

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Metodologia para o projeto do sistema de suspensão do Mini-Baja.**

**Gianfranco Ceccolini**

**Orientador: Marcelo Massarani**

**São Paulo  
2003**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Metodologia para o projeto do sistemas de suspensão do Mini-Baja.**

**Trabalho de formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
obtenção do título de Graduação em  
Engenharia**

**Gianfranco Ceccolini**

**Orientador: Marcelo Massarani**

**Área de Concentração:  
Engenharia Mecânica  
Bloco Automotivo**

**São Paulo  
2003**

FICHA CATALOGRÁFICA

1363691

Ceccolini, Gianfranco

Metodologia para o projeto da suspensão do Mini-Baja, por  
Gianfranco Ceccolini. São Paulo : EPUSP, 2003.

87P. + apêndice

Trabalho de formatura – Escola Politécnica da Universidade  
de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. suspensão automotiva 2. Mini-Baja
3. “fora-de-estrada” 4. projeto I. Ceccolini. Universidade  
de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia  
Mecânica II. t.

**“O ótimo é inimigo do bom”**

**Para Dani**

## RESUMO

O presente trabalho apresenta uma metodologia para o projeto da suspensão do Mini-Baja. Destinado aos alunos de graduação que vierem integrar a Equipe Poli, o mesmo tenta apresentar o tema dos sistemas de suspensão de forma didática e generalizada, permitindo ao aluno a liberdade criativa sobre o projeto a ser desenvolvido. Além disso, o mesmo constitui uma tentativa de se agregar tecnologia própria à equipe de Mini-Baja da escola.

## AGRADECIMENTOS

Ao professor Omar Moore de Madureira, pelo exemplo de atitude e pelo apoio incondicional.

Ao meu orientador, professor Marcelo Massarani, pela paciência acima de tudo.

Aos integrantes da Equipe Poli de Mini-Baja. Divido o mérito do presente trabalho com cada um deles.

Ao Rodrigo, Berma e H<sub>2</sub>O, amigos, companheiros, confidentes e residentes.

## Índice

1.Introdução.....	3
2.Fontes de informação recomendadas.....	5
2.1 Literatura Automotiva.....	5
2.2 Literatura Conceitual.....	6
2.2.1 Sistemas de Mecanismos.....	6
2.2.2 Vibrações.....	7
2.3 Fontes Complementares.....	7
3.Ferramentas utilizadas.....	8
3.1 Planilhas de Cálculos.....	8
3.2 Pacotes de programação de alto nível.....	8
3.3 Sistemas de desenho auxiliado por computador (CAD).....	8
3.4 Programas de auxílio.....	9
4. A suspensão veicular.....	10
4.1 Objetivos e funcionamento.....	10
4.2 Elementos da Suspensão.....	11
5. Tipos de suspensão.....	13
6. Convenções e notação.....	17
7. Uma palavra sobre “precisão”.....	18
8. Valores pré-projeto.....	19
8.1 Dados indispensáveis.....	19
8.2 Dados dispensáveis (porém úteis.....)	19
7. O modelo físico-matemático.....	20
7.1 O modelo de “um quarto de carro”.....	20
7.1.1 A análise da frequência.....	23
8. Determinação dos parâmetros da suspensão.....	29
8.1 O Curso da Suspensão.....	29
8.2 As molas.....	30
8.3 O amortecedor.....	36
9. O projeto cinemático.....	40

9.1 Parâmetros geométricos .....	40
9.1.1 A variação da cambagem.....	41
9.1.2 O deslocamento transversal.....	42
9.2 O quadrilátero articulado.....	43
9.2.1 O Pólo de rotação.....	44
9.3 Síntese por três pontos.....	46
9.4 Limitações a serem consideradas.....	51
9.4.1 Sistemas dianteiros.....	51
9.4.2 Sistemas Traseiros.....	52
9.5 Síntese Numérica.....	52
9.5.1 Representação vetorial dos mecanismos.....	54
10. Determinação das molas e amortecedores a serem utilizados.....	61
11. Aplicação prática.....	63
11.1. Dados iniciais.....	63
11.2. Síntese dos mecanismos.....	63
11.3. Aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais.....	67
12. Sugestão de estudos posteriores.....	76
13. Bibliografia.....	78
ANEXO I.....	79



## 1.INTRODUÇÃO

A engenharia é uma “ciência” que se confunde com a tecnologia e em seu ensino, muitas vezes o aluno se perde dentre as duas. A tecnologia é um dos principais produtos da engenharia mas é sempre um produto e não mais que isso. A engenharia pura trabalha com conceitos básicos que não estão atrelados a tecnologia alguma produzindo por vezes novas delas.

A grande maioria dos problemas de engenharia com os quais lidamos em nosso dia-a-dia carregam um histórico de estudos, tentativas, fracassos e sucessos bastante extenso. Esse histórico dá origem a um sem número de “receitas” que possibilitam que o engenheiro faça projetos mais aprofundados em aspectos que ele quiser dar mais atenção, perdendo pouquíssimo tempo com o que já está “solidificado” em termos de tecnologia . Casas, por exemplo, são construídas a milhares de anos, assim, hoje se dispõe de abrangentes normas, procedimentos e estatísticas que permitem a praticamente “qualquer um” construir uma casa (com o devido respeito aos colegas da Civil ...), contanto que ela não saia dos padrões.

No aprendizado da engenharia deve-se tomar cuidado para não se tornar um escravo dessa tecnologia. O engenheiro, quando necessário, deve criar novas tecnologias e não viver a mercê da existente. O Mini-Baja representa um esforço importante neste sentido. Embora em certos aspectos seja um carro como outro qualquer (possui quatro rodas, motor a gasolina, etc), ele possui singularidades que exigem que o projetista largue mão da tecnologia existente, estude os conceitos físicos envolvidos e solucione seus problemas por conta própria.

A tecnologia que existe hoje é produto dos anseios do passado. Se hoje dirigimos carros confortáveis, é porque o homem sempre quis conforto. Se dirigimos carros rápidos, é por que alguém lá atrás gostava de velocidade. Se dirigimos no asfalto, é porque alguém estudou qual o pavimento economicamente viável que melhor permitia conforto e velocidade. É verdade que isso não é uma regra geral aplicável a todo ser humano, no entanto, é razoável pensar que a necessidade do

“bem-estar” e do imediatismo sempre incentivaram a criatividade do engenheiro. Embora o automóvel tenha sido oficialmente inventado em 1769, os homens já pensam em dispositivos de transporte há muito mais tempo. No limite, a tecnologia da mobilidade nasceu com a invenção da roda. Assim, quando se pretende projetar um carro, seja ele de passeio ou utilitário, e que esteja dentro de normas e padrões pré-estabelecidos, pode-se contar com extensa literatura, dados estatísticos, programas computacionais e etc. acumulados ao longo deste histórico. A SAE publicou um livro intitulado “Magic Numbers in Design of Suspension for Passenger Cars”, indicando os números que empiricamente forneceram bons resultados.

Com o Mini-Baja, a história é outra. O Mini-Baja é muito mais tosco. O Mini-Baja não tem norma. O Mini Baja é engenharia “*strictu sensu*”.

Pertencente quase que exclusivamente ao mundo universitário, o Mini-Baja é um tipo de “protótipo dinâmico”, já que ele é construído por alunos e reconcebido a cada temporada.

No caso específico da suspensão, isso é latente já que a maioria da literatura disponível se aplica a veículos tanto de passeio, ou utilitários, como de competição, porém ambos para uso em asfalto (alta aderência e baixa irregularidade).

São muitos os problemas que admitem mais de uma solução. A quantidade de soluções é de certa forma relacionada com a quantidade de exigências e restrições que o problema apresenta, pois elas limitam a quantidade de opções arbitrárias a serem feitas. Como veículo educativo, o Mini-Baja tem o mérito de oferecer muito mais opções livres do que os projetos profissionais (limitados por normas, requisitos de espaço, custo, etc) possibilitando maior liberdade criativa e ponderação de atributos (desempenho, conforto, estética) diferentes do convencional. Isso permite que o projeto se direcione a partir do que o projetista **realmente quer** e não a partir daquilo que “**cabe**” ou “**pode**”.

O presente trabalho visa a trazer aos alunos interessados uma introdução ao projeto de sistemas de suspensão. Peço desculpas aos puristas pelo tom um tanto coloquial ao longo do texto, justificando-me pela necessidade deste ser o mais informal quanto possível. Algo do tipo “de aluno para aluno”.

## 2.FONTES DE INFORMAÇÃO RECOMENDADAS

Como dito, o Mini-Baja muitas vezes exige que o projetista abdique dos padrões e retorne a estágios mais conceituais e menos aplicados da abordagem teórica, sendo obrigado a compreender e interpretar os fenômenos envolvidos no veículo além de ter que desenvolver uma tecnologia própria para o caso em estudo.

Os textos deste trabalho são superficiais e é imprescindível que se estude alguns assuntos mais a fundo. Os seguintes livros constituem o mínimo para que se tenha um entendimento efetivo da metodologia apresentada.

### 2.1 Literatura Automotiva

Nesta categoria estão os livros específicos da engenharia automotiva. A abordagem é estritamente aplicada ao comportamento veicular. São muito indicados para que se compreenda de forma global o funcionamento de um carro em movimento. Deve-se ter em mente que estes foram escritos com base em carros para asfalto e portanto deve-se guardar as devidas diferenças.

- Fundamentals of Vehicle Dynamics – Thomas D. Gillespie
  - considerado um clássico na área automotiva, este livro aborda o comportamento de TODO o veículo de forma ampla e didática, explicando os conceitos envolvidos na medida em que o texto se aprofunda. Embora apresente exemplos práticos de carros existentes, a abordagem é a mais generalizada possível. Indispensável a quem deseja entender o funcionamento dos automóveis.
- The Automotive Chassis: Engineering Principles – J. Reimpell e H. Stoll
  - publicação originalmente alemã que descreve os sistemas de suspensão e direção existentes e sua influência no comportamento do carro. Diferente da

referência anterior, a abordagem é estritamente prática, do tipo “mostra como funciona, mostra sucintamente por quê e exibe as equações e expressões de interesse”. Praticamente todo exemplo ou parâmetro apresentado pertence a um carro existente.

