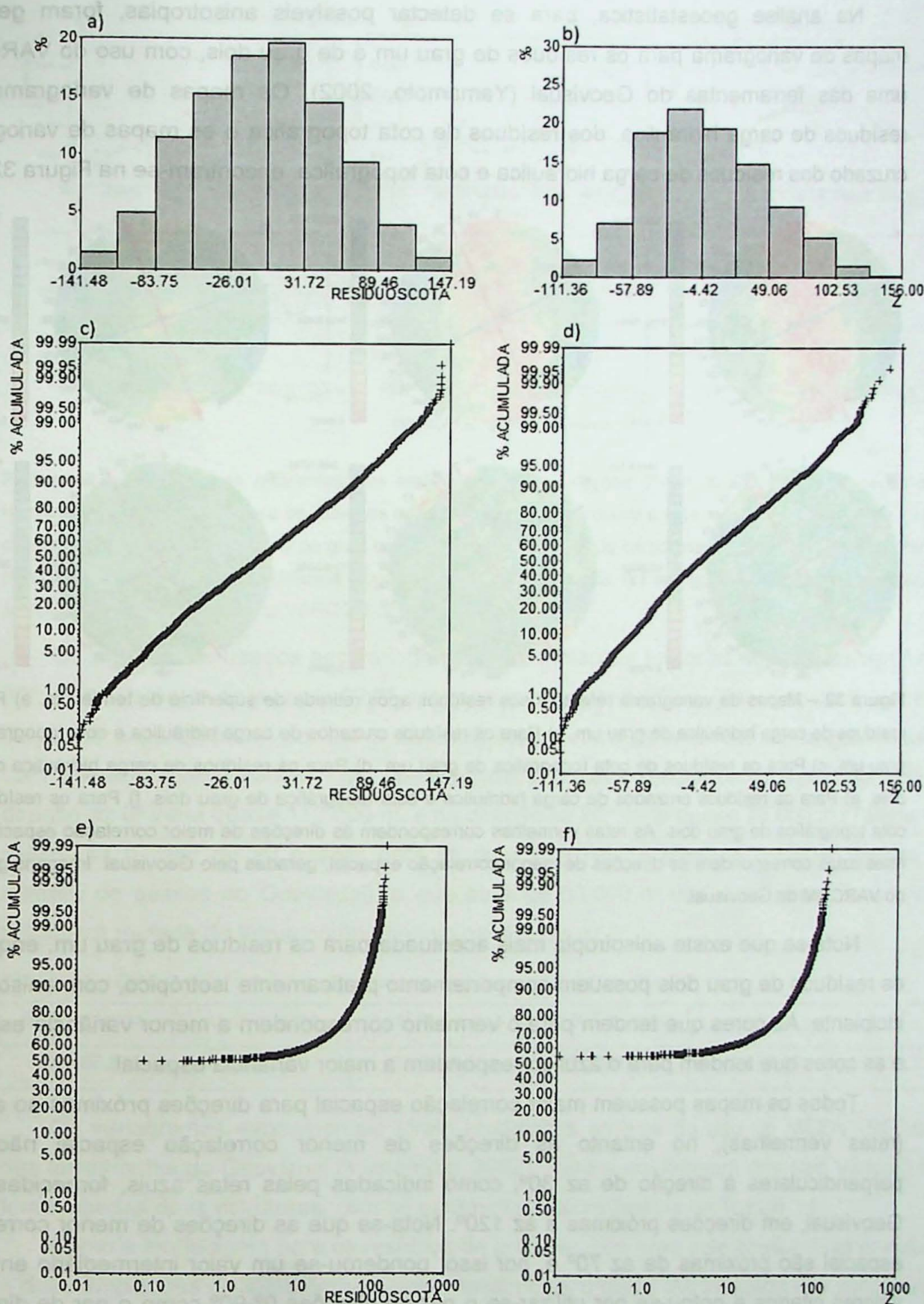


Figura 31 – a) Histograma com resíduos de cota topográfica de grau um. b) Histograma com resíduos de cota topográfica de grau dois. c) Curva acumulada com escala aritmética referente aos resíduos de cota topográfica de grau um. d) Curva acumulada com escala aritmética referente aos resíduos de cota topográfica de grau dois. e) Curva acumulada com escala logarítmica referente aos resíduos de cota topográfica de grau um. f) Curva acumulada com escala logarítmica referente aos resíduos de cota topográfica de grau dois. Imagens geradas no STATBASE do Geovisual (Yamamoto, 2002).

Na análise geoestatística, para se detectar possíveis anisotropias, foram gerados mapas de variograma para os resíduos de grau um e de grau dois, com uso do VARCOM, uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002). Os mapas de variograma dos resíduos de carga hidráulica, dos resíduos de cota topográfica e os mapas de variograma cruzado dos resíduos de carga hidráulica e cota topográfica, encontram-se na Figura 32.

