

FÁBIO JOSÉ RODRIGUES DA SILVA

Análise comparativa dos modelos de Markowitz e Kon-
no para a otimização de carteiras de um fundo de ações
aplicado ao mercado brasileiro

Monografia apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para a obtenção do
certificado de conclusão do curso MBA em Enge-
nharia Financeira.

Professor orientador: Danilo Z. Figueiredo

São Paulo

2014

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

MBA
2014
538a

Esc Politécnica-Bib Eng Eletr



M2014Q

FICHA CATALOGRÁFICA

M2014Q

Silva, Fábio José Rodrigues da

Análise dos modelos de Markowitz e Konno para a otimização de carteiras de um fundo de ações aplicada à realidade brasileira – São Paulo, 2014.

Nº de páginas: 34.

Orientador: Prof. Danilo Z. Figueiredo.

Monografia (MBA em Engenharia Financeira) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

1. Otimização de Carteiras; 2. Modelo de Markowitz; 3. Modelo de Konno; 4. Fundo de Ações.

[2512404]

RESUMO

O presente trabalho realiza uma análise comparativa entre os modelos de seleção de carteiras de Markowitz e Konno sob a ótica do mercado de ações brasileiro. O estudo envolveu simulações de alocação de capital dos ativos de um fundo de ações utilizando ambos os modelos. A partir dos resultados de cada um, realizaram-se comparações e analisaram-se elementos como complexidade, tempo de processamento e retornos sobre o investimento.

Palavras-Chave: otimização de carteiras, modelo de Markowitz, modelo de Konno, fundo de ações.

ABSTRACT

This work presents a comparative analysis based on the comparison between the Markowitz portfolio optimization model and the Konno model in the context of the Brazilian stock market. The study involved simulations of asset allocation for a stock investment fund using both models. From the results obtained by both models, elements like complexity, processing time and return on investment have been compared regarding each one of the models.

Keywords: portfolio optimization, Markowitz model, Konno model, stock fund.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
1.1	<i>Seleção de carteiras e o mercado acionário.....</i>	1
1.2	<i>Objetivo do trabalho</i>	2
1.3	<i>Justificativa do tema</i>	2
1.4	<i>Estrutura da monografia</i>	3
2	Modelo de Markowitz	4
2.1	<i>O modelo.....</i>	4
3	Modelo de Konno	7
3.1	<i>O modelo.....</i>	7
4	Estudo de Caso	11
4.1	<i>Fundos de investimento em ações</i>	11
4.2	<i>Série histórica</i>	12
4.3	<i>Metodologia.....</i>	12
4.4	<i>Matlab®.....</i>	13
4.4.1	<i>Implementação dos algoritmos</i>	14
4.5	<i>Apresentação dos Resultados.....</i>	16
4.5.1	<i>Modelo de Markowitz</i>	16
4.5.2	<i>Modelo de Konno</i>	17
4.5.3	<i>Comparação quantitativa</i>	18
4.5.4	<i>Análise gráfica</i>	19
4.5.5	<i>Desempenho computacional.....</i>	22
5	Conclusões.....	23
6	Referências Bibliográficas	24
7	Anexos	25
7.1	<i>Código para seleção dos dados para simulação (Matlab®).....</i>	25

7.2	<i>Código para simulação do modelo de Markowitz (Matlab®)</i>	27
7.3	<i>Código para simulação do modelo de Konno (Matlab®)</i>	28
7.4	<i>Gráficos</i>	30

1 INTRODUÇÃO

1.1 Seleção de carteiras e o mercado acionário

Um dos principais campos de estudo e pesquisa nas áreas de Finanças, Estatística e Pesquisa Operacional dedica-se à seleção dos ativos que formarão uma determinada carteira de investimento. A escolha dos ativos que assegurem maior rentabilidade para uma dada exposição ao risco tem extrema relevância para que se alcance resultados financeiros adequados.

Markowitz (1952) é tido como um dos pioneiros na elaboração de uma teoria que indica as relações entre risco e retorno de uma carteira, podendo-se obter, por conseguinte, o investimento mais eficiente dado um conjunto de ativos. A partir do seu trabalho, inúmeros estudos e modelos foram derivados, buscando-se melhorar desempenho computacional, retorno sobre o investimento e reduzir complexidade de implementação. Dentre tais estudos, o trabalho de Konno e Yamazaki (1991) mostra uma alternativa ao modelo de Markowitz (1952), criando um modelo que recai sobre um problema de programação linear, e não sobre um problema de programação quadrática.

São constantes na literatura financeira, pesquisas que buscam estabelecer qual modelo traz os melhores resultados em determinados mercados e momentos econômicos. Nesse contexto, publicações como a apresentada por Júdice; Ribeiro e Santos (2003) e Vianna e Ribeiro (2004) traçam um paralelo do modelo de Markowitz (1952) com o modelo proposto por Konno e Yamazaki (1991).

Nesse contexto, fundos de investimento em ações têm tipicamente por objetivo maximizar o retorno para um dado limite de exposição ao risco em uma carteira composta predominantemente por ações. Sob esse prisma, os trabalhos realizados por Konno e Yamazaki (1991) e por Markowitz (1952) podem ser aplicados buscando-se encontrar a melhor alocação de capital para a carteira de um fundo de ações.

1.2 Objetivo do trabalho

O presente trabalho tem como objetivo promover uma análise comparativa entre dois modelos de seleção de carteiras de investimento: modelo de Markowitz (1952) e modelo de Konno e Yamazaki (1991). O estudo envolveu análises e simulações por meio do *software* Matlab®, utilizando-se da aplicação de tais modelos a um fundo de investimento em ações no contexto do mercado de ações do Brasil. Com isso, buscou-se verificar qual dos modelos apresentou melhor desempenho computacional, retorno sobre o investimento e menor complexidade de implementação.

1.3 Justificativa do tema

A otimização de portfólios é um tema de grande abrangência e extrema relevância na área financeira e é um assunto recorrente em publicações acadêmicas e no mercado financeiro global.

Ao longo dos anos, desde o trabalho de Markowitz (1952), inúmeras teorias e aplicações foram criadas com o objetivo de analisar o melhor método de seleção de carteiras. A publicação de Konno e Yamazaki (1991) trouxe, além de uma alternativa ao modelo de Markowitz (1952), uma aplicação ao mercado acionário de Tokyo do modelo por eles criado. Seguindo a mesma linha, Júdice; Ribeiro e Santos (2003) realizaram uma análise comparativa entre os modelos de Markowitz (1952) e Konno e Yamazaki (1991) e suas aplicações ao mercado de ações de Portugal.

Neste sentido, o presente trabalho buscou criar uma análise dos modelos de seleção de carteiras supracitados e aplicá-los no contexto do mercado acionário brasileiro. Dessa forma, pôde-se realizar um estudo comparativo e aplicar as devidas restrições e análises típicas de um fundo de investimento em ações do Brasil, podendo-se verificar, então, os resultados dos modelos de Markowitz (1952) e Konno e Yamazaki (1991) quando aplicados à economia brasileira.

Destaca-se que, conforme Theoharidis (2011), apesar do tema ser alvo de muitas pesquisas, há espaço para trabalhos que visem à resolução de problemas de seleção de carteiras em contextos reais.

Além disso, não se tem conhecimento de outro trabalho que compare os modelos de Markowitz e Konno aplicados ao mercado acionário brasileiro o que, portanto, evidencia a contribuição do presente trabalho ao tema de otimização de carteiras.

1.4 Estrutura da monografia

Este trabalho foi organizado em 5 capítulos. A seguir, é apresentada uma breve descrição do conteúdo de cada um deles.

No capítulo 2, foram abordados os fundamentos teóricos do modelo de otimização de portfólios introduzido por Markowitz (1952).

No capítulo 3, analogamente, foi exposto o modelo de otimização de portfólios criado por Konno e Yamazaki (1991).

Na sequência, o capítulo 4 traz um estudo de caso relacionado a fundo de ações, em que se buscou verificar quais dos modelos citados acima apresentou melhor desempenho.

Por fim, o capítulo 5 apresenta as conclusões extraídas do estudo de caso explicitado no capítulo 4, além de sugestões para trabalhos futuros.

2 MODELO DE MARKOWITZ

O modelo de Markowitz (1952) publicado no periódico *The Journal of Finance* apresenta a teoria clássica de seleção de carteiras. Conforme exposto por Costa e Assunção (2005), o modelo de Markowitz (1952) segue a premissa de que o valor esperado e a variância das taxas de retorno em um determinado período são as únicas variáveis levadas em consideração quando investidores tomam decisões de alocação de capital nos ativos que compõem a carteira. Adicionalmente, outra hipótese utilizada pelo modelo de Markowitz (1952) é a de que os investidores são avessos ao risco (THEOHARIDIS, 2011).

2.1 O modelo

Conforme exposto anteriormente, os trabalhos de Markowitz (1952, 1959) embasaram grande parte dos estudos de seleção de carteiras disponíveis na literatura. Os livros texto de Luenberger (1998) e Costa e Assunção (2005) trazem estudos e desenvolvimentos bastante completos e didáticos no que tange a teoria de seleção de portfólios com base no modelo de Markowitz (1952).

