

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Mapeamento do preço locacional marginal por
metodologias de otimização

Aluno: José Luiz Montandon Neto

Orientador: Prof. Dr. Luís Fernando Costa Alberto

SÃO CARLOS

2016

José Luiz Montandon Neto

Mapeamento do preço locacional marginal por
metodologias de otimização

Trabalho de Conclusão de
Curso apresentado á Escola
de Engenharia de São Carlos,
Universidade de São Paulo

Curso de Engenharia Elétrica
com Ênfase em Sistemas de
Energia e Automação

Área de concentração:
Operação de Sistemas
Elétricos de Potência

Orientador: Prof. Dr. Luís
Fernando Costa Alberto

São Carlos

2016

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

M734m

Montandon Neto, José Luis
Mapeamento do preço locacional marginal por
metodologias de otimização / José Luis Montandon Neto;
orientador Luis Fernando Costa Alberto. São Carlos,
2016.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com
enfase em Sistemas de Energia e Automação) -- Escola de
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,
2016.

1. Otimização. 2. Preço de Energia. 3. Universidade
de São Paulo. 4. Título.

Nome: José Luiz Montandon Neto

Título: " Mapeamento do preço locacional marginal por metodologias de otimização"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em 13/06/2016, com NOTA (8,0), pela comissão julgadora :

Prof. Associado Luís Fernando Costa Alberto – (Orientador – SEL/EESC/USP)

Prof. Associado João Bosco Augusto London Júnior – (SEL/EESC/USP)

Dra. Ana Paula Mazzini – (SEL/EESC/USP)

Coordenador da CoC – Engenharia Elétrica – EESC/USP:

Prof. Dr. José Carlos de Melo Veira Júnior

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe pelo apoio psicológico (em seu sentido técnico) e maternal.

Agradeço à minha família por se manter unida.

Agradeço ao professor Dr. Luís Fernando Costa Alberto pela sugestão do tema e pelas orientações objetivas e úteis em relação à condução do trabalho.

Agradeço a Universidade de São Paulo pelos recursos oferecidos.

RESUMO

MONTANDON NETO, J. L. Mapeamento do preço locacional marginal por metodologias de otimização . Dissertação de trabalho de conclusão de curso, Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2016.

O preço locacional marginal de energia é o menor custo para suprir a próxima unidade de energia em um determinado ponto do sistema elétrico de potência (SEP), que inclui a geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. Neste trabalho é realizado uma exposição teórica e modelamento matemático do preço locacional marginal de energia na sua forma não linear e linear, além de uma breve exposição dos mecanismos de atuação dos mercados de energia. Os principais termos que compõe o preço locacional de energia (PLM) são estudados separadamente para que uma compreensão mais abrangente seja alcançada. Primeiramente são utilizados os multiplicadores de Lagrange para caracterizar a ideia básica de um. A partir da formulação primária não linear do PLM é obtido seu equivalente linear derivado das equações do fluxo de potência dc, permitindo uma comparação entre as suas duas formas.

Quatro metodologias são escolhidas para o estudo de casos do PLM, para que as suas particularidades sejam expostas de maneira clara e eficiente:

1. Formulação não linear do PLM onde a otimização é obtida através da aplicação direta dos multiplicadores de Lagrange combinado com processos iterativos.
2. Redes neurais de Hopfield que modela o problema de otimização utilizando técnicas adaptativas e energéticas
3. Método simplex que faz uso da programação linear no ambiente da otimização, ou seja, esta metodologia requer uma linearização do PLM
4. Otimização robusta que trabalha com a inserção de incertezas no problema de otimização em um ambiente de programação linear

Palavras-chave: preço locacional marginal, otimização, *multiplicadores de Lagrange*, linearização do fluxo de potência, otimização com incertezas.

ABSTRACT

MONTANDON NETO, J. L. **Mapping of the locational marginal pricing by optimization methodologies.** Final work, Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2016.

The locational marginal pricing is the least cost to provide the next energy unit in a given point of the electric power system (EPS), which includes generation, transmission and distribution of electric energy. In this work, a theoretical exposition and a mathematical modeling of the locational marginal pricing of energy in it's nonlinear and linear form are discussed. Indeed, brief exposition of the power market operation mechanism is made. The key terms that compose the locational marginal pricing (LMP) are studied separately to provide great insight into the comprehension of this concept. First, the Lagrange multipliers are used to illustrate the main basic idea of a LMP, and after this development it's accomplished a combination between mathematical equations and the philosophy of the locational marginal pricing is discussed. From the primary nonlinear formulation of the LMP it's linear equivalent is derived from the dc power flow equations allowing a comparison between the two forms.

Four methodologies are chosen for studying the LMP of some small systems with the aim of providing a clearer and efficient exposition of their particularities:

1. Nonlinear formulation of the LMP where the optimization is obtained from the direct application of the Lagrange multipliers combined with iterative processes.
2. Hopfield neural networks modelling the optimization problem using adaptive and energetic techniques.
3. Simplex method that uses the linear programming in the optimization environment, in other words, this methodology requires a linearization of the LMP.
4. Robust Optimization that works with the insertion of uncertainties in the optimization problem in a linear programming environment.

Keywords: Locational marginal pricing, optimization, Lagrange multipliers, power flow linearization, optimization with uncertainties.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Sistema de transmissão trifásico. Adaptado de [6].....	11
Figura 1.2: Cadeia de planejamento (CEPEL,2003).	Erro! Indicador não definido. 3
Figura 1.3: Hierarquia dos agentes de operação do SEP. Adaptado de [7]	14
Figura 1.4: Mercado de eletricidade ilustrativo.Adaptado de [6].....	16
Figura 1.5: Mapa do LMP em Nova Yorque. Adaptado de [4].....	17
Figura 1.6: Custo marginal de operação(R\$/MW.h). Adaptado de [7]	18
Figura 2.1: Exemplo de vetor gradiente perpendicular a curva C em três dimensões	20
Figura 2.2: Argumento geométrico em duas dimensões para os multiplicadores de Lagrange	21
Figura 2.3: Linearização por partes da função objetivo.	24
Figura 2.4: Exemplo de um diagrama unifilar do SEP.....	27
Figura 3.1: Diagrama unifilar elétrico.....	30
Figura 3.2: Curva de custo dos geradores com limite de geração.	31
Figura 3.3: LMP de duas unidades geradoras. Adaptado de [8].	40
Figura 5.1: Caso 1 ilustrativo.Adaptado de [5].	45
Figura 5.3: Diagrama do sistema 5.3.....	49
Figura 5.3.1:Despacho ótimo de geração para uma carga variável caso 1.....	51
Figura 5.3.2:Variação do preço locacional marginal para o nó de carga caso 1.	51
Figura 5.3.3:Despacho ótimo de geração para uma carga variável caso 2.....	52
Figura 5.3.4:Variação do preço locacional marginal para o nó de carga caso 2.	53
Figura 5.3.5:Despacho ótimo de geração para uma carga variável caso 3.....	54
Figura 5.3.6:Variação do preço locacional marginal para o nó de carga caso 3.....	54
Figura 5.4.2: Variação do preço locacional marginal para o nó de carga caso 2 com incertezas.....	59
Figura 5.4.3: Variação do preço locacional marginal para o nó de carga caso 2 com incertezas.....	60

Sumário

1	Introdução.....	11
1.1	Operações econômicas do SEP.....	12
1.1.2	Despacho econômico e pré-despacho.....	12
1.1.3	Mercados de energia.....	13
1.2	Otimização.....	15
1.3	O problema do preço locacional marginal.....	16
1.3.1	Aplicações do PLM.....	17
1.4	Organização do trabalho.....	18
2	Revisão matemática de otimização e análise estática do SEP.....	19
2.1	Gradiente e multiplicadores de Lagrange.....	19
2.2	Condições de Karush-Kuhn-Tucker.....	22
2.3	Linearização e programação linear.....	23
2.4	Fluxo de potência dc.....	26
3	Modelo do PLM.....	29
3.1	Estrutura primária.....	29
3.2	Modelo não-linear.....	34
3.3	Modelo linear.....	38
3.4	Análise geral do PLM.....	41
4	Metodologias de otimização.....	42
4.1	Redes neurais de Hopfield.....	42
4.2	Método simplex.....	45
5	Resultados e discussões.....	45
5.1	Sistema com três geradores e duas cargas.....	46
5.2	Sistema com três geradores e uma carga.....	48
5.3	Sistema com dois geradores e uma carga.....	50
5.4	Otimização robusta.....	57

5.4.1 PLM e a otimização robusta.....	57
5.4.2 Sistema com dois geradores e uma carga.....	59
6 Conclusão.....	63
Referências.....	64

1 Introdução

Otimização é uma importante área da matemática e peça integral dos processos da engenharia e economia pois objetiva em descobrir soluções ótimas para problemas variados através da consideração de múltiplas escolhas enquanto satisfaz restrições e recursos limitados. A teoria de otimização e seus métodos vêm recebendo atenção nos últimos 15 anos [1] devido ao avanço computacional, processamento paralelo, softwares mais eficientes, inteligência artificial e sistemas heurísticos. O software Matlab é um exemplo do quanto avançado e imediato as ferramentas de otimização, acessíveis ao público, se tornaram.

Matematicamente, o problema básico de otimização consiste na consideração de uma função objetivo, ou função alvo, composta de elementos (variáveis), e na procura por combinações destas variáveis que resultarão na minimização ou maximização dessa função custo. Quando esse tipo de problema possui restrições, o que ocorre na maioria das vezes, as restrições são traduzidas em relações matemáticas e inseridas na função custo através de diversas técnicas analíticas. Uma vez completada a formulação geral de um problema de otimização, a metodologia aplicada para sua solução dependerá da natureza do sistema, podendo ser linear ou não linear, com características diferentes para ambos os casos. O desafio da otimização é encontrar pontos que minimizam ou maximizam a função objetivo de forma global, quando esta função possui elevada complexidade e restrições. Dessa forma, a área de otimização carece de ferramentas e estudos mais aprofundados.

Como exposto acima, a função custo é uma estrutura matemática que combina diversas variáveis em torno de um valor real, fazendo com que uma vasta família de problemas físicos possam ser enquadrados nessa formulação. A operação de sistemas elétricos de potência (SEP) e o seu planejamento econômico são geralmente baseados em problemas de otimização cujos resultados delineiam caminhos para uma operação segura, confiável e econômica num contexto mundial que exige cada vez mais do uso consciente da energia elétrica. A figura 1.1 ilustra os aspectos eletromecânicos dos sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica.

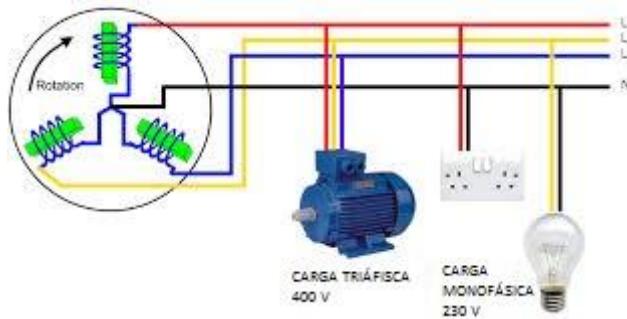


Figura 1.1: Sistema de transmissão trifásico. Adaptado de [6]

Neste capítulo introdutório, pretende-se expor as características do mercado de energia, as metodologias básicas de otimização aplicadas aos estudos de mercado e as propostas de

metodologias de otimização para a solução do problema do preço locacional marginal, de forma a contextualizar o leitor às diferentes vertentes desse trabalho.

1.1 Operações econômicas do SEP

Uma operação econômica de um sistema elétrico de potência requer um fornecimento ininterrupto de energia para todas as cargas conectadas ao sistema de modo a minimizar o custo do fornecimento da energia para cada gerador envolvido no balanço de potência do sistema. O planejamento ótimo de geração de energia elétrica, considerando as condições dinâmicas do SEP, é a célula matriz de todo esse processo. As análises relativas à seleção das unidades geradoras, ou programação de geração, têm como principal objetivo, atender à demanda em um dado momento e para isso realiza simulações e previsões em diferentes horizontes de tempo:

- Plurianuais (5 a 10 anos);
- Anuais;
- Mensais;
- Diárias;
- Horárias (despacho na próxima hora);
- Instantâneo (despacho econômico).

Os fatores considerados na análise do planejamento energético são:

- Econômico (custo da geração);
- Capacidade do sistema de transmissão;
- Segurança (confiabilidade do suprimento, mínimo risco de falta de energia elétrica).

O sistema de geração de energia elétrica mais usado no mundo é o hidrotérmico, com destaque para as hidrelétricas no Brasil. Embora o custo de operação das usinas hidrelétricas seja praticamente nulo, devido ao combustível ser gratuito após a instalação da usina, esse modelo possui gastos relativamente altos de manutenção e ainda lida com um problema extra na programação da geração devido às características não lineares, no tempo, do fluxo da água. O combustível das usinas térmicas pode ser estocado, fazendo com que a programação da geração desse modelo seja mais simples, além do custo de implantação ser inferior ao de uma usina hidrelétrica. O modelo das termoelétricas perde em relação ao hidrelétrico devido à quantidade limitada de combustível e a menor quantidade de potência produzida. Conclusivamente, os dois sistemas apresentados possuem qualidades e defeitos que dependem muito do local de aplicação e da situação econômica do país e que se complementam.

1.1.2 Despacho econômico e pré-despacho

Despacho Econômico (DE): Essa operação tem como objetivo entregar a energia ao consumidor visando minimizar o custo de produção pelas unidades geradoras. Para realizar um bom despacho são necessárias a utilização de dados e estimativas que estão relacionadas com as operações de pré-despacho (PD)

Pré-Despacho (PD): O pré-despacho tem como objetivo fornecer uma programação de geração e intercâmbio de energia elétrica em intervalos horário para o próximo dia, levando em consideração os horizontes de planejamento anteriores e aspectos relativos à economia e segurança operacional do sistema elétrico.

Com isso, é necessário o uso de técnicas matemáticas e programas computacionais de simulações que processem os dados medidos do SEP, que envolvem grandezas físicas e econômicas, e produzam resultados capazes de orientar o operador do sistema elétrico de potência quanto ao conjunto de ações eficientes, necessárias para uma boa gestão. No Brasil, a entidade responsável por esse monitoramento e controle é chamada de Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) que faz uso de um software supervisório para a aquisição de dados (SCADA) e softwares de planejamento hidrotérmico NEWAVE e DECOMP [2]. A figura 1.2 mostra o fluxograma de processos do despacho e pré-despacho econômico.

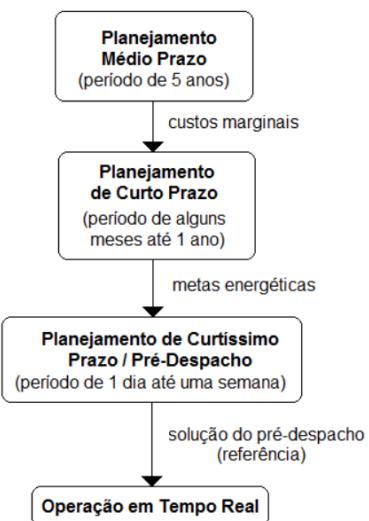


Figura 1.2: Cadeia de planejamento (CEPEL, 2003)

1.1.3 Mercados de energia

Até meados dos anos 70, os negócios de energia elétrica eram organizados de maneira vertical, ou seja, as companhias que forneciam energia elétrica eram pagas de acordo com o custo do serviço e dos componentes relacionados com a geração, transmissão e distribuição. Entretanto, a partir dos anos 80 começou a ocorrer uma reestruturação do mercado de energia elétrica mundial. Um exemplo disso foi o ato PURPA realizado nos E.U.A que promovia a conservação da energia elétrica, incentivando o uso de energias renováveis e outras práticas de economia energética, devido à crise que o país enfrentava no início da década de 70 [3]. Esse ato promoveu o início da transição da estrutura vertical de mercado para uma reestruturação horizontal definida pela separação dos agentes de geração, transmissão e distribuição. Dessa forma, há hoje uma competição muito maior dos mercados de energia elétrica fazendo com que os mesmos se organizem em diferentes estruturas.

- Mercados centralizados: Recebem propostas de compra e venda de energia elétrica para cada meia hora ou uma hora do dia seguinte (day-ahead). Essas propostas incluem valores disponíveis de potência e preço mínimo a receber. Esses mercados procedem ao encontro dessas propostas realizando um despacho econômico para cada intervalo de tempo do dia posterior, intervalo esse que depende dos dados discretizados no tempo recebidos pela proposta inicial.

- Contratos bilaterais: Estabelecimento de contratos físicos ou de natureza financeira. Esses contratos supõe o relacionamento direto entre fornecedores e clientes estabelecendo acordos que englobam o preço e a modulação da energia a produzir/absorver ao longo de um tempo, em geral longo.
- Ambiente de contratação regulada: Realizado por meio de contratos de fornecimento entre o consumidor e a concessionária em que se encontra conectado.
- Ambiente de contratação livre: Realizado por meio de contratos de compra de energia entre o consumidor livre e um fornecedor, podendo ser um gerador e/ou comercializador de energia. A contratação em tal ambiente permite uma maior flexibilidade e redução na demanda de energia elétrica.
- Modelo Pool: Super-entidade que estabelece relações entre os produtores, distribuidores, comercializadores, consumidores e o operador nacional do sistema elétrico
- Mercado spot: Admite apenas transações imediatas entre fornecedor e consumidor de energia contrastando com os mercados usais que utilizam programação de geração em um horizonte de evento de 5 dias a 2 anos. Esse tipo de mercado não foi adotado no Brasil, porém existem referências de que uma transição em certos pontos do sistema [3], está ocorrendo.

A figura 1.3 mostra os aspectos já descentralizados da estrutura de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica.

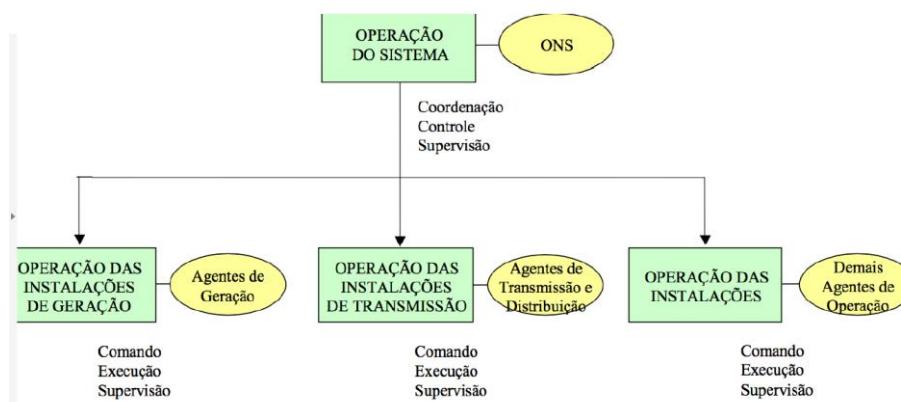


Figura 1.3: Hierarquia dos agentes de operação do SEP. Adaptado de [7]

1.2 Otimização

Muitas são as formas de se obter pontos ótimos em um problema de otimização, assumindo que o problema em questão possua uma solução. A forma mais trivial de se iniciar um processo de otimização é estabelecendo pontos de partida (chute inicial) para as variáveis da função custo e observar o comportamento dos valores correspondentes assumidos por essa função. Considerando uma função custo de uma variável, ‘ $f(x)$ ’, a variável x será uma solução ótima x^* , local, que minimiza essa função, se e somente se, $f(x^*) < f(x^* + \Delta x)$ em um disco fechado de raio ‘ Δx ’ com $x \in \mathbb{R}$ (grupo dos números reais). A variável x será uma solução ótima x^* global que minimiza $f(x)$, se e somente se, $f(x^*) < f(x^* + \Delta x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$. A maximização local ou global implica na lógica inversa do procedimento exposto anteriormente. A tarefa de otimização quando realizada de forma manual se torna difícil, e, em muitos casos, até impossível, com o aumento do número de variáveis e das relações de dependência matemática da função custo e das próprias restrições.

