

**Rodrigo Riadi Mahias**

**Um Motor Viscoso**

Um projeto a ser submetido ao Departamento  
de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo como requisito  
para a obtenção do título de Engenheiro  
Mecânico.

São Paulo  
1993

**Rodrigo Riadi Mahias**

**Um Motor Viscoso**

Um projeto a ser submetido ao Departamento  
de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo como requisito  
para a obtenção do título de Engenheiro  
Mecânico.

**Especialidade:**  
**Engenharia Mecânica/Energia e Fluídos**

**Orientador:**  
**Prof. Dr. Carlos Chien Ching Tu**

**São Paulo**  
**1993**

## Índice

Introdução, 4

    A Necessidade, 5

    Motores existentes, 8

        Motores elétricos, 9

        Motores DC, 9

        Motores Síncronos AC, 10

        Motores a Indução AC, 10

        Motores sem Escovas, 11

    Motores Hidráulicos, 12

        Motores de Pistões, 12

        Motores de Palhetas, 12

Tratamento Teórico, 14

    Motor, 15

    Mancais, 31

        Introdução, 31

        Mancais Radiais, 34

        Mancais Axiais, 37

Rendimento, 40

Otimização, 41

    Conclusões, 48

Bibliografia, 50

Apêndice A, 51

## Introdução

Este trabalho é o projeto e otimização de um motor a escoamento laminar ou motor viscoso cuja idéia original era a movimentação do eixo de máquinas ferramenta de ultra precisão.

Um motor viscoso utiliza a força viscosa de cisalhamento gerada por um escoamento laminar em uma determinada geometria para movimentar o eixo. O torque produzido deve ser livre de vibrações ou variações na velocidade de rotação. O calor produzido por ineficiências é levado com o fluido portanto o aumento de temperatura é pequeno e a instabilidade térmica é reduzida. Também, a bancada de testes disponível possui um trocador para o óleo de forma que a temperatura é mantida constante.

O presente trabalho é resultado da idéia do prof. Carlos C. C. Tu do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de São Paulo com relação a uma melhoria a ser feita em um motor viscoso desenvolvido na Stanford University por Chien-Jen Chen [2]. A figura 1 mostra o motor e mancais hidrostáticos projetados naquele trabalho. Ele teve como objetivo o projeto, a construção e o teste de um motor viscoso como parte de um projeto de desenvolvimento de máquinas ferramenta para usinagem de ultra-precisão da Stanford University. O motor foi projetado, construído e testado e o rendimento energético obtido foi de 17.5% em relação a um cálculo teórico cujo melhor resultado foi 20.5% e contra um máximo teórico de 1/3. Em termos relativos isto significaria 52.5% (do máximo teórico).

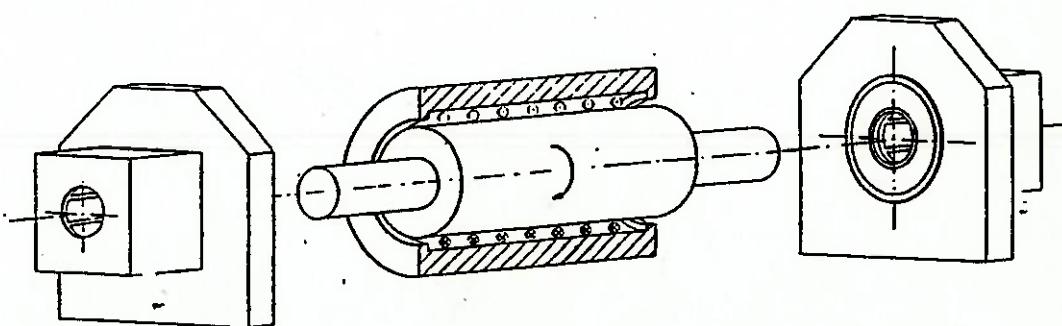


Figura 1. Um motor viscoso e seus mancais hidrostáticos.

Aqui conseguimos trabalhar com um rendimento máximo teórico de 100% e chegamos a um cálculo final, após a otimização do rendimento, de 57.6%.

A modificação a ser feita consiste na inserção de discos no eixo de forma a mudar o perfil do escoamento e a tornar o seu rendimento grande o suficiente para que o motor seja uma possibilidade interessante a ser considerada no projeto de máquinas-ferramenta de ultra-precisão.

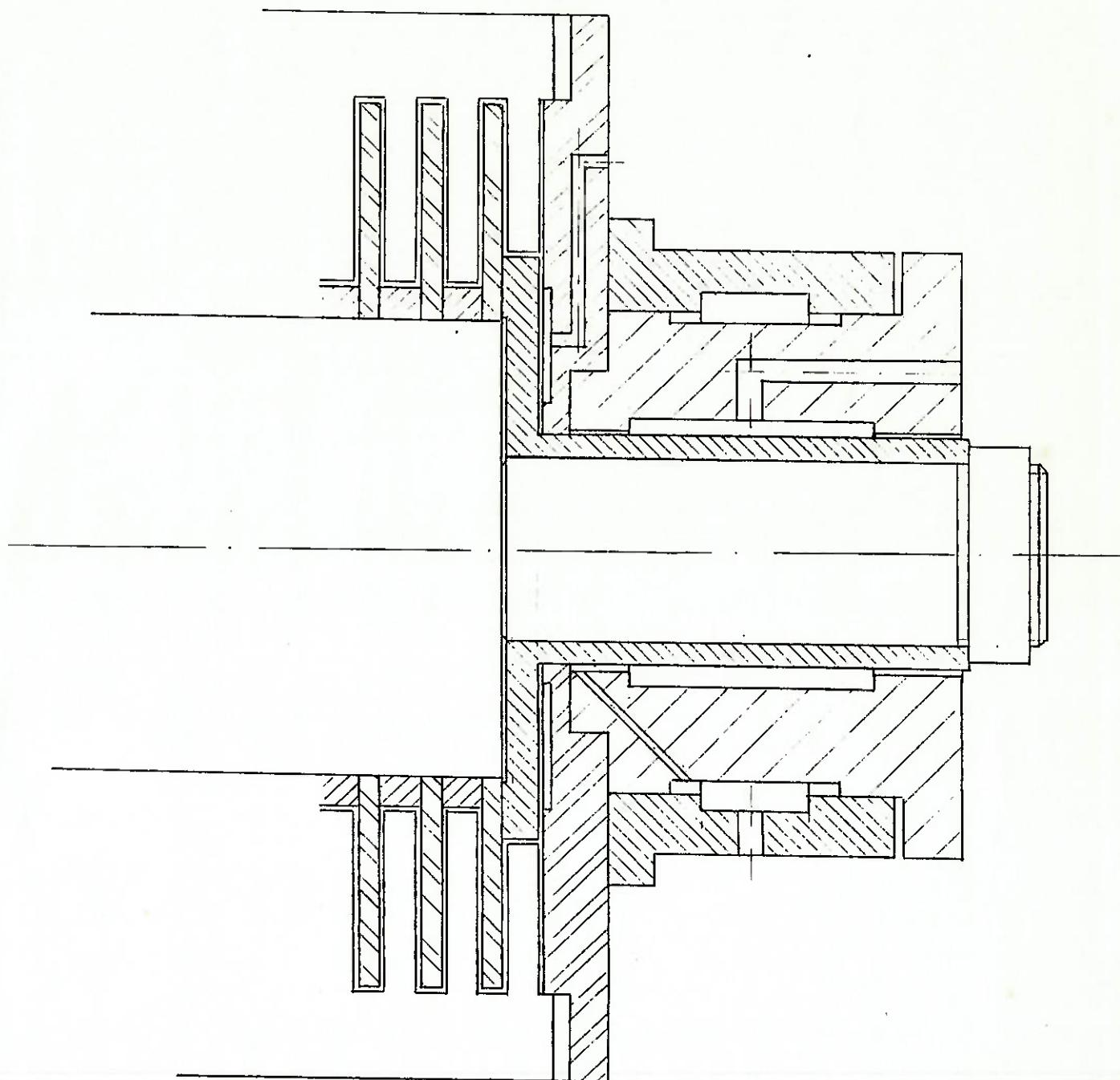
A figura 2 mostra uma vista em corte de uma das pontas de eixo deste motor modificado com mancais hidrostáticos radial e axial. Neste croquis supomos que há dois caminhos para o fluido em torno do eixo (cada um portanto com 180 graus), por isso há dois pares de 'pentes' de lâminas que chamaremos *doctor blades*, exatamente para separar o fluxo de entrada de um dos caminhos (a uma pressão alta) do de saída do outro (a uma pressão baixa). Estas lâminas tem que estar entre os discos, onde ocorrerá a maior parte do escoamento.

### A necessidade

Falaremos um pouco sobre a necessidade existente que motivou o desenvolvimento deste tipo de motor hidráulico.

Há uma série de áreas de interesse que necessitam ou poderiam se beneficiar de usinagem muito precisa. Entre essas áreas estão o desenvolvimento de lasers de alta densidade energética e astronomia com raios X que dependem muito da fabricação de componentes refletores metálicos de baixo peso. No caso dos lasers de alta densidade energética, um espelho primário é necessário que seja capaz de suportar uma densidade de em torno de  $500 \text{ J/cm}^2$ . No caso de sistemas refletores de raios X, para obter altas resoluções, a qualidade do acabamento superficial tem que consideravelmente superior que para sistemas ópticos ordinários. Para fabricar estes componentes ópticos em máquinas-ferramenta eles deverão ser metálicos e com um acabamento superficial espelhado, o que significa

tolerâncias dimensionais da ordem de 0.02  $\mu\text{m}$  e rugosidade superficial de 0.07  $\mu\text{m}$ . Estes números caem na



**Figura 2.** Ponta do eixo do motor viscoso da fig.1 modificado pelo presente projeto.

categoria daquilo que é chamado de usinagem de ultra precisão(*ultra precision machining*). Satisfazer estas necessidades de precisão é um dos maiores desafios ao qual os engenheiros de fabricação estão submetidos hoje.

Não nos aprofundaremos na discussão dos sistemas de usinagem de ultra precisão, mas simplesmente apontaremos algumas das dificuldades encontradas para atingir esta meta e aonde este trabalho se encaixa nesse contexto.

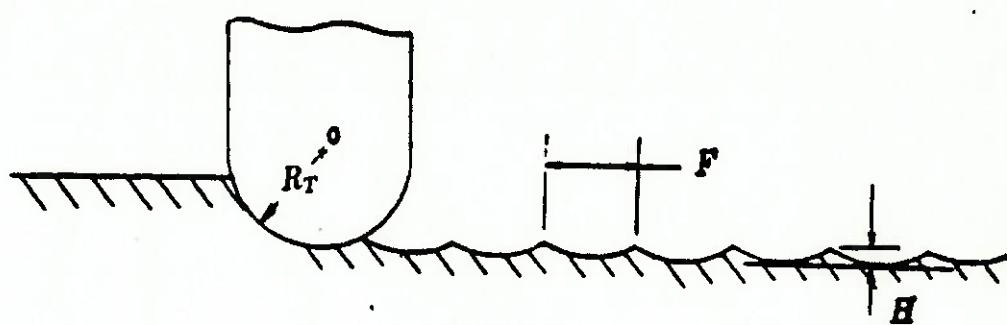
Imaginemos um torno. Aqui o perfil final da peça é determinado pela posição relativa entre a peça e a ferramenta. Se for usada uma ferramenta de diamante com a lubrificação apropriada, não há formação de bordas na maioria dos materiais não ferrosos e a qualidade do acabamento superficial dependerá no raio da ponta da ferramenta, a velocidade de corte, a qualidade do eixo de rotação, o nível de vibração interna e a linearidade das guias.

O efeito do raio da ponta da ferramenta e da velocidade de corte consideradas isoladamente constituem o acabamento teórico. Isoladamente quer dizer considerando que a rotação do eixo é constante, os mancais são perfeitos, não há instabilidade térmica e os componentes da máquina são absolutamente rígidos. Desta forma a única irregularidade presente na peça final é aquela devida a aqueles elementos e o resultado é o mostrado na figura 3, marcas associadas com o raio da ponta da ferramenta e com a velocidade de corte.

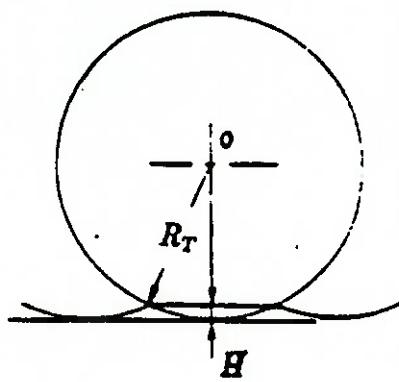
Se o acabamento real fosse igual ao acabamento teórico, bastaria então ajustar estes dois parâmetros para atingir qualquer nível de acabamento que fosse desejado. Mas eles são diferentes exatamente devido àquelas fontes de erro que são consideradas inexistentes para a definição do acabamento teórico. Entre estas fontes de erros temos a imperfeição do eixo do torno e da impossibilidade de tornar os componentes deste torno perfeitamente rígidos. As fontes de erro mais significativas podem ser sintetizadas em movimentos estruturais, movimentos da base, imperfeições nos mancais e variações na rotação do eixo do torno. Destas fontes de erro a que provoca os

maiores problemas é aquela relacionada com o motor do eixo do torno.

Os motores existentes tem características inerentes a seu funcionamento que provocam erros como forças desbalanceadas e variações na velocidade de rotação (*cogging effects*). Analisaremos agora alguns dos sistemas de acionamento em relação às características que provocam estes erros e ao rendimento.



(a)



(b)

Figura 3. Acabamento teórico.

#### Motores existentes

Consideraremos dois tipos básicos de motores, são eles os motores elétricos e os motores hidráulicos. Destes tipos, analisaremos ainda subtipos, cinco para motores elétricos e dois para hidráulicos. No

final faremos uma avaliação comparativa entre estes motores como candidatos a motores de eixos de máquinas ferramenta.

## Motores elétricos

### Motores DC

Estes motores geralmente são mais pesados que motores AC mas a relação entre o torque e a inércia do motor é maior em motores DC. Conseqüentemente, eles são usados para rápido controle de precisão.

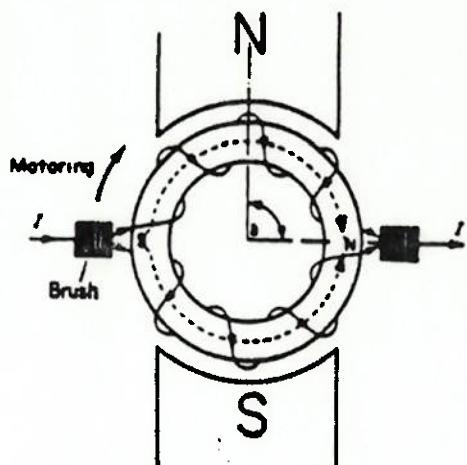


Figura 4. Máquina DC simples.

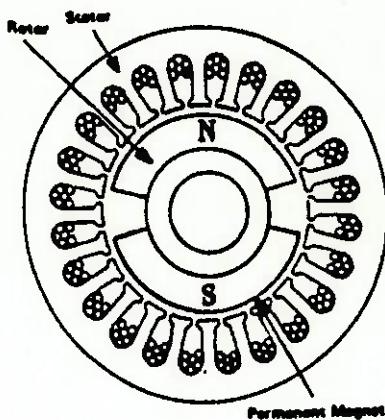


Figura 5. Motor DC sem escovas

A figura 4 mostra um esquema simples de um motor a corrente contínua. O rotor aqui é a armadura e o estator é o sistema gerador do campo magnético. O campo estabelecido pelas correntes do rotor polarizam a superfície como mostrado. O movimento será no sentido horário como pode ser visto considerando as forças atrativas e repulsivas nos pólos do rotor. Estas forças geram uma rotação não uniforme que é fonte de erros na usinagem. No motor DC, o eixo da força magnetomotriz está alinhado com o eixo das escovas e não é perturbado substancialmente pelo movimento do rotor ou por variações na carga. As escovas normalmente estão colocadas para torque máximo. Na fig. 4 o ângulo  $\delta$  é igual a 90 graus. Na figura 5 o campo magnético permanente está no rotor e gira junto com o eixo. O campo gira para manter um ângulo relativo constante. O ângulo do

eixo é usado para controlar a corrente do campo. As forças são comparáveis mas esta configuração minimiza o calor dissipado no rotor, onde ele é mais difícil de remover.

