

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**Proposta De Uma Ferramenta Para Otimização De Portfólio de
Investimentos Utilizando Modelos Paramétricos E Não
Paramétricos De Análise De Desempenho.**

WESLEY ALMEIDA CAMPOS

Prof^a. Associada Daisy Aparecida do Nascimento Rebelatto

São Carlos

2019

WESLEY ALMEIDA CAMPOS

**Proposta De Uma Ferramenta Para Otimização De Portfólio de
Investimentos Utilizando Modelos Paramétricos E Não
Paramétricos De Análise De Desempenho.**

Monografia apresentada ao Curso de
Engenharia de Produção, da Escola
de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo, como
parte dos requisitos para obtenção do
título de Engenheiro de Produção.

Orientadora: Prof^a. Associada Daisy
Aparecida do Nascimento Rebelatto

São Carlos
2019

AGRADECIMENTOS

A todos os meus familiares, pelo apoio incondicional em todos os momentos e por terem fornecido todo o suporte necessário para a minha formação.

À minha orientadora, Prof^a. Associada Daisy Aparecida do Nascimento Rebelatto, que me guiou ao longo da jornada que este trabalho representa.

A meus amigos, pela parceria e por tornarem estes mais de 6 anos de graduação os melhores da minha vida.

A todos vocês, o meu sincero obrigado.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Candidato: Wesley Almeida Campos
Título do TCC: Proposta De Uma Ferramenta Para Otimização De Portfólio de Investimentos Utilizando Modelos Paramétricos E Não Paramétricos De Análise De Performance.
Data de defesa: 14/11/2019

Comissão Julgadora	Resultado
Professor Associado Daisy Aparecida do Nascimento Rebelatto (orientador)	Aprovado
Instituição: EESC - SEP	
Professor Assistente Carlos Goldenberg	Aprovado
Instituição: EESC - SEL	
Pesquisador Guilherme Augusto Roiz	Aprovado
Instituição: EESC - SEP	

Presidente da Banca: Professor Associado Daisy Aparecida do Nascimento
Rebelatto

RESUMO

As mudanças no cenário econômico brasileiro implicaram em quedas importantes nas taxas de juros a partir de 2019. Com isso, as rentabilidades de investimentos com menos risco tendem a ser menores, fazendo com que investidores busquem diversificação de suas carteiras. Dado este contexto, o objetivo deste trabalho foi criar uma ferramenta de uso prático e simples para a avaliação de desempenho de um portfólio de investimentos. Inicialmente foi feita uma revisão da literatura sobre o estado da arte das ferramentas utilizadas para avaliação de desempenho de investimentos. Em seguida, foi estabelecida uma metodologia para a confecção da ferramenta proposta. Por último, foram avaliados os resultados e foi apresentada a versão sintética da ferramenta.

Palavras-chave: Investimentos, Desempenho, Avaliação

ABSTRACT

Changes in the Brazilian economic scenario have led to significant declines in interest rates since 2019. As a result, the returns on less risky investments tend to be lower, causing investors to seek diversification of their portfolios. Therefore, the objective of this work was to create a practical and simple tool to evaluate the performance of an investment portfolio. Initially, a literature review on the state of the art of the tools used to evaluate investment performance was made. Then, a methodology was established for making the proposed tool. Finally, the results were evaluated, and the synthetic version of the tool was presented.

Keywords: Investments, Performance, Evaluation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fronteira Eficiente	21
Figura 2 – Retorno Esperado x Risco Esperado	39
Figura 3 – Esquema da Ferramenta	41

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Ações Úteis	35
Tabela 2 – Fundos de Renda Fixa Úteis	35
Tabela 3 – Fundos Multimercados Úteis	36
Tabela 4 – Fundos de Renda Variável Úteis	37
Tabela 5 – Fundos de Previdência Úteis	37
Tabela 6 – Fundos de Investimentos no Exterior Úteis	38

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANBIMA	Associação Brasileira das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais.
BCC	Banker, Charnes e Cooper
CCR	Charnes, Cooper e Rhodes
CRS	Constant Returns to Scale
DEA	Análise Envoltória de Dados
DMU	Decision Making Unit
HME	Hipótese dos Mercados Eficientes
IS	Índice Sharpe
ISG	Índice Sharpe Generalizado
IT	Indice Treynor
VRS	Variable Returns to Scale

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	13
Objetivo Geral	14
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	14
2.1. Hipótese dos Mercados Eficientes	14
2.2. Teoria Moderna do Portfólio.....	16
2.2.1. Retorno e Risco	18
2.2.2. Fronteira Eficiente.....	19
2.3. Modelos Paramétricos	20
2.3.1. Índice Treynor (1965).....	21
2.3.2. Índice Sharpe (1966).....	21
2.3.3. Alpha de Jensen (1968)	23
2.3.4. Índice Sharpe generalizado (1994).....	24
2.4. Análise Envoltória de Dados (DEA).....	25
3. Materiais e Métodos.....	29
3.1. Classificação da Pesquisa.....	30
3.2. Coleta de informações e dados.....	32
3.3. Aplicação da Análise Envoltória de Dados	33
3.4. Aplicação da Teoria Moderna do Portfólio	35
4. RESULTADOS E ANÁLISE	36
4.1. Ativos selecionados a partir do método DEA.....	36
4.2. Aplicação da Teoria Moderna do Portfólio	38
4.3. Análise dos Resultados.....	38
4.4. Síntese da Ferramenta.....	40
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	41
6. REFERÊNCIAS	42
7. APÊNDICES	47

1. INTRODUÇÃO

Atualmente existem mais de R\$ 5 trilhões aplicados em fundos de investimentos no Brasil (ANBIMA, 2019). Em um contexto de juros em patamares mínimos históricos, a indústria de fundos se tornará cada vez mais competitiva pois segundo Fama (1970), um investidor sempre busca o maior retorno, dado certo nível de risco que assume. Alguns dos maiores problemas relacionados ao tamanho da indústria de fundos é o grande número destes que tem desempenho abaixo do seu índice de referência (*benchmark*).

A motivação deste trabalho é difundir os conceitos de criação e otimização de portfólios de investimentos, trazendo autonomia a investidores comuns na escolha e otimização de um portfólio de investimentos.

Estudos com o objetivo de reduzir riscos em investimentos tiveram significativo avanço com a publicação do artigo de Markowitz em 1952, em que foi proposta a redução do risco de um portfólio de investimentos através da diversificação de seus ativos. O princípio da diversificação, em conjunto com a baixa ou negativa correlação entre ativos, gera uma carteira com menor risco do que qualquer ativo que a compõe isoladamente.

Em 1966, Sharpe propôs uma ferramenta de análise de eficiência que compara o desempenho de um portfólio ou de um ativo a um índice de referência em relação aos seus retornos, mas também comparando os riscos. Em 1968, Michael Jensen propôs uma medida para estabelecer o quanto uma carteira consegue performar melhor ou pior que seu índice de referência. Ainda, em 1994 Sharpe utiliza conceitos estabelecidos por Jensen para criar uma ferramenta de avaliação de performance que até hoje é considerada uma das melhores ferramentas de avaliação de portfólios de investimentos.

Com base nestes e em outros conceitos, será apresentada uma ferramenta que, a partir de um universo de ativos de diferentes classes, fornece um portfólio com os ativos mais eficientes dentro de suas respectivas classes assim como a proporção eficiente para determinado nível de risco do portfólio.

Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é propor um método para escolha ótima dos ativos dentro do universo de cada classe de ativo e em seguida um método para determinação eficiente dos pesos que cada ativo terá no portfólio dado um nível de risco aceitável.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Hipótese dos Mercados Eficientes

Pereira e Urpia (2011) afirmam que a Hipótese dos Mercados Eficientes (HME) se origina na tese de doutoramento de Louis Bachelier, “*Theori de la speculation*” onde o pesquisador compara os preços dos ativos financeiros a um *random walk*. No entanto, essa tese cai no esquecimento até a década de 1950, quando Paul Samuelson descobre este trabalho e o encara como uma possibilidade de dar características científicas ao mercado financeiro; entretanto, somente em 1970 com Eugene Fama é que a HME é melhor desenvolvida e se torna um dos pilares da moderna teoria financeira.

Segundo Forti, Peixoto e Santiago (2009) na definição clássica de Fama um mercado eficiente caracteriza-se como aquele onde os preços refletem totalmente as informações disponíveis e que o comportamento destes seguem o chamado passeio aleatório, não possibilitando aos agentes a criação de mecanismos para obtenção de lucros anormais em períodos de tempo determinado, ou seja, se o comportamento dos preços seguirem um caminho aleatório, naturalmente suas variações serão imprevisíveis.

Para Forti, Peixoto e Santiago (2009, p. 47 apud FAMA, 1970) os preços representam um sinal preciso do real valor dos ativos e seus retornos apresentam independência serial, ou seja, a mudança dos preços deve ser linearmente independente. Essa forma impossibilita os investidores usarem estratégias ou informações diferenciadas para obterem vantagens no mercado de capitais antes de outros investidores, mesmo sendo estas informações de

caráter privado da empresa emitente. Segundo esse raciocínio Fama (1970) propõe três formas de eficiência:

1. Forma Fraca: Onde nenhum investidor obtém retorno anormal analisando preços passados, pois estas não têm utilidade ou relevância na obtenção de retornos extraordinários.
2. Forma Semiforte: Nesta forma as informações utilizadas são públicas, por essa razão, nenhum investidor obtém retornos anormais baseando-se em informações disponíveis publicamente, pois, as novas informações são rapidamente incorporadas aos preços dos ativos, impossibilitando os investidores de utilizarem a informação para obtenção de retornos anormais.
3. Forma Forte: Nesta forma as informações são privadas, nela nenhum investidor consegue obter retornos anormais usando qualquer informação, mesmo as confidenciais que não são de conhecimento público.

Ainda segundo os autores, em 1991 Fama desenvolve nomenclaturas para os testes de eficiência, para que estes sejam mais claros e compreensivos. As formas fraca, semiforte e forte passam a ser conhecidas como teste da previsibilidade dos retornos, estudo de eventos e testes de informações privadas, respectivamente.

De acordo com Forti, Peixoto e Santiago (2009 p.47 apud Damodaran, 2002) a HME se caracteriza por não necessitar que o preço de mercado seja igual ao valor real a cada instante, mas requer que estes não sejam tendenciosos. Os desvios aleatórios precisam ter a mesma possibilidade de serem acima ou abaixo de seu real valor, não sendo estes correlacionáveis com as variáveis observadas, dessa maneira, nenhum investidor, utilizando-se de qualquer estratégia de investimento será capaz de encontrar ações sub ou supervalorizadas.

Forti, Peixoto e Santiago (2009) seguem afirmando que a eficiência dos mercados não ocorre natural e automaticamente, mas que a ação dos agentes o torna mais ou menos eficiente. Na busca de maiores ganhos, eles contribuem com a eficiência do mercado como um todo, pois, negociando constantemente acabam anulando as vantagens que um esquema de investimentos pode proporcionar. De forma geral, os testes da HME buscam identificar as ineficiências existentes e de que forma estas residem nos mercados estudados; dessa forma, se existem condições que tornam o mercado eficiente, é possível também identificar as causas da ineficiência.

Os custos de transação, as informações disponíveis e a liquidez dos títulos são fatores que influenciam a eficiência dos mercados. Em suma, na HME quanto maior o volume de informações disponibilizadas ao mercado, maior será a tendência da sua eficiência, pois as informações novas ou exclusivas seriam cada vez mais dispendiosas, eliminando a possibilidade de ganhos adicionais desta informação.

2.2. Teoria Moderna do Portfólio

Segundo Markowitz (1991), para reduzir o risco de um portfólio são necessários ativos com baixa correlação ou correlação negativa. Ativos que se comportam da mesma maneira em relação uns aos outros não representam uma carteira eficiente em termos da relação de risco e retorno.

A Teoria Moderna do Portfólio foi proposta por Markowitz em 1952 e se baseia em um modelo de investimentos de períodos simples. Markowitz (1952) estabeleceu uma relação entre risco e retorno de uma carteira levando em conta a covariância entre os ativos nela presentes.

Segundo Sharpe et al. (1995), as principais premissas adotadas por Markowitz para a construção de sua teoria foram:

- 1) Os investidores avaliariam as carteiras apenas com base no retorno esperado e no desvio padrão dos retornos no horizonte de tempo de um período;

- 2) Os investidores seriam avessos ao risco: Sempre escolheriam a carteira de menor risco dentre as carteiras de mesmo retorno;
- 3) Os investidores são racionais: Sempre escolheriam a carteira de maior retorno dentre as carteiras de mesmo risco;
- 4) Seria possível dividir os ativos;
- 5) Existiria uma taxa livre de risco, na qual os investidores podem tanto emprestar quanto tomar emprestado;
- 6) Os investidores têm a mesma opinião sobre a distribuição das probabilidades das taxas de retorno dos ativos, havendo assim, um único conjunto de carteiras eficientes;
- 7) Impostos e custos de transação seriam irrelevantes.

Partindo destas premissas, Markowitz (1952) propôs que as variáveis que interessam ao investidor na seleção de uma carteira são: o retorno esperado e o risco (variância dos retornos esperados). Segundo ele, o retorno é o fator desejável pelo investidor e a variância o fator indesejável. Para que isto ocorra, as carteiras devem ter a menor variância possível e, portanto, o investidor deve se valer da diversificação dos ativos. Markowitz postulou que os investidores devem selecionar as carteiras levando em consideração o desempenho da carteira de forma integrada e não com base no desempenho individual dos ativos. Em suma, não basta apenas diversificar, é necessário também que a diversificação leve em consideração a correlação entre os ativos que compõem da carteira.

Para o autor a redução dos riscos ocorre nestes casos pois há uma “compensação” de riscos, ou seja, uma classe de ativos pode estar em baixa enquanto outra classe está em alta, compensando assim uma a outra.

Segundo Zanini e Figueiredo (2005):

Uma das maiores contribuições dos estudos de Markowitz foi ressaltar a importância da diversificação, conceito contestado por importantes acadêmicos de então, como Keynes. O conceito da diversificação decorre da constatação de que os preços dos ativos financeiros não se movem de modo exatamente conjunto. Ou, dizendo de outra forma, eles têm uma correlação imperfeita. Nesta condição, a variância total de uma carteira é reduzida pelo fato de a variação no preço individual de um ativo ser compensada por variações complementares nos demais (ZANINI e FIGUEIREDO, 2005, p. 42).

Em suma, a teoria proposta por Markowitz analisa um conjunto de ativos e suas possíveis combinações em diferentes proporções. Define-se um conjunto limitado de carteiras de investimentos que são preferíveis em relação a todas as combinações de carteiras possíveis. Estas são as carteiras denominadas eficientes e o conjunto destas carteiras forma a chamada fronteira eficiente.