- Car Suspension and Handling – Donald Bastow
  - assim com o exemplo acima, exibe um aprofundamento no estudo dos sistemas de suspensão e direção. A abordagem, no entanto, é essencialmente conceitual e são raras as equações apresentadas ao longo do texto, que é basicamente dissertativo. Finaliza o livro com um capítulo de exemplos calculados que é muito útil.
- Apostilas de Dinâmica Veicular
  - estão disponíveis nos arquivos do Mini-Baja uma coleção de apostilas sobre dinâmica veicular feitas por professores da Poli. Muito úteis, acessíveis e

- livro extremamente bem explicado, principalmente no tocante aos teoremas geométricos que seguem da análise de mecanismos, incluindo demonstrações de cada um deles.
- Kinematics and Linkage Design - Hall
  - fornece um método passo-a-passo de desenvolvimento da teoria por meio de aplicações diretas, método este muito didático na construção dos conceitos dentro de nosso entendimento.
- Applied Linkage Synthesis - Tao
  - apresenta verdadeiras “receitas-de-bolo” para síntese de mecanismos, elencando cada caso possível e apresentando um método prático de síntese.
- Mechanism Design: Analysis and Synthesis Vol. 1 e 2 – A. Erdman, G. Sandor
  - adotado na disciplina de mecanismos da Escola, este livro é deveras abrangente e voltado ao enfoque analítico dos mecanismos. É muito útil na concepção dos programas de síntese numérica.

### 2.2.2 Vibrações

Embora existam inúmeros livros sobre o assunto, a publicação SAE J6a – Ride and Vibration Data Manual feita pela Society of Automotive Engineering que exibe de forma clara e aplicada a teoria de sistemas vibratórios associada aos sistemas de suspensão. Essa publicação está anexada no fim do livro do Gillespie.

## 2.3 Fontes Complementares

Existem algumas páginas na internet que contém informações de interesse. No endereço <http://www.brockeng.com/mechanism/> estão algumas animações de mecanismos que ajudam a visualizar o funcionamento dessas maravilhas da engenharia. No endereço <http://mathforum.org/dr.math/faq/faq.euler.equation.html> estão apresentadas explicações e decorrências da Relação de Euler muito úteis para o

entendimento da síntese numérica.

### **3.FERRAMENTAS UTILIZADAS**

Três famílias de programas foram utilizadas para esta metodologia.

#### **3.1 Planilhas de Cálculos**

Utilizadas para se observar a variação determinados parâmetros apresentados nos modelos matemáticos. Muito úteis pela facilidade de programação e versatilidade de uso. Os exemplos do texto foram feitos utilizando-se um módulo Calc da suíte OpenOffice, disponível gratuitamente em português para as plataformas Windows e Linux em [www.openoffice.org.br](http://www.openoffice.org.br).

#### **3.2 Pacotes de programação de alto nível**

Estes sistemas são desenvolvidos para programação científica e educacional. São linguagens muito automatizadas (módulos de trabalho com números complexos, rotinas de resolução de sistemas lineares, otimizadores e simuladores) que tornam a programação uma tarefa mais simples que em linguagens de baixo nível, como C e Pascal. Os exemplos apresentados foram obtidos pela utilização do SCILAB, disponível gratuitamente em [www.scilab.org](http://www.scilab.org).

#### **3.3 Sistemas de desenho auxiliado por computador (CAD)**

Como ferramenta gráfica é imprescindível a utilização de um sistema de desenho auxiliado por computador (CAD). Os métodos de síntese aqui desenvolvidos são basicamente geométricos e as ferramentas de CAD apresentam-se como “régua”

e “compassos” de precisão altíssima. Além disso, estas ferramentas apresentam opções de “*snap*” muito úteis no processo de construção geométrica. Foi utilizado o popular programa AutoCAD, mas qualquer outro similar deve servir a estes propósitos. A Escola possui licença para uso do Microstation que é tão ou mais funcional do que o AutoCAD.

### 3.4 Programas de auxílio

Existem programas de animação de mecanismos que são úteis para se visualizar os resultados obtidos nos processos de síntese. O programa Working Model 2D permite fazer uma simulação cinemática e dinâmica das soluções obtidas podendo ser obtido na Escola (versão Demo). Ainda para animações pode-se utilizar o programa Roberts Linkage Animator que é obtido (mais uma versão Demo...) em [www.heron-technologies.com/download/](http://www.heron-technologies.com/download/).

Há também o programa gratuito SphinxPC que pode ser baixado no endereço <http://synthetica.eng.uci.edu:16080/~mccarthy/CoursePages/Synthesis/SphinxPC.html> que, além de traçar a curva ponto-centro e sintetizar o mecanismo para quatro posições, exibe uma animação do resultado obtido.

## 4. A SUSPENSÃO VEICULAR

### 4.1 Objetivos e funcionamento

A suspensão é o dispositivo utilizado para desvincular o movimento do carro das irregularidades da pista, desvínculo este que nunca é integral, já que inevitavelmente o carro apóia-se nesta mesma pista. No dia em que o homem conseguir realizar a levitação dos corpos, os sistemas de suspensão não serão mais necessários, porém, enquanto isso não ocorre, temos que nos contentar com o que é factível... Sendo então o vínculo inevitável, cabe a algum sistema fazer a devida interface entre as rodas e o veículo.

Em um veículo rígido as ondulações da pista são diretamente transmitidas ao carro, fazendo-o subir e descer. Este movimento de subida e descida implica dois problemas: a diminuição do controle sobre o veículo e o excessivo desconforto do motorista e eventuais passageiros.

A diminuição do controle ocorre pelo simples fato da reação do solo se dar em um único sentido (para cima) sendo então a força peso a única que aponta para baixo. Em carros para asfalto, principalmente de corrida, utiliza-se a aerodinâmica para aumentar esta componente fazendo uso de carenagens, aerofólios e spoilers. Isso no entanto não se aplica ao Mini-Baja.

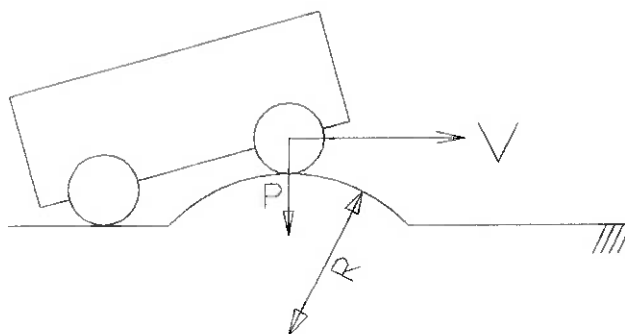


Figura 4.1 – Veículo passando por um obstáculo a uma velocidade  $V$ .

Quando o carro entra em movimento oscilatório, a aceleração máxima de



descida é então somente a da gravidade. Quando a combinação da velocidade do veículo com a geometria da pista exigir acelerações maiores que “g” (fig. 4.1) ocorrerá o descolamento dos pneus, fato que pode comprometer tanto a dirigibilidade, quando a perda de contato ocorrer na dianteira, quanto da tração, quando o descolamento ocorrer na traseira. Pode-se tanto pensar nesta aceleração necessária como a componente centrípeta ( $a_{cp}=V^2/R$ ) do movimento circular (um morro de perfil circular) como na aceleração ( $a_{máx}=R*\omega^2$ ) do movimento harmônico simples e, embora seja raro a pista apresentar perfil periódico, a abordagem no campo da frequência (como no M.H.S.) é mais adequada para que se possa associar o comportamento do carro ao sistema massa-mola que veremos mais a frente.

A falta de conforto é devida à esta mesma aceleração. O ser humano apresenta um nível de tolerância que facilmente seria ultrapassado no caso do movimento do carro acompanhar a geometria do solo.

## 4.2 Elementos da Suspensão

Se é desejado que o veículo não desenvolva movimentos verticais e, simultaneamente, que os pneus não percam o contato com o solo, é necessário que haja movimento relativo entre os veículo e os pneus, movimentos estes chamados de **extensão** (*rebound*), quando as rodas se afastam do carro e **compressão** (*bump*) quando as mesmas se aproximam.

A compressão se dá quando o carro passa por um obstáculo (lombada, morrote, etc). É necessário um elemento que armazene a energia deste movimento de forma que a mesma não seja transferida ao veículo. Por outro lado, a extensão, ocorrida na passagem por buracos e valetas, requer um elemento que forneça a energia necessária para a rápida descida das rodas. Os “reservatórios” de energia mecânica são as molas, elemento encontrado em todo sistema de suspensão.

Além das molas, faz-se também necessária a presença de um elemento que absorva a energia armazenada que não é utilizada. Este elemento é o amortecedor. Nos sistemas mais rudimentares de suspensão (feixe de molas de carroças, reboques

e carretas de pequeno porte) o amortecimento era dado apenas pelos atritos do sistema. No entanto a maioria, senão a totalidade, dos veículos atuais utiliza no mínimo um elemento dedicado a cada função, sendo encontrada uma vasta gama de molas e amortecedores disponíveis no mercado. Em muitos projetos são utilizadas mais que uma mola e o mesmo se aplica ao amortecedor.

O nome “suspensão” vem do fato de o veículo permanecer apoiado, ou suspenso, sobre estas molas. Chama-se **massa suspensa (M)** a massa apoiada sobre as molas, que é a massa de todo o veículo subtraídas as rodas e pneus, bandejas, amortecedores e molas, eixos e freios. Este conjunto restante compreende a **massa móvel (m)**.

O projeto do sistema de suspensão, dado o comportamento desejado para o veículo, tem como objetivos:

- definir o movimento relativo entre as rodas e o carro assim como a maneira de se vincular um ao outro;
- determinar o **k** da(s) mola(s);
- determinar o coeficiente de amortecimento -  $\zeta$ .