Devido à dificuldade da procura por pontos ótimos que minimizem ou maximizem a função custo, surgem técnicas e teoremas especializados em obter soluções de forma metódica, eficiente e em tempo hábil, embora cada estratégia possua sua respectiva deficiência. Uma das técnicas mais usadas em problemas de optimização é o método do gradiente, proveniente de uma parte da matemática denominada cálculo vetorial, devido a sua capacidade de orientar a busca em direção a valores máximos e mínimos, além da obtenção direta de pontos estacionários (derivada nula). Somado a isso, existem métodos destinados a explorar o espaço de soluções de maneira mais pragmática (algoritmos). Um deles é denominado de método simplex baseando-se no uso de funções custo e restrições lineares, linearizando o problema quando este apresenta características não-lineares, e a programação não-linear que obtém uma solução ótima dos problemas gerais de otimização de maneira exata.

Uma vantagem da programação não-linear sobre a linear é a possibilidade de aplicação mais geral do primeiro nos problemas de otimização, sendo que em muitos casos um algoritmo de programação não-linear pode ser utilizado em problemas lineares. Para que ocorra o inverso, uma linearização deve ser aplicada ao problema provocando perda de informações que muitas vezes prejudica a solução final, no entanto, o que a programação linear perde em termos de informação, ela ganha em termos de velocidade de resolução e convergência matemática. Ou seja, uma combinação de ambos os tipos de programação é de extrema importância para o desenvolvimento de uma metodologia coerente.

Os métodos de programação utilizados nesse trabalho são expostos abaixo

Programação linear:

- Método Simplex

Programação não linear:

- Redes de Hopfield

O método dos multiplicadores de Lagrange pode ser incorporado às técnicas de programação não linear e linear. Finalmente será apresentado no final do capítulo 5 um modelo de otimização mais recente denominado de otimização robusta[10] que está dentro do escopo da programação linear e se

destaca quanto a metodologia da escolha das melhores alternativas para atingir o máximo ou mínimo valor da função custo.

1.3 O problema do Preço Locacional Marginal

A partir da mescla dos aspectos físicos e econômicas provenientes do SEP são criados índices destinados a mensurar estados do sistema, um exemplo disso é o kW.h que mede a quantidade de fluxo de energia elétrica no tempo, e, quando associado a um preço, faz o controle desse commodity num ambiente amplo de trocas. Preços locacionais marginais (PLMs), desenvolvidos nos novos mercados reestruturados[4], também chamados de preços nodais, constituem a base da nova geração dos mercados de energia. O PLM mede o menor custo para suprir uma unidade adicional de energia em um determinado local do sistema associado a uma demanda. Dessa forma, o problema do PLM é um problema de despacho econômico e de fluxo de energia ótimo, com horizonte de tempo de curto prazo em termos de programação de geração (despacho ótimo das unidades geradoras), ou seja, é necessário um cálculo em pequenos intervalos de tempo. De maneira mais específica, o preço locacional marginal pode ser visto como uma ferramenta destinada a otimizar a distribuição do fluxo de energia num sistema elétrico de potência minimizando, ao mesmo tempo, o custo da energia elétrica de cada unidade geradora levando-se em consideração as restrições do SEP. O termo locacional é o que torna o PLM uma peça relativamente nova no mercado energético, pois ela propõe calcular o melhor preço da energia em cada ponto do sistema, baseando-se nas características de segurança da rede, fazendo com que o seu valor mude de ponto a ponto. Existem fatores de penalidade que modificam o preço nodal, associados às perdas energéticas ao longo da transmissão, congestionamento e às próprias características das unidades geradoras. Os fatores de penalidade diferenciam o PLM do custo marginal de operação (CMO) que é um índice brasileiro [6] destinado ao cálculo do melhor preço de fornecimento de energia em uma determinada região brasileira. No entanto, o CMO não possui um alto grau de volatilidade ao longo do SEP, com exceção das áreas que apresentam outras fontes de geração, desse modo seu valor não reflete as características da rede relativas ao congestionamento, além do erro econômico inerente da aplicação de um único preço de energia para um grande sistema dinâmico desconsiderando-se as perdas ao longo da transmissão. Por ser um resultado direto de processos de otimização [5], a dedução e derivação do PLM não é única, fazendo com que, muitas vezes, os mercados que o utilizam não apresentem sua formulação analítica, e tal falta de transparência bloqueia os esforços de pesquisadores na avaliação do desempenho do PLM nos mercados de energia [5]. Além disso, as maiores dificuldades enfrentadas por essa técnica são as provenientes das características extremamente não lineares do sistema que podem gerar instabilidade e soluções que não condizem com a realidade (infactíveis), além de tocar em certas questões políticas, pois sua aplicação por ser extremamente matemática pode prejudicar transações como os contratos bilaterais de energia [6]. A figura 1.4 ilustra de uma maneira didática a relação de interdependência entre a energia elétrica e os sistemas econômicos como um todo.

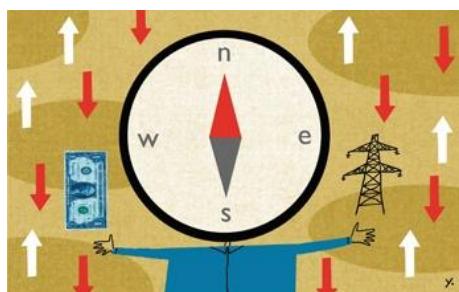


Figura 1.4: Mercado de eletricidade ilustrativo. Adaptado de [6]

Aplicações do PLM

O PLM gera importantes resultados que refletem simultaneamente certos estados da rede elétrica e dos mercados de energia em um tempo específico como o congestionamento elétrico na linha de transmissão e o preço da energia respectivamente. Por incorporar os efeitos das perdas de energia e dos limites da linha de transmissão, o PLM pode ser usado como um segmento orientador para uma operação segura do SEP, tanto em questões elétricas quanto econômicas, e, devido a sua característica de indicação do fornecimento ótimo da próxima unidade de energia, o preço locacional marginal é de extrema importância no âmbito de planejamentos energéticos. Um exemplo teórico de aplicação seria a construção de indústrias em locais cujo PLM possuía um valor relativamente baixo pois isto indicaria menor congestionamento e menores perdas no sistema. Finalmente, o PLM pode ser usado como um sinal de controle fazendo com que as unidades geradoras ajustem as suas potências de saída de modo a sempre permanecer no espaço de soluções ótimas. Atualmente o preço locacional marginal possui um uso restrito no mundo limitando-se aos mercados de energia da Nova Zelândia, Estados Unidos e Nova Inglaterra denominados, PJM, CAISO e ISO, respectivamente. O preço locacional marginal, nos mercados de energia apresentados anteriormente, é usado para análises de risco relativas a possibilidade de congestionamento em determinadas áreas do sistema elétrico de potência, desconsiderando-se os efeitos das perdas energéticas na linha.

O mapa da figura 1.5 mostra preços nodais calculados em 5.727 pontos do sistema através da simulação de um fluxo de potência ótimo, que não é nada mais do que um despacho econômico que leva em consideração mais variáveis de estado do SEP.

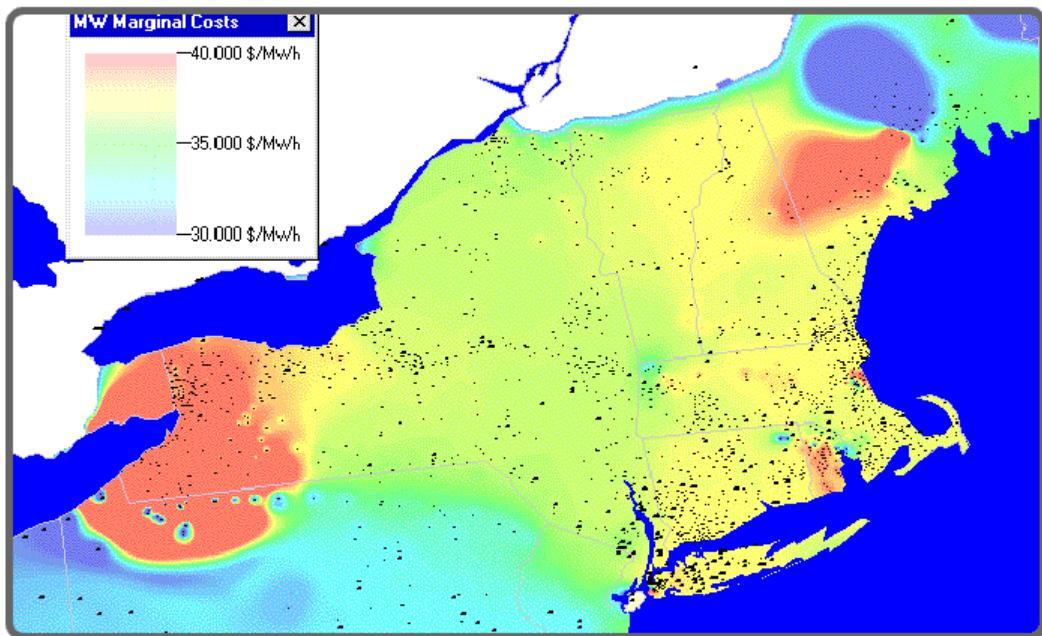


Figura 1.5: Mapa do LMP em Nova Iorque segundo a referência [4]

A figura 1.6 mostra o análogo do PLM no Brasil em seu formato de custo marginal de operação.

SE/CO	CMO		
	S	NE	N
344,83	344,83	344,83	344,83
305,58	305,58	289,33	289,33
303,99	303,99	303,99	303,99
295,51	295,51	295,51	295,51
275,29	275,29	275,30	275,29
317,26	317,25	317,26	317,26
96,19	45,49	99,83	98,19
149,27	148,06	149,27	149,27
248,44	238,25	248,44	248,44
261,50	176,18	261,50	261,50
303,52	303,48	303,52	303,52
296,31	296,31	296,31	296,31
246,33	246,33	246,33	246,33
1.063,81	1.063,81	743,26	722,93
1.365,94	1.365,94	684,40	429,05
922,82	922,82	792,45	776,56
916,07	916,07	764,23	554,70
592,19	592,19	592,09	592,09
436,15	201,86	436,15	436,15
602,75	602,45	602,75	602,75
722,73	722,73	722,73	722,73
662,36	657,01	662,36	662,36
1.005,32	1.005,32	1.005,32	1.005,32
536,04	536,04	536,04	536,04

Figura 1.6:Custo Marginal de Operação (R\$/MW.h) brasileiro de 2014.
Adaptado de [7]

1.4 Organização do trabalho

- **Capítulo 2:** Neste capítulo será feito uma revisão matemática relativa aos conceitos essenciais de otimização, dando destaque às metodologias que serão mais utilizadas nesse trabalho, e às análises topológicas dos sistemas elétricos de potência, incluindo uma formulação do fluxo de potência e sua linearização.
- **Capítulo 3:** Neste capítulo, serão realizados dois tipos de derivações matemáticas do PLM a partir do estudo do despacho econômico e fluxo de potência ótimo, um correspondente a sua formulação não-linear, englobando uma quantidade maior de variáveis, e uma formulação linearizada cuja aplicação é mais difundida nos mercados energéticos que fazem uso dessa ferramenta. Após as respectivas derivações será feito uma análise de cada termo do PLM de modo a expor o papel individual de cada elemento na descrição e modelagem do SEP.
- **Capítulo 4:** Um dos principais problemas em se obter PLMs que retratem o sistema elétrico de modo realístico é devido ao cálculo impreciso dos pontos de operação ótimos do SEP, e uma dessas razões é à falta de técnicas adequadas ou aplicação indevida de métodos já existentes. Dessa forma este capítulo vai expor os métodos escolhidos para resolver o problema de otimização em específico, analisado cada um de modo a frisar as características positivas e negativas. Será feito um mapeamento matemático do despacho econômico e fluxo de potência ótimo dentro dos métodos propostos sendo eles, o método simplex e as redes de Hopfield. Uma nova técnica será proposta, denominada otimização robusta, capaz de tornar a solução do PLM

imune às incertezas do SEP, que são muitas, com um determinado grau de liberdade em torno dos pontos de soluções factíveis.

- **Capítulo 5:** Neste capítulo, todas as metodologias expostas no capítulo 4 serão aplicadas para o cálculo do preço nodal e do despacho econômico em alguns casos específicos de sistemas elétricos escolhidos de forma conveniente, no intuito de refletir problemas importantes da rede como congestionamento, perdas e variação na carga. Finalmente com os resultados obtidos em simulações, serão desenvolvidas análises comparativas para destacar as vantagens e desvantagens de cada método, focando na otimização robusta devido a crescente complexidade e expansão dos sistemas de geração, transmissão e distribuição que gera inúmeros graus de incertezas.
- **Capítulo 6:** Principais conclusões do trabalho.

2 Revisão matemática de otimização e análise estática do SEP

Serão apresentados neste capítulo conceitos de extrema importância para a compreensão dos aspectos estruturais da PLM. Em sua essência, o PLM é um resultado específico de um problema geral de otimização envolvendo, grandezas elétricas e econômicas que podem ser formuladas da seguinte maneira:

$$\text{Min(Máx)} F(\mathbf{X}) \quad (2.1)$$

s.a. restrições de igualdade

restrições de desigualdade

Onde $F(\mathbf{X})$ é a função objetivo que deverá ser minimizada ou maximizada e \mathbf{X} é o vetor de estados do sistema. A nomenclatura em negrito e o índice transposto se referirão a grandezas vetoriais enquanto que a ausência do negrito e do índice transposto simbolizará grandezas escalares.

2.1 Gradiente e multiplicadores de Lagrange

As propriedades matemáticas do gradiente e dos multiplicadores de Lagrange constituem uma das bases dos processos gerais de otimização devido a íntima relação com a minimização/maximização de funções objetivos e com a construção de zonas de soluções factíveis sujeitas a restrições dos mais variados tipos. Basicamente a combinação desses dois conceitos permitem a análise e desenvolvimento de uma vasta gama de problemas contendo muitas variáveis. Embora o princípio o método dos multiplicadores de Lagrange permita o uso restrições de igualdade apenas, no decorrer desse capítulo serão apresentadas estratégias criadas para contornar esse problema.

A característica mais importante do gradiente é a sua capacidade de mostrar a direção de maior ou menor crescimento de uma função. Dada a função $F(\mathbf{X})$ contínua em R^n , com $\mathbf{X}=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, seu gradiente é definido como:

$$\nabla F(\mathbf{X}) = \frac{\partial F}{\partial x_1} \vec{x}_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} \vec{x}_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} \vec{x}_n \quad (2.1.1)$$

Onde, $\nabla F(\mathbf{X})$ é a taxa de variação de $F(\mathbf{X})$ nas direções de cada uma das variáveis de estado do espaço \mathbf{X} . Dado uma curva $C \subset F(\mathbf{X})$ que passa por um ponto $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$, pode-se realizar a parametrização dessa curva no tempo:

$$\vec{r}(t) = (x(t)_1, x(t)_2, \dots, x(t)_n) \quad (2.1.2)$$

Como $C \subset F$ e $\mathbf{X} = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_3(t))$ satisfaz a equação $F(\mathbf{X}) = 0$, aplicando a regra da cadeia temos:

$$\frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial F}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dt} + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} \frac{dx_n}{dt} = 0 \quad (2.1.3)$$

Da equação acima extrai-se um produto escalar:

$$\left\langle \frac{\partial F}{\partial x_1} + \frac{\partial F}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} \right\rangle \cdot \left\langle \frac{dx_1}{dt} + \frac{dx_2}{dt} + \dots + \frac{dx_n}{dt} \right\rangle = \nabla F(\mathbf{X}) \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = 0 \quad (2.1.4)$$

Logo o vetor gradiente é perpendicular ao vetor tangente da curva parametrizada em $r(t)$.

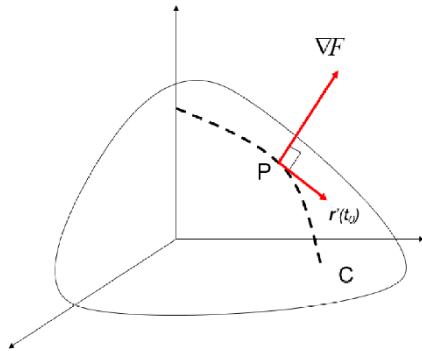


Figura 2.1: Exemplo de vetor gradiente perpendicular a curva C em três dimensões

A curva C , apresentada na figura 2.1, pode ser vista também como uma curva de nível pertencente a superfície de $F(\mathbf{X}) = w(\text{constante})$. Conclusivamente, o gradiente sendo perpendicular as curvas de nível, que são paralelas entre si, aponta em uma direção na qual um deslocamento $d\mathbf{X}$ nessa mesma direção implica em um aumento mais “rápido” do valor da função $F(\mathbf{X})$ pois este deslocamento percorre o menor caminho possível de uma curva para outra, isso é observado na (figura 2.2).

Baseado na propriedade do gradiente descrita acima, a dedução dos multiplicadores de Lagrange se torna mais clara. Dado a função objetivo $F(\mathbf{X}) = w$ agora restrita a uma função restrição $g(\mathbf{X}) = c$, com

w e c pertencentes ao grupo dos números reais, os pontos críticos de máximo ou mínimo de F que satisfazem g são encontrados a partir da equação:

$$\nabla F = \lambda \nabla g \quad (2.1.5)$$

O termo $\lambda \in \mathcal{R}$, denomina-se multiplicador de Lagrange.

A equação (2.1.5) só acontece quando a curva de nível da função objetivo tangencia a curva descrita pela função restrição. O fato de ambos os vetores gradientes estarem alinhados em um determinado ponto mostra que um movimento, dX' , em qualquer outra direção que não seja a do gradiente de ambas as funções implica em um maior crescimento para a função F enquanto essa satisfaz g .