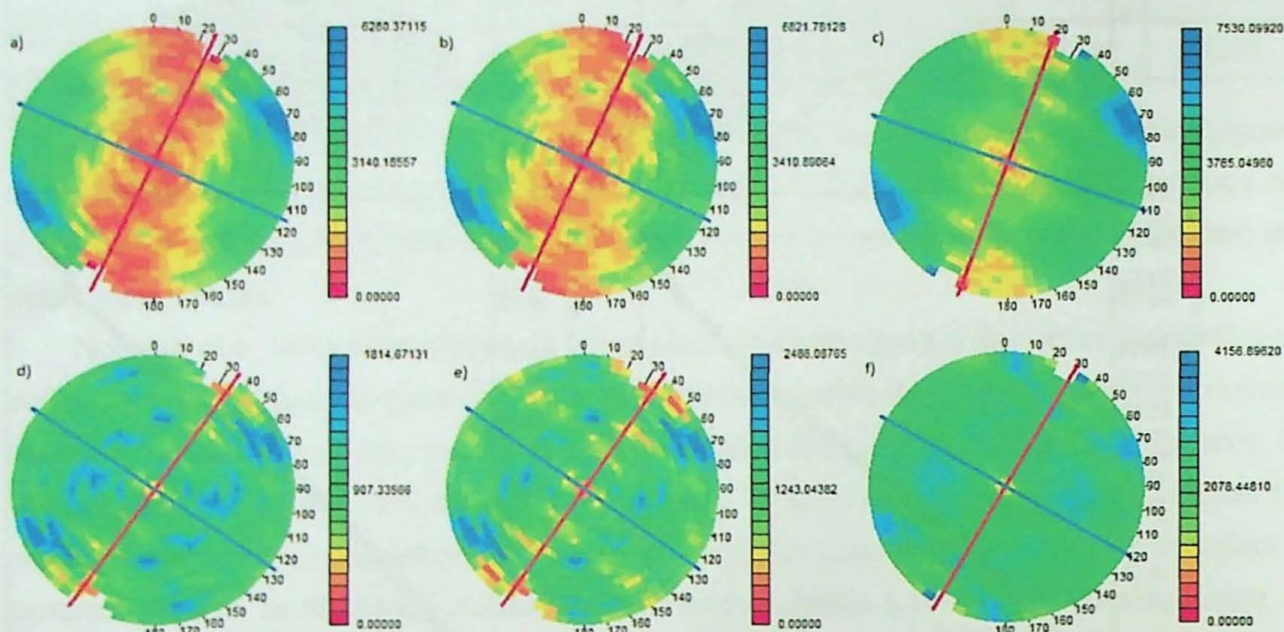


Figura 32 – Mapas de variograma referente aos resíduos após retirada de superfície de tendência. a) Para os resíduos de carga hidráulica de grau um. b) Para os resíduos cruzados de carga hidráulica e cota topográfica de grau um. c) Para os resíduos de cota topográfica de grau um. d) Para os resíduos de carga hidráulica de grau dois. e) Para os resíduos cruzados de carga hidráulica e cota topográfica de grau dois. f) Para os resíduos de cota topográfica de grau dois. As retas vermelhas correspondem às direções de maior correlação espacial e as retas azuis correspondem às direções de menor correlação espacial, geradas pelo Geovisual. Imagens geradas no VARCOM do Geovisual.

Nota-se que existe anisotropia mais acentuada para os resíduos de grau um, enquanto os resíduos de grau dois possuem comportamento praticamente isotrópico, com anisotropia incipiente. As cores que tendem para o vermelho correspondem a menor variância espacial e as cores que tendem para o azul correspondem a maior variância espacial.

Todos os mapas possuem maior correlação espacial para direções próximas ao az 30° (retas vermelhas), no entanto as direções de menor correlação espacial não são perpendiculares à direção de az 30°, como indicadas pelas retas azuis, fornecidas pelo Geovisual, em direções próximas a az 120°. Nota-se que as direções de menor correlação espacial são próximas de az 70° e, por isso, ponderou-se um valor intermediário entre os valores citados e optou-se por utilizar-se o par de direções 0°-90° como o par de direções que representa a anisotropia, tanto dos resíduos de grau um como grau dois, na área de estudo.

Como as anisotropias encontram-se nos pares de direções 0° e 90°, foram gerados variogramas para esse par de direções, tanto para os resíduos de grau um como para os resíduos de grau dois (Figura 33).

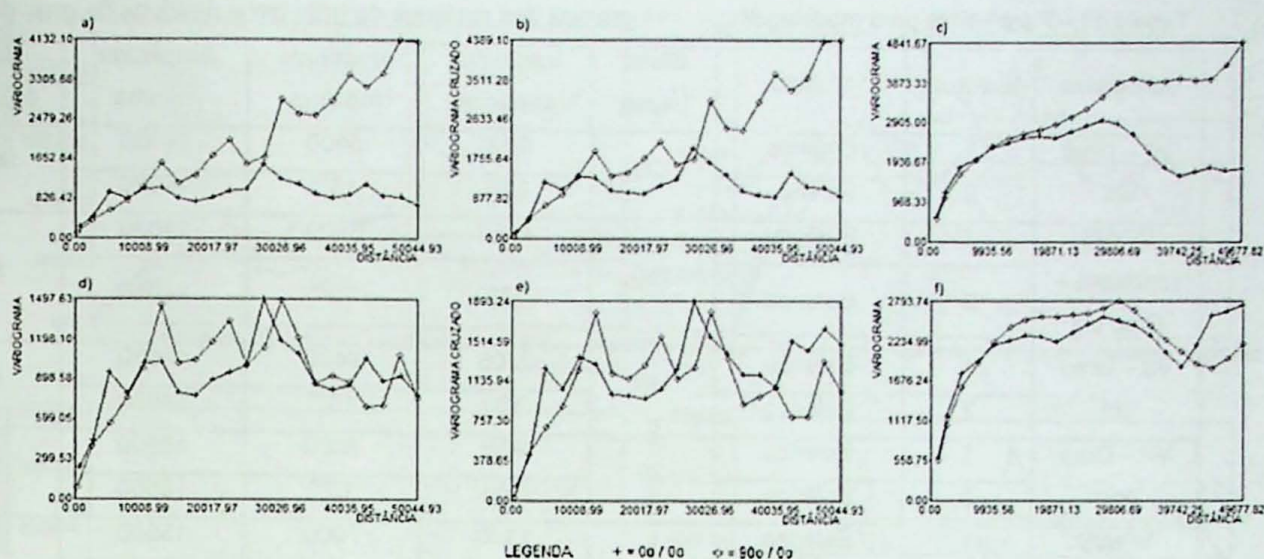


Figura 33 – Variogramas referentes aos resíduos para as direções 0°-90°. a) Para os resíduos de carga hidráulica de grau um. b) Para os resíduos cruzados de carga hidráulica e cota topográfica de grau um. c) Para os resíduos de cota topográfica de grau um. d) Para os resíduos de carga hidráulica de grau dois. e) Para os resíduos cruzados de carga hidráulica e cota topográfica de grau dois. f) Para os resíduos de cota topográfica de grau dois. Imagens geradas no VARCOM do Geovisual.

Os parâmetros usados nos variogramas experimentais foram as direções de az 0° e az 90°, com tolerância angular de 22,5° e largura máxima de 5.000 m (dobro do passo). O valor do passo é de 2.500 m, por ser a distância média entre as amostras de carga hidráulica, com tolerância de 1.250 m, que corresponde a metade do passo. Como o domínio na direção az 0° varia quase 110.000 m, e na direção az 90° varia quase 70.000 m (Tabela 10), utilizou-se o valor de 20 passos para as duas direções (é possível escolher apenas um número de passos no Geovisual), o que abrange 50.000 m das duas direções, um valor próximo à metade do tamanho do domínio na direção az 0°.

Tabela 10 – Cálculo do tamanho do domínio nas direções estudadas de 0° e 90°.

Az 0° máximo	Az 0° mínimo	Az 90° máximo	Az 90° mínimo	ΔX	ΔY
833187,67	723412,38	7586089,05	7517930,84	109775,29	68158,21

Os variogramas experimentais foram modelados através do uso do MODVARG, uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002). Para a modelagem dos seis variogramas foram usadas duas estruturas, com os parâmetros discriminados na Tabela 11.

Como a modelagem para os resíduos de grau um e de grau dois possui duas estruturas e duas amplitudes distintas, tem-se que a anisotropia é mista. As imagens dos variogramas modelados encontram-se na Figura 34.

Tabela 11 – Parâmetros para modelagem de variogramas dos resíduos de grau um e resíduos de grau dois.