## 5. TIPOS DE SUSPENSÃO

Os sistemas de suspensão vêm sendo desenvolvidos desde o início da tecnologia de mobilidade. As carroças e diligências já possuíam sistemas para isolar a pista e o carro. Desde o nascimento da indústria automotiva, muitos projetos foram concebidos e executados, alguns consagrando-se mais e outros menos.

Os sistemas iniciais baseavam-se na concepção de eixo rígido, ou seja, o conjunto de rodas traseiro ou dianteiro era ligado rigidamente fazendo com que o movimento das rodas de cada um dos lados fossem dependentes entre si.

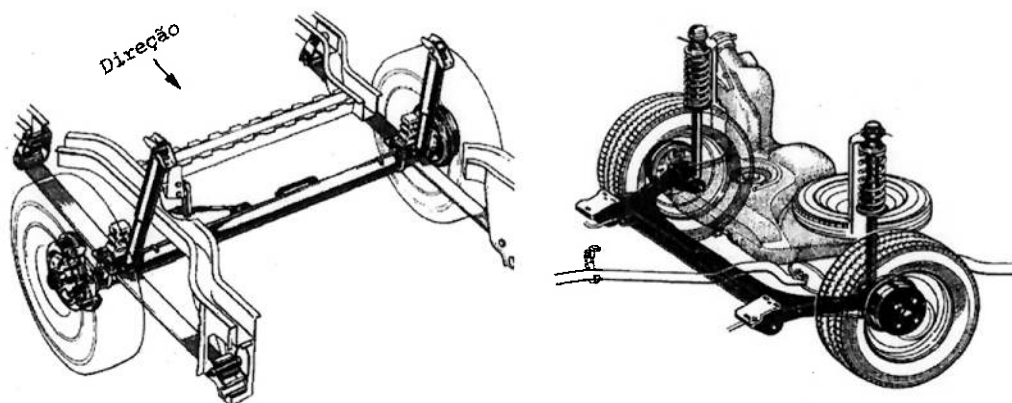


Figura 5.1 – Sistemas de eixo rígido (fonte: Gillespie, Thomas D. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. SAE.1992)

Estes sistemas, no entanto, por problemas de consumo elevado de espaço e transmissão excessiva de vibração de uma roda à outra (*shimmy*) foram sendo gradativamente substituídos pelos sistemas independentes. No entanto muitos veículos, utilitários em especial, utilizam sistemas de eixo rígido em suas rodas traseiras até hoje, dadas as altas capacidades de carga que o sistema oferece, além de manter a geometria entre as rodas constante independente da carga ou movimento da suspensão, o que não ocorre nos sistemas independentes.

A necessidade do desacoplamento do movimento das rodas e da liberação de

espaço entre as mesmas deu origem aos sistemas de suspensão independentes, dentre os quais se consagraram o Duplo-A e o Mac-Pherson. O sistema Duplo-A, também chamado de “*Double Wishbones*” ou de *Short Long Arm* (SLA), consiste de dois braços triangulares (forma de “A”) que podem ser iguais ou não (quando são diferentes, chama-se *Short Long Arm*...) articulados pelas suas bases na estrutura e pivotados pelas extremidades na manga de eixo (*strut*), peça que acondiciona o freio e o eixo da roda.

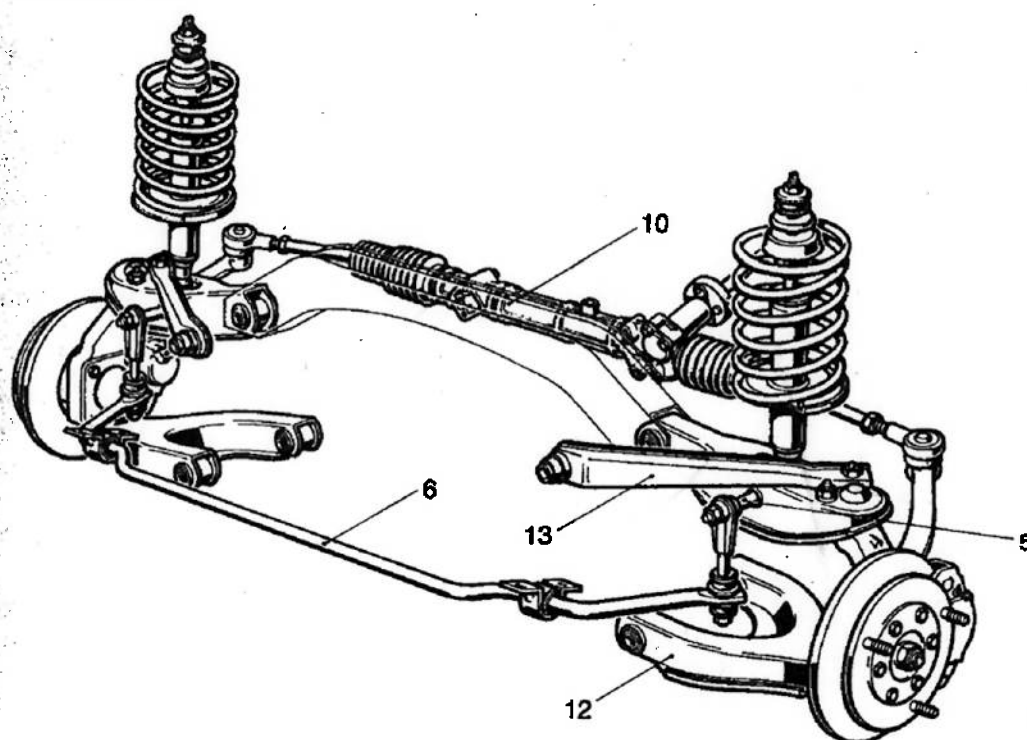


Figura 5.2 – Sistema Duplo-A dianteiro (Fonte: Reimpell, J; Stoll, Helmut. *The automotive Chassis: Engineering Principles*. SAE 1996)

Substituindo a barra superior do sistema Duplo-A por um amortecedor “estrutural” obtemos o sistema Mac-Pherson. Estes dois compreendem a grande maioria dos sistemas independentes utilizados hoje em dia.

Os dois sistemas apresentam vantagens e desvantagens um em relação ao outro apresentadas a seguir. As figuras 5.3a e 5.3b ilustram bem estas diferenças.

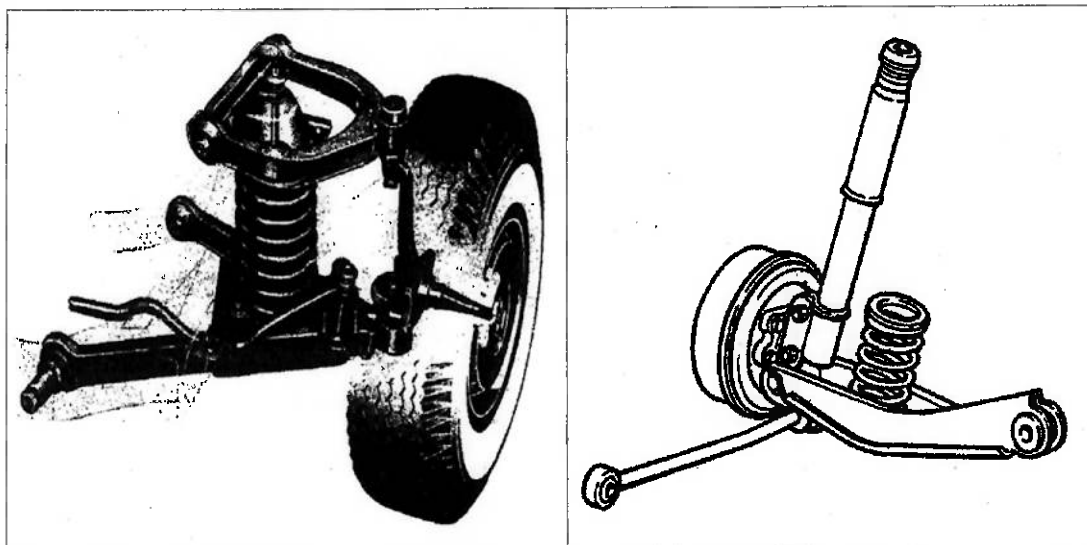


Figura 5.3a – sistema Duplo-A

Figura 5.3b – Sistema Mac-Pherson

(fonte: Gillespie, Thomas D. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. SAE. 1992)

- Duplo-A:
  - grande tolerância a falhas devido à redundância de esforços – neste sistema temos mais de uma peça realizando o mesmo esforço, o que confere maior robustez ao sistema, fato que, em contra-partida aumenta o peso do sistema (mais barras);
  - fácil controle da cinemática da roda ao longo do curso da suspensão (como será visto no projeto cinemático);
  - menor espaço disponível entre as rodas.
- Mac-Pherson:
  - menor tolerância a falhas, já que existe uma peça única para resistir a cada esforço, o que por sua vez diminui o peso do sistema;
  - difícil controle da cinemática da roda ;
  - maior espaço disponível entre as rodas, dada a ausência da bandeja superior.

Aparte estas diferenças, existe ainda o fato dos amortecedores estruturais utilizados em sistemas Mac-Pherson serem projetados exclusivamente para cada veículo. Isso faz com que a adaptação de componentes deste sistema às necessidades

do Mini-Baja seja difícil. Em contra-partida, o sistema Duplo-A fornece uma grande variedade de pontos de fixação para as molas e amortecedores (a priori, toda a extensão das bandejas inferior e superior) fazendo com que este seja o sistema “mais adequado” ao projeto. O escopo deste trabalho se limita à síntese deste tipo de sistema.

Os sistemas independentes apresentam uma característica comum. Enquanto em sistemas de eixo rígido a geometria entre as rodas é mantida, em sistemas independentes existe movimento relativo entre as mesmas ao longo do curso da suspensão, seja este em solavancos ou curvas, como está ilustrado na fig. 5.4.