Dessa forma dado um ponto P de tangência entre a curva de nível e a restrição:

$$F(\mathbf{X}) \cdot d\mathbf{X} < F(\mathbf{X}) \cdot d\mathbf{X}' \quad \text{para } P \in \mathbf{X} \text{ e } \forall d\mathbf{X}' \neq d\mathbf{X} \quad (2.1.6)$$

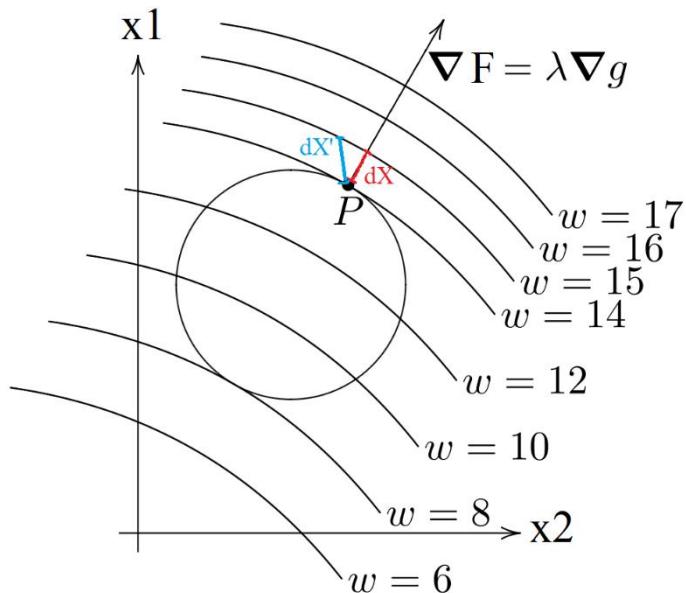


Figura 2.2: Argumento geométrico em duas dimensões para os multiplicadores de Lagrange

Na condição acima F foi maximizado, no entanto é trivial mostrar que se ∇F aponta para a direção de maior crescimento, $-\nabla F$ aponta para a direção de menor crescimento e substituindo este último em (2.1.1), F é minimizado.

Com a equação (2.1.5) pode-se reescrever a função objetivo incluindo a parte dos multiplicadores de Lagrange respeitando a fronteira de $g(\mathbf{X})$ para que a solução final do problema não se altere:

$$L(\mathbf{X}, \lambda) = F(\mathbf{X}) - \lambda g(\mathbf{X}) \quad (2.1.7)$$

De modo que:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial F}{\partial x} - \lambda \frac{\partial g}{\partial x} \quad (2.1.8)$$

$$\nabla F = \lambda \nabla g \quad (2.1.9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -g(\mathbf{X}) = 0 \quad (2.1.10)$$

$$g(\mathbf{X}) = 0 \quad (2.1.11)$$

Ou seja, a construção de L, também chamado de Lagrangeano, é um artifício matemático para que a formulação de um problema de otimização restrito possa ser escrito como um problema equivalente irrestrito.

É trivial mostrar que para n restrições existirão n multiplicadores de Lagrange. É importante frisar, também, que a existência de um multiplicador de Lagrange garante a existência de um ponto ótimo (máximo/mínimo) na solução, no entanto, não é uma condição suficiente fazendo com que sejam necessários outros métodos para mapear os demais pontos ótimos do espaço topológico criado a partir da delimitação das restrições e da função objetivo.

2.2 Condições de Karush-Kuhn-Tucker

As condições de Karush-Kuhn-Tucker ou KKT são necessárias para garantir soluções ótimas em problemas de otimização, porém não suficientes. A sua importância recai no fato de que tais condições generalizam o conceito de multiplicadores de Lagrange pois consideram restrições de desigualdade, além das restrições de igualdade. Esse fator é de extrema importância para uma abordagem mais imediata do modelo da LMP, problema este cercado de restrições de desigualdade, dessa forma, as condições de KKT facilitam a sua formulação.

A partir do problema geral de otimização:

$$\text{Min}(Máx) F(\mathbf{X}) \quad (2.2.1)$$

$$\text{s.a.} \quad g_i(\mathbf{X}) = 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2.2)$$

$$h_i^- \leq h_i(\mathbf{X}) \leq h_i^+, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.2.3)$$

Existem quatro principais condições de KKT que devem ser satisfeitas nesse processo. As três primeiras são triviais, no entanto, a quarta demonstra a maneira de como trabalhar com as restrições de desigualdade em um problema de otimização.

Supondo que F satisfaz as restrições g_i, h_i , serão produzidos multiplicadores de Lagrange referentes a cada restrição. Dessa forma o Lagrangeano é mostrado abaixo:

$$L(\mathbf{X}, \lambda, \mu) = F(\mathbf{X}) - \sum_{i=1}^n \lambda_i g_i(\mathbf{X}) - \sum_i^n \mu_i^1 (h_i(\mathbf{X}) - h_i^+) - \sum_i^n \mu_i^2 (-h_i(\mathbf{X}) - h_i^+) \quad (2.2.4)$$

As condições de KKT para os pontos ótimos, caracterizados pela presença do asterisco, \mathbf{X}^* , λ_i^* , μ_i^* são:

$$1. \frac{\partial L}{\partial \mathbf{X}}(\mathbf{X}^*, \lambda_i^*, \mu_i^{1*}, \mu_i^{2*}) = 0 \quad (2.2.5)$$

$$2. g_i(\mathbf{X}^*) = 0 \quad (2.2.6)$$

$$3. h_i^- \leq h_i(\mathbf{X}^*) \leq h_i^+ \quad (2.2.7)$$

$$4. \mu_i^{1*}(h_i(\mathbf{X}^*) - h_i^+) = 0 \text{ e } \mu_i^{1*}(-h_i(\mathbf{X}^*) - h_i^-) = 0 \quad (2.2.8)$$

A condição (2.2.5) é consequência de (2.1.5), a condição (2.2.6) e (2.2.7) obedecem às restrições do problema geral de otimização expostas inicialmente em (2.2.2) e (2.2.3). A condição (2.2.8) é denominada condição de complementariedade da variável de folga. Observa-se que sua imposição possibilita a utilização dos multiplicadores de Lagrange da seguinte forma:

$$\mu_i^{1*}(h_i(\mathbf{X}^*) - h_i^+) = 0 \quad (2.2.9)$$

Implica em:

$$\mu_i^{1*} = 0 \text{ ou } h_i(\mathbf{X}^*) = h_i^+ \quad (2.2.10)$$

μ_i^{1*} nulo e $h_i(\mathbf{X}^*)$ igual ao seu limiar implica na não existência de uma solução ótima. Com μ_i^{1*} nulo significa que o ponto ótimo de tangência entre a função objetivo e a restrição não foi atingido, portanto, a restrição é descartada e se $h_i(\mathbf{X}^*)$ assumir o valor limite h_i^+ , existe um multiplicador de Lagrange μ_i^{1*} que atingiu o objetivo de minimização ou maximização da função sujeito a restrição de desigualdade em sua fronteira. Conclusivamente, a análise do valor, positivo ou nulo, que o multiplicador μ_i^{1*} pode assumir permite uma inferência sobre o atual estado da restrição, podendo ela estar vinculada ou não ao ponto de solução ótima. Logo, no primeiro caso ela restringe a zona de solução e no segundo caso ela não restringe essa zona. Finalmente para a restrição de desigualdade as variáveis de folga usadas para transforma-la em igualdade são:

$$\mu_i = \mu_i^{1+} - \mu_i^{1-} \quad (2.2.11)$$

Onde:

$$\mu_i^{1+} \text{ e } \mu_i^{1-} \geq 0 \quad (2.2.12)$$

2.3 Linearização e programação linear

Uma linearização será aplicada tanto ao fluxo de potência quanto a função objetivo e restrições. Essa linearização combinada com o método da programação linear cria um espaço de soluções do PLM mais factível devido a simplicidade inherente de um equacionamento linear, utilizando um menor esforço computacional e possuindo maior confiabilidade quanto a capacidade de lidar com a grande quantidade de dados inseridos no SEP. O PLM não-linear em regime alternado (ac), apresenta, muitas vezes, problemas de convergência e um tempo de solução muito lento se comparado com o seu equivalente linear (dc) e por essas razões este último é o modelo padrão usado nos softwares de

mercados de energia europeu e americano. Embora no processo de linearização sejam perdidas informações do sistema, será mostrado no capítulo de estudos de casos que as aproximações feitas geram resultados satisfatórios e muitas vezes coincidem exatamente com as soluções em regime alternado.

Será aplicado uma linearização por partes da função objetivo e nas demais restrições será aplicado uma expansão em série de Taylor quando necessário. A linearização por partes é utilizada na função objetivo pois esta possui natureza quadrática, no problema do PLM em questão, fazendo com que seja possível a aplicação de algoritmos de aproximação mais simples e, portanto, mais rápidos. A linearização por partes consegue, através da programação linear obter um equivalente linear da função objetivo de modo satisfatório. As demais restrições que possuem termos em seno e cosseno, ou seja, funções menos comportadas, necessitam de expansão em série de Taylor.

A linearização por partes consiste em dividir uma função de segundo grau em N segmentos de reta que possuirão N coeficientes angulares, e reescrevê-la como um somatório dos segmentos de reta em função dos respectivos coeficientes. Quanto mais segmentos de reta, e, portanto, coeficientes angulares, melhor é a aproximação.

A figura 2.3 ilustra a divisão de uma função em diversos segmentos de reta.

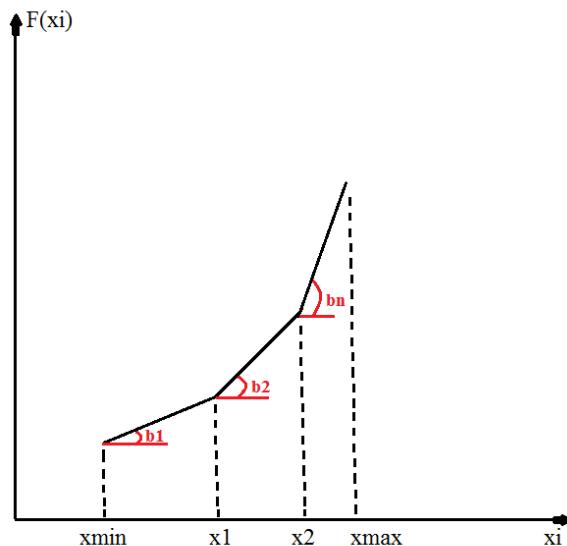


Figura 2.3: Linearização por partes da função objetivo

Dessa forma a função objetivo se torna:

$$F(\mathbf{X}) = \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{NP} b_k \Delta x_{ik} \quad (2.3.1)$$

Onde NP é o número de divisões da função objetivo no eixo das abcissas

As restrições não lineares podem ser expressas através da série de Taylor em torno de um vetor \mathbf{X}_0 inicial. Tomando a restrição de desigualdade $h_i(\mathbf{X})$ como exemplo:

$$h_i(\mathbf{X}) = h_i(\mathbf{X}_0) + \left(\frac{dh_i(\mathbf{X})}{d\mathbf{X}}|_{\mathbf{X}_0}\right) \Delta(\mathbf{X}) = c_i \mathbf{X}, \text{ c= constante} \quad (2.3.2)$$

A programação linear vem sendo desenvolvida nos últimos 50 anos [1] de modo que problemas dos mais diferentes graus de complexidade e tamanho podem ser resolvidos por algoritmos extremamente eficientes de forma rápida, prática e relativamente confiável. Sua aplicação ou modelamento abrange uma vasta gama de disciplinas como distribuição, recursos humanos, marketing, administração da produção, transporte, etc. A programação linear juntamente com os multiplicadores de Lagrange gerará derivações do PLM dentro do modelo convencional, capacitando, posteriormente, a aplicação de métodos inteligentes e da otimização robusta no seu desenvolvimento. Portanto, a programação linear (PL) abre porta para métodos mais sofisticados de solução de problemas.

Da linearização aplicada a função objetivo e restrições, quebrando termo pôr termo do espaço de estados \mathbf{X} , pode-se reescrever (2.2.1) na forma padrão da PL:

$$\text{Min } b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_n x_n \quad (2.3.3)$$

$$\text{s.a.} \quad a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n = 0 \quad (2.3.4)$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n = 0$$

.

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \dots + a_{mn} x_n = 0$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n \geq 0 \quad (2.3.5)$$

Ou

$$\text{Min } b^T \mathbf{X} \quad (2.3.6)$$

$$\text{s.a.} \quad \mathbf{A}\mathbf{X} = 0 \quad (2.3.7)$$

$$\mathbf{X} \geq 0 \quad (2.3.8)$$

Lembrando-se que as restrições de desigualdades são lidas da mesma forma que as restrições de igualdade segundo a quarta KKT de otimalidade. A vantagem de se escrever o problema de otimização na forma (2.3.6), além da possibilidade de usar um algoritmo de PL, é a facilidade de manuseio com as variáveis de estado do sistema, que são muitas, pois sua forma matricial de representação é muito mais enxuta.

Serão utilizados dois algoritmos para a resolução dos problemas envolvendo programação linear, o método simplex e o método dos pontos interiores. A razão pela qual foram escolhidos esses dois

métodos é devido a qualidades específicas que ambos apresentam dependendo da classe de problemas trabalhado.

2.4 Fluxo de potência dc

O fluxo de potência é um modelo matemático descritivo da rede elétrica que relaciona os valores de tensão, corrente, potência ativa e reativa em cada ponto (nó) do sistema. Como o objetivo principal do PLM é mensurar o melhor ponto de operação elétrico-econômico em cada nodo do sistema, o fluxo de potência é de extrema importância para orientar a sua construção pois carrega em sua essência, restrições que limitarão e conduzirão a função objetivo a soluções factíveis.

O modelo genérico do fluxo de potência também denominado fluxo de potência ac incorpora características mais abrangentes dos circuitos representantes das redes do SEP, de modo que sua formulação será desenvolvida no intuito de se obter sua forma mais simplificada (dc). Em uma rede elétrica com n nós independentes, usando-se a primeira lei de Kirchhoff, as seguintes equações podem ser escritas:

$$\sum_{N=1}^{N=nc} \sum_{n=1}^{n=nc} Y_{Nn} \dot{V}_n = \sum_{N=1}^{N=nc} \dot{I}_N, \text{ } nc = \text{número de conexões} \quad (2.4.1)$$

Extraindo sua forma matricial:

$$[Y][V] = I \quad (2.4.2)$$

Onde I é o vetor de injeção das correntes, V é o vetor de tensões nodais e Y é a chamada matriz admitância. Adicionalmente, o vetor de correntes I pode ser representado por tensões nodais e potências:

$$\dot{I}_N = \frac{\dot{S}_N}{\dot{V}_N} = \frac{(PG_N - PD_N) - j(QG_N - QD_N)}{\dot{V}_N} \quad (2.4.3)$$

Onde:

S_N : Potência complexa do gerador conectado ao nó n

PG_N : Potência ativa do gerador conectado ao nó n

QG_N : Potência reativa do gerador conectado ao nó n

PD_N : Potência ativa da carga conectada ao nó n

QD_N : Potência reativa da carga conectada ao nó n

E, definindo as injeções de potência como:

$$P_N = PG_N - jPD_N \quad (2.4.4)$$

$$Q_N = QG_N - jQD_N \quad (2.4.5)$$

Substituindo (2.4.3), (2.4.4) e (2.4.5) em (2.4.1):

$$\sum_{N=1}^{N=nc} \sum_{n=1}^{n=nc} Y_{Nn} \dot{V}_n = \sum_{N=1}^{N=nc} \frac{P_N - jQ_N}{\dot{V}_N} \quad (2.4.6)$$

Por sua vez, \dot{V}_N e Y_{Nn} podem ser decompostos em:

$$\dot{V}_N = V_N(\cos \theta_N + j \sin \theta_N) \quad (2.4.7)$$

$$Y_{Nn} = G_{Nn} + jB_{Nn}, \quad G_{Nn} = \frac{1}{R_{Nn}} \quad \text{e} \quad B_{Nn} = -\frac{1}{X_{Nn}} \quad (2.4.8)$$

Substituindo (2.4.7) e (2.4.8) em (2.4.6):

$$\sum_{N=1}^{N=nc} \sum_{n=1}^{n=nc} \dot{V}_N \dot{V}_n (G_{Nn} \cos \theta_{Nn} + B_{Nn} \sin \theta_{Nn}) = \sum_{N=1}^{N=nc} P_N \quad (2.4.9)$$

$$\sum_{N=1}^{N=nc} \sum_{n=1}^{n=nc} \dot{V}_N \dot{V}_n (G_{Nn} \sin \theta_{Nn} - B_{Nn} \cos \theta_{Nn}) = \sum_{N=1}^{N=nc} Q_N \quad (2.4.10)$$

Onde θ_{Nn} é a diferença angular entre os pontos N e n do sistema. As equações (2.4.9) e (2.4.10) são as equações gerais do fluxo de potência em função de quatro grandezas elétrica, V, θ , P e Q. Para que o sistema de equações descrito acima seja resolvido, duas das grandezas elétricas devem ser conhecidas, e, somado a essa imposição, o sistema deve possuir um ponto de referência (slack). O ponto de referência equilibra o balanço de potências, e a partir dessa linha de raciocínio, métodos iterativos de solução como Newton Raphson e Gauss são utilizados. Baseando-se nas informações necessárias para gerar uma solução factível do fluxo de potência, os nodos ou barras do sistema podem ser classificadas da seguinte maneira:

Barra PQ: As potências ativa e reativa são especificadas nesse ponto do sistema. Essa barra geralmente possui cargas conectadas

Barra PV: A potência ativa e a magnitude da tensão são especificadas. Essa barra geralmente possui geradores conectados

Barra V θ : Responsável por ser o ponto de referência do sistema, a tensão e ângulo são especificados nesse ponto do sistema

A figura 2.4 exemplifica a organização dos tipos de barra no SEP

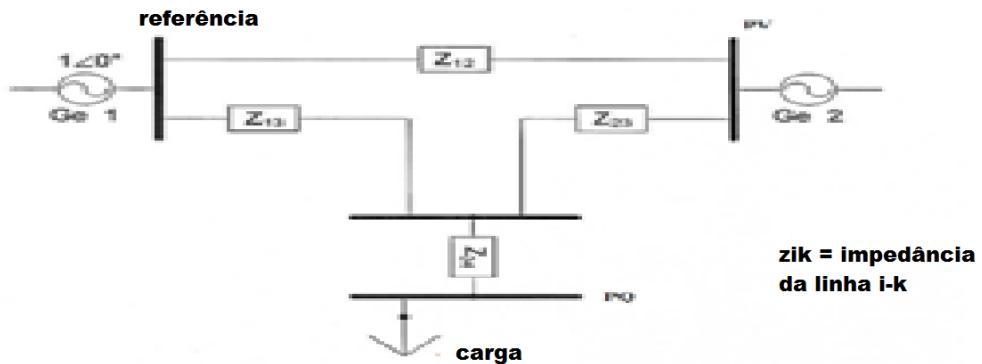


Figura 2.4: Exemplo de um diagrama unifilar do SEP

Devido a necessidade de um cálculo rápido das grandezas V, θ , P e Q nas análises de mercado de eletricidade, a linearização de (2.4.9) e (2.4.10) gera resultados mais satisfatório principalmente em grandes redes do SEP.

