

GABRIELI CAVALHEIRO DE CASTRO

**AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE ESCRITÓRIOS DE
ASSESSORIA DE INVESTIMENTOS: UMA APLICAÇÃO DA
ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA)**

**São Paulo
2024**

GABRIELI CAVALHEIRO DE CASTRO

**AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE ESCRITÓRIOS DE
ASSESSORIA DE INVESTIMENTOS: UMA APLICAÇÃO DA
ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA)**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
a obtenção do diploma de Engenheiro de
Produção.

Orientador: Prof. Dr. [Dario Ikuo Miyake](#)

**São Paulo
2024**

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo-na-publicação

de Castro, Gabrieli Cavalheiro

AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE ESCRITÓRIOS DE ASSESSORIA DE INVESTIMENTOS: UMA APLICAÇÃO DA ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA) / G. C. de Castro -- São Paulo, 2024.

102 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1.DEA 2.Eficiência 3.Desempenho 4.Escritórios de Investimentos
5.Benchmarks I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica.
Departamento de Engenharia de Produção II.t.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que me ajudou em todo o tempo.

Aos meus pais, que acreditaram em mim mais do que eu mesmo.

Ao meu orientador, Prof. Dario Ikuo, por ter me acompanhado nesta jornada e por ser sempre muito solícito, parceiro e paciente.

À Escola Politécnica da USP, por ter me dado a oportunidade de formação distinta e abrir inúmeras portas em minha vida profissional.

"A verdadeira viagem de descobrimento não consiste em procurar novas paisagens, e sim em ter novos olhos." - Marcel Proust

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo avaliar a eficiência de 30 escritórios de investimento que mais contribuem para os resultados financeiros de uma Corretora de Títulos e Valores Mobiliários (CTVM), vinculando a análise ao desempenho associado a apenas um produto financeiro específico. Para alcançar este objetivo, empregou-se a de Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* – DEA), aplicando o modelo BCC (Banker, Charnes e Cooper) com orientação para maximização de *outputs*. Esta escolha se deve ao fato de o modelo permitir a consideração de retornos variáveis de escala, o que é particularmente adequado para o setor financeiro por capturar a eficiência em diferentes magnitudes de operações. Assim, através da aplicação da DEA, foi possível identificar as principais variáveis que influenciam positivamente o desempenho dos escritórios e estabelecer *benchmarks*, criando insumos para orientar os escritórios menos eficientes sobre como melhorar sua gestão e desempenho operacional. A seleção dos Indicadores-Chave de Desempenho (*Key Performance Indicator* - KPIs) focou em variáveis que efetivamente descrevem a eficiência em relação ao produto financeiro em questão, permitindo uma análise mais específica, mas que pode ser expandida para incluir múltiplos produtos financeiros em análise futuras, proporcionando uma visão mais holística do desempenho dos escritórios.

Palavras-chave: DEA, Eficiência, Desempenho, Escritórios de Investimentos, *Benchmarks*.

ABSTRACT

This study aims to evaluate the efficiency of 30 investment offices that contribute the most to the financial results of a Brokerage Firm (CTVM), linking the analysis to the performance associated with a specific financial product. To achieve this objective, Data Envelopment Analysis (DEA) was employed, using the BCC model (Banker, Charnes e Cooper) with an orientation towards maximizing outputs. This choice is due to the model's ability to consider variable returns to scale, which is particularly suitable for the financial sector as it captures efficiency across different magnitudes of operations. Through the application of DEA, it was possible to identify the main variables that positively influence the offices' performance and establish benchmarks, providing inputs to guide less efficient offices on how to improve their management and operational performance. The selection of Key Performance Indicators (KPIs) focused on variables that effectively describe efficiency in relation to the specific financial product, allowing for a more specific analysis that can be expanded to include multiple financial products in future analyses, providing a more holistic view of office performance.

Keywords: DEA, Efficiency, Performance, Investment Funds, Benchmarks.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Esquema Conceitual da Produtividade.	29
Figura 2: Representação da Fronteira de Eficiência.	31
Figura 3: Representação da Escala de Produção.	32
Figura 4: Representação dos tipos de eficiência.	33
Figura 5 - Representação das Fronteiras de Eficiência para os modelos de DEA CRS e VRS	37
Figura 6 - Modelos de DEA.	37
Figura 7 - Etapas do estudo.	44
Figura 8 - Representação do processo de obtenção e tratamento dos dados.	46
Figura 9 - Gráfico de Pareto – Distribuição das DMUs ordenadas por Patrimônio sob Gestão.	48
Figura 10 - Gráfico de Pareto – Distribuição das 30 maiores DMUs em patrimônio sob gestão.	49
Figura 11 - Seleção do modelo de DEA no software OSDEA.	51
Figura 12 - Interface gráfica do software OSDEA e principais etapas na resolução de um problema de DEA.	57
Figura 13 - Método I-O <i>Stepwise</i> exaustivo completo.	60
Figura 14 - Método Multicritério para Seleção de Variáveis em Modelos de DEA.	61
Figura 15 - Dados de entrada (input e output) inseridos no software OSDEA.	64
Figura 16 - Resultado da eficiência técnica por DMU obtido pelo software OSDEA.	65
Figura 17 - Inputs e Outputs do modelo de DEA com a sexta variável selecionada.	73
Figura 18 - Inversão do Modelo de DEA para cálculo da Eficiência Invertida.	75
Figura 19 - Heatmap para representar os pesos u_j e v_i de cada input e output no cálculo da eficiência das DMUs.	78
<i>Figura 20 - Heatmap para representar a importância relativa das DMUs eficientes (λ_r) no modelo das DMUs ineficientes.</i>	<i>79</i>
Figura 21 - Metas de outputs para as DMUs ineficientes maximizarem sua eficiência.	81
Figura 22 - <i>Inputs</i> das DMUs U12 e U15.	88
Figura 23 - <i>Outputs</i> das DMUs U12 e U15.	88
Figura 24 - <i>Inputs</i> das DMUs U28 e U29.	90
Figura 25 - <i>Outputs</i> das DMUs U28 e U29.	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Aplicações da DEA no setor financeiro brasileiro.	40
Tabela 2 - Métodos de seleção de variáveis	41
Tabela 3 - Distribuição das DMUs por acesso à ferramenta Bloomberg	48
Tabela 4 - Modelos BCC com orientação a output	51
Tabela 5 - Variáveis de Input e Output.....	52
Tabela 6 - Dados Normalizados	58
Tabela 7 - Resultado das eficiências por DMU para cada par input-output possível da combinação de 1 input com 1 output (Continua)	66
Tabela 8 - Escolha da Terceira Variável	69
Tabela 9 - Escolha da Quarta Variável.....	70
Tabela 10 - Escolha da Quinta Variável.....	71
Tabela 11 - Escolha da Sexta Variável.....	72
Tabela 12: Eficiência Técnica obtida pelo modelo BCC	77
Tabela 13: Benchmarks das DMUs Ineficientes pelo Modelo de Eficiência Técnica	80
Tabela 14 - Eficiência Técnica e Eficiência Invertida.....	82
Tabela 15 - Eficiência Composta e Eficiência Normalizada.....	84
Tabela 16 - Ranking pela Eficiência Composta Normalizada e pela Metodologia Interna da CTVM.....	85

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AAI	Agente Autônomo de Investimento
AA	Assessores que realizaram Aplicação
AC	Assessores Cadastrados
BCC	Banker, Charnes e Cooper
CA	Clientes que realizaram Aplicação
CC	Clientes Cadastrados
CCR	Charnes, Cooper e Rhodes
CRM	<i>Customer Relationship Management</i>
CRS	<i>Constant Returns to Scale</i>
CTVM	Corretora de Títulos e Valores Mobiliários
CVM	Comissão de Valores Mobiliários
DEA	<i>Data Envelopment Analysis</i>
DMU	<i>Decision Making Unit</i>
KPI	<i>Key Performance Indicator</i>
OSDEA	<i>Open-source</i> DEA
RPX	Receita do Produto X
POP	Patrimônio de Outros Produtos
PL	Patrimônio Líquido
PPX	Patrimônio do Produto X
PPXY	Patrimônio do Produto XY
PPXZ	Patrimônio do Produto XZ
VRS	<i>Variable Returns to Scale</i>

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	18
1.1	Apresentação	18
1.2	Motivação	18
1.3	Problemática e Relevância Do Trabalho	19
1.4	Escopo do Problema	21
1.5	Análise de Eficiência das Instituições Financeiras	21
1.5.1	<i>Índices Financeiros</i>	22
1.5.2	<i>Análise de Regressão e Fronteira Estocástica</i>	22
1.5.3	<i>Análise Envoltória de Dados</i>	23
1.6	Objetivos.....	23
1.6.1	<i>Objetivo Geral</i>	23
1.6.2	<i>Objetivos Específicos.....</i>	24
1.7	Estrutura do Trabalho	24
2	REVISÃO DA LITERATURA.....	25
2.1	Revisão Conceitual	25
2.1.1	<i>Escritórios de Investimentos.....</i>	25
2.1.2	<i>Unidade Tomadora de Decisão (DMU - Decision Making Unit)</i>	25
2.1.3	<i>Eficiência, Eficácia e Produtividade</i>	26
2.1.4	<i>Fronteira de Eficiência e Função da Produção</i>	30
2.1.5	<i>Tipos de Eficiência</i>	33
2.2	A Metodologia DEA	35
2.2.1	<i>Benchmarking</i>	36
2.2.2	<i>Modelos de DEA</i>	36
2.2.3	<i>Relação entre Variáveis e DMUs</i>	43
3	METODOLOGIA.....	44
3.1	Coleta de Dados	44

3.2	Seleção das DMUs.....	47
3.3	Definição do Modelo de DEA	49
3.4	Seleção das Variáveis	52
3.4.1	<i>Patrimônio do Produto X</i>	53
3.4.2	<i>Patrimônio do Produto XY e Patrimônio do Produto XZ</i>	53
3.4.3	<i>Patrimônio de outros Produtos</i>	54
3.4.4	<i>AAIs cadastrados</i>	54
3.4.5	<i>Clientes cadastrados</i>	54
3.4.6	<i>Receita do Produto X.....</i>	54
3.4.7	<i>Volume aplicado no Produto X</i>	55
3.4.8	<i>Clientes que realizaram aplicação</i>	55
3.4.9	<i>AAIs que intermediaram aplicação</i>	55
3.5	Software para Aplicação da DEA	55
3.5.1	<i>Tratamento dos dados</i>	58
3.6	Seleção das Variáveis Via Método de Seleção	59
3.6.1	<i>Demonstração da Metodologia de Seleção de Variáveis</i>	63
3.7	Fronteira Invertida.....	73
4	RESULTADOS	76
4.1	Visão Geral dos Resultados do Modelo De DEA	76
4.2	Classificação das DMUs	82
4.3	Metodologia Interna para <i>Ranking</i> das DMUs.....	85
4.4	Discussão dos Resultados	87
5	CONCLUSÕES	92
	REFERÊNCIAS	95
	APÊNDICE	100

1. INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação

Neste capítulo, discutem-se as motivações e objetivos deste trabalho, introduzindo-se a problemática central que orienta o estudo. Ademais, delinea-se o escopo do trabalho, evidenciando a relevância e o impacto esperado dos resultados na compreensão e no tratamento do tema abordado.

1.2 Motivação

Durante o estágio em uma importante instituição financeira, cujo principal serviço está relacionado à corretagem de valores mobiliários, foi possível atuar na área de gestão estratégica de produtos financeiros. Nesse período, identificou-se a importância que a empresa atribui à manutenção e ampliação de sua competitividade. A empresa não apenas busca se adaptar às exigências do ambiente regulatório, mas também se preocupa em implementar processos e metodologias que promovam um crescimento eficiente.

Entre as principais responsabilidades da área de gestão estratégica de produtos financeiros estavam a avaliação e monitoramento contínuo de indicadores-chave de desempenho (*Key Performance Indicator* - KPIs), bem como a contribuição para a implementação de práticas e processos que assegurem um crescimento sustentável e alinhado às metas organizacionais.

Essa atuação é fundamental para a gestão de uma empresa, uma vez que a preocupação com a eficiência operacional não só contribui para a melhoria dos processos internos, mas também para a otimização de recursos, aumento da rentabilidade e, conseqüentemente, criando maior valor no longo prazo.

Portanto, no contexto do estágio, identificou-se a oportunidade de utilizar metodologias alternativas de análise da eficiência para compreender os fatores que afetam o desempenho da empresa e contribuir para a atual forma de avaliação de desempenho. Essas metodologias proporcionariam uma abordagem técnica e escalável, o que é desafiador devido à falta de métodos específicos para uma análise mais detalhada em um contexto de complexidades práticas, dada a ampla variedade de produtos, serviços e operações. A adoção dessas metodologias pode fortalecer a capacidade da empresa em identificar e implementar melhorias significativas em seus processos, produtos e serviços, impulsionando sua competitividade e crescimento no mercado.

1.3 Problemática e Relevância Do Trabalho

O setor financeiro, conhecido por sua estrutura e operações, enfrenta desafios significativos em termos de eficiência operacional. Estes desafios são exacerbados pela complexidade inerente ao setor, pelas regulamentações rigorosas em constante mudança, e pela rápida evolução tecnológica que pressiona as instituições a se adaptarem continuamente. Essas pressões por mudanças rápidas, aliadas à necessidade de cumprir regulamentações e acompanhar a evolução tecnológica, consomem uma parte substancial da capacidade operacional das empresas, deixando pouca margem para investimentos que poderiam gerar vantagens competitivas significativas.

Dentre essas instituições financeiras estão as Corretoras de Valores Mobiliários, CTVMs, que são sociedades corretoras de títulos e valores mobiliários, as quais desempenham papel fundamental de intermediação das operações de compra e venda entre os investidores e o mercado. Seu papel é crucial para promover o acesso e democratização do mercado de capitais, permitindo que investidores de diferentes portes participem do mercado financeiro e contribuam para a liquidez do mercado (CVM, 2021).

Um dos principais serviços oferecidos pelas corretoras é o de assessoria por meio de especialistas, frequentemente vinculados a escritórios de investimentos que atuam como intermediários adicionais (PIRES, 2018). Esses escritórios desempenham um papel fundamental na facilitação do acesso dos investidores aos produtos e serviços oferecidos pelas corretoras. Além disso, proporcionam um atendimento personalizado por meio dos Agentes Autônomos de Investimentos (AAIs), popularmente conhecidos por assessores de investimentos, que aconselham e oferecem suporte aos investidores, especialmente os individuais, auxiliando-os na tomada de decisões informadas sobre seus investimentos. Entre as atividades desempenhadas pelos assessores estão o auxílio na administração do patrimônio e na tomada de decisões sobre investimentos e financiamentos (Pires, 2018).

De acordo com dados da B3 (2024), o número de investidores pessoas físicas aumentou de 700 mil para 5 milhões entre 2018 e 2022. Paralelamente, o contingente de AAIs cresceu de 8 mil para 20 mil (MODALMAIS, 2018; COSTA, 2023). Esse crescimento resultou em um aumento expressivo na relação entre clientes e AAIs, com uma média de 88 clientes por assessor em 2018, contrastando com uma média de 250 clientes por assessor em 2022 - um crescimento de aproximadamente 185% na métrica de clientes por assessor.

Nesse cenário dinâmico, os escritórios de investimentos enfrentam o desafio de administrar uma demanda de clientes que se expande muito mais rapidamente do que o número

de agentes disponíveis. Como consequência, precisam encontrar formas inovadoras de escalar seus processos de maneira eficiente, evitando gargalos operacionais e garantindo ao mesmo tempo a manutenção da produtividade e da rentabilidade.

Como intermediários no setor de investimentos, os escritórios de investimentos são parceiros cruciais para as corretoras de investimento. O bom desempenho financeiro de uma corretora está diretamente ligado à capacidade desses escritórios em utilizar os recursos e a infraestrutura que a corretora disponibiliza para gerenciar seus clientes. Portanto, é vital para a corretora assegurar que esses escritórios operem com máxima eficiência, otimizando o uso desses recursos para melhor atender às necessidades dos clientes e, conseqüentemente, melhorar o desempenho geral da corretora, assegurando assim, maior competitividade no setor. A estrutura que a corretora oferece pode incluir plataformas de negociação, sistemas de gestão de portfólio, suporte técnico e atendimento, recursos educacionais, relatórios e análises de mercado, ferramentas de compliance e regulamentação, acesso a produtos diversificados e ferramentas de CRM (*Customer Relationship Management*). Esses elementos são essenciais para que os escritórios de investimentos possam ter um bom desempenho, proporcionando um atendimento de alta qualidade aos seus clientes e contribuindo para o sucesso financeiro da corretora.

No entanto, é comum que a mensuração do desempenho das organizações financeiras em geral se torne uma tarefa complexa, dada a necessidade de considerar diversas perspectivas, incluindo medidas objetivas, subjetivas e relativas (*benchmarking*). Essa diversidade de dimensões aumenta a complexidade na seleção dos indicadores mais adequados, como destacado por Rocha et al. (2005, apud MACEDO, 2009).

Esse desafio é evidente na empresa em análise, que por se tratar de um CTVM terá seu desempenho atrelado ao sucesso dos escritórios de investimentos. No entanto, a avaliação dos KPIs de forma isolada torna o processo lento e moroso. Isso ocorre porque os gestores precisam discernir quais métricas são mais impactantes para os resultados financeiros da empresa. Em seguida, é necessário medir, acompanhar e agir com base nesses indicadores para verificar se são métricas que realmente refletem o desempenho do negócio. Essa abordagem requer tempo e esforço significativos, tornando o processo de análise de desempenho menos ágil e eficiente.

Para tentar superar essas limitações, a empresa adota uma metodologia interna que busca posicionar os escritórios de investimento relativamente uns aos outros, utilizando um único indicador. Esse indicador é recalibrado anualmente, onde os gestores selecionam e ponderam os KPIs com base em seu julgamento sobre o que mais afeta os resultados

financeiros. Ajustes são feitos após testes preliminares para refinar essas escolhas. Contudo, a subjetividade envolvida nesse processo pode limitar a utilidade dos resultados, tornando os *rankings* gerados menos eficazes para inspirar ações de melhoria concretas e mais parecidos com uma simples ferramenta de classificação, em vez de um mecanismo efetivo para impulsionar melhorias de desempenho nos escritórios.

1.4 Escopo do Problema

O escopo deste estudo abrange a avaliação do desempenho dos escritórios de investimentos por meio de uma abordagem alternativa à atualmente utilizada pela empresa em análise. A organização é dividida em setores específicos, cada um responsável por diferentes produtos financeiros, como Renda Fixa, Renda Variável e Fundos de Investimentos. O conhecimento sobre os principais indicadores de desempenho (KPIs) e a dinâmica de mercado foi adquirido durante um estágio em um desses setores, com foco específico na gestão de um produto financeiro. Portanto, este trabalho restringe-se à análise do desempenho financeiro dos escritórios de investimentos ligados diretamente a esse produto, o qual possui um impacto direto e significativo nos resultados financeiros da CTVM.

1.5 Análise de Eficiência das Instituições Financeiras

A avaliação de desempenho em instituições financeiras frequentemente se baseia na eficiência operacional dessas entidades. Existem diversas abordagens para mensurar essa eficiência, que podem ser categorizadas em técnicas quantitativas e qualitativas. As técnicas quantitativas focam no desempenho técnico, seja de uma empresa, um departamento ou um setor da empresa, e incluem métodos como índices financeiros, análise de regressão, fronteira estocástica e análise por envoltória de dados (DEA) que são abordadas nas seções seguintes. Por outro lado, as técnicas qualitativas e comportamentais, embora não sejam o foco deste trabalho, buscam avaliar aspectos estratégicos do negócio, proporcionando uma perspectiva complementar à análise quantitativa (CERETTA, NIEDERAUER, 2001).

1.5.1 Índices Financeiros

Essa técnica envolve a utilização de métricas para investigar aspectos particulares da situação financeira de uma empresa, e proporcionam uma visão parcial em aspectos específicos do desempenho empresarial (DEYOUNG, 1998). Por exemplo, o índice de liquidez mede a

capacidade de uma empresa de cumprir suas obrigações de curto prazo, enquanto o índice de lucratividade avalia a capacidade de gerar lucro em relação a padrões como vendas, ativos ou capital próprio. No entanto, essa análise oferece uma perspectiva unidimensional e incompleta sobre o desempenho da empresa, pois não considera a inter-relação e a interdependência entre as diferentes variáveis. Isso torna difícil agregar esses índices individuais em um único indicador que reflita adequadamente as complexidades e dinâmicas internas da organização (CERETTA, NIEDERAUER, 2001).

1.5.2 Análise de Regressão e Fronteira Estocástica

A análise de regressão é uma técnica que relaciona valores observados das empresas a uma combinação de variáveis ponderadas, onde os coeficientes representam os parâmetros médios da amostra. Esses coeficientes são determinados pela linha de regressão que melhor se ajusta aos dados, permitindo medir a eficiência com base na distância entre a posição observada da empresa e a posição projetada sobre a linha de regressão. Um dos desafios da análise de regressão é que ela depende da adequação do modelo aos dados e pode não capturar totalmente as dinâmicas complexas do setor financeiro, além de ser suscetível a influências de variáveis não incluídas no modelo (BERGER, HUMPHREY, 1997).

Segundo Anderson, Lewis e Springer (1999), a análise de fronteira estocástica permite uma estimação mais precisa dos parâmetros ao reconhecer que desvios da fronteira podem ser causados tanto por fatores aleatórios quanto por ineficiência real. Os desafios incluem a complexidade do modelo e a necessidade de dados detalhados para distinguir com precisão entre a ineficiência gerencial e o ruído estatístico, o que requer uma modelagem e interpretação cuidadosas para assegurar resultados confiáveis.

1.5.3 Análise Envoltória de Dados

A Análise Envoltória de Dados (*Data envelopment analysis* - DEA) é uma técnica que utiliza os princípios da programação matemática linear e que irá avaliar o desempenho de uma unidade sob avaliação (setor, empresa, etc.) de forma relativa ao identificar uma fronteira de eficiência composta pelas unidades que apresentam melhores práticas gerenciais. Portanto, diferentemente das técnicas citadas anteriormente, a DEA não requer a especificação de uma forma funcional para determinação de um desempenho padrão, o que confere maior praticidade e adaptabilidade do modelo a diferentes contextos. Devido a essas características, é extensa a

literatura que utiliza a DEA para avaliação de desempenho, especialmente os setores de saúde, educação e o setor financeiro (CERETTA, NIEDERAUER, 2001).

No contexto financeiro, que é o foco deste estudo, a DEA é aplicada para investigar como as instituições gerenciam seus ativos e recursos com o objetivo de maximizar lucros. Essa abordagem é crucial para definir *benchmarks* e melhorar a gestão de recursos nos setores estudados.

A escolha da DEA neste contexto é justificada pelas suas características distintas e facilitadoras, que permitem uma avaliação mais realista e menos restritiva das instituições financeiras, além de possibilitar a combinação de múltiplos KPIs de entradas e saídas sem a necessidade de atribuir pesos arbitrários, resultando em uma avaliação com menor subjetividade do decisor e maior assertividade da análise de eficiência.

Ao longo deste trabalho, os aspectos metodológicos dessa técnica serão detalhados com maior profundidade, juntamente com uma explicação sobre como ela será aplicada neste trabalho.

1.6 Objetivos

Os objetivos estabelecidos para direcionar este trabalho foram ordenados em duas seções: objetivo geral e objetivos específicos.

1.6.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem por objetivo geral apresentar uma aplicação da metodologia DEA para fundamentar o desempenho de organizações do setor financeiro, especificamente em uma CTVM. Além disso, busca fornecer um material orientativo para pesquisadores e profissionais interessados nessa metodologia, demonstrando o uso de uma ferramenta de *software* específica para a construção de modelos matemáticos, análises e geração de resultados. A aplicação desta metodologia também pretende complementar a atual metodologia de avaliação de desempenho interna da empresa, a fim de proporcionar uma compreensão mais profunda dos fatores que influenciam a eficiência dos escritórios de investimentos.

1.6.2 Objetivos Específicos

- Identificar a eficiência de escritórios de investimentos relevantes para o contexto da CTVM no âmbito do Produto X.

- Identificar quais variáveis dos principais KPIs utilizados na empresa possibilitam uma melhor descrição da eficiência.
- Identificar os principais *benchmarks* para os escritórios de investimentos e como eles poderiam maximizar seus resultados.
- Realizar uma comparação entre a classificação de escritórios de investimentos por desempenho obtido pela metodologia interna aplicada pela empresa e o derivado da aplicação da metodologia DEA.

1.7 Estrutura do Trabalho

Esse trabalho apresenta no Capítulo 2 alguns conceitos para o entendimento do funcionamento do mercado de investimentos nacional, relacionados ao tema do trabalho, bem como o suporte teórico para avaliar a eficiência de escritórios de investimento. O Capítulo 3 apresenta a metodologia utilizada. No Capítulo 4, além dos resultados, são discutidos os dados e aspectos específicos da metodologia. Finalmente, no Capítulo 5, apresenta uma avaliação geral do trabalho, suas principais contribuições, limitações e sugestões para futuras pesquisas.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Revisão Conceitual

A seção seguinte apresenta a explicação de conceitos específicos do setor financeiro essenciais para a compressão deste trabalho, bem como a fundamentação teórica da DEA, estruturada em etapas progressivas.

2.1.1 Escritórios de Investimentos

Escritórios de investimentos são instituições que atuam como intermediárias entre os investidores e o mercado financeiro. No contexto deste trabalho, o mercado financeiro é entendido como o conjunto de componentes que inclui a bolsa de valores, bancos, corretoras de investimentos e diversos instrumentos financeiros. No mercado financeiro brasileiro, eles são regulados pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM) e podem atuar através de assessores de investimento (CVM, 2021). Estes profissionais são responsáveis por atrair clientes, receber e registrar ordens, além de fornecer informações sobre produtos e serviços das instituições para as quais trabalham (ANBIMA, 2018). Eles devem sempre atuar sob a supervisão e responsabilidade de uma instituição integrante do sistema de distribuição de valores mobiliários, como as CTVMs. Esta supervisão garante que as operações sejam realizadas de acordo com as normas e regulamentos estabelecidos pela CVM e outras entidades reguladoras, promovendo a transparência e protegendo os interesses dos investidores.

2.1.2 Unidade Tomadora de Decisão (DMU - Decision Making Unit)

Segundo Charnes, Cooper e Rhodes (1978), uma Unidade de Tomada de Decisão (DMU) refere-se a uma unidade operacional sobre a qual se mede a eficiência. Essas unidades são avaliadas pela sua capacidade de utilizar recursos ou insumos (*inputs*) para produzir resultados ou produtos (*outputs*). Cada DMU pode ser um departamento, uma filial, um hospital, uma escola, uma estação de trabalho ou qualquer outra unidade que utilize recursos para produzir resultados, como o caso dos escritórios de investimentos. Em estudos de eficiência operacional, particularmente ao utilizar a DEA, as DMUs são tratadas como as entidades que operam em circunstâncias semelhantes, e o desempenho de cada uma é avaliada

de forma relativa para determinar quão bem ela transforma seus *inputs* em *outputs* em comparação com o melhor desempenho observado dentro do conjunto avaliado de DMUs.

2.1.3 Eficiência, Eficácia e Produtividade

2.1.3.1 Eficiência

No contexto das engenharias e da administração, eficiência é um conceito fundamental que descreve a relação de proporção das saídas geradas (*outputs*) pelas entradas utilizadas (*inputs*). Mariano, Almeida e Rebelatto (2006) definem o índice de eficiência de um sistema como a razão entre um indicador de desempenho atual e o seu valor máximo possível, como mostrado na Equação 1:

$$Eficiência = \frac{I}{I_{máx}} \quad (1)$$

I : Indicador de desempenho atual do sistema;

$I_{máx}$: Máximo valor que o sistema pode alcançar para esse indicador.

O resultado dessa razão varia entre 0 e 1, indicando que quanto mais próximo de 1, maior a eficiência. Unidades que alcançam uma eficiência de 1 são consideradas eficientes.

Adicionalmente, diferencia-se eficiência absoluta e eficiência relativa. A eficiência absoluta refere-se a um conceito teórico, e representa um ponto de referência que pode não ser alcançável na prática. Em contraste, a eficiência relativa é uma medida comparativa, onde a produtividade máxima é baseada no desempenho da DMU mais eficiente em um grupo específico de DMUs (MARIANO, 2007). Essa abordagem relativa permite avaliar o desempenho de uma unidade em relação aos seus pares, proporcionando uma perspectiva mais realista e alcançável de eficiência.