2.2.1. Retorno e Risco

Segundo Markowitz (1952), o retorno de um portfólio consiste na média ponderada dos retornos esperados dos ativos que o compõem. Para se calcular o retorno esperado da carteira basta então calcular a média dos retornos esperados dos ativos ponderando-os pelas suas proporções no portfólio, conforme:

$$R_p = \sum_{i=1}^n R_i \cdot w_i \quad (1)$$

Em que:

R_p = Retorno do portfólio.

R_i = Retorno do ativo i.

w_i = Peso do ativo i no portfólio.

n = Número de ativos no portfólio.

Por outro lado, o cálculo do risco do portfólio é mais complexo e leva em conta não só os riscos individuais de cada ativo, mas também a correlação entre eles. Para se calcular a correlação entre dois ativos, por exemplo, devemos calcular a covariância e dividir pelos desvios-padrão dos retornos dos títulos conforme:

$$\rho_{AB} = \text{Corr}(R_A, R_B) = \frac{\text{Cov}(R_A, R_B)}{\sigma_A \cdot \sigma_B} \quad (2)$$

Em que:

R_A = Retorno do ativo A.

R_B = Retorno do ativo B.

σ_A = Desvio-padrão (risco) do ativo A.

σ_B = Desvio-padrão (risco) do ativo B.

A conclusão natural é que uma estratégia para melhorar a eficiência de um portfólio parte da ideia de aumentar a proporção de ativos que apresentem um maior retorno, dentro do mesmo patamar de risco, substituindo os que tenham menor retorno. Ou seja, a rentabilidade do portfólio melhoraria, evitando alterar o seu risco.

Outra estratégia seria substituir ativos que tenham maior risco por outros que, dentro do mesmo patamar de retorno, apresentem risco menor. Deste modo o risco do portfólio melhoraria, mantendo se o mesmo patamar de retorno.

2.2.2. Fronteira Eficiente

Conforme introduzido acima, a Fronteira Eficiente é o conjunto limitado de portfólios em que a distribuição de cada patamar de rentabilidade apresenta o menor risco possível e analogamente para um mesmo patamar de risco, o maior retorno possível.

Em outras palavras, os portfólios presentes na Fronteira Eficiente não podem ter seu risco diminuído sem que a rentabilidade do portfólio diminua e nem ter sua rentabilidade aumentada sem que se aumente o risco.

A figura abaixo ilustra a fronteira eficiente:

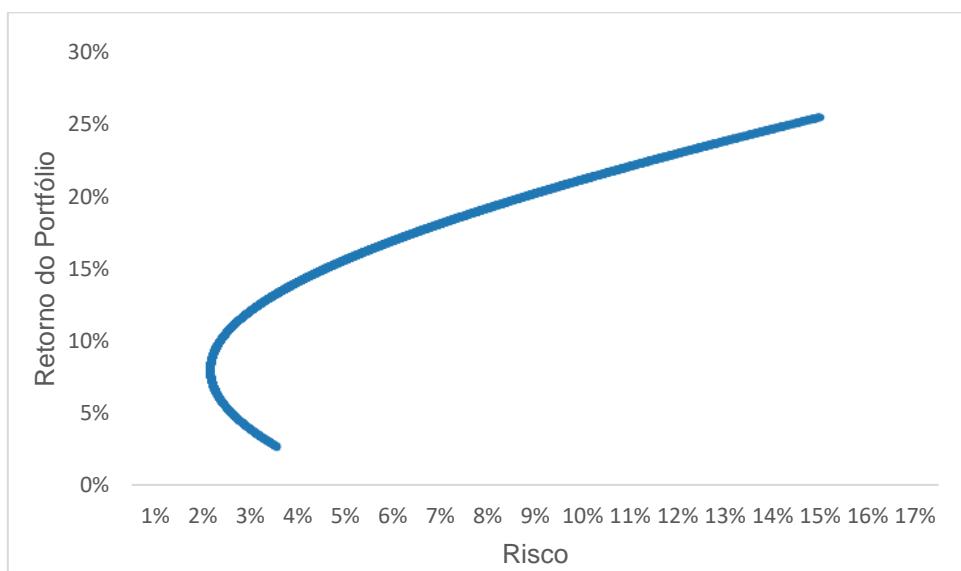


Figura 1: Fronteira Eficiente
Fonte: Assaf Neto, 2008 (Adaptado pelo Autor)

2.3. Modelos Paramétricos

Para se avaliar a performance de um portfólio de investimentos, alguns índices são bastante utilizados. Podemos destacar duas abordagens nestes índices: a primeira são as medidas de desempenho ajustado ao risco como o Índice Sharpe (Sharpe, 1966) que quantifica o excesso de retorno em comparação a uma taxa livre de risco, e o Índice de Treynor (1965), que quantifica o risco do portfólio relativamente ao risco do mercado através do beta.

Diversos autores desenvolveram trabalhos propondo modelos paramétricos de avaliação da eficiência da performance de portfólios. Contudo, estes modelos paramétricos possuem algumas deficiências. É necessário a definição de um benchmark adequado, que irá servir de parâmetro de comparação, visto que a avaliação de eficiência pode mudar em função da escolha deste comparativo (Murthi et al., 1997).

Posto isto, temos a segunda abordagem, que busca comparar o desempenho do ativo a um *benchmark*, ou seja, a uma referência. Como

destaque temos o alpha de Jensen (1968) e o Índice Sharpe generalizado (1994). Faremos a seguir uma breve descrição destes índices.

2.3.1. Índice Treynor (1965)

O Índice Treynor (IT), implica em um ajuste do prêmio de risco do portfólio a seu risco sistêmico, denominado beta (β). Em paralelo ao Índice Sharpe, temos que a medida de risco do portfólio utilizada passa a ser o beta substituindo o desvio padrão.

O Índice Treynor é definido como:

$$IT = \frac{E(R_p) - R_F}{\beta_P} \quad (3)$$

Em que:

IS = Índice Treynor do portfólio

$E(R_p)$ = Expectativa de retorno do portfólio.

R_F = Expectativa de retorno da taxa livre de risco.

β_P = Beta do portfólio.

As limitações do Índice Treynor são semelhantes às do Índice Sharpe, quando o prêmio de risco é negativo e gera uma avaliação equivocada da performance comparativa.

2.3.2. Índice Sharpe (1966)

O Índice Sharpe (IS) mede o retorno excedente de um portfólio de investimentos ou de um ativo em relação à taxa livre de risco. O Índice compara o prêmio de risco da taxa livre de risco com o risco do portfólio, que é medido pelo seu desvio padrão.

Segundo Sharpe (1966), dada a natureza do índice, não é necessário um benchmark para avaliar o desempenho de um portfólio, o que pode ser positivo em se tratando da comparação e avaliação de portfólios diversos, com múltiplas estratégias de alocação. A adoção de um benchmark poderia afetar os resultados.

Sharpe (1966) definiu o índice como:

$$IS = \frac{E(Rp) - R_F}{\sigma(Rp)} \quad (4)$$

Em que:

IS = Índice Sharpe do portfólio

$E(Rp)$ = Expectativa de retorno do portfólio.

R_F = Expectativa de retorno da taxa livre de risco.

$\sigma(Rp)$ = Desvio padrão do portfólio.

Baima (1998) afirma que o IS é o índice mais adequado por não requerer a identificação da carteira de mercado, cujo cálculo pode ser impreciso. Contudo Duarte (2000) apresenta algumas limitações à utilização do índice. A primeira relaciona-se com a possibilidade de apresentar-se com valor negativo, o que pode levar a conclusões errôneas. A segunda está associada aos resultados inconsistentes, o que ocorre quando a volatilidade dos fundos for muito reduzida. A outra está associada à incapacidade da medida de risco em informar as correlações de ativos das carteiras dos fundos. E a última está associada à incapacidade do índice em mensurar o retorno por risco incorrido quando o ativo livre de risco não for constante durante o intervalo de comparação.

O índice pode, portanto, ser encontrado por meio da inclinação da linha reta ligando a composição do fundo com a taxa livre de risco. Para uma performance superior de carteira, é necessário que o Índice Sharpe dessa carteira seja maior que o Índice Sharpe da carteira de mercado, indicando que, no período em estudo, a carteira a ser avaliada apresentou remuneração, em relação ao risco, maior do que a carteira de mercado (BARROS et al., 2004).

Segundo Duarte Junior (2005), o Índice Sharpe é provavelmente o indicador de desempenho comparativo mais popular usado na comparação de fundos de investimento no mercado Brasileiro.

2.3.3. Alpha de Jensen (1968)

O alpha de Jensen é uma medida de excesso de retorno de um portfólio ou de um ativo em relação a um ativo livre de risco ou a um *benchmark*. Segundo Jensen (1968), o conceito de “performance” de um portfólio possui pelo menos duas dimensões distintas:

1. A habilidade do gestor do portfólio aumentar retornos em um portfólio através de bem-sucedidas previsões dos preços futuros dos ativos.
2. A habilidade do gestor do portfólio de diminuir (através de diversificação “eficiente”) o montante de “risco imensurável” gerado pelos detentores do portfólio.

O cálculo do alpha é obtido através da expressão:

$$\alpha_J = R_i - [R_F + \beta_{iM} \cdot (R_M - R_F)] \quad (5)$$

Em que:

α_J = Alpha de Jensen

R_i = Retorno realizado do portfólio

R_M = Retorno do mercado

R_F = Retorno da taxa livre de risco

β_{iM} = Beta do portfólio

De acordo com a equação, para um determinado período, um alpha positivo reflete um portfólio com excesso de retorno, ou seja, o gestor conseguiu

desempenho melhor que o mercado. Da mesma forma, um alpha menor que zero indica que o gestor conseguiu desempenho pior que o mercado.

Não podemos comparar o alpha entre dois portfólios com níveis distintos de risco pois o valor do alpha é proporcional ao risco medido pelo Beta da carteira. Exemplo: Um fundo de ações deve ser comparado a um índice de ações e não a uma carteira de títulos públicos.

2.3.4. Índice Sharpe generalizado (1994)

O artigo *Information Ratio* (Sharpe, 1994) consolida a continuidade do trabalho de Sharpe. Conhecido como Índice Sharpe Generalizado (ISG), a proposta do pesquisador passou a avaliar a média e o desvio padrão do retorno incremental do portfólio quando comparado a um *benchmark*.

Podemos expressar o Índice Sharpe Generalizado conforme:

$$ISG = \frac{E(R_i) - E(R_b)}{\sigma_p} \quad (6)$$

Em que:

ISG = Índice Sharpe do portfólio.

$E(R_i)$ = Expectativa de retorno do portfólio.

$E(R_b)$ = Expectativa de retorno do *benchmark*.

σ_p = Desvio padrão dos excedentes dos retornos do portfólio sobre o *benchmark*.

Detalhando o fator σ_p temos a seguinte expressão:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_b^2 - 2 \cdot \sigma_{i,b}} \quad (7)$$

Sendo:

σ_i = Desvio padrão dos retornos do portfólio.

σ_i = Desvio padrão dos retornos do *benchmark*.

$\sigma_{i,b}$ = Covariância entre os retornos do portfólio e do *benchmark*.

Notemos, portanto, que o ISG representa o retorno incremental quando comparado a um *benchmark* em relação ao risco incremental que o gestor do portfólio toma também em relação ao *benchmark*.

Em comparação ao IS, utiliza-se o ISG para se fazer uma avaliação relativa de investimentos, enquanto o IS nos dá uma avaliação absoluta. Isto é, o IS indica uma relação risco/retorno do próprio investimento em relação ao ativo sem risco, apenas. Enquanto o ISG pode indicar ao gestor do portfólio qual ativo apresenta a melhor relação de retorno/risco se considerada uma determinada classe de ativo.

2.4. Análise Envoltória de Dados (DEA)

A Análise Envoltória de Dados ou DEA (*Data Envelopment Analysis*) é um método não paramétrico e quantitativo para avaliação de eficiência. Esta abordagem busca entender a relação do que foi realizado por uma unidade produtiva (output) versus aquilo que poderia ter sido realizado tendo em vista uma mesma disponibilidade de recursos (inputs) ou vice-versa. A literatura atribui às unidades produtivas o termo DMU (Decision Making Unit), e os modelos de DEA estabelecem as melhores relações entre as variáveis de inputs e outputs de um conjunto de DMUs, traçando a chamada fronteira de eficiência e discriminando DMUs eficientes, ou seja, aqueles situados na fronteira. As demais DMUs são caracterizadas como ineficientes. Neste último caso, a eficiência pode ser atingida reduzindo os recursos e mantendo os produtos constantes, o que se chama de orientação a inputs, ou aumentando os produtos e mantendo constantes os recursos, isto é, orientação a outputs (COOPER et al., 2007).

O primeiro modelo de DEA se tornou conhecido como CCR (CHARNES et al., 1978) e considera uma proporcionalidade linear entre inputs e outputs, isto é, alterações nas variáveis de insumo (ou produto) provocam alterações

proporcionais nas variáveis de produto (ou insumo). A literatura apresenta este método também como CRS (Constant Returns to Scale).

Tomando I e J como os conjuntos das variáveis de input e de output respectivamente, e K o conjunto das DMUs a serem avaliadas, o modelo CCR orientado aos inputs é formulado em (8)-(12), em que y_i é o peso associado ao input x_{ik} , com $i \in I$, e u_j o peso associado ao output y_{jk} , sendo $j \in J$.

$$\max Eff_0 = \sum_{j \in J} u_j y_{j0} \quad (8)$$

Sendo:

$$\sum_{i \in I} v_i x_{i0} = 1 \quad (9)$$

$$\sum_{j \in J} u_j y_{jk} - \sum_{i \in I} v_i x_{ik} \leq 0, \quad \forall k \in K \quad (10)$$

$$v_i \geq 0, \quad \forall i \in I \quad (11)$$

$$u_j \geq 0, \quad \forall j \in J \quad (12)$$

A função objetivo (8) apresenta a eficiência da DMU em que $k = 0$, uma vez que a soma ponderada dos inputs é igual a 1, conforme restrição 9. O conjunto das inequações (10) garante que as variáveis de decisão v_i e u_j sejam tais que a razão entre a soma ponderada dos inputs e outputs é no máximo igual a 1. As restrições (11) e (12) são de não-negatividade.

A equação é solucionada aplicando-se um conjunto de pesos a todas as unidades que produz uma solução ajustando os inputs e outputs e resultando em uma eficiência relativa que varia de 0 a 1, sendo 1 a DMU considerada eficiente pelo modelo.