Os espaços entre os pólos permanentes magnéticos e elétricos não são uniformes. Como resultado as forças atrativas e repulsivas mudam em função da orientação do rotor. Estas forças e o efeito da rotação não uniforme provocam vibração que reduz a qualidade do acabamento superficial. O efeito da rotação não uniforme e as forças desbalanceadas dos motores DC são os maiores entre os motores elétricos.

### Motores Síncronos AC

A figura 6 mostra um motor síncrono AC no qual as espiras estão montadas no rotor. Quando correntes polifásicas alimentam a um enrolamento polifásico, é produzido um campo magnético girante. Diferente das máquinas DC, o deslocamento angular entre os eixos da força magnetomotriz não é constante mas varia com a carga. Começa com  $d=0$  graus quando descarregado e aumenta para  $d=d_{\max}$  com o torque máximo. O efeito da não uniformidade da rotação e das forças desbalanceadas são menores que aqueles que ocorrem em motores DC. Apesar disto eles são significativos.

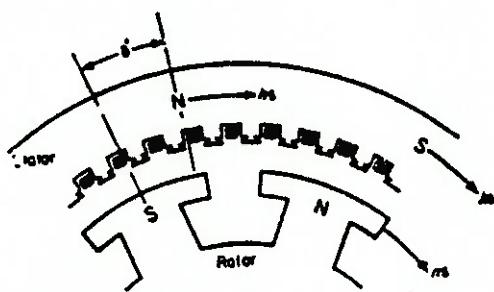


Figura 6. Motor síncrono AC.

### Motores de Indução AC

A figura 7 mostra um esquema de um motor de indução que tem dois campos girantes cada um produzido por correntes polifásicas. As

correntes que fluem no motor são induzidas por uma corrente alternada que fluindo no estator. O deslocamento angular entre eixos varia com a carga como no tipo anterior. Nos motores DC e síncrono AC em regime permanente, o movimento do rotor causa somente uma transformação de potência de elétrica para mecânica. Nos motores de indução, a eficiência global é menor que a dos outros dois tipos. Os efeitos da rotação não uniforme e forças desbalanceadas são menores mas o calor gerado no rotor (que é difícil de remover) é maior que nos motores DC.

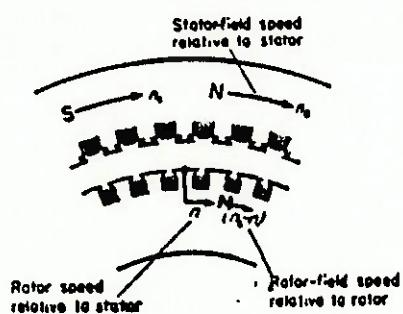


Figura 7. Motor de indução AC.

#### Motores sem Escovas

Os problemas exclusivos relacionados aos motores DC são o atrito de Coulomb, a vida limitada das escovas e o desgaste possivelmente não uniforme do comutador. Um motor DC sem escovas (fig. 5) é muito similar a um motor DC convencional exceto pelo fato de que o motor sem escovas usa transistores para comutar as correntes do motor e o ímã permanente está no rotor e não no estator. Isto tem a vantagem que o calor dissipado nos enrolamentos no estator é mais facilmente removido. Alguns fabricantes alegam que este tipo de motor desenvolve um torque de partida muito baixo e que é aconselhável somente para baixas cargas de torque. Com relação aos efeitos da não uniformidade da rotação e às forças desbalanceadas, por este ser um tipo de motor DC, eles continuam altos.

## Motores Hidráulicos

Entre todos os tipos de motores hidráulicos, o de pistões e o de palhetas são mais comumente usados em sistemas de atuação para máquinas ferramenta. São ambos motores de deslocamento positivo.

### Motores de Pistões

A figura 8 mostra um motor com vários pistões. Estes pistões são fixos em um dos extremos em uma placa inclinada. À medida que eles empurram esta placa, eles geram uma força rotacional que acaba girando a placa no qual estão presos.

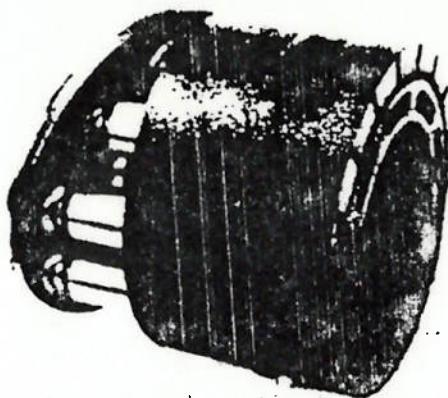


Figura 8. Motor de pistões axiais.

### Motores de Palhetas

Um motor de palhetas é como o esquematizado na figura 9. O estator contém dois espaços e as palhetas tem seu contato com o estator garantido por molas. Nos espaços, as palhetas estão submetidas em um lado à pressão de alimentação e no outro a pressão de saída. Esta diferença de pressões que atua na palheta gera o momento que faz com que o rotor gire.

A maioria dos motores hidráulicos tem ao redor de dez pistões ou palhetas e portanto provocam variações de torque consideráveis como função da posição angular do eixo de saída. Esta variação é também

acompanhada por uma variação de pressão no motor. Isto deforma a caixa do motor o que pode deixar marcas na superfície da peça trabalhada também. A limitação de um número finito de pistões ou palhetas se mostra claramente no acabamento superficial da peça.

| Número de pistões     | 3    | 4    | 5   | 6    | 7   | 8   | 9   | 10  |
|-----------------------|------|------|-----|------|-----|-----|-----|-----|
| variação no torque(%) | 13.4 | 29.3 | 4.9 | 13.5 | 2.5 | 7.6 | 1.5 | 4.9 |

Tabela 1. Variação no torque como função do número de pistões ou palhetas em um motor hidráulico.

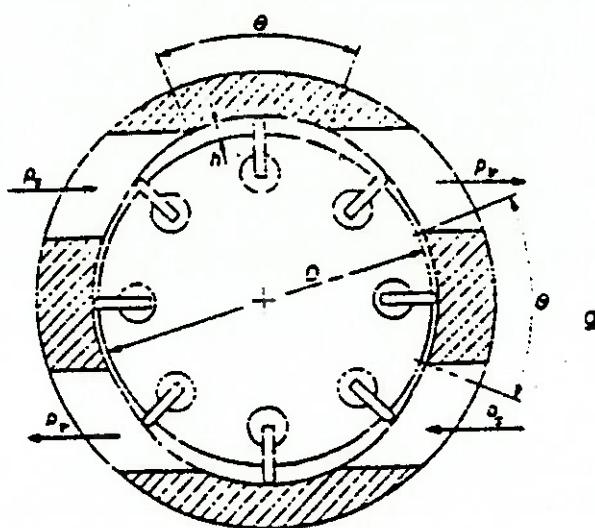


Figura 9. Motor de palhetas.

A tabela 1. mostra as variações no torque baseado no número de pistões ou palhetas. A tabela mostra que esta variação variaçao é menor para um número ímpar de elementos que para um número par.

Como pudemos ver, considerando os sistemas existentes, não há uma solução perfeita. Baseado na análise anterior, podemos dizer que quando o número de pistões, palhetas ou pólos magnéticos tende a infinito, ou quando estes elementos não existem, o motor pode produzir um torque de saída livre da variações.

É aqui que entra a idéia de um motor viscoso. Por não ter pistões ou palhetas, a saída deveria ter um torque livre de vibrações e o calor produzido por ineficiências é levado pelo próprio fluido. A tabela mostra uma comparação relativa dos motores baseada na eficiência, calor no rotor, forças desbalanceadas e *cogging*.

|                  | Eficiência | Calor no Rotor | Forças desbalanceadas e cogging |
|------------------|------------|----------------|---------------------------------|
| Motor DC         | Alta       | Baixo          | As Mais Altas                   |
| Indução AC       | Alta       | Médio          | Médias                          |
| DC sem Escovas   | Alta       | Baixo          | As Mais Altas                   |
| Motor Hidráulico | Alta       | N/A            | Médias                          |
| Motor Viscoso    | Média      | N/A            | Baixas                          |

Tabela 2. Comparação dos motores existentes.

### Tratamento Teórico

Trataremos inicialmente o motor, ou seja, aquela parte do aparelho onde a potência é gerada e analisaremos as perdas associadas aos componentes envolvidos nesta geração. Depois analisaremos os mancais hidrostáticos.

O escoamento será analisado em partes, separadamente e de forma simplificada. Para cada uma destas partes, existem basicamente duas coisas a serem feitas. Primeiramente o cálculo da vazão de fluido que ocorre nesta região, através da obtenção do perfil do escoamento com a equação de Navier-Stokes. Depois o cálculo da força que o fluido exerce sobre o eixo nesta área seja para movimentá-lo ou em sentido contrário, parando-o e representando uma perda de potência. Estes dois elementos representam respectivamente a potência de entrada, considerando uma diferença fixa de pressões entre a entrada e a saída e a potência de saída ou a perda na potência de saída, considerando uma velocidade de rotação fixa.

Uma das decisões foi tomada a priori, a que se refere ao número de caminhos que o fluído do motor deverá seguir para movimentá-lo. O número escolhido foi dois por ser o menor número de caminhos que faz com que o motor já esteja teóricamente balanceado. A utilização de somente um caminho gera forças desbalanceadas no rotor e a utilização de mais caminhos se torna cada vez mais difícil primeiramente pelo espaço disponível para o escoamento (que cederá lugar cada vez mais às entradas e saídas dos caminhos) e depois porque quando o número de caminhos passa de dois então poderemos ter também um problema de balanceamento dependendo da precisão geométrica da construção. Portanto durante o desenvolvimento teórico sempre falaremos em dois caminhos para o fluido.

Neste tratamento há um grande número de variáveis e várias delas derivam de outras, contudo durante este desenvolvimento não nos preocuparemos muito em estabelecer as variáveis independentes e as dependentes ou a ordem em que elas devem ser calculadas, mesmo porque o processo de otimização deverá resolver este problema. O que faremos é chegar às relações que nos permitirão calcular o rendimento total do aparelho tendo em mente que serão mantidas algumas características constantes, como para o motor a vazão total para ele e mancais, as pressões de entrada e saída (e portanto a potência total de entrada), em um primeiro momento a velocidade de rotação do motor (o que nos deixa como variável o torque de saída já que a potência de entrada está fixa) e para os mancais a rigidez de cada um, a pressão de entrada do óleo e a pressão nos bolsos dos mancais.

## Motor

A primeira parte a ser analisada será o espaço entre os discos, que é onde ocorre seguramente a maior parte da transformação da energia do fluido em energia de rotação do eixo (figura 10).

Se impusermos uma relação  $R/h \gg 1$ , podemos considerar o escoamento como unidimensional e os cálculos podem ser referidos à

linha média do escoamento, onde o raio é o raio médio  $R$  e a velocidade é a velocidade média em  $z$ ,  $u$ . Nestas condições, a equação de Navier-Stokes em coordenadas retangulares, na direção  $y$  fica:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$$

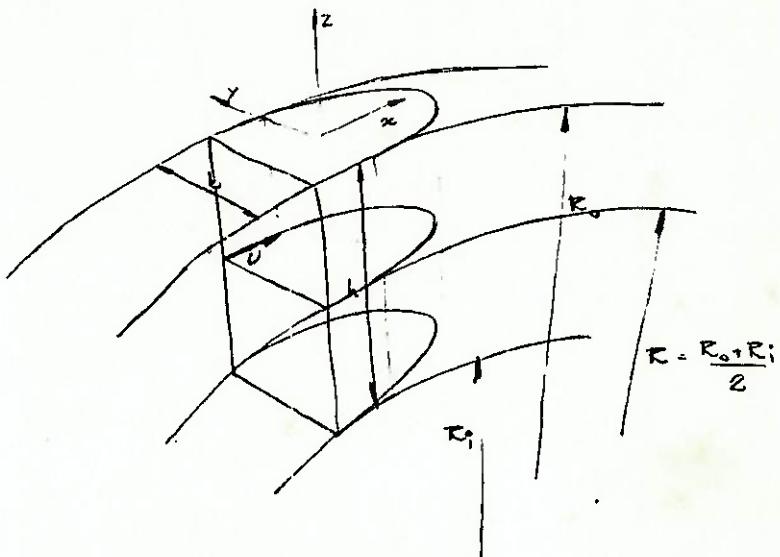


Figura 10. Região entre discos e perfil do escoamento.

Graças à hipótese de unidimensionalidade não teremos derivadas parciais,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{d^2 v}{dy^2}$$

Assumindo  $\frac{d^2 p}{dy dx} = 0$ , podemos integrar em  $y$ :

$$\frac{d^2 v}{dy^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx}$$

$$\frac{dv}{dy} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) y + C_1$$

$$v = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) y^2 + C_1 y + C_2$$

1.

As condições de contorno são duas:

1.  $v(0) = u$

2.  $v(b) = u$

Da primeira condição,

$$C_2 = u$$

Substituindo isto na segunda condição,

$$v = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) b^2 + C_1 b + u$$

$$C_1 = -\frac{b}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right)$$

Assim,

$$v = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) y^2 - \frac{b}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) y + u$$

Conhecendo a vazão  $Q$ , podemos relacioná-la com o gradiente de pressão  $\frac{dp}{dx}$ , integrando o perfil de velocidades da seguinte forma:

$$\begin{aligned} Q &= h \int_0^b v dy \\ Q &= h \left[ \frac{1}{6\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) y^3 - \frac{b}{4\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) y^2 + uy \right]_0^b \\ Q &= hb \left[ u - \frac{b^2}{12\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) \right] \end{aligned}$$

que corresponde à vazão para um espaço entre discos, para cada caminho. Com  $N$  espaços entre discos e 2 caminhos:

$$Q = Nhb \left[ 2u - \frac{b^2}{6\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) \right] \quad 2.$$

E,

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu}{Nhb^3} (2Nhub - Q) \quad 3.$$

Integrando,

$$p = \frac{6\mu}{Nhb^3} (2Nhub - Q)x + C_1$$

Com as condições de contorno,

$$1. \ p(x=0) = P_i$$

$$2. \ p(x=\pi R) = P_o$$

Da primeira destas,

$$C_1 = P_i$$

Na segunda,

$$P_o = \frac{6\mu}{Nh} (2Nhub - Q) \pi R + P_i$$

E assim,

$$Q_1 = Nhb \left( 2u + \frac{b^2 \Delta P}{6\pi\mu R} \right) \quad 4.$$

onde  $\Delta P = P_i - P_o$

Esta é a expressão da vazão total nos espaços entre os discos.

Comparando 2. e 4. ou substituindo 4. em 3., chegamos a:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\Delta P}{\pi R}$$

que é consequência direta da aproximação unidimensional.

Calculemos agora a força exercida pelo fluido sobre os discos. Esta força, exercida tangencialmente pelo fluido sobre os discos, no equilíbrio, é igual à diferença de pressões do fluido entre a entrada e a saída do motor viscoso multiplicada pela área na qual esta diferença de pressões atua. Considerando um espaço individual entre discos (figura 11), podemos escrever com relação ao torque, para cada caminho:

$$T = (P_i - P_o)bhR$$

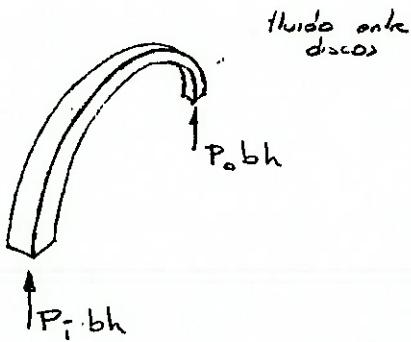


Figura 11. Representação da geração de potência.