2.1.3.2 Eficácia

Enquanto isso, a eficácia é empregada para descrever a extensão com a qual uma organização atinge seus objetivos, sendo assim um indicador direcionado ao sucesso nos resultados alcançados (*outputs*). Quanto mais uma organização se aproxima ou excede seus objetivos estabelecidos, maior é considerada sua eficácia. Essencialmente, a eficácia não é meramente medida pelos resultados obtidos, mas sim pela realização efetiva dos objetivos

propostos, que são definidos a priori pelo processo de gestão (MOUZAS, 2006; GRATERON, 1999; GUZMÁN, 2003). A fórmula para eficácia é dada pela Equação 2:

$$Eficácia = \frac{I}{I_{meta}} \quad (2)$$

I : Indicador de desempenho atual do sistema;

I_{meta} : Valor estabelecido como meta para o indicador.

Portanto, é concebível que sistemas operem com eficiência, otimizando recursos e minimizando custos, sem, no entanto, alcançar os objetivos estratégicos pretendidos, caracterizando eficiência sem eficácia. Inversamente, sistemas podem ser eficazes, atingindo ou superando seus objetivos, mas sem fazer uso otimizado dos recursos, o que implica na possibilidade de a eficácia ser atingida sem eficiência.

2.1.3.3 Produtividade

A produtividade pode ser entendida como sendo um indicador que mede o quanto uma DMU consegue produzir (em termos da quantidade do *output*) com uma quantidade unitária de *input*. Nesse caso, uma das formas mais tradicionais de calcular a produtividade é empregando o conceito de Knight (1933, apud Mariano, 2007), expresso pela combinação linear de todos os *inputs* pela combinação linear de todos os *outputs* descrito na Equação 3:

$$Produtividade = \frac{\sum_{p=1}^p u_p y_p}{\sum_{i=1}^i v_i x_i} \quad (3)$$

Em que:

$u_p > 0$: Utilidade do produto (*output*) p na composição;

$v_i > 0$: Utilidade do recurso (*input*) i na composição;

$y_p \geq 0$: Quantidade gerada do produto p (*output*);

$x_i \geq 0$: Quantidade utilizada do recurso i (*input*);

Para realizar esses cálculos, Knight (1933, apud Mariano, 2007) sugere o uso dos preços de mercado para representar as utilidades relativas entre os produtos e recursos envolvidos na operação da DMU.

Preços de Mercado: No cálculo da produtividade, os preços de mercado dos *inputs* e *outputs* são utilizados como pesos. Esses preços refletem o valor que o mercado atribui a cada

elemento envolvido no processo de produção. Utilizar esses preços facilita a estimativa do valor econômico que a DMU gera com um produto específico e dos custos vinculados aos recursos utilizados na sua produção Knight (1933, apud Mariano, 2007).

Conceito de Utilidade: Em economia, a utilidade é uma medida do benefício ou satisfação obtida pelo consumo de produtos ou serviços. Ao aplicar os preços de mercado, presume-se que esses refletem a utilidade relativa dos *inputs* e *outputs*, isto é, o quanto consumidores e produtores valorizam esses elementos. Os preços, portanto, servem como uma aproximação prática da utilidade, facilitando a avaliação de quão efetivamente os recursos estão sendo transformados em produtos valorizados Knight (1933, apud Mariano, 2007).

Entretanto, um desafio significativo surge quando os preços de mercado para certos produtos ou recursos não estão disponíveis. Isso pode ocorrer por várias razões, como a natureza exclusiva de alguns recursos, ou quando os produtos não têm um mercado claramente definido. Nestes casos, a metodologia proposta por Knight (1933, apud Mariano, 2007) torna-se difícil de aplicar, complicando a tarefa de calcular a produtividade ou de identificar oportunidades para sua melhoria. Sem preços de mercado, a determinação das utilidades relativas e, conseqüentemente, da produtividade exata, pode exigir métodos alternativos ou aproximações que tentem capturar o valor econômico dos recursos e produtos de maneira indireta.

Uma solução para esses desafios é a DEA, que facilita a análise ao identificar as utilidades por meio das **taxas de substituição** de *inputs* e as **taxas de troca** entre *outputs*. A taxa de substituição indica como uma empresa pode substituir um insumo por outro sem afetar a produção total. No contexto da DEA, essa taxa é a razão das mudanças na quantidade de cada *input* que mantêm o mesmo nível de *outputs* (BECKENKAMP, 2002). Por exemplo, se uma Fábrica A puder substituir uma tonelada de aço por duas toneladas de plástico mantendo a mesma produção de brinquedos e eletrodomésticos, a taxa de substituição entre aço e plástico seria 2, indicando a capacidade de ajustar a combinação de insumos para otimizar a eficiência.

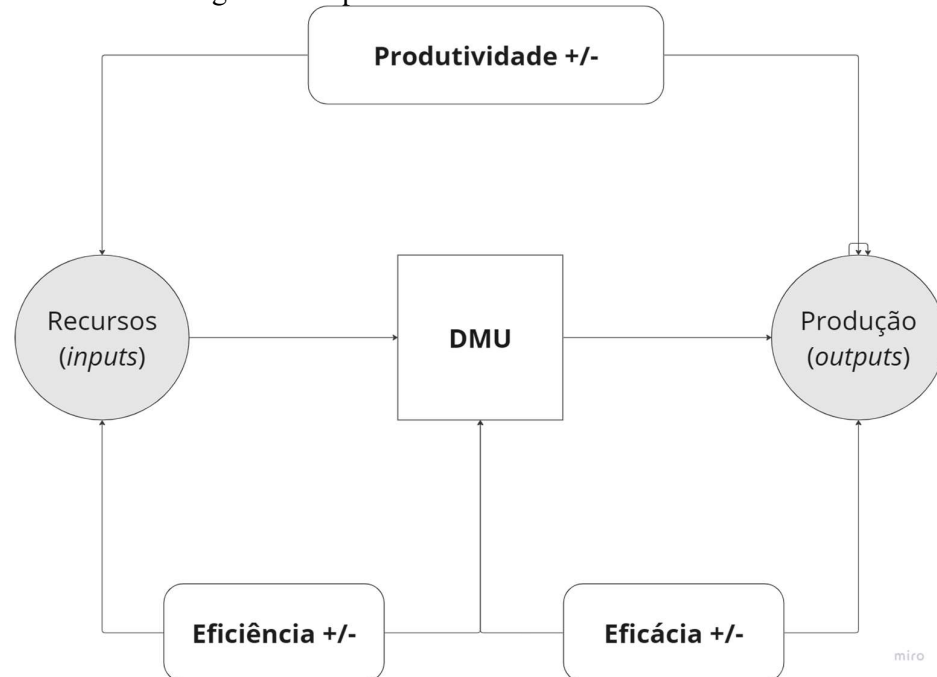
A taxa de troca indica a quantidade de um produto que pode ser reduzida para obter mais uma unidade de outro produto, mantendo a mesma produção total. No contexto da DEA, essa taxa é a razão das mudanças na quantidade de cada produto que mantêm o mesmo nível de produção (BECKENKAMP, 2002). Por exemplo, se a Fábrica A puder sacrificar a produção de três brinquedos para produzir mais um eletrodoméstico, a taxa de troca entre brinquedos e eletrodomésticos seria 3. Isso indica a quantidade de brinquedos que deve ser reduzida para aumentar a produção de eletrodomésticos em uma unidade, assumindo que essa troca mantém um nível de eficiência ou valor total equilibrado dentro da análise.

Ao revelar essas taxas, a DEA não apenas verifica a eficiência operacional de uma DMU, mas também identifica alternativas produtivas mais eficientes, ou seja, como otimizar a produção sem aumentar os insumos ou diminuir os produtos. Esta abordagem oferece vantagens significativas sobre a metodologia de Knight (1933, apud Mariano, 2007), pois não depende da disponibilidade de preços de mercado e oferece uma visão mais clara de como melhorar a produtividade (BECKENKAMP, 2002).

2.1.3.4 Relação entre Eficiência, Eficácia e Produtividade

Embora frequentemente confundidos, os termos eficácia, eficiência e produtividade estão interligados, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1: Esquema Conceitual da Produtividade.



Fonte: adaptada de Carvalho (1992, apud REI, 2005).

Produtividade e Eficiência: Ambos os conceitos estão relacionados ao uso dos recursos. Enquanto a produtividade se concentra na quantidade de *output* gerado por *input*, a eficiência enfatiza a minimização do desperdício de *inputs* para atingir um nível de *outputs*. Uma operação pode possuir alta produtividade e ainda assim conseguir melhorar a sua eficiência.

Produtividade e Eficácia: Produtividade por si só não garante que os resultados sejam eficazes, ou seja, que eles atendam às necessidades ou expectativas de todos os *stakeholders*

(clientes, funcionários, acionistas, fornecedores). Uma empresa pode produzir muitos produtos rapidamente (alta produtividade), mas se esses produtos não atenderem às necessidades dos clientes (baixa eficácia), o sucesso será limitado. Portanto, a eficácia depende da qualidade dos *outputs*, ressaltando a importância de alinhar os produtos às expectativas do mercado para garantir eficiência operacional e sucesso comercial conforme a estratégia da empresa.

2.1.4 *Fronteira de Eficiência e Função da Produção*

A análise de eficiência produtiva utiliza duas principais abordagens: as técnicas paramétricas e as não-paramétricas.

Técnicas paramétricas: As técnicas paramétricas assumem que a produção segue uma função de produção conhecida, representada pela Equação 4 (como exemplo as Funções Pré-determinadas e Fronteira Estocástica). Essas técnicas possuem métodos matemáticos para estimar os parâmetros dessa função e eficiência (MARIANO, 2007).

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) \quad (4)$$

Em que:

f : Função de Produção;

X_i : Diferentes *inputs* utilizados na produção;

Y : *output* gerado.

Técnicas não-paramétricas: Diferentemente das técnicas paramétricas, as técnicas não-paramétricas avaliam a eficiência através da construção de uma fronteira de eficiência, que representa o máximo desempenho alcançável por unidades operacionais similares. Esta fronteira é determinada de forma relativa, e sem a necessidade de assumir uma forma funcional predefinida para a relação entre os *inputs* e *outputs* (MARIANO, 2007).

Enquanto as técnicas paramétricas são úteis para modelar a eficiência sob suposições claras e estruturas definidas, as técnicas não-paramétricas são vantajosas em ambientes onde a forma específica da função de produção é desconhecida ou difícil de especificar.

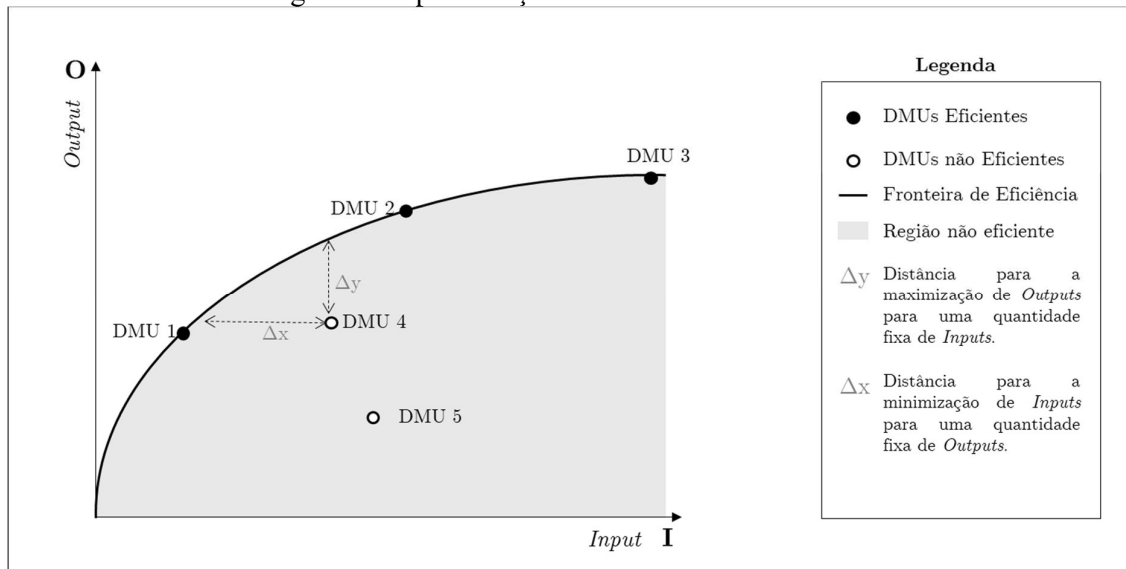
2.1.4.1 *Fronteira de Eficiência*

Uma fronteira de eficiência, conforme descrito por Mariano, Almeida e Rebelatto (2006), é o conjunto de DMUs consideradas eficientes dentro de um conjunto de DMUs. Em

um gráfico como o da Figura 2, em que o eixo y representa os valores de *outputs* e o eixo x os valores de *inputs*, as DMUs eficientes ficarão posicionadas sobre a curva de máxima produtividade (Fronteira de Eficiência: DMU 1, DMU 2, DMU 3) e as não eficientes abaixo na região não eficiente (DMU 4, DMU 5). Esta fronteira serve como um *benchmark* ou padrão ideal que todas as DMUs devem aspirar alcançar. Ela ilustra claramente o melhor desempenho possível dado um conjunto específico de *inputs* e *outputs*.

A distância entre as DMUs não eficientes e a fronteira indica o grau de ineficiência, mostrando quão distantes elas estão de operar no máximo de sua capacidade. Desta forma, se a distância no eixo x (Δx) até a fronteira de eficiência é grande, significa que essas DMUs poderiam manter a quantidade de produção (*output*), utilizando uma quantidade de recursos significativamente menor (minimização de *inputs*). Similarmente, para as unidades situadas a uma grande distância no eixo y (Δy) até a fronteira de eficiência, sugere que é possível elas atingirem uma produção significativamente maior (maximização de *outputs*) mantendo a utilização da mesma quantidade de *inputs*.

Figura 2: Representação da Fronteira de Eficiência.



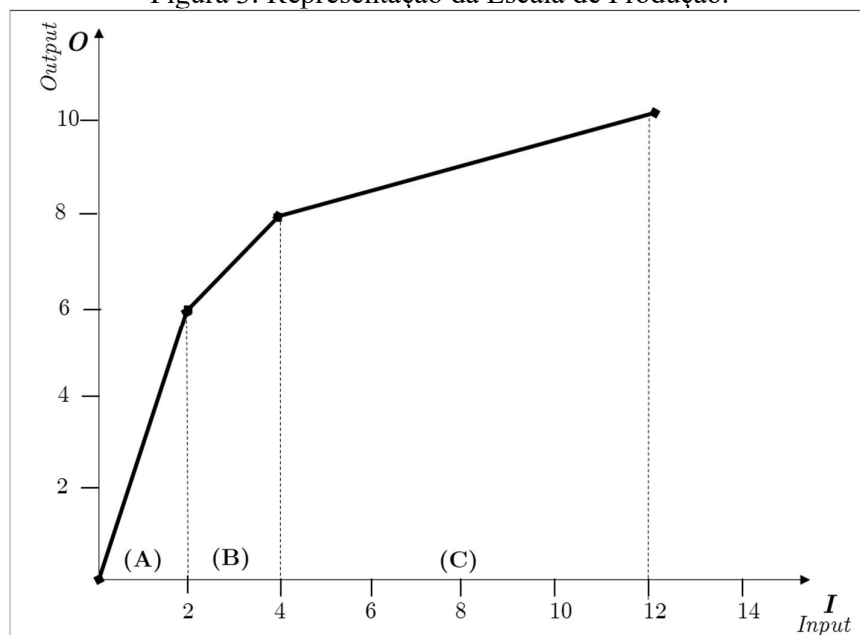
Fonte: adaptada de Mariano (2006).

2.1.4.2 Função da Produção

A função de produção é essencialmente uma representação matemática da fronteira de eficiência. Ela especifica a quantidade máxima de *outputs* que podem ser gerados a partir de uma quantidade específica de *inputs* (MARIANO, 2007).

A função de produção de uma DMU que lida com apenas um recurso e um produto pode ser afetada ou não pela escala de produção. Se a produtividade máxima de uma DMU não for influenciada pela escala de produção, isso indica retornos constantes à escala. Em contraste, se a produtividade varia conforme a quantidade produzida, a função de produção demonstra retornos variáveis de escala. Nesse cenário, aumentar os *inputs* em uma determinada proporção pode resultar em um aumento variável (não linear) nos *outputs* (MARIANO, 2007). Nesse sentido, podem existir três tipos de retornos de escala: crescentes, constantes, decrescentes, como ilustrado na Figura 3.

Figura 3: Representação da Escala de Produção.



Fonte: adaptada de Mariano (2006).

(A) **Crescente:** Um acréscimo nos *inputs* leva a um crescimento desproporcionalmente maior nos *outputs*. Ao duplicar a quantidade de recursos utilizados (*inputs*), obtém-se um aumento na produção maior que o dobro. Isso acontece quando a DMU opera abaixo da sua capacidade ótima.

(B) **Constante:** Um incremento nos recursos resulta em um aumento proporcional nos produtos. Ao duplicar os insumos, a produção também é duplicada, indicando operação na capacidade ótima da DMU.

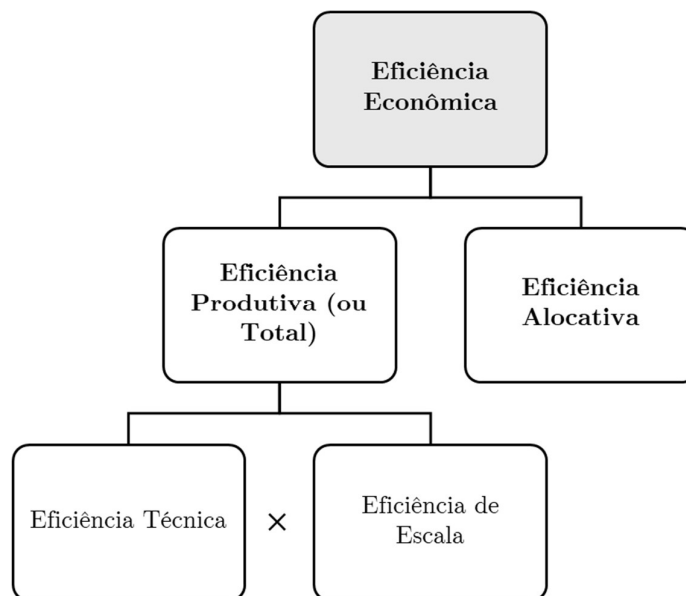
(C) **Decrescente:** Um aumento nos recursos a uma determinada proporção provoca um incremento nos produtos a uma proporção menor, refletindo uma operação acima da capacidade ótima (MARIANO, ALMEIDA, REBELATTO; 2006).

A capacidade ótima refere-se ao ponto em que a DMU está operando de forma mais eficiente, alcançando sua máxima produtividade com os recursos disponíveis. Em outras palavras, é o nível de utilização de recursos no qual a DMU obtém o máximo rendimento possível, sem estar subutilizada ou superutilizada.

2.1.5 Tipos de Eficiência

Existem diversos tipos de eficiência que podem ser analisados como o esboçado pela Figura 4, cada um focando em diferentes aspectos do desempenho de uma DMU.

Figura 4: Representação dos tipos de eficiência.



Fonte: adaptada de Mariano (2020).

2.1.5.1 Eficiência Econômica

É o tipo mais amplo de eficiência e se subdivide em eficiência produtiva (ou total) e alocativa. A eficiência econômica abrange tanto a maximização do lucro quanto a minimização dos custos, além da maximização da satisfação dos consumidores. Um produtor economicamente eficiente, além de operar sem desperdícios deve ser capaz de alocar recursos de maneira ótima (MACEDO, TAUILE, KOHLER, 1972).

2.1.5.2 *Eficiência Alocativa*

Ligada à habilidade de alocar os recursos econômicos disponíveis da maneira mais eficiente no processo produtivo. Envolve questões como economias de escala, escopo, densidade de tráfego, utilização de estoque de capital, economias de rede e tempo do usuário (MARIANO, 2007; AZAMBUJA, 2002).

2.1.5.3 *Eficiência Produtiva (ou Total)*

Refere-se à capacidade de evitar desperdícios, produzindo o máximo de *outputs* possíveis com os *inputs* disponíveis (BELLONI, 2000). Essa eficiência é calculada por meio da divisão entre a produtividade de uma DMU e a produtividade máxima do conjunto de DMUs em análise (LOPES, 2017).

2.1.5.4 *Eficiência de Escala*

Essa eficiência está associada às variações de produtividade devido a mudanças na escala de operação. Ela considera que a economia de escala não pode ser alcançada em todas as escalas de produção e que existe uma escala ótima (a mais produtiva), atingindo seu máximo de 100%. Nesse sentido, para que uma DMU opere com eficiência de escala deverá aumentar ou diminuir o tamanho das operações para melhorar sua eficiência (RAMANATHAN, 2003; MARIANO, 2007; BELLONI, 2000).

2.1.5.5 *Eficiência Técnica (Technical Efficiency)*

Está relacionada diretamente com a capacidade de uma DMU em gerar *outputs* a partir dos *inputs*. Dessa forma, essa eficiência pode medir quão bem uma DMU minimiza o uso de *inputs*, gerando menos desperdícios, para um mesmo valor de *output*, ou como ela maximiza seus *outputs* utilizando a mesma quantidade de *inputs*. Nesse sentido, a partir de um conjunto de DMUs que utilizam dos mesmos *inputs* para gerar os *outputs* é possível identificar quais são as unidades mais eficientes.

Tanto a eficiência técnica quanto a eficiência de escala, segundo Herrero e Pascoe (2002), são componentes da eficiência produtiva (ou total) e pré-requisitos para a eficiência econômica. Com base nas características de cada tipo de eficiência, a metodologia DEA permite calcular tanto a eficiência total quanto a eficiência técnica por meio de seus modelos. Para

determinar a eficiência de escala, divide-se a eficiência total de cada DMU pela eficiência técnica.

2.2 A Metodologia DEA

Segundo Al-Shammari e Salimi (1998 *apud* MACEDO, SANTOS, SILVA, 2006) as técnicas paramétricas, embora úteis, enfrentam limitações significativas. Elas exigem suposições rígidas sobre a forma funcional da relação entre *inputs* e *outputs*, o que pode não ser representativo da realidade complexa e dinâmica das operações em muitas organizações. Além disso, essas técnicas podem ser sensíveis a *outliers* e a variações atípicas nos dados, o que pode distorcer os resultados da eficiência.

Nesse contexto, a DEA emergiu como uma abordagem inovadora e eficaz para superar esses desafios enfrentados pelas técnicas tradicionais de avaliação de desempenho. Como uma técnica não-paramétrica de pesquisa operacional, ela utiliza programação linear para avaliar a eficiência relativa das DMUs na transformação de *inputs* em *outputs*, oferecendo maior flexibilidade e adaptabilidade.

Originalmente desenvolvida por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978 para comparar a eficiência de escolas nos EUA, a DEA foi aplicada inicialmente em contextos educacionais e posteriormente em outros setores. Essa metodologia permite a análise de eficiência de entidades produtivas em contextos que vão além de fatores financeiros, facilitando decisões baseadas em diversas métricas de desempenho (MELLO et al., 2003).

Vasconcellos *et al.* (2006, *apud* JUNIOR *et al.*, 2009) destacam que o uso da DEA permite:

1. A criação de uma fronteira de eficiência, onde as DMUs mais eficientes determinam essa fronteira.
2. A avaliação da eficiência de cada DMU com base na sua distância em relação a essa fronteira.
3. Identificação de metas ou projeções para que as DMUs ineficientes alcancem a fronteira de eficiência.
4. Estabelecimento de um conjunto de referências eficientes, sendo essas as DMUs eficientes mais próximas, que servem como modelo para unidades menos eficientes, demonstrando como produzir mais *outputs* com quantidade igual ou menor de *inputs*.

2.2.1 *Benchmarking*

Benchmarking, segundo Spendolini (1994), é um processo que compara produtos, serviços e empresas com referências reconhecidas como representantes das melhores práticas, visando identificar oportunidades de melhoria e implementar mudanças. Essa comparação pode ser feita dentro de uma empresa, entre suas unidades, ou externamente, com outras empresas do setor.

No contexto da DEA, o *benchmarking* envolve a identificação de *benchmarks* entre as unidades analisadas, que são aquelas com a máxima eficiência relativa dentro do conjunto. Na metodologia DEA, a eficiência de uma unidade ineficiente é representada como uma combinação ponderada das eficiências das unidades eficientes, onde os pesos representam a importância relativa de cada unidade eficiente para a ineficiente (COOPER, SEIFORD, TONE, 2007).

Esses *benchmarks* são importantes pois ajudam a estabelecer metas que são tecnicamente alcançáveis para as unidades não eficientes. Dessa forma, o *benchmarking* mostra às DMUs o caminho para a melhoria com o menor esforço possível, permitindo a identificação de práticas e processos que podem ser adotados para melhorar seu desempenho e se aproximar da eficiência máxima alcançada pelos *benchmarks* (RUIZ, SIRVENT, 2018).

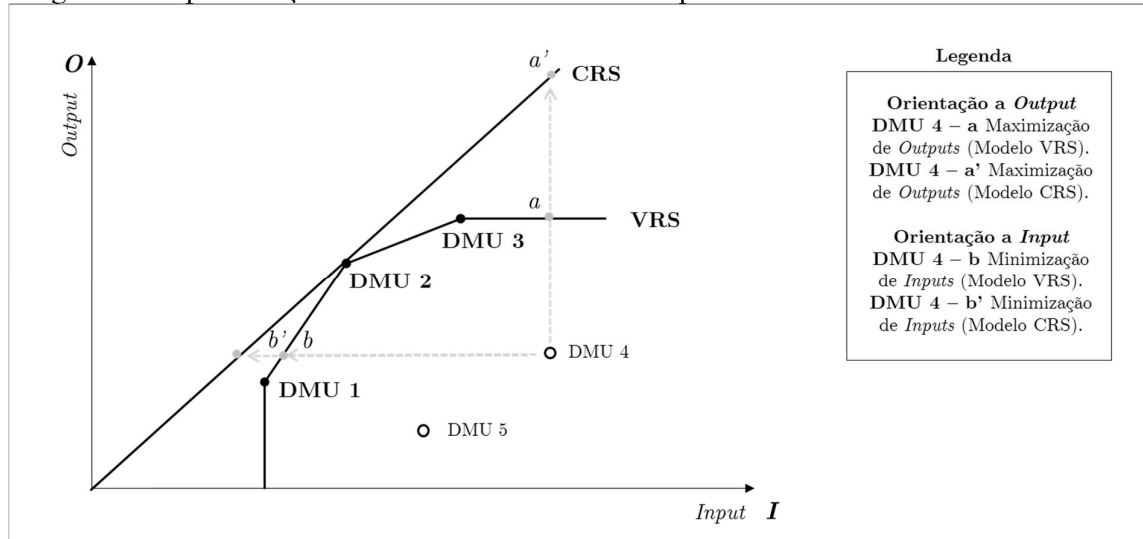
2.2.2 *Modelos de DEA*

Considerando os princípios fundamentais da DEA, diversos modelos para a sua aplicação foram desenvolvidos por diferentes estudiosos e pesquisadores na área de pesquisa operacional. A escolha do modelo apropriado depende do nível de controle que os gestores têm sobre suas entradas ou saídas. Na literatura, destacam-se dois modelos clássicos amplamente explorados: o modelo CRS (*Constant Returns to Scale*), introduzido por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978, e o modelo VRS (*Variable Returns to Scale*), proposto por Banker, Charnes e Cooper em 1984 (BANKER et al., 2014).

A distinção crucial entre esses modelos reside na maneira como avaliam a eficiência das DMUs. O modelo CRS concentra-se exclusivamente em retornos constantes de escala. Por outro lado, o modelo VRS engloba retornos variáveis de escala. Esse modelo emprega uma formulação que ajusta cada DMU que não está na fronteira de eficiência, permitindo que ela assuma retornos constantes, crescentes, decrescentes, conforme descritos na seção 2.1.4.

No contexto das formulações de aplicação da DEA, além de optar entre os modelos CRS e VRS, é preciso definir a orientação de análise. Essa orientação caracteriza-se como o ajuste da DMU para alcançar a fronteira eficiente do modelo, seja ele CRS ou VRS. Na Figura 5, encontra-se a representação da fronteira de eficiência desses modelos CRS e VRS, e o ajuste geométrico das DMUs não eficientes até a fronteira de eficiência.

Figura 5 - Representação das Fronteiras de Eficiência para os modelos de DEA CRS e VRS



Fonte: adaptada de PUC RIO (2014).