Para a obtenção do fluxo dc algumas imposições são feitas:

1. As magnitudes das tensões são iguais a 1 p.u
2. Todas as resistências são desconsideradas de modo que

$$G_{Nn} = 0 \text{ e } B_{Nn} = -\frac{1}{X_{Nn}}$$

3. A diferença de ângulos entre os pontos N e n do sistema é muito pequena:

$$\cos \theta_{Nn} = 1 \text{ e } \sin \theta_{Nn} = \theta_N - \theta_n$$

4. As impedâncias capacitivas são desconsideradas

De modo que (2.4.9) se torna:

$$\sum_{N=1}^{N=nc} \sum_{n=1}^{n=nc} (B_{Nn}(\theta_N - \theta_n)) = \sum_{N=1}^{N=nc} P_N \quad (2.4.11)$$

Podendo ser reescrita da forma:

$$[P] = [B][\theta] \quad (2.4.12)$$

O fluxo de potência dc é puramente linear, podendo ser calculado com apenas uma iteração. A equação (2.4.12) compõe a única restrição de igualdade do problema de otimização (2.2.1) quando utilizado no cálculo do PLM.

3 Modelo do PLM

Muitas são as maneiras de se obter PLMs que caracterizem o fornecimento de energia em condições ótimas de operação do SEP. Uma das razões para isso, são os diferentes graus de complexidade inerentes do próprio sistema, fazendo com que uma única formulação do preço locacional marginal não seja suficiente para construir soluções factíveis em torno do problema de otimização referente ao despacho econômico propriamente dito. O PLM faz parte de um estudo de sensibilidade do sistema, junto com os fatores de mudança de geração, fatores de mudança de carga, entre outros, de modo que após a obtenção dos pontos de equilíbrios provenientes da minimização da função objetivo sujeita as restrições, ocorre uma espécie de perturbação ou deslocamento desses mesmos pontos ao se oferecer um infinitésimo adicional de energia em um dado nó do SEP provocando um rearranjo dos fluxos de potência, fato este que implica em um confronto com os limites da linha e da geração além das perdas na transmissão de energia.

3.1 Estrutura primária

Será apresentado, a seguir, uma interpretação geométrica do PLM, uma abordagem matemática convencional dessa ferramenta baseada no fluxo de potência ac combinado com os multiplicadores de Lagrange e sua derivação linearizada a partir do fluxo de potência dc.

Inicialmente, considera-se um conjunto de geradores conectados a um conjunto de cargas. Existe uma função custo relacionando a potência de cada gerador a um respectivo preço, e para geradores hidrotérmicos as experiências mostraram que essa função é quadrática:

$$C(PG_i) = \sum_{i=1}^{i=NG} a_i PG_i^2 + b_i PG_i + c_i \quad (3.1.1)$$

As condições de contorno do problema acima são:

$$\sum_{i=1}^{i=N} PG_i = \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{k=0}^{k=N} F_{ik} + P_{Dk} \quad (3.1.2)$$

$$F_{ik\min} \leq F \leq F_{ik\max} \quad (3.1.3)$$

$$PG_{i\min} \leq PG_i \leq PG_{i\max} \quad (3.1.4)$$

- PG_i : Potência gerada no nó i
 P_{Dk} : Demanda de potência no nó k
 F_{ik} : Fluxo de potência, considerando as perdas, na linha ik
 a_i, b_i, c_i : Coeficientes da função $C(PG_i)$
N: Quantidade de nós do sistema $\rightarrow \{1, 2, 3 \dots, N\}$
NG: Quantidade de geradores do sistema $\rightarrow \{1, 2, 3 \dots, N\}$

A figura 3.1 mostra o diagrama unifilar elétrico de um sistema com i -geradores alimentando uma única carga diretamente desconsiderando as perdas na linha.

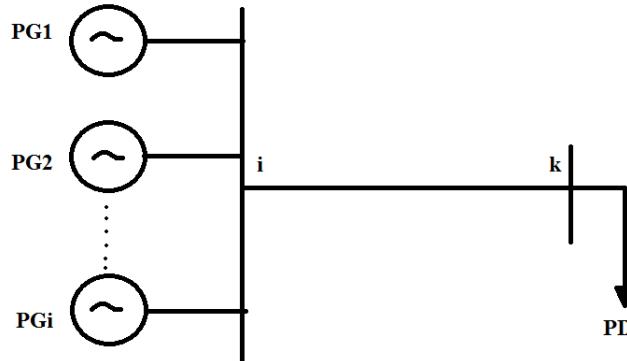


Figura 3.1: Diagrama unifilar elétrico

Dessa forma as principais dinâmicas do sistema foram descritas, no entanto, para buscar uma noção mais essencial do PLM desconsidera-se, primeiramente, os limites e perdas da linha, analisando-se apenas a estrutura da função custo (3.1.1) sujeita as restrições de potências dos geradores e do balanço de potência (3.1.4) e (3.1.2) obtendo-se:

$$\text{Min } C(PG_i) \quad (3.1.5)$$

s.a $\sum_{i=0}^{i=N} PG_i = \sum_{k=1}^{k=N} PD_k \quad (3.1.6)$

Utilizando o princípio dos multiplicadores de Lagrange e assumindo que as condições de KKT foram satisfeitas, existe um ponto ótimo local de modo que

$$\nabla C(PG_i) = \lambda \nabla (\sum_{i=0}^{i=N} PG_i - \sum_{k=0}^{k=N} P_{Dk}) \quad (3.1.7)$$

Os pontos PG_i que minimizam a função $C(PG_i)$ são encontrados através da aplicação do gradiente com respeito à PG_i na função custo. Isolando-se o vetor λ após a aplicação do gradiente é obtido o seguinte resultado:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \dots \lambda_n \quad (3.1.8)$$

Os multiplicadores de Lagrange obtidos no processo de otimização de (3.1.7) são definidos como preços locacionais marginais. O resultado (3.1.8), também chamado de princípio da taxa de igualdade incremental, nos diz que se a restrição dos fluxos de potência e os limites de geração forem respeitados, o preço locacional marginal será o mesmo ao longo de todo o sistema, valor este correspondente a unidade geradora com a melhor oferta ou menor preço por unidade de energia. Esse fato é verificado a partir da relação íntima que o PLM possui com os coeficientes dos componentes da função custo (figura 3.2) de modo que quanto menor é o valor desses coeficientes, menor é o valor do PLM associado, e, conclusivamente, menor é o valor da função custo. Ou seja, o processo de otimização de (3.1.5) seleciona a curva do gerador com menor inclinação simbolizando que para um ΔPG_i relativamente alto, o $\Delta C(PG_i)$ é baixo. A equação (3.1.8) fornece uma espécie de valor base ou de referência do PLM pois reflete uma análise ideal do problema em questão, portanto o multiplicador de Lagrange correspondente será referido como λ_r .

A equação (3.1.7) apresenta um resultado que incorpora taxas de variações de funções em i dimensões devido a estrutura matemática do gradiente, no entanto, cada um dos resultados pode ser decomposto em um referencial cartesiano para uma melhor visualização do significado geométrico do PLM. Para se obter um outro resultado importante do PLM é necessário a consideração dos limites de geração de cada unidade geradora (3.1.4) no problema de otimização (3.1.5). A figura 3.2 mostra o comportamento do custo de geração de geradores hidrotérmicos em função da potência gerada.

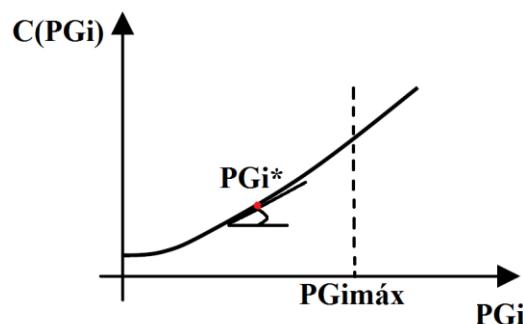


Figura 3.2: Curva de custo dos geradores com limites de geração

Onde PG_i^* é um ponto de operação ótimo energético, de uma unidade geradora i , que minimiza a função custo. O PLM é o custo incremental marginal de fornecimento de energia, ou seja, a derivada da função custo respeitando as restrições de limites de geração dos geradores:

$$PLM_i = \frac{dC(PG_i=PG_i^*)}{PG_i} \quad (3.1.9)$$

Se $\frac{dC(PG_i=PG_i^*)}{PG_i} < \frac{dC(PG_i=PG_{imáx})}{PG_i}$ (3.1.10)

Do contrário

$$PLM_i = \infty \quad (3.1.11)$$

Logo, da equação (3.1.9) á (3.1.11) é inferido uma importante propriedade do PLM, o seu valor é infinito para os geradores que trabalham na sua capacidade máxima (marginal) devido a estrutura dimensional do preço locacional marginal observado abaixo:

$$PLM_i \rightarrow \frac{R\$}{MW.h} \quad (3.1.12)$$

Quando a unidade geradora i está operando em sua capacidade máxima, ela não pode fornecer o próximo megawatt de energia. Isso implica em:

$$PLM_i \rightarrow \frac{R\$}{0} \rightarrow \infty \quad (3.1.13)$$

Pode ser realizado também uma interpretação geométrica do PLM quando os limites de geração são alcançados. De acordo com a figura 3.2 observa-se que a derivada em $PG_{imáx}$ é inexistente pois essa taxa de variação implica em acréscimos de potência, $PG_{imáx} + \Delta PG_i$, fazendo com que os limites de geração sejam infringidos, portanto, o PLM é originado apenas da porção dos geradores não marginais do sistema

Voltando ao caso exemplificado pela equação (3.1.7) o valor da PLM não varia de local para local, fazendo com que seu valor se reduza a um CMO, onde o despacho econômico seleciona apenas um preço de energia, ou média de preços baseado na solução do fluxo de potência ótimo, para atender todas as cargas do sistema [7]. A propriedade de variabilidade do preço locacional marginal ao longo do sistema é inerente do confronto da função custo com as restrições do SEP gerando outros multiplicadores de Lagrange que vão influenciar no valor da PLM base, como será verificado nos próximos tópicos. No entanto, a ideia essencial de taxa de variação de uma função em um ponto que minimiza a função custo, permanece a mesma.

Considerando-se as perdas, o problema de otimização se torna:

$$\text{Min } C(PG_i) \quad (3.1.10)$$

s.t $\sum_{i=0}^{i=N-1} PG_i = \sum_{i=0}^{i=N-1} \sum_{k=0}^{k=N-1} F_{ik} + P_{Dk}$ (3.1.11)

com:

$$F_{ik} = F_{ik}(PG_i) \quad (3.1.12)$$

É importante frisar que as perdas, na equação acima, representam uma função implícita do ângulo da tensão e da corrente.

Construindo seu Lagrangeano e aplicando as condições de otimalidade de KKT:

$$L = C(PG_i) - \lambda_L (\sum_{i=0}^{i=N-1} PG_i - \sum_{i=1}^{i=N} \sum_{k=0}^{k=N-1} F_{ik}' + P_{Dk}) \quad (3.1.13)$$

$$\nabla L = 0 \quad (3.1.14)$$

$$\frac{\partial L}{\partial PG_i} = \frac{\partial C(PG_i)}{\partial PG_i} - \lambda_L + \frac{\partial \lambda_L F_{ik}(PG_i)}{\partial PG_i} = 0 \quad (3.1.15)$$

$$\lambda_L (-1 + \frac{\partial \lambda_L F_{ik}(PG_i)}{\partial PG_i}) = -\frac{\partial C(PG_i)}{\partial PG_i} \quad (3.1.16)$$

$$\lambda_L = \frac{\frac{\partial C(PG_i)}{\partial PG_i}}{1 - \frac{\partial \lambda_L F_{ik}(PG_i)}{\partial PG_i}} \quad (3.1.17)$$

$$\lambda_L = \lambda_r \left(\frac{1}{1 - \frac{F_{ik}(PG_i)}{\partial PG_i}} \right) \quad (3.1.18)$$

$1/(1 - \frac{F_{ik}(PG_i)}{\partial PG_i})$ é um fator de penalidade relacionado as perdas do sistema fazendo com que o valor do PLM sofra uma mudança em relação ao seu valor de referência, ou seja, as características da linha somadas a quantidade de energia que a atravessa influenciam no preço do fornecimento de energia em uma dada localidade. Como o fluxo de potência é naturalmente não-linear, o PLM começa a sofrer modificações.

O cálculo do PLM considerando-se os limites energéticos da linha de transmissão, também denominado de congestionamento, carrega informações a respeito dos “melhores caminhos” que o fluxo de potência deverá tomar ao longo do sistema no intuito de obter a otimização da função custo sujeita a restrição (3.1.14). A ideia básica do processo de otimização nesse caso é obter uma relação entre a geração de energia e o respectivo fluxo na linha, $\frac{\partial F_{ik}}{\partial PG_i}$, no limiar da restrição aplicando-se os multiplicadores de Lagrange combinado com a quarta condição de KKT.

$$F_{ik} \leq F_{ikmáx} \quad (3.1.19)$$

$$\nabla C(PG_i) = \lambda \nabla \left(\sum_{i=0}^{i=N-1} PG_i - \sum_{k=0}^{k=N-1} P_{Dk} \right) + \mu \nabla \left(\sum_{i=0}^{i=N-1} \sum_{k=0}^{k=N-1} F_{ik}' - F_{ikmáx} \right) \quad (3.1.20)$$

O vetor μ representa as componentes de congestionamento da PLM. Tais componentes possuem um significado intrínseco relativo a identificação de áreas que estão no limite de absorção de potência através do aumento do preço da energia nesses locais. Essa lógica funciona analogamente como um custo de oportunidade para o SEP devido a identificação de zonas com congestionamento que

possuirão um valor elevado de PLM, dessa forma, planejamentos e estratégias podem ser desenvolvidas tanto no plano econômico quanto no plano de operação segura dos sistemas elétricos de potência.

Conclusivamente a PLM é munida de três elementos, um de referência, um de perdas e um de congestionamento de modo que a PLM no nó i é definida como:

$$\lambda_i = \lambda_r + \lambda_{il} + \mu_{ic} \quad (3.1.21)$$

Observa-se que não houve uma análise da modificação no valor do PLM quando infringidos os limites de geração, esse assunto deverá ser tratado separadamente no capítulo 3.2.

Embora a definição matemática (3.1.21) seja suficiente para caracterizar um preço locacional marginal, são muitos os problemas que surgem a partir dessa formulação e o mais importante deles é a sua aplicação em sistemas elétricos de elevada complexidade ocasionando soluções não convergentes e que necessitam de um enorme esforço computacional. A expansão do SEP implica em uma proliferação de seus elementos e interligações dificultando em muitos aspectos a obtenção de resultados factíveis de preços nodais impulsionando assim, o surgimento de algoritmos mesclados com teoremas matemáticos capazes de lidar com a natureza não-linear e dinâmica desse problema.

3.2 Modelo não-linear

Uma abordagem não linear para um sistema genérico envolvendo vários geradores, conexões e cargas, além das suas respectivas restrições é descrito abaixo a partir do desenvolvimento do fluxo de potência cujas variáveis de estado (tensões, ângulos, potência, corrente) operam em valores que otimizam a função custo. Essa formulação é denominada de fluxo de potência ótimo, e devido as características naturais do SEP será considerado, nesse problema, apenas os limites máximo de geração e do fluxo de potência na linha de transmissão.

$$\text{Min } C(PG_i) \quad (3.2.1)$$

s.a.

$$F_{ik} \leq F_{ikmáx}$$

$$\sum_{i=0}^{i=N-1} PG_i = \sum_{i=0}^{i=N-1} \sum_{k=0}^{k=N-1} F_{ik} + P_{Dk}$$

$$PG_i \leq PG_{imáx}$$

$$F_{ik} = F_{ik}(\theta) = V_i V_k [G_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k) - B_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k)] \quad (3.2.2)$$

O Lagrangeano do problema geral (3.2.1) obtido de maneira imediata:

$$L = C(PG_i) - \lambda \left(\sum_{i=0}^{i=N-1} PG_i - \sum_{i=0}^{i=N-1} \sum_{k=0}^{k=N-1} F_{ik}(\theta_{ik}) + P_{Dk} \right) - \mu \left(\sum_{i=0}^{i=N-1} \sum_{k=0}^{k=N-1} F_{ik}' - F_{ikmáx} \right) - \mathbf{n} \left(\sum_{i=0}^{i=N-1} PG'_i - PG_{imáx} \right) \quad (3.2.3)$$

Onde λ, μ e \mathbf{n} são os vetores contendo os multiplicadores de Lagrange relativos a cada restrição de (3.2.1). Para que os multiplicadores estejam associados a pontos de soluções referentes aos estados ótimos PG_i^* e θ_{ik}^* , as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker devem ser obedecidas:

$$\nabla L_\lambda = 0 \quad (3.2.4)$$

$$\nabla L_{PG_i} = 0 \quad (3.2.5)$$

$$\nabla L_{\theta_{ik}} = 0 \quad (3.2.6)$$

$$\nabla L_\mu = 0 \quad (3.2.7)$$

$$\nabla L_{\mathbf{n}} = 0 \quad (3.2.8)$$

E para as desigualdades as seguintes expressões são analisadas em seus valores limites:

$$\mu_{ik}^*(F_{ik}'(\theta^*) - F_{ikmáx}) = 0 \quad (3.2.9)$$

$$n_i^*(PG_i^{*'} - PG_{imáx}) = 0 \quad (3.2.10)$$

Para facilidade de cálculo e melhor compreensão do papel de cada gerador na definição de um preço locacional marginal, o problema de otimização (3.2.1) será particionado em dois grupos relativos ao atual estado de alimentação energética do sistema. O primeiro grupo referente aos geradores que estão operando em sua capacidade máxima, também denominados de geradores marginais, possuirá um índice descritivo M e o segundo grupo dos geradores que não estão em sua capacidade máxima, não marginais, será definido com índice NM.

Com a imposição dos grupos M e NM sobe o gradiente do problema geral de otimização (3.2.3) obtém-se:

$$\nabla L_{PG^{NM}} = \mathbf{0} \rightarrow \lambda^*_{NM} = \frac{d C(\mathbf{PG})}{\mathbf{PG}} \quad (3.2.11)$$

$$\nabla L_{PG^M} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{n}^*_{\mathbf{M}} + \lambda^*_{\mathbf{M}} = \frac{d C(\mathbf{PG})}{\mathbf{PG}} \quad (3.2.12)$$

$\forall \lambda, \mathbf{n} \in \{NMUM\}$ (Grupo dos geradores não marginais união com o grupo dos geradores marginais)

Rearranjando (3.2.11) e (3.2.12)

$$[\nabla L_{PG^{NM}}] = [\lambda^*_{NM}]^T \quad (3.2.13)$$

$$[\nabla L_{PG^M}] = [\mathbf{n}^*_{\text{M}} + \boldsymbol{\lambda}^*_{NM}]^T \quad (3.2.14)$$

Observa-se por (3.2.13) e (3.2.14) que os geradores não marginais conseguem estabelecer a sua oferta base ao longo do sistema simbolizado pelo multiplicador $\boldsymbol{\lambda} (\frac{\$}{\text{MW.h}})$ referente aos coeficientes da função custo, enquanto que os geradores marginais além de sua oferta base ainda possuem um acréscimo no seu preço marginal ($\mathbf{n} + \boldsymbol{\lambda}$) devido ao fato de terem atingido o limite de geração elétrica, dessa forma, esses geradores não conseguem gerar uma oferta de energia estritamente proveniente das suas características de operação (curva hidrotérmica). Portanto, numericamente, existirá um preço nodal relativo aos geradores marginais, porém não será caracterizado como um PLM propriamente dito e sim como resultados necessários para alcançar o processo de otimização, em vista de que a condição necessária de existência de um PLM é a capacidade de gerar a próxima unidade de energia.