No total, com dois caminhos e  $N$  espaços:

$$T = 2NbhR\Delta P$$

A potência total de saída é obtida com a rotação do eixo  $w$ :

$$H_1 = 2NbhR\Delta Pw \quad 5.$$

Este resultado é o mesmo que aquele que seria obtido pela integração da tensão de cisalhamento  $\tau$  nas paredes(nos discos):

$$\tau = -\mu \frac{\partial v}{\partial y}$$

A esta altura podemos fazer um cálculo preliminar do rendimento:

$$\eta = \frac{H_1}{Q\Delta P} = \frac{2NbhR\Delta Pw}{Nhb\Delta P \left( 2u + \frac{b^2\Delta P}{6\pi\mu R} \right)}$$

E sendo  $u = Rw$ ,

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{b^2\Delta P}{12\pi\mu Ru}}$$

Podemos calcular o rendimento máximo teórico como o limite do rendimento quando o parâmetro  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{b^2\Delta P}{12\pi\mu Ru}$$

tende a zero. Assim,

$$\eta_{máxT} = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \eta = 1$$

Portanto o rendimento máximo teórico sem considerar perdas de nenhum tipo é de 100%, melhor que o máximo teórico de 33.3% obtido por Chen em seu trabalho [2]. Podemos observar que ele tende ao máximo quando  $b$  tende a zero, a viscosidade do fluido, o raio  $R$  ou ainda a velocidade  $u$  tendem a infinito.

Analisemos agora a região entre o último disco e a caixa do motor. Dependendo de características construtivas, este espaço poderia não existir; neste projeto contudo, ele existe. Nesta região o escoamento é diferente pois anteriormente havia dois discos em movimento limitando o escoamento e agora há um disco girando e a caixa está parada.

Novamente trataremos da potência transferida ao disco e a vazão pela qual esta região é responsável.

Primeiramente a vazão. Novamente a equação de Navier-Stokes com as devidas simplificações dá:

$$v = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) y^2 + C_1 y + C_2 \quad 1.$$

Com as seguintes condições de contorno:

1.  $v(0) = u$
2.  $v(b_e) = 0$

que levam a:

$$\begin{aligned} C_2 &= u \\ C_1 &= - \left[ \frac{1}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) b_e + \frac{u}{b_e} \right] \end{aligned}$$

O perfil fica:

$$v = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) y^2 - \left[ \frac{1}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) b_e + \frac{u}{b_e} \right] y + u$$

Agora o cálculo da vazão:

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^{b_e} h v dy = h \int_0^{b_e} \left\{ \frac{1}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) y^2 - \left[ \frac{1}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) b_e + \frac{u}{b_e} \right] y + u \right\} dy \\ Q &= h \left[ \frac{b_e^3}{6\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) - \frac{b_e^3}{4\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) + \frac{ub_e}{2} \right] \\ Q &= h \left[ \frac{ub_e}{2} - \frac{b_e^3}{12\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) \right] \end{aligned}$$

Como  $Q$  é constante, o gradiente de pressão em  $x$  também o é, e portanto  $p$  é linear. Novamente aqui:

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{\Delta P}{\pi R}$$

Com isto a vazão fica:

$$Q = h \left( \frac{ub_e}{2} + \frac{b_e^3 \Delta P}{12\pi\mu R} \right)$$

A vazão total, para dois caminhos e duas extremidades:

$$Q_2 = 4h \left( \frac{ub_e}{2} + \frac{b_e^3 \Delta P}{12\mu R} \right) \quad 6.$$

A potência transferida ao eixo:

$$\begin{aligned}\tau_0 &= \mu \frac{dv}{dy} \Big|_{y=0} = \mu \left\{ - \left[ \frac{b_e}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) + \frac{u}{b_e} \right] \right\} \\ \tau_0 &= \frac{b_e}{2} \left( \frac{\Delta P}{\pi R} \right) - \frac{\mu u}{b_e}\end{aligned}$$

Assim,

$$H = \left( \frac{b_e \Delta P}{2\pi R} - \frac{\mu u}{b_e} \right) \pi \frac{R_o^2 - R_i^2}{2} u$$

Com dois caminhos e duas extremidades,

$$H_2 = 2\pi u (R_o^2 - R_i^2) \left( \frac{b_e \Delta P}{2\pi R} - \frac{\mu u}{b_e} \right) \quad 7.$$

Agora consideraremos as outras regiões do escoamento. Uma região crítica é aquela que contém as *doctor blades* (figura 12) não somente pelas perdas a serem consideradas mas também pela estabilidade das *doctor blades*.

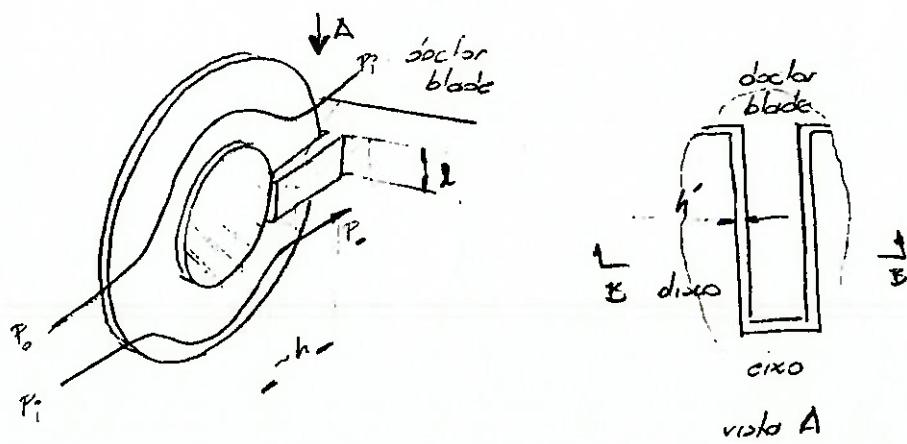


Figura 12. Região entre discos e *doctor blades*.

Para garantir a estabilidade tentaremos usar lâminas com perfil trapezoidal (figura 13). A idéia é calcular a rigidez, ou seja a derivada da força em um dos lados da lâmina em relação ao espaço entre a lâmina e o disco  $h'$  e fazê-la negativa. Assim, a um aumento em  $h'$  corresponderá uma diminuição na força e vice-versa.

Para encontrar a força precisaremos da distribuição de pressões nesta região, que pode ser obtida como feito anteriormente, com o perfil de velocidades e a vazão.

O perfil de velocidades é o mesmo que obtido em 1.,

$$v = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) y^2 + C_1 y + C_2 \quad 1.$$

com as seguintes condições de contorno:

1.  $v(0) = -u$
2.  $v(h') = 0$

Da segunda condição,

$$C_2 = -u$$

Na primeira,

$$0 = \frac{h'^2}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) + C_1 h' - u$$

daí,

$$C_1 = \frac{u}{h'} - \frac{h'}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right)$$

O perfil de velocidades fica:

$$v = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) y^2 + \left[ \frac{u}{h'} - \frac{h'}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) \right] y - u \quad 8.$$

Agora o cálculo da vazão:

$$Q = \int_0^{h'} v h dy$$

$$Q = h \left\{ \frac{1}{6\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) y^3 + \frac{1}{2} \left[ \frac{u}{h'} - \frac{h'}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) \right] y^2 - uy \right\}_0^{h'}$$

$$Q = h \left[ \frac{h'^3}{6\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) + \frac{uh'}{2} - \frac{h'^3}{4\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) - uh' \right]$$

$$Q = h \left[ -\frac{h'^3}{12\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) - \frac{uh'}{2} \right]$$

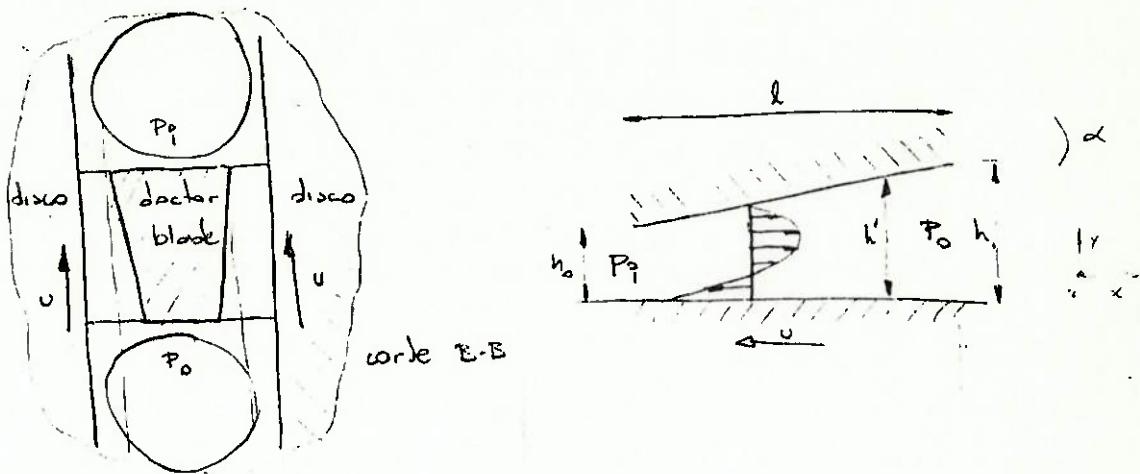


Figura 13. Doctor blades trapezoidal e perfil do escoamento.

Substituindo nesta a expressão de  $h'$  em função de  $x$ :

$$h' = h_0 \left( 1 + m \frac{x}{l} \right)$$

a vazão fica:

$$Q = h \left\{ -\frac{1}{12\mu} \left[ h_0 \left( 1 + m \frac{x}{l} \right) \right]^3 \left( \frac{dp}{dx} \right) - \frac{uh_0}{2} \left( 1 + m \frac{x}{l} \right) \right\}$$

Agora encontraremos o perfil de pressões em  $x$ , isolando o gradiente da expressão acima e integrando-o:

$$\frac{dp}{dx} = -12\mu \frac{\left[ \frac{uh_0}{2} \left( 1 + m \frac{x}{l} \right) + \frac{Q}{h} \right]}{\left[ h_0 \left( 1 + m \frac{x}{l} \right) \right]^3}$$

que equivale a:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{6\mu}{hh_0^3} \frac{\left[ uh_0 \left( 1 + m \frac{x}{l} \right) + 2Q \right]}{\left( 1 + m \frac{x}{l} \right)^3} \quad 9.$$

Para integrar, faremos uma mudança de variáveis:

$$\varphi = 1 + m \frac{x}{l}$$

$$d\varphi = \frac{m}{l} dx$$

e os intervalos de validade:

$$x = [0, l] \rightarrow \varphi = [1, 1+m]$$

O gradiente de pressões com esta mudança fica:

$$\frac{dp}{d\varphi} = -\frac{6\mu l}{mhh_0^3} \left( \frac{uhh_0}{\varphi^2} + \frac{Q}{\varphi^3} \right)$$

Integrando,

$$p = \frac{6\mu l}{mhh_0^3} \left( \frac{uhh_0}{\varphi} + \frac{Q}{\varphi^2} + C_1 \right) \quad 10.$$

As condições de contorno são:

1.  $x = 0 \rightarrow \varphi = 1 \rightarrow p = P_i$
2.  $x = l \rightarrow \varphi = 1+m \rightarrow p = P_o$

Da primeira condição,

$$P_i = \frac{6\mu l}{mhh_0^3} (uhh_0 + Q + C_1) \quad 11.$$

E da segunda,

$$P_o = \frac{6\mu l}{mhh_0^3} \left[ \frac{uhh_0}{1+m} + \frac{Q}{(1+m)^2} + C_1 \right] \quad 12.$$

Subtraíndo 11.-12.:

$$\frac{mhh_0^3}{6\mu l} \Delta P = uhh_0 \left( 1 - \frac{1}{1+m} \right) + Q \left[ 1 - \frac{1}{(1+m)^2} \right]$$

$$Q = \frac{\frac{mhh_0^3}{6\mu l} \Delta P - uhh_0 \left( 1 - \frac{1}{1+m} \right)}{1 - \frac{1}{(1+m)^2}}$$

Simplificando,

$$Q = \frac{1+m}{2+m} \left[ \frac{hh_0^3 \Delta P}{6\mu l} (m+1) - uhh_0 \right] \quad 13.$$

Como parênteses, calcularemos a vazão total(o vazamento total) nesta região, pois ela será útil quando formos calcular as perdas totais. Há dois caminhos e  $2(N+1)$  lados( $2N$  espaços internos e mais 2 externos). Assim,

$$Q_d = 4(N+1) \frac{1+m}{2+m} \left[ \frac{hh_0^3 \Delta P}{6\mu l} (m+1) - uhh_0 \right] \quad 14.$$

Rearranjando 11.,

$$C_1 = \frac{mhh_0^3}{6\mu l} P_i - uhh_0 - Q$$

Substituindo nela a expressão de  $Q$ :

$$C_1 = \frac{mhh_0^3}{6\mu l} P_i - uhh_0 - \frac{1+m}{2+m} \left[ \frac{hh_0^3(m+1)}{6\mu l} \Delta P - uhh_0 \right]$$

Voltando agora em 10., podemos escrevê-la como:

$$p = \frac{a'}{\phi^2} + \frac{b'}{\phi} + c'$$

onde  $a'$ ,  $b'$  e  $c'$  são:

$$a' = \frac{1+m}{m(2+m)} \left[ \Delta P(1+m) - \frac{6\mu l u}{h_0^2} \right]$$

$$b' = \frac{6\mu l u}{mh_0^2}$$

$$c' = P_i - \frac{6\mu l u}{mh_0^2} \left( 1 - \frac{1+m}{2+m} \right) - \frac{(1+m)^2}{m(2+m)} \Delta P$$

Agora integraremos a expressão da pressão para obter a força:

$$F = h \int_0^l p(x) dx$$

$$F = h \int_1^{1+m} p(\phi) d\phi \frac{l}{m}$$

$$F = \frac{lh}{m} \int_1^{1+m} \left( \frac{a'}{\phi^2} + \frac{b'}{\phi} + c' \right) d\phi$$

$$F = \frac{lh}{m} \left( -\frac{a'}{\phi} + b' \ln \phi + c' \phi \right) \Big|_1^{1+m}$$

$$F = \frac{lh}{m} \left[ -\frac{a'}{1+m} + b' \ln(m+1) + c'(1+m) + a' - c' \right]$$

$$F = \frac{lh}{m} \left[ a' \left( \frac{m}{1+m} \right) + b' \ln(1+m) - c'm \right]$$

Esta é a expressão que devemos derivar para encontrar as condições de estabilidade dos *doctor blades*. Contudo, ao invés de fazê-lo em função do espaço mínimo,  $h_o$ , derivaremos a força em função de um parâmetro  $s$ ,

$$s = \frac{6\mu u}{h_o^2}$$

com o objetivo de simplificar a álgebra do raciocínio. Com esta nova variável, os parâmetros da distribuição de pressão ficam:

$$a' = \frac{1+m}{m(2+m)} [(1+m)\Delta P - s]$$

$$b' = \frac{s}{m}$$

$$c' = P_i - \frac{1}{m(2+m)} [s + (1+m)^2 \Delta P]$$

e as derivadas destes parâmetros em função de  $s$  ficam:

$$\frac{da'}{ds} = -\frac{1+m}{m(2+m)}$$

$$\frac{db'}{ds} = \frac{1}{m}$$

$$\frac{dc'}{ds} = -\frac{1}{m(2+m)}$$

A 'rigidez' é:

$$\frac{dF}{ds} = \frac{lh}{m} \left[ \left( \frac{m}{1+m} \right) \frac{da'}{ds} + \ln(1+m) \frac{db'}{ds} - m \frac{dc'}{ds} \right]$$

Que substituindo as derivadas, dá:

$$\frac{dF}{ds} = \frac{lh}{m} \left[ -\frac{1}{2+m} + \frac{\ln(1+m)}{m} + \frac{1}{2+m} \right]$$

$$\frac{dF}{ds} = lh \frac{\ln(1+m)}{m^2}$$

A condição de estabilidade é que quando  $h_o$  aumente, a força diminua e vice-versa. Quando  $h_o$  aumenta,  $s$  diminui, então a condição é:

$$\frac{dF}{ds} > 0$$

$$lh \frac{\ln(1+m)}{m^2} > 0$$

$$\ln(1+m) > 0$$

$$m+1 > 1 \rightarrow m > 0$$

que vale somente para  $m \neq 0$ . Para  $m=0$ , a derivada calculada acima é nula e portanto a força independe da distância entre o disco e o 'doctor blade'. Portanto  $m=0$  não resolve o problema de estabilidade e a nossa solução é simplesmente  $m>0$ .