Buscando-se criar um padrão em termos de notação para o presente trabalho, utilizaram-se as notações adotadas por Júdice; Ribeiro e Santos (2003).

Dado um universo de n ações, sendo a variável aleatória R_j o retorno da ação j e x_j a quantidade de capital alocado nesta ação, o retorno esperado r da carteira é dado por:

$$r(x_1, \dots, x_n) = E \left[\sum_{j=1}^n R_j x_j \right] = \sum_{j=1}^n E[R_j] x_j \quad (2.1)$$

E o desvio-padrão do retorno é:

$$\sigma(x_1, \dots, x_n) = \sqrt{E \left[\left\{ \sum_{j=1}^n R_j x_j - E \left[\sum_{j=1}^n R_j x_j \right] \right\}^2 \right]} \quad (2.2)$$

A fundamentação do modelo de Markowitz (1952) envolve a minimização do risco para um determinado retorno. Este mesmo conceito será utilizado na simulação que será abordada em capítulos posteriores. Dessa forma, busca-se obter uma carteira de variância mínima (risco mínimo) sujeita a restrições de utilização do capital a ser alocado e retorno esperado. Assim sendo, aplicando-se a teoria de Markowitz (1952), recai-se sobre o seguinte problema de otimização:

$$\text{minimize} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \quad (2.3)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0 \quad (2.4)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0 \quad (2.6)$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (2.7)$$

Onde M_0 é o capital disponível no instante inicial, $r_j = E[R_j]$, ρ representa o retorno mínimo requerido pelo investidor, $\sigma_{ij} = E[(R_i - r_i)(R_j - r_j)]$ indica a covariância entre os ativos i e j , e a quantidade máxima de capital que pode ser alocada no ativo j é dada por u_j .

3 MODELO DE KONNO

3.1 O modelo

O trabalho de Konno (1988, apud KONNO; YAMAZAKI, 1991) apresentou o desvio absoluto médio como medida de risco:

$$\text{minimize } w(x) = E \left[\left\| \sum_{j=1}^n R_j x_j - E \left[\sum_{j=1}^n R_j x_j \right] \right\| \right] \quad (3.1)$$

Assumindo que os retornos seguem uma distribuição normal multivariada, conclui-se que a minimização de $w(x)$ é equivalente à minimização de $\sigma(x)$ (KONNO; YAMAZAKI, 1991). Com isso, tem-se o seguinte problema de otimização:

$$\text{minimize } w(x) = E \left[\left\| \sum_{j=1}^n R_j x_j - E \left[\sum_{j=1}^n R_j x_j \right] \right\| \right] \quad (3.2)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{j=1}^n E[R_j] x_j \geq \rho M_0 \quad (3.3)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0 \quad (3.4)$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.5)$$

O modelo de Konno e Yamazaki (1991), ao contrário do modelo de Markowitz (1952), pode ser formulado de forma a recair sobre um problema de programação linear. O modelo de Markowitz (1952) constitui-se em um problema de programação quadrática, dificultando a solução do problema em termos de complexidade e desempenho computacional principalmente nos casos em que há uma grande quantidade de ativos disponíveis para investimento.

Considerando-se que o valor esperado de R_j possa ser aproximado pela média aritmética dos retornos no período t ($t = 1, \dots, T$) e r_{jt} seja o valor realizado dessa variável, então tem-se que:

$$r_j = E[R_j] = \frac{\sum_{t=1}^T r_{jt}}{T} \quad (3.6)$$

Na sequência, pode-se aproximar $w(x)$ por (KONNO; YAMAZAKI, 1991):

$$E \left[\left\| \sum_{j=1}^n R_j x_j - E \left[\sum_{j=1}^n R_j x_j \right] \right\| \right] = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{j=1}^n (r_{jt} - r_j) x_j \right| \quad (3.7)$$

Pode-se ainda definir:

$$a_{jt} = r_{jt} - \bar{r}_j, \quad j = 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T \quad (3.8)$$

Com isso, chega-se ao seguinte problema de minimização (KONNO; YAMAZAKI, 1991):

$$\text{minimize } \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \left| \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j \right| \quad (3.9)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0 \quad (3.10)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0 \quad (3.11)$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.12)$$

Na sequência, define-se:

$$y_t = \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j \quad (3.13)$$

Uma vez y_t é uma variável sem restrição de sinal, define-se:

$$\begin{aligned} y_t &= v_t - w_t \\ v_t &\geq 0, w_t \geq 0, t = 1, \dots, T \\ v_t \cdot w_t &= 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

E

$$|y_t| = v_t + w_t \quad (3.15)$$

O que é equivalente ao problema de programação linear (JÚDICE; RIBEIRO; SANTOS, 2003):

$$\text{minimize } \sum_{t=1}^T (v_t + w_t) \quad (3.16)$$

$$\text{sujeito a } v_t - w_t - \sum_{j=1}^n a_{jt} x_j = 0, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.17)$$

$$\sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0 \quad (3.18)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = M_0 \quad (3.19)$$

$$0 \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, \dots, n \quad (3.20)$$

$$v_t, w_t \geq 0, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.21)$$

Assim como foi feito para o modelo de Markowitz (1952), o problema de programação linear formulado neste capítulo busca minimizar o risco para um dado retorno.

4 ESTUDO DE CASO

Este capítulo discorre sobre as simulações executadas no presente trabalho, por meio das quais foi possível analisar e estudar os modelos de otimização de carteiras abordados nos capítulos 2 e 3.

4.1 Fundos de investimento em ações

A Comissão de Valores Imobiliários (CVM) define os fundos de investimento como “uma comunhão de recursos, constituída sob a forma de condomínio, destinado à aplicação em títulos e valores mobiliários, bem como em quaisquer outros disponíveis no mercado financeiro e de capitais”. Em outras palavras, como posto por Diniz (2009), fundos de investimento são condomínios abertos ou fechados com o intuito de promover a aplicação coletiva dos recursos capitais de seus participantes.

Para executar as simulações de aplicação dos modelos de Markowitz (1952) e Konno e Yamazaki (1991), utilizou-se um fundo de investimento em ações. Conforme informado pela Associação Brasileira das Entidades dos Mercados e de Capitais (ANBIMA, 2014a), fundos de investimento em ações podem receber diversas classificações como, por exemplo, Ibovespa Indexado, Ibovespa Ativo, Setoriais, Livre etc.

Nas simulações, optou-se por utilizar um fundo de investimento em ações do tipo Ações Ibovespa Indexado. Segundo a ANBIMA (2014b), este fundo é descrito como “fundos cujo objetivo de investimento é acompanhar o comportamento do Ibovespa. Não admitem alavancagem”.

4.2 Série histórica

Para a execução das simulações, utilizaram-se dados históricos de 12 ações (USIM5, CMIG4, GOAU4, BBDC4, NATU3, GOLL4, PETR4, ITUB4, BBAS3, AMBV4, VALE5, TRPL4) listadas na Bolsa de Valores de Mercadorias & Futuros de São Paulo (BM&F Bovespa) no ano de 2010. A série histórica contém o preço de fechamento diário dessas ações no período de janeiro de 2009 a agosto de 2010. Além das 12 ações, obteve-se, também, a série histórica do índice Ibovespa no período de 1 de setembro de 2008 a 30 de abril de 2010. Deve-se notar que, nas simulações, foram utilizados apenas ativos de risco e não foi tratado o caso em que um ativo livre de risco está disponível.

É importante destacar que, antes das simulações terem sido executadas, os valores históricos obtidos das 12 ações já estavam corrigidos por proventos. Assim sendo, mesmo que tenham ocorrido eventos como pagamento de dividendos, grupamentos (*inplits*) e desdobramentos (*splits*) durante o período determinado, os resultados da simulação serão íntegros, ou seja, não serão distorcidos em função de tais eventos.

4.3 Metodologia

A metodologia empregada para implementar os modelos e executar as simulações envolveu os seguintes passos:

1. Obtenção de informações históricas dos ativos;
2. Determinação do período a ser analisado;
3. Implementação dos respectivos algoritmos no *software* Matlab®;
4. Geração de gráficos e tabelas com o retorno e risco da carteira por meio de ambos os modelos em questão;
5. Análise comparativa dos resultados.

Os riscos e retornos da carteira, em ambos os modelos, serão analisados seguindo uma janela de tempo quadrimestral. Assim, dado que se obtiveram dados históricos de 12 ações do período de janeiro de 2009 a agosto de 2010, o primeiro conjunto de dados analisado envolverá o período de janeiro/2009 a abril /2009, o segundo período será maio/2009 a agosto/2009 e assim sucessivamente. Optou-se por utilizar tal janela de tempo, pois o índice Ibovespa passa por rebalanceamentos a cada fim de quadrimestre, além de proporcionar à simulação uma

maior proximidade a uma situação real. Sendo assim, tanto para o modelo de Markowitz quanto para o modelo de Konno, utilizou-se a janela de tempo de um quadrimestre.