Para o desenvolvimento dos termos do PLM relativos a variável de estado $\boldsymbol{\theta}$ utiliza-se a condição de KKT (3.2.6), sabendo-se que as restrições do limite na linha $\nabla(\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}) - \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta})_{\text{máx}})$ não precisam ser divididas entre os grupos NM e M pois independem do limite da geração, eles dependem apenas da restrição de fluxo máximo de potência na linha, sendo que o multiplicador μ é nulo para valores de fluxo de potência na linha abaixo do limite superior :

$$\nabla L_{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0} \rightarrow \boldsymbol{\lambda}^*_{NM} \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM} + \mu^* \nabla (\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)' - \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{\text{máx}}) = \mathbf{0} \quad (3.2.15)$$

$$\nabla L_{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0} \rightarrow \boldsymbol{\lambda}^*_{M} \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{M} = \mathbf{0} \quad (3.2.16)$$

$$[[\nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM}] [\nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{M}]] \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}^*_{NM} \\ \boldsymbol{\lambda}^*_{M} \end{bmatrix} + \mu^* \nabla (\mathbf{F}'(\boldsymbol{\theta}^*) - \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{\text{máx}}) = \mathbf{0} \quad (3.2.17)$$

Isolando o PLM $\boldsymbol{\lambda}^*_{NM}$:

$$\boldsymbol{\lambda}^*_{NM} \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta})_{NM} = -\mu^* \nabla (\mathbf{F}'(\boldsymbol{\theta}^*) - \mathbf{F}'(\boldsymbol{\theta}^*)_{\text{máx}}) - \boldsymbol{\lambda}^*_{M} \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta})_{M} \quad (3.2.18)$$

$\nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta})_{NM}$ é tipicamente uma matriz não singular, assim como $\nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta})_M$, devido a partição do problema em dois grupos de geração, essa matriz possuirá uma quantidade de linhas inferior a quantidade de colunas. A sua estrutura da matriz $\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta})$ para um sistema com n nós utilizando a notação dos grupos NM e M é mostrada em (3.2.19) e (3.2.20):

$$\nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F(\boldsymbol{\theta}^*_{1 \rightarrow 2})}{\partial (\boldsymbol{\theta})} & & \ddots \\ \vdots & & \\ \frac{\partial F(\boldsymbol{\theta}^*_{nNM \rightarrow 1})}{\partial (\boldsymbol{\theta})} & \dots & \frac{\partial F(\boldsymbol{\theta}^*_{nNM \rightarrow n-1})}{\partial (\boldsymbol{\theta})} \end{pmatrix}_{(nNM) \times (n-1)} \quad (3.2.19)$$

$$\nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F(\boldsymbol{\theta}^*_{1' \rightarrow 2'})}{\partial (\boldsymbol{\theta})} & & \ddots \\ \vdots & & \\ \frac{\partial F(\boldsymbol{\theta}^*_{nM \rightarrow 1'})}{\partial (\boldsymbol{\theta})} & \dots & \frac{\partial F(\boldsymbol{\theta}^*_{nM \rightarrow n})}{\partial (\boldsymbol{\theta})} \end{pmatrix}_{(nM) \times (n-1)} \quad (3.2.20)$$

nNM: Número de nós não marginais

nM: Número de nós marginais

O subscrito $1' \rightarrow 2'$ simboliza os nós 1 e 2 marginais do sistema.

Com $\{nNM \cup nM\} = n$

E:

$$\boldsymbol{\lambda}^*_{NM} = (\lambda_1 \quad \dots \quad \lambda_{nNM}) \quad (3.2.21)$$

$$\boldsymbol{\lambda}^*_{M} = (\lambda_{1'} \quad \dots \quad \lambda_{nM}) \quad (3.2.21)$$

Voltando a equação (3.2.18), para isolar o preço locacional marginal, $\boldsymbol{\lambda}^*_{NM}$, deve-se aplicar a matriz pseudo-inversa em $\nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM}$ devido a sua característica não singular (não possui inversa):

$$\nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM}^{pseudo-inversa} = \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM} \downarrow = (\nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM} * \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM})^{-1} * \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM} \quad (3.2.22)$$

Portanto:

$$\boldsymbol{\lambda}^*_{NM} = \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM} \downarrow * (-\mu^* (\mathbf{F}'(\boldsymbol{\theta}^*) \cdot \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{máx}) - \lambda^*_{M} \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM}) \quad (3.2.23)$$

A equação final (3.2.23) descreve o preço locacional marginal para um SEP incorporando as variáveis não lineares. Aplicando a definição genérica (3.2.23) na definição geral (3.1.18) observamos que o PLM é uma função dos multiplicadores de Lagrange:

$$PLM(\boldsymbol{\lambda}^*_{NM}, \boldsymbol{\lambda}^*_{M}, \mu^*) = \lambda^* + \lambda_l^* + \lambda_c^* \quad (3.2.24)$$

Com:

$$\lambda^* = \alpha \lambda_r^* \quad (3.2.25)$$

$$\lambda_l^* = \lambda \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*) \quad (3.2.26)$$

$$\lambda_c^* = \mu \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*) \quad (3.2.27)$$

$$\boldsymbol{\lambda}^* = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\lambda}^*_{NM} \\ \boldsymbol{\lambda}^*_{M} \end{pmatrix} \quad (3.2.28)$$

$$\nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*) = \begin{pmatrix} \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_{NM} \\ \nabla \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*)_M \end{pmatrix} \quad (3.2.30)$$

Onde α e λ_r são vetores de constantes definidas a partir dos resultados provenientes do despacho econômico e da análise da curva hidrotérmica de cada gerador. O multiplicador de Lagrange λ_r escolhido será referente a unidade geradora com o menor custo de geração ou o menor coeficiente angular da curva hidrotérmica e α é o vetor das parcelas da contribuição de potência de cada gerador para alcançar o estado ótimo do sistema.

É observado pela equação (3.2.23) que para o cálculo do PLM propriamente dita, é necessário o conhecimento prévio do vetor das variáveis angulares, $\boldsymbol{\theta}$, em seu estado ótimo $\boldsymbol{\theta}^*$ assim como as tensões nodais. Para isso, utiliza-se um fluxo de potência ótimo, no entanto, neste trabalho não será explorado técnicas para o cálculo das variáveis angulares e de tensão em sua forma não linear. Devido ao foco no desenvolvimento de um PLM linear, o despacho econômico será o procedimento munido de maior atenção.

3.3 Modelo linear

O desenvolvimento (3.2.3) pode ser usado para gerar a forma linear, e mais usada, do PLM derivado do fluxo de potência dc.

$\mathbf{P}_G - \mathbf{P}_D - \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{0}$ se torna $\mathbf{P}_G - \mathbf{P}_D = \mathbf{B} \boldsymbol{\theta}$ e o problema de otimização (3.2.1) se torna:

$$\text{Min} C(PG_i) \quad (3.3.1)$$

$$\text{s.a.} \quad \mathbf{P}_G - \mathbf{P}_D = \mathbf{B} \boldsymbol{\theta}$$

$$\mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}) < \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta})_{\text{máx}}$$

Onde $\mathbf{B} \boldsymbol{\theta}$ representa o fluxo de potência na linha desconsiderando-se as perdas. Por essa razão é necessário a construção de um algoritmo para computar a variação do fluxo de energia na linha em relação a injeção de potência dos geradores, $\frac{\partial F_{ik}}{\partial PG_i}$, devido ao fato da linearização perder uma parcela da informação do fluxo de potência referente as perdas, influenciando diretamente no componente de congestionamento do PLM.

Para se obter a componente de congestionamento do PLM na sua forma linearizada, é necessário realizar uma análise de sensibilidade no SEP, de modo a obter respostas em relação ao seu comportamento quando os limites de fluxo de potência da linha são infringidos. São cinco passos necessários para calcular o chamado fator de mudança de geração (FMG):

1. Escolher uma unidade de geração i e uma linha k com a sua respectiva restrição
2. Rodar o fluxo de potência para obter a potência inicial, P_{k0} que atravessa a linha k
3. Aumentar o valor de PG_i em ΔPG_i unidades observando que esse valor deverá ser absorvido pela unidade de geração de referência (slack)

4. Rodar o fluxo de potência novamente e obter a nova potência, P_k que atravessa a linha k

5. Calcular o fator de mudança de geração através da equação abaixo

$$FMG_{ik} = \frac{P_k - P_{k0}}{\Delta PG_i} \quad (3.3.2)$$

ΔPG_i e $P_k - P_{k0} = \Delta G_{ik}$, no limite:

$$FMG_{ik} = \frac{\partial G_{ik}}{\partial PG_i} \quad (3.3.3)$$

Através da restrição (3.1.6), da quarta condição de KKT (2.2.8) e da análise da parcela do gradiente do Lagrangeano relativo a variável de estado PG_i (3.1.15).

$$\frac{\partial L}{\partial PG_i} = \mu \nabla \left(\sum_{i=0}^{i=NG} \sum_{k=0}^{k=N-1} F_{ik}' - F_{ikmáx} \right) = \mu \left(\frac{\partial F_{ik}}{\partial PG_i} \right) = \mu FMG_{ik} \quad (3.3.4)$$

$$\lambda_c = \mu FMG_{ik} \quad (3.3.5)$$

A adição de um fator externo ζ é necessária para equilibrar o balanço de potência, no entanto tal fato não influencia nos valores dos ótimos dos multiplicadores de Lagrange, segundo o teorema do envelope exposto no apêndice desse trabalho. O Lagrangeano para um LMP em condição linearizado se torna:

$$L = C(\mathbf{PG}) - \lambda^* (\mathbf{PG} - \mathbf{P}_D - \mathbf{B}' \Theta + \zeta) - \mu^* (\mathbf{B}' \Theta - \mathbf{G}_{máx}) - \sum_{i=0}^{i=N-1} n^1_i (PG_i' - PG_{imax}) - \sum_{i=1}^{i=NG} n^2_i (-PG_i' - PG_{imin}) \quad (3.3.6)$$

Pelo teorema do envelope [1], no ponto ótimo:

$$\nabla L_\lambda = \nabla \zeta_\lambda = \lambda^* \quad (3.3.7)$$

Ou seja, o valor do vetor de preços locacionais marginais, λ , não depende do fator externo ζ

Cujas condições de KKT para a variável angular, considerando os grupos NM e M, são:

$$\nabla L_{\theta} = \mathbf{0} \rightarrow \lambda^*_{NM} \mathbf{B} - \mu^* \mathbf{B} = 0 \quad (3.3.8)$$

$$\nabla L_{\theta} = \mathbf{0} \rightarrow \lambda^*_{M} \mathbf{B} = 0 \quad (3.3.9)$$

O que implica em:

$$\lambda^*_{NM} = (-\lambda^*_{M} \mathbf{B} - \mu^* \mathbf{B}) * \mathbf{B}^\downarrow \quad (3.3.10)$$

Finalmente:

$$\lambda = \begin{pmatrix} \lambda^*_{NM} \\ \lambda^*_{M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda^*_{NM} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.3.11)$$

O termo λ^*_{M} em (3.3.11) é nulo devido a necessidade matemática de eliminação dos nós de geração marginais da solução final calculada, para uma obtenção factível dos preços locacionais marginais. As equações (3.3.6) até (3.3.10) quando derivadas do fluxo de potência dc, apresentam algumas características importantes. Além da eliminação dos termos em senos e cossenos que adicionavam não linearidades ao sistema, requisitando do uso de técnicas iterativas para a localização de pontos factíveis provenientes do balanço energético do SEP, a solução de (3.3.1) e (3.3.6) se torna imediata em vista do fluxo de potência a ser resolvido se reduzir a um sistema de equações lineares, necessitando de apenas uma iteração para encontrar os pontos de operação. Quando combinado (3.3.1) com a linearização por partes no termo da função custo, o problema (3.2.1) se torna um problema de programação linear.

O Lagrangeano final para a solução genérica do PLM em sua forma linear se torna:

$$L = C(\sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} pg_k \Delta x_{ik}) - \lambda^* (\sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} pg_k \Delta x_{ik} - P_{Dk} - B' \Theta_k + \zeta) - \mu^* F M G (\mathbf{B}' \Theta - \mathbf{G}_{\max}) - \sum_{i=0}^{i=N-1} n^1_i (PG_i' - PG_{i\max}) - \sum_{i=0}^{i=N-1} n^2_i (-PG_i' - PG_{i\min}) \quad (3.3.12)$$

Onde pg_k corresponde aos valores de potência pg, que por sua vez são divididos em segmentos, representado pelos segmentos x_{ik} de modo a reconstruir as potências geradas PG.

O comportamento linearizado do preço locacional marginal de duas unidades geradoras é observado na figura 3.3:

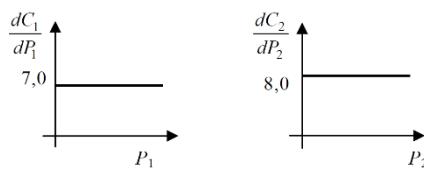


Figura 3.3: PLM de duas unidades geradoras. Adaptado de [8]

Dessa forma, observa-se que em um certo intervalo de potência, válido apenas dentro do espaço factível da linearização por partes, o valor do PLM é constante. Deve-se frisar que a linearização por partes da curva do gerador, deve ser feita em tempo real (online), de modo a criar diferentes funções custos já linearizadas para uma mesma curva, na medida em que o valor de potência ótimo se afasta muito da zona factível onde a linearização da curva ainda é uma boa aproximação. Através desse princípio garantindo a preservação da eficiência do PLM linear dentro de uma margem de erros.

3.4 Análise geral do PLM

É concluído de ambos os modelos do PLM, linear e não-linear, que seu valor é definido por uma composição dos multiplicadores de Lagrange e da função custo combinada com as restrições. Dessa forma, observa-se que o seu valor pode sofrer modificações através da inclusão de outras restrições, um exemplo disso seria a restrição de operação mecânica de um gerador elétrico ou inclusão do balanço de potência reativa no sistema, cabendo ao projetista a consideração ou desconsideração desses tipos de parâmetros na formulação do PLM, como é verificado na fórmula (3.2.3). Em vista da quantidade de termos envolvidos no processo de otimização, o PLM se torna uma ferramenta matemática extremamente volátil, sendo necessário recalculá-la em intervalos de tempo relativamente curtos (horizonte de evento de curto e curtíssimo prazo) em vista das incertezas provenientes de sua estrutura. Cabe a cada mercado de energia, adequar essas características as condições dinâmicas dos SEPs, no intuito de gerar soluções factíveis.

A sequência de passos para o cálculo do PLM é apresentado abaixo:

- 1: Obter dados medidos do SEP como impedância de linha, capacidade de geração, carga, etc.
- 2: Rodar um fluxo de potência ótimo ou despacho econômico
- 3: Checar se os limites de geração e/ou transmissão foram infringidos
- 4: Em caso afirmativo vá para o passo 5, em caso negativo vá para o passo 6
- 5: Utilizar a fórmula do PLM com os limites de geração e transmissão
- 6: Computar um preço locacional marginal
- 7: Se os valores do PLM estão dentro da tolerância, vá para o passo 9, do contrário vá para o passo 8
- 8: Se ocorreu alguma alteração nas cargas do sistema ou alguma variável de estado (tensão, corrente, ângulo), vá para o passo 2 do contrário vá para o passo 9
- 9: Obter um resultado final

4 Metodologias de otimização

Considerando-se que a PLM é um resultado específico de um processo de otimização, as maneiras como são encontrados pontos ótimos de operação para a função objetivo são cruciais para uma formulação factível de um preço nodal e, devido as características dinâmicas do SEP, é mister a aplicação de métodos que se adaptem a esse tipo de sistema. Os métodos que serão mostrados a seguir tentam corrigir algumas deficiências dos métodos convencionais de otimização como a iteração Lambda, método do gradiente, entre outros [1], que apresentam problemas de convergência, e o mais importante, apresentam tempos relativamente grandes de processamento computacional, o que é extremamente indesejado nos problemas de despacho econômico e fluxo de potência ótimo, que necessitam de atualizações nos dados de entradas e portanto nos sistemas de equações, constantemente.

4.1 Redes neurais de Hopfield

O despacho econômico é uma peça extremamente valiosa não só para a determinação de LMPs mas também como uma maneira de orientar o método do fluxo de potência não linear a encontrar as variáveis de estados V , I e θ . Ou seja, o processo de despacho econômico combinado com o problema do fluxo de potência elimina a necessidade de se utilizar um fluxo de potência ótimo, artifício este que pode ser de extrema importância para problemas do SEP que possuem uma quantidade grande de elementos[1]. A abordagem das redes de Hopfield para solução de problemas de despacho econômico é recente, no entanto, já demonstra resultados promissores relativos a esforço computacional e capacidade adaptativa, característica típica das redes neurais em geral. Nesse tipo de formulação a função objetivo junto as restrições é transformada em uma função de energia, denominada função de energia de Hopfield, análoga a estrutura de uma função de Lyapunov. Essa função de energia é minimizada através de processos iterativos provenientes da dinâmica das redes neurais, tal dinâmica é mostrada no apêndice relativo as redes neurais artificiais. Uma nova abordagem das redes de Hopfield será utilizada para solução do DE nesse trabalho, caracterizada pelo uso de uma função de ativação linear, em detrimento das funções sigmoides utilizadas no modelo de Hopfield convencional, proposta por C.T Su et al em 1997 [9], e por um processo determinístico de determinação de pesos sinápticos, A, B e C em oposição ao método de tentativa e erro.

A dinâmica das redes neurais é apresentada a seguir:

$$\frac{dU_i}{dt} = \sum_j T_{ik} V_k + I_i \quad (4.1.1)$$

U_i : Entrada do neurônio i

T_{ik} : Interconexão entre a saída do neurônio j com a entrada do neurônio i

T_{ii} : Conexão própria do neurônio i

V_k : Saída do neurônio j

I_i : Entrada externa do neurônio i

A função energia definida em [9]:

$$\Phi = (-1/2) * \sum_i \sum_k T_{ik} V_i V_k - \sum_j V_i I_i \quad (4.1.2)$$

O sinal negativo na função energia (4.1.2) indica que durante o processo iterativo das redes neurais tal função sempre se move em direção ao valor mínimo de seus argumentos.

Utilizando o problema geral de despacho econômico (3.2.1) para uma carga, desconsiderando-se o congestionamento do sistema, obtém-se a seguinte função energia modificada:

$$\Phi = A/2[(P_{Dk} + F_{ik}) - \sum_{i=\alpha}^{i=NG} PG_i]^2 + B/2 \sum_i (C(PG_i) = a_i + b_i PG_i + c_i PG_i^2) + C/2(F_{ik}) \quad (4.1.3)$$

Na equação (4.1.2) $V_i = PG_i$.