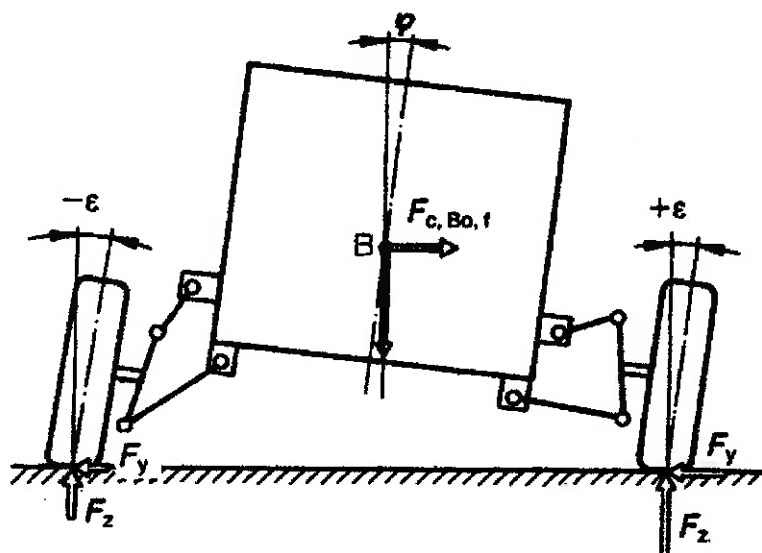


Figura 5.4 – Variação da geometria e sistemas independentes (Fonte: Reimpell, J; Stoll, Helmut. *The automotive Chassis: Engineering Principles*. SAE 1996)

Essa variação deve ser controlada e será prevista no projeto cinemático, quando tentará se tirar o maior proveito possível da mesma. Em carros para asfalto existe a possibilidade de se melhorar o desempenho do carro em curvas ao se manipular essa variação. No Mini-Baja, essa melhoria não é tão sensível mas de forma nenhuma deve ser negligenciada.

## 6. CONVENÇÕES E NOTAÇÃO

Na modelagem foi adotado o padrão SAE para direção e orientação dos eixos de coordenadas ilustrado abaixo:

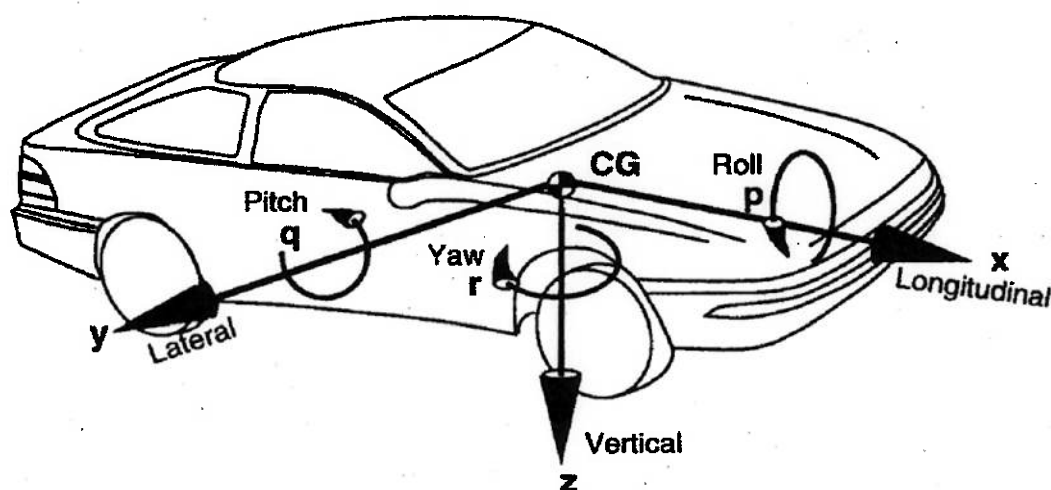


Figura 6.1 – Padrão SAE de eixos e coordenadas (fonte: Gillespie, Thomas D. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. SAE.1992)

Não foram adotados sistemas únicos de unidades, tendo sido usado para cada situação aquela mais adequada ou mais tradicional para a grandeza em estudo.

Em muitos casos, os esforços estão expressos em g's, fato que simplifica a expressão dos esforços existentes.

## 7. UMA PALAVRA SOBRE “PRECISÃO”

O estudo do veículo em movimento pode vir a ser algo extremamente complicado. Os veículos automotores apresentam uma quantidade tão grande de combinações de movimentos internos (suspensão – rotação do motor/transmissão – direção) e externos (variação na pista – vazão fluido-dinâmica do ar) que uma modelagem que seja “precisa” se tornaria uma tarefa exaustiva. É possível fazer análises o quão profundas quanto se desejar mas o tempo é sempre limitado e portanto é muito bom ser sensato quanto aos limites de cada análise. É possível, por exemplo, modelar a suspensão como um simples corpo apoiado sobre uma única par mola-amortecedor assim como se pode considerar a rigidez de todos os elementos (pneus, barras, buchas de fixação) gerando um modelo muito, mas muito complexo.

Para se decidir o quão “precisa” deve ser a modelagem, é importante se ter em mente que a profundidade a se atingir está intimamente ligada à precisão propriamente dita que se obterá nos processos de fabricação e montagem do carro assim como dos dados que se tem à disposição (a posição do CG, a distribuição de massa do carro). É comum fazer modelagens e dimensionamentos assumindo paralelismos, ausência de momentos e outras simplificações que, devido a imperfeições construtivas, não ocorrem, comprometendo o modelo adotado e, conseqüentemente, o dimensionamento realizado.

Lembrando que muito do Baja é construído pelos próprios alunos, uma boa conduta a ser adotada é utilizar o modelo mais simples prevendo sempre o caso **mais pessimista**. Economia de tempo quase nunca é demais e nenhum carro é pior do que aquele que quebra ou pára de funcionar por ter sido construído às pressas.



## 8. VALORES PRÉ-PROJETO

Antes de começar o projeto da suspensão, é necessário reunir os seguintes dados:

### 8.1 Dados indispensáveis

- distância entre os centros dos eixos das rodas dianteiras e traseiras – entre-eixos;
- distância entre os pontos de contato com o solo de um par de pneus pertencentes ao mesmo eixo – bitola traseira e dianteira;
- diâmetro, perfil e massa dos pneus;
- diâmetro, tala, “*offset*” e massa da roda;
- massa estimada do carro com piloto e tanque cheio – Peso Bruto Total – PBT;
- distribuição de massa estimada;
- momento de inércia estimado, em relação ao eixo transversal que passa CG;
- limitações angulares de pivôs e juntas homocinéticas;

### 8.2 Dados dispensáveis (porém úteis...)

- regiões que delimitem as possíveis posições de fixação das articulações na estrutura;

## 7. O MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO

Antes de se iniciar propriamente o projeto da suspensão, é necessário entender os modelos físico-matemáticos para ela existentes. Dois modelos de suspensão serão analisados neste texto. O primeiro deles, o de “**quarto-de-carro**” mostra a influência que a suspensão de cada uma das rodas exerce isoladamente sobre o veículo. Esse estudo é feito de forma desacoplada, ou seja, supõe-se um sistema (uma roda) trabalhando de forma independente da existência dos outros. O segundo modelo, o de “**meio-carro**” ilustra o comportamento resultante do veículo, influenciado pelas suspensões das quatro rodas trabalhando em conjunto. O escopo deste trabalho se limita a detalhar o modelo “**quarto-de-carro**”, tanto por motivos de tempo quanto pela dificuldade de se obter informações proveitosas a partir do modelo de “**meio carro**”, dado o pequeno nível de aprofundamento que se apresenta esta metodologia

Deve-se antes de mais nada atentar para o fato de que os esforços das molas e amortecedores apresentados nos modelos não serão os esforços realizados pelas molas e amortecedores reais. Os mesmos reagirão a estes esforços do modelo. Somente após se definir como será feito o vínculo das rodas com o carro é que serão determinados os esforços a serem realizados pela mola e pelo amortecedor.

Os modelos são deveras abstratos.

### 7.1 O modelo de “um quarto de carro”

O modelo mais simples para se analisar o veículo suspenso é o um de quarto de carro (estudo separado de cada roda), com dois graus de liberdade e movimento exclusivamente vertical.

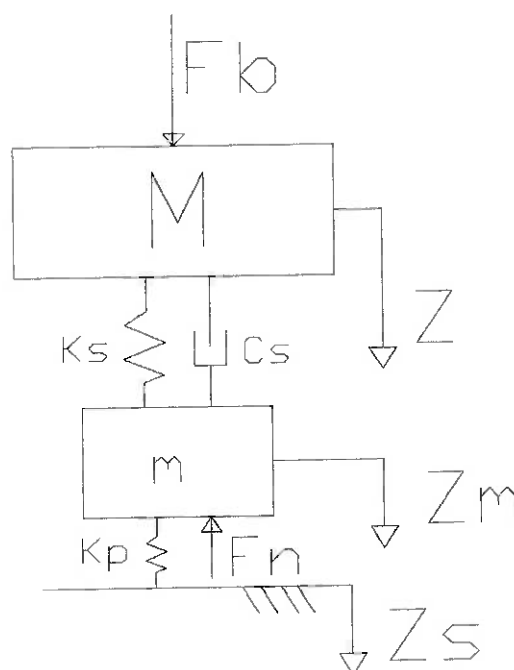


Figura 7.1 – Diagrama do modelo “quarto de carro”

Neste modelo:

$M$  = massa suspensa (fração da massa do veículo na roda em estudo);

$m$  = massa móvel (conjunto pneu+roda+strut+freio+bandejas);

$K_s$  = coeficiente da(s) mola(s) da suspensão;

$C_s$  = coeficiente de amortecimento do amortecedor;

$K_T$  = coeficiente de mola do pneu;

$F_B$  = Força aplicada diretamente ao carro;

$F_N$  = Força aplicada no pneu .

Este modelo supõe uma massa suspensa ( $M$ : o carro) apoiada sobre uma massa móvel ( $m$ : pneu(s), eixo(s), braços, bandejas, etc) por meio de um par mola-amortecedor principal, com coeficientes  $K_s$  e  $C_s$  respectivamente. A massa móvel por sua vez está apoiada no solo por meio do pneu, que pode ser modelado como um segundo par mola-amortecedor de constantes  $K_p$  e  $C_p$ . O amortecimento  $C_p$  (omitido no desenho) do pneu pode ser desprezado e não será considerado na análise do

modelo.