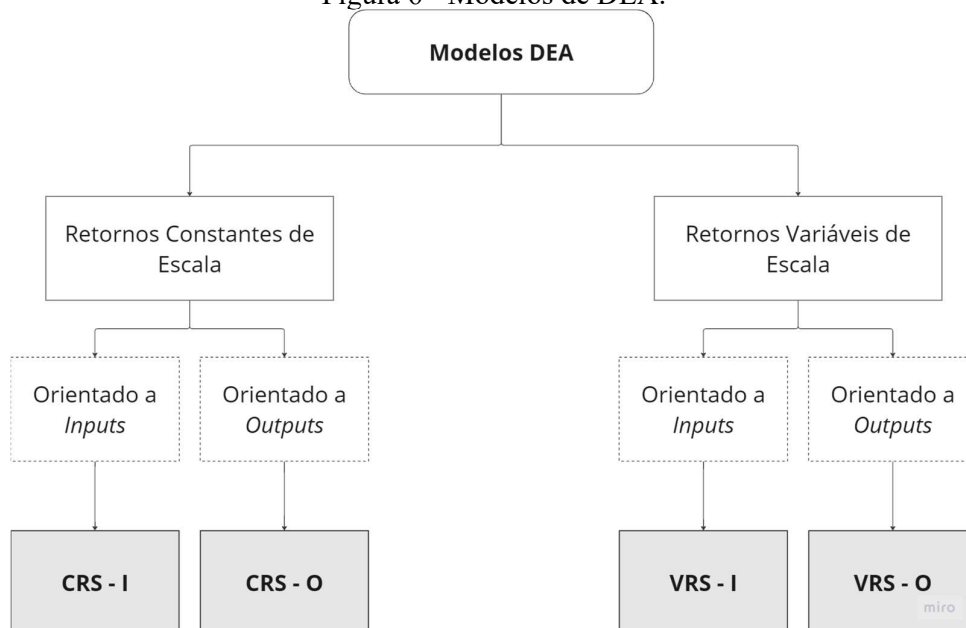
Nesse sentido, o ajuste geométrico das DMUs pode ser avaliado por meio de dois tipos de modelos:

Modelos orientados a output: Nesses modelos, o índice de eficiência é calculado considerando o potencial de maximização da expansão dos *outputs* com base em uma quantidade fixa de *inputs* utilizados. Isso implica em identificar como as DMUs não eficientes podem aumentar sua produção, mantendo uma dada uma quantidade de recursos constante.

Modelos orientados a input: Nestes modelos, a distância da unidade ineficiente até a fronteira de eficiência é calculada considerando o potencial de minimização dos recursos necessários para alcançar um determinado nível de produção. Ou seja, busca-se entender como DMUs não eficientes podem minimizar o uso de *inputs*, mantendo os *outputs* constantes.

Na Figura 6 segue uma ilustração das possíveis combinações das formas de consideração dos retornos de escala com as formas de orientação dos modelos de DEA.

Figura 6 - Modelos de DEA.



Fonte: adaptada de Charnes *et al.* (1994).

2.2.2.1 Modelo CCR (CRS)

O modelo CCR, desenvolvido por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978, também conhecido como CRS (*Constant Returns to Scale*), baseia-se na suposição de retornos constantes de escala.

A premissa do modelo CCR surgiu de observações empíricas que indicavam uma relação linear entre o consumo de recursos e a geração de produtos na maioria das unidades produtivas analisadas. Essa relação linear sugere que a curva de possibilidade de produção, ou a fronteira de eficiência, comporta-se como uma linha reta. Isso significa que se, por exemplo, dobrarmos os *inputs* de uma unidade, em condições ideais e eficientes, os *outputs* gerados também dobrariam (MELO et al., 2008).

O modelo CCR é ideal para ser aplicado em ambientes onde as unidades produtivas são esperadas para escalar sua produção de maneira proporcional. Isso inclui indústrias com processos de produção altamente escaláveis, como manufaturas, onde o aumento dos recursos (como matéria-prima, mão-de-obra e energia) tende a resultar diretamente em um aumento proporcional dos produtos.

Por considerar retornos constantes de escala, a eficiência do modelo CCR é calculada pela eficiência produtiva (ou total), considerando tanto a eficiência técnica (capacidade de

converter inputs em outputs de forma eficiente) quanto a eficiência de escala (capacidade de operar em uma escala ideal).

2.2.2.2 Modelo BCC (VRS)

O modelo BCC (Banker, Charnes e Cooper) ou VRS, foi desenvolvido por Banker, Charnes e Cooper em 1984, e é uma extensão do modelo CCR que permite avaliar a eficiência em ambientes onde os retornos de escala são variáveis, o que significa que aumentos proporcionais nos *inputs* não necessariamente resultam em aumentos proporcionais nos *outputs*.

Este modelo é particularmente útil em contextos em que DMUs podem estar operando em escalas não ótimas, seja abaixo ou acima do nível ideal de produção. Ele é adequado para pequenas e médias empresas, *startups*, ou setores de serviços onde o aumento ou a diminuição dos *inputs* pode levar a variações não proporcionais nos *outputs*. Setores como saúde, educação e financeiro muitas vezes operam sob condições que requerem flexibilidade na escala de operações devido a fatores externos como demanda variável, regulamentações ou recursos limitados.

Nesse sentido, o modelo BCC permite identificar se as DMUs estão aproveitando seus recursos ao máximo em relação à sua escala específica de operações, fornecendo *insights* críticos para gestores sobre como ajustar as operações para alcançar a eficiência ótima. Ao abordar a variação de eficiência em respeito à escala de operação, o modelo mede a eficiência puramente técnica.

Logo, a eficiência de escala de uma DMU pode ser computada como a razão de sua eficiência VRS obtida pelo modelo BCC, pela sua eficiência CRS obtida pelo modelo CCR. Dessa forma, a eficiência obtida pelo modelo CCR será sempre menor ou igual a eficiência obtida pelo modelo BCC. A igualdade entre as eficiências ocorre quando a eficiência de escala é unitária, ou quando a DMU opera no seu tamanho de escala mais produtivo (RAMANATHAN, 2003).

2.2.2.3 Aplicação DEA no setor financeiro

A fim de compreender como a DEA tem sido aplicada para a análise de eficiência no setor financeiro brasileiro, foi realizado um levantamento bibliográfico com o objetivo de identificar os modelos de DEA comumente utilizados, bem como os *inputs* e *outputs* selecionados. Em seguida, apresenta-se na Tabela 1 uma síntese de algumas dessas aplicações,

oferecendo uma visão clara das abordagens e particularidades no uso da DEA nesse contexto específico. Esta tabela ajudará a contextualizar a forma de aplicação da metodologia DEA no âmbito deste trabalho.

Tabela 1 - Aplicações da DEA no setor financeiro brasileiro.

Autor(es)	DMU/Ano dos Dados	Modelo/Orientação	Inputs	Outputs
CARNEIRO, JUNIOR, MARCORIS (2016)	99 instituições financeiras / 2013	BCC (<i>Input</i>)	• Custos administrativos • Custos de pessoal • Custos relacionados à captação de recursos.	• Receitas geradas por meio de serviços e de transações financeiras.
FREAZA, GUEDES, GOMES (2006)	50 agências financeiras / 2004	BCC (<i>Input</i>)	• Nº Funcionários • Nº Agências • Alavancagem • Índice de Inadimplência • Grau de Imobilização • Custo Operacional.	• Resultado de Intermediação Financeira • Rentabilidade do PL • Resultado Operacional • Lucro Líquido • Patrimônio Líquido.
BORGES, SILVA (2020)	66 CTVMs brasileiras	BCC(<i>Output</i>)	• Leverage (LEV) • Imobilização do capital próprio (ICP).	• Independência financeira (IF) • Patrimônio líquido • Relação capital/passivo • (RCP).
FERREIRA, GONÇALVES, BRAGA (2007)	105 cooperativas de crédito/2003	BCC(<i>Input</i>)	• Salários • Despesas Administrativas • Desp. não-administrativas	• Sobras Operacionais • Operações de Crédito • Ativo Total.
PÉRICO, REBELATTO, SANTANA (2008)	12 maiores organizações bancárias/2006	BCC (<i>Output</i>)	• Ativo total • Operações de Crédito • Depósitos • Patrimônio Líquido	• Resultado Financeiro

Conforme os estudos citados na Tabela 1, observa-se que o modelo de retornos variáveis de escala (BCC) é predominantemente utilizado nesses estudos. Instituições financeiras frequentemente operam sob condições em que aumentos proporcionais nos recursos utilizados não necessariamente resultam em aumentos proporcionais nos resultados, justificando o uso do modelo VRS. Este modelo permite uma análise mais realista da eficiência, ajustando-se às escalas de operação de cada DMU. Além disso, a escolha entre orientação a *inputs* ou a *outputs* está atrelada ao foco estratégico da instituição: quando o objetivo é melhorar a eficiência operacional, a orientação a *inputs* é mais apropriada; já quando o objetivo é aumentar as receitas e resultados, a orientação a *outputs* é preferível.

As variáveis de *input* comumente utilizadas incluem medidas que refletem o uso de recursos nas instituições financeiras, agregadas em três categorias principais: i. Custos Operacionais, ii. Recursos Humanos, e iii. Recursos Financeiros. As variáveis de *output* são divididas em: i. Desempenho Financeiro, que engloba receitas geradas e outros resultados financeiros, e ii. Crescimento e Solidez, que indicam a solidez financeira e a capacidade de expansão da instituição.

Escolher as variáveis corretas é uma etapa fundamental em várias áreas de análise e modelagem, incluindo estatística, aprendizado de máquina e pesquisa operacional, bem como na DEA. Neste trabalho, uma das etapas será determinar o conjunto de variáveis, tanto de *inputs* quanto de *outputs*, a serem utilizadas na construção do modelo de DEA.

Ao considerar a seleção de variáveis na DEA, é importante reconhecer que diferentes escolhas de variáveis levam a diferentes perspectivas de análise e resultados. Isso não deve ser visto como uma limitação da metodologia DEA, mas sim como uma oportunidade de explorar várias dimensões do problema em questão.

Os diferentes métodos de seleção de variáveis variam quanto ao nível de intervenção necessário do tomador de decisão. Alguns exigem pouca informação subjetiva, sendo ideais para decisores indecisos, enquanto outros requerem escolhas mais ativas, adequados para aqueles que desejam influenciar o processo de seleção (SENRA *et. al.*, 2007).

Na Tabela 2, são apresentados os principais métodos de seleção utilizados em estudos de DEA, acompanhados de uma breve descrição de cada um, bem como suas vantagens e desvantagens, proporcionando uma visão abrangente dessas técnicas e suas aplicações práticas.

Tabela 2 - Métodos de seleção de variáveis

Método de Seleção	Descrição	Vantagens	Desvantagens
Método I-O Stepwise Exaustivo Completo	Este método foca em aumentar a eficiência média com um número limitado de variáveis, mantendo uma relação causal forte entre <i>inputs</i> e <i>outputs</i> . Ele envolve a análise da eficiência média de cada par <i>input-output</i> e a seleção daqueles que maximizam essa eficiência.	• Rápida obtenção de alta eficiência média • Útil para descartar variáveis menos representativas em grandes modelos.	• Corre o risco de fornecer baixa discriminação das DMUs na fronteira segundo Lins e Meza (2000, <i>apud</i> SENRA <i>et. al.</i>, 2007).
Método Multicritério	Combina uma boa relação causal com a discriminação entre as DMUs. O decisor tem um papel ativo, fornecendo <i>inputs</i> e <i>outputs</i> que farão parte do modelo.	• Eficiência média relativamente alta com boa capacidade de ordenação • Custo de cálculo inferior • Incorpora opinião do decisor.	• Pode não atingir alta eficiência média • Dependente da opinião do decisor • Baixa eficiência média no início.
Método Multicritério Combinatório Inicial	O método utiliza uma abordagem semelhante ao I-O <i>Stepwise</i> , comparando todos os possíveis pares iniciais de variáveis, mas utilizando um índice composto para eficiência média e capacidade de discriminação das DMUs.	• Eficiência média relativamente alta desde o início • Independe da opinião do decisor para escolha inicial.	• Pode não atingir alta eficiência média • Alto custo de cálculo em grandes instâncias • Pode gerar modelo irreal.
Método Multicritério Combinatório por Cenários	Este método avança na direção de exigir menos informação do decisor. Não há um critério de parada pré-definido, e todas as variáveis são incluídas para posterior comparação entre os modelos com diferentes números de variáveis. A seleção é feita em duas fases, construindo cenários na primeira e escolhendo o melhor na segunda.	• Eficiência média relativamente alta • Independe da opinião do decisor para escolha inicial • Aborda modelos próximos ao completo.	• Pode não atingir alta eficiência média • Alto custo de cálculo em grandes instâncias.

Fonte: elaborado pela autora com base em Senra et al. (2007).

No decorrer do trabalho será adotado um dos métodos acima para a seleção das variáveis do modelo de DEA e o desdobramento de suas etapas será detalhado.

2.2.3 *Relação entre Variáveis e DMUs*

Para realizar uma análise de eficiência aplicando a DEA, é crucial ter um número adequado de DMUs e para o seu dimensionamento, diferentes critérios podem ser considerados. As recomendações variam, e uma das considerações importantes é a relação entre o número de DMUs e a quantidade de variáveis no modelo, conforme a Equação 5:

$$n \geq \max \{i * o; 3 (i + o)\} \quad (5)$$

Já, segundo Gonzalez-Araya (2003), a recomendação deve ser mais restrita. Estes autores indicam que, conforme a Equação 6, o número de DMUs deve ser pelo menos cinco vezes o número de variáveis envolvidas no modelo de DEA, de forma a aumentar a robustez estatística e melhorar a precisão na discriminação entre DMUs eficientes e ineficientes, assegurando assim a confiabilidade e a validade dos resultados do estudo.

$$n \geq 5 * (i + o) \quad (6)$$

em que:

n: número de DMUs;

i: número de *inputs*;

o: número de *outputs*.

3 METODOLOGIA

Este capítulo detalha os procedimentos metodológicos utilizados para atingir os objetivos estabelecidos no trabalho. Inicialmente, a primeira seção descreve a metodologia de coleta de dados. A estratégia de análise dos dados é abordada nas seções posteriores, detalhando as etapas da Análise Envoltória de Dados (DEA), seleção de variáveis, a modelagem do problema e as técnicas de avaliação de eficiência. Além disso, é apresentado o *software* utilizado para implementação do modelo de DEA, explicando seu uso no contexto do trabalho. As principais etapas do estudo são detalhadas nas Figura 7.

Figura 7 - Etapas do estudo.

Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3	Etapa 4
• Coleta dos Dados • Identificação dos principais KPIs • Coleta dos KPIs em fontes internas à empresa	• Seleção das DMUs • Definição do critério de seleção de DMUs semelhantes	• Definições do Modelo • Definição do Modelo de DEA e sua orientação • Definição do método de seleção de variáveis	• Aplicação • Normalização dos dados • Execução do método de seleção de variáveis • Aplicação do modelo via <i>software</i> para metodologia DEA.

Fonte: elaborada pela autora.

3.1 Coleta de Dados

Para a análise proposta neste estudo, serão utilizados dados referentes aos escritórios de investimentos associados a uma CTVM, os quais caracterizam-se como as DMUs a serem avaliadas. Os dados serão extraídos diretamente dos sistemas internos da CTVM, utilizando consultas SQL personalizadas em bancos de dados hospedados no Databricks que é uma plataforma de dados em nuvem utilizada pelas organizações para processar e armazenar grandes volumes de dados, bem como gerar análises (DATABRICKS, 2024).

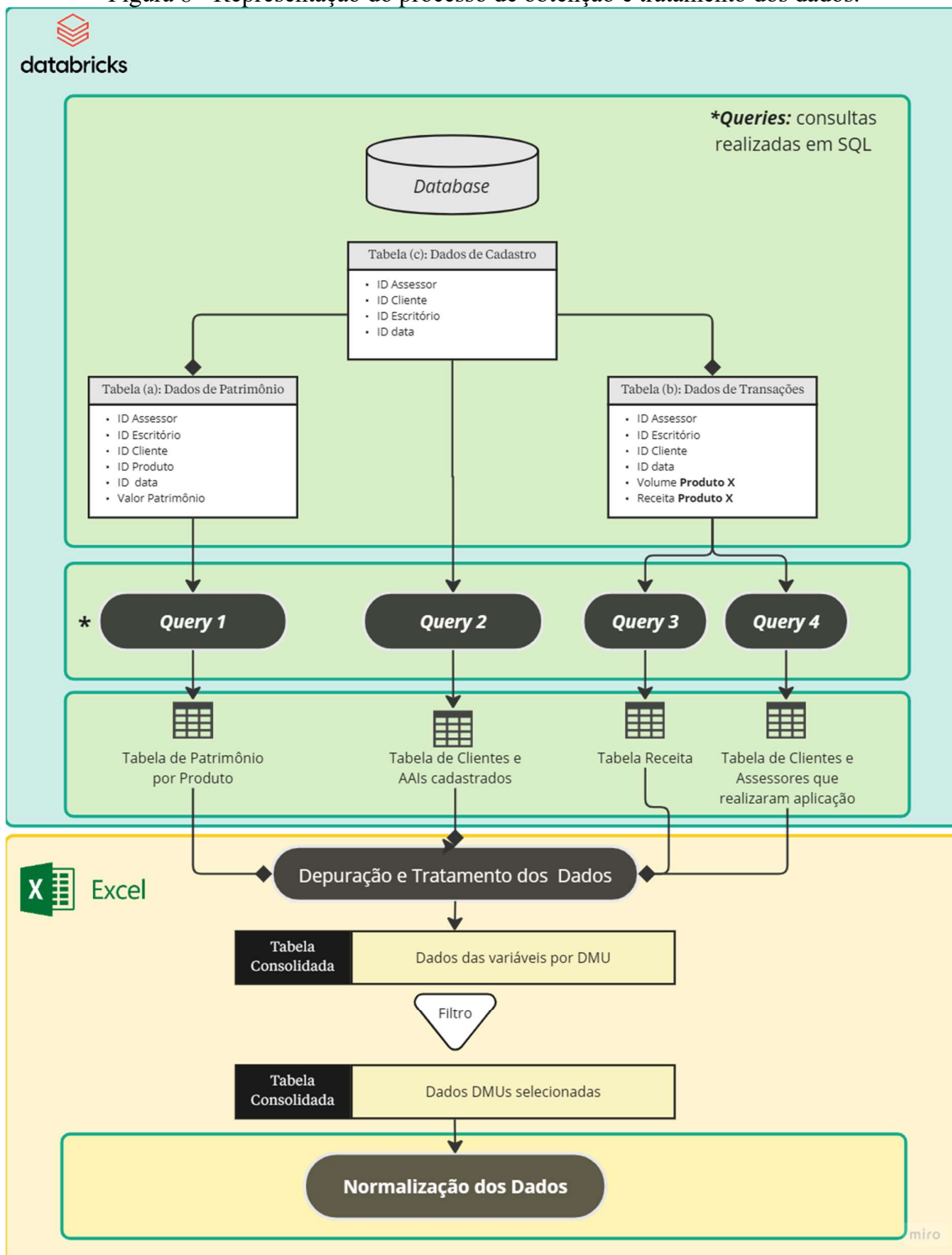
Para tanto, escolheu-se um período de um ano, especificamente o ano de 2023. A janela de análise de um ano foi deliberadamente alinhada ao ciclo estratégico anual da CTVM. Esta

escolha permite sincronizar as metas anuais dos escritórios com as estratégias e visões gerais da empresa para avaliação de desempenho. Além disso, devido à grande quantidade de dados disponíveis, a extração foi cuidadosamente focada em alguns dos principais KPIs relevantes para os objetivos desse estudo. Essa seleção foi feita de forma a escolher aqueles indicadores que mais adequadamente serviriam como *inputs* e *outputs* na análise de desempenho. A natureza sensível e confidencial dos dados extraídos exige anonimização, garantindo a proteção da privacidade e a conformidade com regulamentações pertinentes. Dessa forma, os dados utilizados nesta análise passaram por alguns tratamentos, incluindo: i. Pseudonimização e ii. Normalização dos dados. Assim, tanto os escritórios de investimentos quanto os produtos financeiros são representados por identificadores que não mantêm qualquer correspondência direta com seus nomes originais, sendo designados como U1, U2, U3 etc., para as DMUs, e Produto X, Produto XY etc., para os produtos financeiros. Além disso, os dados dos dez KPIs selecionados foram normalizados utilizando o método de máximos e mínimos, conforme detalhado na Equação 7.

$$X_{normalizado} = \frac{X_{inicial} - X_{mínimo}}{X_{máximo} - X_{mínimo}} \quad (7)$$

As etapas realizadas para extração e tratamento dos dados a serem considerados no desenvolvimento do modelo de DEA proposto neste trabalho e as ferramentas utilizadas neste processo são ilustradas na Figura 8.

Figura 8 - Representação do processo de obtenção e tratamento dos dados.



Fonte: elaborada pela autora.

3.2 Seleção das DMUs

O primeiro passo para a aplicação da DEA é a definição das DMUs. Para tanto, é essencial selecionar DMUs que apresentem homogeneidade em termos de estratégia e porte. Isso significa que as DMUs devem não apenas operar sob condições de mercado semelhantes e realizar atividades comparáveis, mas também ser semelhantes em tamanho e capacidade de produção. Isso assegura que a comparação de eficiência seja justa e válida conforme destacado por Cooper, Seiford e Tone (2007).

Além disso, o número de DMUs deve ser suficiente para proporcionar comparações significativas, mas não tão grande que torne a análise excessivamente complexa sem agregar valor adicional.

Para se aplicar a DEA no presente estudo de avaliação da eficiência dos escritórios de investimentos foram selecionados dentre todo o conjunto de escritórios de investimentos associados à empresa, apenas aqueles que atendessem aos seguintes critérios de homogeneidade:

- a) **Acesso à Ferramenta:** A seleção das DMUs para o estudo considerou o seu acesso a tecnologias, especialmente, ao serviço Bloomberg. Esta ferramenta é importante no mercado financeiro porque oferece informações atualizadas para análises e facilita a compra e venda de grandes volumes de ativos financeiros. Contudo, devido ao alto custo, apenas escritórios selecionados, que possuem um patrimônio sob gestão relevante, e que realizam transações de alto valor, têm acesso a essa ferramenta. No contexto deste trabalho, preferiu-se incluir apenas os escritórios que não possuem acesso a essa ferramenta para o fim de negociação do produto financeiro focado do trabalho. Esses escritórios somam 618 dos 632 escritórios analisados, mas que juntos correspondem a 72% do patrimônio sob gestão da corretora conforme a Tabela 3. Esta seleção visa garantir uma homogeneidade na análise, possibilitando a identificação de escritórios que conseguem ser eficientes mesmo não contando com o apoio deste recurso e que poderiam se beneficiar significativamente com o acesso a essas tecnologias no futuro.

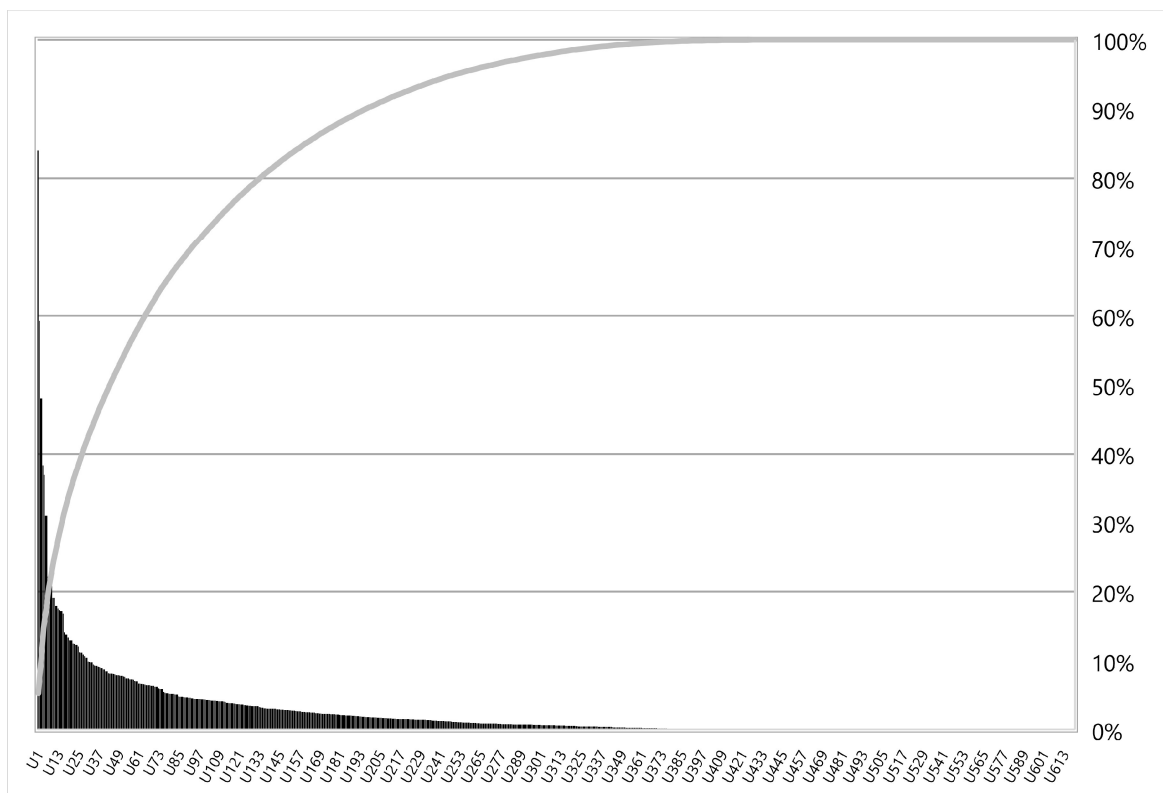
Tabela 3 - Distribuição das DMUs por acesso à ferramenta Bloomberg

Acesso à Ferramenta	Patrimônio sob Gestão(R\$)	% Total	Quantidade de DMUs
SIM	767,139.05	28%	14
NÃO	1,960,159.34	72%	618
-	2,727,298.39	100%	632

¹Números absolutos foram ajustados por uma constante para garantir confidencialidade

- b) **Patrimônio Sob Gestão (R\$):** Este critério de seleção reflete diretamente o porte da DMU e possui uma correlação positiva com o volume de transações realizadas pelo escritório. Devido à grande quantidade de DMUs e à distribuição não homogênea do patrimônio, como observado na Figura 9, existe uma concentração significativa de patrimônio em poucos escritórios. Portanto, o desempenho desses escritórios tem uma influência significativa sobre o resultado financeiro da CTVM.

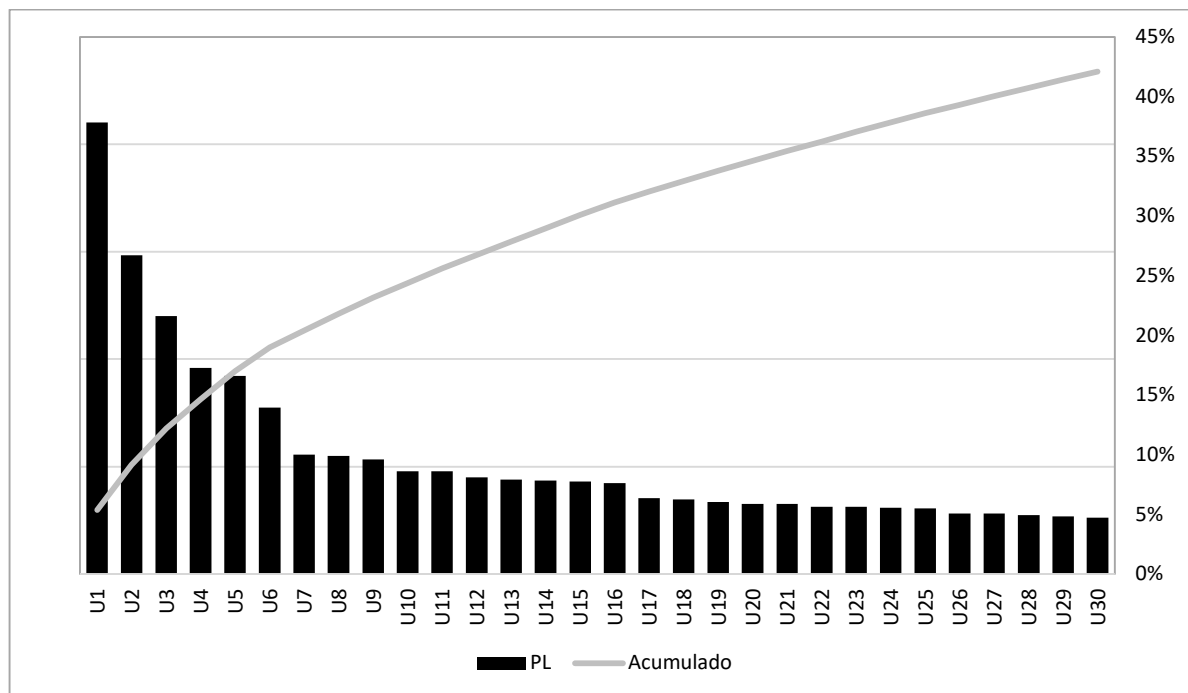
Figura 9 - Gráfico de Pareto – Distribuição das DMUs ordenadas por Patrimônio sob Gestão.