Banker et al. (1984) propuseram uma extensão ao CCR que utiliza retornos variáveis de escala. Com esta diferença conceitual, o modelo BCC ou VRS (Variable Returns to Scale) substitui a premissa de proporcionalidade pela premissa de convexidade. Isto é, possibilita que DMUs que utilizam poucos inputs tenham retornos crescentes de escala e as que operam com altos valores tenham retornos decrescentes (SOARES DE MELLO et al., 2005). Tais situações

são expressas pela inclusão de uma variável livre na modelagem (u_* na orientação a inputs e v_* na orientação a outputs): um valor negativo nesta indica retornos decrescentes. Um valor positivo, portanto, representa retornos crescentes. Se zero, representa retornos constantes. A formulação matemática linear do BCC orientado a inputs é apresentada em (13)-(17):

$$\max Eff_0 = \sum_{j \in J} u_j y_{j0} + u_* \quad (13)$$

Sendo:

$$\sum_{i \in I} v_i x_{i0} = 1 \quad (14)$$

$$-\sum_{j \in J} u_j y_{jk} - \sum_{i \in I} v_i x_{ik} + u_* \leq 0, \quad \forall k \in K \quad (15)$$

$$v_i \geq 0, \quad \forall i \in I \quad (16)$$

$$u_j \geq 0, \quad \forall j \in J \quad (17)$$

Golany e Roll (1989) definem três etapas para a metodologia DEA, conforme descrito a seguir.

1) Definição e seleção de DMUs para se iniciar análise

O conjunto de inputs e outputs K deve ser homogêneo e conter a mesma utilização para inputs e outputs. As únicas variáveis devem ser as intensidades de cada um.

Banker et al. (1989) e Cooper et al. (2007) propõem que o número de DMUs seja pelo menos três vezes o total de variáveis. Cook et al. (2014) por outro lado, sugere que o número de DMUs seja pelo menos duas vezes o número de variáveis.

2) Determinação de fatores de input e output que são relevantes e adequados para determinação da eficiência relativa dos DMUs selecionados

É necessário encontrar um equilíbrio entre o total de variáveis pois, um número elevado pode fazer com que muitas DMUs fiquem fora da fronteira. Ou seja, o poder discriminatório da DEA fica reduzido.

3) Aplicação dos modelos de DEA e análise dos resultados

É necessário escolher um modelo adequado. Segundo Cook et al. (2014), quando as variáveis são índices, taxas, proporções ou percentuais definidos no intervalo [0,1], deve-se usar o modelo BCC visto que o cálculo dos alvos do modelo CCR pode levar a valores superiores a 1 (100%), o que é equivocado na ordem prática (DYSON et al., 2001).

De acordo com Thanassoulis et al. (2012, p. 105 apud Allen et al., 1997) aplicações na vida real e empíricas da DEA justificam a incorporação de julgamento de valores por diversos fatores, sendo os mais relevantes, segundo o autor:

- a) Capturar visões anteriores das taxas marginais de substituição e/ou transformação dos fatores de produção.

Thanassoulis (1995) realizou um estudo sobre a eficiência de forças policiais e encontrou taxas marginais de transformação que em alguns casos eram contrárias ao sentimento intuitivo, de que a resolução de um crime violento seria mais relevante do que um roubo. Este tipo de situação requer a inclusão de uma informação adicional nos modelos DEA, resultando assim em taxas marginais de substituição/transformação consistentes às premissas dos tomadores de decisão Thanassoulis et al.(2012, p.105 apud Allen et.al.,1997)

- b) Capturar interdependências especiais entre os inputs e outputs do processo produtivo a ser modelado.

Modelos DEA padrões assumem que existe uma relação positiva entre inputs e outputs (sob eficiência, mais inputs geram mais outputs), e todos os inputs e outputs escolhidos são perfeitamente substituíveis. Podem existir, porém, outros tipos de

relações entre inputs e outputs que precisam ser levadas em consideração de alguma forma.

- c) Para estabelecer preferências do tomador de decisão sobre potenciais ajustes de inputs e outputs.

Conforme representado em (8)-(12) existe uma proporcionalidade entre redução ou aumento dos inputs e outputs. Como isto pode não representar as preferências do tomador de decisão, é possível integrar as preferências deste e implementar julgamentos de valor nos modelos DEA para estimar alvos de acordo com estas preferências.

Segundo Souza (2003 p. 27 apud Bauer, 1990), o modelo DEA apresenta algumas desvantagens em comparação a técnicas paramétricas. Segundo ele, o modelo DEA é sensível a erros de medida, existência de observações destoantes, e eventuais ruídos estatísticos que podem comprometer o cálculo da fronteira de eficiência. Portanto, este método se mostra mais adequado para avaliar o conjunto de ativos dentro de uma determinada classe de ativo que irão compor o portfólio. Por outro lado, o modelo DEA permite a avaliação de desempenho relativo para modelos de transformação que utilizem múltiplas variáveis de input e múltiplas variáveis de output, o que representa contribuição significativa.

3. Materiais e Métodos

Segundo Webster e Watson (2002), a revisão bibliográfica é o passo inicial para qualquer pesquisa científica.

Este trabalho foi dividido, portanto em duas etapas:

1. Revisão bibliográfica sobre as ferramentas e técnicas de análise de eficiência de portfólios de investimentos.

2. Proposta de uma ferramenta de otimização de portfólio de investimentos.

No que tange ao método da primeira etapa, foi utilizado o método de revisão bibliográfica que segundo Moresi (2003) é uma das mais importantes etapas de uma pesquisa, pois refere-se à fundamentação teórica adotada para tratar o tema da pesquisa. O resultado desta revisão será o levantamento e análise do que já foi publicado sobre o tema, permitindo um mapeamento do que já foi escrito e quem foram os principais autores publicados.

O objetivo da revisão bibliográfica deste trabalho foi determinar o “estado da arte” que segundo Luna (1997) é onde o pesquisador através do que já se sabe sobre o tema, busca mostrar as lacunas existentes e os entraves teóricos-metodológicos.

Após a realização da revisão bibliográfica, a proposta de uma ferramenta para otimização de portfólio de investimentos foi elaborada de acordo com o método detalhado a seguir.

3.1. Classificação da Pesquisa

Silva e Menezes (2005) afirmam que existem diversas formas de se classificar as pesquisas. Segundo eles, existem quatro formas clássicas que são.

1. Classificação quanto à natureza (Silva e Menezes, 2005):
 - a. Pesquisa Básica: visa gerar conhecimentos novos úteis para o avanço da ciência sem aplicação prática prevista.
 - b. Pesquisa Aplicada: visa gerar conhecimentos para aplicação prática e orientados à solução de problemas específicos.
2. Classificação quanto à abordagem do problema (Silva e Menezes, 2005):
 - a. Pesquisa Quantitativa: considera que tudo pode ser quantificável, o que significa traduzir em números

opiniões e informações para classificá-las e analisá-las. Requer o uso de recursos e de técnicas estatísticas.

- b. Pesquisa Qualitativa: considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, ou seja, existe um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números.
3. Classificação quanto aos objetivos Silva e Menezes (2005, p.21 apud Gil, 1991):
 - a. Pesquisa Exploratória: visa proporcionar maior familiaridade com o tema com vistas a torná-lo explícito ou a construir hipóteses. Envolve levantamento bibliográfico; entrevistas com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado; análise de exemplos que estimulem a compreensão.
 - b. Pesquisa Descritiva: visa descrever as características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis. Envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados: questionário e observação sistemática.
 - c. Pesquisa Explicativa: visa identificar os fatores que determinam ou contribuem para a ocorrência dos fenômenos. Aprofunda o conhecimento da realidade porque explica a razão, o “porquê” das coisas. Quando realizada nas ciências naturais, requer o uso do método experimental, e nas ciências sociais requer o uso do método observacional.
4. Classificação quanto aos procedimentos técnicos Silva e Menezes (2005, p.21 apud Gil, 1991):
 - a. Pesquisa Bibliográfica: quando elaborada a partir de material já publicado, constituído principalmente de livros, artigos de periódicos e atualmente com material disponibilizado na Internet.
 - b. Pesquisa Documental: quando elaborada a partir de materiais que não receberam tratamento analítico.

- c. Pesquisa Experimental: quando se determina um objeto de estudo, selecionam-se as variáveis que seriam capazes de influenciá-lo, definem-se as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto.
- d. Levantamento: quando a pesquisa envolve a interrogação direta das pessoas cujo comportamento se deseja conhecer.
- e. Estudo de caso: quando envolve o estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos de maneira que se permita o seu amplo e detalhado conhecimento.
- f. Pesquisa Expost-Facto: quando o “experimento” se realiza depois dos fatos.
- g. Pesquisa-Ação: quando concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo. Os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.
- h. Pesquisa Participante: quando se desenvolve a partir da interação entre pesquisadores e membros das situações investigadas.

Tomando como base as possíveis classificações apresentadas, este trabalho pode ser classificado como:

- Natureza: Aplicada
- Abordagem: Quantitativa
- Objetivo: Explicativa
- Procedimentos técnicos: Experimental

3.2. Coleta de informações e dados

Inicialmente desejou-se levantar os dados de retornos históricos de 1 ano, volatilidade anualizada de 1 ano e índice Sharpe relativos a cinco classes de ativos, sendo:

- Ações
- Fundos de Renda Fixa
- Fundos Multimercado
- Fundos de Renda Variável
- Fundos de Investimento no Exterior

Os dados relativos a retorno das ações foram obtidos a partir do uso da ferramenta Broadcast+®, enquanto sua volatilidade foi extraída do sítio eletrônico da BM&FBOVESPA. Os dados foram organizados utilizando a ferramenta Microsoft Excel® e estão tabulados no APÊNDICE 1.

O ponto de partida para a extração de dados relativos aos fundos de investimento foi a ANBIMA. Entretanto, as informações públicas não contemplavam rentabilidade de 1 ano e nem a volatilidade do fundo. Além disso, o mercado brasileiro abrange mais de 16.000 fundos, tornando na prática difícil para um investidor comum acessar diferentes fundos distribuídos por corretoras, distribuidoras e bancos distintos.

Decidiu-se, portanto, selecionar uma única distribuidora de fundos, e trabalhar com o universo de dados presentes nesta. Optou-se pela corretora XP Investimentos por possuir o maior número de fundos de investimentos disponíveis para aplicação, bem como uma base de dados de fácil acesso contendo rentabilidade histórica dos fundos e sua volatilidade. Os dados foram organizados utilizando a ferramenta Microsoft Excel ® e estão tabulados no APÊNDICE 1.

O método da Análise Envoltória de Dados permite que comparemos os ativos entre seus pares. Por isto, este método foi elencado como primeiro passo para seleção dos ativos que irão compor a o portfólio.

3.3. Aplicação da Análise Envoltória de Dados

Nesta etapa, o objetivo é realizar um filtro dentro de cada classe de ativo visando selecionar os ativos mais “úteis”, ou seja, com eficiência = 1 de acordo com o método DEA. Utilizou-se o módulo do Microsoft Access® denominado Max DEA.

Conforme método apresentado na revisão da bibliografia, o processo de DEA seguiu as 3 etapas:

1. Definição e seleção de DMUs para se iniciar análise: Estes ficaram definidos como cada ativo de uma determinada classe de ativo:
 - a. Fundos de Renda Fixa: cada fundo de renda fixa distribuído pela XP Investimentos.
 - b. Fundos Multimercado: cada fundo multimercado distribuído pela XP Investimentos.
 - c. Fundos de Renda Variável: cada fundo de renda variável distribuído pela XP Investimentos.
 - d. Fundos de Previdência: cada fundo de previdência distribuído pela XP Investimentos.
 - e. Fundos de Investimento no Exterior: cada fundo de investimento no exterior distribuído pela XP Investimentos.
2. Determinação de fatores de input e output que são relevantes e adequados para determinação da eficiência relativa dos DMUs selecionados:
 - a. Retorno de 1 ano (Output)
 - b. Volatilidade de 1 ano (Input)
3. Aplicação dos modelos de DEA e análise dos resultados:
 - a. Conforme sugerido por Cook et al. (2014), quando as variáveis são índices, taxas, proporções ou percentuais definidos no intervalo $[0,1]$, deve-se usar o modelo BCC [...] (DYSON et al., 2001). Portanto nesta análise por DEA, utilizaremos o modelo BCC orientado aos inputs.

Na ferramenta Max DEA, inseriu-se como Input a volatilidade anualizada do fundo, o Índice Sharpe do fundo e, o inverso da aplicação mínima, para cada classe de ativo e como Output o seu retorno em um ano. A aplicação mínima foi inserida como inverso pois quanto maior a aplicação mínima, menos acessível é o fundo. Devido à ocorrência de rentabilidades negativas de alguns ativos e, portanto, outputs negativos, o método escolhido para uso da DEA é o BCC orientado aos inputs. As ilustrações do uso da ferramenta Max DEA estão dispostas no Apêndice II.

Realizado o primeiro filtro, tem-se em mãos os ativos mais úteis dentro de suas respectivas classes de ativos. Entretanto deve-se pesar os ativos e organizá-los em um portfólio com máxima eficiência quanto à relação retorno/risco. Para isto, foi utilizada a Teoria Moderna do Portfólio para se encontrar pontos que para determinado risco assumido, se espera o maior retorno.

3.4. Aplicação da Teoria Moderna do Portfólio

O primeiro passo desta etapa foi a criação de uma matriz de correlação entre os ativos, dois a dois. Utilizou-se a ferramenta Microsoft Excel® para cálculo da correlação e organização da matriz, cujos dados estão no Apêndice III.

O segundo passo foi definir quais seriam os pesos de cada ativo no portfólio, tomando como variável o risco desejado para a carteira como um todo. Notemos, porém, que o risco de cada ativo individualmente é fixo para o período analisado, mas existem infinitas combinações entre eles que podem resultar em diferentes patamares de risco para o portfólio. Além disso, deseja-se fixar o risco do portfólio e não dos ativos individualmente. Por esta razão, partiu-se de um risco desejado, e utilizando métodos computacionais interativos para se chegar ao portfólio eficiente, conseguiu-se definir possíveis pesos para cada ativo que compõe o portfólio. Para este problema, utilizou-se a ferramenta Solver® do Microsoft Excel®.

O último passo foi calcular o retorno esperado do portfólio, somando-se o resultado da multiplicação dos pesos de cada ativo por seus respectivos retornos esperados. Para cada risco esperado tem-se um determinado retorno esperado. Calculando-se os retornos esperados para diferentes patamares de risco, é possível se obter uma tabela e um gráfico de retornos esperados para diferentes patamares de risco, conforme exibido na seção 4.2.

A relação retorno x risco para portfólios hipotéticos de diferentes proporções representa o conjunto de portfólios eficientes que o usuário da ferramenta terá. A decisão sobre qual portfólio escolher passa a ser então imediata para cada patamar de risco que se deseja aceitar.