Estando apoiada sobre molas, a massa suspensa apresentará uma frequência natural de oscilação ( $\omega_n$  em radianos/s ou  $f_n$  em Hz) em cada um de seus apoios (cada quarto de carro) determinada pelo valor da massa do veículo e pela dureza resultante da combinação em série de  $K_s$  e  $K_t$  (dureza resultante menor que as das molas isoladamente). A massa móvel, posicionada entre as molas, vibrará na frequência determinada pela massa do conjunto móvel (bandejas, strut, freio, roda e pneus) e pela combinação em paralelo de  $K_s$  e  $K_p$  (dureza resultante maior que as das molas isoladas). São elas:

$$\omega_{n,M} = \sqrt{\frac{(K_s * K_t)}{((K_s + K_t) * M)}} \simeq \sqrt{\frac{K_s}{M}}, rad/s$$

$$\omega_{n,m} = \sqrt{(K_s * K_t) * m}, rad/s$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton às duas massas obtém-se:

Para M:

$$M * \ddot{Z} + C_s * \dot{Z} + K_s * Z = C_s * \dot{Z}_u + K_s * Z_u + F_b$$

Para m:

$$m * \ddot{Z}_u + C_s * \dot{Z}_u + (K_s + K_t) * Z_u = C_s * \dot{Z} + K_s * Z + K_t * Z_r + F_w$$

Ambas equações foram escritas para variações em torno de uma posição de equilíbrio (estática), o que explica a ausência do peso e da reação normal do solo.

O objetivo do estudo deste modelo, é prever qual será a resposta que o sistema massa-mola exercerá no corpo do veículo, dada uma determinada excitação vinda do solo. A utilidade das equações apresentadas acima se mostra na forma como são manipuladas visando a fazer esta mencionada análise.

### 7.1.1 A análise da frequência

Para se estudar a resposta do sistema massa-mola é necessário definir antes qual a entrada a ser estudada. Os sistemas massa-mola são sistemas dinâmicos e isso implica que as entradas devam ser abordadas no domínio da frequência.

As molas são elementos de comprimento variável. Uma força não é transmitida imediatamente de uma extremidade à outra pois existe um tempo de deformação da mola. A maneira como ela transmite o esforço aplicado de uma extremidade à outra depende da dinâmica deste esforço. Em termos de frequência, a mola funciona como um filtro passa-baixa, ou seja, transmite menos na medida que a frequência de entrada aumenta. Se a mola recebe um **pulso** de duração (período) suficientemente pequeno (consequentemente, em alta frequência), ela absorve este pulso em sua deformação antes que o mesmo chegue à outra extremidade.

É possível resolver as equações dinâmicas apresentadas no item anterior no domínio da frequência em forma fechada, isto é, determinando a relação de saídas em função de entradas. É então possível se visualizar melhor os efeitos das molas e da frequência natural no comportamento dinâmico do carro, contanto que se escolha as entradas e saídas adequadas. Uma maneira de visualizar esta relação entrada-saída é traçando um diagrama de transmissividade. No gráfico da transmissividade, é plotada a relação entre a aceleração vertical da massa suspensa (  $\ddot{Z}$  ) e a aceleração proveniente da variação da altura da pista (  $\ddot{Z}_r$  ) em função da frequência de excitação da entrada (  $\omega$  ). Esta relação é chamada de ganho. O ganho de aceleração tem implicação direta nos ganhos de velocidade e deslocamento.

A resolução do sistema de equações diferenciais desta maneira resulta:

$$\frac{\ddot{Z}}{\ddot{Z}_r} = \frac{K_1 K_2 + j[K_1 * C * \omega]}{[(\frac{m}{M})\omega^4 - (K_1 + K_2(\frac{m}{M})) + K_1 K_2] + j[K_1 C \omega - (1 + (\frac{m}{M}))C \omega^3]}$$

sendo:

- $C : \frac{C_s}{M} = \zeta_s \sqrt{4 \frac{K_s}{M}}$
- $K_1 : K_s/M$
- $K_2 : K_T/M;$
- $j$  : número imaginário (mais conhecido como  $i$  ...).

Plotar o gráfico da transmissividade é um tanto simples usando uma planilha de cálculo com recursos de construção de gráficos (i.e: OpenOffice, KSpread, Excel). O valor do ganho é o resultado da divisão do módulo do numerador pelo do denominador, que são ambos números complexos, avaliados na frequência desejada.

A expressão final a ser computada na planilha fica:

$$\text{Ganho} = \frac{\ddot{Z}}{\ddot{Z}_r} = \frac{\sqrt{(K_1 K_2)^2 + (K_1 C \omega)^2}}{\sqrt{\left(\left(\frac{m}{M}\right)\omega^4 - (K_1 + K_2\left(\frac{m}{M}\right))\omega^2 + K_1 K_2\right)^2 + (K_1 C \omega - (1 + \left(\frac{m}{M}\right))C \omega^3)^2}}$$

Na confecção da planilha, deve ser usada uma resolução adequada para a frequência de forma a se obter uma sequência de pontos suficientemente contínua. Nos gráficos apresentados à frente, o acréscimo de frequência entre cada ponto é de 0,01Hz.

A curva de transmissividade nos ilustra como será a resposta do carro em relação à frequência de excitação da entrada, resultado da combinação da geometria do solo com a velocidade do veículo. Quando o ganho é maior que 1, temos uma amplificação do impulso vindo do solo. Se o ganho é menor que 1, temos uma atenuação do mesmo. A curva nos mostra então qual a faixa de frequências em que a suspensão trabalha atenuando a oscilação da pista, fornecendo assim o efeito desejado de isolamento.

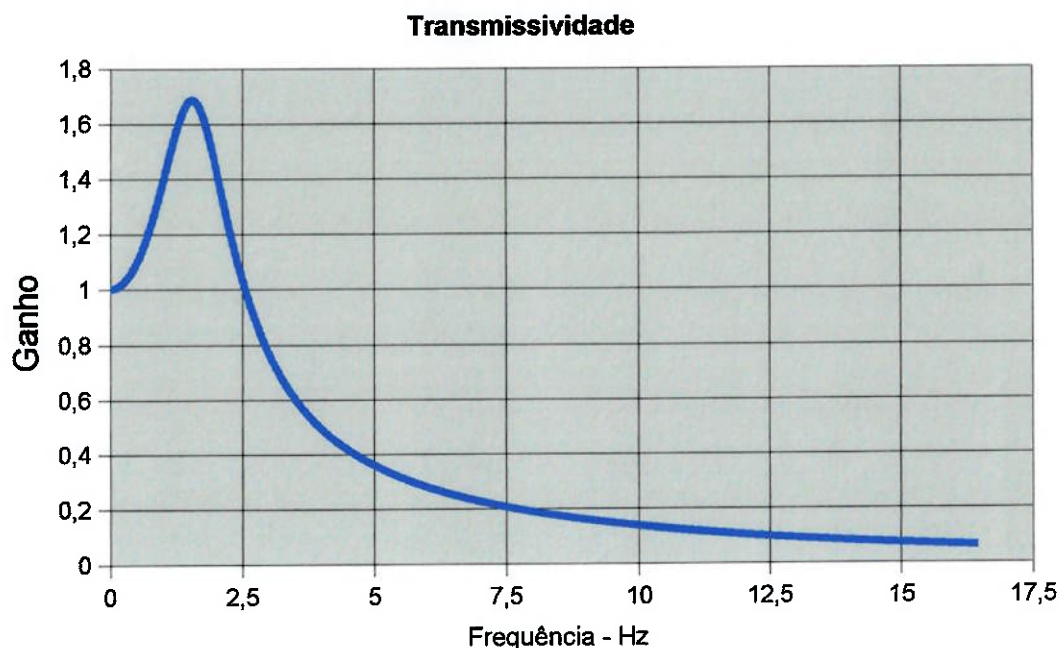


Figura 7.2 – Ganhos por frequência – ( $f_n = 1,65\text{Hz}$ )

Observando o gráfico da figura 7.2 vê-se que para frequências próximas de zero (processos quase-estáticos) o ganho é 1, ou seja, todo o esforço vindo do solo é transmitido ao carro. Este é o caso do carro parado (verticalmente falando) suportando apenas o seu peso. Na medida que a frequência aumenta e se aproxima da ressonância, o ganho aumenta, ou seja, o carro oscila em uma amplitude maior que a da pista. A região em que o ganho é maior que 1 é a região entre a frequência nula ( $\omega=0$ ) e a frequência  $\omega=\omega_n*\sqrt{2}$ , com valor máximo na frequência de ressonância. A partir do ponto  $\omega=\omega_n*\sqrt{2}$  o ganho aproxima-se assintoticamente de zero, caracterizando assim a suspensão como um filtro passa-baixa.

Em uma situação hipotética, para este diagrama apresentado, quando o carro passa por uma ondulação cuja amplitude seja menor que o curso (será visto em frente a relação entre a amplitude das irregularidades e o curso da suspensão), comprimento de onda (distância entre cristas -  $\lambda$ ) de 1 metro a uma velocidade ( $v$ ) de 10 m/s, teremos uma frequência de entrada igual a 10Hz ( $f = \frac{v}{\lambda}$ ). No gráfico da figura, vemos que o ganho para essa frequência é aproximadamente 0,15. Isso quer dizer

que, passando por esta ondulação, a esta velocidade, o carro teria uma oscilação vertical de apenas 15% da excitação recebida. Os outros 85% provenientes da pista seriam absorvidos pelo sistema de molas. O mesmo carro passando pela mesma ondulação a uma velocidade de 2 m/s ( $f = 2\text{Hz}$ ) oscilaria verticalmente com amplitude 40% maior que a da excitação, resultado do efeito de amplificação proveniente da suspensão nesta frequência.