Variograma	Estrutura	Modelo	Efeito pepita	Variância espacial	Amplitude máxima	Amplitude mínima	Tipo de anisotropia
VP – Grau um	1	Esférico	125	912	8400	14030	Mista
	2	Esférico		330	10^{30}	14030	
VPxVS (cruzado) – Grau um	1	Esférico	150	1054	8400	14030	Mista
	2	Esférico		329	10^{30}	14030	
VS – Grau um	1	Esférico	181	2205	8400	14030	Mista
	2	Esférico		330	10^{30}	14030	
VP – Grau dois	1	Esférico	30	925	7000	13500	Mista
	2	Esférico		240	10^{37}	13500	
VPxVS (cruzado) – Grau dois	1	Esférico	10	1140	7000	13500	Mista
	2	Esférico		250	10^{37}	13500	
VS – Grau dois	1	Esférico	100	2120	7000	13500	Mista
	2	Esférico		320	10^{37}	13500	

Com os variogramas modelados foi feita a cokrigagem para os resíduos de grau um e grau dois através do uso de Cokrige2, uma das ferramentas do Geovisual (Yamamoto, 2002). Para se fazer uma comparação mais direta com os valores obtidos através da krigagem, foram usados como parâmetros de vizinhança, 2 pontos por setor, com no máximo 16 pontos e no mínimo 3 pontos por bloco para a variável primária, como na krigagem, e 2 pontos por setor, com no máximo 16 pontos e no mínimo 2 para a variável secundária. Os resultados das cokrigagens encontram-se na Figura 35.

Para obtenção dos valores de carga hidráulica, somaram-se os valores dos resíduos de grau um cokrigados aos valores da superfície de tendência de grau um e, posteriormente, fez-se o mesmo com os resíduos de grau dois cokrigados e a superfície de tendência de grau dois. Com esses valores finais de carga hidráulica, foram gerados dois mapas potenciométricos para a área de afloramento do SAG na Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré (Figuras 36 e 37).

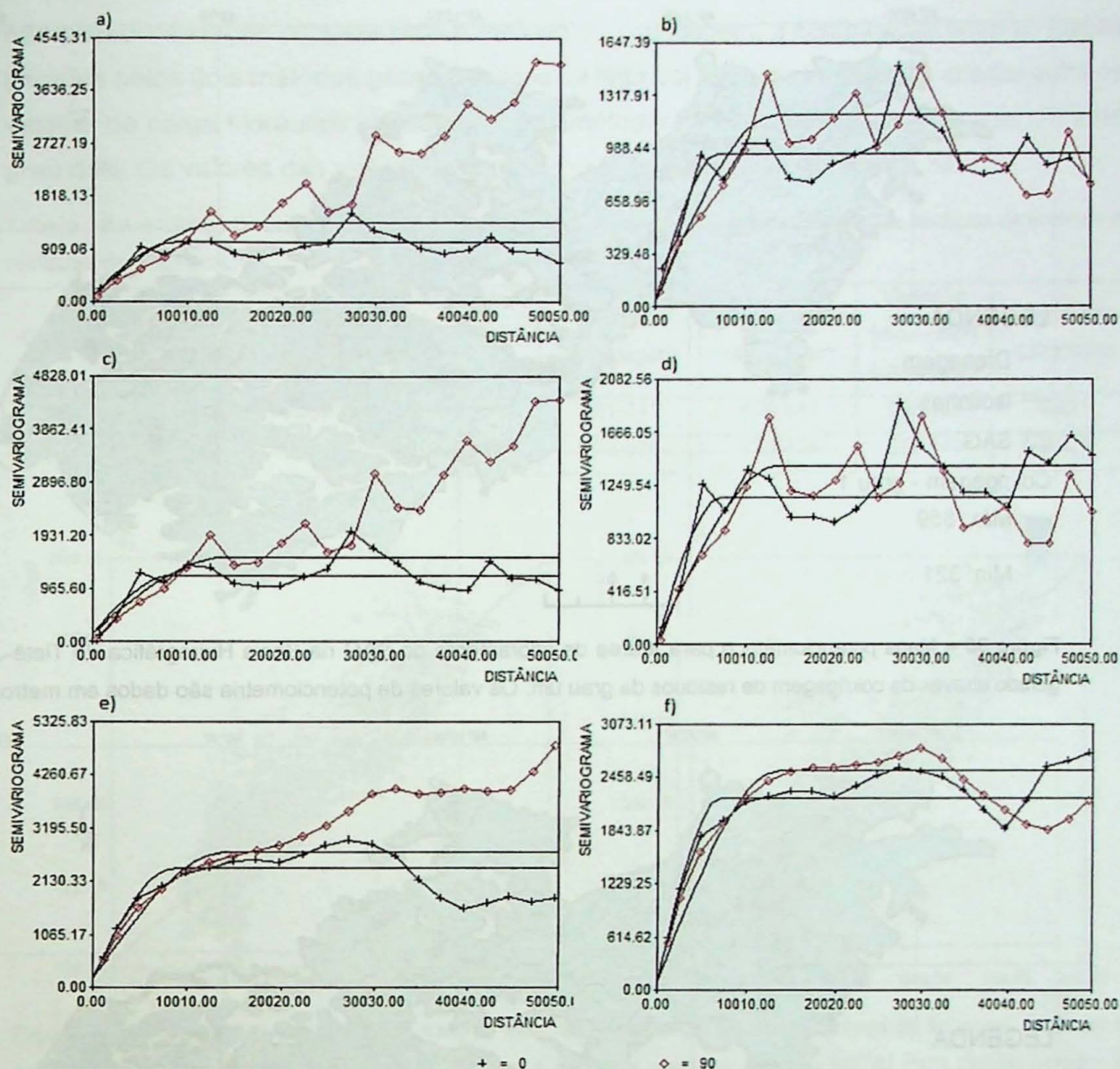


Figura 34 – Modelagem dos variogramas referentes aos resíduos após retirada de superfície de tendência. a) Para resíduos de carga hidráulica de grau um. b) Para resíduos de carga hidráulica de grau dois. c) Para resíduos de carga hidráulica x cota topográfica (semivariograma cruzado) de grau um. d) Para resíduos de carga hidráulica x cota topográfica (semivariograma cruzado) de grau dois. e) Para resíduos de cota topográfica de grau um. f) Para resíduos de cota topográfica de grau dois. Todas as imagens geradas no MODVARG do Geovisual.

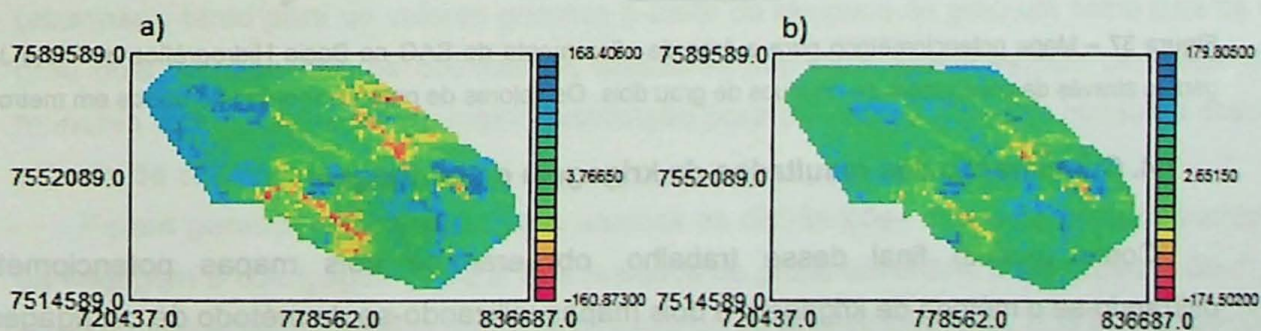


Figura 35 – Resultados das cokrigagens ordinárias de resíduos de carga hidráulica com auxílio de resíduos de cota topográfica. a) Para resíduos de primeiro grau. b) Para resíduos de segundo grau. Ambas as imagens geradas no Cokrige2 do Geovisual.