Este resultado é o mesmo que o obtido em manuais hidrodinâmicos. A diferença é que lá o eixo empurra o fluido para dentro da cunha, aqui o fluido empurra o eixo e a cunha é parte da geometria do 'doctor blade'. Mesmo assim o resultado é bastante intuitivo.

Ainda nesta região do escoamento, calculemos a perda de potência devido ao atrito viscoso. Faremos isto partindo de:

$$\tau_0 = \mu \left. \frac{\partial v}{\partial y} \right|_{y=0}$$

Usando a expressão para  $v$  de 8.,

$$\tau_0 = \mu \left[ \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} y + \frac{u}{h'} - \frac{h'}{2\mu} \left( \frac{dp}{dx} \right) \right]_{y=0}$$

$$\tau_0 = \frac{\mu u}{h'} - \frac{h'}{2} \left( \frac{dp}{dx} \right)$$

A expressão diferencial da potência dissipada é:

$$dH_f = \tau_0 \mu dA$$

Usaremos, numa tentativa de simplificar a álgebra (apesar de talvez obscurecer o significado físico das expressões e dos termos), a expressão 9. ao invés da expressão completa de  $\frac{dp}{dx}$ , e usaremos

também  $\phi$ :

$$dH_f = \left\{ \frac{\mu u}{h_0 \phi} - \frac{h_0 \phi}{2} \left[ -\frac{6\mu}{hh_0^3} \frac{(uhh_0\phi + 2Q)}{\phi^3} \right] \right\} hu \frac{1}{m} d\phi$$

$$dH_f = \frac{hu}{m} \left( \frac{\mu u}{h_0} \frac{1}{\phi} + \frac{3\mu u}{h_0} \frac{1}{\phi} + \frac{6\mu Q}{hh_0^2} \frac{1}{\phi^2} \right) d\phi$$

$$dH_f = \frac{hlu}{m} \left( \frac{4\mu u}{h_0} \frac{1}{\phi} + \frac{6\mu Q}{hh_0^2} \frac{1}{\phi^2} \right) d\phi$$

$$H_f = \frac{\mu hlu}{mh_0} \left( 4u \ln \phi - \frac{6Q}{hh_0} \frac{1}{\phi} \right) \Big|_{1+}$$

Substituindo a expressão de  $\phi$  para voltar a trabalhar com  $x$ :

$$H_f = \frac{\mu hlu}{mh_0} \left[ 4u \ln(1+m) - \frac{6Q}{hh_0} \left( \frac{1}{1+m} - 1 \right) \right]$$

$$H_f = \frac{\mu hlu}{mh_0} \left[ 4u \ln(1+m) + \frac{6Q}{hh_0} \frac{m}{1+m} \right]$$

Usando Q da expressão 13.:

$$H_f = \frac{\mu hlu}{mh_0} \left\{ 4u \ln(1+m) + \frac{6}{hh_0} \frac{m}{1+m} \left\{ \frac{1+m}{2+m} \left[ \frac{hh_0^3 \Delta P}{6\mu l} (1+m) - uhh_0 \right] \right\} \right\}$$

$$H_f = \frac{4\mu hlu^2 \ln(1+m)}{h_0 m} + hh_0 \mu \frac{1+m}{2+m} \Delta P - \frac{6\mu hlu^2}{h_0 (2+m)}$$

$$H_f = uh \left\{ \frac{\mu l u}{h_0} \left[ 4 \frac{\ln(1+m)}{m} - \frac{6}{m+2} \right] + h_0 \frac{1+m}{2+m} \Delta P \right\}$$

A perda total é este valor calculado para dois caminhos e  $2(N+1)$  espaços:

$$H_{f,di} = 4uh(N+1) \left\{ \frac{\mu l u}{h_0} \left[ 4 \frac{\ln(1+m)}{m} - \frac{6}{m+2} \right] + h_0 \frac{1+m}{2+m} \Delta P \right\} \quad 15.$$

Agora o espaço entre a *doctor blade* e a caixa. Nesta região, não há movimento relativo entre *doctor blade* e a caixa, portanto aqui não há perda de potência por atrito viscoso mas sim uma vazão de fluido que não produz trabalho. Novamente, como opção construtiva, podemos eliminar esta região, simplesmente fazendo com que as *doctor blades* estejam coladas à caixa, sem espaço entre elas.

Voltando às *doctor blades*, existe um limite mínimo para as dimensões de sua seção, que corresponde ao limite de resistência do material aos esforços estáticos a que a *doctor blades* estará submetida.

Calcularemos agora este limite. A preocupação será com a flexão devida ao gradiente de pressões entre um lado e o outro da lâmina

(figura 14). Desprezaremos portanto o efeito da deformação da lâmina e a flexão em y.

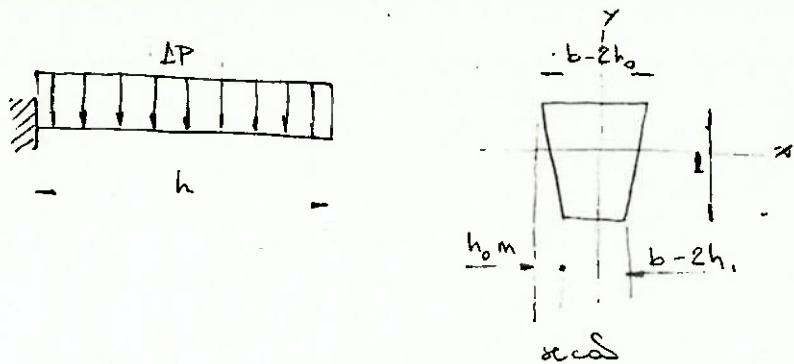


Figura 14. Esquema para cálculo da resistência dos Doctor Blades.

Em x, sendo x um eixo central, o momento de inércia é (pode ser verificado em manuais de Resistência dos Materiais):

$$I_x = \frac{I^3}{36} \left[ \frac{(b - 2h_0)^2 + 4(b - 2h_0)(b - 2h_1) + (b - 2h_1)^2}{(b - 2h_0) + (b - 2h_1)} \right]$$

O momento de flexão máximo ocorre na base engastada e é (da Resistência dos Materiais):

$$M_{\max} = \frac{h^2(b - 2h_0)}{2} \Delta P$$

A expressão da tensão é:

$$\sigma = \frac{M}{I} z$$

onde z é a distância do ponto considerado ao eixo x. No nosso caso, como  $m > 0$ , o eixo x estará deslocado de modo a ficar mais próximo da base maior da seção. Assim,  $\sigma_{\max}$  ocorrerá na base menor, onde:

$$z = \frac{I}{3} \left[ \frac{2(b - 2h_0) + (b - 2h_1)}{(b - 2h_0) + (b - 2h_1)} \right]$$

A tensão máxima será:

$$\sigma_{\max} = 6\Delta P \frac{h^2}{I^2} \left\{ \frac{(b - 2h_0)\{2(b - 2h_0) + [b - 2h_0(1+m)]\}}{(b - 2h_0)^2 + 4(b - 2h_0)[b - 2h_0(1+m)] + [b - 2h_0(1+m)]^2} \right\}$$

Sendo  $S_y$  a tensão de escoamento do material e  $C_s$  o coeficiente de segurança, a condição de resistência é:

$$C_s \sigma_{\max} < S_y$$

16.

Retornando à análise do escoamento, as regiões mais importantes seguramente já foram analisadas. Olharemos agora duas outras regiões no escoamento.

A primeira delas é aquela compreendida entre o eixo(em  $R_i$ ) e a *doctor blade*.

Com relação à perda de potência por atrito viscoso, ela poderia ser desprezada face à perda na região entre o disco e a *doctor blade* já considerada. Além disto devido à geometria do lugar, o escoamento não pode mais ser considerado unidimensional. Apesar disto, uma aproximação unidimensional estará a favor da segurança. O cálculo é o mesmo que para a região entre o disco e a *doctor blade* com  $m=0$ .

O resultado para a vazão é:

$$Q_{ds} = (b - 2h_0)(2N + 4) \frac{h_c}{2} \left( \frac{h_c^2}{6\mu l} \Delta P - R_i w \right) \quad 17.$$

equação somente válida para  $Q > 0$ , ou seja:

$$\frac{h_c^2}{6\mu l} \Delta P > R_i w$$

Quando isto não é verdade, o escoamento provocado pela movimentação do eixo é mais significativo que o provocado pela diferença de pressões e ocorre uma vazão líquida inversa. Isto fará com que o fluido não deixe o motor pois ele continuará contido nesta região, em regime permanente. Neste sentido, para vazões negativas, não haverá vazamento. Também como este fluxo está a uma pressão mais baixa, ou seja ele não impulsiona mas é impulsionado, ele não pode ser considerado como se produzisse trabalho.

O resultado para a perda de potência é:

$$H_{f,ds} = \mu R_i w (b - 2h_0)(2N + 4) \left( \frac{h_c}{2\mu l} \Delta P + \frac{R_i}{h_c} w \right) \quad 18.$$

onde  $h_c$  é o espaço entre o *doctor blade* e o eixo. O ponto para o qual esta perda é extrema em função de  $h_c$  é quando a derivada é zero:

$$\frac{1}{2\mu l} \Delta P - \frac{R_i}{h_c^2} w = 0$$

$$h_c = \sqrt{\frac{2\mu l R_i w}{\Delta P}}$$

Neste ponto a perda é mínima. Como este valor provoca uma vazão negativa em 17., se o escolhermos teremos também vazamento nulo. Isto resolve o problema nesta região. Foram desprezadas as mudanças em  $h$ ,  $R_o$  e  $R_i$  devido a  $h_c$ , mesmo porque  $h_c$  deve ser bem pequeno.

A segunda região a ser considerada é aquela entre os discos e a caixa. Novamente o escoamento não pode ser considerado unidimensional. Contudo, a favor da segurança, podemos pensar que ele não gera potência nos discos mas representa um vazamento. Usando as mesmas equações que as para o escoamento entre o último disco e a caixa e fazendo as modificações relativas ao caso, com dois caminhos:

$$Q_{out} = h_s [Nb + 2b_e + (N+1)e] \left( \frac{h_s^2}{6\pi\mu R_o} \Delta P + R_o w \right) \quad 19.$$

onde  $h_s$  representa o espaço entre os discos e a caixa e  $e$  é a espessura dos discos. Se impuséssemos  $\frac{e}{h_s} \gg 1$ , poderíamos então considerar o escoamento como unidimensional e consequentemente somar o ganho de potência nesta região, representado por:

$$H_3 = 2\pi e \mu (N+1) w R_o^2 \left( \frac{h_s}{2\pi\mu R_o} \Delta P - \frac{R_o}{h_s} w \right) \quad 20.$$

Novamente aqui e por considerar que  $h_s$  deve ter um valor pequeno desprezamos as possíveis variações em  $h$ ,  $R_i$  ou  $R_o$ .

## Mancais

### Introdução

Agora podemos iniciar o projeto dos mancais.

Dada a aplicação a que se destina este projeto(usinagem de alta precisão), usaremos mancais hidrostáticos.

Eles foram escolhidos em função de uma série de vantagens que apresentam em relação a outros tipos de mancais como mancais de rolamento ou mancais hidrodinâmicos. Estas vantagens são, basicamente:

1. Alta capacidade de suportar cargas a qualquer velocidade. Esta capacidade pode ser muito alta em função da pressão de alimentação do mancal e/ou da sua área. Apesar de que o mancal tem uma capacidade de carga significativa a velocidade zero, ela aumenta com a rotação.
2. Atrito de partida nulo e atrito em regime baixo e previsível. Este tipo de mancal tem um atrito extremamente pequeno a baixas velocidades. O atrito em rotação é linearmente proporcional à velocidade de rotação.
3. Alta rigidez. A rigidez de um mancal hidrostático é definida como a relação entre a força aplicada e o deslocamento consequente. Ela pode ser aumentada até um valor extremamente alto aumentando a pressão de alimentação, a área ou reduzindo o vão entre eixo e mancais. Além disto, a rigidez é máxima quando a excentricidade é nula.
4. Efeito de abrandamento de erros nos mancais. Devido aos espaços relativamente grandes em um mancal hidrostático em relação a mancais mecânicos, o efeito de imprecisões de forma é menor em termos relativos. Mancais hidrostáticos são menos criticamente dependentes na precisão dimensional das peças do mancal ou em outros fatores como expansão térmica.
5. Aumento de temperatura menor que em mancais mecânicos. O óleo escoando pelo mancal atua como refrigerante. Assim é

possível manter a temperatura do mancal entre limites estreitos. Isto aumenta a estabilidade dimensional.

6. Consistência de localização. A inexistência de contato físico entre as superfícies do mancal assegura esta consistência.

7. Durabilidade. Este tipo de mancal é durável pois não há contato metal-metal em nenhuma velocidade ou carga de operação. Conseqüentemente não há desgaste. Isto faz com que a vida do mancal dependa do lubrificante. Ele protege as partes na eventualidade de uma quebra ou de uma carga repentina excessiva.

8. Boas propriedades de amortecimento. A viscosidade do óleo e a geometria correta do mancal podem proporcionar um bom amortecimento à dinâmica da máquina. Isto é importante em relação à estabilidade dinâmica do mancal e no caso no qual controle através de realimentação pode ser aplicado.

Em contrapartida há algumas desvantagens nos mancais hidrostáticos. Estas desvantagens são:

1. Tolerâncias muito apertadas. O espaço entre o eixo e os mancais é pequeno para evitar vazamento excessivo e conseguir uma rigidez alta. Então a usinagem deve ser precisa e pode ser cara.

2. Necessidade de potência. Apesar de que o atrito é relativamente baixo, o gasto de potência é alto devido à necessidade de bombeamento do lubrificante a altas pressões.

3. Equipamentos acessórios. A necessidade de uma bomba, filtros, reguladores, válvulas e reservatório podem ser uma falta grave para muitas aplicações.

4. Sistema de alimentação stand-by. Uma falha no sistema de alimentação de lubrificante significa falha no mancal. Daí a necessidade deste sistema.

Apesar destas desvantagens, para uma máquina-ferramenta de precisão, os mancais hidrostáticos são uma boa opção.

Teremos um par de mancais radiais e um par de mancais axiais. Não faremos aqui praticamente nenhum desenvolvimento teórico relativo ao projeto dos mancais e sim usaremos as relações que melhor se aplicam ao caso. Para um tratamento teórico de mancais hidrostáticos veja [3, 4, 5].

Por ser provavelmente o método mais simples, a compensação ou restrição de entrada será feita por tubos capilares. Esta restrição é o elemento que garante a pressão no bolso do mancal. Começaremos pelo mancal radial.

### Mancais Radiais

Usaremos quatro bolsos usinados no mancal, com rasgos de drenagem entre eles (figura 15). Aparentemente, quatro é o número que apresenta o melhor balanço entre dificuldade de fabricação e uniformidade da rigidez em todas as direções. Os rasgos entre os bolsos diminuem o vazamento entre um bolso e outro, diminuindo consequentemente o efeito hidrodinâmico na direção radial. Isto é importante porque diminuirá o movimento radial do eixo, mas também diminuirá sua velocidade máxima permitível.