O efeito da ressonância pode ser melhor compreendido mentalizando-se uma rede destas de casa de praia que certamente todo mundo conhece e em que já brincou. Imaginando que estamos impulsionando alguém deitado nesta rede, existe um momento certo para dar o impulso e balançar cada vez mais alto, não existe? Pois bem, este “momento” que se repete a todo ciclo é a frequência de ressonância. No mesmo raciocínio mentalize a sua mão segurando um elástico com um peso pendurado. O que acontece quando você dá um impulso em diferentes frequências? Tente (partindo do repouso...) oscilar sua mão sempre com a mesma amplitude e com frequência gradativamente constante. É possível visualizar o diagrama da transmissividade? Tente com comprimentos diferentes, variando assim o “K” do elástico.

Vemos então que conforme as frequências de excitação do solo se distanciam (crescendo) da frequência de ressonância, o isolamento da massa móvel aumenta. Assim, quanto mais baixa a frequência de ressonância, maior a faixa de isolamento.

A figura 7.3 mostra a combinação de um diagrama de densidade espectral da rugosidade do solo (amplitude em função da frequência), fig.7.3a, com um diagrama de ganho de um sistema massa mola, fig.7.3b, resultando o gráfico da fig.7.3c. Repare que acima dos 10Hz a resposta indica uma absorção praticamente total da entrada.



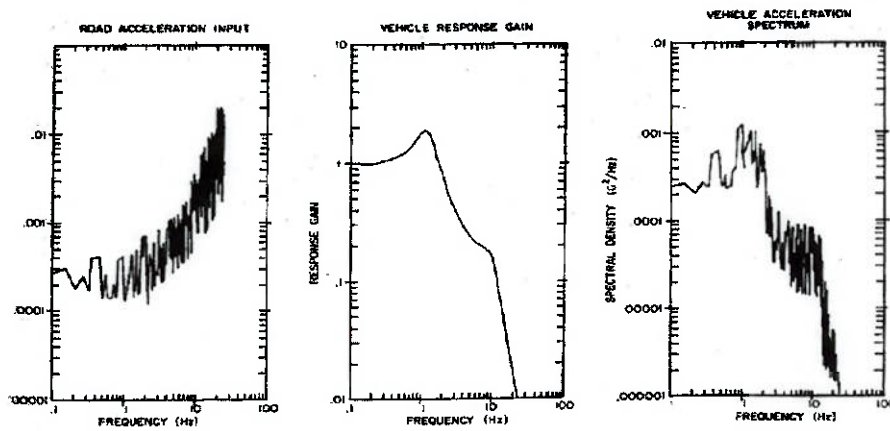


Figura 7.3 – Resposta em frequência em função da irregularidade do solo (fonte: Gillespie, Thomas D. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. SAE. 1992)

Em carros de passeio a frequência natural é muito próxima de 1 Hz, que é a faixa tida como de máximo conforto. As molas pouco firmes no entanto diminuem a estabilidade em curvas e consomem muita energia da aceleração. Por isso, carros de desempenho esportivo trabalham na faixa 1,3Hz – 1,8Hz (molas mais “firmes”). Carros de competição em pista chegam aos 2,5Hz, número que aumenta a estabilidade mas compromete parte do isolamento em frequências médias, isolamento este desnecessário em carros de pista – F1, Indy, etc – mas não dispensável ao Mini-Baja.

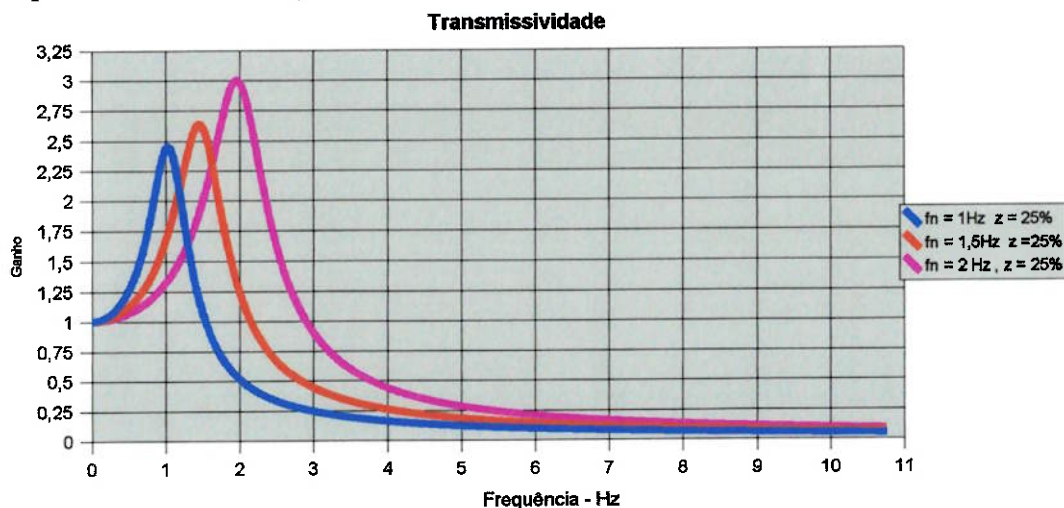


Figura 7.4 – Ganho de aceleração para diferentes frequências de ressonância

A figura 7.4 mostra os ganhos em aceleração em função da frequência. Repare que o aumento da frequência de ressonância “puxa” toda a curva para cima, A energia transmitida ao carro (aquele “tranco” que é sentido quando passamos em uma lombada) é proporcional à área sob estas curvas, portanto, mesmo conseguindo uma boa filtragem das altas frequências, manter a ressonância em um valor baixo é necessário tanto por questões de conforto (menor fração de esforços transmitidos ao carro) como de dirigibilidade (melhor acompanhamento da geometria da pista).

## 8. DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DA SUSPENSÃO

### 8.1 O Curso da Suspensão

Existem muitos caminhos para se fazer um projeto de uma suspensão. Cada um deles inicia-se na especificação de um parâmetro, sendo os outros obtidos em decorrência deste pré-determinado. O parâmetro inicial a ser especificado é aquele de importância maior, do qual o projetista não pode abrir mão.

Foi visto que a suspensão intermedia o movimento da roda relativo ao carro, de forma que estas acompanhem o solo sem que o veículo oscile. A amplitude deste movimento relativo é o curso da suspensão. Quando a suspensão atinge o fim-de-curso ela pára de funcionar e o carro necessariamente passa a oscilar. Assim sendo, para um veículo que trafega em terrenos acidentados é bom que se tenha um curso tão grande quanto for possível, maximizando o funcionamento da suspensão. Para o estudo de caso deste projeto foi utilizado o valor inicial de 300mm. Carros de passeio têm curso entre 160 e 220mm e enfrentam médias de irregularidades da faixa de 1,58 a 3,65 m/km. A cada quilômetro que o Mini-Baja trafega, quantos metros de irregularidades ele ultrapassa? 100? 200? Caminhonetes e utilitários apresentam curso na faixa dos 300mm. Jipes “transformados” chegam aos 500mm. Será visto no projeto cinemático que o valor de 300mm já é de difícil obtenção, o que praticamente inviabilizaria cursos ainda maiores.

O curso é dividido em duas parcelas, uma de compressão (bump) e outra de extensão (rebound). Decidir em que ponto do curso termina a extensão e começa a compressão é uma escolha que cabe ao projetista. Essa posição de fronteira entre as duas parcelas é o ponto no qual a mola equilibra a carga do veículo em repouso. A parcela de compressão pode ou não ser igual à de extensão. Em veículos de passeio, a compressão costuma ser maior que a extensão pois as estradas não apresentam grandes irregularidades, o que dispensa grandes extensões, mas o veículo ainda é suscetível a eventuais impactos (lombadas, valetas, buracos, etc), o que requer mais espaço para armazenamento da energia de compressão sem causar “trancos”. Para o

caso do Baja, tendo estipulado um curso total, a maneira de obter os cursos de compressão e extensão maiores possíveis é fazê-los iguais, diminuindo assim o conforto em prol de um aumento da dirigibilidade. Nas curvas de mola apresentadas adiante, ambas as parcelas serão consideradas iguais a 150mm cada uma.

## 8.2 As molas

O comportamento do carro está intimamente ligado à(s) dureza da(s) mola(s) do sistema de suspensão. Uma maneira de obter estes parâmetros é desenhar uma curva “Força x Deslocamento da Roda” com vista neste comportamento esperado e escolher molas que, quando associadas de maneira conveniente, resultem esta curva. Para desenhar a curva desejada, deve-se partir de pontos conhecidos e estipular o comportamento da curva entre os mesmos.

Molas são elementos amplamente utilizados em projetos mecânicos havendo uma grande variedade de fornecedores de molas no mercado. Molas são feitas sob encomenda e é possível encontrar fabricantes para praticamente qualquer mola que se queira, seja essa de diâmetro constante ou variável valendo o mesmo para o passo e para o diâmetro do fio utilizado.

Dois fatos que devem ser lembrados antes de começar:

- as molas aqui estudadas são aquelas do modelo e não as reais;
- as molas somente trabalham no regime de compressão.

Os modelos matemáticos vistos anteriormente pressupõem molas lineares. Assim sendo, parte-se de uma curva deste tipo.

Todas as curvas passam pela posição de repouso do veículo que define um parâmetro inicial: a Deflexão Estática Efetiva (  $\delta_e$  ), que é a deflexão da mola para o veículo parado. Supondo que a mola seja montada sem pré-compressão,  $\delta_e$  é igual ao curso de extensão. Sendo a carga estática (Peso Bruto Total – PBT) igual a 1g, a curva fica:

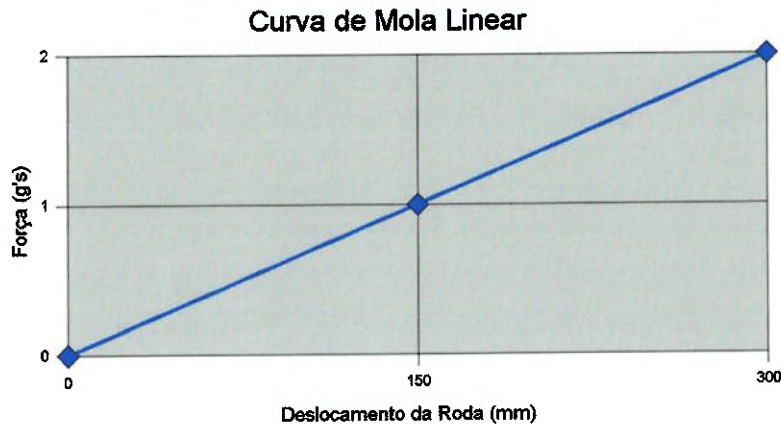


Figura 8.1 – Esforço na mola x Deslocamento da roda

Quando o carro está em repouso temos:

$$F = K * x \Leftrightarrow M.g = K_s * \delta_e \Leftrightarrow K_s = \frac{M.g}{\delta_e}$$

Como  $K_s = \omega_n^2 * M$  e  $M$  é um parâmetro fixado, vê-se que a máxima frequência natural já foi estabelecida ao se estipular o curso de extensão. Projetos que não priorizam o curso (como carros de F-1) pré-definem a frequência natural que desejam obtendo assim o curso máximo de extensão. Como a prioridade deste projeto é o curso, temos que aceitar este limite superior da frequência natural.