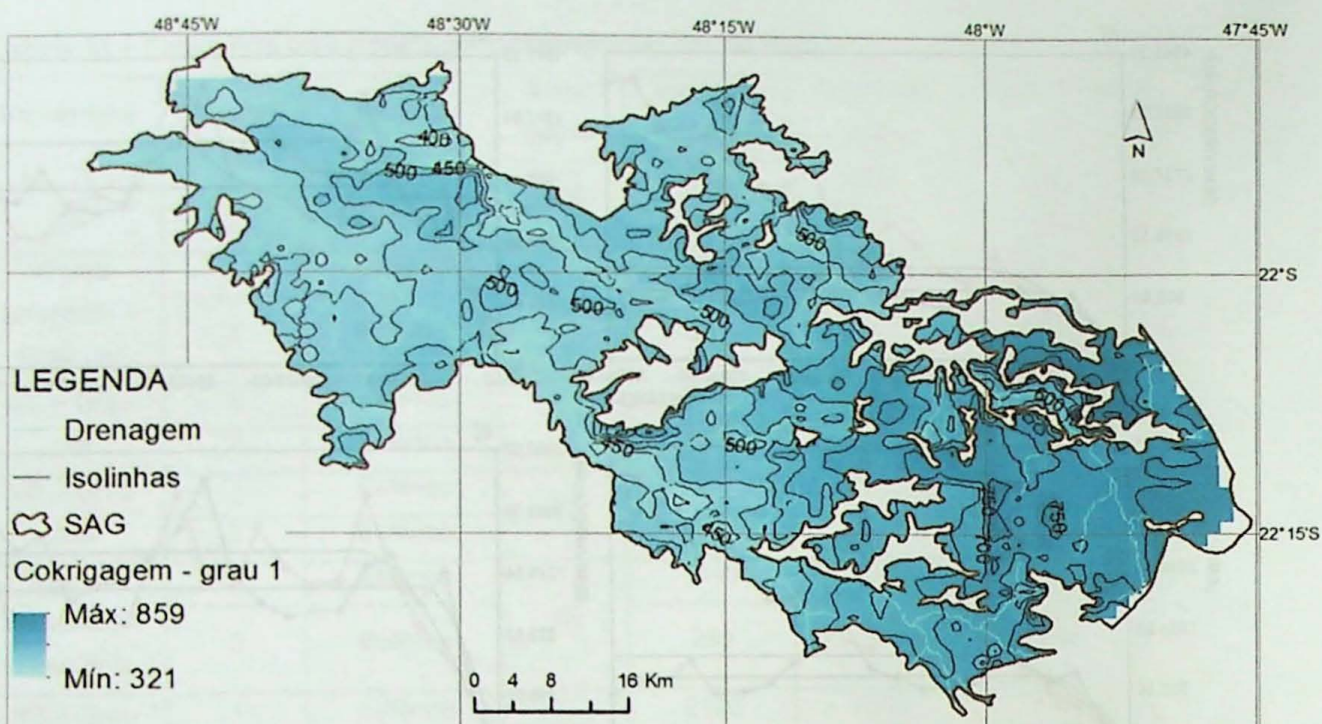


Figura 36 – Mapa potenciométrico para a área de afloramento do SAG na Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré, gerado através da cokrigagem de resíduos de grau um. Os valores de potencimetria são dados em metros.

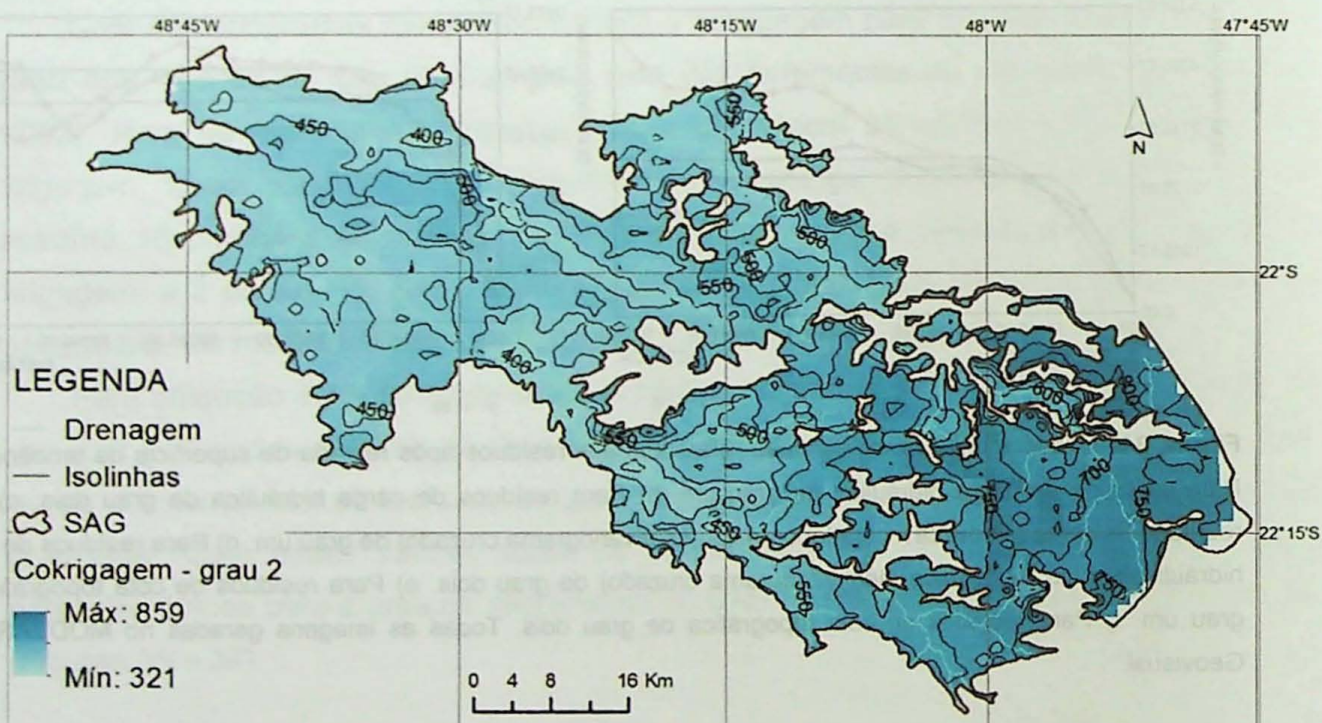


Figura 37 – Mapa potenciométrico para a área de afloramento do SAG na Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré, gerado através da cokrigagem de resíduos de grau dois. Os valores de potencimetria são dados em metros.