Os modelos serão ajustados quadrimestralmente com base na média dos retornos do índice Ibovespa do quadrimestre imediatamente anterior. Assim, considerando que o primeiro período de retornos de ações a ser analisada é de janeiro/2009 a abril/2009, o modelo em questão será ajustado tendo como base a média dos retornos do Ibovespa no período de setembro/2008 a dezembro/2008. Em suma, dado que o fundo de investimento em ações em análise é do tipo Ibovespa Indexado, o fundo terá como meta se igualar e/ou superar o índice Ibovespa do quadrimestre anterior, buscando acompanhar o comportamento deste índice no longo prazo.

É importante destacar que as simulações explicitadas nos tópicos subsequentes buscam minimizar o risco para um dado retorno, tal qual foi relatado no item 2.1 segundo o modelo de Markowitz e no item 3.1 segundo o modelo de Konno. Apesar de existirem modelos específicos para o rastreamento de benchmarks (COSTA; ASSUNÇÃO, 2005), no presente trabalho eles não foram adotados na busca por retorno próximo ao do Ibovespa no longo prazo. Essa decisão foi no sentido de manter a metodologia do presente trabalho próxima às formulações utilizadas por Júdice; Ribeiro e Santos (2003).

Além disso, as simulações realizadas não são do tipo *backtest*. Os portfólios ótimos de um dado quadrimestre são determinados por meio da simulação dos modelos com dados de entrada, retornos e covariâncias do próprio quadrimestre. Apenas o retorno alvo é obtido a partir dos retornos do Ibovespa do período anterior, o que é um primeiro passo no sentido de se implementar uma simulação do tipo *backtest*.

4.4 Matlab®

Conforme já mencionado em tópicos anteriores, o *software* selecionado para implementar as simulações de otimização de carteira foi o Matlab®. Este programa oferece uma solução em uma linguagem de alto nível para computação numérica e visualização de dados.

A versão R2014a do Matlab®, utilizada nas simulações, possui uma biblioteca chamada *Financial Toolbox*. Tal pacote foi a base para a implementação dos algoritmos dos modelos de Markowitz e Konno, uma vez que essa biblioteca é dotada de funções desenvolvidas especificamente para a otimização de portfólios, o que contribuiu para a praticidade e objetividade das análises efetuadas.

4.4.1 Implementação dos algoritmos

Conforme já foi exposto, optou-se por utilizar a biblioteca *Financial Toolbox* do Matlab®, pois a mesma possui classes preparadas para implementar a otimização de portfólios tanto pelo modelo de Markowitz quanto pelo modelo proposto por Konno.

Seguindo a metodologia proposta, o primeiro período a ser analisado foi o quadrimestre de janeiro/2009 a abril/2019.

A seguir, deve-se calcular os retornos do período analisado para, então, prosseguir com os cálculos de otimização. Assim, após a definição do período, os retornos são calculados através da função *price2ret*, disponível na biblioteca financeira do Matlab®. Esta função, segundo os manuais da ferramenta (MATHWORKS, 2014), é capaz de executar o cálculo de retorno tanto continuamente composto quanto composto de forma simples. No caso, optou-se por utilizar a forma contínua (log-retornos).

Em posse dos retornos, pode-se definir o modelo. As classes *Portfolio* e *PortfolioMAD* do Matlab® foram criadas com base nos modelos de Markowitz e Konno, respectivamente. Assim, basta utilizá-las corretamente para que a definição do modelo seja assertiva.

O método *setDefaultConstraints* implementa restrições básicas, porém necessárias, a um problema de otimização de portfólio, conforme as equações 2.4, 2.5 e 2.6 do modelo de Markowitz e as equações 3.3, 3.4 e 3.5 do modelo de Konno. Portanto, ao utilizar esse método, certifica-se de que as restrições foram devidamente definidas. É importante destacar que esta função implementa, também, uma restrição de não negatividade, o que não permite vendas a descoberto dos ativos.

Na sequência, os portfólios ótimos foram calculados através do método *EstimateFrontier*. Tais portfólios podem ser plotados em gráficos e, a partir deles, podem-se gerar curvas conhecidas como “Fronteira Eficiente”.

O próximo passo é estabelecer qual dos portfólios obtidos atende o retorno esperado da carteira. Como o objetivo do fundo é acompanhar o desempenho do índice Ibovespa, optou-se por procurar qual carteira atingirá um desempenho próximo à média dos retornos do Ibovespa do período anterior. No caso, o uso da média dos retornos do Ibovespa é adequando, pois os retornos são log-retornos. Sob esse prisma, para certificar-se de que o modelo terá como alvo tal parâmetro, deve-se checar, primeiramente, quais são os limites da curva de portfólios ótimos que foi gerada.

Por exemplo, caso a média dos retornos diários do Ibovespa tenha sido 0.0074% no período de setembro/2008 a dezembro/2008 e o retorno do portfólio situado no limite inferior da curva seja 0.0092%, o retorno alvo do fundo de ações será 0.0092% no período de janeiro/2009 a abril/2009, pois o retorno de 0.0074% está fora do intervalo de portfólios considerado ótimo. Do mesmo modo, caso a média dos retornos diários do Ibovespa no período de setembro/2008 a dezembro/2008 seja maior que o retorno do portfólio situado no limite superior da curva, o retorno alvo do fundo será aquele referente ao portfólio do limite superior. Por fim, caso a média dos retornos diários do Ibovespa esteja dentro dos limites da curva de portfólios ótimos, o mesmo será utilizado como retorno alvo. Os itens 4.5.1 e 4.5.2 trazem uma análise detalhada sobre quais foram os retornos alvo utilizados nas simulações de ambos os modelos em cada um dos períodos analisados.

Uma vez determinado o retorno alvo da carteira, a função *estimateFrontierByReturn* traz qual será o portfólio necessário para atingir o retorno desejado.

Por fim, tendo-se obtido a carteira de ações ótima para o retorno alvo, pode-se encontrar o risco assumido pela carteira, bem como qual o percentual de capital deve ser investido em cada um dos ativos que a compõem.

4.5 Apresentação dos Resultados

4.5.1 Modelo de Markowitz

Período Retornos		Período IBOVESPA		Markowitz		
Início	Fim	Início	Fim	Retorno Alvo		Risco
2-Jan-2009	30-Apr-2009	1-Sep-2008	30-Dec-2008	0.0006749	Limite Inferior da fronteira	0.0141974
4-May-2009	31-Aug-2009	2-Jan-2009	30-Apr-2009	0.0039824	Retorno médio da BVMF	0.0157478
1-Sep-2009	30-Dec-2009	4-May-2009	31-Aug-2009	0.002389	Retorno médio da BVMF	0.0115773
4-Jan-2010	30-Apr-2010	1-Sep-2009	30-Dec-2009	0.0010645	Retorno médio da BVMF	0.0169748
3-May-2010	31-Aug-2010	4-Jan-2010	30-Apr-2010	0.0008271	Limite Inferior da fronteira	0.0091452
						CMIG4 1.5193% NATU3 23.246% GOLL4 19.997% AMBV4 29.753% TRPL4 25.485%
						USIM5 1.9282% CMIG4 24.972% GOLL4 30.882% BBAS3 9.4613% AMBV4 32.757%
						CMIG4 8.4905% NATU3 44.578% GOLL4 5.3843% PETR4 3.8395% AMBV4 27.416% TRPL4 10.292%
						USIM5 60.173% VALE5 39.827%
						USIM5 0.73824% CMIG4 14.779% NATU3 11.401% GOLL4 0.84606% PETR4 3.3742% BBAS3 2.615% AMBV4 34.301% TRPL4 31.946%

Tabela 4.1 - Resultados da aplicação do modelo de Markowitz

Na Tabela 4.1 - Resultados da aplicação do modelo de Markowitz, as colunas sob o título “Período Retornos” indicam os períodos da série histórica que foram analisados. Por sua vez, as colunas sob o título “Período Ibovespa” indicam qual foi o período do índice Ibovespa utilizado para calibrar o modelo.

Como as simulações buscaram encontrar o portfólio de mínimo risco para um dado retorno, uma forma de analisar a eficiência das carteiras obtidas é verificar qual o risco atrelado a ela. Como medida de risco, utilizou-se o desvio padrão da carteira para um dado retorno. A coluna “Risco” da Tabela 4.1 - Resultados da aplicação do modelo de Markowitz traz os riscos assumidos, ou seja, o desvio padrão associado ao portfólio ótimo encontrado em cada um dos períodos analisados. O Matlab® é capaz de efetuar o cálculo do desvio padrão do modelo de Markowitz pela função *estimatePortMoments* (MATHWORKS, 2014).

Conforme mencionado no item 4.4.1, nem sempre é possível seguir o retorno alvo segundo a média dos retornos do Ibovespa, sendo que é necessário verificar os portfólios ótimos limite. Isso ocorreu para os períodos de janeiro/2009 a abril/2009 e maio/2010 a agosto/2010, como pode ser visto na coluna “Retorno alvo” da Tabela 4.1 - Resultados da aplicação do modelo de Markowitz. No caso, em ambos os períodos, a média dos retornos do Ibovespa ficou abaixo do limite inferior. Sendo assim, utilizou-se como alvo o retorno do portfólio situado no limite inferior da curva.