A linearidade da mola implica um segundo problema. A Carga Dinâmica Máxima, suportada pela mola na posição de máxima compressão (300mm), é de apenas 2 g's, ou seja, esforços duas vezes maiores que os estáticos. Carros comerciais prevêm cargas dinâmicas máximas de 3 a 4 g's. Para o Mini-Baja, que salta rampas e às vezes aterrissa em uma só roda, a faixa próxima dos 8g's deve ser suportada.

Se for mantida a linearidade da mola, duas opções são possíveis.

1 - Preservar  $\delta_e$  e, conseqüentemente,  $\omega_n$  e o curso de extensão, o que resulta a necessidade de um curso de compressão inexequível (1050mm!!!), como mostra a fig. 8.2.

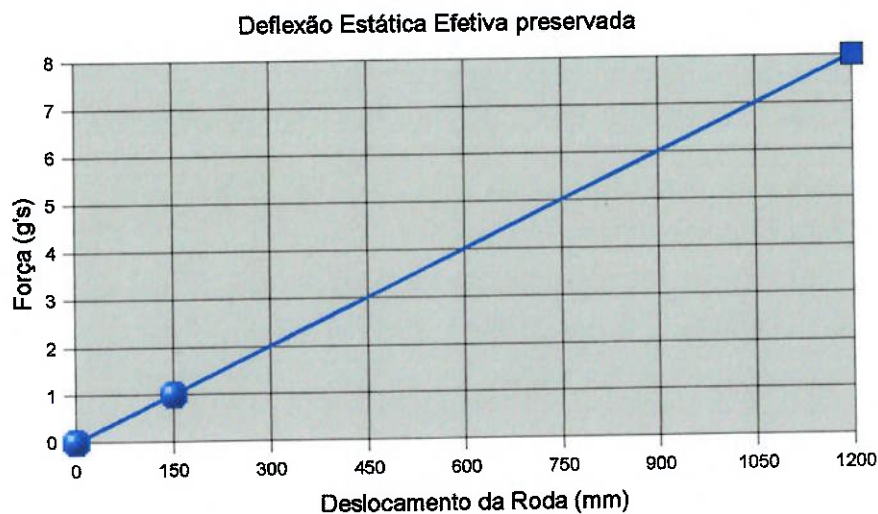


Figura 8.2 – Curva de mola linear obtida pela conservação da deflexão estática.

2 - Preservar o curso total pré-estabelecido (300mm), resultando um  $\delta_e$  minúsculo além de uma mola com rigidez altíssima (4 vezes maior, o que resulta uma frequência de ressonância do dobro do valor), como pode ser visto na fig.8.3.

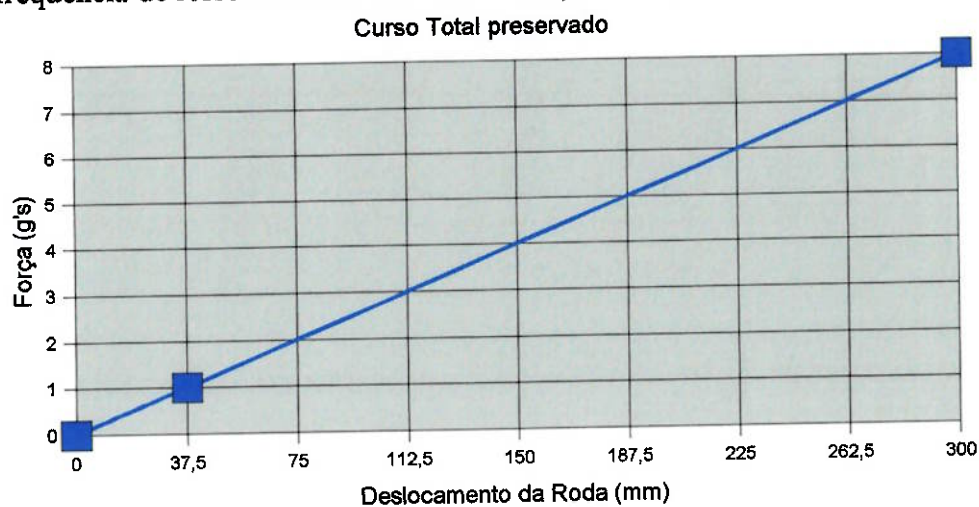


Figura 8.3 – Curva de mola linear obtida pela preservação do curso total.

Este segundo caso é um erro comum cometido pelos alunos que fazem o dimensionamento das molas da suspensão em função das situações de maior esforço. Essa é uma conduta que deve ser aplicada no dimensionamento das peças de forma que elas não quebrem quando submetidas aos esforços presentes nestas situações limite. Se o mesmo for feito para as molas, resultará uma suspensão dura demais. A mola não deve ser encarada como um dispositivo que simplesmente suporta esforços

e sim como elemento de trabalho dinâmico.

A solução para estes problema é desenhar uma curva de mola não-linear e fazer uso de molas suplementares para obter tal comportamento. O problema ilustrado acima não é novidade alguma no projeto de suspensões atuais e a indústria automotiva dispõe de inúmeras maneiras de contornar a situação.

Existem molas progressivas (passo entre gomos e/ou diâmetro variável) que podem ser utilizadas por si só. Uma outra solução é obter a progressividade desejada associando mais de uma mola, seja em série ou paralelo.

A associação de mais de uma mola, no intuito de se obter diferentes durezas no mesmo sistema, requer que o projetista defina em que condições se dará o trabalho conjunto, isto é, a dureza resultante das molas em cada porção do curso. Independente do tipo de associação, haverá basicamente duas porções. Uma nos arredores da posição estática, de menor dureza resultante e outra na porção final da compressão (carga dinâmica máxima) na qual a dureza resultante será maior.

Para associações em série, a dureza resultante  $K_R$  é:

$$K_R = \frac{(K_1 * K_2)}{(K_1 + K_2)}$$

que é um valor inferior à dureza das molas isoladas. Deve-se portanto ter ambas trabalhando nas vizinhanças da posição estática e apenas uma na região final da compressão. Isso é obtido fazendo-se com que uma das molas atinja o comprimento sólido (elos encostados) em determinado ponto desejado da compressão. O projetista deve então decidir em que posição do curso e, conseqüentemente, sob que carga uma das mola alcançará o comprimento sólido resultando assim uma dureza maior que  $K_R$ , seja esta  $K_1$  ou  $K_2$ . A associação de molas em série só é recomendada na ausência de outras opções já que é possível encomendar uma única mola com duas porções de diferentes passos entre gomos. Esta solução é deveras mais segura.

Na associação em paralelo o raciocínio é o inverso. Como a dureza resultante  $K_R$  das molas trabalhando juntas é maior do que qualquer uma das duas, pois

$$K_R = K_1 + K_2$$

o projetista deve decidir até que ponto da compressão (curso e carga) trabalhará a



mola principal, estipulando assim a porção restante na qual a dureza será maior.

A indústria automotiva dispõe de molas fabricadas em material polimérico (uretano) que possuem características bastante desejadas aos sistemas de suspensão e são facilmente acopláveis. Tais molas exibem uma curva bem progressiva e são capazes de armazenar grandes quantidades de energia em pequenos deslocamentos.

Um exemplo de curva desejada é o da figura 8.4. Nela temos duas regiões definidas. Uma linear em torno da posição estática, onde somente há esforço na mola principal e as previsões de comportamento dinâmico são respeitadas e uma na região da Carga Dinâmica Máxima, onde se denota a não-linearidade. Dado o fato que os esforços da magnitude da Carga Dinâmica Máxima são esporádicos, o veículo trabalhará pela maioria do tempo na região linear, obtendo assim o comportamento dinâmico desejado.

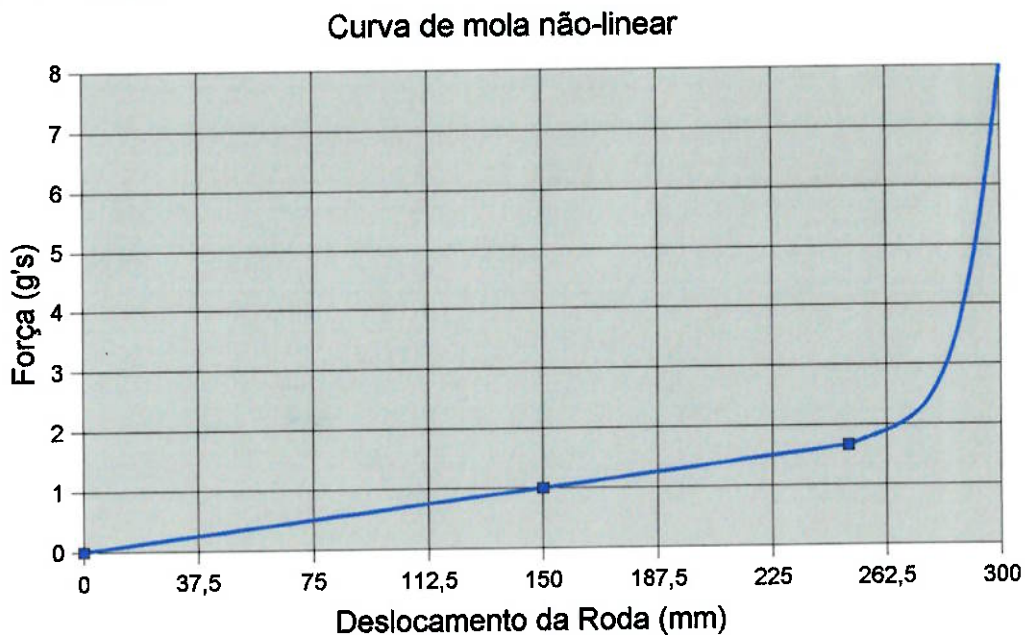


Figura 8.4 – Curva de mola não-linear.