Fonte: elaborada pela autora.

Para o desenvolvimento deste trabalho, foram selecionadas as 30 maiores DMUs que não dispõem de acesso ao serviço Bloomberg profissional, e que juntas representam 42% do Patrimônio Sob Gestão conforme Figura 10, observando o princípio de Pareto que sugere que quando há muitos elementos contribuindo para a geração de um resultado geral, uma pequena porção (aproximadamente 20%) das causas é responsável por uma grande parte (aproximadamente 80%) do efeito. Embora as proporções específicas possam variar, a seleção foca nas DMUs que têm uma contribuição desproporcionalmente alta na composição do patrimônio total, indicando que melhorias nesse grupo restrito podem gerar impactos significativos no desempenho geral da CTVM.

Figura 10 - Gráfico de Pareto – Distribuição das 30 maiores DMUs em patrimônio sob gestão.



Fonte: elaborada pela autora.

3.3 Definição do Modelo de DEA

Conforme os estudos de DEA aplicados ao setor financeiro, o modelo BCC é especialmente adequado para a realização de análises em contextos como o dos escritórios de investimentos do setor financeiro, em que o aumento dos retornos não são necessariamente proporcionais ao aumento dos recursos. Dessa forma, entende-se que para o contexto da análise da eficiência em que as DMUs são os escritórios de investimentos associados à CTVM focada

neste trabalho, esse modelo se aplica melhor, permitindo fornecer uma avaliação mais aderente à sua lógica de geração de resultados e processos operacionais.

Como orientação do modelo BCC, será adotada a orientação voltada para *output*, uma vez que o principal objetivo da empresa em questão é maximizar os resultados financeiros e operacionais gerados a partir dos recursos disponíveis nos escritórios de investimentos. Em ambientes altamente competitivos e orientados a resultados e ao crescimento do negócio, como é o caso do setor financeiro, focar nos *outputs* permite uma avaliação mais direta da capacidade dos escritórios de investimentos de gerar receita, volume de negócios e satisfação do cliente.

A Tabela 4 apresenta a formulação matemática do modelo BCC orientado a *output*, tanto na Forma de Multiplicadores (Modelo Dual), quanto na Forma de Envelope (Primal).

O Modelo BCC em sua Forma de Envelope, seguindo a orientação de maximização de *outputs*, é uma abordagem que permite definir os *benchmarks* e metas dentro do conjunto analisado. Ele busca os valores de λ_r que maximizam θ , onde λ_r representa a contribuição de uma unidade de referência (DMUr) na formação da meta da unidade analisada (DMU₀). As DMUs com valores de λ_r não nulos são consideradas os *benchmarks* da DMU₀. Para isso, o modelo é sujeito à restrição de convexidade, identificada como (a) na Tabela 4, que assegura que cada ponto do conjunto possa ser expresso como uma combinação linear convexa dos outros pontos, com a condição de que a soma dos valores de λ_r seja igual a 1. Portanto, quanto maior o valor de λ_r , maior a importância da DMU correspondente como referência para a DMU ineficiente (GUERREIRO, 2007; MELLO et al., 2005).

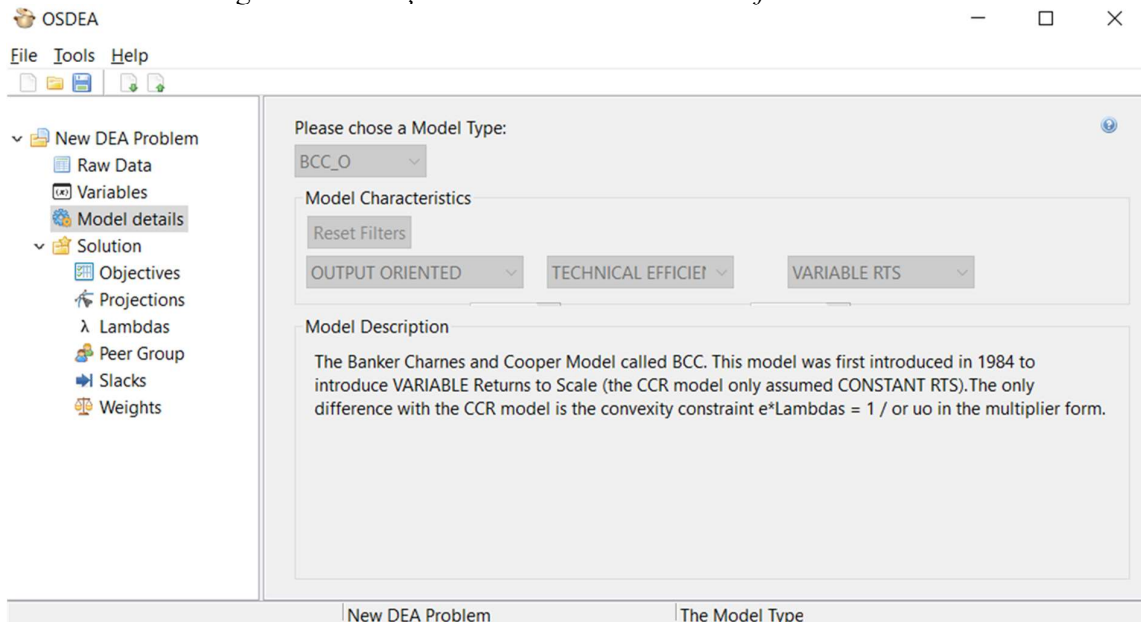
Já o Modelo BCC em sua Forma de Multiplicadores, quando orientado para maximização de *output*, é aquele cujo objetivo é a minimização da função objetivo h_k . Nesse modelo, a restrição de convexidade vira uma variável representada por v^* na Tabela 4. Essa variável é introduzida para representar os retornos variáveis de escala, que podem ser crescentes, decrescentes ou constantes como explicados na seção 2.1.4.2 (GUERREIRO, 2007). Através deste modelo, são determinados os multiplicadores, também chamados de pesos u_j e v_i , em que u_j representa a taxa de troca dos *outputs*, enquanto v_i representa a taxa de substituição dos *inputs* e são determinados de forma a maximizar o desempenho relativo (FARIA JÚNIOR, 2006). A solução deste modelo resultará em pesos maiores para as variáveis mais importantes e, pesos nulos para aquelas que não contribuem para a eficiência da DMU.

Tabela 4 - Modelos BCC com orientação a *output*

Forme de Multiplicadores (Dual)	Forma de Envelope (Primal)
Minimizar $h_0 = \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} + v_*$	Maximizar θ
Sujeito a:	Sujeito a:
$\sum_{r=1}^s u_j y_{jr} = 1$	$x_{i0} - \sum_{r=1}^s x_{ir} \lambda_r \geq 1$
$\sum_{j=1}^n u_j y_{jr} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ir} - v_* \leq 0$	$-h_0 y_{j0} + \sum_{r=1}^s y_{jr} \lambda_r \geq 0$
$u_j, v_i \geq 0, \quad v_* \in \mathbb{R}$	$\sum_{r=1}^s \lambda_r = 1 \text{ (a)}$
	$\lambda_r \geq 0$
Considerando:	
	y = quantidade de <i>outputs</i> utilizados;
	x = quantidade de <i>inputs</i> utilizados;
	u, v = pesos;
	λ_r = peso em relação às DMUs eficientes
	$r = 1, \dots, s$ = conjunto de <i>outputs</i> ;
	$i = 1, \dots, m$ = conjunto de <i>inputs</i> ;
	$j = 1, \dots, n$ = conjunto de DMUs;

Fonte: Adaptada de Mello et al. (2005).

Figura 11 - Seleção do modelo de DEA no *software* OSDEA



Fonte: elaborada pela autora.

Para executar o modelo BCC com orientação a *output* usando o *software* OSDEA, é necessário selecionar o tipo de modelo BCC_O. Tal como a Figura 11 ilustra, este modelo incorpora a orientação para *output* (*output oriented*), com retorno variável de escala (*Variable RTS*) para calcular a eficiência técnica (*technical efficiency*) a partir das entradas no *software*.

3.4 Seleção das Variáveis

Neste contexto de análise de eficiência dos escritórios de investimentos associados à CTVM, as variáveis selecionadas para compor o modelo de DEA estão detalhadas e categorizadas na Tabela 5. Os *inputs* selecionados para o modelo são divididos em duas categorias principais: recursos financeiros e humanos. Sob recursos financeiros, incluem-se variáveis como Patrimônio do Produto X, Patrimônio do Produto XY, Patrimônio do Produto XZ, e Patrimônio de Outros Produtos, todas expressas em termos monetários. Essas variáveis são representações de volume de capital alocados em produtos de investimentos representados por ‘X’, ‘Y’, ‘XY’, ‘XZ’ e que estão sujeitos a realocação. Em relação aos recursos humanos, as variáveis incluem o número de Assessores Cadastrados e Clientes Cadastrados, que são indicativos de intensidade comercial e penetração do mercado.

Tabela 5 - Variáveis de *Input* e *Output*

Sigla	Tipo de Variável	Variável	Categoria
Input	PPX	Patrimônio do Produto X, (R\$)	Recurso Financeiro
	PPXY	Patrimônio do Produto XY, (R\$)	Recurso Financeiro
	PPXZ	Patrimônio do Produto XZ, (R\$)	Recurso Financeiro
	POP	Patrimônio de outros Produtos, (R\$)	Recurso Financeiro
	AC	AAIs cadastrados	Recurso Humano
	CC	Clientes Cadastrados	Recurso Humano
Output	RPX	Receita do Produto X, (R\$)	Resultado Financeiro
	VPX	Volume aplicado no Produto X, (R\$)	Crescimento e Estabilidade
	CA	Clientes que realizaram Aplicação	Desempenho Operacional
	AA	AAIs que intermediaram Aplicação	Desempenho Operacional

Fonte: elaborada pela autora.

Para os *outputs*, as variáveis escolhidas abrangem diferentes aspectos do desempenho financeiro e operacional:

- **Resultado Financeiro:** Representado pela Receita do Produto X (RPX), medindo diretamente o sucesso financeiro na gestão da categoria de produto financeiro foco deste estudo.

- **Crescimento e Solidez:** Avaliado através do Volume aplicado no Produto X (VPX), indicando a capacidade do escritório de captar e aplicar recursos de forma eficaz.
- **Desempenho Operacional:** Medida pelo número de Clientes que realizaram Aplicações (CA) e número de Assessores que intermediaram essas Aplicações (AA), refletindo o desempenho operacional da equipe do escritório em engajar recursos humanos em atividades financeiras produtivas.

Nas seções 3.4.1 a 3.4.9 é apresentado um detalhamento das variáveis.

3.4.1 Patrimônio do Produto X

A variável “Patrimônio do Produto X” representa o total de recursos sob gestão associados a um produto financeiro específico, que será anonimizado nesse trabalho, mas que se enquadra em uma categoria de investimento como Renda Variável, Fundos de Investimentos ou Renda Fixa, oferecida a investidores por assessores de investimento.

A escolha desta variável é estratégica, pois indica a magnitude dos recursos que o escritório é capaz de captar e administrar. Uma gestão ativa desse patrimônio não só maximiza os retornos para os clientes e contribui para retê-los, mas também aumenta os resultados operacionais do escritório. Ou seja, um patrimônio sob gestão ativa indica que haverá maiores provocações por parte dos assessores de investimentos para que o cliente aproveite oportunidades de reaplicação do patrimônio, seja com o objetivo de maximizar os retornos ou mitigar riscos da carteira via diversificação. Essa gestão do patrimônio afeta diretamente o volume de aplicação, tanto no Produto X, quanto em outras categorias de produto.

3.4.2 Patrimônio do Produto XY e Patrimônio do Produto XZ

As variáveis de “Patrimônio do produto XY” e “Patrimônio do produto XZ” representam subclasses do Produto X que é o produto financeiro foco do estudo e foram selecionadas por possuírem características específicas de produtos que as diferenciam e podem torná-las relevantes para os resultados financeiros dos escritórios. Essas características podem estar relacionadas ao desempenho histórico dos produtos, características de mercado e outros fatores, como risco.

3.4.3 *Patrimônio de outros Produtos*

A variável "Patrimônio de outros Produtos" indica o total do patrimônio dos escritórios não alocado no Produto X, refletindo a capacidade de redirecionar recursos de diferentes categorias de produtos financeiros, como Renda Variável, Renda Fixa e Fundos de Investimentos, para capturar oportunidades melhores de investimento. Dessa forma, ajustes na alocação do patrimônio de outras categorias podem indicar um redirecionamento para o Produto X e, portanto, impactar o volume de aplicação nesse produto.

3.4.4 *AAIs cadastrados*

"AAIs cadastrados" refere-se aos assessores cadastrados e vinculados aos escritórios. Esta variável representa um recurso humano significativo para atuar na assessoria de investimentos aos clientes, que influi do desempenho operacional do escritório.

3.4.5 *Cientes cadastrados*

"Clientes cadastrados" refere-se a todos investidores registrados no escritório de investimentos durante o período analisado. Esta variável é um indicador importante da base de clientes potencial que o escritório tem à disposição. Existe uma relação entre "Clientes cadastrados" e a variável de *output* "Clientes que realizaram aplicação", refletindo o grau em que os clientes cadastrados estão engajados e ativamente investindo através do escritório, o que indica um potencial de conversão de clientes inativos em ativos.

3.4.6 *Receita do Produto X*

A variável "Receita do Produto X" representa a receita bruta gerada pelas transações associadas ao Produto X e, mais especificamente, pelos serviços de intermediação financeira. Esta receita é crucial tanto para o desempenho financeiro dos escritórios quanto para a CTVM como um todo, especialmente em uma empresa de capital aberto. Além disso, ela reflete a capacidade da empresa de obter retornos financeiros através de seus serviços, impactando diretamente o seu valor de mercado e a confiança dos investidores. Nesse sentido, a geração

consistente de receita é essencial para manter o crescimento e a estabilidade financeira tanto dos escritórios quanto da CTVM.

3.4.7 *Volume aplicado no Produto X*

"Volume aplicado no Produto X" representa o total de capital investido em aplicações relacionadas ao Produto X durante o período analisado. Este volume inclui tanto a movimentação do patrimônio total, quanto a captação de novos recursos financeiros, provenientes de novos clientes ou de aportes adicionais feitos por clientes existentes.

3.4.8 *Cientes que realizaram aplicação*

"Clientes que realizaram Aplicação" é uma variável que contabiliza o número de clientes que investiram no Produto X durante o período analisado. Essa variável não apenas reflete a capacidade do escritório em contribuir para uma base de clientes cadastrados ativa, mas também indica o nível de satisfação dos clientes com os serviços oferecidos.

3.4.9 *AAIs que intermediaram aplicação*

"AAIs que intermediaram aplicação" é uma variável que contabiliza o número de assessores que efetivamente assessoraram os clientes nas transações do Produto X. Bons assessores conseguem engajar os clientes e assessorá-los em investimentos alinhados aos seus objetivos, sendo a confiança um fator crucial, pois sem ela, a relação assessor-cliente é comprometida.

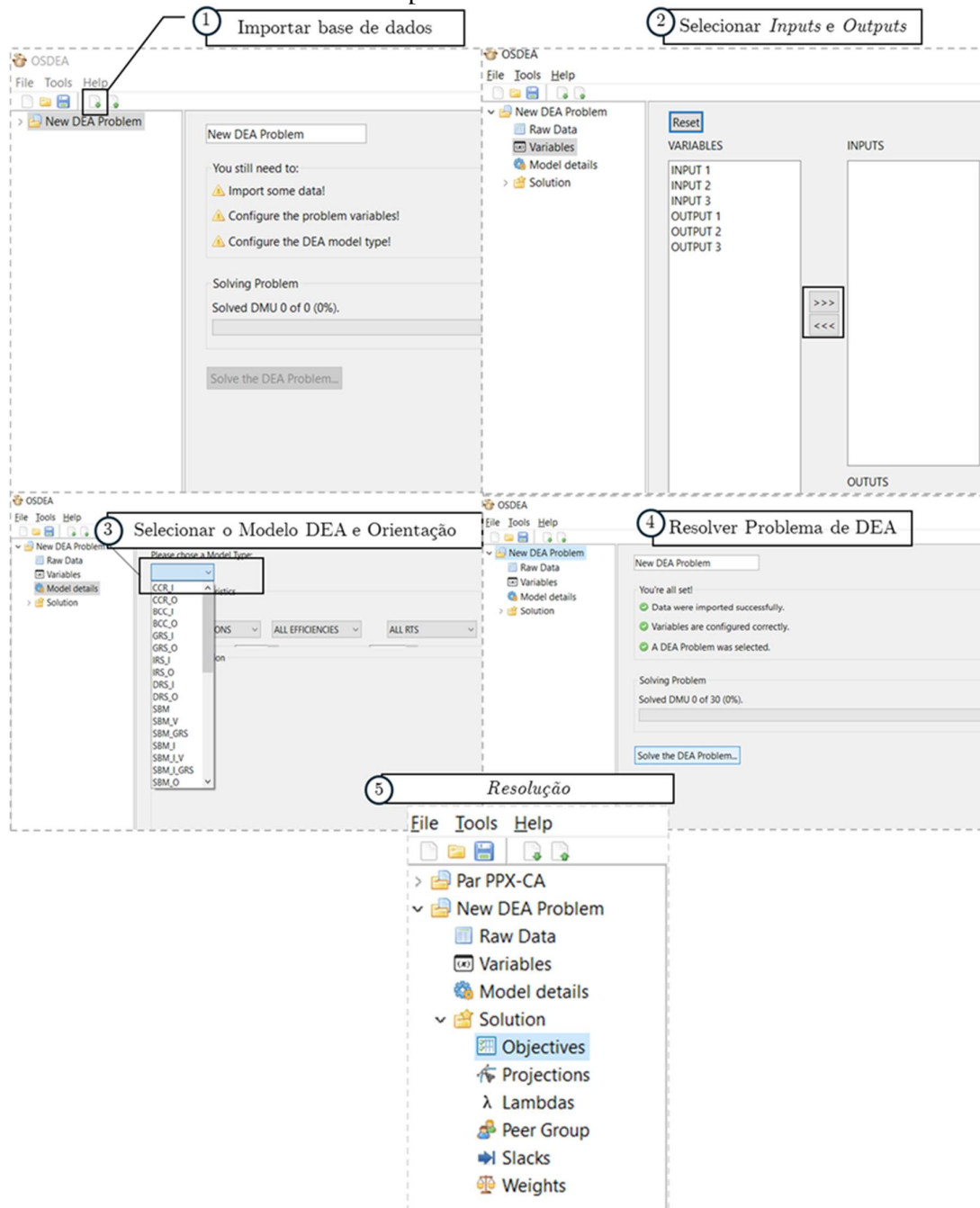
3.5 *Software para Aplicação da DEA*

O *software* selecionado para análise de um problema de DEA neste trabalho é o OSDEA (*Open Source DEA*) versão 0.2, que se destaca por ser um programa de código aberto, reduzindo os custos associados a licenças e permitindo maior liberdade para personalização e adaptação. Além disso, o OSDEA foi desenvolvido para ser acessível e menos intimidador para usuários sem profundo conhecimento de programação ou da metodologia DEA, sendo ideal para uma ampla gama de usuários, desde acadêmicos até profissionais de diferentes áreas. O *software* também suporta análises com mais de 100 DMUs, uma característica que está presente em poucos *softwares* disponíveis (OSDEA-GUI, 2023).

A interface do *software*, mostrada na Figura 12, guia o usuário através de etapas para resolver um modelo de DEA. A primeira etapa (1) é a importação dos dados, seguida pela classificação das variáveis como *inputs* ou *outputs* (2). Em seguida, na terceira etapa, o usuário seleciona o modelo DEA desejado, como CCR, BCC, entre outros, e sua orientação (voltada para *input* ou *output*) para resolver o problema específico (3). Após completar essas etapas, o problema DEA pode ser resolvido pelo *software* (4). As principais saídas do *software* OSDEA incluem os seguintes resultados (5):

- i. Eficiência técnica por DMU, representada pelo '*Objective Value*', conforme ilustrado no APÊNDICE A.
- ii. Os valores dos pesos u_j e v_i que indicam a relevância de cada *output* e *input* no modelo BCC na Forma de Multiplicadores para cada DMU, conforme demonstrado na Tabela 4, são derivados dos '*Weights*' apresentados no APÊNDICE B.
- iii. Os valores de "*Lambdas*" que representam a importância relativa de cada DMU eficiente em relação às não eficientes no modelo BCC na Forma de Envelope, conforme descrito por λ_r na Tabela 4 e ilustrado no APÊNDICE C.
- iv. A partir do λ_r também é possível identificar os *Benchmarks* das DMUs ineficientes a partir de valores de $\lambda_r > 0$, destacados pelo '*Peer Group*' no APÊNDICE D.
- v. As metas ou alvos, que indicam o nível ideal de produção que cada DMU deveria alcançar a partir de um conjunto de *inputs*, são obtidas através das '*Projections*' conforme ilustrado no APÊNDICE E.

Figura 12 - Interface gráfica do *software* OSDEA e principais etapas na resolução de um problema de DEA.



Fonte: elaborada pela autora.

3.5.1 Tratamento dos dados

Na preparação dos dados para a análise de DEA utilizando o *software* OSDEA-GUI, foram implementados alguns ajustes dos dados com o objetivo de garantir uma análise

adequada do modelo via *software* (OPEN SOURCE DEA, 2024). Uma das principais intervenções realizadas foi a normalização dos dados pelo método de máximos e mínimos conforme Equação 7 detalhada na seção 3.1, com a principal finalidade de evitar problemas associados a diferenças de escala e unidades entre as variáveis. Por exemplo, variáveis como patrimônio, que são medidas em termos monetários, diferem significativamente em magnitude de variáveis como o número de assessores. Embora o modelo consiga, em geral, capturar essas diferenças e trabalhar com elas, ainda está sujeito a erros para os casos em que há números grandes juntos com números pequenos, devido à forma como os cálculos matemáticos são realizados por um computador (OPEN SOURCE DEA, 2024).

Portanto, para evitar esses problemas, foi adotada uma mesma escala de normalização dos dados para converter os valores a uma faixa de 1 a 1001 e eliminar a presença de zeros nas operações matemáticas. Essa abordagem assegura que todos os valores sejam positivos e dentro de um intervalo aceitável para o *software*, mantendo a integridade relativa e a proporcionalidade dos dados.

Os dados normalizados para as 10 variáveis consideradas de cada DMU selecionada estão dispostos na Tabela 6.

Tabela 6 - Dados Normalizados

	<i>Inputs</i>						<i>Outputs</i>			
DMU	PPX	POP	PPXY	PPXZ	AC	CC	CA	AA	RPX	VPX
U1	1001.00	1001.00	1001.00	1001.00	101.00	157.00	74.00	105.00	17.00	91.00
U2	691.00	668.00	354.00	931.00	1001.00	1001.00	1001.00	1001.00	1001.00	1001.00
U3	620.00	475.00	503.00	530.00	194.00	288.00	275.00	203.00	692.00	464.00
U4	420.00	392.00	223.00	564.00	210.00	408.00	367.00	206.00	381.00	477.00
U5	379.00	386.00	305.00	389.00	158.00	220.00	127.00	153.00	120.00	132.00
U6	383.00	259.00	317.00	455.00	136.00	160.00	204.00	142.00	467.00	389.00
U7	202.00	185.00	122.00	373.00	137.00	358.00	106.00	133.00	24.00	19.00
U8	238.00	159.00	195.00	252.00	68.00	102.00	111.00	62.00	408.00	284.00
U9	203.00	166.00	140.00	272.00	59.00	89.00	61.00	60.00	56.00	44.00
U10	194.00	125.00	66.00	272.00	133.00	163.00	182.00	130.00	296.00	227.00
U11	141.00	157.00	209.00	136.00	14.00	12.00	12.00	15.00	147.00	140.00
U12	165.00	118.00	159.00	194.00	61.00	115.00	112.00	69.00	216.00	150.00
U13	141.00	124.00	139.00	203.00	74.00	86.00	87.00	69.00	143.00	198.00
U14	154.00	113.00	207.00	252.00	34.00	60.00	65.00	33.00	244.00	125.00
U15	155.00	108.00	216.00	149.00	42.00	79.00	95.00	43.00	340.00	187.00
U16	144.00	108.00	136.00	179.00	50.00	64.00	83.00	49.00	165.00	134.00
U17	59.00	102.00	181.00	50.00	21.00	5.00	1.00	18.00	1.00	1.00
U18	84.00	80.00	103.00	1.00	64.00	36.00	58.00	64.00	103.00	245.00
U19	78.00	74.00	61.00	114.00	47.00	100.00	69.00	48.00	79.00	68.00
U20	55.00	81.00	7.00	291.00	53.00	641.00	185.00	47.00	35.00	120.00
U21	50.00	84.00	98.00	43.00	24.00	20.00	33.00	19.00	124.00	68.00
U22	169.00	1.00	27.00	47.00	4.00	52.00	24.00	7.00	97.00	7.00

U23	85.00	51.00	18.00	336.00	30.00	81.00	55.00	23.00	67.00	74.00
U24	114.00	31.00	84.00	164.00	24.00	38.00	38.00	27.00	29.00	52.00
U25	96.00	38.00	49.00	384.00	34.00	543.00	171.00	35.00	36.00	204.00
U26	57.00	43.00	50.00	83.00	50.00	110.00	103.00	41.00	139.00	88.00
U27	77.00	30.00	154.00	38.00	1.00	1.00	6.00	2.00	81.00	100.00
U28	76.00	24.00	88.00	98.00	26.00	39.00	45.00	25.00	86.00	111.00
U29	44.00	39.00	52.00	58.00	23.00	32.00	48.00	23.00	117.00	119.00
U30	66.00	21.00	48.00	80.00	99.00	102.00	152.00	77.00	106.00	167.00

Fonte: elaborada pela autora.

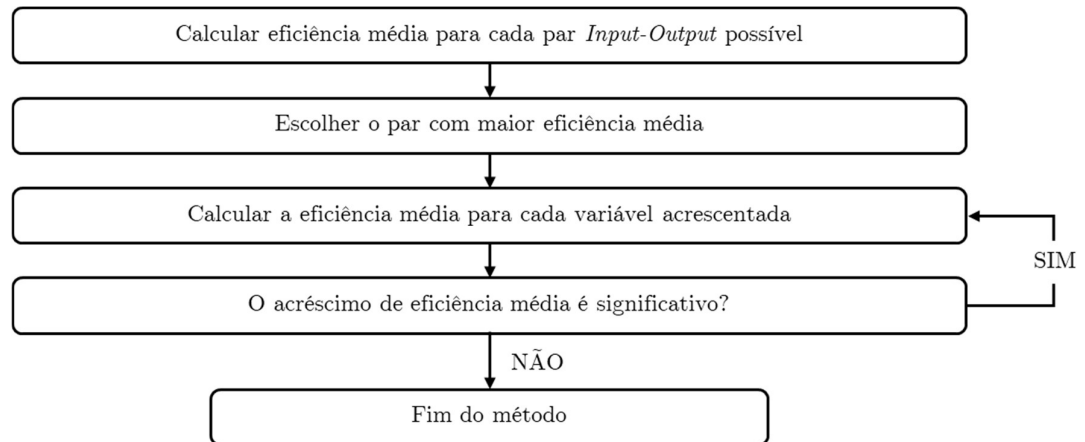
Uma vez que o quádruplo do número de variáveis escolhidas inicialmente para análise é $50 (5 \times (6 \text{ inputs} + 4 \text{ outputs}))$ e excede o número de DMUs selecionados, deve-se aplicar um dos métodos de seleção de variáveis para limitar a quantidade de variáveis a serem considerados no modelo de DEA a ser construído. Com base na recomendação de Gonzalez-Araya (2003) conforme descrita pela Equação 6, o número de variáveis a serem consideradas na construção do modelo de DEA será limitado a $1/5$ de 30, ou seja 6.

3.6 Seleção das Variáveis Via Método de Seleção

Os métodos de seleção de variáveis são úteis quando se tem uma quantidade de variáveis amplas, que ultrapassam a quantidade ideal de variáveis para o modelo, permitindo reduzir o número de variáveis para manter somente aquelas que melhor descrevem o desempenho das unidades em avaliação.