4. RESULTADOS E ANÁLISE

4.1. Ativos selecionados a partir do método DEA

A partir do método apresentado na seção 3.4, foram selecionados apenas os fundos – DMUs que apresentaram utilidade igual a 1, ou seja, os ativos mais úteis dentro de suas classes de ativos.

Tabela 2: Fundos de Renda Fixa Úteis

DMU	Score
ICATU VANGUARDA FIC FI INFLAÇÃO LONGA RENDA FIXA	1,00
AZ QUEST LUCE FIC FI RF CP LP	1,00
BRASIL PLURAL YIELD FI REFERENCIADO DI	1,00
BTG PACTUAL ANS RF FIRF CP	1,00
BTG PACTUAL CRÉDITO CORPORATIVO I FIC FI RF CRÉDITO PRIVADO	1,00
BTG PACTUAL YIELD DI FI REFERENCIADO CREDITO PRIVADO	1,00
DAYCOVAL CLASSIC FIRF CRÉDITO PRIVADO	1,00
GAP YIELD FI RENDA FIXA	1,00
SULAMÉRICA INFLATIE FI RENDA FIXA LONGO PRAZO	1,00
MAPFRE I FIRF REFERENCIADO DI	1,00
SPARTA PREMIUM FIC FI REFERENCIADO DI CRÉDITO PRIVADO	1,00

Tabela 3: Fundos Multimercados Úteis

DMU	Score
VALORA GUARDIAN FIC FIM CRÉDITO PRIVADO	1,00

NOVUS CAPITAL INSTITUCIONAL FIC FIM	1,00
M CA FIC DE FIM CP	1,00
SELECTION FIC FI RENDA FIXA CP LP	1,00
SELECTION RENDA VARIÁVEL FIC FIM	1,00
SOLIS CAPITAL ANTARES CRÉDITO PRIVADO FIC FIM LP	1,00
FIDES ABSOLUTO FIM	1,00
EXODUS 60 FIC FIM CRÉDITO PRIVADO	1,00
EXODUS 360 FIC FIM CREDITO PRIVADO	1,00
VALORA GUARDIAN ADVISORY FIC FIM CP	1,00
DLM HEDGE MODERADO FIM CP	1,00
VINCI CRÉDITO ESTRUTURADO SELECTION ADVISORY FIC FIM CRÉDITO PRIVADO	1,00
DLM HEDGE CONSERVADOR FIM	1,00
CA INDOSUEZ DEBÊNTURES INCENTIVADAS CP FIC FIM	1,00
ARTESANAL FIC FIM	1,00
ARTESANAL CRÉDITO PRIVADO FIC FIM	1,00
XP CRÉDITO ESTRUTURADO DOMINUS FIC FIM CP	1,00

Tabela 4: Fundos de Renda Variável Úteis

DMU	Score
BTG PACTUAL ABSOLUTO LS FIC FIA	1,00
MOAT CAPITAL FIC FIA	1,00
XP DIVIDENDOS FIA	1,00
ALASKA BLACK INSTITUCIONAL FIA	1,00
APEX AÇÕES 30 FIC FIA	1,00
VISTA FIA	1,00
IP - PARTICIPAÇÕES IPG FIC FIA BDR NÍVEL I	1,00
VERTRA FIC FIA	1,00
LEBLON AÇÕES FIC FIA	1,00
GUEPARDO INSTITUCIONAL 60 FIC FIA	1,00
FLAG FIC FIA	1,00

Tabela 5: Fundos de Previdência Úteis

DMU	Score
SulAmérica Prestige Inflatite FIC FIRF	1,00
Porto Seguro RF CP Diamante FIC FI Prev	1,00
Icatu Seg Classic Conservador FIC FIRF	1,00
Icatu Seg Privilege Conservador RF FIC FI	1,00
Novus Capital Prev Advisory Icatu FIM	1,00
Claritas Advisory Icatu Prev FIM	1,00
DLM Conservador Advisory Icatu Prev FIRF CP	1,00
AZ Quest Luce Advisory Icatu Prev FICFI RF CP LP	1,00
AZ Quest Advisory Icatu Multi Prev FIC FIM	1,00
Icatu Seg FIC FI Inflação Longa	1,00
XP Icatu Horizonte Macro Prev FIM	1,00
XP Icatu Horizonte Prev FIC FIRF	1,00

Tabela 6: Fundos de Investimento no Exterior Úteis

DMU	Score
GEO EMPRESAS GLOBAIS FIC FIA IE	1,00
LEGG MASON CLEARBRIDGE US LARGE CAP GROWTH FIA IE	1,00

4.2. Aplicação da Teoria Moderna do Portfólio

Ao aplicar a Teoria Moderna do Portfólio, temos que para determinados riscos do portfólio, temos determinadas combinações entre os ativos tal que seu retorno esperado aumenta conforme o risco aceitável. Esta curva se comporta como a curva de fronteira eficiente apresentada na seção 2.2.2. O resultado do conjunto de portfolios eficientes está no Apêndice IV.

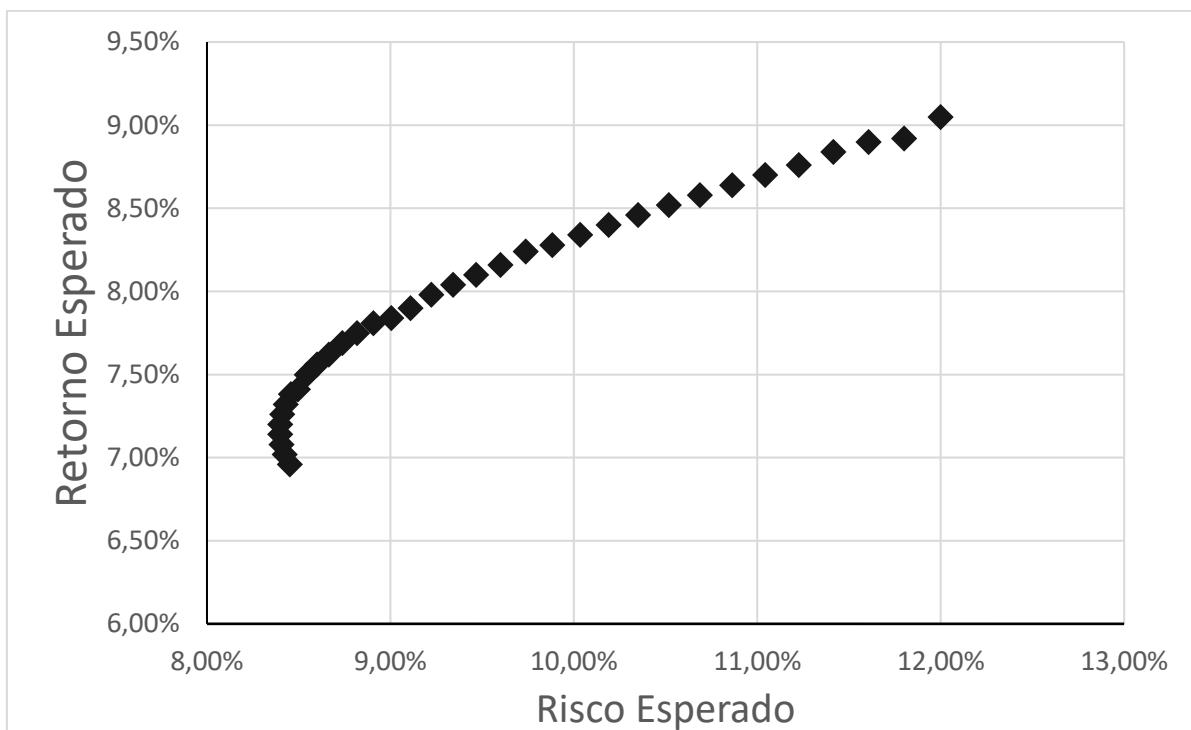


Figura 3: Retorno Esperado x Risco Esperado
(Elaborado pelo Autor)

4.3. Análise dos Resultados

Em relação à seleção dos ativos que serão o universo de escolha do portfólio, nota-se a existência de um empate na utilidade dos ativos com utilidade 1. Optou-se por não utilizar um critério de desempate, visto que o universo de

ativos (DMUs) se reduziria somente a um ativo por classe de ativo, limitando a composição do portfólio a um número igual ao número de classes de ativos distintas, o que em termos práticos não é uma limitação.

Os ativos selecionados dentro de cada classe, correspondem às DMUs de utilidade 1, quando comparadas a outros ativos de mesma classe, levando em conta os retornos e volatilidades em um período passado. Entretanto, estes valores são variáveis e dependem do período analisado. Além disso, não se pode assumir que os ativos se comportarão da mesma forma no futuro como se comportaram no passado.

Porém, a seleção de DMUs eficientes para um período pode ser considerado um indicador de ativos que historicamente foram os mais eficientes dentro de suas respectivas classes. Isto é, se não existirem outras informações disponíveis ao investidor, o índice de eficiência é um bom indicador de quais são os melhores ativos por classe.

Quanto à aplicação da teoria moderna do portfólio proposta por Markowitz (1952), foi possível obter combinações entre os ativos de diferentes classes tais que para determinado risco, se obtém o melhor retorno esperado. Porém, existem infinitas combinações dos ativos pré-selecionados que são eficientes. Cabe, portanto, ao usuário da ferramenta definir o nível de risco que deseja, para obter os pesos dos ativos que compõem o portfólio.

Por uma limitação da ferramenta utilizada (Solver®), não foi possível simular retornos para um risco inferior a 4,42%. Este problema pode ser solucionado utilizando-se outro tipo de ferramenta computacional.

4.4. Síntese da Ferramenta

A ferramenta final desenvolvida neste trabalho constitui-se de um método de criação de portfólios eficientes. As entradas são universos de ativos de diferentes classes desejadas e o nível de risco desejado. Aplicando-se o método proposto, a saída será o portfólio contendo uma combinação eficiente dos ativos de utilidade 1 de acordo com o método DEA e Teoria proposta por Markowitz.

A figura abaixo ilustra o método proposto:

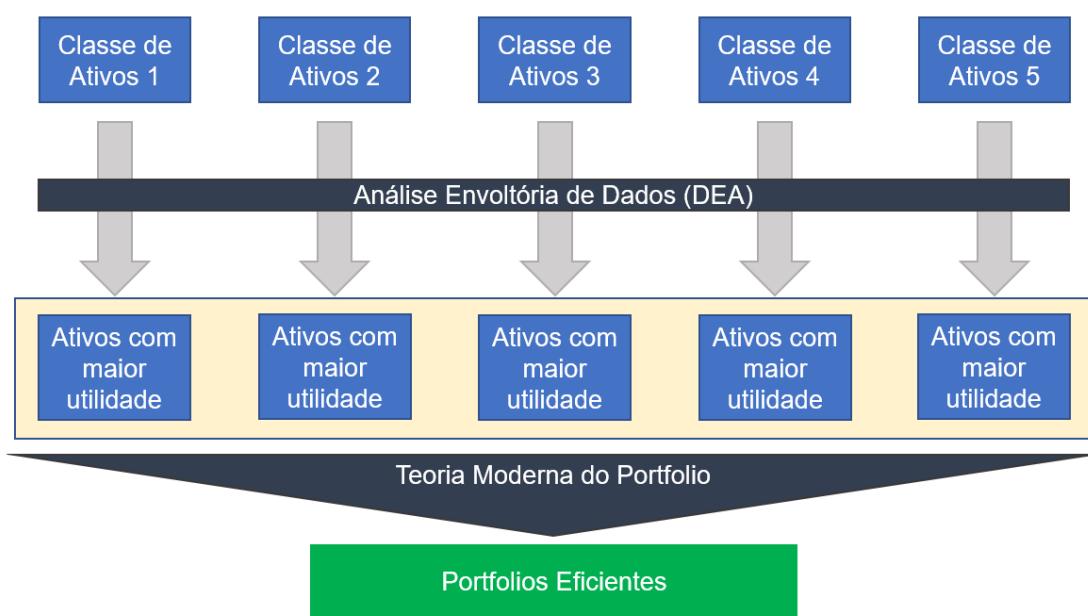


Figura 4: Esquema da Ferramenta
(Elaborado pelo Autor)

É importante ressaltar que o nível de risco desejado é apenas um critério de escolha de um dos portfólios dentre o conjunto de portfólios eficientes resultantes da aplicação da Teoria Moderna do Portfólio.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho abordou o problema da composição de um portfólio de investimentos do ponto de vista de um histórico de performance e risco de diferentes classes de ativos, filtradas inicialmente pela sua utilidade segundo a análise envoltória de dados e posteriormente pesados segundo sua eficiência de acordo com a Teoria Moderna do Portfólio.

Além disso, foi proposta uma ferramenta constituída por um conjunto de etapas a serem seguidas para se consolidar um portfólio eficiente de acordo com o risco desejado e os inputs inseridos. Estes inputs devem ser fixados de acordo com um período passado, ou seja, pode-se obter resultados diferentes para o mesmo conjunto de ativos para diferentes períodos passados analisados. Por isso, uma limitação da ferramenta é entregar um portfólio eficiente de acordo com um período passado único analisado.

Outro ponto notado foi a possibilidade do uso da ferramenta na avaliação de performance de portfolios já existentes. O investidor que já possui uma carteira de investimentos, pode reunir dados relativos às classes de ativo que possui e comparar os resultados obtidos com o uso desta ferramenta com a composição atual de seu portfólio.

Por fim, podemos aplicar a ferramenta como algoritmo de escolha de ativos por exemplo em portais online de corretoras ou bancos de investimento, pois ao selecionar as classes de ativos desejadas por um investidor, seria possível oferecer o portfólio ótimo de acordo com um período desejado.

6. REFERÊNCIAS

ANBIMA – Associação Brasileira de Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais. **Consolidado Histórico de Fundos de Investimento.** 2019, São Paulo. Disponível em: <https://www.anbima.com.br/pt_br/informar/estatisticas/fundos-de-investimento/fi-consolidado-historico.htm> Acesso em 25 out 2019.

BAIMA, F. de R. **Análise de Desempenho dos Investimentos dos Fundos de Pensão.** 1998. 109 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1998.

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER, W. W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. **Management Science**, USA, v. 30, n. 9, pp.1078-1092, set. 1984. Disponível em <<https://personal.utdallas.edu/~ryoung/phdseminar/BCC1984.pdf>> Acesso em 15 set 2019.

BANKER, R. D. et al. An Introduction to Data Envelopment Analysis with Some of its Models and Their Uses. **Research in Governmental and Non-Profit Accounting**, v. 5, pp. 125-163, 1989.

BARROS, L. C. et al. Avaliação da Performance de Fundos de Pensão. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE FINANÇAS, IV, Rio de Janeiro, 2004. Anais... Rio de Janeiro: Quarto Encontro Brasileiro de Finanças, 2004. 1 CD ROM.