4.5.2 Modelo de Konno

Período Retornos		Período IBOVESPA		Konno		
Início	Fim	Início	Fim	Retorno Alvo	Risco	Composição da carteira
2-Jan-2009	30-Apr-2009	1-Sep-2008	30-Dec-2008	0.0006554 Limite Inferior da fronteira	0.011807	CMIG4 1.8005% NATU3 23.881% GOLL4 19.853% AMBV4 30.032% TRPL4 24.434%
4-May-2009	31-Aug-2009	2-Jan-2009	30-Apr-2009	0.0039824 Retorno médio da BVMF	0.0131793	USIM5 0.68716% CMIG4 24.796% GOLL4 30.84% BBAS3 12.536% AMBV4 31.141%
1-Sep-2009	30-Dec-2009	4-May-2009	31-Aug-2009	0.002389 Retorno médio da BVMF	0.0096442	CMIG4 8.0037% NATU3 46.262% GOLL4 6.156% PETR4 2.3558% AMBV4 28.963% TRPL4 8.259%
4-Jan-2010	30-Apr-2010	1-Sep-2009	30-Dec-2009	0.0010645 Retorno médio da BVMF	0.0158906	USIM5 88.648% VALE5 11.352%
3-May-2010	31-Aug-2010	4-Jan-2010	30-Apr-2010	0.0007916 Limite Inferior da fronteira	0.007597	USIM5 0.65896% CMIG4 15.778% NATU3 11.362% GOLL4 0.53614% PETR4 3.7883% BBAS3 2.6079% AMBV4 34.594% TRPL4 30.675%

Tabela 4.2 – Resultados da aplicação do modelo de Konno

Analogamente ao item 4.5.1, as colunas da Tabela 4.2 sob o título “Período Retornos” indicam os períodos da série histórica que foram analisados e as colunas sob o título “Período Ibovespa” indicam qual foi o período do índice Ibovespa utilizado para calibrar o modelo. Para simular o modelo de Konno, tal qual foi feito nas simulações de Markowitz, a janela de tempo utilizada foi de um quadrimestre, conforme pode ser notado na Tabela 4.2.

No modelo de Konno, também foram observadas situações em que a média dos retornos do Ibovespa está fora do intervalo de portfólios ótimos, como pode ser notado na Tabela 4.2 nos períodos de janeiro/2009 a abril/2009 e maio/2010 a agosto/2010.

É importante destacar que a medida de risco utilizada para verificar a eficiência do modelo de Konno foi a mesma utilizada no modelo de Markowitz, ou seja, a coluna “Risco” da Tabela 4.2 traz o desvio padrão atrelado ao portfólio encontrado. Para o modelo de Konno, o Matlab® é capaz de calcular o desvio padrão por meio da função *estimatePortRisk* (MATHWORKS, 2014).

4.5.3 Comparação quantitativa

Período Retornos		Markowitz		Konno		Desempenho Quantitativo	
Início	Fim	Retorno alvo	Risco Assumido	Retorno alvo	Risco Assumido	Maior Retorno	Menor Risco
2-Jan-2009	30-Apr-2009	0.06749%	1.41974%	0.06554%	1.18070%	Markowitz	Konno
4-May-2009	31-Aug-2009	0.39824%	1.57478%	0.39824%	1.31793%	-	Konno
1-Sep-2009	30-Dec-2009	0.23890%	1.15773%	0.23890%	0.96442%	-	Konno
4-Jan-2010	30-Apr-2010	0.10645%	1.69748%	0.10645%	1.58906%	-	Konno
3-May-2010	31-Aug-2010	0.08271%	0.91452%	0.07916%	0.75970%	Markowitz	Konno

Tabela 4.3 – Comparação dos resultados de Markowitz e Konno

Ao comparar os resultados obtidos nas simulações para ambos os modelos, é possível identificar várias particularidades.

É fato que se partiu de um retorno alvo para, então, minimizar o risco da carteira que obtenha este retorno. No entanto, devido às questões abordadas no item 4.4.1, existem situações em que o retorno alvo teve que ser ajustado segundo os limites da curva de portfólios ótimos. Neste aspecto, o modelo de Markowitz apresentou vantagem sobre o modelo de Konno, pois, nos períodos em que tal situação ocorreu, o retorno selecionado em Markowitz foi superior ao selecionado em Konno (vide períodos janeiro/2009 a abril/2009 e maio/2010 a agosto/2010).

Quando se analisa o risco associado para um dado retorno, os resultados mostram que o modelo proposto por Konno (1991) apresentou carteiras de menor risco associado em todos os períodos, inclusive nas situações em que o retorno alvo de Markowitz é ligeiramente superior ao de Konno.

Em termos das modificações da composição da carteira entre os períodos, nota-se que os modelos apresentam resultados relativamente parecidos. Por exemplo, na mudança do quadrimestre de setembro/2009 a dezembro/2009 para o quadrimestre janeiro/2010 a abril/2010, ambos os modelos alteraram de 6 para 2 o número de ativos nos quais o capital foi investido.

4.5.4 Análise gráfica

Para ter-se uma ideia melhor de quais aspectos se destacam em cada um dos modelos, pode-se checar os gráficos dos retornos e das fronteiras eficientes dos modelos. No item 0 do presente trabalho, encontram-se os gráficos e fronteiras eficientes de todos os quadrimestres analisados nas simulações.

A título de exemplo, toma-se o período de setembro/2009 a dezembro/2009. Na Figura 4.1, pode-se verificar graficamente os retornos das 12 ações nesse período.

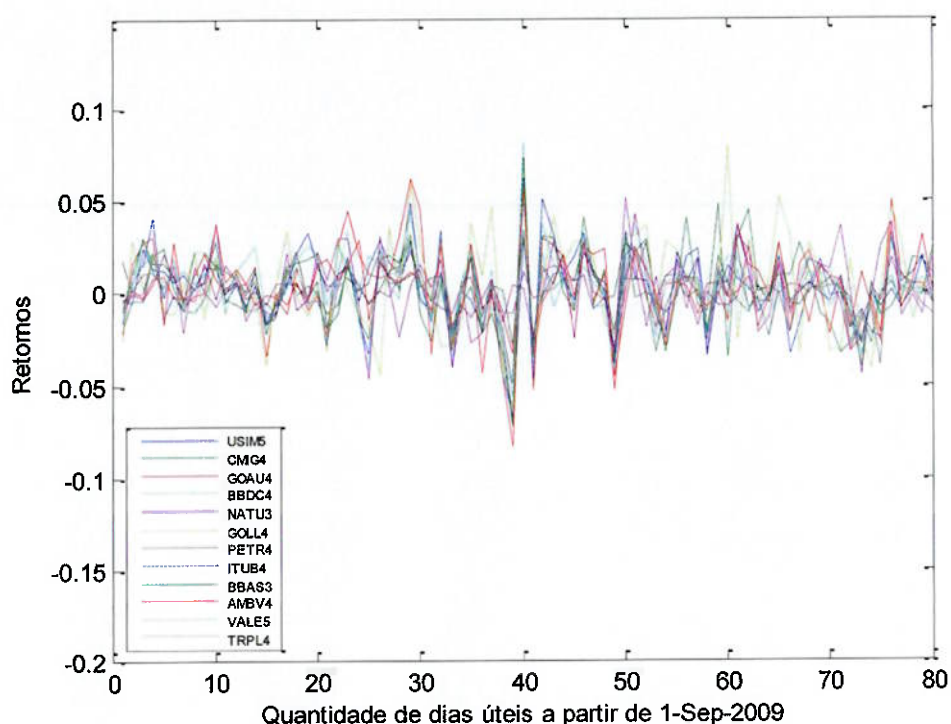


Figura 4.1 - Retornos dos ativos no período de setembro/2009 a dezembro/2009

Do mesmo modo, a Figura 4.2 traz os retornos do Ibovespa no período de maio/2009 a agosto/2009, o qual foi utilizado para calibrar os modelos referentes aos retornos do período de setembro/2009 a dezembro/2009 (Figura 4.1).