O método I-O *Stepwise* Exaustivo Completo, referenciado na Seção 2.2.2.3 e Tabela 2, é projetado para reduzir o número de variáveis envolvidas na análise, adicionando variáveis ao modelo de acordo com as etapas ilustradas na até que não haja mais acréscimos significativos na eficiência média do modelo de DEA em construção. A eficiência média é calculada pela média aritmética dos valores de eficiência obtidos para cada DMU. No entanto, ao considerar apenas a inserção de variáveis que aumentam a relação entre *inputs* e *outputs* para ganho de eficiência média, não se leva em conta a capacidade discriminatória do modelo. Isso pode resultar na seleção de variáveis que colocam muitas DMUs na fronteira de eficiência.

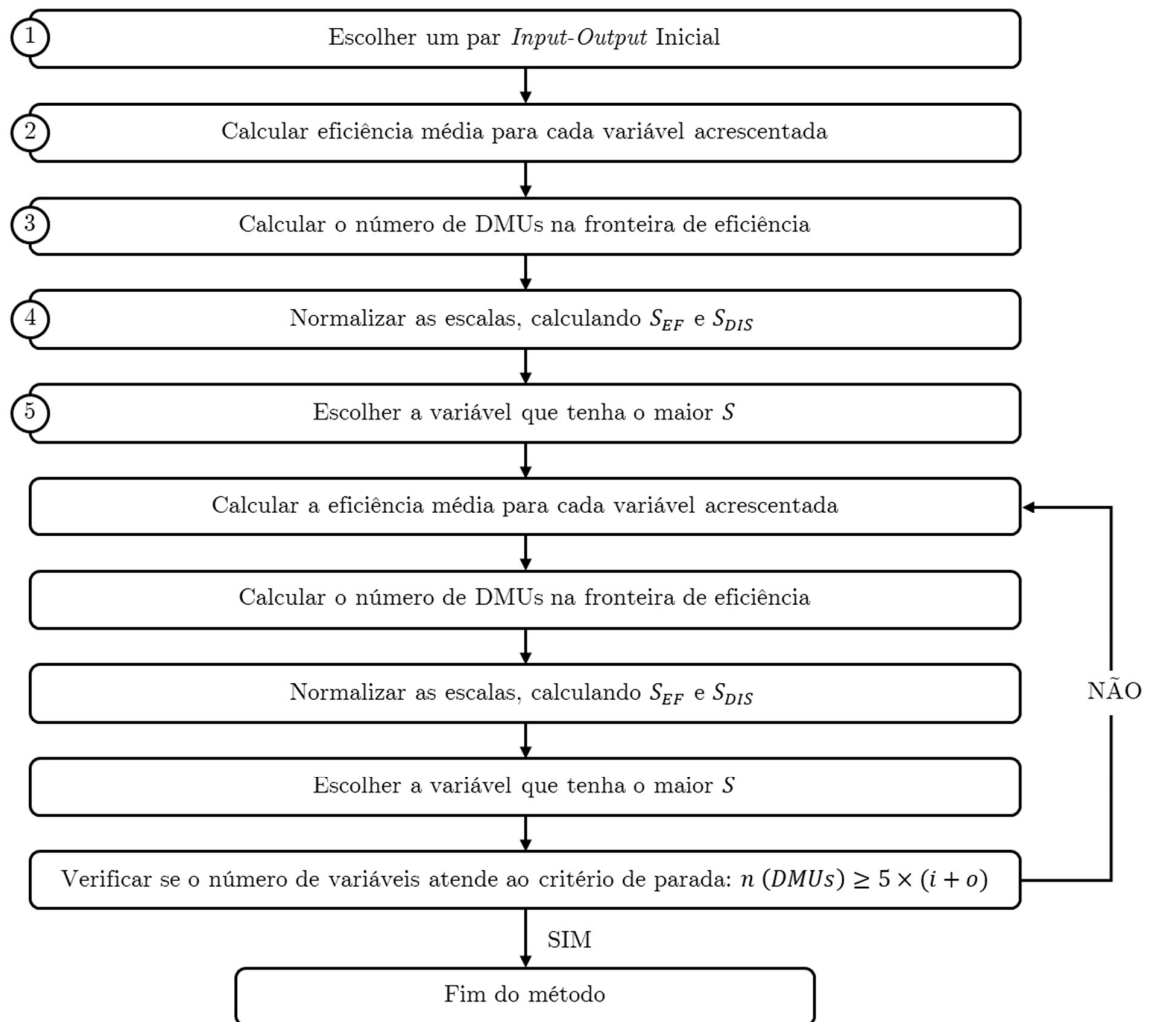
Figura 13 -Método I-O *Stepwise* exaustivo completo



Fonte: adaptada de Senra et al. (2007).

Para superar as limitações do Método I-O *Stepwise*, Soares de Mello et al. (2009) propuseram uma modificação, conhecida como Método Multicritério para Seleção de Variáveis em Modelos de DEA. Este método não apenas mede a eficiência, como o primeiro método, mas também avalia a discriminação entre as DMUs eficientes e ineficientes. Isso proporciona um equilíbrio entre o ajuste à fronteira de eficiência, medido pelo *Score* de Eficiência S_{EF} (descriptor do critério de melhor ajuste à fronteira), e o *Score* de discriminação S_{DIS} (descriptor do critério de máxima discriminação das DMU) (ABREU, 2008). A seguir, esses índices serão detalhados em suas respectivas etapas do Método Multicritério, conforme representado na Figura 14.

Figura 14 - Método Multicritério para Seleção de Variáveis em Modelos de DEA



Fonte: adaptada de Senra et al. (2007).

1. Seleção do Par Inicial *Input-Output*: Inicialmente, determina-se o par *input-output* dentre as variáveis possíveis (no presente estudo, são 10 variáveis, sendo 6 de *input* e 4 de *output*). Embora essa escolha ao ser feita pelo decisor introduza uma certa subjetividade, ela também permite a incorporação de conhecimentos específicos do negócio para identificar o par inicial mais adequado de variáveis.
2. Cálculo da Eficiência Técnica Média para Pares Restantes: Nesta etapa, são resolvidos todos os modelos de DEA distintos que resultar da combinação do par inicial com cada uma das variáveis remanescentes. Para cada combinação

tem-se o resultado das Eficiências Técnicas obtidas por DMU, e então calcula-se a Eficiência Técnica Média.

3. Determinação do Número de DMUs na Fronteira: Este passo envolve a contagem das DMUs que por atingirem eficiência igual a 1 são classificadas como eficientes.
4. Normalização de Escalas e Cálculo de S_{EF} e S_{DIS} : A normalização para o cálculo do índice S_{EF} é efetuada utilizando a técnica de máximos e mínimos, conforme descrito na Equação 7. Dessa forma, para a combinação de variáveis que apresentar a máxima eficiência é atribuído o valor de 1, enquanto a combinação que possuir a mínima eficiência recebe o valor de 0. Similarmente, para o cálculo de S_{DIS} , considera-se o número de DMUs na fronteira, onde a combinação que tiver o maior número de DMUs na fronteira será penalizada recebendo o valor de 0 por possuir a menor capacidade discriminatória, enquanto as demais recebem 1 (ABREU et al., 2008).
5. Seleção da Variável com o Maior Valor de S : Finalmente, como última etapa de um ciclo de seleção, calcula-se S , em que $S = \alpha S_{EF} + (1 - \alpha) S_{DIS}$, e $0 < \alpha < 1$, uma média ponderada entre S_{EF} e S_{DIS} . Embora seja papel do decisor escolher o peso de cada variável, representado por α , o recomendado por Senra et. al (2007) para eliminar mais uma etapa de subjetividade é adotar o peso de 0,5 para ambos os índices, S_{EF} e S_{DIS} . Dessa forma, ao assumir $\alpha = 0,5$ reduz-se a uma média aritmética. A partir disso, a variável com o maior valor de S é selecionada para inclusão no modelo, pois representa a melhor combinação entre eficiência e capacidade discriminatória (SOARES, ANDRADE, BRANDÃO 2009). Repara-se que com $\alpha = 1$, o método tornaria-se idêntico ao I-O *Stepwise*.

Embora o método não tenha sido finalizado, o processo de seleção é reiniciado. Dessa forma, a etapa seguinte consiste em um novo cálculo de eficiência técnica média para cada nova variável que é acrescentada ao modelo. O processo de seleção finaliza quando o número de DMUs atingir pelo menos cinco vezes o número de variáveis. Neste trabalho, com 30 DMUs selecionadas, o número máximo de variáveis permitidas no modelo de DEA a ser construído será 6, ou seja, encerra-se o processo após adição da sexta variável.

3.6.1 Demonstração da Metodologia de Seleção de Variáveis

Nessa subseção será detalhado como foi realizada a seleção de variáveis pelo método proposto por Senra et al. (2007) aplicado ao contexto específico desse trabalho e com a utilização do *software* OSDEA para o cálculo da eficiência de cada DMU.

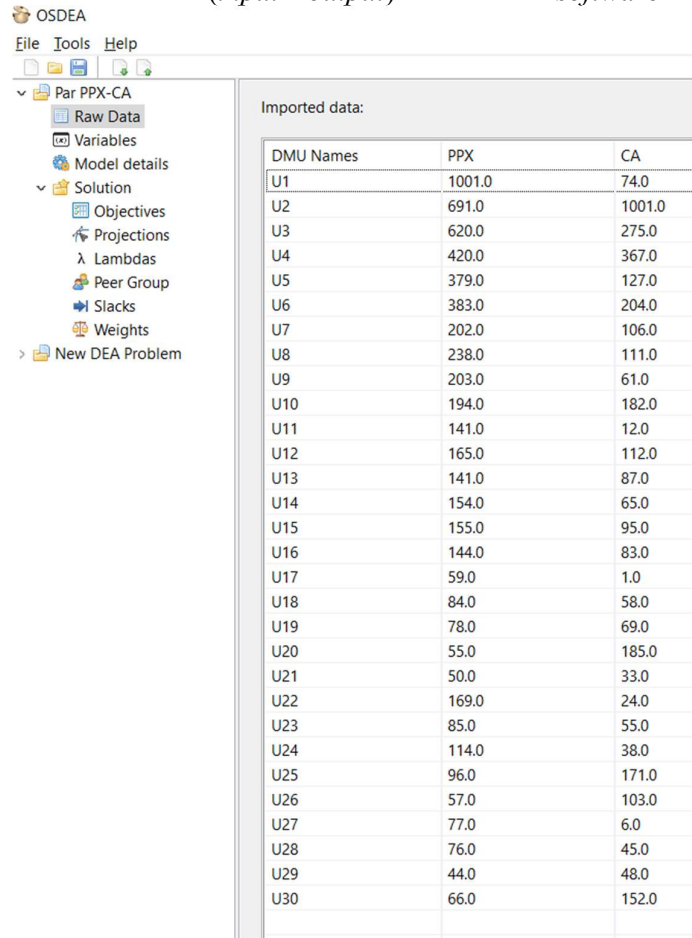
A primeira etapa consistiu na escolha do par *input-output* inicial, composto por Patrimônio do Produto X (PPX) e Receita do Produto X (RPX). No contexto do modelo de negócio da CTVM, essas variáveis são fundamentais para a análise de desempenho, pois descrevem a capacidade do escritório em transformar recursos em resultados financeiros substanciais, essenciais para a saúde financeira do negócio. O PPX reflete a base de recursos sob gestão, indicando a capacidade de captação e administração de ativos, enquanto a RPX mede diretamente o sucesso na geração de receitas por meio da intermediação.

A segunda etapa, embora consista no cálculo da eficiência técnica apenas para o par *input-output* inicial, optou-se por calcular as eficiências de todos os possíveis pares resultantes das combinações de 6 *inputs* com 4 *outputs*, totalizando 24 pares. Essa abordagem foi adotada para verificar como o par escolhido se diferencia dos demais em termos de eficiência média do modelo e número de DMUs na fronteira, e assim avaliar o quão adequado ele seria como par inicial de modo a proporcionar uma boa eficiência média e discriminação. Além disso, a realização da seleção por mais de um método de seleção é indicada por Senra et al. (2007) para comparação dos resultados de cada método. Nesse sentido, o cálculo dos 24 pares também permite identificar qual seria o par *input-output* a ser escolhido pelo método I-O *Stepwise*.

Os resultados das eficiências técnicas por DMU de cada modelo de DEA BCC orientado a *output* são obtidos pelo *software* OSDEA. O processo envolve a inserção dos dados de *inputs* e *outputs*, a separação das variáveis, a escolha do modelo de DEA e, finalmente, a resolução do problema. Essas etapas foram ilustradas anteriormente na

O primeiro cálculo de eficiência técnica foi realizado para o par PPX-CA. Os dados de entrada no *software* utilizados nesta etapa inicial estão representados na Figura 15. Nesse momento, as variáveis de *input* e *output* representam as incógnitas x_{ir} e y_{jr} , respectivamente, no modelo matemático descrito na Tabela 4. Portanto, serão esses os valores utilizados no modelo de DEA para calcular a eficiência das DMUs, identificando as demais incógnitas necessárias para maximizar essa eficiência.

Figura 15 - Dados de entrada (*input* e *output*) inseridos no *software* OSDEA.



OSDEA

File Tools Help

Par PPX-CA

- Raw Data
- Variables
- Model details
- Solution
 - Objectives
 - Projections
 - Lambdas
 - Peer Group
 - Slacks
 - Weights
- New DEA Problem

Imported data:

DMU Names	PPX	CA
U1	1001.0	74.0
U2	691.0	1001.0
U3	620.0	275.0
U4	420.0	367.0
U5	379.0	127.0
U6	383.0	204.0
U7	202.0	106.0
U8	238.0	111.0
U9	203.0	61.0
U10	194.0	182.0
U11	141.0	12.0
U12	165.0	112.0
U13	141.0	87.0
U14	154.0	65.0
U15	155.0	95.0
U16	144.0	83.0
U17	59.0	1.0
U18	84.0	58.0
U19	78.0	69.0
U20	55.0	185.0
U21	50.0	33.0
U22	169.0	24.0
U23	85.0	55.0
U24	114.0	38.0
U25	96.0	171.0
U26	57.0	103.0
U27	77.0	6.0
U28	76.0	45.0
U29	44.0	48.0
U30	66.0	152.0

Fonte: elaborada pela autora.

Para esse primeiro par, os resultados de eficiência técnica foram obtidos através do *software* OSDEA, conforme representado na Figura 16. Da mesma forma, foram inseridos individualmente os dados do modelo para o cálculo da eficiência técnica de cada uma das 24 combinações necessárias. A visão consolidada das eficiências por par *input-output* pode ser visualizado na Tabela 7. Nessa tabela, a segunda coluna (referente ao par PPX-CA) exibe os valores de eficiência correspondentes ao “*Objective Value*” gerado pelo *software* OSDEA para o primeiro par conforme apresenta a Figura 16. Após a obtenção das eficiências por DMU para cada combinação de variáveis, foram calculadas as respectivas eficiências médias, e o número de DMUs na fronteira, ou seja, o número de DMUs cujo valor de eficiência é 1. Para exemplificar, para o par PPX-CA, primeiro par *input-output* mostrado na Tabela 7, a eficiência média é de 0,359 e a fronteira de eficiência resultante inclui 3 DMUs, quais sejam, as DMUs U2, U20 e U29.

Figura 16 - Resultado da eficiência técnica por DMU obtido pelo *software* OSDEA.

OSDEA

File Tools Help

Par PPX-CA

- Raw Data
- Variables
- Model details
- Solution
 - Objectives
 - Projections
 - λ Lambdas
 - Peer Group
 - Slacks
 - Weights

The problem objectives are as follows:

DMU Names	Objective Value	Efficient
U1	0.074	
U2	1	Yes
U3	0.302	
U4	0.562	
U5	0.211	
U6	0.337	
U7	0.284	
U8	0.264	
U9	0.163	
U10	0.501	
U11	0.041	
U12	0.343	
U13	0.295	
U14	0.208	
U15	0.303	
U16	0.277	
U17	0.005	
U18	0.261	
U19	0.322	
U20	1	Yes
U21	0.269	
U22	0.072	
U23	0.246	
U24	0.146	
U25	0.72	
U26	0.549	
U27	0.028	
U28	0.212	
U29	1	Yes
U30	0.763	

Fonte: elaborada pela autora.

Tabela 7 - Resultado das eficiências por DMU para cada par *input-output* possível da combinação de 1 *input* com 1 *output* (Continua)

<i>Input</i>	PPX	PPX	PPX	PPX	POP	POP	POP	POP	PPXY	PPXY	PPXY	PPXY	PPXZ	PPXZ	PPXZ	PPXZ	AC	AC	AC	AC	CC	CC	CC	CC
<i>Output</i>	CA	AA	RPX	VPX	CA	AA	RPX	VPX	CA	AA	RPX	VPX	CA	AA	RPX	VPX	CA	AA	RPX	VPX	CA	AA	RPX	VPX
U1	0.074	0.105	0.017	0.091	0.074	0.105	0.017	0.091	0.074	0.105	0.017	0.091	0.074	0.074	0.017	0.091	0.301	0.961	0.035	0.272	0.363	0.579	0.035	0.236
U2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
U3	0.302	0.227	0.758	0.508	0.368	0.28	0.892	0.613	0.275	0.203	0.691	0.464	0.458	0.458	1	0.687	0.788	1	1	1	0.839	0.658	1	0.962
U4	0.562	0.343	0.571	0.719	0.574	0.339	0.561	0.732	0.53	0.321	0.56	0.714	0.578	0.578	0.53	0.679	1	0.941	0.546	1	0.832	0.484	0.512	0.838
U5	0.211	0.283	0.195	0.216	0.201	0.256	0.178	0.205	0.143	0.177	0.136	0.151	0.276	0.276	0.214	0.236	0.411	0.918	0.196	0.316	0.482	0.631	0.204	0.305
U6	0.337	0.26	0.752	0.63	0.439	0.341	0.89	0.804	0.223	0.158	0.513	0.429	0.388	0.388	0.75	0.633	0.717	0.982	0.832	1	0.987	0.77	0.94	1
U7	0.284	0.478	0.06	0.048	0.289	0.427	0.055	0.049	0.233	0.366	0.055	0.046	0.239	0.239	0.044	0.035	0.371	0.914	0.043	0.049	0.269	0.353	0.033	0.036
U8	0.264	0.187	0.922	0.65	0.333	0.226	1	0.795	0.177	0.11	0.667	0.475	0.343	0.343	0.938	0.632	0.531	0.815	1	1	0.73	0.484	1	0.883
U9	0.163	0.215	0.14	0.112	0.178	0.211	0.135	0.12	0.123	0.145	0.117	0.096	0.178	0.178	0.123	0.095	0.307	0.898	0.146	0.167	0.457	0.52	0.151	0.144
U10	0.501	0.488	0.763	0.594	0.631	0.576	0.816	0.723	0.562	0.621	1	0.841	0.53	0.53	0.653	0.488	0.647	0.918	0.534	0.591	0.868	0.694	0.591	0.58
U11	0.041	0.08	0.471	0.443	0.036	0.055	0.363	0.395	0.018	0.025	0.228	0.221	0.058	0.058	0.461	0.395	0.164	0.839	0.901	0.993	0.537	0.528	1	0.962
U12	0.343	0.309	0.613	0.434	0.401	0.32	0.611	0.491	0.206	0.148	0.412	0.296	0.421	0.421	0.566	0.373	0.557	1	0.554	0.561	0.682	0.49	0.505	0.445
U13	0.295	0.367	0.459	0.627	0.303	0.308	0.396	0.633	0.176	0.168	0.301	0.435	0.317	0.317	0.367	0.484	0.404	0.84	0.339	0.675	0.673	0.613	0.395	0.653
U14	0.208	0.159	0.722	0.376	0.238	0.158	0.704	0.418	0.099	0.055	0.381	0.199	0.201	0.201	0.561	0.278	0.38	0.833	0.843	0.613	0.705	0.378	0.853	0.458
U15	0.303	0.206	1	0.561	0.357	0.214	1	0.639	0.14	0.069	0.513	0.287	0.43	0.43	1	0.512	0.528	0.89	1	0.839	0.797	0.407	0.996	0.634
U16	0.277	0.255	0.519	0.419	0.312	0.243	0.485	0.458	0.17	0.122	0.353	0.299	0.331	0.331	0.449	0.344	0.44	0.859	0.457	0.555	0.848	0.537	0.554	0.483
U17	0.005	0.301	0.007	0.006	0.004	0.093	0.003	0.004	0.002	0.034	0.002	0.002	0.009	0.009	0.006	0.004	0.009	0.706	0.005	0.006	0.084	1	0.01	0.009
U18	0.261	0.618	0.522	1	0.253	0.397	0.373	0.953	0.141	0.206	0.266	0.674	1	1	1	1	0.284	0.889	0.259	0.892	1	1	0.476	1
U19	0.322	0.507	0.426	0.301	0.311	0.314	0.301	0.272	0.221	0.246	0.288	0.264	0.371	0.371	0.278	0.202	0.372	0.893	0.224	0.29	0.463	0.381	0.196	0.213
U20	1	0.94	0.252	0.781	0.802	0.289	0.126	0.464	1	1	1	1	0.51	0.51	0.074	0.25	0.963	0.779	0.095	0.482	0.28	0.072	0.041	0.162
U21	0.269	0.504	0.961	0.493	0.141	0.114	0.434	0.259	0.083	0.064	0.331	0.194	0.306	0.306	0.728	0.244	0.27	0.661	0.548	0.394	0.964	0.472	0.729	0.38
U22	0.072	0.031	0.272	0.02	1	1	1	1	0.103	0.069	0.786	0.041	0.213	0.213	0.549	0.025	1	1	0.97	0.064	0.297	0.088	0.369	0.027
U23	0.246	0.219	0.336	0.301	0.287	0.192	0.318	0.336	0.261	0.298	0.801	0.5	0.135	0.135	0.131	0.143	0.363	0.652	0.254	0.387	0.45	0.214	0.193	0.249
U24	0.146	0.182	0.113	0.184	0.23	0.296	0.176	0.275	0.104	0.104	0.085	0.165	0.161	0.161	0.082	0.138	0.311	0.939	0.128	0.301	0.625	0.409	0.13	0.21
U25	0.72	0.288	0.163	0.785	0.981	0.346	0.199	1	0.603	0.215	0.163	0.9	0.376	0.376	0.065	0.367	1	0.883	0.124	1	0.301	0.063	0.045	0.306
U26	0.549	0.747	0.971	0.55	0.569	0.378	0.723	0.418	0.36	0.248	0.617	0.384	0.665	0.665	0.593	0.282	0.545	0.719	0.385	0.364	0.646	0.302	0.331	0.266

Tabela 7 - Resultado das eficiências por DMU para cada par *input-output* possível da combinação de 1 *input* com 1 *output* (Conclusão)

U27	0.028	0.021	0.442	0.449	0.037	0.022	0.497	0.536	0.011	0.004	0.158	0.203	0.059	0.059	0.499	0.364	1	1	1	1	1	1	1	1
U28	0.212	0.272	0.474	0.505	0.289	0.308	0.576	0.64	0.12	0.093	0.246	0.341	0.265	0.265	0.333	0.343	0.341	0.808	0.36	0.621	0.723	0.374	0.382	0.447
U29	1	1	1	1	0.273	0.224	0.638	0.58	0.165	0.135	0.5	0.508	0.381	0.381	0.602	0.408	0.41	0.831	0.532	0.703	0.922	0.396	0.571	0.521
U30	0.763	1	0.658	0.887	1	1	0.744	1	0.54	0.482	0.49	0.745	1	1	0.462	0.54	0.625	0.718	0.222	0.503	1	0.601	0.26	0.519
Eficiência Média	0.359	0.386	0.519	0.49	0.397	0.334	0.507	0.53	0.262	0.233	0.423	0.399	0.376	0.376	0.469	0.376	0.535	0.87	0.484	0.588	0.661	0.517	0.483	0.498
DMUs na Fronteira	3	3	3	3	3	3	4	4	2	2	3	2	3	3	4	2	5	5	5	7	4	4	5	4

Fonte: elaborada pela autora.

A fim de determinar se o par inicial escolhido, PPX-RPX, é adequado tanto do ponto de vista do negócio quanto no modelo de DEA, com capacidade discriminatória satisfatória, ele foi comparado com outros pares. Nesta avaliação, observa-se que ele é o quinto em eficiência média (0,519), e possui uma boa capacidade discriminatória ao ter apenas três DMUs na fronteira. Outros pares com maiores eficiências apresentam cinco ou mais DMUs na fronteira, enquanto pares com o mínimo de duas DMUs na fronteira têm eficiências menores.

Comparado ao par que seria escolhido pelo método I-O *Stepwise* (AC-AA) por possuir a maior eficiência média, o par PPX-RPX apresenta uma maior capacidade discriminatória. Isso ocorre porque as variáveis Assessores Cadastrados (AC) e Assessores que realizaram aplicação (AA) estão diretamente relacionadas entre si, o que significa que uma alta quantidade de assessores cadastrados tende a refletir em uma alta quantidade de assessores ativos. A sua adoção traria o risco de tornar a análise menos informativa e com baixa capacidade discriminatória ao longo das adições de variáveis que a sucederiam, reduzindo a capacidade do modelo de identificar diferenças significativas entre as DMUs, algo que é comum no método I-O *Stepwise*.

A partir dessa validação inicial, a etapa seguinte consistiu em realizar os cálculos considerando as demais 8 variáveis para selecionar dentre elas a terceira variável a ser inserida no modelo. Os valores de eficiência média, S , S_{EF} , S_{DIS} calculados nesta etapa para cada alternativa de inserção da terceira variável são apresentados na Tabela 8.

Tabela 8 - Escolha da Terceira Variável

Par inicial: PPX-RPX								
<i>Input</i>	POP	PPXY	PPXZ	AC	CC	-	-	-
<i>Output</i>	-	-	-	-	-	CO	AA	VPX
U1	0.017	0.017	0.017	0.035	0.035	0.074	0.105	0.091
U2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U3	0.892	0.758	1.000	1.000	1.000	0.758	0.758	0.758
U4	0.571	0.603	0.571	0.668	0.609	0.600	0.571	0.719
U5	0.195	0.195	0.218	0.228	0.226	0.218	0.283	0.219
U6	0.890	0.752	0.777	0.894	0.940	0.752	0.752	0.752
U7	0.060	0.071	0.060	0.060	0.060	0.284	0.478	0.065
U8	1.000	0.976	0.951	1.000	1.000	0.922	0.922	0.922
U9	0.140	0.161	0.140	0.147	0.151	0.182	0.215	0.151
U10	0.816	1.000	0.763	0.763	0.763	0.822	0.809	0.819
U11	0.471	0.471	0.472	0.901	1.000	0.471	0.471	0.574
U12	0.614	0.678	0.613	0.613	0.613	0.663	0.652	0.656
U13	0.459	0.509	0.459	0.459	0.459	0.515	0.528	0.679
U14	0.722	0.731	0.722	0.843	0.855	0.722	0.725	0.722
U15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U16	0.519	0.584	0.519	0.519	0.563	0.562	0.557	0.592
U17	0.007	0.007	0.007	0.008	1.000	0.008	0.301	0.007
U18	0.522	0.526	1.000	0.522	0.556	0.539	0.681	1.000
U19	0.426	0.470	0.426	0.426	0.426	0.495	0.559	0.450
U20	0.252	1.000	0.252	0.252	0.252	1.000	0.940	0.781
U21	0.961	0.961	1.000	0.962	1.000	0.961	0.961	0.961
U22	1.000	0.786	0.549	0.970	0.369	0.272	0.272	0.272
U23	0.379	0.801	0.336	0.336	0.336	0.382	0.360	0.405
U24	0.198	0.132	0.113	0.134	0.141	0.171	0.182	0.189
U25	0.230	0.211	0.163	0.163	0.163	0.720	0.288	0.785
U26	1.000	1.000	0.971	0.971	0.971	1.000	1.000	0.971
U27	0.619	0.442	0.574	1.000	1.000	0.442	0.442	0.554
U28	0.738	0.480	0.474	0.500	0.480	0.481	0.495	0.608
U29	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U30	1.000	0.746	0.658	0.658	0.658	0.993	1.000	0.918
Eficiência Média	0.590	0.602	0.560	0.601	0.621	0.600	0.610	0.621
DMUs na Fronteira	7	6	6	6	9	5	5	4
S _{EF}	0.490	0.693	0.000	0.673	1.000	0.660	0.825	0.995
S _{DIS}	1	1	1	1	0	1	1	1
S	0.745	0.846	0.500	0.837	0.500	0.830	0.912	0.998

Fonte: elaborada pela autora.