BM&FBOVESPA. Volatilidades dos Ativos. Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/servicos/market-data/consultas/mercado-a-vista/volatilidades-dos-ativos/> Acesso em 04 Out de 2019.

CHARNES, A. COOPER, W.W & RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational**. USA, v. 2 , pp. 429-444, 1978. Disponível em <<https://personal.utdallas.edu/~ryoung/phdseminar/CCR1978.pdf>> Acesso em 20 set 2019.

COOPER, W. W, SEIFORD, L. M, & TONE, K. Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, application, references and DEA-Solver Software (2. ed.). New York: Springer Science + Business, 2007.

COOK, W. D., TONE, K., & ZHU, J. Data envelopment analysis: Prior to choosing a model. **OMEGA**, v.44, pp. 1–4. 2014.

DUARTE Jr., A. M., Análise de performance de investimentos. Unibanco Global Risk Management. 2000.

_____. (2005) Gestão de Riscos para Fundos de Investimentos. Pearson, São Paulo.

DYSON, R.G. Pitfalls and protocols in DEA. **European Journal of Operational Research**, v. 132, n. 2, p.p 245-259, jul. 2001. Disponível em <[https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221700001491#!](https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221700001491#!>)> Acesso em 18 set de 2019.

FAMA, Eugene F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **The Journal of Finance**, Cambridge, v. 25, n. 2, p.p 383-417, mai. 1970. Disponível em <https://www.jstor.org/stable/2325486?seq=1#page_scan_tab_contents> Acesso em 2 set 2019.

_____. Efficient capital markets: II. **The Journal of Finance**, Cambridge, v. 46, n. 5, pp. 1.575-1.618, dez. 1991. Disponível em <https://www.jstor.org/stable/2328565?seq=1#page_scan_tab_contents> Acesso em 2 set 2019.

FORTI, CAB; PEIXOTO, F. M.; SANTIAGO, W. P. Hipótese da eficiência de mercado: Um estudo exploratório no mercado de capitais brasileiro. **Gestão & Regionalidade**, São Paulo, v. 25, n. 75, p. 45-56, set. 2009. Disponível em <http://seer.uscs.edu.br/index.php/revista_gestao/article/viewFile/188/111> Acesso em 14 set 2019.

GOLANY, B.; ROLL, Y. An application procedure for DEA. **Omega**, v. 17, n.3, pp.237-250, 1989. Disponível em <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0305048389900297>>

INVESTIMENTOS, XP. Compare os fundos. São Paulo. Disponível em <<https://institucional.xpi.com.br/investimentos/fundos-de-investimento/compare-os-fundos.aspx>> Acesso em 20 out 2019.

JENSEN, Michael C., The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964 . **The Journal of Finance**, Cambridge, Vol. 23, No. 2, pp. 389-416, mai. 1967. Disponível em: <https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=244153> Acesso em 16 set. 2019

LEHMAN, B. and Modest D. (1987), Mutual fund performance evaluation: A comparison of benchmarks and benchmark comparisons, **The Journal of Finance**, Cambridge, Vol. 42, No 2, pp. 233-265, jun. 1987. Disponível em <https://www.jstor.org/stable/2328251?seq=1#page_scan_tab_contents> Acesso em 19 set 2019.

LEVY, Y.; ELLIS, T.J. A system approach to conduct an effective literature review in support of information systems research. **Informing Science Journal**, USA, v.9, p.181-212, 2006. Disponível em <<http://inform.nu/Articles/Vol9/V9p181-212Levy99.pdf>> Acesso em 16 out 2019.

LUNA, Sergio Vasconcelos de. Planejamento de pesquisa: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1997.

MARKOWITZ, H. Portfólio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n.1, 1952, pp. 77-91. Disponível em <https://www.math.ust.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf> Acesso em 06 out 2019

_____. Portfólio selection. **The Journal of Finance**, Cambridge, v.. 46, N. 2 , 1991, pp. 469-477. Disponível em <https://www.jstor.org/stable/2328831?seq=1#page_scan_tab_contents> Acesso em 04 set 2019.

MORESI, E. (Organizador), Metodologia de Pesquisa, Universidade Católica de Brasília, 2003.

MURTHI et al. (1997), "Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach", **European Journal of Operational**, Vol. 98, n. 2, pp. 408 - 418, abr. 1997. Disponível em <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221796003566?via%3Dihub>> Acesso em 28 set 2019.

NETO, A. **Mercado Financeiro**. São Paulo: Atlas, 2008.

PEREIRA, E.J.A.L; URPIA, A. G. B.C. Hipótese dos mercados eficientes vis-a-vis incerteza, convenção e especulação: Por uma mudança de paradigma nos mercados financeiros. **Pesquisa e Debate**, São Paulo, Vol. 22, n. 1, pp. 135-155, nov. 2011. Disponível em: <<https://revistas.pucsp.br/rpe/article/view/7393/5366>> Acesso em 22 set 2019.

SHARPE, WILLIAN F. Mutual Fund Performance. **The Journal of Business**, Chicago, v. 39, n. 1, pp. 119-138, jan. 1966. Disponível em <<http://www.jstor.org/stable/2351741>> Acesso em 26. set 2019.

_____. The Sharpe Ratio. **The Journal of Portfolio Management**, v. 21, n. 1, pp. 45-58, 1994. Disponível em <<https://jpm.pm-research.com/content/21/1/49>> Acesso em 26 set 2019.

_____. et al. Investments. 5th ed. New Jersey: Prentice Hall, 1995.

_____. et al. Investments. 6th ed. New Jersey: Prentice Hall, 1998.

SILVA, E. L.; MENEZES, E. M. Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação, 4^a Ed, Florianópolis: UFSC, 2005.

SOARES DE MELLO, J. C. C. B. et al. Curso de Análise de Envoltória de Dados. Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Gramado, 2005.

SOUZA, Daniel Pacifico Homem de. **Avaliação de métodos paramétricos e não paramétricos na análise da eficiência da produção de leite.** 2003. Tese (Doutorado em Economia Aplicada) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidad de São Paulo, Piracicaba, 2003. doi:10.11606/T.11.2003.tde-07012004-151048. Acesso em: 2019-10-27.

THANASSOULIS, E., KORTELAINEN, M., & ALLEN, R. Improving envelopment in Data Envelopment Analysis under variable returns to scale. ***European Journal of Operational Research***, United Kingdom, v. 218, n. 1, 175–185, abr. 2012. Disponível em <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2011.10.009>> Acesso em 07 set 2019.

TREYNOR, L. How to rate management of investment funds. Harvard Business v. 43, n. 1, 1965, pp. 63-75.

VINCE, Ralph (1999) Cálculo e Análise de Riscos no Mercado Financeiro. São Paulo: Makron Books,1999.

ZANINI, F. A. M.; FIGUEIREDO, A. C. As teorias de carteira de Markowitz e de Sharpe: uma aplicação no mercado brasileiro de ações entre julho/95 e junho/2000. **Revista de Administração Mackenzie**, v. 6, n. 2, pp. 37-64, 2005.

WEBSTER, J. & WATSON, R. T. Analyzing the past to prepare for the future: writing a literature review. **MIS Quarterly**, USA, v. 26, n. 2, p. 13-23, jun. 2002. Disponível em <https://www.jstor.org/stable/4132319?seq=1#page_scan_tab_contents> Acesso em 15 out 2019.

7. APÊNDICES

APÊNDICE I – Tabela 1 – Volatilidade em 1 ano, Índice Sharpe, Aplicação Mínima e Rentabilidade de 12 meses de Fundos de Renda Fixa distribuídos pela XP Investimentos. Data base: 04/11/2019

Fonte: XP Investimentos

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
AF INVEST GERAES FIRF CP	8,36%	2,05	25.000,00	7,21%
ARX DENALI FIRF CP	16,24%	1,88	1.000,00	6,85%
ARX VINSON FIRF CP	18,81%	1,91	10.000,00	7,06%
AZ QUEST LUCE FIC FI RF CP LP	8,20%	1,76	500,00	6,63%
AZ QUEST VALORE FI RENDA FIXA CP	11,79%	1,79	5.000,00	6,86%
AZ QUEST YIELD FIC FI RENDA FIXA LONGO PRAZO	202,60%	1,63	10.000,00	9,22%
BNP PARIBAS INFLAÇÃO FI RF	509,91%	1,75	5.000,00	28,53%
BNP PARIBAS MATCH DI FI REFERENCIADO CRÉDITO PRIVADO	4,40%	1,35	50.000,00	6,19%
BNP PARIBAS RF FI RENDA FIXA	57,36%	1,65	5.000,00	7,68%
BNP PARIBAS TARGUS FIC FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	5,20%	1,63	5.000,00	6,44%
BRASIL PLURAL CRÉDITO CORPORATIVO II FIC FIRF CP LP	11,66%	1,84	3.000,00	7,01%
BRASIL PLURAL HIGH YIELD FI RF CRÉDITO PRIVADO	4,83%	1,55	3.000,00	6,39%
BRASIL PLURAL YIELD FI REFERENCIADO DI	1,79%	0,73	3.000,00	6,11%
BRZ RENDA FIXA FI CP	43,99%	1,61	1.000,00	6,63%
BTG PACTUAL ANS RF FIRF CP	9,74%	2,17	1.000,00	7,43%
BTG PACTUAL CRÉDITO CORPORATIVO I FIC FI RF CRÉDITO PRIVADO	11,62%	2,07	5.000,00	7,48%
BTG PACTUAL TESOURO IPCA CURTO FIRF	189,39%	1,73	3.000,00	13,88%
BTG PACTUAL YIELD DI FI REFERENCIADO CREDITO PRIVADO	2,41%	1,66	3.000,00	6,42%
CA INDOSUEZ AGILITÉ FIRF CP	10,51%	1,70	1.000,00	6,77%
CA INDOSUEZ DI MASTER FI RENDA FIXA REFERENCIADO DI LP	11,69%	1,42	1.000,00	6,28%

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
CA INDOSUEZ VITESSE FIRF CRÉDITO PRIVADO	14,30%	1,62	1.000,00	6,89%
CSHG INCOME FIC FIRF CP	9,04%	1,62	5.000,00	6,54%
DAYCOVAL CLASSIC FIRF CRÉDITO PRIVADO	6,92%	1,81	500,00	6,72%
DLM DEBÊNTURES INCENTIVADAS FIRF CP	114,57%	1,39	1.000,00	5,17%
DLM HEDGE CONSERVADOR II FIRF CP	15,11%	1,67	1.000,00	6,97%
DLM PREMIUM 30 FIRF CP LP	16,50%	1,55	1.000,00	6,81%
FIC DE FI VOTORANTIM INFLATION RENDA FIXA	200,59%	1,75	10.000,00	15,08%
GAMA TOP FIC FIRF CP LP	19,27%	1,72	3.000,00	7,06%
GAP YIELD FI RENDA FIXA	2,23%	0,00	20.000,00	5,68%
ICATU VANGUARDA CRÉDITO PRIVADO FIRF LP	9,88%	1,70	5.000,00	6,70%
ICATU VANGUARDA FIC FI INFLAÇÃO CURTA RENDA FIXA	197,01%	1,74	5.000,00	14,65%
ICATU VANGUARDA FIC FI INFLAÇÃO LONGA RENDA FIXA	688,76%	1,76	5.000,00	43,55%
ICATU VANGUARDA PRÉ-FIXADO FIRF LP	445,52%	1,73	5.000,00	27,68%
IRIDIUM APOLLO FIRF CRÉDITO PRIVADO LONGO PRAZO	7,79%	1,79	1.000,00	6,78%
IRIDIUM PIONEER DEBÊNTURES INCENTIVADAS FIRF CRÉDITO PRIVADO	61,17%	1,52	5.000,00	7,39%
JGP CORPORATE FIC FIRF CP LP - FEEDER III	20,14%	1,72	25.000,00	7,18%
MAPFRE I FIRF REFERENCIADO DI	4,30%	0,67	500,00	5,73%
MAPFRE RF FI	24,49%	1,65	5.000,00	6,90%
MIRAE ASSET IMA-B RENDA FIXA FI	474,32%	1,77	5.000,00	30,88%
MONGERAL AEGON RENDA FIXA FUNDO DE INVESTIMENTO	10,58%	1,68	1.000,00	6,61%
MORE GLOBAL RF CP LP	13,06%	1,64	25.000,00	6,65%
PORTO SEGURO CLÁSSICO FIC RENDA FIXA LP	52,48%	1,69	20.000,00	8,12%
PORTO SEGURO FI REFERENCIADO DI CRÉDITO PRIVADO	6,47%	1,49	20.000,00	6,35%
PORTO SEGURO JURO REAL FIC RF LP	496,67%	1,76	20.000,00	32,25%
QUASAR ADVANTAGE PLUS FIRF CP LP	16,89%	1,71	5.000,00	7,06%
SANTANDER YIELD CLASSE A RENDA FIXA FIC FI	238,61%	1,64	10.000,00	10,69%
SELECT FIRF CP	88,20%	1,60	25.000,00	7,38%
SPARTA DEBENTURES INCENTIVADAS FIRF CP	59,27%	1,39	5.000,00	5,81%
SPARTA PREMIUM FIC FI REFERENCIADO DI CRÉDITO PRIVADO	2,96%	0,66	1.000,00	5,85%

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
SPARTA TOP FIC FI RF CRÉDITO PRIVADO LONGO PRAZO	13,01%	1,58	5.000,00	6,72%
SULAMÉRICA CRÉDITO ATIVO FI RENDA FIXA CP LP	24,07%	1,56	5.000,00	6,81%
SULAMÉRICA EXCELLENCE ADVISORY FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	28,51%	1,54	5.000,00	6,59%
SULAMÉRICA EXCELLENCE FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO	26,67%	1,57	5.000,00	6,72%
SULAMÉRICA EXCLUSIVE FI REFERENCIADO DI	2,24%	1,13	50.000,00	6,13%
SULAMÉRICA INFLATIE FI RENDA FIXA LONGO PRAZO	419,65%	1,78	5.000,00	30,19%
SULAMÉRICA RENDA FIXA ATIVO FI LP	59,97%	1,66	5.000,00	7,80%
VALORA ABSOLUTE FIRF CRÉDITO PRIVADO LONGO PRAZO	9,02%	1,78	1.000,00	6,80%
VOTORANTIM FI VINTAGE RF CP	102,91%	1,53	3.000,00	6,26%
WESTERN ASSET HEDGE DÓLAR REFERENCIADO FI	1212,58%	1,56	25.000,00	5,28%
WESTERN ASSET RENDA FIXA ATIVO FI	103,31%	1,73	25.000,00	10,09%
XP INVESTOR FI RENDA FIXA CRÉDITO PRIVADO LP	6,70%	1,79	5.000,00	6,65%
XP REFERENCIADO FI REFERENCIADO DI CP	4,05%	1,43	5.000,00	6,25%
XP TOP CDB FIRF CP	10,13%	1,54	200.000,00	6,34%
XP TOP CRÉDITO PRIVADO RENDA FIXA FI LP	9,29%	1,96	5.000,00	6,97%