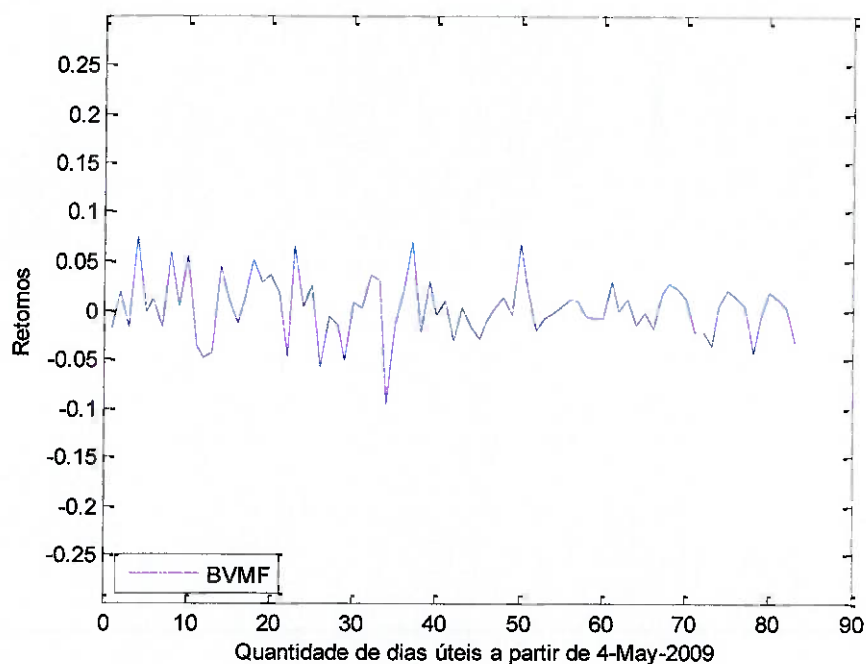


Figura 4.2 - Retornos do Ibovespa no período de Maio/2009 a Agosto/2009

Na sequência, em posse dos retornos expostos nas figuras 4.1 e 4.2, as curvas de portfólios ótimos foram geradas para ambos os modelos em estudo. Na Figura 4.3, tem-se a fronteira eficiente do modelo de Markowitz. Note que o retorno alvo para o período em questão está em destaque no gráfico. No caso, o retorno alvo é de 0.238895%.

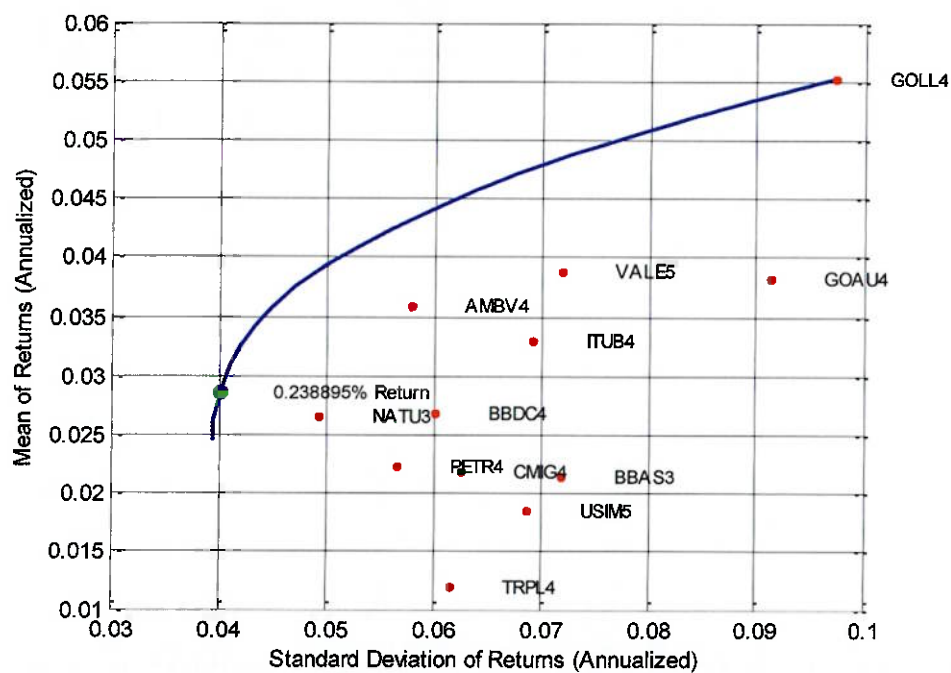


Figura 4.3 - Fronteira Markowitz

De forma análoga, a Figura 4.4 traz a curva de portfólios ótimos segundo o modelo de Konno para o mesmo retorno representado na Figura 4.3. Assim, o retorno alvo é também de 0.238895% e está em destaque na figura.

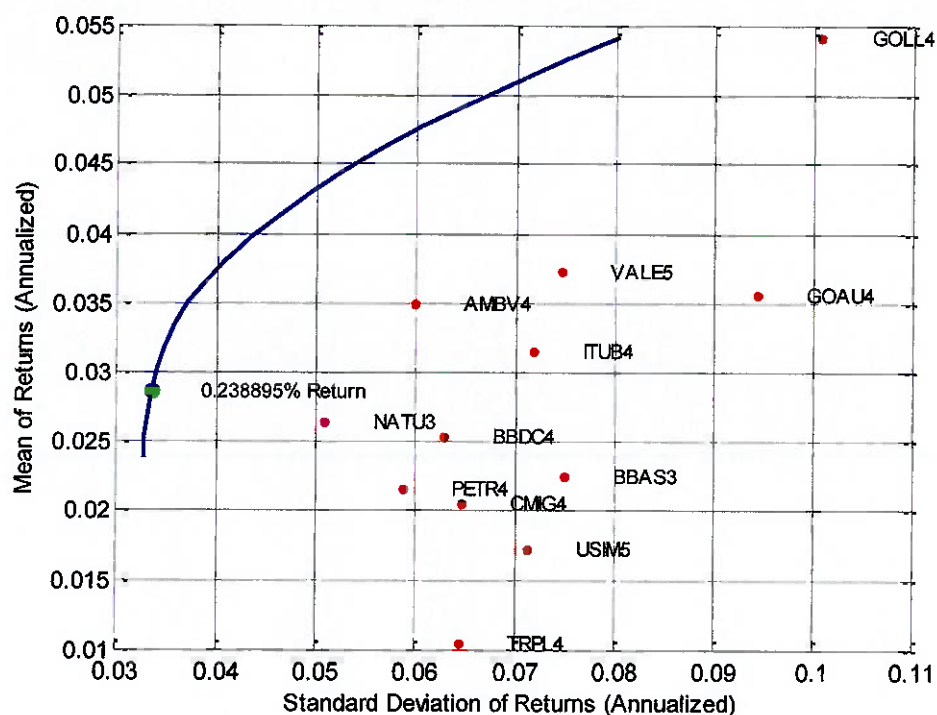


Figura 4.4 - Fronteira Konno

Comparando as figuras 4.3 e 4.4, pode-se verificar algumas das diferenças entre os dois modelos comentadas no item 4.5.3. O limite superior da curva de Markowitz, por exemplo, atinge o valor aproximado de 0.56. O limite superior de Konno, em contrapartida, chega a 0.54. É importante destacar, todavia, que o fato do modelo de Konno apresentar menor risco se deve a uma particularidade dos dados utilizados nas simulações e, a princípio, nada se pode afirmar em termos gerais.

No entanto, destaca-se que o modelo de Markowitz assume riscos superiores para atingir os mesmos retornos de Konno. Pode-se verificar que a curvatura do gráfico de Konno é menos acentuada que a curvatura do modelo de Markowitz. Com isso, verifica-se que, utilizando os desvios padrão como medida de risco tal qual abordado em 4.5.3, o modelo de Markowitz precisa assumir um risco maior na carteira para que os resultados atinjam o mesmo retorno que foi obtido no modelo de Konno. Por exemplo, analisando o retorno alvo do período em questão (0.238895%), nota-se pelas figuras 4.3 e 4.4 que o desvio padrão (risco) para este portfólio é maior no modelo de Markowitz.

4.5.5 Desempenho computacional

Período Retornos		Markowitz	Konno
Início	Fim	Tempo de processamento (microsegundos)	
2-Jan-2009	30-Apr-2009	190	2201
4-May-2009	31-Aug-2009	201	2343
1-Sep-2009	30-Dec-2009	215	1654
4-Jan-2010	30-Apr-2010	198	2272
3-May-2010	31-Aug-2010	192	2180
Média		199	2130

Tabela 4.4 - Comparação do tempo de processamento entre os modelos

Conforme observado nos resultados obtidos por Júdice; Ribeiro e Santos (2003), o tempo de processamento e a complexidade do modelo de Konno são fortemente dependentes da quantidade de observações e pouco influenciados pela quantidade de ações disponíveis para investimento. Já no caso do modelo de Markowitz a dependência envolve a quantidade de ações considerada. Assim, a escolha por um ou outro modelo, tendo em vista o tempo computacional e a complexidade algorítmica, depende das características da aplicação prática em termos de janela de dados considerada e quantidade de ativos disponíveis.

5 CONCLUSÕES

Desde a publicação de Markowitz (1952), nota-se muitas pesquisas voltadas à otimização da seleção de carteiras, dentre as quais o modelo proposto por Konno e Yamazaki (1991) foi destacado pelo presente trabalho. Nesse sentido, ao longo dos capítulos anteriores, buscou-se comparar tais modelos e destacar quais as vantagens e desvantagens de um em relação ao outro quando aplicados a um fundo de ações inserido no mercado acionário brasileiro.

O estudo de caso efetuado no capítulo 4 mostrou que o modelo de Markowitz pode alcançar retornos superiores ao modelo de Konno. Todavia, quando se fixou um retorno sobre o investimento, o modelo de Konno apresentou menos riscos para o fundo de ações quando comparado ao modelo de Markowitz.