7.4. Comparação dos resultados da krigagem e cokrigagem

Como produto final desse trabalho, obtiveram-se dois mapas potenciométricos utilizando-se o método de krigagem e dois mapas utilizando-se do método de cokrigagem.

Com relação aos mapas gerados através da krigagem, foram obtidos resultados melhores de validação cruzada para o mapa gerado empregando superfície de tendência de grau um e, portanto, esse mapa é considerado o mais representativo. Como o Geovisual

não possui validação cruzada para o método de cokrigagem, a comparação entre os mapas gerados pelos dois métodos geoestatísticos foi feita por meio de análises bivariadas entre os valores de carga hidráulica obtidos nos dois métodos, a partir de resíduos de grau um e de grau dois. Os valores das análises encontram-se na Tabela 12 e na Figura 38.

Tabela 12 – Análises bivariadas krigagem x cokrigagem para valores gerados a partir de resíduos de grau um e resíduos de grau dois.

Grau	Mínimo krigagem	Máximo krigagem	Variação (max - min) krigagem	Mínimo cokrigagem	Máximo cokrigagem	Variação (max - min) cokrigagem	Coefficiente correlação
Um	399,532	798,750	399,218	321,711	859,842	538,131	0,921
Dois	340,720	804,227	463,507	333,675	856,424	522,749	0,924

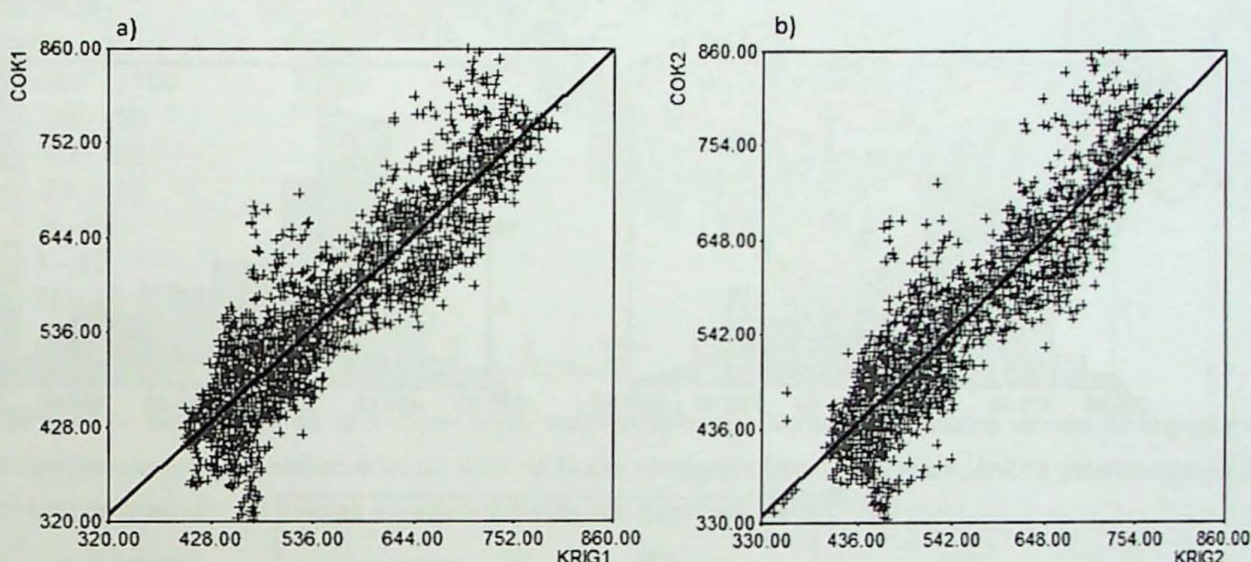


Figura 38 – Análises bivariadas entre valores estimados de carga hidráulica através de krigagem (abscissa) e cokrigagem (ordenada). a) Para valores gerados a partir de resíduos de grau um. b) Para valores gerados a partir de resíduos de grau dois. Imagens geradas no REGRESS do Geovisual.

Observa-se que ocorre maior amplitude nos valores de cokrigagem do que de krigagem nos dois casos, mas isso não é um bom parâmetro para medir o efeito de suavização, pois é apenas uma consequência do desvio padrão dos valores das cokrigagens serem superiores aos das krigagens. Nos gráficos de correlação entre cokrigagem (ordenada) e krigagem (abscissa), tanto para os valores gerados a partir de resíduos de grau um como para os de grau dois, nota-se que os coeficientes angulares das retas ajustadas pelo Geovisual são menores que 1, o que indica maior suavização para os valores de carga hidráulica obtidos através da cokrigagem.

Foram gerados histogramas para analisar as distribuições dos valores obtidos através da krigagem e cokrigagem a partir dos resíduos de graus um e dois (Figura 39-a a 39-d). A análise dessas distribuições corrobora o resultado da análise bivariada, pois as distribuições dos valores de carga hidráulica estimados através da krigagem assemelham-se mais com a distribuição dos valores amostrados (Figura 39-e) do que as distribuições dos valores

estimados através da cokrigagem. Observa-se que as distribuições provindas da cokrigagem são mais próximas a distribuições normais, consequência do efeito de suavização.