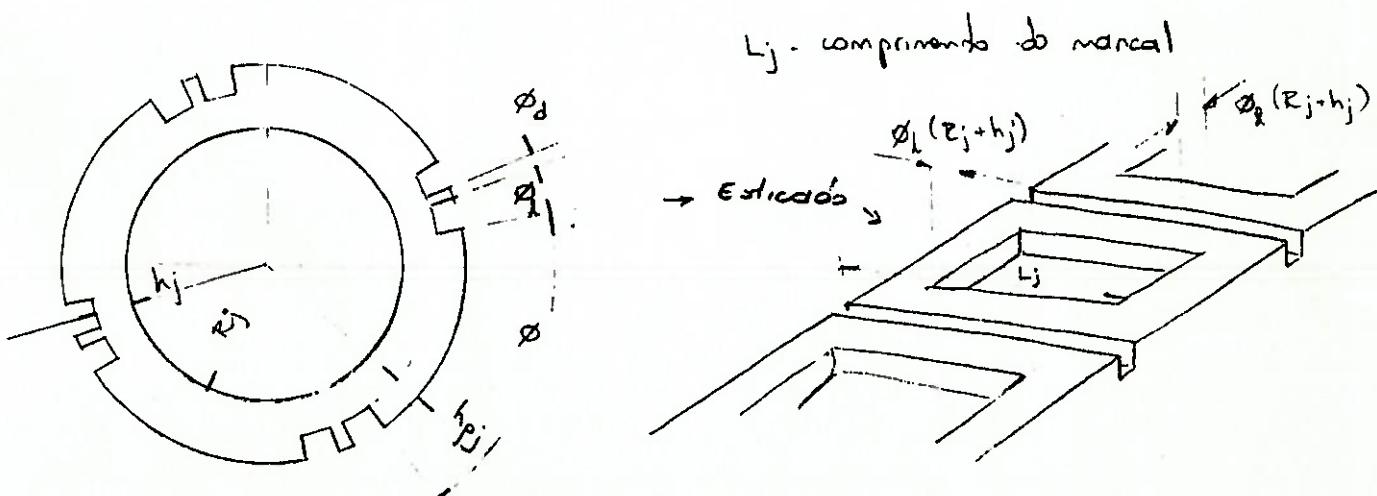


Figura 15. Mancal axial com eixo e mancal desenvolvido.

Começemos pelo projeto das restrições. Pode-se mostrar que a rigidez dos mancais é máxima quando a resistência ao fluxo na entrada é igual à da saída [2, 3, 4]. A resistência de um tubo capilar é:

$$R = \frac{8\mu l_c}{\pi r_c^4}$$

onde  $l_c$  é o comprimento do capilar e  $r_c$  seu raio interno. Também,

$$Q = \frac{(P_s - P_p)}{R}$$

onde  $Q$  é o fluxo para o bolso do mancal,  $P_s$  a pressão de entrada no capilar,  $P_p$  a pressão no bolso e  $R$  a resistência do capilar (=resistência do bolso na saída).

Temos que encontrar agora a resistência do bolso para a saída para igualá-la à resistência do tubo capilar e chegar a uma relação entre  $l_c$  e  $r_c$ . Para isto definiremos um perímetro médio  $d_m$  como o perímetro para o qual a área:

$$d_m = 2\sqrt{[L_j + \phi(R_j + h_j) + 2\phi(R_j + h_j)]^2 - 4\phi(R_j + h_j)[L_j + \phi(R_j + h_j)]}$$

onde as variáveis pertinentes estão indicadas na fig. 15.

Pode-se mostrar que a resistência na saída do bolso é [2, 4]:

$$R = 6\mu \frac{\phi(R_j + h_j)}{d_m h_j^3}$$

Para obter rigidez máxima, as resistências são iguais:

$$\frac{8\mu l_c}{\pi r_c^4} = 6\mu \frac{\phi(R_j + h_j)}{d_m h_j^3}$$

que nos dá a relação geométrica que deve ser obedecida pela restrição:

$$\frac{l_c}{r_c^4} = \frac{3}{4}\pi \frac{\phi(R_j + h_j)}{d_m h_j^3}$$

Se  $h_j \ll R_j$ , podemos reescrever as expressões acima como:

$$d_m = 2\sqrt{(L_j + \phi R_j + 2\phi R_j)^2 - 4\phi R_j(L_j + \phi R_j)}$$

e,

$$\frac{I_c}{r_c^4} = \frac{3}{4} \pi \frac{\phi R_j}{d_m h_j^3}$$

A idéia é usar uma agulha para injeções subcutâneas. Com o raio interno da agulha e a relação acima, calculamos então o comprimento de agulha necessário.

Agora a expressão da rigidez do mancal. Ela é [2, 4, 5]:

$$S_j = \frac{3 P_s A_{ej}}{2 h_j}$$

Aquí,  $A_{ej}$  é a área efetiva do mancal e sua expressão é:

$$A_{ej} = \left[ \frac{2(R_j + h_j)[L_j - \phi_j(R_j + h_j)]}{3[\phi_j(R_j + h_j)]^2 + [L_j - 2\phi_j(R_j + h_j)]\phi_j(R_j + h_j)} \right] \sin\left(\frac{\phi_j}{2}\right)$$

Se  $h_j < R_j$ ,

$$A_{ej} = \left[ 2R_j(L_j - \phi_j R_j) + \frac{4}{3}(\phi_j R_j)^2 + (L_j - 2\phi_j R_j)\phi_j R_j \right] \sin\left(\frac{\phi_j}{2}\right)$$

De qualquer forma a condição a ser obedecida é que, da definição da rigidez:

$$\frac{A_{ej}}{h_j} = \frac{2 S_j}{3 P_s} \quad 21.$$

Calculemos agora a potência perdida devido ao bombeamento de óleo aos mancais radiais. Para cada bolso de cada mancal:

$$H = Q(P_s - P_p) = \frac{(P_s - P_p)^2}{R}$$

Considerando a expressão para R e tendo escolhido quatro bolsos para cada lado, totalizando oito:

$$H_{p,j} = \frac{4 d_m h_j^3}{3 \mu \phi R_j} (P_s - P_p)^2 \quad 22.$$

Uma limitação é a velocidade a partir da qual os efeitos hidrodinâmicos não são mais desprezíveis. Estimaremos esta velocidade máxima com uma expressão conservadora:

$$V_{\max} = \frac{h_j^2}{12\mu\phi_j R_j} P_p$$

Sendo assim,

$$wR_j \leq \frac{h_j^2}{12\mu\phi_j R_j} P_p$$

ou colocando as características geométricas a serem determinadas em função das características fixas:

$$\frac{\mu R_j^2 \phi_j}{h_j^2} \leq \frac{1}{12w} \frac{P_p}{\rho} \quad 23.$$

Esta é uma das condições que devem ser obedecidas no processo de otimização do projeto.

Agora a potência perdida devido ao atrito viscoso. Para cada mancal usaremos a expressão de [4]. Com dois mancais:

$$H_{f,j} = 2\mu w^2 R_j^2 \left( \frac{A_j}{h_j} + 4 \frac{A_{pj}}{h_{pj}} \right) \quad 24.$$

onde  $h_{pj}$  é a profundidade de cada bolso;  $A_j$  é a área das restrições(*lands*) dos bolsos e  $A_{pj}$  é a área dos bolsos. As expressões destas áreas são as seguintes:

$$A_j = 4(\pi - \phi_d) \phi_j R_j^2 + 8\phi_j R_j (L_j - 2\phi_j R_j)$$

$$A_{pj} = (2\pi - 4\phi_d) R_j L_j - A_j$$

Como a pressão de entrada dos mancais será igual tanto para os radiais como para os axiais, não faremos distinção entre elas, chamando-a apenas de  $P_s$ (*supply pressure*).

### Mancais axiais

Usaremos um mancal hidrostático com um único bolso. Apesar de que um maior número de bolsos faz com que o mancal agüente não

somente esforços axiais puros mas também algum momento, a resistência aos momentos será atribuição exclusiva dos mancais radiais.

Primeiramente o projeto da restrição de entrada. Novamente, para atingir a máxima rigidez, as resistências de entrada e de saída do fluido no bolso devem ser iguais.

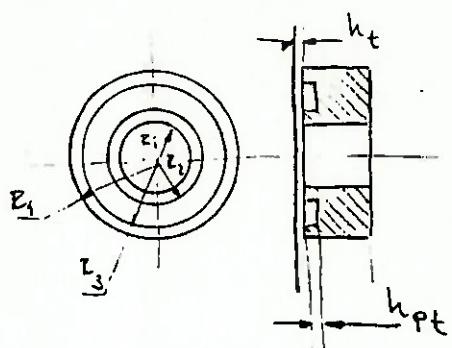


Figura 16. Mancal Axial.

A resistência de entrada é dada pela mesma expressão que a para os mancais radiais, já que é função somente do tipo de restrição, que é o mesmo para ambos casos. Sua expressão é:

$$R = \frac{8\mu/c}{\pi U_c^4}$$

A resistência de saída é dada pela seguinte expressão tomada de [4]:

$$R_t = \frac{6\mu}{\pi} \frac{\ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right) \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{h_t^3 \left[ \ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right) + \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \right]}$$

Onde as características geométricas estão indicadas na figura 16.

Igualando estas duas expressões temos a relação entre comprimento e raio interno da restrição:

$$\frac{I_e}{r_e^4} = \frac{3}{4} \frac{\ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right) \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{h_t^3 \left[ \ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right) + \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \right]}$$

A rigidez do mancal axial é:

$$S_t = \frac{3P_s A_{et}}{2 h_t}$$

onde  $A_{et}$  é a área efetiva da restrição de saída(lands) e é expressa por:

$$A_{et} = \pi \left[ \frac{R_4^2 - R_3^2}{2 \ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right)} + \frac{R_2^2 - R_1^2}{2 \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} - (R_1^2 + R_2^2) \right]$$

E novamente a condição de rigidez é:

$$\frac{A_{et}}{h_t} = \frac{2S_t}{3P_s} \quad 25.$$

A perda de potência devido ao bombeamento é:

$$H = Q(P_s - P_p) = \frac{(P_s - P_p)^2}{R_t}$$

Usando a expressão para  $R_t$  obteremos para os dois mancais:

$$H_{p,t} = \frac{\pi h_t^3}{3\mu} \frac{\ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right) + \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{\ln\left(\frac{R_4}{R_3}\right) \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} (P_s - P_p)^2 \quad 26.$$

Finalmente a perda de potência devido ao atrito viscoso:

$$H_{f,t} = \pi \mu w^2 \left\{ \frac{1}{h_t} \left[ (R_4^4 - R_3^4) + (R_2^4 - R_1^4) \right] + \frac{1}{h_{pt}} (R_3^4 - R_2^4) \right\} \quad 27.$$

Isto encerra o tratamento teórico básico ao qual o projeto do motor em partes e dos mancais está submetido. Chamaremos a atenção agora para um detalhe construtivo. Se não houver drenagem do óleo dos mancais na parte interna, ou seja, onde há interseccão de fluxos do mancal axial e do radial, a pressão de saída de um será a pressão

do bolso do outro e poderá haver um escoamento de um mancal para o outro. Como não há drenagem este fluxo tenderá a aumentar a pressão nesta região de intersecção na saída dos mancais e consequentemente a pressão nos bolsos. Isto tem a vantagem de diminuir as perdas por bombeamento por diminuir a diferença entre a pressão de alimentação e a dos bolsos ( $P_s - P_p$ ), apesar de não ter influência direta sobre a rigidez dos mancais.

Como as pressões de entrada e saída são iguais para ambos mancais e as duas resistências ao escoamento, na entrada e na saída são também iguais entre si, as pressões nos bolsos de ambos mancais serão também iguais e a chamaremos como anteriormente de  $P_p$  (pocket pressure).

### Rendimento

Analisaremos agora, pensando já no processo de otimização, como as relações obtidas acima se relacionam para chegar às potências de entrada e saída; o rendimento total, que é a relação destas potências e as condições que devem ser obedecidas, tanto geométricas como funcionais.

Começemos pela potência de entrada. Podemos escrever:

$$PI = Q_T \Delta P = (Q_1 + Q_2 + Q_d + Q_{ds} + Q_{out}) \Delta P$$

onde os termos das vazões são descritos respectivamente pelas equações 4., 6., 14., 17. e 19.. Desprezando o termo  $Q_{ds}$ , teremos:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_d + Q_{out} \quad 28.$$

Para a potência de saída escreveremos:

$$PO = H_1 + H_2 + H_3 - H_{f,d} - H_{f,ds} - H_{f,i} - H_{f,t} - H_{p,i} - H_{p,t}$$

onde os termos das potências são descritos respectivamente pelas equações 5., 7., 20., 15., 18., 24., 27., 22. e 26.. Os primeiros três termos correspondem à geração de potência e os demais correspondem a perdas. Os termos de perdas podem ser por atrito(friction) ou por bombeamento(pumping). Desprezando a

geração de potência de  $H_3$  (mesmo porquê ela pode não existir) e a perda representada por  $H_{f,d}$ , teremos:

$$PO = H_1 + H_2 - H_{f,d} - H_{f,i} - H_{f,t} - H_{p,i} - H_{p,t} \quad 29.$$

Finalmente o rendimento, que será o objeto da otimização:

$$\eta = \frac{PO}{PI} \quad 30.$$

A condição que deve ser obedecida para o motor é a condição de resistência da *doctor blade* expressa em 16.. Para os mancais as condições são as de rigidez expressas em 21. para o mancal radial e 25. para o axial. Também a condição de velocidade linear máxima expressa em 23. para o mancal radial. Finalmente a eq.28. constitui uma restrição também, já que a vazão está sendo considerada fixa.

Além destas condições funcionais há um conjunto de restrições que se referem a relações geométricas de algumas variáveis como por exemplo:

$$h = R_o - R_i$$

e,

$$R = \frac{R_o + R_i}{2}$$

relações estas que dependem do conjunto de variáveis escolhidas para serem independentes durante o processo de otimização.

### Otimização

O objetivo da otimização é encontrar o conjunto de características físicas e geométricas que tornarão máximo o rendimento global do motor, ou seja, aquele que poderá ser testado em relação a uma experiência com o motor já montado. A definição deste rendimento está expressa em 30..

O processo de otimização consistiu de duas partes. A idéia era primeiro aproximar-se de um ou mais conjuntos de dados que

gerassem ótimos, para depois usar estes conjuntos como chute inicial para um processo mais formal de otimização.

A primeira aproximação seria obtida através da geração randômica de dados que permitissem calcular o rendimento total. Gera-se um vetor de dados randômicos e calcula-se o rendimento, guardando os dez maiores resultados. Isto é repetido tantas vezes quanto se queira e os dez vetores de dados finais terão alguns pontos próximos a possíveis máximos que serão melhor estudados por um programa de otimização mais formal.

Esta primeira etapa foi realizada com um programa em *Pascal*. A parte difícil deste programa é exatamente a resolução do conjunto de equações para que o conjunto de dados final seja coerente. Devido a esta dificuldade, a versão final deste programa em *Pascal* não corresponde exatamente ao conjunto de equações exposto, mas a um conjunto similar de equações que gerou um conjunto de dados que pode ser usado como chute inicial para a segunda etapa.

A segunda etapa baseou-se na utilização de um programa de otimização formal chamado *GAMS*, um acrônimo para *General Algebraic Modeling System* (veja [1]). A partir do chute inicial dado pelo processo da etapa anterior este programa calcula um ponto de ótimo.

Esta etapa foi a mais explorada das duas. Ela serviu para avaliar a magnitude do efeito de determinadas opções construtivas e assim permitiu decisões mais acertadas no sentido de aumentar ou de pelo menos não diminuir o rendimento. Se é verdade que alguns valores do chute inicial tiveram que ser mudados para determinados conjuntos de equações e determinados limites para as variáveis (o programa *GAMS* comportou-se de maneira bastante sensível em função do chute inicial), não retornamos mais ao programa de geração de números randômicos por acreditar que o esforço consumido para a resolução do conjunto de equações nesta primeira etapa não valeria a pena em relação ao possível resultado que seria obtido.