Para a etapa seguinte deve-se escolher a combinação de variáveis que apresenta o maior valor de S. Conforme mostrado na Tabela 8, as variáveis PPX-RPX-VPX resultam no maior valor de S, que é 0,998, com 4 DMUs na fronteira de eficiência e uma eficiência média de 0,621. Portanto, o *output* Volume do Produto X (VPX) é adicionado às variáveis selecionadas como par inicial.

As etapas posteriores consistem na repetição do procedimento de seleção descrito anteriormente. Assim, de forma análoga, os resultados obtidos de cada alternativa de combinação de quatro variáveis estão representados na Tabela 9.

Tabela 9 - Escolha da Quarta Variável

<i>Inputs: PPX, Outputs: RPX-VPX</i>							
<i>Input</i>	POP	PPXY	PPXZ	AC	CC		
<i>Output</i>	-	-	-	-	-	CA	AA
U1	0.017	0.091	0.091	0.272	0.236	0.091	0.105
U2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U3	1.000	0.758	1.000	1.000	1.000	0.758	0.758
U4	0.571	0.739	0.719	1.000	0.855	0.719	0.719
U5	0.218	0.219	0.245	0.320	0.309	0.224	0.283
U6	0.890	0.752	0.778	1.000	1.000	0.752	0.752
U7	0.060	0.071	0.065	0.066	0.065	0.284	0.478
U8	1.000	0.976	0.958	1.000	1.000	0.922	0.922
U9	0.140	0.161	0.151	0.170	0.162	0.182	0.215
U10	0.816	1.000	0.819	0.825	0.820	0.829	0.819
U11	0.472	0.574	0.577	1.000	1.000	0.574	0.574
U12	0.614	0.678	0.656	0.671	0.657	0.667	0.656
U13	0.459	0.679	0.679	0.738	0.703	0.679	0.679
U14	0.722	0.731	0.722	0.843	0.855	0.722	0.725
U15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U16	0.519	0.594	0.592	0.622	0.627	0.592	0.592
U17	0.007	0.007	0.008	0.008	1.000	0.008	0.301
U18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U19	0.426	0.484	0.450	0.450	0.450	0.501	0.559
U20	0.252	1.000	0.781	0.781	0.781	1.000	0.940
U21	1.000	0.961	1.000	0.962	0.987	0.961	0.961
U22	1.000	0.786	0.549	0.970	0.369	0.272	0.272
U23	0.379	0.801	0.405	0.467	0.405	0.417	0.405
U24	0.198	0.209	0.189	0.304	0.221	0.210	0.205
U25	0.230	1.000	0.785	1.000	0.785	0.956	0.785
U26	1.000	1.000	0.971	0.971	0.971	1.000	1.000
U27	1.000	0.554	0.586	1.000	1.000	0.554	0.554
U28	0.738	0.608	0.608	0.742	0.617	0.608	0.608
U29	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U30	1.000	1.000	0.918	0.918	0.918	1.000	1.000
Eficiência Média	0.624	0.681	0.643	0.737	0.726	0.649	0.662
DMUs na Fronteira	11	9	6	11	10	7	6
SEF	0.000	0.505	0.170	1.000	0.909	0.223	0.337
S _{DIS}	0	1	1	0	1	1	1
S	0.000	0.753	0.585	0.500	0.955	0.612	0.669

Fonte: elaborada pela autora.

A combinação de variáveis que produz o maior valor de S nesta etapa (0.955) inclui a variável de *input* CC (Clientes Cadastrados), com 10 DMUs na fronteira e uma eficiência média de 0,726. Mesmo que o número total de DMUs na fronteira tenha aumentado em mais 6 unidades, o fato de sua eficiência ser a segunda maior foi um fator relevante, considerando que as outras DMUs não possuem uma diferença muito significativa no número de DMUs. Portanto, essa variável é adicionada ao modelo. Para escolher a quinta variável, os cálculos são conduzidos com base nas eficiências obtidas pela combinação das 4 variáveis já selecionadas com as 6 variáveis restantes, conforme detalhado na Tabela 10.

Tabela 10 - Escolha da Quinta Variável

<i>Inputs: PPX-CC, Outputs: RPX-VPX</i>						
<i>Input</i>	POP	PPXY	PPXZ	AC	-	-
<i>Output</i>	-	-	-	-	CA	AA
U1	0.236	0.236	0.236	0.272	0.364	0.579
U2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U3	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U4	0.855	0.879	0.855	1.000	0.855	0.855
U5	0.309	0.309	0.315	0.323	0.483	0.631
U6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U7	0.065	0.071	0.065	0.066	0.310	0.478
U8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U9	0.162	0.184	0.162	0.171	0.462	0.520
U10	0.891	1.000	0.820	0.825	0.933	0.868
U11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U12	0.668	0.686	0.657	0.671	0.760	0.698
U13	0.703	0.703	0.703	0.738	0.754	0.703
U14	0.862	0.861	0.855	0.856	0.883	0.873
U15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U16	0.627	0.646	0.627	0.627	0.909	0.742
U17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U19	0.450	0.484	0.450	0.450	0.524	0.568
U20	0.781	1.000	0.781	0.781	1.000	0.940
U21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U22	1.000	1.000	0.549	0.970	0.380	0.369
U23	0.422	1.000	0.405	0.468	0.465	0.405
U24	0.387	0.260	0.221	0.325	0.625	0.409
U25	1.000	1.000	0.785	1.000	0.956	0.785
U26	1.000	1.000	0.971	0.971	1.000	1.000
U27	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U28	1.000	0.624	0.617	0.746	0.738	0.617
U29	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U30	1.000	1.000	0.918	0.918	1.000	1.000
Eficiência Média	0.781	0.798	0.733	0.773	0.813	0.801
DMUs na Fronteira	16	18	11	13	14	13
SEF	0.592	0.810	0.000	0.493	1.000	0.850
Sdis	1	0	1	1	1	1
S	0.796	0.405	0.500	0.747	1.000	0.925

Fonte: elaborada pela autora.

A quinta variável inserida no modelo é o *output* CA (Clientes que realizaram aplicações) por possuir o maior valor de S e igual a 1, com 14 DMUs na fronteira de eficiência, e uma eficiência média de 0,813.

Por fim, a escolha da sexta e última variável do modelo é feita considerando os limites recomendados para um conjunto de 30 DMUs. Os valores calculados nesta etapa são resultantes das alternativas de combinação das cinco variáveis obtidas anteriormente (PPX-CC como *inputs*; RPX-VPX-CA como *outputs*) com as cinco variáveis restantes, e estão apresentados na Tabela 11.

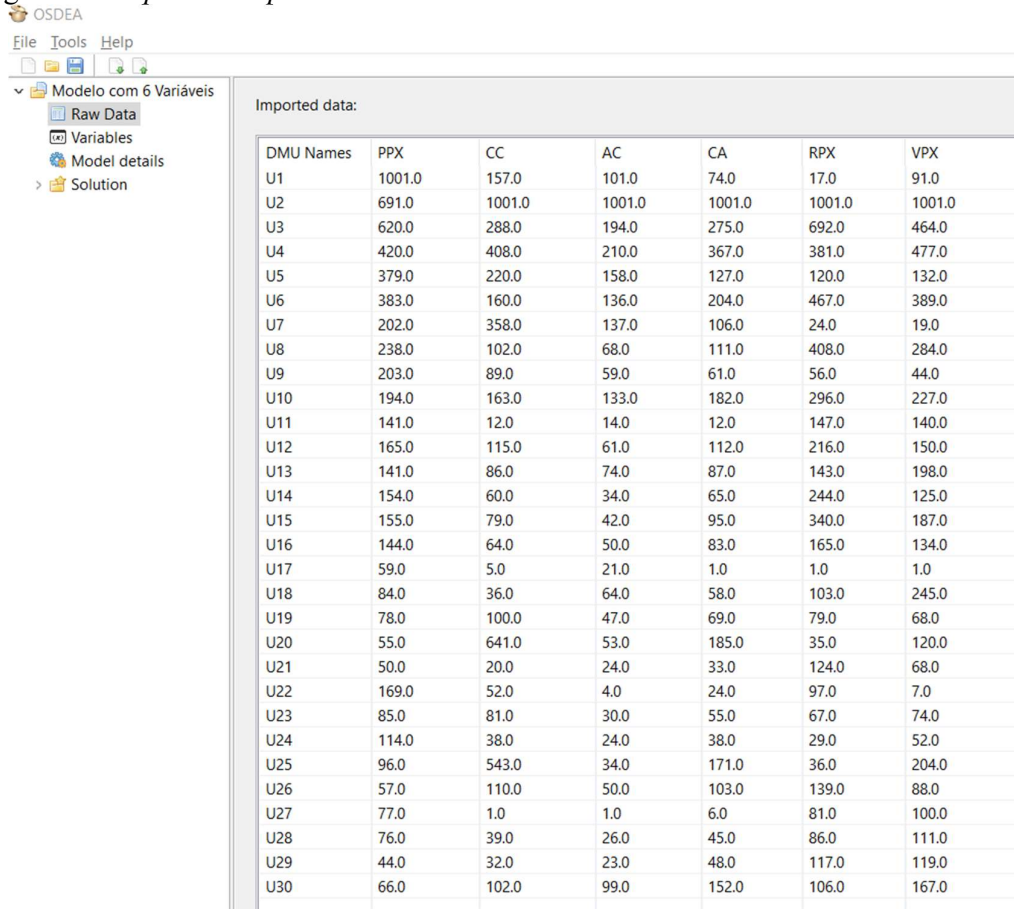
Tabela 11 - Escolha da Sexta Variável

<i>Inputs: PPX-CC, Outputs: RPX-VPX-CA</i>					
<i>Input</i>	POP	PPXY	PPXZ	AC	-
<i>Output</i>	-	-	-	-	AA
U1	0.364	0.364	0.364	0.421	0.385
U2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U3	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U4	0.855	0.879	0.855	1.000	1.000
U5	0.483	0.483	0.483	0.519	0.518
U6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U7	0.310	0.310	0.310	0.427	0.419
U8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U9	0.462	0.462	0.462	0.539	0.496
U10	0.953	1.000	0.933	0.955	0.947
U11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U12	0.760	0.767	0.760	0.904	0.812
U13	0.754	0.754	0.754	0.819	0.813
U14	0.883	0.883	0.883	0.883	0.887
U15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U16	0.910	0.910	0.909	0.929	0.918
U17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U19	0.524	0.539	0.524	0.698	0.630
U20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U21	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U22	1.000	1.000	0.549	1.000	1.000
U23	0.465	1.000	0.465	0.768	0.885
U24	0.638	0.639	0.625	0.726	0.678
U25	1.000	1.000	0.956	1.000	1.000
U26	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U27	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U28	1.000	0.742	0.738	0.829	0.839
U29	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
U30	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Eficiência Média	0.845	0.858	0.819	0.881	0.841
DMUs na Fronteira	17	18	14	17	16
S_{EF}	0.429	0.629	0.000	1.000	0.357
S_{DIS}	1	0	1	1	1
S	0.714	0.315	0.500	1.000	0.678

Fonte: elaborada pela autora.

Portanto, ao fim da seleção da sexta variável, tem-se a adição da variável de *input* Assessores Cadastrados (AC) por apresentar o maior valor de S (1.000) dentre as 5 variáveis que restaram para esta seleção final, resultando então em um total de 3 *inputs* (PPX-CC-AC) e 3 *outputs* (RPX-VPX-CA) que serão considerados no modelo de DEA. Portanto, os respectivos valores de *input* e *output* apresentados na Figura 17 serão considerados os x_{ir} e y_{jr} finais no modelo de DEA base para o desenvolvimento do presente estudo.

Figura 17 - *Inputs e Outputs* do modelo de DEA com a sexta variável selecionada



OSDEA

File Tools Help

Modelo com 6 Variáveis

- Raw Data
- Variables
- Model details
- Solution

Imported data:

DMU Names	PPX	CC	AC	CA	RPX	VPX
U1	1001.0	157.0	101.0	74.0	17.0	91.0
U2	691.0	1001.0	1001.0	1001.0	1001.0	1001.0
U3	620.0	288.0	194.0	275.0	692.0	464.0
U4	420.0	408.0	210.0	367.0	381.0	477.0
U5	379.0	220.0	158.0	127.0	120.0	132.0
U6	383.0	160.0	136.0	204.0	467.0	389.0
U7	202.0	358.0	137.0	106.0	24.0	19.0
U8	238.0	102.0	68.0	111.0	408.0	284.0
U9	203.0	89.0	59.0	61.0	56.0	44.0
U10	194.0	163.0	133.0	182.0	296.0	227.0
U11	141.0	12.0	14.0	12.0	147.0	140.0
U12	165.0	115.0	61.0	112.0	216.0	150.0
U13	141.0	86.0	74.0	87.0	143.0	198.0
U14	154.0	60.0	34.0	65.0	244.0	125.0
U15	155.0	79.0	42.0	95.0	340.0	187.0
U16	144.0	64.0	50.0	83.0	165.0	134.0
U17	59.0	5.0	21.0	1.0	1.0	1.0
U18	84.0	36.0	64.0	58.0	103.0	245.0
U19	78.0	100.0	47.0	69.0	79.0	68.0
U20	55.0	641.0	53.0	185.0	35.0	120.0
U21	50.0	20.0	24.0	33.0	124.0	68.0
U22	169.0	52.0	4.0	24.0	97.0	7.0
U23	85.0	81.0	30.0	55.0	67.0	74.0
U24	114.0	38.0	24.0	38.0	29.0	52.0
U25	96.0	543.0	34.0	171.0	36.0	204.0
U26	57.0	110.0	50.0	103.0	139.0	88.0
U27	77.0	1.0	1.0	6.0	81.0	100.0
U28	76.0	39.0	26.0	45.0	86.0	111.0
U29	44.0	32.0	23.0	48.0	117.0	119.0
U30	66.0	102.0	99.0	152.0	106.0	167.0

Fonte: elaborada pela autora.

3.7 Fronteira Invertida

Os modelos de DEA frequentemente classificam uma alta proporção de DMUs como eficientes. No modelo VRS (BCC), especificamente, qualquer DMU que apresente o menor valor de *input* ou o maior valor de *output* é considerada eficiente, o que pode ser atribuído à natureza relativa do cálculo de eficiência entre as unidades. Essa característica levou ao desenvolvimento de várias estratégias para aumentar a discriminação nos modelos de DEA, como apontam Adler et al. (2002), Angulo Meza e Lins (2002), e Leta et al. (2005) citados por Meza et al. (2007).

Uma abordagem eficaz para enfrentar esse desafio é a utilização da fronteira invertida, um conceito que foi introduzido por Yamada, Matui e Sugiyama (1994), e refinado por Entani, Maeda e Tanaka (2002), e citado por Silveira et al. (2012). Este método propõe avaliar a ineficiência das DMUs através da criação de uma "Fronteira de Ineficiência", composta pelas

unidades que demonstram as piores práticas gerenciais. Essa abordagem inverte os *inputs* e *outputs* do modelo de DEA original, e considera uma nova métrica de avaliação baseada nas unidades menos eficientes.

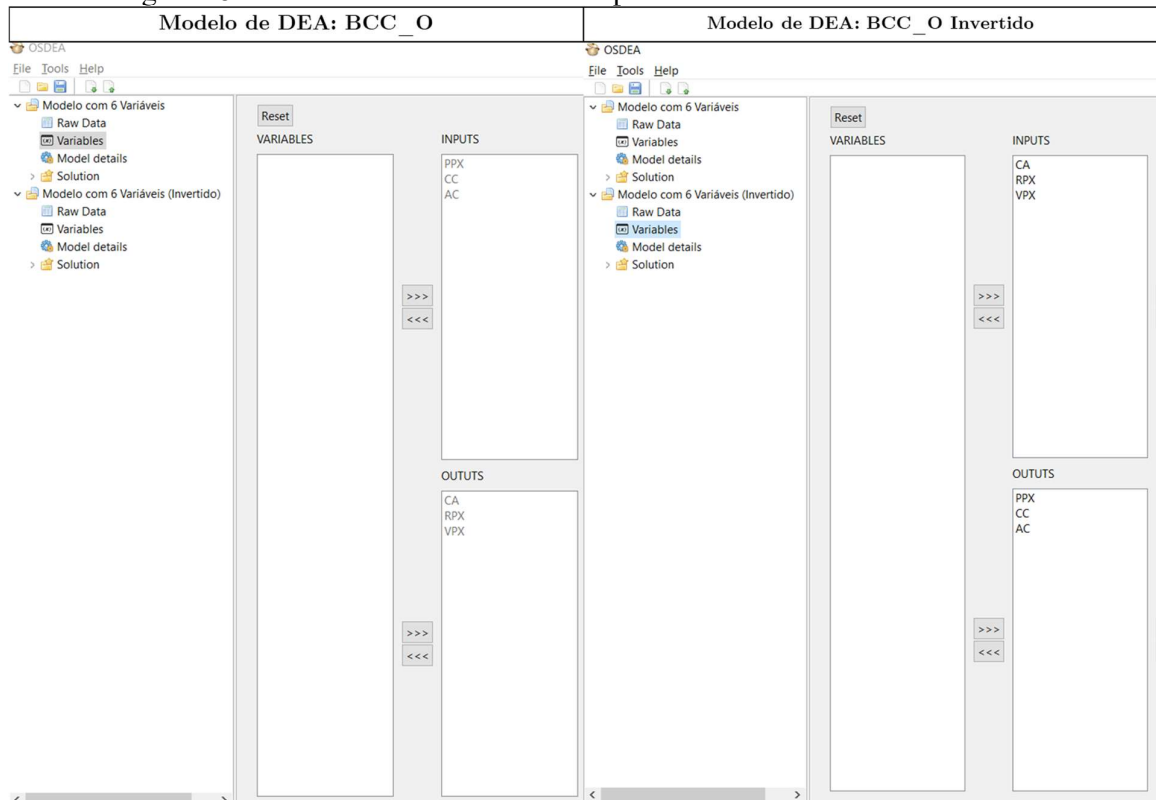
Esse método não apenas ajuda a identificar e eliminar DMUs erroneamente classificadas como eficientes, mas também contribui para a formação de um índice de eficiência composta. As DMUs, chamadas de "falsas eficientes", são aquelas classificadas como eficientes por meio do cálculo da eficiência técnica e que, portanto, estão situadas na fronteira de eficiência padrão, mas que ao serem avaliadas pela eficiência técnica invertida, também estão localizadas na fronteira de ineficiência.

A partir das duas eficiências mencionadas, é possível calcular o índice de eficiência composta, conforme a Equação 8. Esse índice é a média aritmética entre a eficiência técnica medida pelo modelo de DEA original e o complemento da eficiência em relação à fronteira invertida. O complemento da eficiência é calculado como 1 menos a eficiência obtida ao inverter os *inputs* e *outputs* do modelo original tal como na Figura 18.

$$Eficiência\ Composta = \frac{Eficiência\ Técnica + (1 - Eficiência\ Invertida)}{2} \quad (8)$$

A utilização do complemento se justifica pelo fato de a fronteira invertida gerar uma medida de ineficiência. Portanto, o complemento da ineficiência corresponde à eficiência. Para garantir que as DMUs eficientes tenham o valor 1 neste índice, a eficiência composta é normalizada dividindo-se pelo maior valor obtido entre todas as eficiências compostas, como detalhado por Abreu *et al.* (2008).

Figura 18 - Inversão do Modelo de DEA para cálculo da Eficiência Invertida



Fonte: elaborada pela autora.

4 RESULTADOS

4.1 Visão Geral dos Resultados do Modelo De DEA

Após aplicar as técnicas do modelo VRS orientado a *outputs* nas 30 DMUs selecionadas, observou-se a eficiência técnica dos escritórios de investimento, conforme Tabela 12. Esse processo foi enriquecido pelo método de seleção de variáveis adotado no estudo, que identificou as seis variáveis mais influentes - PPX, AC, CC (*inputs*) e CA, RPX, VPX (*outputs*) – como determinantes para a eficiência das unidades. As variáveis não selecionadas, Patrimônio do Produto XY (PPXY), Patrimônio do Produto XZ (PPXZ), Patrimônio de Outros Produtos (POP) e Assessores que realizaram Aplicação (AA), demonstraram menor impacto ou redundância, sugerindo que a exclusão delas não prejudica a capacidade do modelo de capturar os aspectos críticos da eficiência. A não inclusão das variáveis PPXY e PPXZ no modelo foi contrária à preconcepção de que, por se referirem a produtos de melhores margens para os escritórios de investimentos, teriam um impacto maior na receita. Entretanto, sua exclusão evidenciou que outras variáveis menos óbvias são mais relevantes para a construção de um modelo para avaliação de eficiência das DMUs.

A metodologia interna de classificação do desempenho dos escritórios atualmente considera seis KPIs. Dentre eles, três das variáveis selecionadas para o modelo de DEA estão diretamente relacionadas aos KPIs da metodologia interna, sendo elas RPX, AA (com correspondência exata) e VPX, que está relacionada com o KPI de percentual de crescimento de VPX. Dos demais dois KPIs considerados na metodologia interna, um deles está relacionado às variáveis não selecionadas referentes aos produtos XY e XZ. Embora os cálculos realizados para medir o desempenho dos escritórios de investimentos pela metodologia interna exija a definição de uma função paramétrica, ambos os modelos parecem convergir para uma mesma direção, selecionando variáveis relevantes tanto sob a perspectiva matemática do modelo de DEA quanto sob a visão de negócios dos profissionais da área de gestão do Produto X da CTVM.

Em relação às eficiências técnicas obtidas através do *software* OSDEA para o modelo BCC podem ser observadas na Tabela 12, foi identificada uma alta proporção de DMUs consideradas eficientes, abrangendo 57% do total, ou seja, 17 das 30 DMUs analisadas, enquanto 13 são consideradas ineficientes, sendo elas U1, U5, U7, U9, U10, U12, U13, U14, U16, U19, U23, U24 E U28.

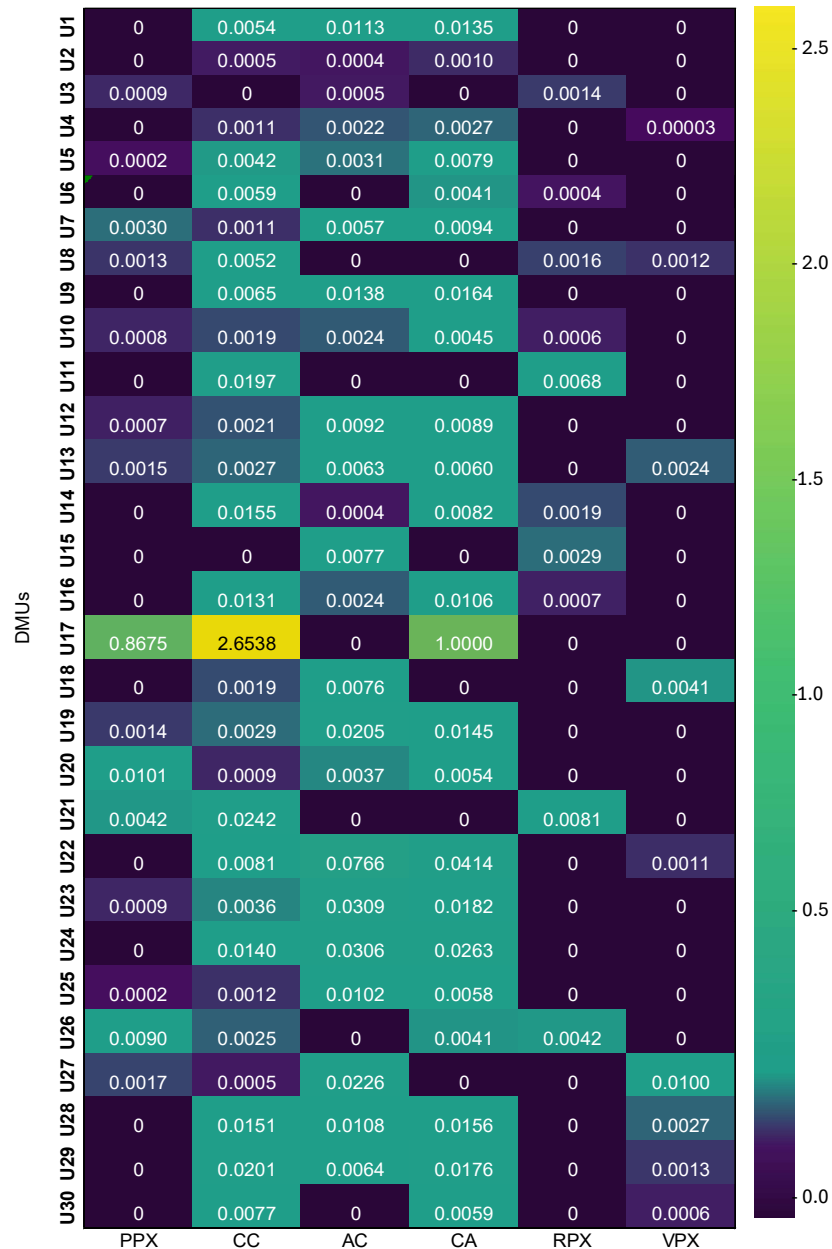
Tabela 12: Eficiência Técnica obtida pelo modelo BCC

DMU	Eficiência Técnica
U1	0.421
U2	1.000
U3	1.000
U4	1.000
U5	0.519
U6	1.000
U7	0.427
U8	1.000
U9	0.539
U10	0.955
U11	1.000
U12	0.904
U13	0.819
U14	0.883
U15	1.000
U16	0.929
U17	1.000
U18	1.000
U19	0.698
U20	1.000
U21	1.000
U22	1.000
U23	0.768
U24	0.726
U25	1.000
U26	1.000
U27	1.000
U28	0.829
U29	1.000
U30	1.000
Eficiência Média	0.881
DMUs na Fronteira	17

Fonte: elaborada pela autora.

Após o *software* OSDEA resolver o problema de DEA, as incógnitas do modelo BCC (Tabela 4) foram obtidas e agora serão expressas em termos dos seis valores de *input* e *outputs* utilizados na análise para as 30 DMUs. Dessa forma, os pesos u_j e v_i atribuídos às variáveis de *input* e *output* para maximizar sua eficiência podem ser observados na Figura 19.

Figura 19 - *Heatmap* para representar os pesos u_j e v_i de cada *input* e *output* no cálculo da eficiência das DMUs

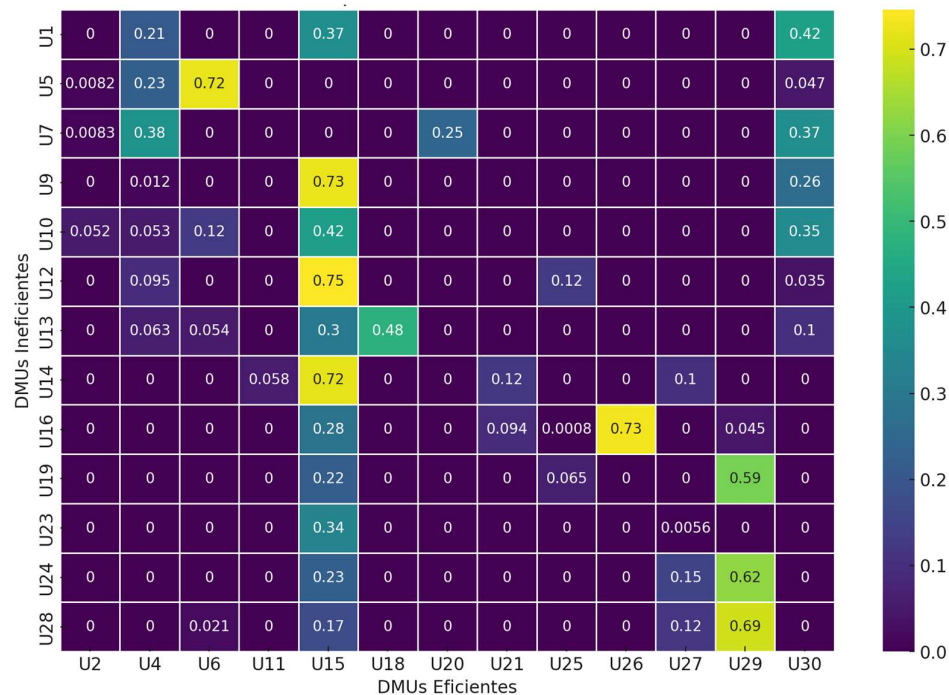


Fonte: elaborada pela autora.