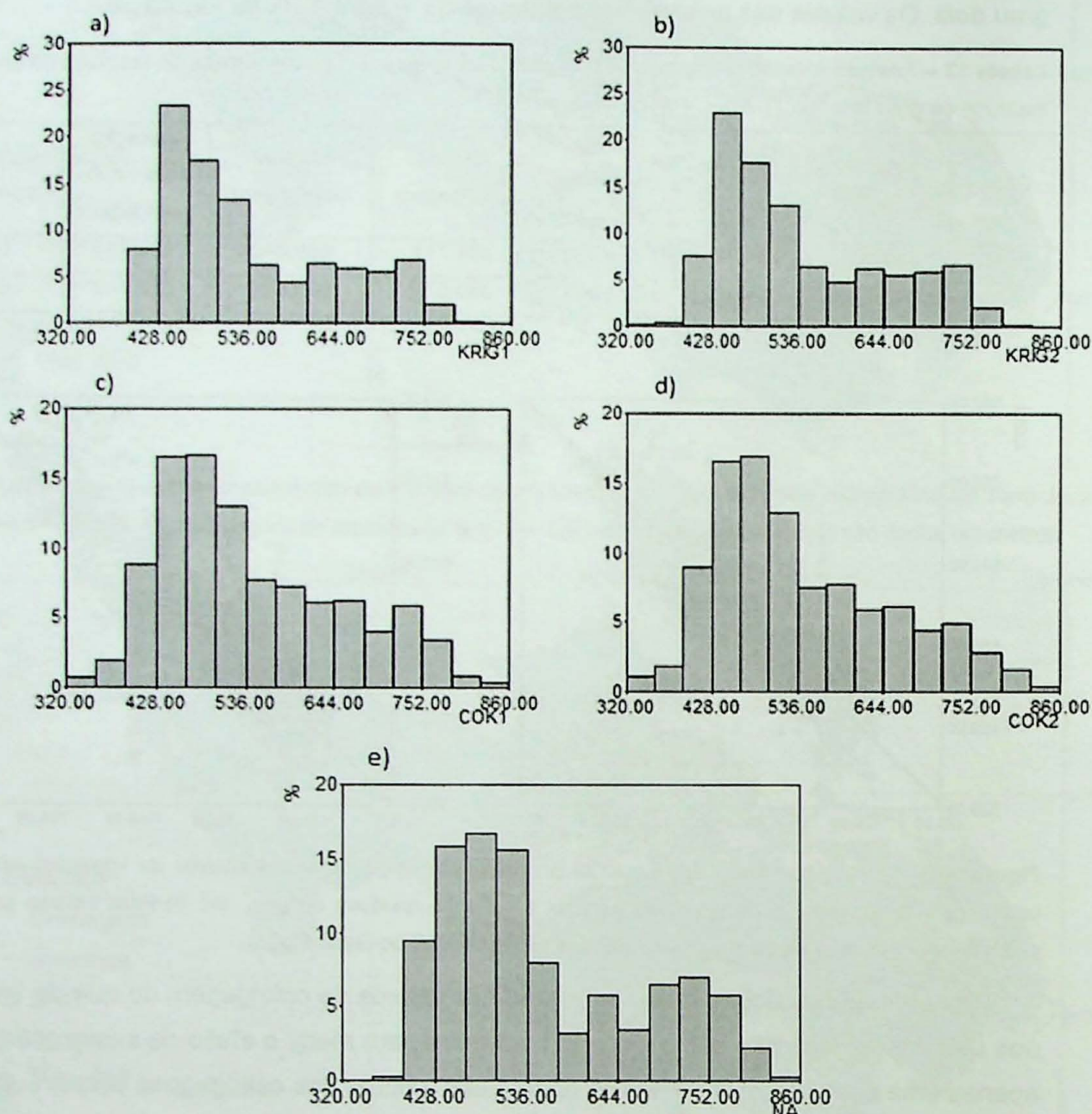


Figura 39 – Histogramas de valores de carga hidráulica. a) Gerados a partir de resíduos de grau um através de krigagem. b) Gerados a partir de resíduos de grau dois através de krigagem. c) Gerados a partir de resíduos de grau um através de cokrigagem. d) Gerados a partir de resíduos de grau dois através de cokrigagem. e) Amostrados. Todas as imagens geradas no STATBASE do Geovisual.

Com os resultados das análises bivariadas e as comparações de distribuições através de histogramas e partindo-se do pressuposto que as melhores estimativas são as que sofreram menor efeito de suavização, os resultados obtidos através da krigagem foram melhores que aqueles obtidos por meio da cokrigagem. Portanto o melhor mapa, dentre os quatro gerados nesse trabalho é o mapa obtido através da krigagem de resíduos resultantes da retirada de superfície de grau um.

Para se visualizar espacialmente as diferenças de estimativas feitas através das krigagens e cokrigagens, foram gerados mapas com as diferenças dos valores de carga hidráulica gerados através de cada um desses dois métodos, um mapa para as diferenças dos valores gerados com resíduos de grau um (Figura 40) e um mapa dos valores gerados com os resíduos de grau dois (Figura 41).

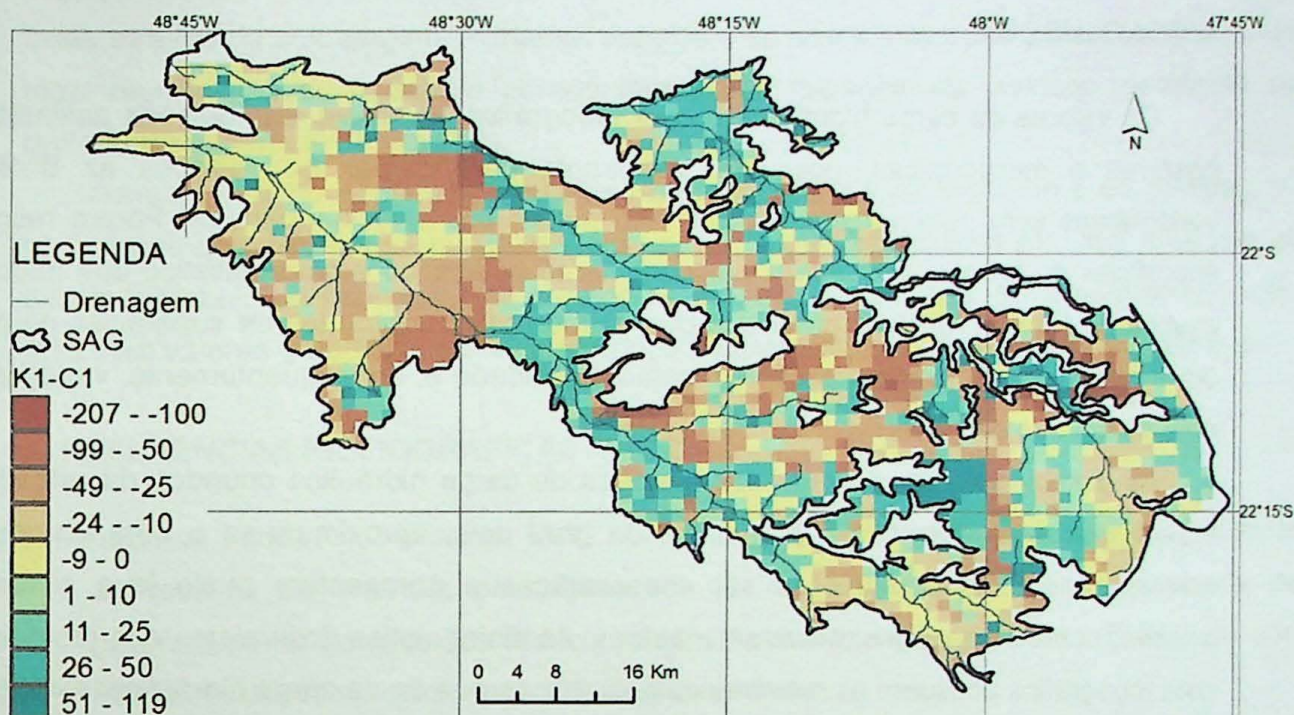


Figura 40 – Mapa com as diferenças entre valores de carga hidráulica estimados através de krigagem e cokrigagem na área de afloramento do SAG na Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré. Ambos gerados através de resíduos de grau um. Os valores de potenciometria são dados em metros.