No Apêndice A apresentamos as listagens finais usadas para o projeto correspondentes a cada uma das duas etapas de otimização. A primeira etapa, o programa em Pascal, foi realizada com o uso do compilador *Borland's Turbo Pascal v6.0*.

Falemos algo sobre a segunda etapa. A listagem apresentada corresponde ao arquivo de saída do otimizador para o conjunto de dados que foi finalmente adotado para o projeto. Ela contém uma listagem do programa ou arquivo de entrada, os resultados e algumas estatísticas sobre a resolução.

A idéia do programa *GAMS* é bem simples. O usuário divide as características do problema em variáveis e constantes e as equações do problema em restrições e função objetivo. Você informa o método de resolução e os parâmetros de resolução que quer usar e ele faz todo o 'trabalho sujo' como escolher o método a cada etapa e o caminho a seguir. Isto o torna muito fácil de usar mas reduz um pouco desta forma a sua flexibilidade e o controle da resolução. Assim, muitas vezes não obtivemos convergência a partir de um conjunto de dados(chute inicial) que sabíamos estarem próximos a um ótimo.

O formato do programa em questão é mais ou menos o seguinte:

**SCALARS**

declaração de parâmetros                      Dados

atribuição de valores aos parâmetros

**VARIABLES**

declaração de variáveis                      Modelo

atribuição de limites e chutes iniciais

**EQUATIONS**

declaração de equações

definição de equações

definição do modelo

Solve

Solução

Os dados se referem às definições de constantes ou parâmetros e às suas atribuições de valor e estão sob o título de SCALARS. As informações sobre o modelo se referem às declarações de variáveis e a atribuição de seus limites e chutes iniciais e estão sob o título de VARIABLES. Em seguida vem a declaração das equações que descrevem o comportamento do sistema sob o título de EQUATIONS. Aquí estão incluídas todas as restrições e também a função objetivo. Finalmente a definição do modelo e o método de solução são feitos após a palavra Solve.

As variáveis encontradas na listagem são exatamente as mesmas com as quais foi feito o tratamento teórico. As equações também são as mesmas com algumas equações a mais. Estas equações a mais são sete ao todo: cinco limitam as características geométricas do mancal axial; as outras duas definem outras variáveis que são usadas também nas equações. Aparentemente, estas duas últimas poderiam e deveriam ser eliminadas no sentido de diminuir o número de variáveis e isto é um fato contudo elas foram mantidas porque sua eliminação tornou impossível a convergência da solução. Isto seguramente poderia ser contornado fazendo exatamente aquilo que não foi feito: um análise mais detida a respeito do grau de liberdade do problema e da escolha das variáveis dependentes e independentes.

Depois da listagem do programa encontramos um relatório resumido da resolução do problema que inclui algumas estatísticas, um arquivo de opções usado para dar mais detalhes sobre o processo de resolução (como por exemplo, número máximo de iterações, etc.) e finalmente os resultados. Primeiro os resultados das restrições e depois o resultado das variáveis, sob o título */eve/* e entre os limites *lower* e *upper*. O valor na extrema direita corresponde ao coeficiente de sensibilidade da função objetivo no ponto de ótimo obtido.

Discutiremos agora alguns dos resultados obtidos a partir da otimização que levaram à adoção de uma ou outra solução construtiva ou de projeto. É difícil fazer uma sistematização completa para a obtenção da melhor solução porque não com qualquer conjunto de

opções conseguimos a convergência do otimizador para o ponto de ótimo.

As primeiras coisas que foram consideradas com o intuito de aumentar o rendimento foram:

1. A possibilidade de utilização de óleos diferentes para o motor e os mancais. Esta possibilidade foi levantada porque o rendimento do motor isolado é função direta da viscosidade do óleo enquanto que as perdas por atrito viscoso são função inversa da viscosidade por um lado mas não afetam a rigidez dos mancais por outro. A desvantagem é a complicação do projeto devido à necessidade de isolar partes do escoamento de outras em lugares onde há peças em rotação. Também a dificuldade em testar o protótipo construído devido à necessidade de utilizar dois sistemas hidráulicos ao invés de somente um.
2. O aumento do coeficiente de segurança dos *doctor blades* em relação à resistência estática desta vez como medida de precaução em função das dimensões mínimas da seção destas lâminas. A idéia seria aumentar este coeficiente de dois para três. O problema é a diminuição do rendimento devida ao aumento do espaço entre os discos (do qual o rendimento é função inversa) causado pelo aumento das dimensões da seção das lâminas.
3. O aumento do limite máximo no número de discos do motor. Novamente isto seria feito pois o rendimento é função direta (aproximadamente) deste número de discos. Isto pode ser visualizado pela expressão preliminar obtida no Tratamento Teórico para o rendimento. O problema aqui é que as perdas são também proporcionais ao número de discos e no final das contas houve um certo equilíbrio destes dois fatores antagônicos.
4. A eliminação do disco final. Esta possibilidade foi levantada principalmente porque o rendimento máximo teórico do escoamento na região entre o disco final e a caixa é de 1/3 como demonstrado em [2, 3]. Assim sua existência tenderia a diminuir o rendimento

global do motor. Seu desaparecimento, por outro lado, acarretaria dificuldades de projeto e construtivas. Também o efeito do rendimento destes espaços diminui à medida que o número de discos do motor aumenta, isto porque a participação deles na potência total é assim diminuída.

Abaixo reproduzimos alguns dos resultados obtidos em função das mudanças propostas. Nasas o número fora dos parênteses representa o rendimento no ponto ótimo, o primeiro entre parênteses é o limite máximo no número de discos, o segundo é o chute inicial para o número de discos e o terceiro é o número de discos no ponto ótimo considerado.

Nem todos as lacunas estão preenchidas principalmente por dificuldades na convergência com aquele conjunto de dados. Algumas delas tão pouco acrescentariam informações(qualitativamente) a esta análise.

Somente um óleo para motor e mancais

|              |     | $C_s$           |                  |
|--------------|-----|-----------------|------------------|
|              |     | 2               | 3                |
| Espaço final | sim | 55.60(20,20,20) | -                |
|              | não | -               | 54.71(100,80,20) |

Óleos diferentes para óleo e mancais

|              |     | $C_s$                               |                  |
|--------------|-----|-------------------------------------|------------------|
|              |     | 2                                   | 3                |
| Espaço final | sim | 62.92(100,20,25)<br>62.30(20,20,20) | 61.19(100,20,25) |
|              | não | -                                   | 61.19(100,20,25) |

A partir das duas tabelas acima algumas conclusões são óbvias:

- O efeito da diferenciação de óleos para o motor e mancais é significativo, em torno de 5.5%. Resta pesar esta vantagem com as dificuldades construtivas e de teste do aparelho.

2. O efeito do espaço final no rendimento total é totalmente desprezível.
3. O efeito do aumento do coeficiente de segurança é pouco significativo, em torno de 1.7%.
4. Finalmente o efeito do número de discos é muito pequeno, em torno de 0.6%, portanto este aumento não é importante para aumentar o rendimento.

Com estas conclusões algumas decisões foram tomadas:

1. O espaço final permanecerá, seu efeito não merece esforços.
2. O coeficiente de segurança dos *doctor blades* será três.

Finalmente outro tipo de modificação foi introduzida. Primeiro transformamos a velocidade de rotação do motor de constante para variável, sempre com a idéia de aumentar o rendimento global. Tendo já chegado às conclusões acima mas com dúvidas com relação à utilização de um ou dois óleos, o sistema foi otimizado com aquele conjunto de dados e os resultados foram:

Somente um óleo para motor e mancais: 57.60(100,80,100)

Óleos diferentes para motor e mancais: 65.06(100,20,52)

Podemos ver aqui que a diferença entre os rendimentos é maior que antes, da ordem de 7.3%; mesmo assim decidimos usar apenas um óleo, devido às dificuldades já citadas e o conjunto de resultados que foi usado para o projeto corresponde exatamente ao primeiro destes dois últimos experimentos, onde o rendimento é igual a 57.60%.

Houve a tentativa também de tornar variáveis outras constantes como vazão total e diferença de pressões. Contudo não conseguimos convergência para estes casos, talvez devido ao grande número de variáveis aliado ao grande grau de não linearidade das equações a serem resolvidas.

Os limites máximos no número de discos foram usados, também, para possibilitar a convergência com determinados conjuntos de dados. Daí talvez a aparente incoerência de limites máximos e chutes iniciais entre ótimos de um conjunto de dados e de outro.

Outro comentário a fazer é a respeito dos limites das variáveis em geral. Estes limites foram escolhidos tendo em mente as possibilidades reais de obtenção das dimensões limites. Esta é provavelmente a única limitação real para o projeto: a fabricação. Isto é particularmente significativo quando se trata de folgas, onde quanto menor, melhor o rendimento.

O sistema foi simulado com um número grande de variações no conjunto de dados(além da sistematização acima), desde os limites das variáveis até modificações nas equações a serem resolvidas. Isto nos deu uma certa sensibilidade com relação ao comportamento do sistema, do funcionamento do otimizador e da influência dos parâmetros do arquivo de opções. Assim, apesar de que estas conclusões podem não ser totalmente acertadas, já que não todas as possibilidades foram exploradas, elas devem ser acertadas. Além disto elas representam as melhores conclusões a que pudemos chegar.

## Conclusões

Fizemos um esquema em escala do motor mais mancais com as dimensões otimizadas e listadas no Apêndice A. Este esquema está em anexo. Pudemos observar algumas falhas na otimização, sendo as mais importantes:

1. Os rasgos de drenagem entre os bolsos do mancal radial estão tão finos que provavelmente não são capazes de proporcionar a drenagem a que se destinam. Por outro lado, ocupam um espaço que poderia ser dos bolsos do mancal. A dimensão deste dreno é consequência direta da otimização e o problema lá é que a impossibilidade de drenagem devido à dimensão do dreno não

entrou no equacionamento e o valor que foi 'chutado' para limite inferior não foi suficientemente grande.

2. As bases de ambos mancais, que representam a restrição para a saída de óleo, são demasiadamente estreitas. Para o mancal axial isto não é problema mas quando o motor não estiver funcionando e o conjunto eixo mais discos descansar sobre as bases do mancal radial, poderemos ter um esmagamento das suas bases. Novamente este problema tem como causa a otimização.
3. De um lado do eixo, há um ressalto que funciona como escora para os discos. A peça que funciona como escora para os discos no outro lado do eixo também é demasiadamente fina. Isto não é, contudo, responsabilidade total da etapa de otimização já que esta peça sequer é mencionada lá.

## Bibliografia

- [1] Brooke, Anthony et alli, *Gams/A User's Guide*, The Scientific Press, CA, 1988.
- [2] Chen, Chien-Jen, *A Laminar Flow Motor Driven Machine Tool Spindle*, A dissertation submitted to the Department of Aeronautics and Astronautics and the Committee on Graduate Studies of Stanford University in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy, 1985.
- [3] Fuller, D. D., *Theory and Practice of Lubrication for Engineers*, John Wiley and Sons, 1984.
- [4] Slocum, Alexander H., *Precision Machine Design*, Prentice Hall, New Jersey, 1992.
- [5] Stansfield, F. M., *Hydrostatic Bearings for Machine Tools*, The Machinery Publishing Co., Ltd.. London, 1970.

## **Apêndice A**

**Listagem da primeira etapa da otimização**

**Listagem da segunda etapa da otimização**

```

{N+}
program P03testmu;

uses printer;

{Using direct method for R from parabolic equation, and variable mu}

const
  X=5;                                {maximum number of guesses to keep}
  ITE=50;
  secure=0.01;
  dP=1551.32;                         {deviation from exact value for inequalities in conditions}
  Q=0.1e9/60;                           {pressure difference [kg/s2*mm], 225 psi}
  w=100/(2*pi);                        {flow [mm3/s], 26.4 gpm}
  R=100/(2*pi);                        {rotation speed [Hz], 100 rad/s}
  Pin=dP;                               {inlet pressure [dP unit]}
  Pout=0;                               {outlet pressure [kg/s2*mm]}
  Pp=1379;                             {pocket pressure for thrust bearing(leakage term) [kg/s2*mm], 200 psi}
  R1=26;                               {thrust bearing dimension [mm]}
  R2=29;                               {thrust bearing dimension [mm]}
  R3=43;                               {thrust bearing dimension [mm]}
  R4=46;                               {thrust bearing dimension [mm]}
  ht=0.036;                            {clearance between shaft and thrust bearing [mm]}
  hpt=2.16;                            {depth of pocket for thrust bearings [mm]}
  Rj=25.4;                             {journal bearing radius [mm]}
  Aj=2.92e3;                           {area of journal bearing's lands [mm]}
  Apj=1.07e3;                          {area of journal bearing's pockets [mm]}
  hj=0.025;                            {clearance between lands and shaft(journal) [mm]}
  hpj=1.524;                           {pocket depth for journal bearings [mm]}
  Sy=290e3;                            {Yield strength for doctor blade material; Carbon steel 1020 hot-rolled [kg/s2*mm]}
  Cs=1.2;                              {Security coefficient for bend of doctor blade}
  Mindbw=1;                            {Minimum acceptable width for doctor blade at smaller end}
  Maxbw=5;

type
  base=record
    ho,b,m,hoa,be,me,Ri,mu,
    Ro,u,R,h,l,e,hs,P0,           {unit with all unknowns to be guessed}
    aux :real;
    N   :integer;
  end;
  matrix=array [1..X] of base;

var
  A :matrix;
  Guess_base
  :record
    i:base;
    errori:boolean;
    ii:base;
    errorii:boolean;
  end;
  P0_min
  :record
    P0 :real;
    position :integer;
  end;
  Min,Max
  :base;                                {contain limits for the unknowns}
  i :word;                               {counter}

```

```

procedure Limits; {establishes limits for unknowns}
begin
  with Min do {lower limits in mm}
  begin
    mu:=0.1e-3;
    ho:=0.01;
    m:=0;
    hoe:=0.01;
    me:=-1& +secw0E;; {lower limits for b and be will be calculated later, through the imposed conditions}
    R:=51.01; {can't be changed;stability analysys}
    N:=1;
    h:=10;
    l:=2;
    e:=0.01;
    hs:=0.01;
  end;
  with Max do {upper limits in mm}
  begin
    mu:=10e-3;
    ho:② → S ? {upper limit me will be calculated later, through the imposed conditions}
    m:=5;
    hoe:=5;
    me:=5;
    R:=152;
    N:=20;
    l:=15;
    e:=5;
    hs:=5;
  end;
end;

procedure Guess; {guesses numbers for the unknowns in the record Guess_base}
begin
  function Ran:real; {produce random number in the range 0<=x<=1}
  begin
    randomize;
    Ran:=random(65535)/65534;
  end;

  function Cube(x:real):real;
  begin
    Cube:=sqr(x)*x;
  end;

  function Fou(x:real):real;
  begin
    Fou:=sqr(sqr(x));
  end;

var a1,b1,c1,delta {help for iterative calculus of h and l}
  :real;

{This method is like:ho=m-Min.b(geometric;Max.b determined from maximums)-b}
{hoe=me-Min.be(geometric;Max.be determined from maximums)-be}
begin
  Guess_base.errori:=true;
  Guess_base.errorii:=true;
  While (Guess_base.errori) and (Guess_base.errorii) do
    with Guess_base do
      begin
        i.mu:=Ran*(Max.mu-Min.mu)+Min.mu;
        ii.mu:=i.mu;
        i.ho:=Ran*(Max.ho-Min.ho)+Min.ho;
      end;