APÊNDICE I – Tabela 2 – Volatilidade em 1 ano, Índice Sharpe, Aplicação Mínima e Rentabilidade de 12 meses de Fundos Multimercado distribuídos pela XP Investimentos. Data base: 25/10/2019

Fonte: XP Investimentos

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
ABERDEEN MULTI ASSET GROWTH ADVISORY FIM IE	4,79%	0,43	20.000,00	3,68%
ABSOLUTE ALPHA FIC FIM	0,71%	0,48	5.000,00	7,07%
ABSOLUTE ALPHA GLOBAL FIC FIM	1,10%	0,52	5.000,00	7,94%
ABSOLUTE HEDGE FIC FIM	2,06%	0,45	5.000,00	6,86%
ADAM MACRO ADVISORY FIC FIM	3,04%	0,42	25.000,00	8,10%
ADAM MACRO STRATEGY ADVISORY D60 FIC FIM	3,85%	0,40	25.000,00	6,29%
ADAM MACRO STRATEGY ADVISORY FIC FIM	3,77%	0,40	25.000,00	6,30%
ANGÁ PORTFOLIO FIM	0,31%	0,83	10.000,00	8,86%
APEX LONG BIASED FIC FIM	14,35%	0,49	5.000,00	29,63%
ARTESANAL CRÉDITO PRIVADO FIC FIM	0,07%	4,18	25.000,00	10,74%
ARTESANAL FIC FIM	1,00%	0,55	100,00	8,44%
ARX ESPECIAL FIC FIM	3,05%	0,41	20.000,00	5,68%
ARX LONG SHORT FIC FIM	2,33%	0,43	20.000,00	7,91%
ARX TARGET INSTITUCIONAL FIM	1,33%	0,39	1.000,00	5,98%
AWX EQUILIBRIUM FIM	2,17%	0,40	10.000,00	7,97%
AZ QUEST ALTRO FIC FIM CP	0,21%	0,76	10.000,00	7,72%
AZ QUEST EQUITY HEDGE FIC FIM	2,63%	0,42	5.000,00	6,79%
AZ QUEST LEGAN LOW VOL FIM	0,64%	0,48	5.000,00	7,19%
AZ QUEST MULTI 15 FIC FIM	3,92%	0,46	10.000,00	9,49%
AZ QUEST MULTI FIC FIM	3,85%	0,46	10.000,00	9,60%
AZ QUEST MULTI MAX FIC FIM	7,49%	0,44	25.000,00	12,20%
AZ QUEST TOTAL RETURN FIC FIM	5,26%	0,42	5.000,00	8,21%
BAHIA AM FIC DE FIM	2,40%	0,45	20.000,00	7,39%
BAHIA AM LONG BIASED FIC FIM	15,78%	0,45	20.000,00	22,81%

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
BAHIA AM MARAÚ ADVISORY FIC DE FIM	3,23%	0,48	20.000,00	9,46%
BAHIA AM MARAÚ FIC DE FIM	3,23%	0,48	20.000,00	9,56%
BNP PARIBAS SKY FIM	3,48%	0,40	5.000,00	7,68%
BTG PACTUAL DISCOVERY FIM	3,60%	0,43	5.000,00	7,24%
BTG PACTUAL DÓLAR FI CAMBIAL	12,25%	0,46	5.000,00	5,33%
BTG PACTUAL EXPLORER FIM	0,87%	0,31	5.000,00	4,68%
BTG PACTUAL HEDGE FIM	1,24%	0,43	25.000,00	6,46%
CA INDOSUEZ DEBÊNTURES INCENTIVADAS CP FIC FIM	2,77%	0,64	1.000,00	19,94%
CANEPA MACRO FIC FIM	4,12%	0,42	25.000,00	6,62%
CANVAS CLASSIC FIC FIM	3,79%	0,45	20.000,00	11,70%
CANVAS CLASSIC I FIC FIM	4,40%	0,45	20.000,00	12,12%
CANVAS CLASSIC II FIC FIM	3,86%	0,46	20.000,00	11,91%
CANVAS ENDURO II FIC FIM	5,54%	0,47	20.000,00	15,45%
CANVAS ENDURO III FIC FIM	5,63%	0,46	20.000,00	15,46%
CLARITAS GLOBAL HIGH YIELD FIM IE	3,08%	0,46	25.000,00	6,54%
CLARITAS INSTITUCIONAL FIM	0,72%	0,47	1.000,00	7,09%
CLARITAS TOTAL RETURN FIC FIM	4,71%	0,49	5.000,00	11,94%
CONSTÂNCIA ABSOLUTO FIM	5,77%	0,47	20.000,00	12,60%
CSHG GAUSS ADVISORY FIC FIM	6,68%	0,51	25.000,00	18,31%
CSHG MAGIS CP FIC FIM LONGO PRAZO	0,76%	0,47	20.000,00	7,30%
DAHLIA TOTAL RETURN FIC FIM	8,90%	0,54	5.000,00	34,01%
DLM HEDGE CONSERVADOR FIM	0,11%	0,57	1.000,00	6,71%
DLM HEDGE MODERADO FIM CP	0,15%	0,51	1.000,00	6,78%
EXODUS 180 FIC FIM CREDITO PRIVADO	0,03%	4,58	25.000,00	8,08%
EXODUS 360 FIC FIM CREDITO PRIVADO	0,02%	4,76	25.000,00	8,10%
EXODUS 60 FIC FIM CRÉDITO PRIVADO	0,02%	3,42	25.000,00	7,47%
EXODUS 90 FIC FIM CREDITO PRIVADO	0,02%	4,24	25.000,00	7,83%
F-22 ADVISORY IE FIC FIM CP	10,46%	0,37	1.000.000,00	-3,69%

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
FI VOTORANTIM MULTISTRATEGY MULTIMERCADO	3,04%	0,43	10.000,00	6,82%
FIDES ABSOLUTO FIM	12,51%	0,52	10.000,00	56,42%
FIDES LONG SHORT PLUS FIM	1,66%	0,47	10.000,00	11,10%
FLAG FIC FIM	5,88%	0,47	5.000,00	15,09%
FLORENÇA PRIME FIM	7,11%	0,46	5.000,00	11,19%
GAP ABSOLUTO FIC FIM	5,00%	0,47	5.000,00	11,02%
GAP MULTIPORTFOLIO FIM	4,97%	0,47	5.000,00	10,65%
GARDE DARTAGNAN ADVISORY FIC FIM	4,38%	0,45	50.000,00	8,60%
GARDE DARTAGNAN FIC FIM	4,40%	0,46	50.000,00	8,63%
GARIN SPECIAL FIM	2,44%	0,40	5.000,00	8,29%
GRIPEN ADVISORY FIC FIM	2,96%	0,32	50.000,00	0,22%
GÁVEA MACRO FIC FIM	4,13%	0,30	50.000,00	0,05%
HOGAN ABSOLUTO FIM	11,58%	0,42	10.000,00	9,49%
IBIUNA HEDGE STH FIC FIM	5,28%	0,51	50.000,00	13,60%
IBIUNA LONG BIASED FIC FIM	14,25%	0,49	5.000,00	33,33%
IBIUNA LONG SHORT ADVISORY FIC FIM	6,65%	0,46	5.000,00	11,89%
IBIUNA LONG SHORT STLS FIC FIM	6,81%	0,46	5.000,00	11,87%
IPORANGA MACRO 30 FIC FIM	13,16%	0,39	10.000,00	10,91%
IPORANGA MACRO FIC FIM	13,15%	0,39	10.000,00	10,92%
JGP CRÉDITO ADVISORY FIM CP	0,30%	0,68	20.000,00	7,83%
JGP EQUITY EXPLORER FIC FIM	14,26%	0,48	200.000,00	33,41%
JGP MAX ADVISORY FIC FIM	1,35%	0,39	20.000,00	5,83%
JPM - DÓLAR GLOBAL MACRO OPPORTUNITIES FIM - IE	12,12%	0,43	25.000,00	8,81%
JPM - GLOBAL BOND OPPORTUNITIES FIC FIM CP - IE CLASSE A	1,97%	0,53	25.000,00	8,59%
JPM - GLOBAL INCOME ALLOCATION FIC FIM CP IE - CLASSE A	3,97%	0,50	25.000,00	8,72%
JPM - GLOBAL MACRO OPPORTUNITIES FIM - IE	4,98%	0,38	25.000,00	8,01%
KAPITALO KAPPA ADVISORY FIC FIM	4,97%	0,42	10.000,00	6,49%
KAPITALO KAPPA FIN FIC FIM	4,93%	0,42	10.000,00	6,57%

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
KAPITALO ZETA ADVISORY FIC FIM	8,77%	0,41	100.000,00	5,00%
KINEA ATLAS II FIM	4,25%	0,50	10.000,00	11,71%
KINEA CHRONOS MULTIMERCADO FIM	2,21%	0,48	10.000,00	8,03%
KONDOR LX FIC FIM	2,04%	0,32	10.000,00	4,85%
KONDOR MAX FIC FIM	1,63%	0,28	10.000,00	4,44%
LEGACY CAPITAL ADVISORY FIC FIM	4,94%	0,54	25.000,00	12,09%
LEGG MASON MARTIN CURRIE EUROPEAN ABSOLUTE ALPHA FIM IE	4,43%	0,32	25.000,00	-3,97%
M CA FIC DE FIM CP	0,07%	1,24	5.000,00	7,31%
MAUÁ ABSOLUTO FIC FIM	3,70%	0,36	5.000,00	2,85%
MAUÁ INSTITUCIONAL FIC FIM	2,58%	0,44	5.000,00	7,70%
MAUÁ MACRO ADVISORY FIC FIM	6,69%	0,37	5.000,00	0,71%
MAUÁ MACRO FIC FIM	6,99%	0,37	5.000,00	0,70%
MILES ACER LONG BIAS ADVISORY FIC FIM	10,85%	0,51	5.000,00	23,28%
MILES ACER LONG BIAS I FIC FIM	10,81%	0,51	5.000,00	24,69%
MIRAE ASSET MULTIMERCADO MACRO STRATEGY FI	4,39%	0,45	5.000,00	11,22%
MOAT CAPITAL EQUITY HEDGE FIC FIM	4,63%	0,40	20.000,00	3,56%
MORE CRÉDITO FIC FIM CP	0,29%	0,68	5.000,00	7,80%
MORE MACRO FIC MULTIMERCADO	3,07%	0,45	5.000,00	8,51%
MURANO FIC FIM	7,88%	0,28	10.000,00	0,97%
MZK DINÂMICO ADVISORY FIC FIM	4,08%	0,34	10.000,00	2,20%
NAVI LONG SHORT FIM	2,92%	0,68	10.000,00	14,95%
NC EAGLE FIC FIM	4,11%	0,21	3.000,00	5,90%
NEO MULTI ESTRATÉGIA 30 FIC FIM	3,46%	0,20	10.000,00	7,40%
NOVUS CAPITAL INSTITUCIONAL FIC FIM	1,00%	0,00	1.000,00	6,13%
NOVUS CAPITAL MACRO FIC FIM	6,51%	0,25	5.000,00	6,40%
NW3 EVENT DRIVEN FIC FIM	4,82%	0,65	50.000,00	8,15%
OCCAM EQUITY HEDGE FIC FIM	4,02%	0,20	5.000,00	8,71%
OCCAM INSTITUCIONAL FIC FIM	1,83%	0,24	30.000,00	8,12%

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
OCCAM INSTITUCIONAL FIC FIM II	1,78%	0,24	3.000,00	7,93%
OCCAM MACRO FIC FIM	4,39%	0,07	5.000,00	6,90%
OCCAM RETORNO ABSOLUTO FIC FIM	6,81%	0,23	10.000,00	12,28%
OPPORTUNITY LONG BIASED FIC FIM	16,06%	0,42	25.000,00	16,23%
OPPORTUNITY MARKET FIC DE FIM	2,64%	0,35	25.000,00	6,91%
OPPORTUNITY TOTAL FIC DE FIM	4,86%	0,38	25.000,00	8,70%
PACIFICO LB FIC FIM	10,92%	0,36	10.000,00	17,07%
PACIFICO MACRO FIC FIM	8,26%	0,31	10.000,00	9,19%
PAINEIRAS HEDGE II FIC FIM	5,79%	0,14	20.000,00	9,51%
PERFIN EQUITY HEDGE 15 FIC FIM	5,16%	0,52	5.000,00	17,41%
PIMCO INCOME FIC FIM IE	1,65%	0,65	25.000,00	9,69%
POLO HIGH YIELD I FIC FIM CP	1,82%	0,52	5.000,00	10,97%
POLO LONG BIAS FIM	11,43%	0,38	5.000,00	6,76%
POLO NORTE I FIC FIM	5,62%	0,36	5.000,00	5,86%
PORTO SEGURO MACRO FIC FIM	4,69%	0,46	20.000,00	11,07%
QUANTITAS FIC FIM MALLORCA	2,98%	0,47	10.000,00	9,17%
RIO ARBITRAGEM FIM	2,46%	0,54	10.000,00	7,62%
RPS EQUITY HEDGE D30 FIC FIM	3,67%	0,42	50.000,00	5,95%
RPS TOTAL RETURN D30 FIC FIM	7,35%	0,44	50.000,00	7,00%
SAFARI CARLU FIC FIM	16,48%	0,53	10.000.000,00	27,49%
SAFARI FIC FIM II	14,71%	0,53	5.000,00	26,32%
SAGMO GLOBAL MACRO ADVISORY FIC FIM	4,58%	0,40	5.000,00	6,78%
SANTANDER MULTISTRATEGY RATES AND FX FIC FIM - CLASSE A	0,66%	0,36	10.000,00	5,17%
SCHRODER LIQUID ALTERNATIVES IE FIM	2,88%	0,47	5.000,00	3,52%
SELECTION FIC FI RENDA FIXA CP LP	0,17%	0,90	500,00	7,63%
SELECTION MULTIMERCADO FIC FIM	2,44%	0,44	500,00	6,62%
SELECTION RENDA VARIÁVEL FIC FIM	16,19%	0,51	500,00	38,38%
SHARP LONG SHORT 2X FIM	2,45%	0,53	50.000,00	11,39%