Comparando-se (4.1.2) com (4.1.3) obtém-se a estrutura dos pesos sinápticos:

$$T_{ii} = -A - Bc_i \quad (4.1.4)$$

$$T_{ij} = -A \quad (4.1.5)$$

$$I_i = A(P_{Dk} + F_{ik0}) - \frac{Bb_i}{2} - C/2(I_{Li0})$$

(4.1.6)

Onde:

$$I_{Li0} = \frac{\partial F_{ik0}}{PG_{i0}} \quad (4.1.7)$$

A equação (4.1.7) simboliza as perdas incrementais

O modelo linear de entrada/saída é:

$$PG_i = h_i(U_i) \quad (4.1.8)$$

Os limites de U_i são U_{min} e $U_{máx}$. Utilizando a equação de reta obtém-se a seguinte função:

$$PG_i = [(U_i - U_{min}) / (U_{máx} - U_{min})] (PG_{imáx} - PG_{imin}) + PG_{imin} \quad (4.1.9)$$

A dinâmica de entrada e saída é construída da seguinte forma:

$$PG_i = h_i(U_i) = PG_{imáx} \quad \forall U_i > U_{máx} \quad (4.1.10)$$

$$PG_i = h_i(U_i) = PG_{imin} \quad \forall U_i < U_{min} \quad (4.1.11)$$

Segundo o desenvolvimento em [referencia hnn] a convergência para valores ótimos das potências de saída, PG_i , dependem dos valores limites da entrada dos neurônios e do balanço de potências segundo as equações:

$$P_m = \sum_{k=0}^{k=N-1} P_{Dk} + F_{ik} - \sum_{i=0}^{i=N-1} PG_i \quad (4.1.12)$$

$$PG_i(t) = [PG_i(0) - PG_i(\infty)]e^{-(Bc_i(PG_{imáx} - \frac{PG_{imin}}{U_{máx} - U_{min}})t)} + PG_i(\infty) \quad (4.1.13)$$

$$PG_i(\infty) = \frac{AP_m - (\frac{B}{2})b_i - CILio/2}{Bc_i} \quad (4.1.14)$$

Onde:

$$A \geq (\Delta PG_T) / (P_m)^2 \quad (4.1.15)$$

$$C = 2AP_m \quad (4.1.16)$$

B Pode ser escolhido arbitrariamente e ΔPG_T é o custo total incremental.

O algoritmo de solução do problema do despacho econômico usando as redes de Hopfield é mostrado abaixo:

Passo1: Obter os dados da demanda P_{Dk} ; número de unidades NG; limites de geração de cada unidade, coeficientes de perdas na transmissão, pesos sinápticos A, B e C, os coeficientes das funções custos de cada gerador, os parâmetros máximos e mínimos das entradas dos neurônios, a tolerância ε_1 desejada no cálculo do balanço de potência e a tolerância ε_2 para os valores de saída de cada neurônio.

Passo2: Inicializar a geração de cada unidade com o contador $k=0$ e $C=0$.

Passo3: Determinar as perdas na transmissão pela seguinte equação:

$$F_{ik} = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_k^n PG_i PB_{ik} PG_k + \sum_{i=1}^n B_{i0} PG_i + B_{00} \quad (4.1.17)$$

Com :

B_{ik} , B_{i0} e B_{00} são os coeficientes de perdas na transmissão.

Calcular as perdas incrementais utilizando (4.1.7)

Passo4: Determinar P_m , PG_i^k e $PG_i^k(\infty)$ usando as equações (4.1.12), (4.1.13) e (4.1.14)

Passo5: Fazer $C=2AP_m$

Passo6: Checar se os limites de geração foram infringidos. Se os limites forem infringidos vá para o passo 1 senão vá para o passo 8

Passo7:

- Para cada unidade de geração violada aplicar a equação (4.1.13) para calcular o parâmetro de convergência t
- Com base no valor t calculado, identifica-se a unidade geradora que leva o menor tempo para alcançar o limite de geração
- Exclui a unidade encontrada em (b) do problema de otimização
- A nova demanda será a diferença entre a demanda inicial e a potência da unidade excluída em (c)

(e) Vá para o passo 4

Passo8: Checar se $|P_{Dk} + F_{ik} - \sum_{i=\alpha}^{i=NG} PG_i^k| < \varepsilon_1$. Em caso positivo, vá para o passo 9 senão vá para o passo 3

Passo9: Checar se $|PG_i^{k-1} - PG_i^k| < \varepsilon_2$ para todas as unidades. Em caso afirmativo, vá para o passo 10 senão, faça $k=k+1$ e vá para o passo 3

Passo10: Obtêm o resultado final

4.2 Método simplex

O Método Simplex é uma técnica utilizada para se determinar, numericamente, a solução ótima de um modelo de Programação Linear numericamente. A solução ótima de um modelo de Programação Linear será desenvolvido inicialmente para problemas de Programação Linear, na forma padrão com as seguintes características para o sistema linear de equações:

- i) Todas as variáveis são não-negativas;
- ii) Todos os b_i são não-negativos;
- iii) Todas as equações iniciais do sistema que são do tipo “ \leq ” serão transformadas em igualdades através da inserção de variáveis de folga

A formulação acima foi exposta no capítulo 2.3 no tópico de programação linear. Dessa forma, o método simplex será utilizado para resolver essa classe de problemas.

Em geral, o algoritmo simplex permite que se encontre valores ideais em situações em que diversos aspectos precisam ser respeitados. Diante de um problema, são estabelecidas inequações que representam restrições para as variáveis. A partir daí, testa-se possibilidades de maneira a otimizar o resultado da forma mais rápida possível por métodos iterativos. Neste trabalho, o algoritmo simplex será utilizado via programa Matlab devido a praticidade deste software na solução de uma certa classe de problemas.

5 Resultados e discussões

Serão estudados algumas topologias de sistemas elétricos de potência retirados do IEEE. Cada problema apresentará uma particularidade que será solucionada com uma das quatro metodologias propostas no capítulo 1. Todas as metodologias utilizadas foram implementadas no software Matlab.

5.1 Sistema com três geradores e duas cargas

Como primeiro caso, será verificado os resultados desenvolvidos a partir do modelo do PLM não linear considerando-se as perdas e o congestionamento do sistema (3.2.20). Esse caso foi retirado da referência [5] com os pontos ótimos de geração do sistema já calculados, através do método dos multiplicadores de Lagrange, sobrando apenas a parte de análise das componentes marginais e não marginais do PLM definidas no capítulo 3.

A figura 5.1 mostra o sistema elétrico de potência em questão com seus pontos nodais de energia ótimos, ou seja, que minimizam a função custo de cada gerador. O sistema possui congestionamento nas linhas (1-4) e (2-5) e nó de referência 0.

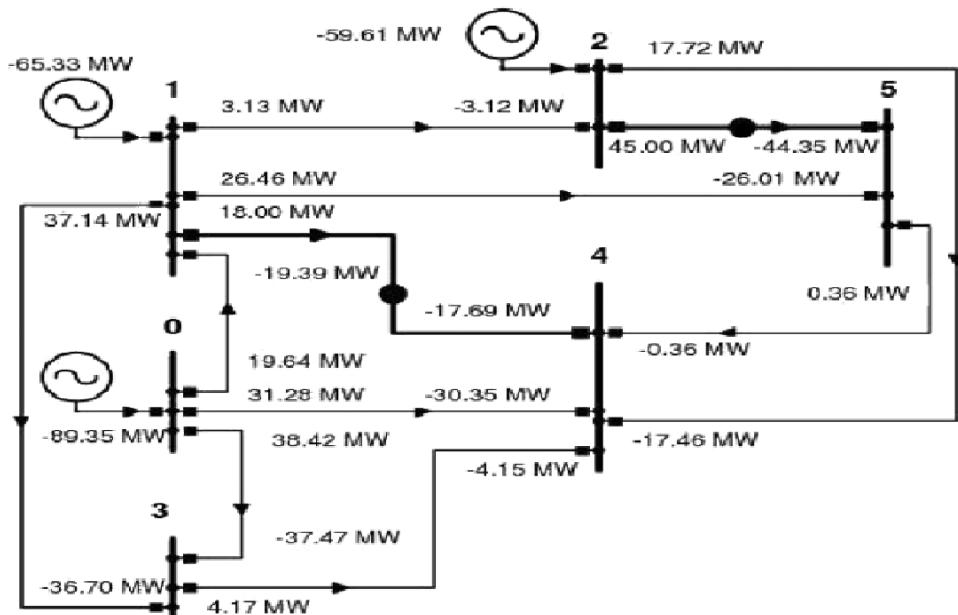


Figura 5.1 : Caso1 Ilustrativo. Adaptado de [5]

As matrizes $F'(\boldsymbol{\theta}^*_{NM})$, $F(\boldsymbol{\theta}^*_{M})$, $F^\dagger(\boldsymbol{\theta}^*_{NM})$, $F(\boldsymbol{\theta}^*)$ são mostradas abaixo:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*_{NM}) &= \begin{bmatrix} 0.4642 & 0.0000 & 0.4685 & 0.3135 & 0.0000 \\ -2.5246 & 0.3679 & 0.9278 & 0.3106 & 0.4658 \\ 0.3660 & -1.6535 & 0.0000 & 0.3577 & 0.9297 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{F}(\boldsymbol{\theta}^*_{M}) &= \begin{bmatrix} 0.9056 & 0.0000 & 1.5819 & 0.2306 & 0.0000 \\ 0.2999 & 0.3471 & 0.2281 & -1.4759 & 0.3057 \\ 0.4501 & 0.9029 & 0.0000 & 0.3059 & -1.6589 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{F}^\dagger(\boldsymbol{\theta}^*_{NM}) &= \begin{bmatrix} 0.2769 & 0.0130 & 0.4745 & 0.0063 & 0.0669 \\ 0.1868 & 0.1871 & 0.0220 & -0.5829 & 0.0451 \\ 0.1069 & 0.2600 & 0.0616 & 0.0030 & -0.4317 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{F}'(\boldsymbol{\theta}^*_{NM}) &= \begin{bmatrix} 0.3106 & 0.0000 & 0.0000 & -0.3106 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.9297 & 0.0000 & 0.0000 & -0.9297 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Utilizando as equações de 3.2.20 a 3.2.26 obtém-se os seguintes multiplicadores de Lagrange:

$$\boldsymbol{\lambda} = [12.621 \ 11.494 \ 11.716 \ 12.829 \ 16.301 \ 15.537]$$

$$\boldsymbol{\mu} = [14.901 \ 4.88]$$

$$[\lambda_r \ \lambda_l \ \lambda_c] = \begin{pmatrix} 12.012 & -0.203 & 0.812 \\ 12.012 & 0.104 & -0.621 \\ 12.012 & 0.166 & -0.462 \\ 12.012 & 0.400 & 0.417 \\ 12.012 & 0.537 & 3.753 \\ 12.012 & 0.528 & 2.998 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{NM} = [12.621 \ 11.494 \ 11.716]$$

$$\boldsymbol{\lambda}_M = [12.829 \ 16.301 \ 15.537]$$

- Observa-se que o vetor do PLM de referência, $\boldsymbol{\lambda}_r$, é o mesmo para todo sistema, valor este retirado da curva de geração da unidade geradora mais barata [12]. Esse valor mostra que para o tipo de derivação do PLM contemplado no capítulo 3.2 dos modelos não lineares, o cálculo só é possível devido a imposição de uma barra de referência (slack) associada a um preço de referência
- As componentes de perdas e de congestionamento do PLM representam uma parcela de 5%, em média, do valor do preço nodal, ou seja, em uma analogia a grosso modo, as economias com energia elétrica, baseando-se apenas em um cálculo mais conciso de um PLM seriam de 5%, uma economia razoavelmente alta de energia elétrica.
- Embora o congestionamento inicial esteja concentrado nas linhas (1-4) e (2-5), o aparecimento de componentes de congestionamento do PLM nos demais nós significa que o excesso de fluxo de potência em uma linha afeta o resto do sistema elétrico de potência, não só em condições físicas, mas também no preço da energia.

- Nesse primeiro caso, nenhum gerador ultrapassou os limites de geração, portanto, o vetor λ_M , não sofrerá nenhuma modificação devido a necessidade do seu resultado como recurso do processo de otimização, entretanto, na hipótese de uma unidade geradora ultrapassar seu limite de geração, a componente do vetor λ_M , relativo a essa unidade, se anularia.
- Verifica-se que o ponto de operação do sistema, ignorando-se os nós de geração, que possui o menor preço marginal é o nó 3, que coincide com o ponto que está absorvendo a menor quantidade de energia elétrica, além de não estar na zona de congestionamento primário. A partir dessa inferência, é concluído a importância estratégica de uma análise de preços locacionais marginais a nível de planejamento energético e operação do SEP, pois o nó 3 delimitará a área mais estável do sistema elétrico analisado em questão.

5.2 Sistema com três geradores e uma carga

Nesse caso será estudo a aplicação direta das redes de Hopfield em um problema de despacho econômico [9] onde uma rotina no Matlab foi implementada obedecendo aos critérios matemáticos expostos a baixo:

As funções custos e os limites de cada gerador são dados da seguinte forma:

$$C(PG_1) = 561 + 7.96PG_1 + 0.001562PG_1^2$$

$$PG_1 \leq 600 \text{ MW}$$

$$C(PG_2) = 310 + 7.85PG_2 + 0.000194PG_2^2$$

$$PG_2 \leq 400 \text{ MW}$$

$$C(PG_3) = 78 + 7.97PG_3 + 0.00482PG_3^2$$

$$PG_3 \leq 200 \text{ MW}$$

As perdas são:

$$F(\theta) = 0.00003PG_1^2 + 0.00009PG_2^2 + 0.00012PG_3^2$$

A demanda total é de 850 MW e o erro relativo ao balanço de potência, P_m , deve ser menor do que 0.0001 MW. Para determinar os fatores A e B escolhe-se a unidade com maior custo marginal PG_3 .

$$\Delta PG_T = 7.97(P_m) + 0.00482P_m^2$$

$$\Delta PG_T = 7.97(0.0001) + 0.00482 \cdot 0.0001^2 = 7.97 \cdot 10^{-4} \text{ \$/h}$$

Substituindo ΔPG_T segundo a equação (4.1.15) e (4.1.16) obtêm-se:

$$A \geq 79,7 \text{ e } B=1$$

$$C = 0,016$$

Utilizando a curva input-output é escolhido os seguintes parâmetros:

$$U_{min} = -0.5$$

$$U_{máx} = 0.5$$

$$\varepsilon_1 = 0.0001$$

$$\varepsilon_1 = 0.0001$$

Inicialmente as gerações são setadas nos seguintes valores:

$$PG_1 = 400MW$$

$$PG_2 = 300MW$$

$$PG_3 = 200MW$$

Os resultados são observados na tabela 5.2, aonde a simulação das redes de Hopfield são comparadas com o método da iteração lâmbda segundo a referência [9] :

Unidade	Iteração Lâmbda (MW)	Redes de Hopfield (MW)
PG1	435.198	435.198
PG2	299.969	299.969
PG3	130.660	130.660
Perdas	15.829	15.828
$P_m(MW)$	0.0001	0.0001
Custo(\$/h)	8344.59	8344.59
Tempo de processamento	0.3	0.1

Tabela 5.2: Resultados computacionais

5.3 Sistema com dois geradores e uma carga

Os casos a seguir do capítulo 5.3 demonstrarão o cálculo do PLM em sua derivação do fluxo de potência dc, através do uso dos multiplicadores de Lagrange e do método simplex que se encontra em uma toolbox do software Matlab.

A figura 5.3.1 abaixo ilustra o sistema com dois geradores e três cargas que deverá ser otimizado em termos de fluxo de potência e custos de geração.

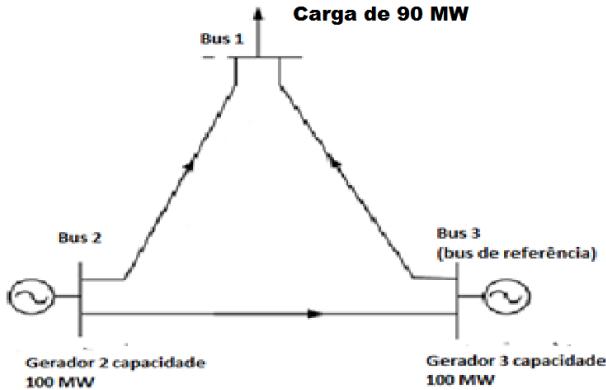


Figura 5.3.1: Diagrama do sistema 5.3

A carga no nó 1 será chamada de PD, enquanto que as potências geradas nos nós 2 e 3 serão chamadas de PG_2 e PG_3 respectivamente. Cada linha de transmissão possuirá um limite superior denominado de $F'_{ij \max}$ com $i \neq j$ e i, j variando de 1 até 3. Devido a linearização proveniente do fluxo de potência dc, as potências em cada ramo do circuito são aproximadas pelos valores de ângulo de fase, θ_2 e θ_3 , de cada nó correspondentes aos geradores 2 e 3 e pelos valores em p.u das linhas propriamente ditas. A base utilizada para esse problema será de 100MW.

O problema de otimização é apresentado a seguir:

$$\min_{\theta_1, \theta_2, P_{G2}, P_{G3}} 500P_{G2} + 1000P_{G3}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.9 \\ P_{G2} \\ P_{G3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} F'_{21\max} \\ F'_{31\max} \\ F'_{23\max} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} P_{G2} \\ P_{G3} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Utilizando a função do Matlab ‘piecewise’, aplica-se uma linearização por partes na função custo quadrática de cada gerador. Esse processo aproxima-se de casos reais pois em problemas de despacho econômico, os geradores possuem uma oferta ou custo marginal fixo devido ao planejamento energético em diferentes horizontes de tempo, ou seja, os coeficientes das curvas hidrotérmicas devem ser constantes para um determinado intervalo.

Através da função do Matlab ‘linprog’ é calculado as variáveis de estado $PG^*_2, PG^*_3, \theta^*_2, \theta^*_3$ e por conseguinte, os respectivos preços locacionais marginais, para diferentes situações de congestionamento e carga. Para a obtenção de FMG, devido a contingencia no sistema é utilizado o procedimento exposto em (3.3). Segundo o gradiente da equação (3.3.12), os preços locacionais marginais em cada ponto do sistema podem ser calculados e, em específico, o preço locacional marginal no ponto 1 será uma combinação dos preços locacionais marginais de cada unidade geradora sujeita as restrições de congestionamento representadas por fatores de penalidade, FMG e μ .