Esses pesos oferecem *insights* sobre o desempenho relativo das DMUs. No caso de DMUs com pesos em *inputs* nesse modelo orientado a *output* significam que esses *inputs* têm uma influência significativa na produção de *outputs* eficientes. Portanto, se um *input* tem um peso alto, isso indica que uma grande quantidade desse *input* é necessária para produzir os *outputs* desejados de forma eficiente. De forma similar, pesos altos para determinados *outputs*

indicam que esses são considerados críticos para medir a eficiência das DMUs. Através da Figura 19 é possível observar a influência significativa de três variáveis específicas no modelo de eficiência das DMUs em geral, sendo elas CC e AC como variáveis de *inputs* mais influentes e CA como variável de *output* mais influente. Além disso, a DMU U17 se destacou como um possível *outlier* em relação à forma ela como utiliza seus *inputs* para gerar seus *outputs*. Os pesos atribuídos às variáveis PPX, CC, e CA destoam da média dos demais pesos, o que pode indicar que a DMU U17 precisa de uma quantidade substancial de recursos financeiros sob patrimônio e clientes em sua base para que consiga ser eficiente.

Figura 20 - Heatmap para representar a importância relativa das DMUs eficientes (λ_r) no modelo das DMUs ineficientes



Fonte: elaborada pela autora.

Prosseguindo a análise, obteve-se os valores das importâncias relativas de cada uma das 17 DMUs eficientes para as 13 DMUs ineficientes, expresso por λ_r no modelo da Tabela 4. Observa-se que apenas 13 DMUs dentre as 17 DMUs eficientes estão servindo como *benchmarks* para as DMUs ineficientes. A ausência das DMUs U3, U8, U17 e U22 deve-se ao fato de não terem sido classificadas como referências para as outras DMUs, o que indica que não são significativas para descrever o modelo de eficiência. Ademais, as DMUs U17 e U22 foram classificadas como 'Falsas eficientes' segundo a eficiência invertida, o que revelou uma

classificação distorcida dessas DMUs como eficientes, conforme a eficiência técnica do modelo original. Isso sugere a necessidade de um olhar mais crítico sobre a eficiência dessas unidades, pois sua exclusão como *benchmarks* pode indicar que suas práticas e processos não são necessariamente modelos a serem seguidos pelos demais escritórios.

A partir dos valores de λ_r também é possível identificar as DMUs eficientes que exercem maior influência sobre as DMUs ineficientes, conforme Figura 20, destacando as DMUs que adotam práticas ou estratégias que podem ser consideradas como de referência para a melhoria de eficiência. A identificação dessas práticas ou estratégias requer um diagnóstico aprofundado das DMUs mais significativas para cada DMU ineficiente. Isso envolve comparar suas variáveis por meio de *benchmarking* e examinar detalhadamente as operações, processos e estratégias das DMUs eficientes que possam contribuir significativamente para a melhoria das ineficientes.

A partir da Figura 20 foram identificados os *benchmarks* de cada DMU ineficiente, considerando as DMUs que possuem $\lambda_r > 0$. Na Tabela 13, para cada uma das 13 DMUs ineficientes, são listadas todas as DMUs de referência.

Tabela 13: *Benchmarks* das DMUs Ineficientes pelo Modelo de Eficiência Técnica

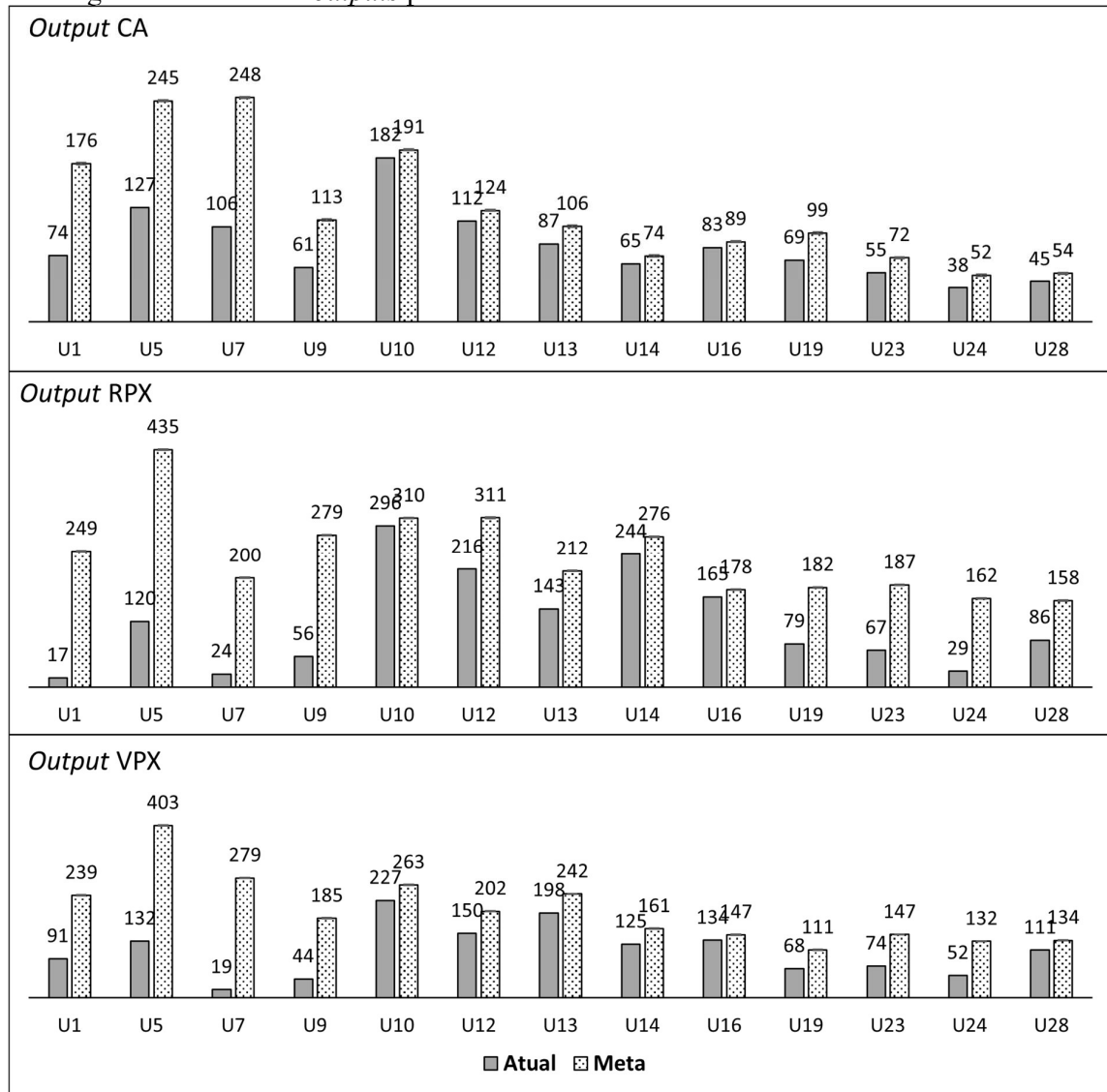
DMU	<i>Benchmarks</i>
U1	U4, U15, U30.
U5	U2, U4, U6, U30.
U7	U2, U4, U20, U30.
U9	U4, U15, U30.
U10	U2, U4, U6, U15, U30.
U12	U4, U15, U26, U30.
U13	U4, U6, U15, U18, U30.
U14	U11, U15, U21, U27.
U16	U15, U21, U29, U30.
U19	U15, U25, U26, U29.
U23	U15, U25, U27, U29.
U24	U15, U27, U29.
U28	U6, U15, U27, U29.

Fonte: elaborada pela autora.

Com base nesses *benchmarks*, também foi possível obter as chamadas "*projections*" no *software* OSDEA conforme APÊNDICE E. Essas projeções representam as metas de desempenho para as variáveis analisadas e mantêm a escala original das entradas de dados normalizados de 1 a 1001. A partir desses valores, é possível identificar quais variáveis devem ser o foco de atuação e quanto uma DMU ineficiente precisa melhorar para atingir a fronteira

de eficiência. Como o modelo é orientado para os *outputs*, as principais alterações a serem consideradas dizem respeito à melhoria desses resultados. A Figura 21 ilustra todas as metas estabelecidas para as 13 DMUs ineficientes em relação aos *outputs* CA, RPX e VPX.

Figura 21 - Metas de *outputs* para as DMUs ineficientes maximizarem sua eficiência.



Fonte: elaborada pela autora.

A DMU U7 é um exemplo de unidade que está aquém do seu desempenho potencial e, portanto, precisa melhorar significativamente seus *outputs*, mais que dobrando seus valores para Clientes que Realizaram Aplicação (CA), Receita do Produto X (RPX) e Volume do Produto X (VPX) para atingir as metas projetadas e maximizar sua eficiência. Esforços devem se concentrar em estratégias de conversão de clientes, aumento da rentabilidade e expansão do volume de aplicações.

A DMU U10 é um exemplo de unidade que está muito próxima da eficiência, precisando de poucos ajustes para atingir as metas projetadas e maximizar seu desempenho. As melhorias necessárias são pequenos incrementos para suas três variáveis de *output*: Clientes que Realizaram Aplicação (CA), Rentabilidade do Produto X (RPX), e Volume do Produto X (VPX). Aumentar ligeiramente a conversão de clientes, a rentabilidade e o volume de aplicação serão suficientes para alcançar a eficiência total. Focar em estratégias precisas e ações específicas pode rapidamente elevar a DMU U10 ao seu máximo potencial.

4.2 Classificação das DMUs

A significativa quantidade de empates na fronteira de eficiência motivou a utilização da fronteira invertida como método de análise para aprimorar a discriminação dos dados e classificar as DMUs das mais eficientes para as menos eficientes. Os resultados obtidos tanto pela eficiência técnica do modelo original quanto pela eficiência invertida são detalhadamente apresentados na Tabela 14.

A partir dos dados da Fronteira Invertida foi possível identificar as DMUs que podem ser consideradas como “falsas eficientes”. Conforme indica a Tabela 14, dentre as 17 DMUs posicionadas na fronteira de eficiência pelo critério da eficiência técnica, as DMUs U2, U17, U20 e U22 foram identificadas como falsas eficientes por apresentarem, simultaneamente, uma eficiência invertida de 1,0.

Tabela 14 - Eficiência Técnica e Eficiência Invertida

DMU	Eficiência Técnica	Eficiência Invertida	Classificação
U1	0.421	1.000	-
U2	1.000	1.000	Falsa Eficiente
U3	1.000	0.749	-
U4	1.000	0.727	-
U5	0.519	1.000	-
U6	1.000	0.591	-
U7	0.427	1.000	-
U8	1.000	0.482	-
U9	0.539	0.677	-
U10	0.955	0.630	-
U11	1.000	0.702	-
U12	0.904	0.428	-
U13	0.819	0.638	-
U14	0.883	0.372	-
U15	1.000	0.337	-
U16	0.929	0.449	-
U17	1.000	1.000	Falsa Eficiente
U18	1.000	0.762	-
U19	0.698	0.489	-
U20	1.000	1.000	Falsa Eficiente
U21	1.000	0.426	-

U22	1.000	1.000	Falsa Eficiente
U23	0.768	0.449	-
U24	0.726	0.389	-
U25	1.000	0.923	-
U26	1.000	0.374	-
U27	1.000	0.623	-
U28	0.829	0.374	-
U29	1.000	0.315	-
U30	1.000	0.545	-
Eficiência Média	0.881	0.648	-
DMUs na Fronteira	17	7	-

Fonte: elaborada pela autora.

As características que podem estar contribuindo para a classificação de falsa eficiente são detalhadas a seguir para cada DMU:

- **U2:** Esta DMU tem os maiores valores para quase todos os *outputs* e *inputs*, com valores máximos para 5 das 6 variáveis (AC, CC, CA, RPX, VPX). Esse é um caso comum do modelo de DEA BCC, que distorce a avaliação de eficiência relativa, fazendo com que pareça eficiente no modelo padrão devido à maximização de *outputs*, mas que pode não sustentar uma eficiência real ao considerar a relação *input-output* de maneira mais equilibrada. Isso significa que embora ela esteja gerando resultados (*outputs*) significativos, ela pode estar consumindo mais recursos do que o necessário para isso, o que indica uma possível ineficiência na utilização dos recursos disponíveis.
- **U17:** Esta DMU tem os valores mínimos para quase todos os *outputs*. Da mesma forma que valores máximos distorcem a eficiência relativa, os valores mínimos podem fazer com que a DMU seja considerada eficiente no modelo da eficiência invertida. Contudo, esta configuração não reflete necessariamente uma gestão eficiente, pois a escala de operação é muito pequena. Isso pode mascarar uma possível ineficiência operacional que não é capturada pela forma de cálculo da eficiência técnica do modelo original.
- **U20:** Notavelmente esta DMU possui alto valor para o *input* Clientes Cadastrados - CC (641), mas um baixo valor para o *output* Receita do Produto X (R\$) - RPX (35). Esta DMU pode ser considerada eficiente no modelo de eficiência técnica se o foco estiver nos Clientes Cadastrados como *input*, mas a baixa Receita do Produto X mostra que a conversão deste *input* em *output* é ineficiente, o que pode ser evidenciado pela forma de cálculo da eficiência invertida.
- **U22:** Esta DMU possui baixos valores para *inputs* em Assessores Cadastrados (4) e Clientes Cadastrados (52), com baixos *outputs* em Volume Aplicado Produto X, (R\$) (7). Dessa forma, a aparente eficiência desta DMU pela perspectiva da eficiência técnica pode ser devida à economia dos *inputs*, mas a sua baixa geração de *outputs* sugere que

a sua capacidade de gerar resultados financeiros é limitada, o que pode ser revelado pela verificação de sua eficiência invertida.

A fim de obter apenas as DMUs verdadeiramente eficientes realizou-se o cálculo da eficiência composta conforme a Equação 8. Esse cálculo relaciona a eficiência técnica padrão e a eficiência invertida em uma única medida, permitindo uma melhor ordenação e discriminação das DMUs, como apresentando na Tabela 15.

Tabela 15 - Eficiência Composta e Eficiência Normalizada

DMU	Eficiência Composta	Eficiência Composta Normalizada
U1	0.211	0.250
U2	0.500	0.594
U3	0.626	0.743
U4	0.636	0.755
U5	0.259	0.308
U6	0.704	0.836
U7	0.213	0.253
U8	0.759	0.901
U9	0.431	0.512
U10	0.662	0.786
U11	0.649	0.771
U12	0.738	0.876
U13	0.590	0.701
U14	0.756	0.897
U15	0.832	0.987
U16	0.740	0.879
U17	0.500	0.594
U18	0.619	0.735
U19	0.605	0.718
U20	0.500	0.594
U21	0.787	0.934
U22	0.500	0.594
U23	0.659	0.783
U24	0.669	0.794
U25	0.538	0.639
U26	0.813	0.965
U27	0.688	0.817
U28	0.727	0.864
U29	0.842	1.000
U30	0.728	0.864

Fonte: elaborada pela autora.

4.3 Metodologia Interna para *Ranking* das DMUs

Como mencionado anteriormente, a metodologia interna da empresa emprega uma função paramétrica para classificar os escritórios de investimento. Nesse método, os gestores da CTVM que estão em contato direto com os escritórios de investimentos atribuem pesos às variáveis selecionadas que entendem ser as impulsionadoras de resultados relevantes para a

CTVM. Ao final de cada período de avaliação, os escritórios são ordenados com base em suas pontuações. Aqueles que se classificam entre os vinte primeiros são premiados por seu desempenho em uma cerimônia formal.

É importante ressaltar que a metodologia interna da CTVM incorpora critérios específicos de elegibilidade. Um exemplo disso é a conformidade com requisitos regulatórios, como não exceder o número máximo de multas aplicadas pela área de *Compliance* da CTVM devido a irregularidades nas operações ou processos do escritório. Essa exigência levou à exclusão de seis DMUs do *ranking* interno que, portanto, serão também desconsideradas no *ranking* obtido pelo cálculo da eficiência composta normalizada.

Para os 24 escritórios de investimentos, a comparação do *ranking* obtido com base na metodologia interna da empresa com o *ranking* obtido com base na eficiência composta normalizada, como mostra a Tabela 16 revela algumas semelhanças e diferenças notáveis.

Tabela 16 - Ranking pela Eficiência Composta Normalizada e pela Metodologia Interna da CTVM

DMU	Posição com base na Eficiência Composta Normalizada	Eficiência Composta Normalizada	Posição com base na Metodologia Interna	Desempenho com base na Metodologia Interna
U29	1	1.00	8	0.71
U15	2	0.99	5	0.80
U26	3	0.97	20	0.31
U21	4	0.93	10	0.67
U8	5	0.90	2	0.91
U14	6	0.90	1	1.00
U16	7	0.88	14	0.53
U12	8	0.88	17	0.42
U30	9	0.86	22	0.29
U28	10	0.86	21	0.30
U6	11	0.84	3	0.87
U27	12	0.82	13	0.64
U24	13	0.79	18	0.33
U10	14	0.79	24	0.13
U23	15	0.78	11	0.65
U11	16	0.77	12	0.65
U4	17	0.76	19	0.31
U3	18	0.74	6	0.78
U18	19	0.73	15	0.51
U19	20	0.72	4	0.87
U13	21	0.70	16	0.50
U2	22	0.59	7	0.76
U9	24	0.51	9	0.68
U5	25	0.31	23	0.23

A DMU U14 se destaca em ambas as classificações, ocupando o primeiro lugar no *ranking* do sistema da CTVM e o sexto na eficiência composta normalizada. Esse desempenho alto em ambas as classificações sugere uma consistência na eficiência dessa unidade sob diferentes critérios de avaliação.

Outras DMUs como U29, U15 e U26 também apresentam altas classificações em ambos os *rankings*, indicando que são consistentemente eficientes tanto pelos critérios internos da empresa quanto pelo critério da eficiência composta normalizada. A U29, em particular, lidera em eficiência composta normalizada e está bem classificada no sistema de avaliação da empresa, o que endossa a eficácia de sua estratégia.

No entanto, existem algumas discrepâncias notáveis como as dos seguintes casos:

- A DMU U8 possui a segunda melhor posição no *ranking* do sistema de avaliação da empresa, mas pelo critério da eficiência composta normalizada, sua classificação cai para a quinta posição.
- A DMU U30 e a DMU U28, apesar de estarem classificadas em posições inferiores no *ranking* do sistema de avaliação da empresa, estão classificadas em posições relativamente altas no *ranking* baseado na eficiência composta normalizada.

Essas diferenças podem surgir devido a consideração de diferentes pesos e critérios pelos dois métodos de avaliação. A metodologia interna atribui um peso significativo de 25% à Receita do Produto X, uma métrica que, devido às suas características de escala, pode influenciar consideravelmente o *ranking* final. Especificamente para a DMU U8, este fator contribui para um posicionamento mais favorável no *ranking* interno, visto que ela se destaca como a quarta maior em termos absolutos nesta variável, no entanto, destacar-se em receita absoluta não necessariamente reflete a eficiência ou a otimização do potencial da unidade.

O peso significativo atribuído à Receita do Produto X (RPX) na metodologia interna pode estar afetando também o *ranking* das DMUs U28 e U30. Esse impacto se deve principalmente à questão de escala, por se encontrarem entre as DMUs com os menores valores absolutos para os recursos financeiros e humanos utilizados no conjunto de DMUs examinado. No caso da DMU U30, observa-se um desempenho exemplar e um ótimo aproveitamento dos recursos, apesar de seu posicionamento menos favorável no *ranking* interno. Quanto à DMU U28, apesar do sistema de avaliação da empresa indicar que ainda há muito espaço para ela se aprimorar

para se aproximar das líderes, pelo critério da eficiência composta normalizada, ela já exibe apreciável eficiência na capacidade de utilizar seus recursos para gerar resultados financeiros satisfatórios.

4.4 Discussão dos Resultados

Os resultados do Modelo de DEA desenvolvido neste estudo forneceram dados e análises que complementam a metodologia interna de classificação dos escritórios de investimentos. Além de um *ranking*, o cálculo de eficiência por DEA oferece *insights* sobre a direção que os gestores devem seguir. A análise dos pesos dos *inputs* e *outputs* (u_j e v_i) destacou as variáveis Clientes Cadastrados (CC), Assessores Cadastrados (AC) e Clientes que realizaram Aplicação (CA) como as mais relevantes para descrever a eficiência das DMUs, sugerindo que os gestores devem concentrar esforços nas mesmas para obter ganhos de eficiência de forma mais efetiva.

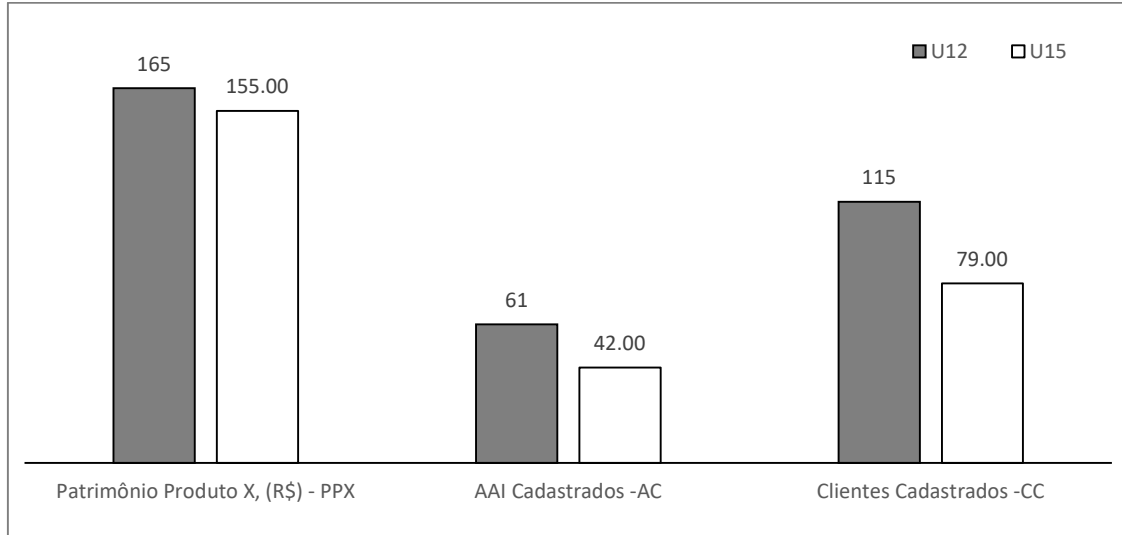
A identificação dos *Benchmarks* por meio do λ_r revelou que as DMUs U29, U15 e U26 são as referências mais frequentes para as DMUs ineficientes, sendo também as três DMUs de maior eficiência composta normalizada. A DMU U15, além de ser mencionada 11 vezes como *benchmark*, obteve a quinta posição no *ranking* interno. Isso indica que essa DMU tem conseguido apresentar um bom desempenho dado o nível de recursos que possui. Portanto, é coerente afirmar que a identificação e replicação das melhores práticas das DMUs eficientes em outras unidades, juntamente com a identificação de oportunidades de melhoria nos seus processos internos, pode contribuir significativamente para alcançar resultados positivos.

Um plano de ação para as DMUs *benchmarks* incluiria uma abordagem mais próxima do time comercial do Produto X aos gestores do escritório *benchmark*, buscando analisar como podem contribuir mais para os processos e estratégias dessas unidades. Isso poderia incluir uma maior integração por meio reuniões regulares e discussões para identificar oportunidades de aprimoramento e alinhamento com os objetivos organizacionais. Para as DMUs ineficientes é necessário um aprofundamento para entender como cada uma pode melhorar suas práticas e processos, identificando gargalos operacionais e implementando as melhores práticas observadas nas DMUs *benchmarks*. Essas ações podem melhorar significativamente os resultados operacionais e estratégicos dessas DMUs e, conseqüentemente, da CTVM como um todo.

Como uma extensão potencial deste estudo, foram analisados dois conjuntos de DMUs em relação aos seus *benchmarks* mais relevantes, utilizando os dados normalizados inseridos

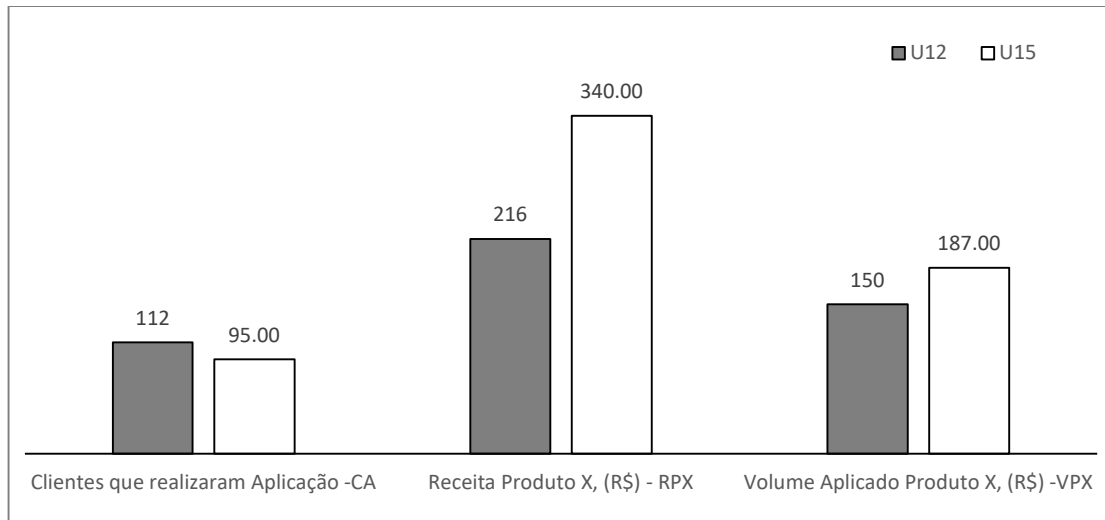
no *software* OSDEA, que variam de 1 a 1001. O primeiro par consiste na comparação entre a DMU U12 e a DMU U15, para o qual $\lambda_{15} = 0,75$. O segundo par envolve a comparação entre a DMU U28 e a DMU U29, para o qual $\lambda_{29} = 0,62$.

Figura 22 - *Inputs* das DMUs U12 e U15



Fonte: elaborada pela autora.

Figura 23 - *Outputs* das DMUs U12 e U15



Fonte: elaborada pela autora.

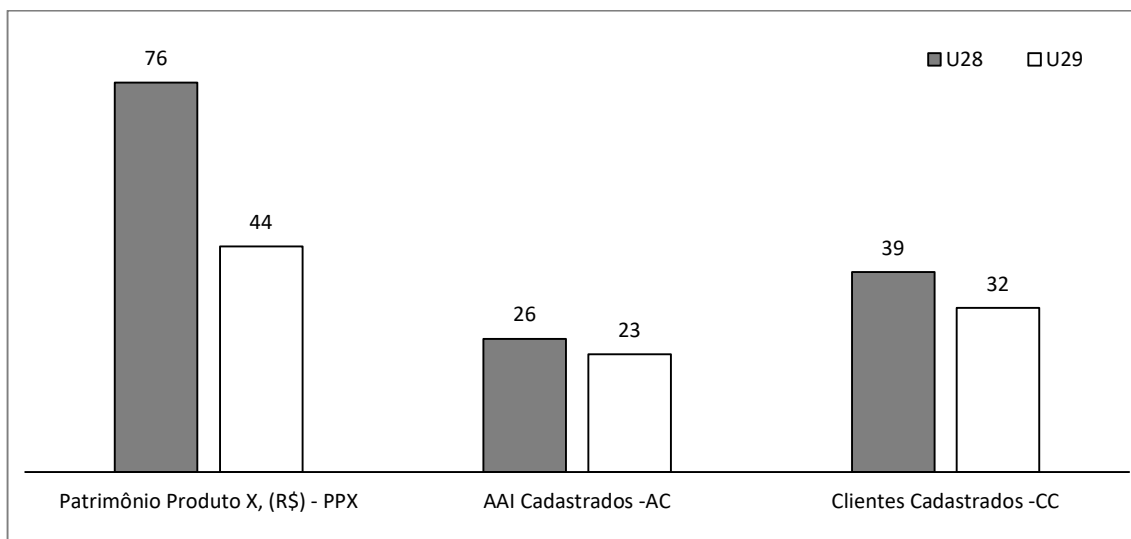
Nota-se pela Figura 22 que a DMU U12 embora tenha níveis de recursos financeiros e humanos superiores aos da DMU U15, a sua capacidade de converter esses *inputs* em *outputs* é menor que a da DMU U15 em termos de Receita do Produto X (R\$) e Volume Aplicado do Produto X (R\$) (Figura 23).