```

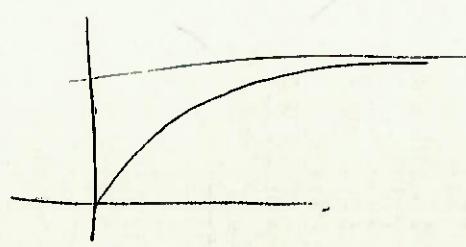
```

ii.ho:=i.ho;
i.m:=Ran*(Max.m-Min.m-secure)+Min.m; {secure for it not to reach 2(stability)}
ii.m:=i.m;
With i do
begin
  Min.b:=2*ho*(m+1)+Mindbw;
  Max.b:=2*ho*(m+1)+Maxdbw;
end;
i.b:=Ran*(Max.b-Min.b)+Min.b;
ii.b:=i.b;
i.hoe:=Ran*(Max.hoe-Min.hoe)+Min.hoe;
ii.hoe:=i.hoe;
i.me:=Ran*(Max.me-Min.me)+Min.me;
ii.me:=i.me;
With i do
if (ho*(m-1)+hoe*(me-1)) < (ho+hoe) f lower < upper
then begin
  Min.be:=ho*(m-1)+hoe*(me-1)+Mindbw;
  Max.be:=ho*(m-1)+hoe*(me-1)+Maxdbw;
end
else begin
  Min.be:=ho+hoe+Mindbw; (condition for be) not
  Max.be:=ho+hoe+Maxdbw;
end;
i.be:=Ran*(Max.be-Min.be)+Min.be;
ii.be:=i.be;
i.N:=round(Ran*(Max.N-Min.N)+Min.N);
ii.N:=i.N;
i.e:=Ran*(Max.e-Min.e)+Min.e;
ii.e:=i.e;
i.hs:=Ran*(Max.hs-Min.hs)+Min.hs;
ii.hs:=i.hs;
i.l:=Ran*(Max.l-Min.l)+Min.l;
ii.l:=i.l;

{Resistance condition of doctor blade}
with i do
begin
  Max.h:=(S1*Cube(l)*(b-2*ho+4*(b-2*ho*(m+1))+sqr(b-2*ho*(m+1))/((b-2*ho)))-
  Max.h:=sqr(b*(N+1)/(36*S1*Cube(b-10*(m+2))));CHANGE
end;
if Max.h>Min.h
then
begin
  i.h:=Ran*(Max.h-Min.h)+Min.h;
  ii.h:=i.h;

with i do
begin
  a1:=2*w*dP*h*(N*b+be-ho*(N+1)*(m+1)/(2+m));
  b1:=h*sqr(dp)*((N+1)*Cube(ho)*sqr(1+m)/(2+m)+Cube(hoe)*sqr(1+me)/(2+me))/(3*mu*1)-Q*dP;
  b1:=b1+pi*Cube(ht)*((Pin+Pout)/2-Pp)*abs((Pin+Pout)/2-Pp)/(3*mu*ln(R4/R3));
  c1:=h*sqr(dp)*(N*Cube(b)+2*Cube(be))/(6*pi*mu);
end;
delta:=sqr(b1)-4*a1*c1;
if delta>=0
then begin
  with i do
  begin
    R:=(-b1+sqrt(delta))/(2*a1);
    if (R<Max.R) and (R>Min.R)
    then begin
      errori:=false;
    end;
  end;
end;

```



```

Ro:=R+h/2;
Ri:=R-h/2;
u:=w*R;
P0:=2*dP*b*h*M*u+2*pi*u*mu*(sqr(Ro)-sqr(Ri))*(be*dP/(2*pi*mu*R)-u/be);
P0:=P0-2*pi*(N+1)*mu*sqr(w)*Cube(Ro)*e/hs;
P0:=P0-2*(N+1)*u*(u*l*h*mu*(4*ln(1+m)/m-6/(2+m))/ho+dP*h*ho*(1+m)/(2+m));
P0:=P0-mu*sqr(w)*pi*((fou(R4)-fou(R3)+fou(R2)-fou(R1))/ht+(fou(R3)-fou(R2))/hpt);
P0:=P0-2*mu*sqr(w)*sqr(Rj)*(Alj/hj+4*Apj/hpj);
aux:=pi*mu*w*sqr(R)/(dP*sqr(b));
end;
end;
with ii do
begin
R:=(-b1-sqrt(delta))/(2*a1);
if (R<Max,R) and (R>Min,R)
then begin
errorii:=false;
Ro:=R+h/2;
Ri:=R-h/2;
u:=w*R;
P0:=2*N*dP*b*u+2*pi*u*mu*(sqr(Ro)-sqr(Ri))*(be*dP/(2*pi*mu*R)-u/be);
P0:=P0-2*pi*(N+1)*mu*sqr(w)*Cube(Ro)*e/hs;
P0:=P0-2*(N+1)*u*(u*l*h*mu*(4*ln(1+m)/m-6/(2+m))/ho+dP*h*ho*(1+m)/(2+m));
P0:=P0-mu*sqr(w)*pi*((fou(R4)-fou(R3)+fou(R2)-fou(R1))/ht+(fou(R3)-fou(R2))/hpt);
P0:=P0-2*mu*sqr(w)*sqr(Rj)*(Alj/hj+4*Apj/hpj);
aux:=pi*mu*w*sqr(R)/(dP*sqr(b));
end;
end;
end;
end;

```

```

procedure minimum_P0; {calculates the minimum among the guessed P0s in the matrix A}
var i:byte;
begin
PO_min.PO:=A[i].PO; {initialization of PO_min}
PO_min.position:=1;
for i:=2 to X do
begin
with PO_min do
  if A[i].PO<PO then
  begin
    PO:=A[i].PO;
    position:=i;
  end;
end;
end;
begin
  Principal
for i:=1 to X do {initialize PO; other unknowns will be initialized within the Guess procedure}
  A[i].PO:=0;
Limits;
for i:=1 to ITE do
begin
  Guess;
  minimum_P0;
  with Guess_base do
  begin
    if (i.PO>PO_min.PO) and (not errori)
    then A[PO_min.position]:=i;
    minimum_P0;
    if (ii.PO>PO_min.PO) and (not errorii)

```

```

then A[P0_min.position]:=ii;
end;
end;

{ writeln(' h     m     b     ho    l    hoe   be    me    P0      ni    nIT    R');
for i:=1 to X do
  with A[i] do
  begin
    write(h:6:2,' ',m:4:2,' ',b:5:2,' ',ho:4:2,' ',l:6:2,' ',hoe:4:2,' ',be:5:2,' ',me:5:2,' ',P0:7,' ',P0/(Q*dP):7:3);
    writeln(' ',12*aux/(1+12*aux):6:3,' ',R:5:1);
  end; }

write(lst,' h     m     b     ho    l    hoe   be    me    P0      ni    ');
writeln(lst,' R     u     e     hs   nuT   N    mu');
for i:=1 to X do
  with A[i] do
  begin
    write(lst,h:7:2,m:7:3,b:7:3,ho:7:3,l:7:2,hoe:7:3,be:7:3,me:7:2,' ',P0:9,P0/(Q*dP):7:3);
    writeln(lst,R:8:2,u:8:1,e:7:3,hs:6:2,12*aux/(1+12*aux):6:3,N:3,nu:9);
  end;
end.

```

| h     | m     | b     | ho    | l    | hue   | be    | me    | po        | ni    | R      | v      | e     | hs   | nuT          | N | mu        |
|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-----------|-------|--------|--------|-------|------|--------------|---|-----------|
| 17.42 | 0.510 | 2.053 | 0.213 | 4.55 | 0.520 | 2.142 | -0.39 | 1.3E+0009 | 0.493 | 151.96 | 2418.5 | 0.990 | 0.99 | <u>0.702</u> | 5 | 1.1E-0003 |
| 17.43 | 0.511 | 2.055 | 0.214 | 4.56 | 0.521 | 2.144 | -0.39 | 1.3E+0009 | 0.490 | 150.45 | 2394.4 | 0.991 | 0.99 | 0.698        | 5 | 1.1E-0003 |
| 17.44 | 0.511 | 2.056 | 0.214 | 4.56 | 0.521 | 2.144 | -0.39 | 1.3E+0009 | 0.490 | 150.34 | 2392.7 | 0.991 | 0.99 | 0.697        | 5 | 1.1E-0003 |
| 17.44 | 0.511 | 2.056 | 0.214 | 4.56 | 0.521 | 2.145 | -0.39 | 1.3E+0009 | 0.490 | 150.23 | 2390.9 | 0.991 | 0.99 | 0.697        | 5 | 1.1E-0003 |
| 17.44 | 0.511 | 2.056 | 0.214 | 4.56 | 0.521 | 2.145 | -0.39 | 1.3E+0009 | 0.489 | 150.01 | 2387.4 | 0.991 | 0.99 | 0.696        | 5 | 1.1E-0003 |

POSTEST MU

$$NTE = 50000 = 5 \cdot 10^4$$

$$0.1e-3 < \mu < 10e-3$$

Σ PROBLEMS WITH RNDM FUNCTION?

This program intends to optimize efficiency for a viscous motor. The formulae consider all losses(specified in the equations statement), except for any effects on power output in the space between the disk and stator, although we do consider flow in this space, which may be considered incoherent, since we are neglecting power gain, or loss, for this space. Also, this version corrects the losses due to doctor blades, and doesn't include leakage to or from the thrust bearing, because this term is considered wrong.

```

13
14 OPTION LIMROW = 0 ;
15 OPTION LIMCOL = 0 ;
16
17 SCALARS
18     pi    trigonometric constant      /3.1415926535897932385/
19     SECURE security constant        /0.001/
20     Q     oil flow to motor
21 *   W     rotation speed
22     Pin   inlet pressure           /1551.32/
23     Pout  outlet pressure          /0/
24     dP    pressure difference
25     Pp    pocket pressure for thrust bearingS /1379/
26     Ps    supply pressure for bearings /2758/
27     Sy    yield strength of DB material steel 1020 hot-rolled
28                               /290e3/
29     Cs    security coefficient for bending of doctor blade
30                               /3/
31     Mindbw minimum width for doctor blade /1/
32     Maxdbw maximum width for doctor blade /5/
33     Sj    stiffness for journal bearing /177063600/
34     St    stiffness for thrust bearing /177063600/
35
36 VARIABLES
37     mu   absolute viscosity of oil to motor
38 *   muj  absolute viscosity of oil to journal bearing
39     ho   minimum clearance between doctor blade and disk
40     m    inclination of doctor blade
41 *   hoe  minimum clearance between doctor blade and end disk
42 *   me   inclination of end doctor blade on stator side
43     b    axial clearance between disks
44     be   axial clearance between end disk and stator
45     h    height of protruding part of disks
46     Ri   inner radius of disks
47     Ro   outer radius of disks
48     R    mean radius of protruding part of disks
49     N    number of spaces between disks
50     l    height of doctor blade
51     e    disk thickness
52     hs   clearance between disks and casing or stator
53     R1   thrust bearing dimension
54     R2   thrust bearing dimension
55     R3   thrust bearing dimension
56     R4   thrust bearing dimension
57     ht   clearance between thrust lands and shaft
58     Rj   shaft radius on journal bearing
59     Lj   length of journal bearings

```

- VARIABLE W

- SAME OIL

- NO END SPACE

- N\_UP = 150

N\_L = 80

N.LEVEL = 100

- C<sub>s</sub> = 3

$\eta = 57.60\%$

```

60      Alj    area of journal bearing lands
61      hj     clearance between journal lands and shaft
62      fil    angle width journal bearing lands
63      fid    angle width of journal drains
64      hpj    pocket depth for journal bearings
65      w      rotation speed
66      P0     power output
67
68  INTEGER VARIABLE N ;
69
70      dP = Pin - Pout;
71      Q = 0.1e9/60;
72  *      W=100/(2*pi);
73
74  * BOUNDS FOR 'INDEPENDENT' VARIABLES
75      mu.L0 = 1e-5      ; mu.UP = 10e-3      ; mu.L = 1e-3 ;
76  *      muj.L0 = 0.1e-3   ; muj.UP = 10e-3   ; muj.L = 5e-4 ;
77      ho.L0 = 0.01      ; ho.UP = 2          ; ho.L = .102 ;
78      m.L0 = 0+SECURE   ; m.UP = 5          ; m.L = .231 ;
79  *      hoe.L0 = 0.01    ; hoe.UP = 2        ; hoe.L = .102 ;
80  *      me.L0 = -1+SECURE ; me.UP = 5        ; me.L = -.72 ;
81      R.L0 = 50         ; R.UP = 70        ; R.L = 70 ;
82      N.L0 = 10         ; N.UP = 100       ; N.L = 80 ;
83      h.L0 = 20         ; h.UP = 20        ; h.L = 20 ;
84      l.L0 = 1           ; l.UP = 15        ; l.L = 8 ;
85      e.L0 = 1           ; e.UP = 5         ; e.L = 1 ;
86      hs.L0 = 0.5        ; hs.UP = 5        ; hs.L = .5 ;
87      hj.L0 = 0.025     ; hj.UP = 0.05     ; hj.L = 0.025 ;
88      Rj.L0 = 15         ; Rj.UP = 25       ; Rj.L = 22 ;
89      Lj.L0 = sqrt(2)*Sj*hj.L0/(3*Ps*Rj.UP) ;
90      Lj.UP = sqrt(2)*Sj*hj.UP/(3*Ps*Rj.L0) ;
91      Lj.L = sqrt(2)*Sj*hj.L/(3*Ps*Rj.L) ;
92      fil.L0 = 0.04      ; fil.UP = 0.1       ; fil.L = 0.05 ;
93      fid.L0 = 0.02      ; fid.UP = 0.04      ; fid.L = 0.02 ;
94      hpj.L0 = 20*hj.L0 ;
95      hpj.UP = 2 ;
96      hpj.L = 1.524 ;
97      Alj.L0 = 4*pi*sqr(Rj.L0+hj.L0)*fil.L0+4*fil.L0*(Rj.L0+hj.L0)
                           *(Lj.L0-2*fil.L0*(Rj.L0+hj.L0)) ;
98      Alj.UP = 4*pi*sqr(Rj.UP+hj.UP)*fil.UP+4*fil.UP*(Rj.UP+hj.UP)
                           *(Lj.UP-2*fil.UP*(Rj.UP+hj.UP)) ;
99      Alj.L = 4*pi*sqr(Rj.L+hj.L)*fil.L + 4*fil.L*(Rj.L+hj.L)
                           *(Lj.L-2*fil.L*(Rj.L+hj.L)) ;
100     ht.L0 = 0.03      ; ht.UP = 0.1       ; ht.L = 0.036 ;
101     R2.L0 = 21         ; R2.UP = 30       ; R2.L = 21 ;
102     R3.L0 = 22         ; R3.UP = 35       ; R3.L = 22 ;
103     R1.L0 = 20         ; R1.UP = 25       ; R1.L = 25 ;
104     R4.L0 = 23         ; R4.UP = 40       ; R4.L = 28 ;
105
106  * BOUNDS FOR 'DEPENDENT' VARIABLES
107      b.L0 = 2*ho.L*(m.L+1)+Mindbw;
108      b.UP = 2*ho.L*(m.L+1)+Maxdbw;
109      be.L0 = ho.L*(m.L+1)+Mindbw;
110      be.UP = ho.L*(m.L+1)+Maxdbw;
111      h.UP = sqrt(Sy*sqr(l.L)*(sqr(b.L-2*ho.L)+
```

```

112      4*(b.L-2*ho.L)*(b.L-2*ho.L*(m.L+1))+sqr(b.L-2*ho.L*(m.L+1)))/
113      (6*Cs*dP*(2*sqr(b.L-2*ho.L)+(b.L-2*ho.L)*(b.L-2*ho.L*(m.L+1))
114      ))));
114      Ri.L0 = R.L0 - h.UP/2;
115      Ri.UP = R.UP - h.L0/2;
116      Ro.L0 = R.L0 + h.L0/2;
117      Ro.UP = R.UP + h.UP/2;
118
119      w.UP = 32 ; w.L0 = 1 ; w.L = 15 ;
120
121 * INITIAL GUESSES FOR 'DEPENDENT' VARIABLES
122      b.L = 0.5 ;
123      * 1.251 ;
124      * 1.437 ;
125      be.L = 1.390 ;
126      h.L = 20 ;
127      Ri.L = R.L - h.L/2 ;
128      Ro.L = R.L + h.L/2 ;
129
130 EQUATIONS
131      SJD      stiffness for journal bearing definition
132      ALJD     area of journal bearing lands definition
133      MAXW    rotation speed limit for journal
134      STD      stiffness for thrust bearing
135      GEO1     geometric constraint for journal bearing
136      GEO2     geometric constraint for journal bearing
137      GEO3     geometric constraint for journal bearing
138      GEO4     geometric constraint for journal bearing
139      GEO5     geometric constraint for journal bearing
140      HD       height of disk definition
141      RD       mean radius definition
142      DBRES    doctor blade resistance condition
143      POWERIN   power input condition
144      POWEROUT  objective function (power output) ;
145
146      SJD ..    sin((pi/2-fiD-2*fjL)/2)*(2*(Lj-fjL*(Rj+hj))
147                      *Rj+4*sqr(fjL*(Rj+hj))/3+
148      (Lj-2*(Rj+hj)*fjL)*(Rj+hj)*fjL)/hj :=G= 2*Sj/(3*Ps) ;
149      ALJD ..    Alj :=E= 4*(pi-2*fiD)*sqr(Rj+hj)*fjL + 8*fjL*(Rj+hj)
150                      *(Lj-2*fjL*(Rj+hj)) ;
151      MAXW ..    Rj*(Rj+hj)*fjL*mu/sqr(hj) :=L= Pp/(12*w) ;
152      STD ..     pi*((sqr(R4)-sqr(R3))/(2*log(R4/R3)) + (sqr(R2)-
153                      sqr(R1))/(2*log(R2/R1)) - sqr(R1) - sqr(R2))/ht :=G=
154                      2*St/(3*Ps) ;
155      GEO1 ..    R1 - (Rj + h) :=G= 0 ;
156      GEO2 ..    Ri - R4 :=G= 0 ;
157      GEO3 ..    R4 - R3 :=G= 0.1 ;
158      GEO4 ..    R3 - R2 :=G= 1 ;
159      GEO5 ..    R2 - R1 :=G= 0.1 ;
160
161      DBRES ..   6*Cs*dP*sqr(h)*(2*sqr(b-2*ho)+(b-2*ho*(m+1))*(b-2*ho))/
162      (sqr(1)*(sqr(b-2*ho)+4*(b-2*ho)*(b-2*ho*(m+1))+sqr(b-2*ho*(m+1))