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
SHARP LONG SHORT FIM	1,40%	0,50	50.000,00	8,75%
SOLANA ABSOLUTTO FIC FIM	13,86%	0,50	10.000,00	21,85%
SOLANA LONG AND SHORT FIC DE FIM	2,79%	0,43	10.000,00	7,29%
SOLIS CAPITAL ANTARES CRÉDITO PRIVADO FIC FIM LP	0,03%	2,85	50.000,00	7,55%
SPARTA CÍCLICO FIM	13,98%	0,39	5.000,00	28,57%
SPARTA DINÂMICO FIC FIM	1,32%	0,52	5.000,00	8,13%
SPX NIMITZ FEEDER FIC DE FIM	3,07%	0,32	50.000,00	1,18%
SULAMÉRICA ENDURANCE FIM	0,74%	0,32	5.000,00	4,93%
SULAMÉRICA EVOLUTION FI MULTIMERCADO	0,72%	0,47	5.000,00	7,13%
SULAMÉRICA TÁTICO FIM	1,01%	0,35	5.000,00	5,77%
TAGUS ADVANCED FIM	3,49%	0,47	10.000,00	11,13%
TAGUS EQUITY HEDGE FIM	0,92%	0,70	5.000,00	10,43%
TEMPLETON GLOBAL TOTAL RETURN FIC FIM IE	6,65%	0,35	25.000,00	2,69%
TREND GOLD FIM	11,35%	0,52	500,00	27,52%
TRUXT I LONG BIAS FIC FIM	9,15%	0,45	20.000,00	17,12%
TRUXT MACRO ADVISORY FIC FIM	3,02%	0,46	20.000,00	6,47%
VALORA GUARDIAN ADVISORY FIC FIM CP	0,05%	1,64	10.000,00	7,33%
VALORA GUARDIAN FIC FIM CRÉDITO PRIVADO	0,05%	2,11	10.000,00	7,74%
VERDE AM SCENA ADVISORY FIC FIM	3,14%	0,55	50.000,00	16,34%
VINCI ATLAS FIC FIM	4,12%	0,47	25.000,00	11,46%
VINCI CRÉDITO ESTRUTURADO SELECTION ADVISORY FIC FIM CRÉDITO PRIVADO	0,05%	1,82	25.000,00	7,44%
VINCI VALOREM FI MULTIMERCADO	2,10%	0,62	10.000,00	14,27%
VINLAND LONG BIAS ADVISORY FIC FIM	10,77%	0,43	25.000,00	16,51%
VINLAND MACRO ADVISORY FIC FIM	4,86%	0,49	25.000,00	11,00%
VINTAGE MACRO VI FIC FIM	4,84%	0,42	25.000,00	7,13%
VISIA ZARATHUSTRA FIC FIM	6,87%	0,46	10.000,00	13,65%
VISTA HEDGE FIM	6,38%	0,40	5.000,00	7,66%
VISTA MULTIESTRATÉGIA FIM	17,05%	0,39	5.000,00	9,00%

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
VOTORANTIM FIC DE FI CAMBIAL DÓLAR	12,20%	0,44	1.000,00	5,26%
VRB FUNDO DE INVESTIMENTO MULTIMERCADO	4,20%	0,46	10.000,00	10,69%
WESTERN ASSET MACRO STRATEGIES FIC DE FIM IE	5,85%	0,54	25.000,00	13,27%
WESTERN ASSET MULTITRADING H MULTIMERCADO FI	1,94%	0,51	25.000,00	8,45%
WESTERN ASSET US INDEX 500 FIM	14,92%	0,46	25.000,00	6,23%
XP CORPORATE PLUS FIM CP	0,15%	1,08	25.000,00	8,09%
XP CRÉDITO ESTRUTURADO 180 FIC FIM CP	0,28%	0,83	25.000,00	8,20%
XP CRÉDITO ESTRUTURADO 360 FIC FIM CP	0,27%	1,06	25.000,00	9,22%
XP CRÉDITO ESTRUTURADO DOMINUS FIC FIM CP	0,33%	1,29	1.000,00	11,29%
XP DEBENTURES INCENTIVADAS CRÉDITO PRIVADO FIC FIM	2,34%	0,62	5.000,00	17,05%
XP DEBENTURES INCENTIVADAS HEDGE CP FIC FIM LP	0,54%	0,31	5.000,00	6,56%
XP LONG BIASED 30 FIC FIM	15,97%	0,49	10.000,00	36,84%
XP LONG BIASED ADVISORY FIC FIM	15,82%	0,49	10.000,00	22,40%
XP LONG BIASED DOMINUS FIC FIM	17,50%	0,49	1.000,00	27,41%
XP LONG BIASED FIC FIM	15,96%	0,49	10.000,00	36,22%
XP LONG SHORT 60 FIC FIM	4,72%	0,40	10.000,00	4,64%
XP LONG SHORT DOMINUS FIC FIM	4,58%	0,41	1.000,00	6,00%
XP LONG SHORT FIC FIM	4,75%	0,40	10.000,00	4,62%
XP MACRO FIM	4,90%	0,46	10.000,00	7,01%
XP MACRO INSTITUCIONAL FIC FIM	1,98%	0,55	5.000,00	9,05%
XP MACRO PLUS DOMINUS FIC FIM	9,35%	0,49	1.000,00	11,70%

APÊNDICE I – Tabela 3 – Volatilidade em 1 ano, Índice Sharpe, Aplicação Mínima e Rentabilidade de 12 meses de Fundos de Renda Variável distribuídos pela XP Investimentos. Data base: 25/10/2019

Fonte: XP Investimentos

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
ALASKA BLACK FIC FIA - BDR NÍVEL I	24,07%	0,02	5.000,00	19,70%
ALASKA BLACK INSTITUCIONAL FIA	18,36%	0,00	1.000,00	26,19%
APEX AÇÕES 30 FIC FIA	18,40%	0,06	1.000,00	15,87%
APEX INFINITY 8 LONG-BIASED FIC FIA	13,98%	0,05	5.000,00	18,50%
APEX INFINITY LONG-BIASED FIC FIA	14,05%	0,05	5.000,00	19,02%
ARMATA ADVISORY FIC FIA	9,50%	0,08	50.000,00	7,84%
ARX INCOME FIA	19,79%	0,05	5.000,00	18,35%
AT ADVISORY FIC FIA	14,71%	0,14	50.000,00	24,23%
ATHENA TOTAL RETURN FIC FIA	11,14%	0,13	20.000,00	9,75%
ATHENA TOTAL RETURN II FIC FIA	12,57%	0,11	5.000,00	8,96%
AZ QUEST AÇÕES FIC FIA	20,77%	0,02	10.000,00	11,64%
AZ QUEST TOP LONG BIASED FIC FIA	21,01%	0,04	10.000,00	19,83%
BAHIA AM VALUATION FIC FIA	21,02%	0,04	20.000,00	15,36%
BNP PARIBAS SMALL CAPS FIA	15,94%	0,11	5.000,00	7,41%
BOGARI VALUE FIC FIA	14,60%	0,16	50.000,00	19,91%
BOZANO FUNDAMENTAL FIA	16,92%	0,10	5.000,00	10,25%
BRASIL CAPITAL 30 FIC FIA	16,82%	0,12	15.000,00	18,28%
BTG PACTUAL ABSOLUTO FIC FIA	13,60%	0,07	5.000,00	15,71%
BTG PACTUAL ABSOLUTO INSTITUCIONAL FIC FIA	17,86%	0,06	5.000,00	14,40%
BTG PACTUAL ABSOLUTO LS FIC FIA	6,11%	0,08	5.000,00	11,30%
BTG PACTUAL DIVIDENDOS FIC FIA	16,75%	0,11	5.000,00	42,44%
CLARITAS VALOR FEEDER FIA	17,39%	0,09	10.000,00	40,18%
CONSTELLATION INSTITUCIONAL FIC FIA	17,33%	0,13	5.000,00	50,89%

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
CONSTÂNCIA FUNDAMENTO FIA	16,08%	0,13	5.000,00	51,07%
EQUITAS SELECTION FIC FIA	21,18%	0,12	25.000,00	61,49%
EQUITAS SELECTION INSTITUCIONAL FIC FIA	18,27%	0,14	25.000,00	56,28%
FAMA FIC FIA	16,67%	0,09	5.000,00	41,04%
FLAG FIC FIA	29,08%	0,05	5.000,00	50,58%
GUEPARDO INSTITUCIONAL 60 FIC FIA	20,31%	0,19	500.000,00	78,70%
HIX CAPITAL FIA	13,32%	0,17	20.000,00	33,75%
ICATU VANGUARDA DIVIDENDOS FIA	15,22%	0,15	10.000,00	55,45%
INDIE FIC FIA	18,56%	0,11	5.000,00	44,00%
IP - PARTICIPAÇÕES IPG FIC FIA BDR NÍVEL I	10,40%	0,10	1.000,00	16,83%
KAPITALO TARKUS FIC FIA	19,10%	0,07	10.000,00	47,34%
LEBLON AÇÕES FIC FIA	15,31%	0,12	1.000,00	47,30%
MAUÁ CAPITAL AÇÕES FIC FIA	29,54%	0,07	5.000,00	47,02%
MILES VIRTUS I FIC FIA	15,44%	0,12	5.000,00	45,46%
MIRAE ASSET DISCOVERY AÇÕES DIVIDENDOS FI	17,79%	0,09	5.000,00	48,27%
MOAT CAPITAL FIC FIA	18,16%	0,05	20.000,00	46,57%
MÓDULO I FIC FIA	12,27%	0,16	10.000,00	44,93%
NAVI INSTITUCIONAL FIA	17,23%	0,19	10.000,00	34,07%
NCH MARACANÃ FIA	14,23%	0,18	5.000,00	4,81%
OCCAM FIC FIA	18,31%	0,09	5.000,00	22,85%
OCCAM LONG & SHORT PLUS FIC FIA	9,24%	0,11	5.000,00	16,78%
OPPORTUNITY SELECTION FIC FIA	17,33%	0,17	10.000,00	17,21%
PACIFICO AÇÕES FIC FIA	15,33%	0,14	10.000,00	16,76%
PERFIN INSTITUCIONAL FIC FIA	13,34%	0,19	5.000,00	11,44%
QUELUZ VALOR FIA	18,23%	0,12	2.000,00	15,27%
REAL INVESTOR FIA	15,31%	0,32	5.000,00	22,12%
SHARP EQUITY VALUE FEEDER FIC FIA	11,69%	0,26	20.000,00	18,36%
SHARP EQUITY VALUE INSTITUCIONAL FIA	14,06%	0,27	20.000,00	18,93%

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
SHARP IBOVESPA ATIVO FIA	18,51%	0,15	20.000,00	24,24%
SPX APACHE FIC FIA	17,20%	0,16	50.000,00	15,68%
SPX FALCON FIC FIA	10,37%	0,16	50.000,00	10,82%
SPX PATRIOT FIC FIA	16,74%	0,17	50.000,00	16,18%
STK LONG ONLY INSTITUCIONAL FIA	18,80%	0,15	10.000,00	15,54%
STUDIO 30 FIC FIA	13,93%	0,25	5.000,00	18,07%
STUDIO FIC FIA	15,21%	0,24	5.000,00	15,48%
SULAMÉRICA EQUITIES FIA	17,30%	0,10	2.500,00	46,82%
TRUXT I VALOR INSTITUCIONAL FIC FIA	18,38%	0,09	20.000,00	54,61%
VERDE AM UNIQUE LONG BIAS FIC FIA	15,24%	0,11	10.000,00	51,61%
VERTRA FIC FIA	13,25%	0,15	5.000,00	59,41%
VINCI GAS SELEÇÃO DIVIDENDOS FIA	16,15%	0,12	5.000,00	55,86%
VINCI MOSAICO FIA	16,85%	0,12	10.000,00	55,51%
VISTA FIA	18,46%	0,11	5.000,00	66,40%
WESTERN ASSET FIA BDR NIVEL I	15,18%	0,08	25.000,00	6,12%
XP AÇÕES FIC FIA	19,04%	0,08	10.000,00	41,16%
XP DIVIDENDOS 30 FIC FIA	16,93%	0,14	10.000,00	66,34%
XP DIVIDENDOS FIA	17,22%	0,14	5.000,00	68,26%
XP INVESTOR 30 FIC FIA	17,52%	0,10	10.000,00	48,14%
XP INVESTOR FIA	17,90%	0,10	10.000,00	50,73%

APÊNDICE I – Tabela 4 – Volatilidade em 1 ano, Índice Sharpe, Aplicação Mínima e Rentabilidade de 12 meses de Fundos de Previdência distribuídos pela XP Investimentos. Data base: 25/10/2019

Fonte: XP Investimentos

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
ARX Income Icatu Prev FIM	9,58%	1,19	30.000,00	28,44%
AZ Quest Advisory Icatu Multi Prev FIC FIM	3,46%	1,19	5.000,00	10,10%
AZ Quest Luce Advisory Icatu Prev FICFI RF CP LP	0,24%	1,20	10.000,00	7,01%
Adam Icatu Prev FIC FIM	3,60%	1,19	20.000,00	13,56%
Alaska 70 Icatu Prev FIM	13,03%	1,13	20.000,00	20,36%
Apex Long Biased Icatu Prev FIM 70	9,47%	1,21	20.000,00	26,86%
Apex Long Biased Icatu Seg Prev FIM	8,68%	1,23	30.000,00	30,38%
Athena Icatu Prev FIM 49	7,63%	1,25	30.000,00	34,16%
Athena Icatu Prev FIM 70	8,62%	1,26	30.000,00	39,82%
Brasil Plural Prev CP FIC FIRF	0,15%	0,98	20.000,00	6,22%
CA Indosuez Prev FIRF Ref DI CP	0,15%	0,94	10.000,00	6,23%
CSHG Gauss Icatu Prev FIC FIM	4,11%	1,13	30.000,00	7,36%
Canvas Icatu Prev FIC FIM Prev	4,93%	1,21	20.000,00	17,38%
Capitânia Previdence Advisory Icatu FIRF CP	0,31%	1,19	10.000,00	7,08%
Claritas Advisory Icatu Prev FIM	1,22%	1,21	5.000,00	8,21%
DLM Conservador Advisory Icatu Prev FIRF CP	0,15%	1,00	5.000,00	6,28%
FI Gap Mult Previdencia	2,93%	1,17	30.000,00	9,02%
Ibiuna Prev Icatu FIC FIM	3,47%	1,19	20.000,00	10,55%
Icatu Seg Abs FI Prev RF CP	0,19%	1,16	50.000,00	6,46%
Icatu Seg Classic Conservador FIC FIRF	0,05%	0,00	10.000,00	5,40%
Icatu Seg Classic Dividendos 49 FIC FIM	7,71%	1,25	30.000,00	33,15%
Icatu Seg FIC FI Inflação Curta	1,97%	1,31	20.000,00	14,39%
Icatu Seg FIC FI Inflação Longa	6,90%	1,33	10.000,00	42,59%
Icatu Seg Franklin Templeton Prev FIM	2,42%	1,18	30.000,00	8,84%