Na análise da DMU U12, os pesos (u_j e v_i) mais significativos foram atribuídos aos Assessores Cadastrados (AC), com um valor de 0,0092, e aos Clientes Cadastrados (CC), com um valor de 0,0021. Em contraste, o Patrimônio do Produto X (PPX) teve um peso de 0,0007, enquanto o número de Clientes que realizaram Aplicação (CA) foi ponderado com 0,0089, conforme ilustrado na Figura 19. Esses resultados indicam que a eficiência da DMU U12 pode ser substancialmente aprimorada ao concentrar esforços principalmente na otimização do número de Assessores Cadastrados e no aumento do número de Clientes que realizam Aplicações. O termo "otimização do número de assessores" refere-se a maximizar a eficiência ou a utilidade dos assessores disponíveis. Isso pode envolver uma série de estratégias, como garantir que os assessores tenham a carga de trabalho adequada, recebam o treinamento necessário e haja uma distribuição equitativa de tarefas entre eles. Em resumo, significa utilizar os assessores da melhor forma possível para alcançar os objetivos e metas do escritório.

No contexto da DMU U28 comparada a sua *Benchmark* principal U29, a DMU U28 ultrapassa a DMU U29 em todas as três categorias de recursos (financeiros e humanos) utilizados conforme ilustrado na Figura 24. No entanto, em termos de eficiência para conversão desses *inputs* em *outputs* a DMU U28 fica aquém, com a maior diferença na Receita do Produto X (R\$) conforme se observa na Figura 25.

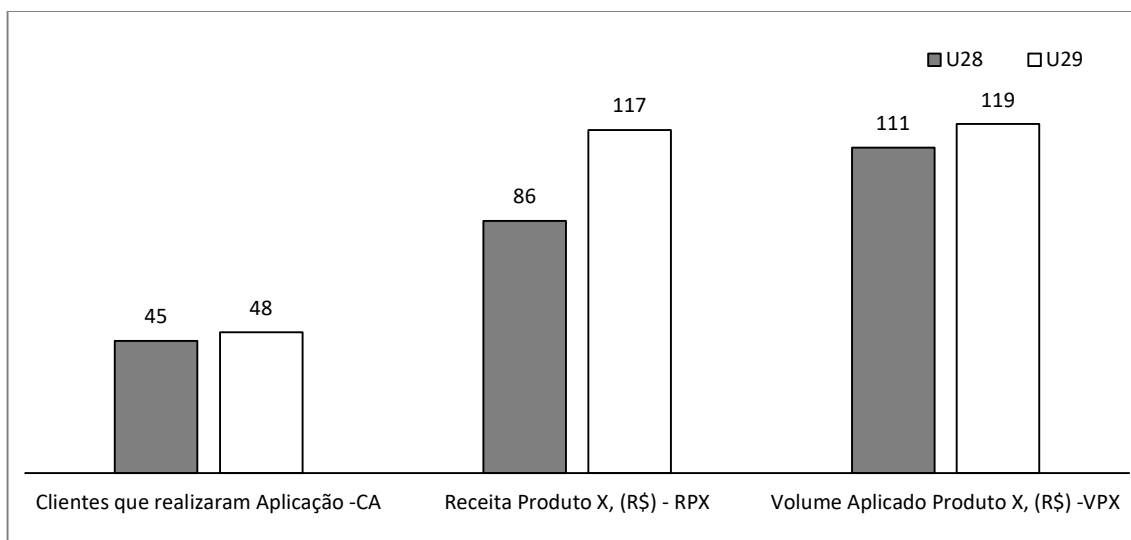
Os pesos das variáveis de *input* e *output* para a DMU U28 estão descritos na Figura 24, revelando valores distintos atribuídos a cada uma delas: 0,0156 para Clientes que realizaram Aplicação (CA), 0,0151 para Clientes Cadastrados (CC), 0,0108 para Assessores Cadastrados (AC) e 0,0027 para o Volume do Produto X (VPX). Isso sugere que a eficiência da DMU U28 pode ser melhorada focando em áreas específicas. Os pesos mais significativos foram para CA e CC, indicando a importância do aumento no número ou qualidade das aplicações dos clientes e no número de clientes cadastrados. Por outro lado, o peso menor atribuído a AC sugere que o número de assessores cadastrados pode não ser tão crucial quanto o número de clientes ou as aplicações realizadas.

Figura 24 - *Inputs* das DMUs U28 e U29



Fonte: elaborada pela autora.

Figura 25 - *Outputs* das DMUs U28 e U29



Fonte: elaborada pela autora.

Além disso, o VPX teve o menor peso, sugerindo que o volume de vendas desse produto pode não estar contribuindo muito para a eficiência da DMU U28. Portanto, uma possível melhoria pode ser o impulsionamento das vendas do Produto X por meio de alguma estratégia de marketing ou de ajustes na oferta do próprio produto, visando aumentar sua atratividade para os clientes.

5 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo principal avaliar a eficiência dos escritórios de investimentos que têm um impacto significativo sobre os resultados financeiros de uma CTVM. O intuito é identificar os escritórios de destaque, que pudessem servir como referência para melhorar o desempenho dos escritórios menos eficientes, proporcionando uma base de dados mais robusta para auxiliar na tomada de decisões sobre práticas operacionais mais eficientes para os escritórios da CTVM. Para atingir esses objetivos, foi empregada a Análise Envolvória de Dados (DEA), utilizando especificamente o modelo BCC orientado à maximização de *output* por meio da utilização do *software* OSDEA. Esta decisão de modelagem está alinhada à necessidade de maximizar os resultados financeiros e o desempenho operacional, um objetivo comum no setor financeiro e particularmente relevante para a empresa focada neste estudo. Como contribuição adicional, as análises realizadas neste trabalho servem como material orientativo para a utilização do *software* OSDEA na aplicação da metodologia DEA, demonstrando sua aplicação na construção do modelo matemático, realização de análises e geração de resultados. Assim, o presente trabalho torna-se um guia prático para pesquisadores e profissionais interessados em explorar essa ferramenta para análise de eficiência em organizações do setor financeiro.

No desenvolvimento do presente estudo, foram empregadas técnicas para selecionar variáveis a serem consideradas no modelo de DEA e melhorar a discriminação dos dados, o que proporcionou um entendimento claro sobre os KPIs que exercem maior impacto na eficiência dos escritórios de investimentos. Através da análise, foi possível diferenciar os escritórios que se destacam como *benchmarks* de eficiência, no modelo de DEA, daqueles considerados "falsamente eficientes", que aparentam desempenho superior, mas sem fundamentos consistentes de sustentabilidade. Adicionalmente, para os escritórios avaliados como ineficientes, a análise realizada com o modelo de DEA desenvolvido permitiu identificar as variáveis críticas que requerem maior atenção. Esse discernimento facilita uma abordagem direcionada para melhorar os resultados, indicando especificamente em quais aspectos os escritórios ineficientes devem focar seus esforços e recursos para otimizar seu desempenho.

Do total de 632 escritórios de investimento que poderiam ser submetidos à análise, foram avaliados os 30 maiores que representavam 42% do Patrimônio sob Gestão. Esses escritórios possuíam porte operacional semelhante e o mesmo nível de acesso a recursos de tecnologia de informação, o que os tornava representativos e passíveis de ajustes estratégicos

que podem ter um impacto significativo nos resultados da CTVM. Entre as 30 DMUs analisadas, as unidades U29, U15, U26 destacaram-se como as mais eficientes. Elas demonstraram uma capacidade superior de utilizar recursos humanos, incluindo assessores e clientes cadastrados, assim como recursos financeiros, notadamente o patrimônio sob gestão do Produto X. Essa eficiência se traduziu em resultados financeiros superiores e em um desempenho operacional notável em comparação com o das demais DMUs analisadas.

Este trabalho, no entanto, apresenta algumas limitações que influenciaram a escala e o alcance das conclusões. Primeiramente, a análise foi conduzida com dados referentes a ações realizadas no período do ano de 2023. Essa abordagem, embora alinhada ao ciclo estratégico da CTVM, pode ser míope em relação à percepção das dinâmicas de longo prazo e à capacidade de adaptação dos escritórios a diferentes cenários e ciclos econômicos.

Este estudo concentrou-se especificamente no desempenho dos escritórios de investimento em relação a uma única categoria de produto financeiro, conforme definido pelo escopo do trabalho e considerando a experiência adquirida pela durante o estágio realizada na CTVM objeto de estudo. Embora essa abordagem seja significativa para compreender os resultados financeiros da CTVM, ela restringe a compreensão global do desempenho dos escritórios ao excluir considerações sobre a gestão de um portfólio diversificado de produtos, clientes e recursos.

Considerando os resultados promissores deste estudo, sugere-se a utilização de outras técnicas para aprofundar a análise do desempenho dos escritórios de investimento. Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se a aplicação da técnica de Análise de Malmquist. Essa abordagem permitiria avaliar a eficiência ao longo do tempo e identificar como os escritórios se adaptam e respondem a diferentes cenários econômicos. Essa análise poderá oferecer *insights* sobre a resiliência e eficiência dinâmica dos escritórios, proporcionando uma visão ampliada de seu desempenho em períodos de volatilidade do mercado.

Além disso, seria produtivo ampliar o escopo da pesquisa para incluir múltiplos produtos financeiros, possibilitando uma análise mais holística do desempenho dos escritórios de investimentos. Isso permitiria uma avaliação mais precisa de como diferentes escritórios gerenciam seus portfólios de clientes e recursos sob diversas condições de mercado.

Por fim, os resultados dessas análises poderiam ser disseminados por meio de *dashboards* interativos, como os que podem ser disponibilizados por meio do software de *Business Intelligence* Power BI, para que os escritórios possam acompanhar seu desempenho em tempo real, e identificar quais variáveis devem ser seus focos de melhoria. Com essas

informações ao alcance, os escritórios poderiam direcionar seus esforços de melhoria de forma mais estratégica para maximizar seus resultados e alcançar ou até superar os *benchmarks* do setor.

REFERÊNCIAS

- ABREU, Urbano Gomes Pinto de *et al.* **Avaliação sistêmica da introdução de tecnologias na pecuária de gado de corte do Pantanal por meio de modelos de análise envoltória de dados (DEA).** Revista Brasileira de Zootecnia, [S.l.], v. 37, n. 7, p. 1212-1223, jul. 2008.
- ANBIMA. **CPA-10: Certificação Profissional ANBIMA** - Série 10. 2018. Disponível em: <https://www.anbima.com.br/data/files/77/07/8C/29/66A568103B6B3568B82BA2A8/CPA-10-Cap1.pdf>. Acesso em: 20 mai. 2024.
- ANDERSON, R. I.; LEWIS, D.; SPRINGER, T. M. **Operating efficiencies in real estate: a critical review of the literature.** Journal of Real Estate Literature, v. 8, n. 1, p. 3-18, 1999.
- B3. **Perfil pessoas físicas.** Disponível em: <https://shre.ink/89Rp>. Acesso em: 25 mai. 2024.
- BANKER, R. A.; EMROUZNEJAD, H.; BAL, I.; ALP, M.; ALI, C. **Data Envelopment Analysis and Performance Measurement: Proceedings of the 11th International Conference of DEA**, Samsun, Turkey, 2014.
- BANKER, R. D.; CHARNES, H.; COOPER, W. W. **Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis.** Management Science, v. 30, n. 9, p. 1078- 1092, 1984.
- BECKENKAMP, Margit Teresinha. **Análise envoltória de dados: considerações sobre o estabelecimento de restrições para os multiplicadores ótimos.** 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Disponível em: <https://core.ac.uk/download/pdf/30364118.pdf>. Acesso em: 18 de maio de 2024.
- BELLONI, José Ângelo et al. **Uma metodologia de avaliação da eficiência produtiva de universidades federais brasileiras.** 2000.
- BERGER, Allen N.; HUMPHREY, David B. **Efficiency of financial institutions: International survey and directions for future research.** European journal of operational research, v. 98, n. 2, p. 175-212, 1997.
- BORGES, Richardson Coimbra; SILVA, Wendel Alex Castro. **Análise da eficiência de corretoras de títulos e valores mobiliários brasileiras: Um estudo sobre o Capital e Risco.** Encontro Internacional de Gestão, Desenvolvimento e Inovação (EIGEDIN), v. 4, n. 1, 2020.
- CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. **Measuring efficiency of decision making units.** European Journal of Operational Research, v. 2, p. 429-444, 1978.
- CARMO, Cynthia Melo. **Avaliação da Eficiência Técnica das Empresas de Saneamento brasileira Utilizando a Metodologia DEA.** UFPE. Dissertação para o Grau de Mestre em Gerência da Produção. Mar de 2003.
- CARNEIRO, Murilo; SALGADO, Alexandre Pereira Junior; MACORIS, Lucas Serrão. **Avaliação da eficiência bancária por meio da abordagem de intermediação: uma análise**

comparativa de instituições financeiras brasileiras. Revista Eletrônica de Administração, Porto Alegre, v. 85, n. 3, p. 336-359, set./dez. 2016.

CERETTA, P. S.; NIEDERAUER, C. A. P. **Rentabilidade e eficiência no setor bancário brasileiro.** Revista de Administração Contemporânea, v. 5, p. 7-26, 2001.

CVM, 2021. **Resolução CVM 35.** Disponível em: <https://conteudo.cvm.gov.br/legislacao/resolucoes/resol035.html> Acesso em: 25 mai. 2024.

COOPER, William W.; SEIFORD, Lawrence M.; TONE, Kaoru. **"Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software"**. 2nd ed. New York: Springer, 2007.

COSTA, Isac. **O futuro dos agentes autônomos de investimentos no Brasil.** ConJur, 3 mar. 2022. Disponível em: <https://www.conjur.com.br/2022-mar-03/isac-costa-futuro-agentes-autonomos-investimentos-brasil/>. Acesso em: 27 ago. 2023.

DATABRICKS. **What is Databricks?** Disponível em: <https://docs.databricks.com/en/introduction/index.html> Acesso em: 26 mai. 2024.

DEYOUNG, R. **Management quality and x-inefficiency in national banks.** Journal of Financial Services Research, v. 13, p. 5-22, Feb. 1998.

DYSON, R. G.; ALLEN, R; CAMANHO A. S.; PODINOVSKI, V.V. **Pitfalls and protocols in DEA.** European Journal of Operational Research, v. 132, p.245-259. 2001. **Envelopment analysis: Theory, methodology, and applications.** Boston: Kluwer. 1994.

EIGEDIN 2020 - IV Encontro Internacional de Gestão, Desenvolvimento e Inovação, 03 a 06 nov. 2020, Edição Online.

ENTANI, T.; MAEDA, Y.; TANAKA, H. **Dual models of interval DEA and its extensions to interval data.** European Journal of Operational Research, v. 136, p. 32-45, 2002.

FARIA JÚNIOR, João Adelino de. **Eficiência no setor bancário brasileiro: a experiência recente das fusões e aquisições.** Orientador: Prof. Dr. Luiz Fernando de Paula. Co-orientador: Prof. Dr. Alexandre Marinho. Dissertação (Mestrado em Ciências Econômicas) - Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

FERREIRA, Marco Aurélio Marques; GONÇALVES, Rosiane Maria Lima; BRAGA, Marcelo José. **Investigação do desempenho das cooperativas de crédito de Minas Gerais por meio da Análise Envoltória de Dados (DEA).** Econ. aplic., São Paulo, v. 11, n. 3, p. 425-445, jul.-set. 2007.

FREAZA, Flávio Paim; GUEDES, Luis Eduardo Madeiro; GOMES, Luiz Flávio Autran Monteiro. **Análise de Eficiência do Mercado Bancário Brasileiro Utilizando a Metodologia da Análise Envoltória de Dados.** In: XXXVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2006, 2006. p. 244-257.

GONZALEZ-ARAYA, M.C. (2003). **Projeções Não Radiais em regiões fortemente eficientes da fronteira DEA – Algoritmos e aplicações**. Tese – Programa de Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio de Janeiro/COPPE.

GRATERON, I. R. G. **Auditoria de Gestão: Utilização de Indicadores de Gestão no Setor Público**. Cadernos de Estudos, n. 21, p. 1-18, 1999

LOPES, Maria Aparecida Soares. **Eficiência dos gastos públicos: análise nas regiões de saúde do Estado de Minas Gerais**. 2017. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

MACEDO, M. A. S., SANTOS, R. M., & SILVA, F. F. (2006). **Desempenho Organizacional no Setor Bancário Brasileiro: Uma Aplicação da Análise Envoltória de Dados**. • Revista de Administração Mackenzie. Volume 7, n.1, p. 11-44.

MACEDO, Marcelo Álvaro da Silva. **Performance de agências bancárias: utilização da DEA e múltiplas perspectivas de desempenho**. Contabilidade Vista & Revista, [s.l.], v. 6, n. 12, p.87-98, dez. 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/contabilidade/article/view/2175-8069.2009v6n12p87>. Acesso em: 19 set. 2023.

MACEDO, Marcelo Alvaro da Silva; CÍPOLA, Fabrício Carvalho. **Análise do desempenho Socioambiental no setor siderúrgico Brasileiro**. Revista de Contabilidade e Organizações, FEA-RP/USP, v. 3, n. 7, p. 60-77, set.-dez. 2009.

MARIANO, Enzo Barbeiro. **Conceitos Básicos de Análise de Eficiência produtiva**. [S.l.: s.n.], 2007. Disponível em: <https://shre.ink/89RL>. Acesso em: 12 out. 2023.

MARIANO, Enzo Barberio. **Modelo BCC e retornos de escala**. 2020 . Apresentação de slides. Disponível em: https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5118115/mod_resource/content/1/4%20-%20BCC%20e%20retornos%20de%20escala.pdf. Acesso em: 16 novembro de 2023.

MARIANO, E.B.; ALMEIDA M.R.; REBELATTO D.A.N. **Princípios Básicos para uma proposta de ensino sobre análise por envoltória de dados**. In: XXXIV CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA (COBENGE 2006), Universidade de Passo Fundo – UPF, 2006, Anais.

MELO, Clayton Levy Lima de et al. **Avaliação do desempenho organizacional: um estudo das companhias do setor elétrico brasileiro com base na Análise Envoltória de Dados (DEA)**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE CUSTOS, 15., 2008, Curitiba. Anais [...]. Curitiba: [s.n.], 2008.

MELLO, João Carlos Correia Baptista Soares de et al. **Análise de envoltória de dados no estudo da eficiência e dos benchmarks para companhias aéreas brasileiras**. Pesquisa Operacional, Niterói, RJ: Universidade Federal Fluminense; Rio de Janeiro, RJ. 2003.

MELLO, J. C. C. B. S., MEZA, L. A., GOMES, E. G., NETO, L. B. **Curso de Análise envoltória de dados**. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL. Gramado, 2005.

MODALMAIS. Carreira AAI: **Agente Autônomo de Investimentos**, 2018. Disponível em: <https://www.modalmais.com.br/carreira-aai/agente-autonomo-de-investimentos/>. Acesso em: 23 de novembro de 2023.

MOUZAS, S. **Efficiency versus effectiveness in business networks**. Journal of Business Research, v.59, p. 1124-1132, 2006.

OPEN-SOURCE DEA. Troubleshoot OSDEA-GUI. Disponível em: <https://opensourcedea.org/troubleshoot-osdea-gui/>. Acesso em: 25 mai. 2024.

Périco, A. E.; Rebelatto, D. A. N.; Santana, N. B. **Eficiência bancária: os maiores bancos são os mais eficientes? Uma análise por envoltória de dados**. Gestão e Produção, SciELO Brasil, v. 15, p. 421-431, 2008.

PÉRICO, Ana Elisa; REBELATTO, Daisy Aparecida do Nascimento; SANTANA, Naja Brandão. **Eficiência bancária: os maiores bancos são os mais eficientes? Uma análise por envoltória de dados**. Gest. Prod., São Carlos, v. 15, n. 2, p. 421-431, maio-ago. 2008.

PIRES, Diniz Braga. **Assessor de investimentos e gerente de banco: um estudo sobre as práticas para alocar uma carteira de renda fixa de pessoa física**. Dissertação (mestrado em economia) - Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 140. 2018.

PUC-RIO. (2014). **Análise envoltória de dados (DEA) e uma proposta de modelo para avaliar a eficiência das empresas de comércio eletrônico**. Recuperado em 23 julho, 2014: Reis, D. (2004). Gestão da Inovação Tecnológica. 1ª ed. São Paulo: Ed. Manole.

RAMANATHAN, Ramu. **An introduction to data envelopment analysis: a tool for performance measurement**. Sage, 2003.

REI, Constantino Mendes. **Produtividade, factores e barreiras**. [s.l.]: Instituto Politécnico da Guarda, [ano de publicação]. Disponível em: <https://bdigital.ipg.pt/dspace/bitstream/10314/106/1/Manual%20%20-%20Produtividade%20factores%20e%20barreiras.pdf>. Acesso em: 02 out. 2023.

RUIZ, J. L., & SIRVENT, I. (2018). *Performance evaluation through DEA benchmarking adjusted to goals*. Centro de Investigación Operativa, Universidad Miguel Hernández, Avd. de la Universidad, s/n, 03202 Elche (Alicante), Spain. Available online 29 August 2018.

SENRA, Luis Felipe Aragão de Castro; NANJI, Luiz Cesar; MELLO, João Carlos Correia Baptista Soares de; MEZA, Lidia Angulo. **Estudo sobre métodos de seleção de variáveis em DEA**. Rio de Janeiro: IAG/PUC-Rio; Niterói: Universidade Federal Fluminense (UFF), Departamento de Engenharia de Produção; mar. 2007.

SILVEIRA, J.Q.; MEZA, L.A.; MELO, J.C.C.B.S. **Identificação de Benchmarks e anti-Benchmarks para companhias aéreas usando modelos DEA e fronteira invertida**. Revista Brasileira de Gestão de Negócios, [S.l.], v. 22, n. 04, p. 788-795, set./dez 2012.

SOARES DE MELLO, João Carlos C. B.; ANDRADE, Fernando do Valle S.; BRANDÃO, Luana Carneiro. **Avaliação de um curso de Matemática à distância com modelos DEA e**

seleção de variáveis. [S.l.], v. 9, 2009. Disponível em:
https://www.producao.uff.br/conteudo/rpep/volume92009/RelPesq_V9_2009_10.pdf. Acesso
em: 24 mai. 2024.

SPENDOLINI, M.J. (1994). *Benchmarking*. 1ª ed., Makron Books do Brasil, São Paulo.

YAMADA, Y.; MATUI, T.; SUGIYAMA, M. *New analysis of efficiency based on DEA*.
Journal of the Operations Research Society of Japan, v. 37, p. 158-67, 1994.

APÊNDICE

The problem objectives are as follows:

DMU Names	Objective Value	Efficient
U1	0.421	
U2	1	Yes
U3	1	Yes
U4	1	Yes
U5	0.519	
U6	1	Yes
U7	0.427	
U8	1	Yes
U9	0.539	
U10	0.955	
U11	1	Yes
U12	0.904	
U13	0.819	
U14	0.883	
U15	1	Yes
U16	0.929	
U17	1	Yes
U18	1	Yes
U19	0.698	
U20	1	Yes
U21	1	Yes
U22	1	Yes
U23	0.768	
U24	0.726	
U25	1	Yes
U26	1	Yes
U27	1	Yes
U28	0.829	
U29	1	Yes
U30	1	Yes

100

APÊNDICE B- Resultado dos pesos de *input* e *output* (*Weights*) gerada pelo *software* OSDEA por DMU para as 6 variáveis selecionadas

OSDEA

File Tools Help

6 Variáveis
Raw Data
Variables
Model details
Solution
Objectives
Projections
λ Lambdas
Peer Group
Slacks
Weights

The problem weights are as follows:

DMU Names	PPX	CC	AC	CA	RPX	VPX
U1	0.0	0.005	0.011	0.014	0.0	0.0
U2	0.0	0.001	0.0	0.001	0.0	0.0
U3	0.001	0.0	0.0	0.0	0.001	0.0
U4	0.0	0.001	0.002	0.003	0.0	0.0
U5	0.0	0.004	0.003	0.008	0.0	0.0
U6	0.0	0.006	0.0	0.004	0.0	0.0
U7	0.003	0.001	0.006	0.009	0.0	0.0
U8	0.001	0.005	0.0	0.0	0.002	0.001
U9	0.0	0.007	0.014	0.016	0.0	0.0
U10	0.001	0.002	0.002	0.004	0.001	0.0
U11	0.0	0.02	0.0	0.0	0.007	0.0
U12	0.001	0.002	0.009	0.009	0.0	0.0
U13	0.001	0.003	0.006	0.006	0.0	0.002
U14	0.0	0.016	0.0	0.008	0.002	0.0
U15	0.0	0.0	0.008	0.0	0.003	0.0
U16	0.0	0.013	0.002	0.011	0.001	0.0
U17	0.868	2.654	0.0	1.0	0.0	0.0
U18	0.0	0.002	0.008	0.0	0.0	0.004
U19	0.001	0.003	0.02	0.014	0.0	0.0
U20	0.01	0.001	0.004	0.005	0.0	0.0
U21	0.004	0.024	0.0	0.0	0.008	0.0
U22	0.0	0.008	0.077	0.041	0.0	0.001
U23	0.001	0.004	0.031	0.018	0.0	0.0
U24	0.0	0.014	0.031	0.026	0.0	0.0
U25	0.0	0.001	0.01	0.006	0.0	0.0
U26	0.009	0.003	0.0	0.004	0.004	0.0
U27	0.002	0.0	0.023	0.0	0.0	0.01
U28	0.0	0.015	0.011	0.016	0.0	0.003
U29	0.0	0.02	0.006	0.018	0.0	0.001
U30	0.0	0.008	0.0	0.006	0.0	0.001

6 Variáveis:Weights Problem Solved

Fonte: elaborada pela autora.

APÊNDICE C - Resultado dos valores de λ_r (Lambdas) gerada pelo *software* OSDEA por DMU para as 6 variáveis selecionadas

OSDEA

File Tools Help

6 Variáveis

Raw Data

Variables

Model details

Solution

Objectives

Projections

Lambdas

Peer Group

Slacks

Weights

The problem lambdas are as follows:

DMU ...	U2	U3	U4	U6	U8	U11	U15	U17	U18	U20	U21	U22	U25	U26	U27	U29	U30
U1	0.0	0.0	0.207	0.0	0.0	0.0	0.369	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.424
U2	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U3	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U4	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U5	0.008	0.0	0.225	0.72	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.047
U6	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U7	0.008	0.0	0.377	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.247	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.368
U8	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U9	0.0	0.0	0.012	0.0	0.0	0.0	0.725	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.263
U10	0.052	0.0	0.053	0.124	0.0	0.0	0.418	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.353
U11	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U12	0.0	0.0	0.095	0.0	0.0	0.0	0.746	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.124	0.0	0.0	0.035
U13	0.0	0.0	0.063	0.054	0.0	0.0	0.304	0.0	0.477	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.102
U14	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.058	0.719	0.0	0.0	0.0	0.12	0.0	0.0	0.0	0.102	0.0	0.0
U15	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U16	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.283	0.0	0.0	0.0	0.094	0.0	0.0	0.0	0.0	0.34	0.283
U17	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U18	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U19	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.22	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.001	0.734	0.0	0.045	0.0
U20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U21	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U22	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U23	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.337	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.065	0.0	0.006	0.592	0.0
U24	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.227	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.151	0.622	0.0
U25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0
U26	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.0
U27	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0
U28	0.0	0.0	0.0	0.021	0.0	0.0	0.169	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.117	0.693	0.0
U29	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0	0.0
U30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1.0

6 Variáveis: Lambdas

Problem Solved

Fonte: elaborada pela autora.

APÊNDICE D - Resultado dos *Benchmarks* por DMU (*Peer Group*) gerado pelo *software* OSDEA

OSDEA

File Tools Help

6 Variáveis

- Raw Data
- Variables
- Model details
- Solution
 - Objectives
 - Projections
 - Lambdas
 - Peer Group
 - Slacks
 - Weights

The problem lambdas are as follows:

DMU Names	Peer Group
U1	U4, U15, U30.
U2	U2.
U3	U3.
U4	U4.
U5	U2, U4, U6, U30.
U6	U6.
U7	U2, U4, U20, U30.
U8	U8.
U9	U4, U15, U30.
U10	U2, U4, U6, U15, U30.
U11	U11.
U12	U4, U15, U26, U30.
U13	U4, U6, U15, U18, U30.
U14	U11, U15, U21, U27.
U15	U15.
U16	U15, U21, U29, U30.
U17	U17.
U18	U18.
U19	U15, U25, U26, U29.
U20	U20.
U21	U21.
U22	U22.
U23	U15, U25, U27, U29.
U24	U15, U27, U29.
U25	U25.
U26	U26.
U27	U27.
U28	U6, U15, U27, U29.
U29	U29.
U30	U30.

6 Variáveis:Peer Group Problem Solved

Fonte: elaborada pela autora.

File Tools Help

Fonte: elaborada pela autora.