- 1) Sistema sem congestionamento, e com carga nominal de 90MW

FMG=0	PD=90MW
$PG^*_2(\text{p.u})$	0.9
$PG^*_3(\text{p.u})$	0
$\theta^*_2(\text{p.u})$	-0.3
$\theta^*_3(\text{p.u})$	0.3
$PLM_1(\$/\text{MW.h})$	5
$PLM_2(\$/\text{MW.h})$	5
$PLM_3(\$/\text{MW.h})$	5

Tabela 5.3.1: Valores ótimos das variáveis de estado e dos PLMs

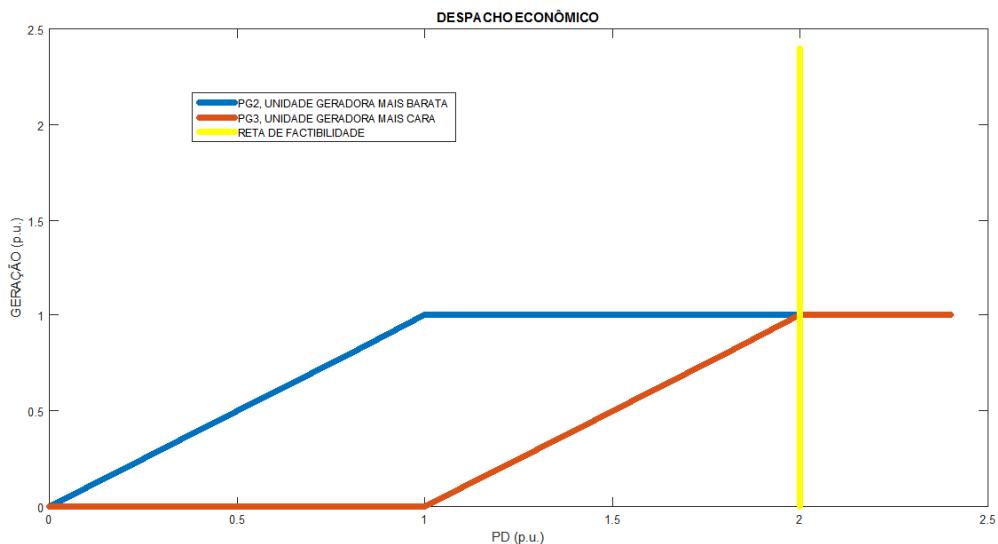


Figura 5.3.1: Despacho ótimo de geração para carga variável caso 1

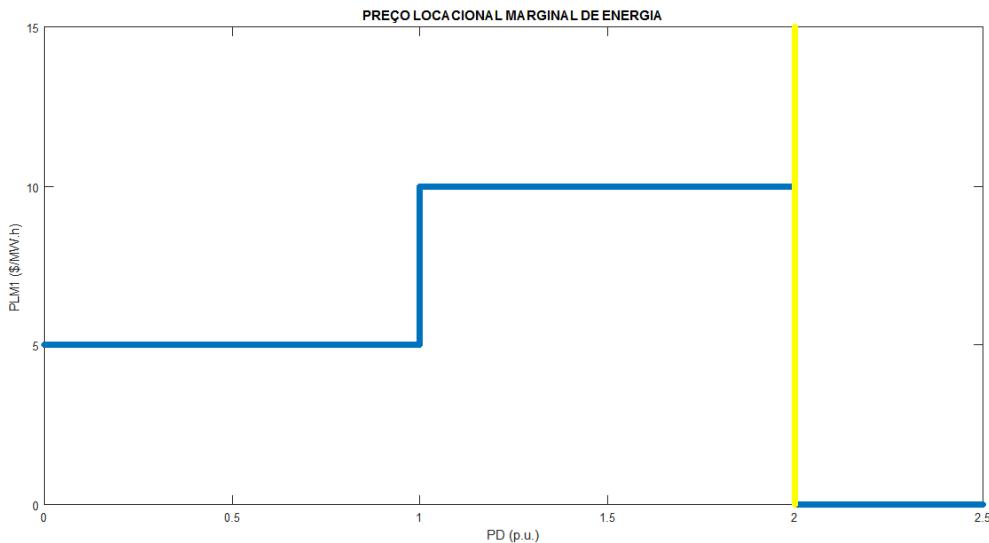


Figura 5.3.2: Variação do preço locacional marginal para o nó de carga caso 1

- A tabela 5.3.1 mostra que sem a presença do congestionamento no sistema, o valor do preço locacional marginal será constante ao longo de todo o sistema enquanto o limite de geração da unidade geradora mais barata não for infringido.
- A unidade geradora, PG_2 , com a oferta de energia mais barata, possui predominância no processo de despacho econômico (figura 5.3.1), até alcançar o seu respectivo limite de geração de 1 p.u.
- A reta de factibilidade com cor amarela na figura 5.3.1 e 5.3.2 divide o gráfico em duas áreas, a área a sua esquerda representa as soluções factíveis para o problema, enquanto que a área a sua direita representa as soluções infactíveis; nesse caso a zona infactível é representada por 2 p.u que representa a soma dos limites de geração de cada gerador.
- Na figura 5.3.2 o preço locacional marginal no nó de carga assume o valor da oferta da unidade geradora mais barata PG_2 até que o seu limite de geração seja alcançado, assumindo o valor mais caro da próxima unidade geradora PG_3 . É importante frisar que embora no gráfico o PLM se torne nulo em 2 p.u.(limite de geração dos geradores), pela definição do preço locacional marginal como sendo o preço do próximo megawatt de energia ofertado em um determinado nó, teoricamente seu valor se torna nulo um pouco antes de atingir a potência de 2 p.u. caracterizando assim a possibilidade de fornecimento da próxima unidade de energia sem que o sistema se torne infactível pois este não pode infringir o valor de 2 p.u. em termos de fluxo de potência que emana dos geradores, devido as restrições dos limites de geração impostas pelo problema; a figura 5.3.2 é apenas um esboço do comportamento do preço locacional marginal.

- A vantagem de se aplicar o método simplex via Matlab é a facilidade da formulação do problema de programação linear e a velocidade com o que se obtêm respostas quanto a factibilidade do sistema a ser otimizado dentro do espaço de soluções proposto. A desvantagem é o problema de convergência deste algoritmo devido ao aumento da quantidade de variáveis do problema.

- 2) Sistema com congestionamento de 50MW na linha (1-2) e com carga nominal de 90MW

FMG=1/3	PD=90MW
$PG^*_2(\text{p.u})$	0.6
$PG^*_3(\text{p.u})$	0.3
$\theta^*_2(\text{p.u})$	-0.4
$\theta^*_3(\text{p.u})$	0.1
$LMP_1(\$/\text{MW.h})$	15
$LMP_2(\$/\text{MW.h})$	5
$LMP_3(\$/\text{MW.h})$	10

Tabela 5.3.2: Valores ótimos das variáveis de estado e dos PLMs

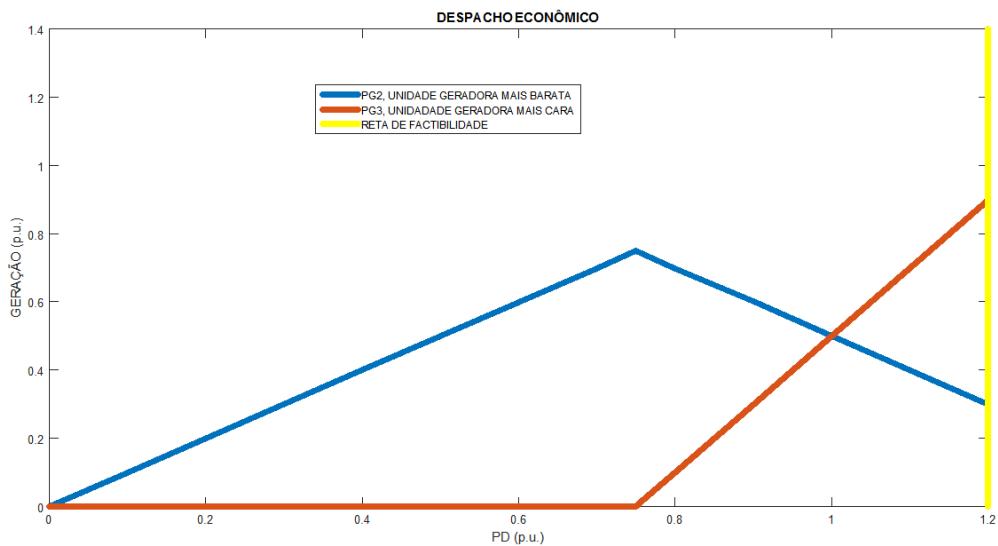


Figura 5.3.3: Despacho ótimo de geração para carga variável caso 2

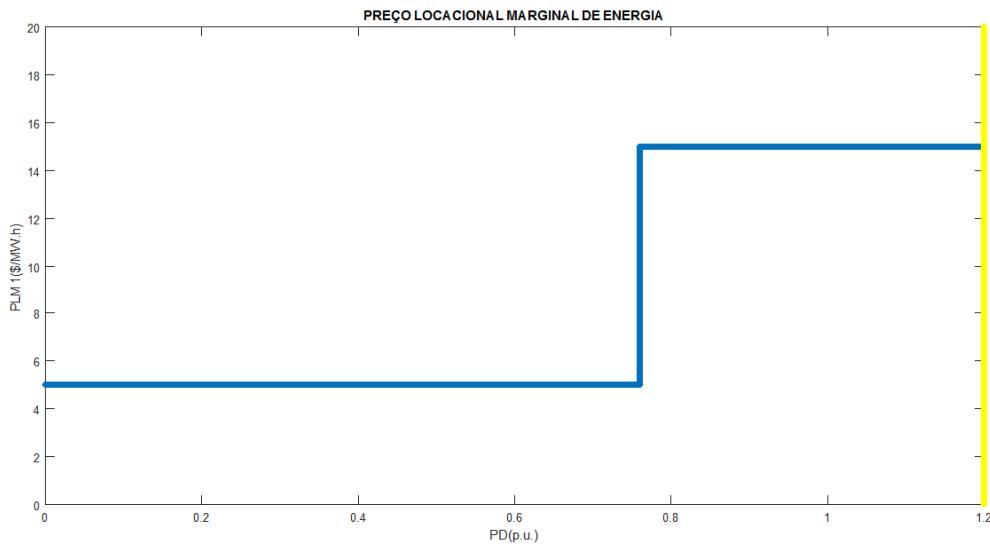


Figura 5.3.4: Variação do preço locacional marginal para o nó de carga caso 2

- Observa-se pela tabela 5.3.2 que o valor do preço locacional marginal não é constante para todo o sistema, fator este característico de um sistema com congestionamento. É importante notar, na figura 5.3.3, que a partir do trecho de PD aonde o gerador PG3 começa a ser despachado, cujo valor correspondente inicial é de 0,74 p.u.,(mostrando que a restrição de 50MW na linha 1-2 está ativa). Após a restrição se tornar ativa o preço locacional marginal no nó 1 sofre uma modificação , ou seja, seu valor agora é uma combinação das ofertas da unidades geradoras 2 e 3, sendo que o pico no valor do PLM caracteriza o formato desse problema de otimização linear que gera valores constantes em termos de multiplicadores de Lagrange (PLM), pois a derivada da função custo linear sempre será uma constante.
 - A figura 5.3.3 mostra que o sistema se torna infactível, (observar a reta amarela) para valores de PD mais baixos do que no caso do sistema sem congestionamento (figura 5.3.1), lembrando-se que o PD representa a carga no nó 1, ou seja, a tolerância a aumentos de carga no sistema com congestionamento é menor do que no sistema sem congestionamento.
 - A figura 5.3.4 apresenta o comportamento do PLM para diversos valores de carga no nó 1. É importante frisar que devido a mudança na carga e ao congestionamento na linha 1-2, surgem vários fatores de mudança de geração, aumentando o grau de variabilidade do PLM pois o FMG influi diretamente no multiplicador de Lagrange que compõe a parcela do PLM referente ao congestionamento do sistema, logo, o produto $FMGX\mu$ muda, segundo a equação 3.3.12.
- 3) Sistema com congestionamento de 50MW na linha (1-2) , (1-3) e (2-3) e com carga nominal de 90MW

FMG=1/3	PD=90MW
$PG^*_2(\text{p.u})$	0.6
$PG^*_3(\text{p.u})$	0.3
$\theta^*_2(\text{p.u})$	-0.4
$\theta^*_3(\text{p.u})$	0.1
$LMP_1(\$/\text{MW.h})$	15
$LMP_2(\$/\text{MW.h})$	5
$LMP_3(\$/\text{MW.h})$	10

Tabela 5.3.3: Valores ótimos das variáveis de estado e dos PLMs

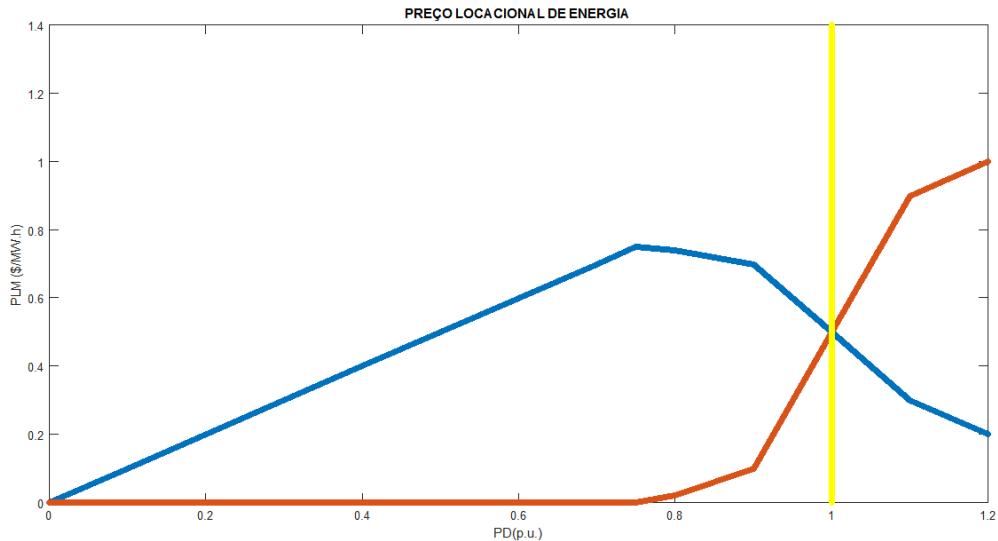


Figura 5.3.5: Despacho ótimo de geração para carga variável caso 3

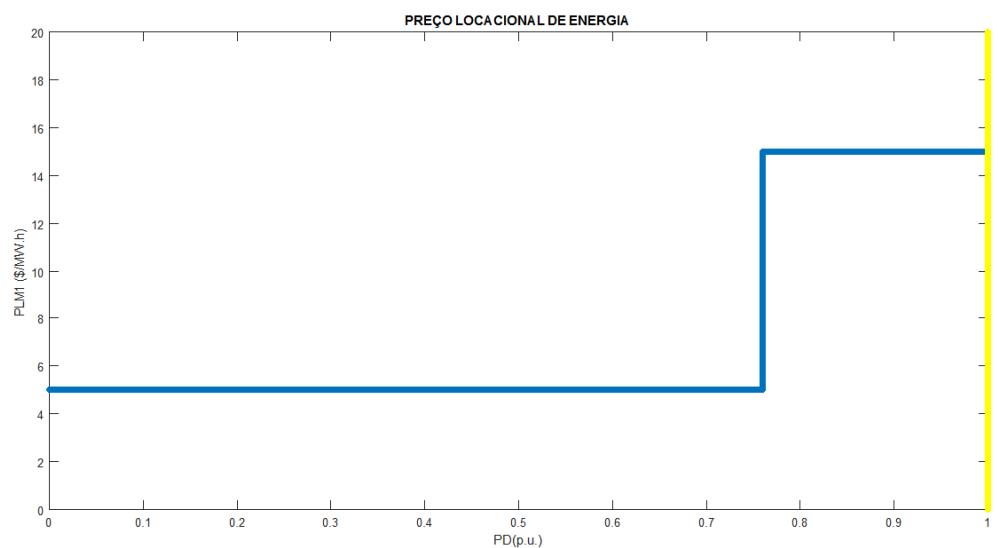


Figura 5.3.6: Variação do preço locacional marginal para o nó de carga caso 3

- A figura 5.3.5 mostra que para um sistema possuindo congestionamento em todas as linhas de transmissão, a área de factibilidade se torna mais limitada. No caso 3 o conjunto de soluções se torna infactível, além de não ótimo, a partir de 1 p.u para o valor de PD e, no caso 2 do sistema com congestionamento em apenas uma das linhas (figura 5.3.3), o conjunto de soluções se torna infactível a partir de 1,2 p.u para valor de carga no nó 1.
- O comportamento do preço locacional marginal de energia é o mesmo tanto para o caso com congestionamento em um ramo do circuito (caso 2) como no caso com congestionamento em todos os ramos. Isso é verificado através da análise da figura 5.3.6 e a sua comparação com a figura 5.3.4, pois o PLM, ou seja, só o que muda são os limites da zona de factibilidade das soluções em ambos os casos.

5.4 Otimização robusta

No desenvolvimento do preço locacional marginal e no estudo de casos nos tópicos anteriores foi considerado apenas parâmetros determinísticos na análise, no entanto, os sistemas elétricos de potência atuais exibem inúmeros parâmetros não determinísticos ou parâmetros dependentes de uma vasta gama de outros processos complexos que os tornam, de certa forma, imprevisíveis. Além disso, com o crescimento da matriz energética em torno de fontes alternativas de energia que possuem um alto grau de variabilidade ou instabilidade como a energia fotovoltaica e a energia eólica, é de extrema necessidade a consideração da distribuição de incertezas ao longo do equacionamento sistêmico que caracteriza o SEP.

A otimização robusta é uma das propostas relativamente novas [10] de se trabalhar em um espaço de incertezas. No entanto, primeiramente é necessário a definição dessas incertezas nos sistemas elétricos de potência para depois obter uma definição mais concreta do que a otimização robusta propõe.

Existem dois tipos de incertezas nos sistemas elétricos de potência:

- (1) Incertezas no sentido matemático, como a diferença entre o estado medido e o estimado.
- (2) Fontes de incertezas, incluindo a capacidade de transmissão de energia elétrica, disponibilidade de geração, surtos não planejados, regras de mercados, preço do combustível, interrupções de energia, etc.

Este trabalho se focará apenas no segundo tipo de incertezas, visto que o objetivo principal é a caracterização de um preço locacional marginal no escopo de metodologias de otimização.

5.4.1 PLM e a otimização robusta

O objetivo principal da otimização robusta é encontrar pontos de máximos e mínimos de variáveis de estados que possuem um certo grau de incertezas, e o critério que tal metodologia de otimização utiliza é o critério da minimização do máximo risco, baseado na teoria dos jogos [10]. Em outras palavras, assume-se o máximo risco possível, ou pior caso em termos de factibilidade de soluções, proveniente da variabilidade dos valores das variáveis de estados devido a ação das incertezas, e é realizado uma minimização dentro deste espaço de soluções. Dessa forma, é necessário um certo conhecimento do comportamento das incertezas em termos estocásticos fazendo com que tal modelo encontre suas melhores aplicações em atividades on-line. A robustez vem do fato de que otimizando o pior dos casos, o sistema se torna imune a soluções não factíveis quando submetidos as incertezas,

pois estas já foram consideradas no processo de otimização, no entanto, um ponto negativo desta metodologia é a geração de soluções conservadoras de forma a não explorar os melhores valores possíveis de otimização do sistema.