No que tange o desempenho computacional, o modelo de Konno mostrou-se inferior ao de Markowitz. É importante destacar que isso foi causado pelo baixo número de ativos (12 ações) frente à janela de dados (da ordem de 400 observações por quadrimestre) utilizada nas simulações.

Em trabalhos futuros, pode-se enriquecer o estudo de caso realizado inserindo mais ativos disponíveis para alocação de capital, custos de transação, permitir vendas a descoberto, ou ainda utilizar outros parâmetros para calibrar os modelos durante as simulações. Pode-se, também, tratar o caso em que um ativo livre de risco está disponível para investimento e implementar modelos multiperíodo de otimização de portfólios.

Adicionalmente, pode-se executar uma simulação de *backtest* em que o portfólio ótimo é obtido a partir de dados do período anterior e o desempenho desse portfólio é avaliado frente aos retornos efetivamente realizados no período seguinte em que o portfólio se manteve válido.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANBIMA, 2014a. São Paulo. **Classificação ANBIMA de Fundos**. Disponível em < <http://portal.anbima.com.br/fundos-de-investimento/classificacao-de-fundos/classificacao-anbima-de-fundos/Pages/classificacao.aspx> >. Acesso em 29 jul. 2014.
- ANBIMA, 2014b. São Paulo. **Classificação ANBIMA de Fundos**. Disponível em < <http://portal.anbima.com.br/fundos-de-investimento/classificacao-de-fundos/classificacao-anbima-de-fundos/Pages/classificacao.aspx?classificacaoId=17> >. Acesso em 29 jul. 2014.
- COSTA, O. L. V.; ASSUNÇÃO, H.G.V. **Análise de Risco e Retorno em Investimentos Financeiros**. São Paulo: Manole, 2005.
- DINIZ, D. **Fundos de Investimento**. Blumenau: 2009.
- JÚDICE, J. J.; RIBEIRO, C. O.; SANTOS, J. P. Análise comparativa dos modelos de seleção de carteiras de ações de Markowitz e Konno. **Investigação Operacional**, n. 23, p. 211-224, 2003.
- KONNO, H.; YAMAZAKI, H. Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and Its Application to Tokyo Stock Market, **Management Science**, v. 37, n. 5, p. 519-531, 1991.
- LUENBERGER, D. G. **Investment Science**. Oxford University Press, 1998.
- MARKOWITZ, H. M. **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1959.
- MARKOWITZ, H. M. Portfolio Selection. **Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.
- MATHWORKS, 2014. **Documentation Center**. Disponível em < <http://www.mathworks.com/help/matlab/> >. Acesso em 29 jul. 2014.
- THEOHARIDIS, A. F. **Modelo de Seleção de Carteiras de Ações e Derivativos Baseado em Programação Estocástica: uma aplicação**. São Paulo: 2011.
- VIANNA, L. V. M. C; RIBEIRO, C. O. **Avaliação da sensibilidade de modelos de composição de carteiras à incerteza nos parâmetros**. São Paulo: 2004.

7 ANEXOS

7.1 Código para seleção dos dados para simulação (Matlab®)

```

%% Calculate Returns and define data range
stockIniPeriod = '3-May-2010'; %% data de início desejada
stockEndPeriod = '31-Aug-2010'; %% data de fim desejada

startMatrix = find(Prices200901to201210correct == datenum(stockIniPeriod));
endMatrix = find(Prices200901to201210correct == datenum(stockEndPeriod));
myPrices = Prices200901to201210correct(startMatrix:endMatrix,2:end);

Returns = price2ret(myPrices); % Retornos
m = mean>Returns);
covariance = cov>Returns);

BVMFIniPeriod = '4-Jan-2010'; %% data de início do parâmetro para
retornos do IBOV
BVMFEndPeriod = '30-Apr-2010'; %% data de fim do parâmetro para
retornos do IBOV

startMatrixBVMF = find(BVMFPrices200901to201210correct == datenum(BVMFIniPeriod));
endMatrixBVMF = find(BVMFPrices200901to201210correct == datenum(BVMFEndPeriod));
BVMFReturns =
price2ret(BVMFPrices200901to201210correct(startMatrixBVMF:endMatrixBVMF,2:end));
BVMFmeanReturns = mean(BVMFReturns);

```

```

%% plot stock returns

NumberOfAssets = numel(Tickers);

figure(1)
plot>Returns(:,1:NumberOfAssets));
title(['Retornos das ações no período de ',stockIniPeriod, ' a ',
stockEndPeriod ]);
h = legend('USIM5', 'CMIG4', 'GOAU4', 'BBDC4', 'NATU3',
'GOLL4', 'PETR4', 'ITUB4', 'BBAS3', 'AMBV4',
'VALE5', 'TRPL4');
set(h,'FontSize',5);
set(h,'Location','SouthWest');
ylabel('Retornos');
xlabel(sprintf('Quantidade de dias úteis a partir de %s',
stockIniPeriod));
ylim([-0.2 0.15])

%% plot BVMF returns

figure(2)
plot(BVMFReturns(:,1:1));
title(['Retornos do índice IBOV no período de ',BVMFIniPeriod, ' a ',
BVMFEndPeriod ]);
hl = legend('BVMF');
set(hl,'FontSize',10);
set(hl,'Location','SouthWest');
ylabel('Retornos');
xlabel(sprintf('Quantidade de dias úteis a partir de %s', BVMFIni-
Period));
ylim([-0.3 0.3])

```


7.2 Código para simulação do modelo de Markowitz (Matlab®)

```

%% Markowitz definition

pMarkowitz = Portfolio ('Name','Markowitz Theory');
pMarkowitz = pMarkowitz.setAssetList(Tickers);
pMarkowitz = pMarkowitz.setAssetMoments(m, covariance);

pMarkowitz = pMarkowitz.setInitPort(1/pMarkowitz.NumAssets);
[ersk, eret] = pMarkowitz.estimatePortMoments(pMarkowitz.InitPort);
pMarkowitz = pMarkowitz.setDefaultConstraints;

pwgt = pMarkowitz.estimateFrontier(20);
[prsk, pret] = pMarkowitz.estimatePortMoments(pwgt);

%% set up target return

[rskLimit, retLimit] = pMarkowitz.estimateFrontierLimits();

if (BVMFmeanReturns < retLimit(1,1))
    TargetReturnMarkowitz = retLimit(1,1);
    fprintf('Used Portfolio Lower Bound: %.7f\n', retLimit(1,1));
elseif (BVMFmeanReturns > retLimit(2,1))
    TargetReturnMarkowitz = retLimit(2,1);
    fprintf('Used Portfolio Upper Bound: %.7f\n', retLimit(2,1));
else
    TargetReturnMarkowitz = BVMFmeanReturns;
    fprintf('Used BVMF Returns: %.7f\n', BVMFmeanReturns);
end

awgt = pMarkowitz.estimateFrontierByReturn(TargetReturnMarkowitz);
[arsk, aret] = pMarkowitz.estimatePortMoments(awgt);

%% risk taken
fprintf('Risk taken: %.7f\n', arsk);

%% display results

figure(5);
clf;
portfolioexamples_plot('Markowitz - Fronteira Eficiente com Port-
folio Alvo', ...
    {'line', prsk, pret}, ...
    {'scatter', arsk, aret, {sprintf('%g%% Re-
turn', 100*TargetReturnMarkowitz)}}, ...
    {'scatter', sqrt(diag(pMarkowitz.AssetCovar)), pMarko-
witz.AssetMean, pMarkowitz.AssetList, '.r'});

aBlotter = dataset({100*awgt(awgt > 0), 'Weight'}, 'obsnames',
p.AssetList(awgt > 0));

fprintf('Portfolio with %g%% Target Return\n',
100*TargetReturnMarkowitz);
disp(aBlotter);