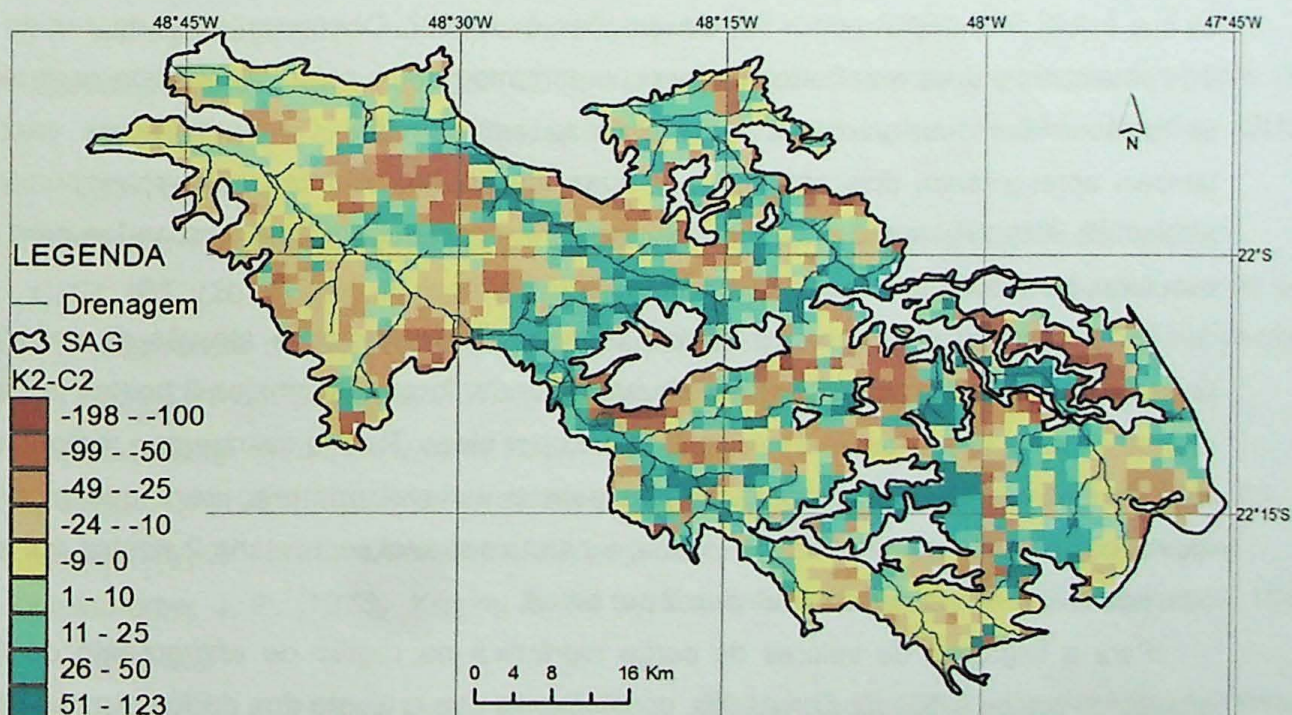


Figura 41 – Mapa com as diferenças entre valores de carga hidráulica estimados através de krigagem e cokrigagem na área de afloramento do SAG na Bacia Hidrográfica do Tietê-Jacaré. Ambos gerados através de resíduos de grau dois. Os valores de potenciometria são dados em metros.

Observa-se que os valores gerados através da cokrigagem são, majoritariamente, superiores em regiões sem rios, e os valores gerados através da krigagem são, majoritariamente, superiores em regiões com rios, tanto para os resultantes de resíduos de grau um quanto para os de resíduos de grau dois.

8. CONCLUSÕES

Os valores de carga hidráulica e cota topográfica possuem distribuições assimétricas positivas e mesocúrticas, possuem anisotropia para o par de direções az 0° - 90° e variogramas sem patamar definido por não possuírem estacionariedade. Foram retiradas superfícies de tendência e todo o processamento estatístico e geoestatístico dos dados foi executado com os resíduos provindos dos dados brutos subtraídos de superfícies de graus um e dois, pois os resíduos possuíam estacionariedade e, consequentemente, variogramas com patamares definidos.

As distribuições dos valores dos resíduos de carga hidráulica oriundos da retirada de superfícies de tendência, de grau um e de grau dois, aproximam-se a uma distribuição normal. Ambas as distribuições são mesocúrticas e apresentam muito leve assimetria positiva, podendo ser consideradas simétricas. As distribuições dos valores dos resíduos de cota topográfica possuem as mesmas características que as de carga hidráulica, exceto que a distribuição dos resíduos de grau um apresenta leve assimetria negativa ao invés de positiva, mas também pode ser considerada simétrica.

Para os resíduos de graus um e dois de carga hidráulica e cota topográfica constatou-se que existe anisotropia para o par de direções az 0° - 90° . Observam-se variogramas com dois patamares e duas amplitudes distintas, e portanto ocorre anisotropia mista para ambos os resíduos das duas variáveis regionalizadas em questão. Os variogramas cruzados também apresentaram dois patamares e duas amplitudes distintas, que correspondem à anisotropia mista. Por essa razão, modelaram-se variogramas diretos e cruzados com duas estruturas para todos os casos.

Os parâmetros de vizinhança para a krigagem foram testados através de validações cruzadas e, dentro das limitações do *software* utilizado, foram escolhidos 2 pontos por setor, com no máximo 16 pontos e no mínimo 3 pontos por bloco. Para a cokrigagem, optou-se por usar os mesmos parâmetros da krigagem para a variável primária, para que houvesse melhor comparação entre os dois métodos, e para a variável secundária 2 pontos por setor, com no máximo 16 pontos e no mínimo 2 por bloco.

Para a krigagem de valores de carga hidráulica na região de afloramento do SAG, através do uso de validações cruzadas, constatou-se que o ajuste dos dados através do uso de uma superfície de tendência de grau um mostrou-se melhor do que o ajuste com o uso de uma superfície de grau dois, pois o coeficiente de correlação para resíduos de grau um

encontrado foi significativamente superior ao coeficiente de correlação para resíduos de grau dois.

Na comparação entre os resultados das krigagens e cokrigagens para os resíduos de graus um e dois, em ambos os casos, constatou-se que as estimativas feitas através da krigagem foram melhores, pois sofreram menor efeito de suavização que as estimativas feitas através da cokrigagem. Portanto, considera-se que o mapa que possui as estimativas mais representativas é aquele gerado através da krigagem de resíduos resultantes da retirada de superfície de grau um.