Em termos de uma formulação do preço locacional marginal, as incertezas podem ser inseridas nas principais variáveis de estados do problema do despacho econômico na forma linear ou não linear. Um exemplo é mostrado abaixo, onde as incertezas estão em torno do preço do combustível relativo a curva de geração:

$$R(PG_i(t), U(t)) = F_{\Sigma} - F_{\Sigma min} \quad (5.4.1)$$

Onde

F_{Σ} : O custo real de geração definido como:

$$F_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{NG} F_i(PG_i(t), U(t)) \quad (5.4.2)$$

$F_{\Sigma min}$: O custo mínimo de geração se as informações a respeito das incertezas pudessem ser obtidas de maneira determinística.

$$F_{\Sigma min} = \min \sum_{i=1}^{NG} F_i(PG_i(t), U(t)) \quad (5.4.3)$$

$U(t)$: Parâmetros de incertezas

$PG_i(t)$: Potência de cada gerador esperada durante um certo intervalo de tempo

O operador $\min \max R$ significa a minimização do máximo risco causado pelos parâmetros de incertezas:

$$\min_{PG_i(t)} \max_{U(t)} \int_0^T R(PG_i(t), U(t)) dt \quad (5.4.4)$$

Os valores de potências de geração provenientes da função (5.4.4) serão usados para a caracterização de um preço locacional marginal sujeito as incertezas. Da mesma forma que os parâmetros de incertezas foram inseridos na curva de custo de geração, elas podem ser inseridas nos limites de transmissão de energia elétrica para caracterizar o congestionamento, e podem ser inseridas nas perdas ou variabilidade de cargas.

As equações de (5.4.1) até (5.4.4) foram aplicadas em um despacho econômico não linear, no entanto, este trabalho se limitará a aplicação da otimização robusta no ambiente de programação linear.

O problema do despacho econômico segundo a programação linear (2.3.3) e considerando as incertezas, fica da forma:

$$\text{Min } b^T \mathbf{X}$$

s.t.

$$\mathbf{A}\mathbf{X} = \text{constante}$$

$$\mathbf{X} \geq 0$$

$$\min_x \{ \max_{(a, 1, \mathbf{B}\theta + \mathbf{P}_D) \in U} a^T \mathbf{P}\mathbf{G} : \mathbf{P}\mathbf{G} = \mathbf{B}\theta + \mathbf{P}_D \ \forall (b, A, \text{constante}) \in U \} \quad (5.4.5)$$

Neste caso será considerado o efeito das incertezas no preço da energia somente, desconsiderando as incertezas no congestionamento, ou seja, a variabilidade de valores será apenas na função do custo de geração.

Segundo a equação (3.3.12) do problema de otimização linear

$$L = C(\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{NP} \mathbf{p}\mathbf{g}_k \Delta x_{ik}) - \lambda^* (\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{NP} \mathbf{p}\mathbf{g}_k \Delta x_{ik} - \mathbf{P}_D - \mathbf{B}\theta + \zeta) - \mu^* F M G (\mathbf{B}' \theta' - \mathbf{F}_{\max}) - \sum_{i=1}^{i=NG} n^1_i (PG_i - PG_{\max}) - \sum_{i=1}^{i=NG} n^2_i (-PG_i - PG_{\min})$$

A parcela da função custo passará a possuir um vetor de incertezas \mathbf{U} , associado:

$$C(\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{NP} \mathbf{p}\mathbf{g}_k \Delta x_{ik}, \mathbf{U}) \quad (5.4.6)$$

Como o preço locacional marginal de referência é uma função direta do gradiente da função custo relativo à potência gerada:

$$\nabla C(\sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^{NP} \mathbf{p}\mathbf{g}_k \Delta x_{ik}, \mathbf{U}) = \lambda_r(\mathbf{U}) = \lambda_r + \Delta \lambda_r \quad (5.4.7)$$

O $\Delta \lambda_r$ é o componente de incertezas associado ao preço locacional marginal de referência. Por melhoria de nomenclatura:

$$\Delta \lambda_r = \lambda_M$$

De modo que agora o preço locacional marginal será composto de uma componente de referência, uma componente de congestionamento, e uma componente de incertezas que dependerá da estratégia adotada na caracterização das incertezas propriamente ditas.

$$PLM = \lambda_r + \lambda_C + \lambda_M \quad (5.4.8)$$

Para a solução dos casos a seguir, foi utilizado método do gradiente junto ao software Matlab que proporcionou a toolbox referente ao método Simplex. A análise robusta foi implementada juntamente com a declaração das variáveis do problema de otimização na plataforma do Matlab.

5.4.2 Sistema com três geradores e uma carga:

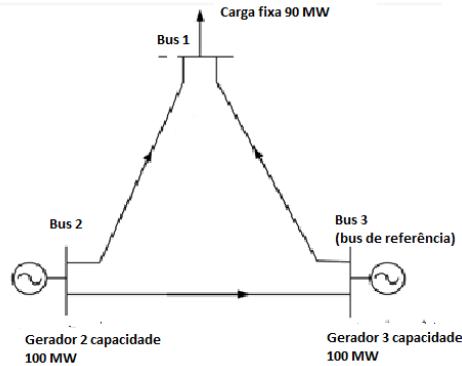


Figura 5.3.1: Diagrama do sistema 5.3

Será analisado o caso 2 do capítulo 5.3 descrito pelo diagrama unifilar da figura 5.3.1 onde a função custo será submetida às incertezas, cuja topologia (estratégia de risco) escolhida foi a de uma circunferência que possui características de robustez eficazes em uma vasta classe de problemas [11]. Como a função custo possui dois elementos de potência de geração, a incerteza proposta pode ser inserida de maneira direta sem modificações. A rotina de solução do problema de otimização com incertezas foi implementado no Matlab seguindo os critérios de (5.4.1) á (5.4.4).

$$\Delta PG_2^2 + \Delta PG_3^2 \leq 1000 \quad (5.4.2)$$

De modo que as soluções encontradas do problema de otimização serão factíveis dentro de uma circunferência de raio $10\sqrt{10}$, simbolizando uma incerteza de $10\sqrt{10}$ MW.

Caso sem incertezas

Sistema com congestionamento de 50MW na linha (1-2) e com carga nominal de 90MW

FMG=1/3	PD=90MW
$PG_2^*(p.u)$	0.6
$PG_3^*(p.u)$	0.3
$\theta_2^*(p.u)$	-0.4
$\theta_3^*(p.u)$	0.1
$PLM_1(\$/MW.h)$	15
$PLM_2(\$/MW.h)$	5
$PLM_3(\$/MW.h)$	10

Tabela 5.3.2: Valores ótimos das variáveis de estado e dos PLMs

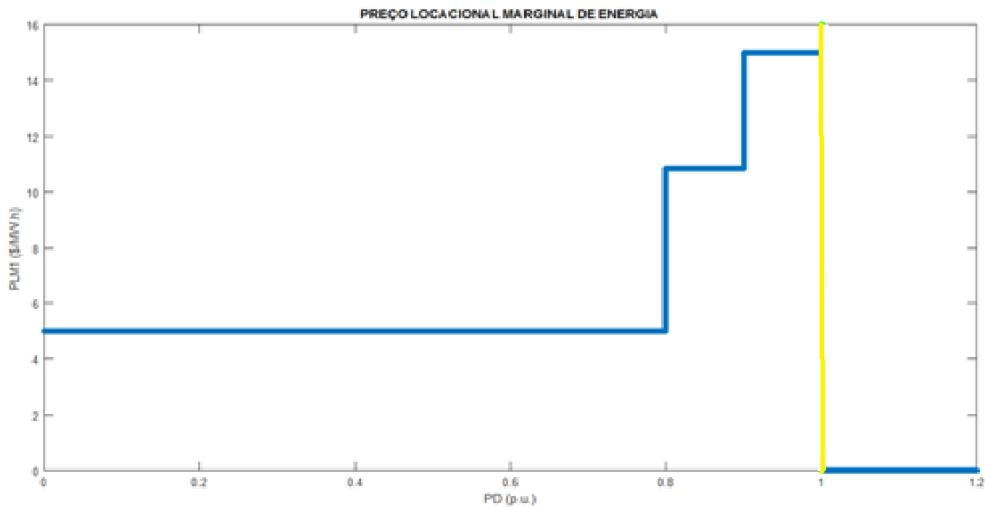


Figura 5.3.4: Variação do preço locacional marginal para o nó de carga caso 2

Caso com incertezas ($\Delta PG_2=0$ e $\Delta PG_3 = 32$)

FMG=1/3	PD=90MW
$PG^*_2(\text{p.u.})$	0.6
$PG^*_3(\text{p.u.})$	0.3
$\theta^*_2(\text{p.u.})$	-0.4
$\theta^*_3(\text{p.u.})$	0.1
$PLM_1(\$/\text{MW.h})$	10,32
$PLM_2(\$/\text{MW.h})$	5
$PLM_3(\$/\text{MW.h})$	10,32

Tabela 5.4.2: Valores ótimos das variáveis de estado e dos PLMs

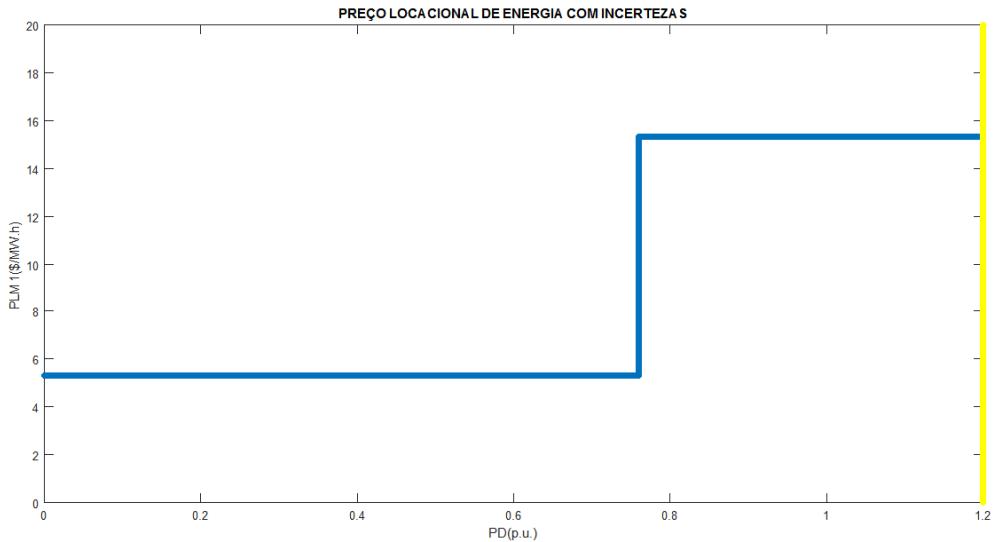


Figura 5.4.2: Variação do preço locacional marginal para o nó de carga caso 2 com incertezas

Caso com incertezas ($\Delta PG_2=32$ e $\Delta PG_3 = 0$)

FMG=1/3	PD=90MW
$PG^*_2(\text{p.u})$	0.6
$PG^*_3(\text{p.u})$	0.3
$\theta^*_2(\text{p.u})$	-0.4
$\theta^*_3(\text{p.u})$	0.1
$PLM_1(\$/\text{MW.h})$	15,32
$PLM_2(\$/\text{MW.h})$	5,32
$PLM_3(\$/\text{MW.h})$	10

Tabela 5.4.3: Valores ótimos das variáveis de estado e dos PLMs

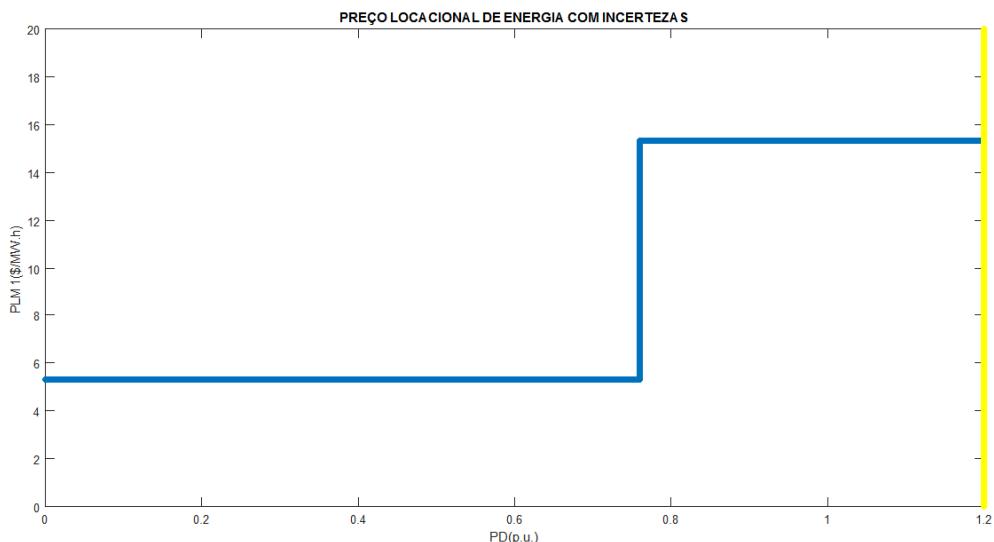


Figura 5.4.3: Variação do preço locacional marginal para o nó de carga caso 2 com incertezas

- Observa-se que nos dois casos em que foi aplicado a otimização robusta, os valores ótimos de potência gerada não mudaram em comparação com os valores obtidos pela otimização sem incertezas demonstrando um certo grau de robustez nas soluções, em vista de que foi aplicado

uma variação nos parâmetros das potências de geração em um raio de circunferência considerável.

- A presença das incertezas influenciou diretamente na variação dos preços locacionais marginais tanto dos nós de geração quanto dos nós de carga, demonstrando que a desconsideração das incertezas no problema do despacho econômico pode gerar resultados não factíveis em termos matemáticos e resultados errôneos em termos econômicos. Através da comparação da figura 5.4.2 e figura 5.4.3 (casos com incertezas) com a figura 5.3.3 (casos sem incertezas) nota-se que a variação nos preços locacionais marginais não é tão perceptível, entretanto, a diferença nos valores entre os preços locacionais marginais foi de 0,32 \$/MW.h simbolizando 2% do preço mais alto de energia e 6,4% do preço mais baixo de energia. É importante frisar que foi considerado as incertezas apenas nos valores de potência gerada, no entanto sabe-se que um sistema possui diversas fontes de incerteza. Esse fato mostra um potencial de economia além do ajuste das soluções factíveis.
- Devido a preservação dos valores das variáveis de estados, a otimização robusta se mostrou eficaz em uma certa classe de problemas de programação linear

6 Conclusão

Neste trabalho de conclusão de curso, foram utilizados dois desenvolvimentos matemáticos, um não linear e outro linear, no intuito de caracterizar o preço locacional marginal. Uma expansão da ideia básica do PLM e também a construção de uma filosofia mais profunda do seu significado, expondo os principais problemas que se desdobram nas esferas físicas, em torno da geração, transmissão e distribuição de energia elétrica, nas esferas matemáticas em torno das técnicas de otimização, e nas esferas econômicas que incorporam os sistemas de trocas através das estruturas desverticalizadas dos mercados de energia foram discutidas

As quatro metodologias aplicadas no estudo de casos que são, os multiplicadores de Lagrange, redes neurais de Hopfield, método simplex e otimização robusta, cumpriram seus objetivos; cada metodologia foi escolhida para abordar um diferente aspecto do PLM de modo a produzir um somatório final em termos de resultados qualitativos e quantitativos coerentes com o objetivo deste trabalho que é o estudo de certas propriedades do PLM e análise de seus principais termos matemáticos como os multiplicadores de Lagrange e o fator de mudança de geração para obter uma visão geral desta ferramenta e de seu propósito. A abordagem do PLM não linear mostrou de forma direta a importância da divisão dos nós de geração em marginais e não marginais para melhorar a formulação matemática desta ferramenta e caracterizar seu principal comportamento que é o de fornecer um preço de energia para os nós de geração não marginais e assumir um valor nulo para os nós marginais do sistema demonstrando a inexistência de um preço para estes pontos, facilitando assim alguns cálculos posteriores. A abordagem do PLM linear permitiu uma melhor compreensão do propósito do preço locacional marginal para uma avaliação do sistema quanto ao seu congestionamento, e isso foi possível através da exemplificação dos fatores de mudança de geração (FMG). O método simplex utilizado no programa Matlab permitiu o cálculo de preços nodais de

maneira rápida e eficiente, em vista também da estrutura de programação linear com a qual o PLM foi caracterizado, permitindo a visualização do comportamento do PLM em cada nó do SEP para diferentes casos de demanda. As redes neurais de Hopfield se mostraram uma técnica adaptativa, rápida em termos de processamento computacional e com um grande potencial devido a sua combinação de função energia de Lyapunov e redes neurais artificiais que fazem uso da realimentação para obter a estabilidade de um sistema. Finalmente, a otimização robusta realizou o seu objetivo de mostrar o efeito das incertezas em processos de otimização e a importância de sua filosofia de minimização do máximo risco para gerar soluções factíveis e imunes às incertezas em uma determinada topologia de soluções. Finalmente, foram observadas contribuições na área de operações de sistemas elétricos de potência, visto que o preço locacional marginal de energia foi implementado com técnicas relativamente novas e equacionamentos mistos provenientes de pesquisa bibliográfica e traquejo algébrico pessoal, mostrando assim um aspecto dinâmico e passível de mudanças do PLM que abre espaço para outras formas de desenvolvimento matemático e pesquisas no futuro.

Referências

- [1] Chong K.P. Edwin and Zak H. Stanislaw. **An introduction to Optimization**. Second Edition, John Wiley & Sons, Inc. Canada, 2001. 495p.
- [2] <<http://www.cepel.br/sala-de-imprensa/noticias/>>. Acessado em 20/05/2016
- [3] Disponível em:
http://ecen.com/eee61/eee61p/desregulamentacao_eletricidade.htm. Acessado em 12/05/2016
- [4] R. Treinen – Market Ops. **Locational Marginal Pricing (LMP): Basic of Nodal Pricing Calculation**. California Iso, 12/06/2005 to 12/08/2005. 95p.
- [5] Liu Haifeng et Al. **Derivation of Locational Marginal Prices for Restructured Wholesale Power Markets**. California Independent System Operator Corporation, 2007. 29p.
- [6] Disponível em:
<http://www.aneel.gov.br/>. Acessado em 12/05/2016
- [7] Disponível em:
<http://www.ons.org.br/home/>. Acessado em 12/05/2016

- [8] TANCREDO BORGES C.L. **Análise de Sistemas de Potência**. Departamento de Eletrotécnica. UFRJ, Março 2005
- [9] LEE Y. KWANG et Al. **Adaptive Hopfield Neural Networks for Economic Load Dispatch**. IEEE Transactions on Power Systems , Vol.13, No.2, May 1998
- [10] BEN-TAL AHARON **Robust Optimization**. Princeton University Press. ROBook May 8,2009
- [11] ZHU JIZHONG. **Optimization of Power System Operation**. A John Wiley & Sons,INC., Publication. United States of America, 2009. 603p.
- [12] ORFANOGLIANNI TINA and GROSS GEORGE. **A General Formulation for LMP Evaluation**. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 22. No. 3, August 2007