```

7.3 Código para simulação do modelo de Konno (Matlab®)

```

%% Konno definition

pKonno = PortfolioMAD('AssetList',Tickers,'Name','Konno Theory');
pKonno = pKonno.setInitPort(1/pKonno.NumAssets);

rng(12); %fixed seed
pKonno = pKonno.simulateNormalScenariosByData>Returns, 20000
,'missingdata',true);
pKonno = pKonno.setDefaultConstraints;

[lb, ub, isbounded] = pKonno.estimateBounds;

%% set up target return

pKonnoRet = pKon-
no.estimatePortReturn(pKonno.estimateFrontierLimits);

if (BVMFmeanReturns < pKonnoRet(1,1))
    TargetReturnKonno = pKonnoRet(1,1);
    fprintf('Used Portfolio Lower Bound: %.7f\n', pKonnoRet(1,1));
elseif (BVMFmeanReturns > pKonnoRet(2,1))
    TargetReturnKonno = pKonnoRet(2,1);
    fprintf('Used Portfolio Upper Bound: %.7f\n', pKonnoRet(2,1));
else
    TargetReturnKonno = BVMFmeanReturns;
    fprintf('Used BVMF Returns: %.7f\n', BVMFmeanReturns);
end

[konnoRisk, konnoReturn] = pKonno.plotFrontier(20);
pKonnowgt = pKonno.estimateFrontierByReturn(TargetReturnKonno);

TgtReturnRisk = pKonno.estimatePortRisk(pKonnowgt);
TgtReturnRt = pKonno.estimatePortReturn(pKonnowgt);

%% risk taken
fprintf('Risk taken: %.7f\n', TgtReturnRisk);

%% display results

bBlotter = dataset({100*pKonnowgt(pKonnowgt > 0.00001),'Weight'},
'obsnames', pKonno.AssetList(pKonnowgt > 0.00001));

fprintf('Portfolio with %g%% Target Return\n',
100*TargetReturnKonno);
disp(bBlotter);

[ScenarioMean,ScenarioCovar] = estimateScenarioMoments(pKonno);

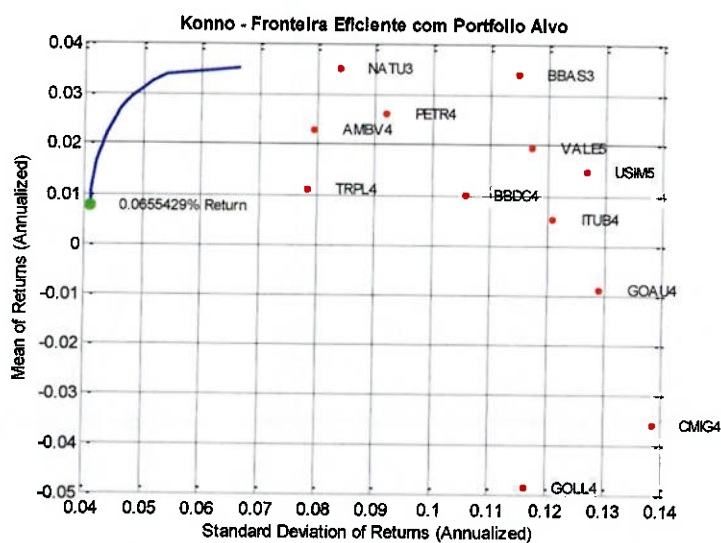
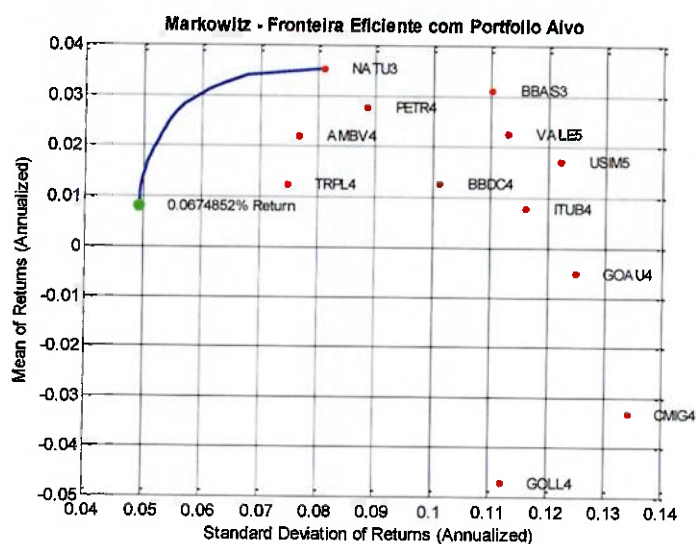
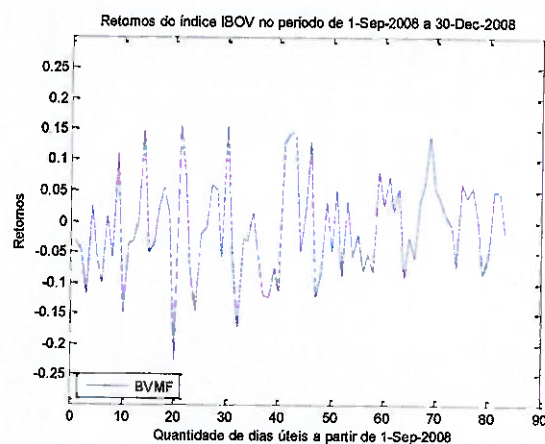
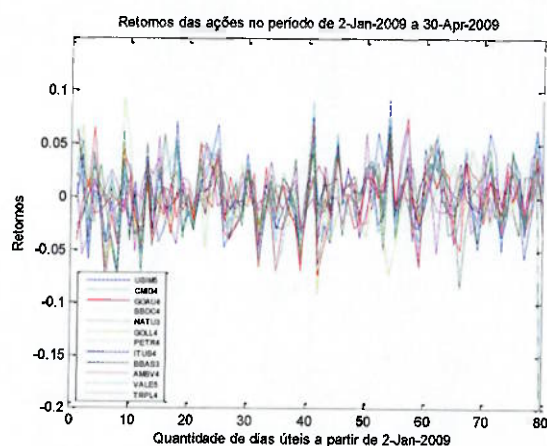
figure(9);
clf;
portfolioexamples_plot('Konno - Fronteira Eficiente com Portfolio
Alvo', ...

```

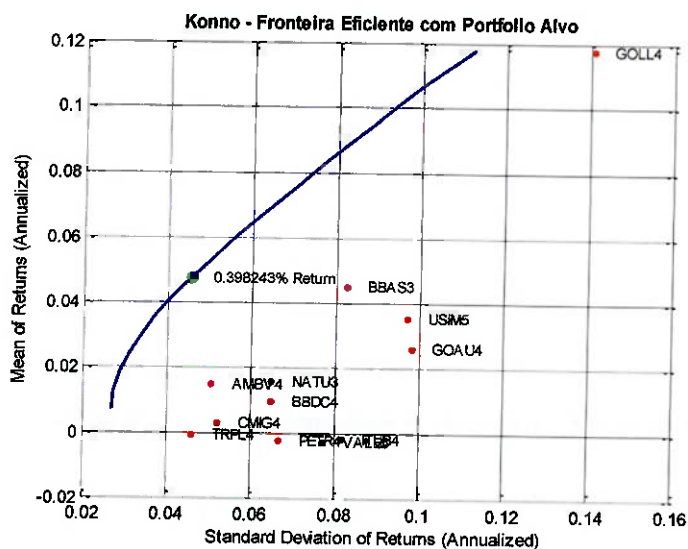
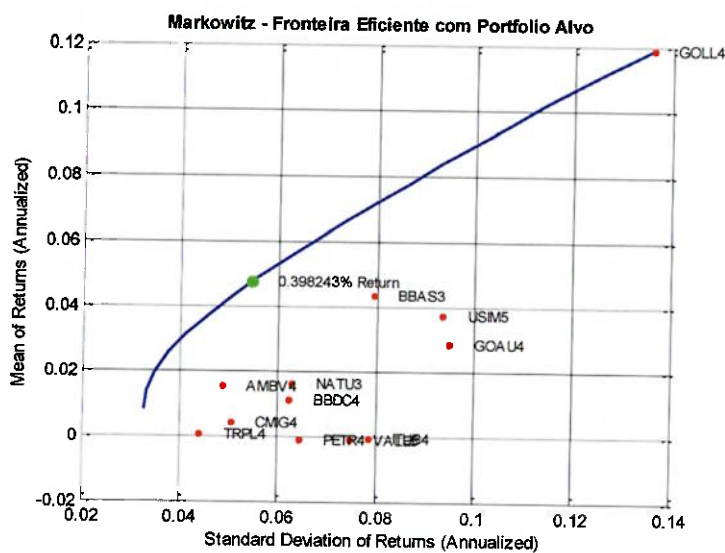
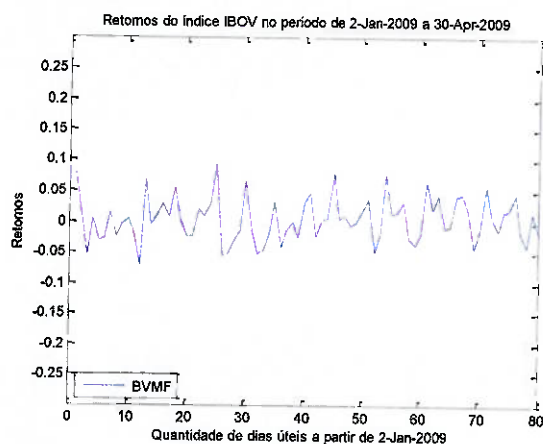
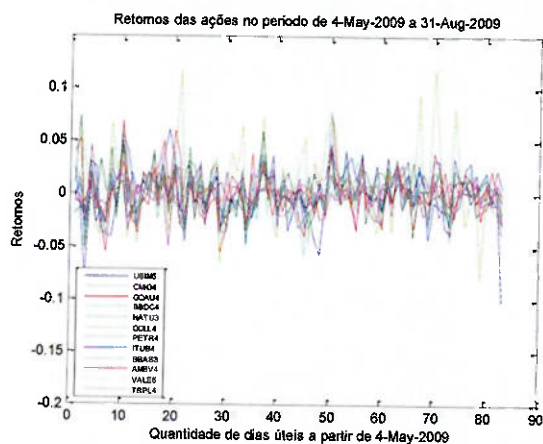
```
    {'line', konnoRisk, konnoReturn}, ...  
    {'scatter', TgtReturnRisk, TgtReturnRt, {sprintf('%g%% Re-  
turn', 100*TargetReturnKonno)}}, ...  
    {'scatter', sqrt(diag(ScenarioCovar)), ScenarioMean, pKon-  
no.AssetList, '.r'});
```