Na comparação espacial dos valores gerados através da krigagem e da cokrigagem, observa-se que os valores da cokrigagem são superiores em regiões sem rios, e os valores gerados através da krigagem são superiores em regiões com rios, tanto para comparação feita com valores gerados a partir de resíduos de grau um como de resíduos de grau dois.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Albuquerque Filho, J. L., Nicolau, M. C., Moreira, D. C., de Carvalho, A. M. (2010). Estudo da recarga na área de afloramento do Sistema Aquífero Guarani na unidade de gerenciamento de recursos hídricos do Tietê/Jacaré, região central do Estado de São Paulo: resultados preliminares. *Águas Subterrâneas*.
- Almeida, F. F. M., Brito Neves, B. B., Carneiro, C. D. R. (2000). The origin and evolution of the South American Platform. *Earth-Science Reviews*, 50(1), 77-111.
- Bellenzani, V., Landim, P. M. B., Sturaro, J. R. (1990). Análise espacial quantitativa de dados hidrogeológicos do município de Araraquara-SP. *Geociências*, 197-214.
- Carvalho, A. M., Hirata, R. (2012). Avaliação de métodos para a proteção dos poços de abastecimento público do Estado de São Paulo. *Geologia USP. Série Científica*, 12(1), 53-70.
- Cleary, R. W. (1989). Águas subterrâneas. In *Engenharia Hidrológica* (293-403). ABRH.
- CPTI, IPT. (2015). Estudo da dinâmica subterrânea e interconexões hidráulicas na área de ocorrência do Sistema Aquífero Guarani (SAG) na Bacia Hidrográfica do Tietê/Jacaré (UGRHI 13). São Paulo: IPT. (*Relatório Técnico*, 532/15).
- DAEE (2012). (<http://www.daee.sp.gov.br>). Acesso em 2012.
- Davis, J. C. (1986). *Statistics and data analysis in geology*. New York: J. Wiley & Sons, Inc.
- De Marsily, G. (1986). *Quantitative hydrogeology*. Paris School of Mines: Fontainebleau.
- Delhomme, J. P. (1978). Kriging in the hydrosiences. *Advances in water resources*, 1(5), 251-266.
- Desbarats, A. J., Logan, C. E., Hinton, M. J., Sharpe, D. R. (2002). On the kriging of water table elevations using collateral information from a digital elevation model. *Journal of Hydrology*, 255(1), 25-38.

- Deutsch, C. V. (2002). *Geostatistical reservoir modeling*. New York: Oxford university press.
- Goovaerts, P. (1997). *Geostatistics for natural resources evaluation*. New York: Oxford university press.
- IPT. (2010). Diagnóstico ambiental para subsídio ao plano de desenvolvimento e proteção ambiental da área de afloramento do Sistema Aquífero Guarani no Estado de São Paulo. São Paulo: IPT. (v. 7, *Relatório Técnico*, 117 017-205).
- Isaaks, E. H., Srivastava, R. M. (1989). *An introduction to applied geostatistics*. New York: Oxford University Press.
- Journel, A. G., Huijbregts, C. J. (1978). *Mining geostatistics*. London: Academic press.
- Kitanidis, P. K. (1997). *Introduction to Geostatistics: Applications in Hydrogeology*. New York: Cambridge University Press.
- Landim, P. M. B., Sturaro, J. R., Monteiro, R. C. (2002). *Krigagem ordinária para situações com tendência regionalizada*. Rio Claro: DGA, IGCE, UNESP.
- Leite, C. (2005). *Avaliação do impacto do reservatório de Três Irmãos sobre a superfície potenciométrica do aquífero livre na cidade de Pereira Barreto (SP) – uma abordagem numérica e geoestatística*. 2005. Tese (doutorado). Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP.
- Lourenço, D. A. (2005). *Geoestatística aplicada aos dados de potenciometria do reservatório de Três Irmãos, Pereira Barreto - SP*. Trabalho de Formatura. São Paulo: Instituto de Geociências, USP.
- Matheron, G. (1963). Principles of geostatistics. *Economic geology*, 58(8), 1246-1266.
- Milani, E. J. (2004). Comentários sobre a origem e evolução tectônica da Bacia do Paraná. *Geologia do continente sul-americano: evolução da obra de Fernando Flávio Marques de Almeida* (265-291). São Paulo: Beca.
- Piana, C. F. B., Machado, A. A., Selau, L. P. R. (2009). *Estatística Básica Versão Preliminar*. Pelotas: Universidade Federal de Pelotas, Instituto de Física e Matemática, Departamento de Matemática e Estatística.
- Redlands Environmental Systems Research Institute. (2006). ArcGIS 9: what is ArcGIS 9.2?. ESRI.
- Rocha, G. A. (1997). O grande manancial do Cone Sul. *Estudos Avançados*, 11(30), 191-212.
- Rocha, G., Fernandes, A. J., Mancuso, M. A., Fernandes, A. J., Filho, A. G., Takahashi, A. T., Salvador, E. D., Stefani, F. L. Oda, G. H., Campos, J. E., Filho, J. L. A., Monteiro, M. D., Silva, M. D., Perrota, M. M., Azevedo, S. G., Pizzatto, L. G. Paulon, N. (2005). Mapa de águas subterrâneas do Estado de São Paulo. *Águas Subterrâneas*.
- Rocha, M. M. D., Lourenço, D. A., Leite, C. B. B. (2007). Aplicação de krigagem com correção do efeito de suavização em dados de potenciometria da cidade de Pereira Barreto-SP. *Geologia USP:Série Científica*, 7(2), 37-48.

- Rubin, Y. (2003). *Applied Stochastic Hydrology*. Oxford University Press: Nova Iorque.
- Sturaro, J. R. (1988). *Estudo do comportamento espacial de variáveis geológicas e hidrogeológicas da área urbana de Ribeirão Preto-SP*. Tese (Mestrado). São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- Sturaro, J. R., Landim, P. (1988). Estudo do nível piezométrico por análise geoestatística. *Geociências*, 201-210.
- Tundisi, J. G., Matsumura-Tundisi, T., Pareschi, D. C., Luzia, A. P., Von Haeling, P. H., Frollini, E. H. (2008). A bacia hidrográfica do Tietê/Jacaré: estudo de caso em pesquisa e gerenciamento. *Estudos avançados*, 22(63), 159-172.
- USGS (2015). (www.earthexplorer.usgs.gov). Acesso em 05 de maio de 2015
- Wackernagel, H. (1995). *Multivariate geostatistics*. Berlin: Springer.
- Yamamoto, J. K. (2001). *Avaliação e classificação de reservas minerais* (Vol. 38). São Paulo: Edusp.
- Yamamoto, J. K. (2002). Sistema Geovisual 2.2: guia do usuário. São Paulo: Instituto de Geociências da USP.
- Yamamoto, J.K., Landim, P. M. B. (2013). *Geoestatística: Conceitos e Aplicações*. São Paulo: Oficina de Textos.
- Zalán, P. V., Wolff, S., Conceição, J. D. J., Marques, A., Astolfi, M. A. M., Vieira, I. S., Zanotto, O. A. (1990). Bacia do Paraná. Origem e evolução das bacias sedimentares (135-168). Rio de Janeiro, Petrobras/Sede/Derex/Cenpes.

DOAÇÃO
IGC/USP
Date: 07/11/2016