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
Icatu Seg Kadima FIM CP Prev	3,58%	1,21	30.000,00	15,15%
Icatu Seg Privilege Conservador RF FIC FI	0,05%	0,39	200.000,00	5,73%
JGP SulAmérica FIM CP	2,48%	1,20	10.000,00	11,21%
Leblon Icatu Previdência FIM	8,45%	1,21	20.000,00	31,00%
Mauá Prev Advisory Icatu FIM	9,15%	1,19	20.000,00	17,67%
Navi Long Short Icatu Prev FIM	2,85%	1,29	20.000,00	19,04%
Novus Capital Prev Advisory Icatu FIM	2,54%	1,15	5.000,00	8,32%
Occam Icatu Prev FIC FIM	2,47%	1,19	30.000,00	9,52%
Porto Seguro Multimercado Diamante FIC FI Prev	9,05%	1,17	50.000,00	18,96%
Porto Seguro RF CP Diamante FIC FI Prev	0,08%	0,61	50.000,00	5,76%
Porto Seguro RF Diamante FIC FI Prev	0,51%	1,20	50.000,00	7,56%
Porto Seguro RF Diamante Plus FIC FI Prev	0,43%	1,25	100.000,00	7,82%
Porto Seguro RF Inflação Diamante FIC FI Prev	5,03%	1,33	50.000,00	31,66%
SPX Lancer Advisory Icatu Prev FIC FIM	1,75%	0,99	20.000,00	1,86%
Sparta Top Prev Advisory Icatu FIRF CP	0,15%	0,95	10.000,00	6,17%
SulAmérica Brasil Plural FIC FIRF CP	0,36%	1,02	30.000,00	6,07%
SulAmérica Ibiuna Long Biased Prev FIM	7,60%	1,19	10.000,00	19,71%
SulAmérica Mix 49 I FIM	8,82%	1,17	60.000,00	18,90%
SulAmérica Prestige Inflatie FIC FIRF	4,17%	1,35	60.000,00	29,08%
SulAmérica Prestige Prev FIRF	0,69%	1,09	100.000,00	5,87%
SulAmérica Prestige Strategie FIC FIRF CP	0,19%	1,01	100.000,00	6,08%
Verde AM Icatu Prev FIC FIM	3,82%	1,26	20.000,00	18,57%
Vinci Equilíbrio Icatu Prev FIC FIM II	2,91%	1,22	20.000,00	13,56%
Vintage Asset Allocation Prev Advisory Icatu FIC FIM	3,34%	1,17	30.000,00	11,83%
Votorantim FIC FI Icatu Seg Legacy RF Prev CP	0,14%	0,91	50.000,00	5,94%
Western Asset Icatu RF Ativo Prev FIC FI	1,18%	1,14	10.000,00	6,72%
XP Icatu Horizonte Macro Prev FIM	2,24%	1,21	5.000,00	8,58%
XP Icatu Horizonte Prev FIC FIRF	0,71%	1,31	5.000,00	9,10%

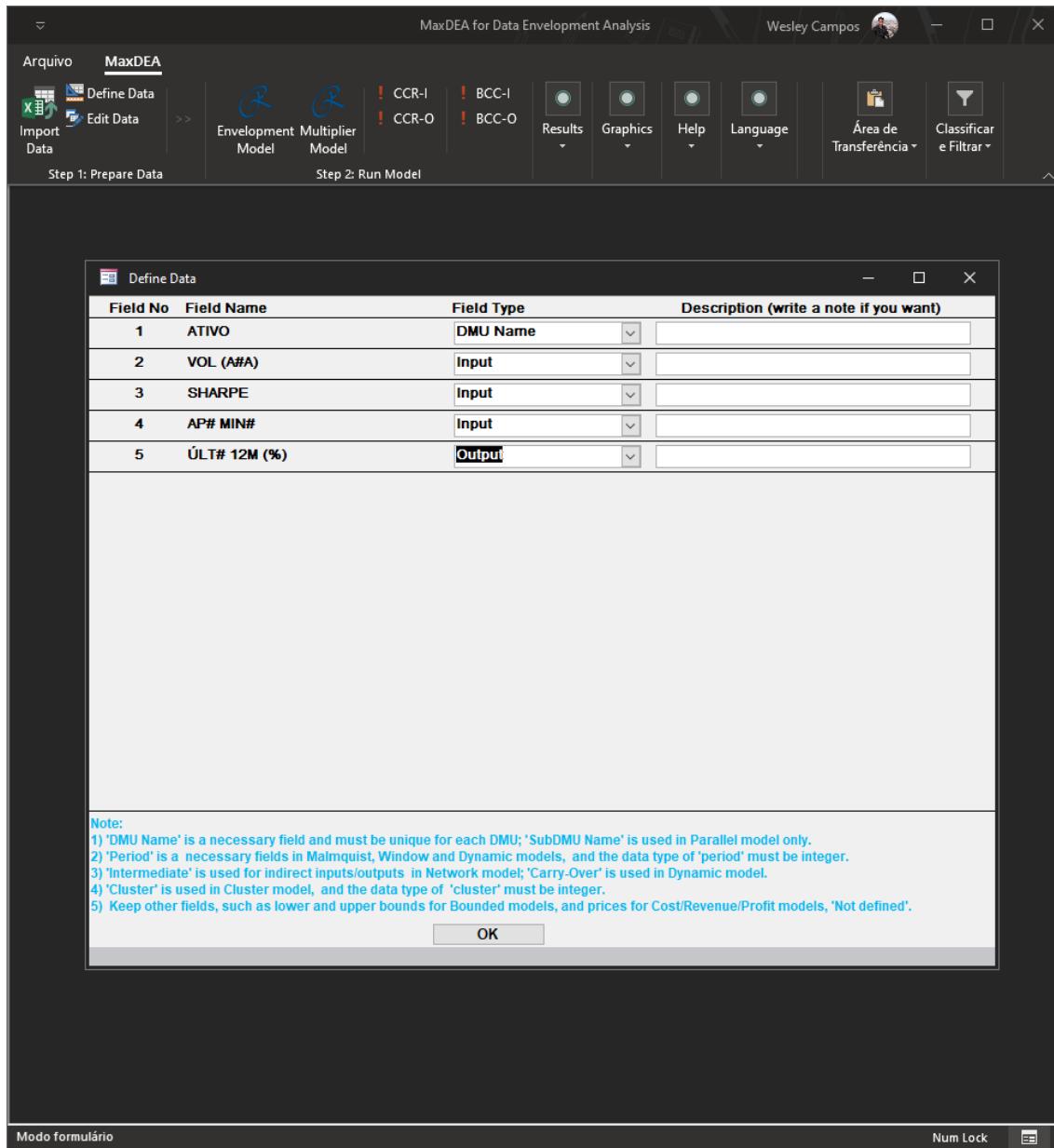
ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
Zurich CA Indosuez FIRF CP	0,14%	0,88	10.000,00	6,05%

APÊNDICE I – Tabela 5 – Volatilidade em 1 ano, Índice Sharpe, Aplicação Mínima e Rentabilidade de 12 meses de Fundos de Investimentos no Exterior distribuídos pela XP Investimentos. Data base: 25/10/2019

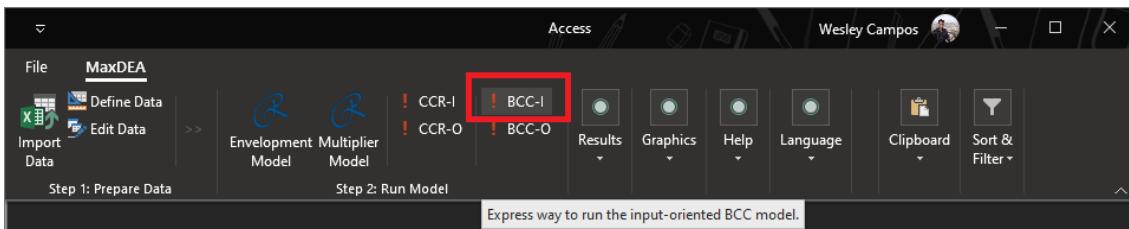
Fonte: XP Investimentos

ATIVO	Volatilidade 1y	Sharpe	Aplic. Mín.	ÚLT. 12M (%)
BNP - ACCESS EUROPE FIA - IE	15,98%	0,01	25.000,00	2,39%
GEO EMPRESAS GLOBAIS FIC FIA IE	15,68%	0,04	25.000,00	13,94%
KAPITALO ALPHA GLOBAL ADVISORY FIQ FIM	3,76%	0,08	25.000,00	1,64%
LEGG MASON CLEARBRIDGE US LARGE CAP GROWTH FIA IE	17,13%	0,00	25.000,00	4,88%

APÊNDICE II – Etapa 1: Tela de Importação das DMUs e seleção dos inputs e do output.



APÊNDICE II - Etapa 2: Seleção da Análise utilizando o modelo BCC orientado a Inputs (BCC-I)



APÊNDICE II – Etapa 3: Tela de resultados, contendo a eficiência de cada DMU.

DEA Results - MaxDEA for Data Envelopment Analysis																					
Arquivo		MaxDEA		Wesley Campos																	
Import Data	Define Data	B	B	CCR-I	BCC-I	Results	Graphics	Help	Language												
	Edit Data																				
Step 1: Prepare Data		Step 2: Run Model		Área de Transferência		Classificar e Filtrar															
Summary																					
Score, Benchmarks, ...																					
Score, Weights, ...																					
No	DMU	Score	Benchmark (Lambda)																		
152	VALORA GUARDIAN FIC FIM CRÉDITO PRI	1,000000	VALORA GUARDIAN FIC FIM CRÉDITO P																		
102	NOVUS CAPITAL INSTITUCIONAL FIC FIM	1,000000	NOVUS CAPITAL INSTITUCIONAL FIC F																		
86	M CA FIC DE FIM CP	1,000000	M CA FIC DE FIM CP(1,000000)																		
131	SELECTION FIC FI RENDA FIXA CP LP	1,000000	SELECTION FIC FI RENDA FIXA CP LP																		
133	SELECTION RENDA VARIÁVEL FIC FIM	1,000000	SELECTION RENDA VARIÁVEL FIC FIM																		
138	SOLIS CAPITAL ANTARES CRÉDITO PRIVA	1,000000	SOLIS CAPITAL ANTARES CRÉDITO PR																		
53	FIDES ABSOLUTO FIM	1,000000	FIDES ABSOLUTO FIM(1,000000)																		
50	EXODUS 60 FIC FIM CRÉDITO PRIVADO	1,000000	EXODUS 60 FIC FIM CRÉDITO PRIVADO																		
49	EXODUS 360 FIC FIM CREDITO PRIVADO	1,000000	EXODUS 360 FIC FIM CREDITO PRIVAD																		
151	VALORA GUARDIAN ADVISORY FIC FIM CP	1,000000	VALORA GUARDIAN ADVISORY FIC FIM CP																		
47	DLM HEDGE MODERADO FIM CP	1,000000	DLM HEDGE MODERADO FIM CP(1,000000)																		
155	VINCI CRÉDITO ESTRUTURADO SELECTION	1,000000	VINCI CRÉDITO ESTRUTURADO SELECTI																		
46	DLM HEDGE CONSERVADOR FIM	1,000000	DLM HEDGE CONSERVADOR FIM(1,000000)																		
32	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVADAS	1,000000	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
11	ARTESANAL FIC FIM	1,000000	ARTESANAL FIC FIM(1,000000)																		
10	ARTESANAL CRÉDITO PRIVADO FIC FIM	1,000000	ARTESANAL CRÉDITO PRIVADO FIC FIM																		
171	XP CRÉDITO ESTRUTURADO DOMINUS FIC	1,000000	XP CRÉDITO ESTRUTURADO DOMINUS F																		
51	EXODUS 90 FIC FIM CREDITO PRIVADO	0,998563	EXODUS 360 FIC FIM CREDITO PRIVAD																		
48	EXODUS 180 FIC FIM CREDITO PRIVADO	0,992950	ARTESANAL CRÉDITO PRIVADO FIC FIM																		
8	ANGÁ PORTFOLIO FIM	0,966468	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
168	XP CORPORATE PLUS FIM CP	0,957293	DLM HEDGE CONSERVADOR FIM(0,33199																		
173	XP DEBÉNTURES INCENTIVADAS HEDGE CP	0,956280	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
172	XP DEBTURES INCENTIVADAS CRÉDITO	0,951179	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
148	TREND GOLD FIM	0,933752	ARTESANAL FIC FIM(0,244357); CA I																		
95	MORE CRÉDITO FIC FIM CP	0,900282	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
170	XP CRÉDITO ESTRUTURADO 360 FIC FIM	0,897676	DLM HEDGE CONSERVADOR FIM(0,27684																		
71	JGP CRÉDITO ADVISORY FIM CP	0,896931	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
16	AZ QUEST ALTRIO FIC FIM CP	0,892902	DLM HEDGE CONSERVADOR FIM(0,12509																		
45	DAHLIA TOTAL RETUR FIC FIM	0,881806	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
146	TAGUS EQUITY HEDGE FIM	0,880003	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
169	XP CRÉDITO ESTRUTURADO 180 FIC FIM	0,866867	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
156	VINCI VALOREM FI MULTIMERCA	0,837709	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
132	SELECTION MULTIMERCA FIC FIM	0,822193	ARTESANAL FIC FIM(0,654337); NOVU																		
54	FIDES LONG SHORT PLUS FIM	0,812215	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
40	CLARITAS INSTITUCIONAL FIM	0,812130	ARTESANAL FIC FIM(0,208745); CA I																		
129	SANTANDER MULTISTRATEGY RATES AND F	0,798316	DLM HEDGE MODERADO FIM CP(0,56106																		
142	SULAMÉRICA ENDURANCE FIM	0,788906	DLM HEDGE MODERADO FIM CP(0,48970																		
18	AZ QUEST LEGAN LOW VOL FIM	0,787447	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
153	VERDE AM SCENA ADVISORY FIC FIM	0,772422	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
44	CSEH MAGIS CP FIC FIM LONGO PRAZO	0,747846	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
143	SULAMÉRICA EVOLUTION FI MULTIMERCAD	0,742880	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
2	ABSOLUTE ALPHA FIC FIM	0,729615	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
30	BIG PACTUAL EXPLORER FIM	0,724917	DLM HEDGE MODERADO FIM CP(0,43971																		
118	POLO HIGH YIELD I FIC FIM CP	0,721995	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		
66	IRITINA LONG BIASED FIC FIM	0,709204	CA INDOSUEZ DEBÉNTURES INCENTIVAD																		

APÊNDICE III: Matriz e Correlação entre Retornos dos Ativos selecionados pela DEA

APÊNDICE IV: Conjunto de Portfolios Eficientes