7.4 Gráficos

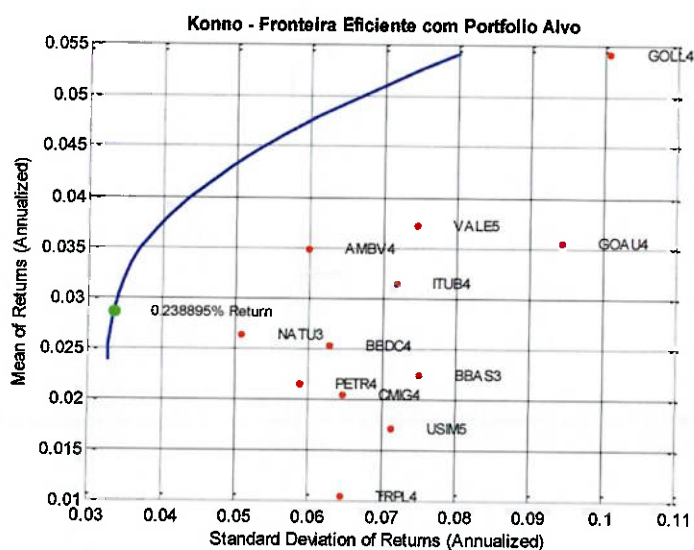
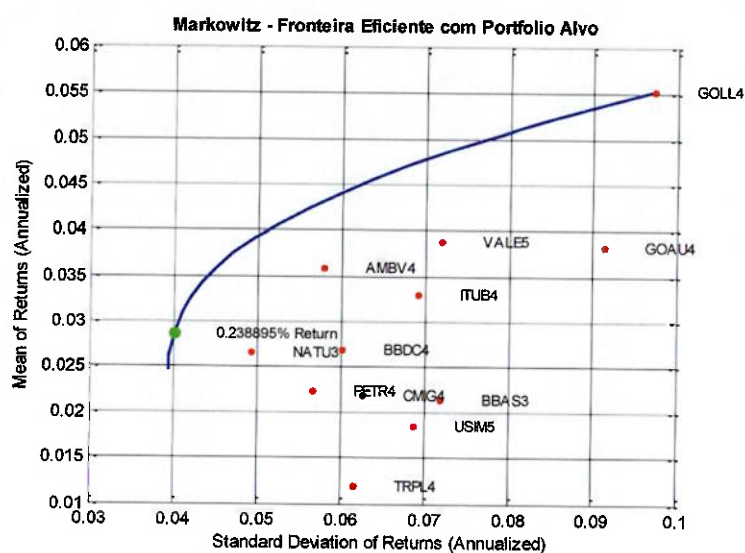
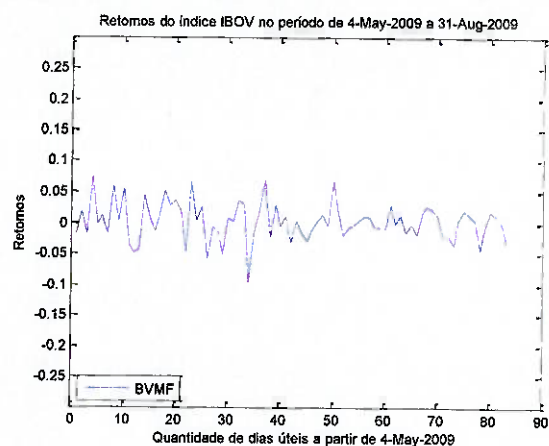
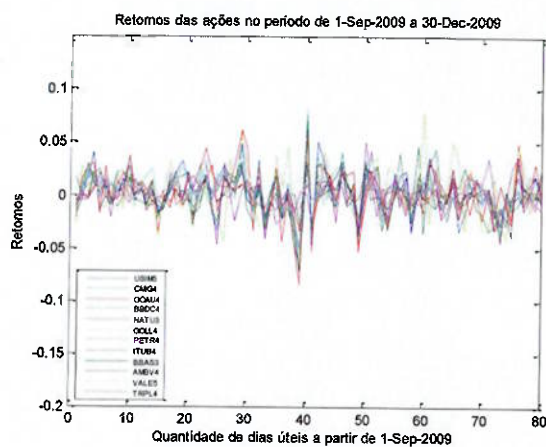
- Período de janeiro/2009 a abril/2009



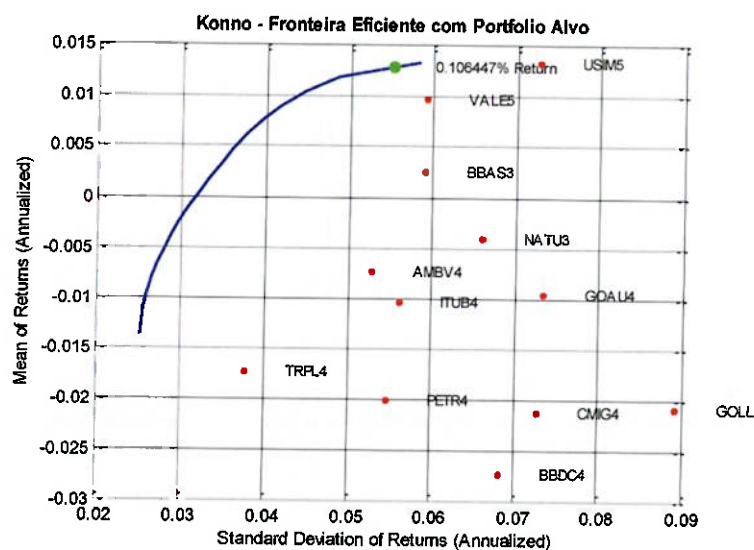
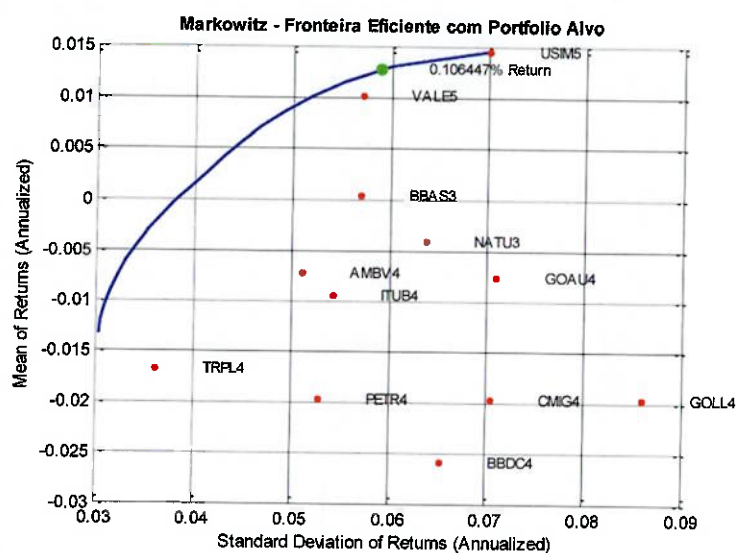
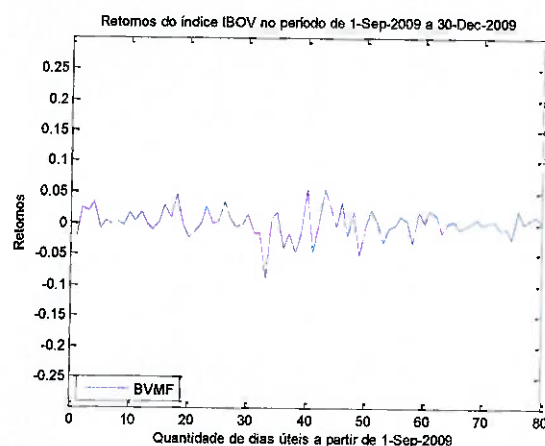
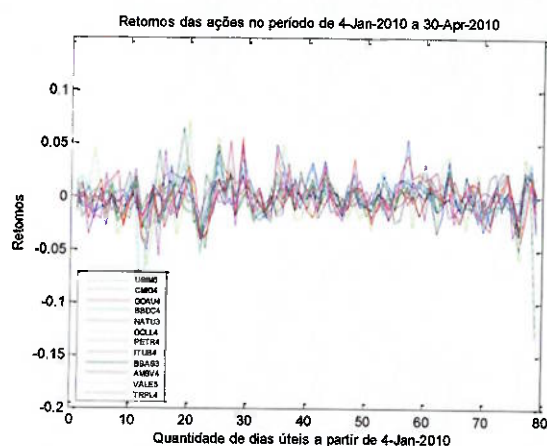
- Período de maio/2009 a agosto/2009



- Período de setembro/2009 a dezembro/2009



- Período de janeiro/2010 a abril/2010



- Período de maio/2010 a agosto/2010