```

```

))> =L= Sy ;
163
164 POWERIN .. Q*dP =E=
165     N*dP*h*b*(2*w*R+sqr(b)*dP/(6*pi*R*mu)) +
166     be*h*dP*(2*w*R+sqr(be)*dP/(3*pi*R*mu)) +
167     4*(N+1)*ho*h*dP*(m+1)/(m+2)*(sqr(ho)*dP*(m+1)/(6*mu*1)-w*R) +
168 *     2*sqr(dP)*h*(hoe**3)/(3*mu*1)*sqr(1+me)/(2+me) +
169     (N*b+2*be+(N+1)*e)*hs*dP*(sqr(hs)*dP/(6*mu*pi*(Ro+hs/2))+w*Ro)
;
170
171 POWEROUT .. PO =E=  $\frac{1}{W_1}$ 
172     2*N*dP*b*h*w*R +  $\frac{1}{W_2}$ 
173     2*pi*w*R*mu*(sqr(Ro)-sqr(Ri))*(dp*be/(2*pi*mu*R)-w*R/be) -  $\frac{1}{W_2}$ 
174     4*w*R*(N+1)*(mu*1*h*w*R/ho*(4*log(1+m)/m-6/(2+m))  $\frac{1}{W_1}$  -
 $\frac{1}{W_2}$ 
     +dP*h*ho*(1+m)/(2+m)) -
175     pi*mu*sqr(w)*((R4**4-R3**4+R2**4-R1**4)/ht+(R3**4-R2**4)
     *hj/(hpj*ht)) -  $\frac{1}{W_2}$ 
176     2*mu*sqr(w)*sqr(Rj)*(Alj/hj+4*(2*pi*(Rj+hj)
     *Lj-Alj-4*fjD*(Rj+hj)*Lj)/hpj) -  $\frac{1}{W_1}$ 
177     4*sqr(Ps-Pp)*(hj**3)*sqrt(sqr(Lj+Rj*(pi/2-fjD-2*fjL))
     +2*fjL*(Rj+hj))-  $\frac{1}{W_1}$ 
178     4*fjL*(Rj+hj)*(Lj+Rj*(pi/2-fjD-2*fjL))/(3*mu*fjL*(Rj+hj)) -  $\frac{1}{W_1}$ 
179     pi*sqr(Ps-Pp)*(ht**3)*(log(R4/R3)+log(R2/R1))/(3*mu*log(R4/R3)
     *log(R2/R1));  $\frac{1}{W_1}$ 
180
181
182 MODEL PROJECT efficiency optimization for viscous motor /ALL/ ;  $\frac{1}{W_1}$ 
183
184 SOLVE PROJECT USING RMIDNLP MAXIMIZING PO ;

```

COMPILATION TIME = 0.032 MINUTES

GAMS 2.05/S PC AT/XT

93/10/16 17:44:41 PAGE 5

AN OPTIMIZATION MODEL FOR A VISCOUS MOTOR

MODEL STATISTICS SOLVE PROJECT USING RMIDNLP FROM LINE 184

MODEL STATISTICS

|                     |      |                  |    |
|---------------------|------|------------------|----|
| BLOCKS OF EQUATIONS | 14   | SINGLE EQUATIONS | 14 |
| BLOCKS OF VARIABLES | 27   | SINGLE VARIABLES | 27 |
| NON ZERO ELEMENTS   | 81   | NON LINEAR N-Z   | 62 |
| DERIVATIVE POOL     | 39   | CONSTANT POOL    | 26 |
| CODE LENGTH         | 3278 |                  |    |

GENERATION TIME = 0.027 MINUTES

EXECUTION TIME = 0.061 MINUTES

AN OPTIMIZATION MODEL FOR A VISCOUS MOTOR

SOLUTION REPORT SOLVE PROJECT USING RMIDNLP FROM LINE 184

## S O L V E      S U M M A R Y

|        |         |           |          |
|--------|---------|-----------|----------|
| MODEL  | PROJECT | OBJECTIVE | PO       |
| TYPE   | RMIDNLP | DIRECTION | MAXIMIZE |
| SOLVER | MINOS5  | FROM LINE | 184      |

\*\*\*\* SOLVER STATUS 1 NORMAL COMPLETION

\*\*\*\* MODEL STATUS 2 LOCALLY OPTIMAL

\*\*\*\* OBJECTIVE VALUE 1489590085.4000

RESOURCE USAGE, LIMIT 39.214 1000.000

ITERATION COUNT, LIMIT 8057 10000

EVALUATION ERRORS 0 0

M I N O S 5.2 (Mar 1988)

= = = = =

B. A. Murtagh, University of New South Wales  
andP. E. Gill, W. Murray, M. A. Saunders and M. H. Wright  
Systems Optimization Laboratory, Stanford University.

=====

M I N O S 5.2 (Mar 1988)

=====

## OPTIONS file

```

BEGIN GAMS/MINOS options *this is to enlargen maximum iteration limits
  iterations limit      10000 *default is 1000
  Major iterations       20000 *default is 50
  Minor iterations       100   *default is 40
  * Linesearch tolerance 0.1   *default is 0.1
  * feasibility tolerance 1e-6 *default is 1e-6
  * major damping parameter 200 *default is 2
  * minor damping parameter 200 *default is 2
  * LU factor tolerance   25   *default is 10
  * Penalty parameter     10000 *default is 100
  * row tolerance          1e-4 *default is 1e-6
  * completion             Partial *default is Full
END GAMS/MINOS options

```

WORK SPACE NEEDED (ESTIMATE) -- 3471 WORDS.

WORK SPACE AVAILABLE -- 8100 WORDS.

EXIT -- OPTIMAL SOLUTION FOUND

MAJOR ITNS, LIMIT 91 20000

FUNOBJ, FUNCON CALLS 25829 25872

SUPERBASIC 3

INTERPRETER USAGE 29.78

NORM RG / NORM PI 7.236E-09

AN OPTIMIZATION MODEL FOR A VISCOUS MOTOR

SOLUTION REPORT SOLVE PROJECT USING RMIDNLP FROM LINE 184

|                   | LOWER     | LEVEL     | UPPER     | MARGINAL  |
|-------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ---- EQU SJD      | 42800.000 | 42800.000 | +INF      | -1.561E+4 |
| ---- EQU ALJD     | .         | .         | .         | -826.923  |
| ---- EQU MAXW     | -INF      | .         | .         | 9.9467E+6 |
| ---- EQU STD      | 42800.000 | 42800.000 | +INF      | -13.397   |
| ---- EQU GEO1     | .         | 5.319     | +INF      | .         |
| ---- EQU GEO2     | .         | 30.861    | +INF      | .         |
| ---- EQU GEO3     | 0.100     | 0.423     | +INF      | .         |
| ---- EQU GEO4     | 1.000     | 7.716     | +INF      | .         |
| ---- EQU GEO5     | 0.100     | 0.633     | +INF      | .         |
| ---- EQU HD       | .         | .         | .         | -2.862E+5 |
| ---- EQU RD       | .         | .         | .         | 1.7720E+5 |
| ---- EQU DBRES    | -INF      | 2.9000E+5 | 2.9000E+5 | 219.204   |
| ---- EQU POWERIN  | -2.586E+9 | -2.586E+9 | -2.586E+9 | EPS       |
| ---- EQU POWEROUT | .         | .         | .         | 1.000     |

SJD STIFFNESS FOR JOURNAL BEARING DEFINITION  
 ALJD AREA OF JOURNAL BEARING LANDS' DEFINITION  
 MAXW ROTATION SPEED LIMIT FOR JOURNAL  
 STD STIFFNESS FOR THRUST BEARING  
 GEO1 GEOMETRIC CONSTRAINT FOR JOURNAL BEARING  
 GEO2 GEOMETRIC CONSTRAINT FOR JOURNAL BEARING  
 GEO3 GEOMETRIC CONSTRAINT FOR JOURNAL BEARING  
 GEO4 GEOMETRIC CONSTRAINT FOR JOURNAL BEARING  
 GEO5 GEOMETRIC CONSTRAINT FOR JOURNAL BEARING  
 HD HEIGHT OF DISK DEFINITION  
 RD MEAN RADIUS DEFINITION  
 DBRES DOCTOR BLADE RESISTANCE CONDITION  
 POWERIN POWER INPUT CONDITION  
 POWEROUT OBJECTIVE FUNCTION (POWER OUTPUT)

|              | LOWER     | LEVEL   | UPPER    | MARGINAL  |
|--------------|-----------|---------|----------|-----------|
| ---- VAR MU  | 1.0000E-5 | 0.009   | 0.010    | .         |
| ---- VAR HO  | 0.010     | 0.108   | 2.000    | EPS       |
| ---- VAR M   | 0.001     | 0.001   | 5.000    | -8.875E+6 |
| ---- VAR B   | 1.251     | 1.251   | 5.251    | -5.145E+8 |
| ---- VAR BE  | 1.126     | 1.126   | 5.126    | -5.507E+6 |
| ---- VAR H   | 20.000    | 20.000  | 39.120   | -4.545E+6 |
| ---- VAR RI  | 30.440    | 60.000  | 60.000   | .         |
| ---- VAR RO  | 60.000    | 80.000  | 89.560   | .         |
| ---- VAR R   | 50.000    | 70.000  | 70.000   | 1.1681E+7 |
| ---- VAR N   | 10.000    | 100.000 | 100.000  | 1.9513E+5 |
| ---- VAR L   | 1.000     | 4.389   | 15.000   | .         |
| ---- VAR E   | 1.000     | 1.000   | 5.000    | -1.330E+7 |
| ---- VAR HS  | 0.500     | 0.500   | 5.000    | -7.191E+7 |
| ---- VAR R1  | 20.000    | 20.367  | 25.000   | EPS       |
| ---- VAR R2  | 21.000    | 21.000  | 30.000   | -9.176E+4 |
| ---- VAR R3  | 22.000    | 28.716  | 35.000   | EPS       |
| ---- VAR R4  | 23.000    | 29.139  | 40.000   | .         |
| ---- VAR HT  | 0.030     | 0.030   | 0.100    | -5.478E+7 |
| ---- VAR RJ  | 15.000    | 15.000  | 25.000   | -1.452E+6 |
| ---- VAR LJ  | 30.264    | 100.881 | 100.881  | 6.5987E+6 |
| ---- VAR ALJ | 183.340   | 592.357 | 1749.166 | .         |

GAMS 2.05/S PC AT/XT  
AN OPTIMIZATION MODEL FOR A VISCOUS MOTOR  
SOLUTION REPORT SOLVE PROJECT USING RMIDNLP FROM LINE 184

93/10/16 18:24:02 PAGE 8

|              | LOWER | LEVEL     | UPPER  | MARGINAL  |
|--------------|-------|-----------|--------|-----------|
| ---- VAR HJ  | 0.025 | 0.048     | 0.050  | .         |
| ---- VAR FIL | 0.040 | 0.040     | 0.100  | -8.962E+9 |
| ---- VAR FID | 0.020 | 0.020     | 0.040  | -3.679E+8 |
| ---- VAR HPJ | 0.500 | 2.000     | 2.000  | 4.4818E+5 |
| ---- VAR W   | 1.000 | 3.321     | 32.000 | .         |
| ---- VAR PO  | -INF  | 1.4896E+9 | +INF   | .         |

|     |   |
|-----|---|
| MU  | ABSOLUTE VISCOSITY OF OIL TO MOTOR              |
| HO  | MINIMUM CLEARANCE BETWEEN DOCTOR BLADE AND DISK |
| M   | INCLINATION OF DOCTOR BLADE                     |
| B   | AXIAL CLEARANCE BETWEEN DISKS                   |
| BE  | AXIAL CLEARANCE BETWEEN END DISK AND STATOR     |
| H   | HEIGHT OF PORTRUDING PART OF DISKS              |
| RI  | INNER RADIUS OF DISKS                           |
| RO  | OUTER RADIUS OF DISKS                           |
| R   | MEAN RADIUS OF PORTRUDING PART OF DISKS         |
| N   | NUMBER OF SPACES BETWEEN DISKS                  |
| L   | HEIGHT OF DOCTOR BLADE                          |
| E   | DISK THICKNESS                                  |
| HS  | CLEARANCE BETWEEN DISKS AND CASING OR STATOR    |
| R1  | THRUST BEARING DIMENSION                        |
| R2  | THRUST BEARING DIMENSION                        |
| R3  | THRUST BEARING DIMENSION                        |
| R4  | THRUST BEARING DIMENSION                        |
| HT  | CLEARANCE BETWEEN THRUST LANDS AND SHAFT        |
| RJ  | SHAFT RADIUS ON JOURNAL BEARING                 |
| LJ  | LENGTH OF JOURNAL BEARINGS                      |
| ALJ | AREA OF JOURNAL BEARING LANDS                   |
| HJ  | CLEARANCE BETWEEN JOURNAL LANDS AND SHAFT       |
| FIL | ANGLE WIDTH JOURNAL BEARING LANDS               |
| FID | ANGLE WIDTH OF JOURNAL DRAINS                   |
| HPJ | POCKET DEPTH FOR JOURNAL BEARINGS               |
| W   | ROTATION SPEED                                  |
| PQ  | POWER OUTPUT                                    |

\*\*\*\* REPORT SUMMARY :        0    NONOPT  
                              0    INFEASIBLE  
                              0    UNBOUNDED  
                              0    ERRORS

\*\*\*\* FILE SUMMARY

INPUT C:\GAMS205\GAMSLIB\WORK\VARROT.GMS  
OUTPUT C:\GAMS205\GAMSLIB\WORK\VARROT.LST

GAMS 2.05/S MC AT/XT

AN OPTIMIZATION MODEL FOR A VISCOUS MOTOR  
SOLUTION REPORT

SOLVE PROJECT USING RMIDNLP FROM LINE 184

93/10/16 18:24:02 PAGE 9

EXECUTION TIME = 0.038 MINUTES