Uma coisa importante a ser dita é sobre a pré-compressão na mola, também chamada de “pré-carga de montagem”. A porção linear da curva da mola ( $F = K_s \cdot x$ ) está “pivotada” no ponto ( $\delta_e$ , PBT), podendo girar em torno dele. Rotações no sentido anti-horário (aumentando  $K_s$ ) só são possíveis até que a reta passe pela origem (pré-compressão nula, como é o caso do gráfico da figura 8.4). A partir deste



ponto um aumento de  $K_s$  acarreta uma diminuição de curso, já que, como foi dito anteriormente, não há reação do solo para baixo e portanto não é possível tracionar a mola. Da mesma maneira, é possível rotacionar a reta da mola em torno deste mesmo ponto, no sentido horário, diminuindo assim o  $K_s$ . Isso permite que se diminua a frequência de ressonância sem a necessidade de aumentar o curso. Esta diferença é a pré-compressão da mola. Isso permite que se faça uma suspensão mais macia sem a necessidade de curso fora da realidade, recurso este freqüentemente utilizado em carros de passeio.

No caso do Mini-Baja, temos esta “disputa” entre o curso e a dureza da mola o que nos impede de fazer uso do recurso da pré-compressão. A relação “dureza de mola-curso-pré-compressão” deve ser aquela que forneça todo o curso desejado, da maneira mais firme (maior  $\omega_n$ ) o quanto for possível. Assim, devemos ter a menor pré-compressão possível. Pré-compressões nulas, no entanto, não são indicadas, pois elas permitem que, no caso de um salto (quando a suspensão se estende por completo) a mola fique solta e possa sair de seu lugar. No retorno do carro ao solo com uma mola mal posicionada o fracasso é certo. Assim, no estudo de caso, foi especificada uma pré-carga mínima de 30mm (20% da extensão). Este é um valor deveras subjetivo. A curva final esperada da mola está representada na figura 8.5:

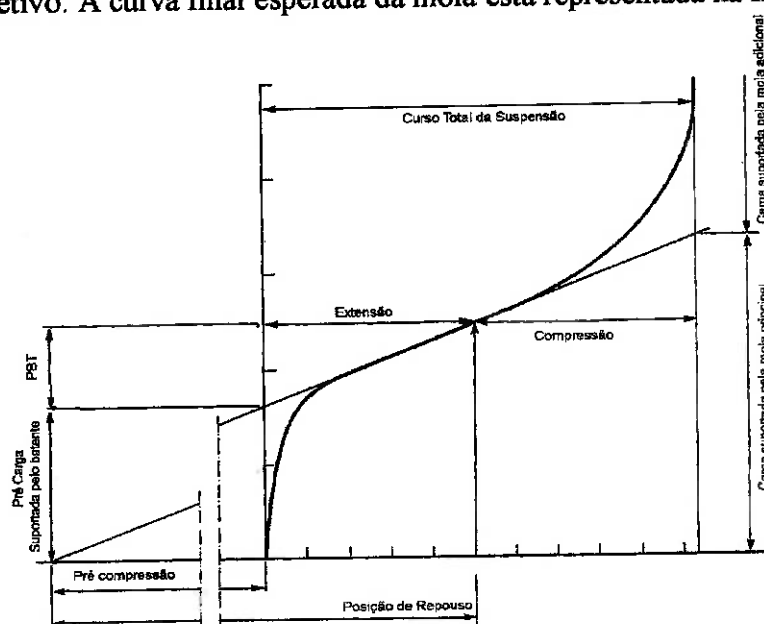


Figura 8.5 – Curva esperada para o sistema de molas

### 8.3 O amortecedor

Os amortecedores são os dispositivos responsáveis por dissipar a energia armazenada nas molas, amortecendo assim a oscilação do carro após a passagem deste por um obstáculo.

O modelamento simplifica o funcionamento dos mesmos com a hipótese (deveras grosseira) de que são dispositivos lineares, cuja força opositora ao movimento é proporcional à velocidade do impulso.

Temos então  $F_a = C_s * \dot{z}$ , que é a expressão adotada no modelamento matemático para a força resistente do amortecedor, em função da velocidade da excitação.

O amortecimento pode ser expresso de duas maneiras. Em termos de fenômeno ou em termos de componentes. O fenômeno por si só é expresso em um adimensional em termos percentuais – letra  $\zeta$  – que nos indica em quanto é diminuída a amplitude da oscilação em estudo, a cada ciclo, independente do sistema. Essa grandeza é a que desejamos especificar. Esse percentual não se aplica ao amortecedor e sim ao amortecimento. Um mesmo amortecedor pode fornecer diferentes “quantidades” de amortecimento dependendo das inércias do sistema a ele acoplado. No momento do equacionamento é utilizado o parâmetro  $C_s$  obtido pela expressão:

$$C_s = \zeta_s \sqrt{4K_s M}$$

Este parâmetro pertence ao amortecedor e, dependendo da dureza da mola associada e da quantidade de massa a ser movimentada, este mesmo amortecedor fornece diferentes “quantidades” de amortecimento.

O mercado dispõe de amortecedores de ação dupla que exibem diferentes resistências na tração e na compressão. No momento da compressão, deseja-se que o amortecedor não resista ao movimento de forma a diminuir a transmissão de esforços ao veículo. No momento da extensão, por outro lado, deseja-se que amortecedor

absorva a energia contida na mola o quão rápido for possível. Amortecedores “2 para 1” são comuns no mercado e utilizando este tipo, deve-se usar a média dos amortecimentos no equacionamento. A figura 8.6 exibe a curva de um amortecedor deste tipo, utilizado na traseira do veículo VW Santana.

GRÁFICO DE AMORTECIMENTO

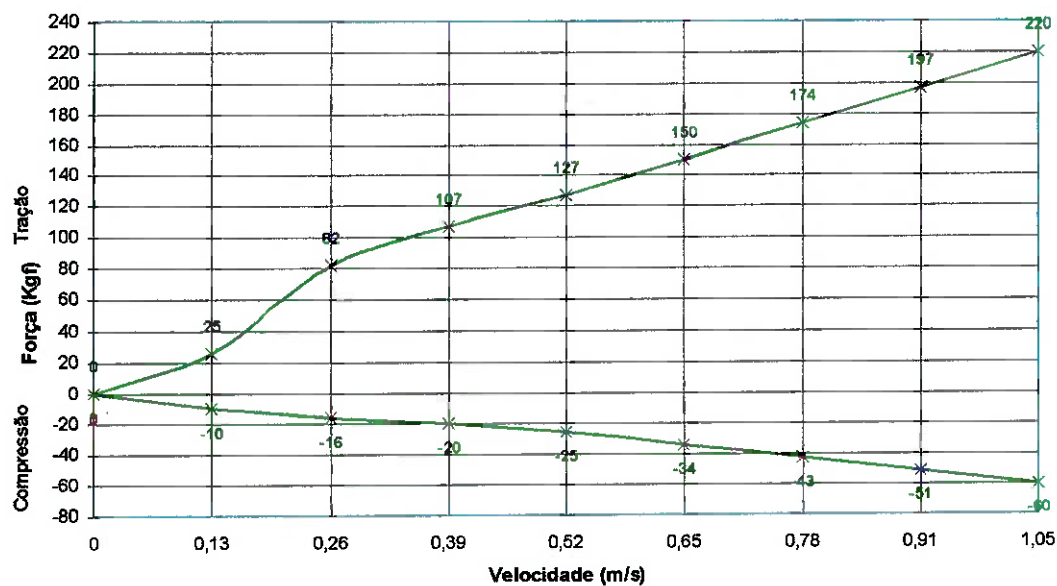


Figura 8.6 – Curva do amortecedor HG30736 -- (Fonte: Dana Nakata)

No amortecedor da figura, deve-se escolher o trecho mais próximo de uma reta e calcular seu coeficiente angular, que é o  $C_s$  do amortecedor. Assim, na tração temos  $C_{sT} = 9.81 \cdot (220 - 82) / (1,05 - 0,26) = 1713,6 \text{ N.s/m}$ . Analogamente, na compressão temos  $C_{sC} = 9.81 \cdot (80 - 16) / (1,05 - 0,26) = 794,7 \text{ N.s/m}$ . Tirando a média dos módulos temos  $C_{sMédio} = 1254,15 \text{ N.s/m}$ . Foram utilizados módulos porque o amortecedor sempre resiste ao impulso, seja na tração ou na compressão. Este valor médio é o que deverá ser utilizado no cálculo do percentual de amortecimento  $\zeta$ . Repito que este mesmo amortecedor pode resultar inúmeros valores de  $\zeta$ , dependendo de como for vinculado ao veículo, como será visto mais à frente.

No estudo das molas, foi visto que a dureza das mesmas é limitada pelo curso, o que faz com que resulte dos cálculos uma mola excessivamente macia para o carro, o que resulta uma tendência excessivamente grande de oscilar. A solução para

contornar este problema é utilizar amortecedores mais duros do que a prática usual. Carros comerciais e de passeio possuem amortecimento médio na faixa dos 15% a 40% . No intuito de melhorar o desempenho, ainda que isto implique uma diminuição do conforto, a faixa de 30% a 50% pode ser utilizada. Utilizando novamente o gráfico da transmissividade, pode-se obter uma visão da influência do amortecimento.

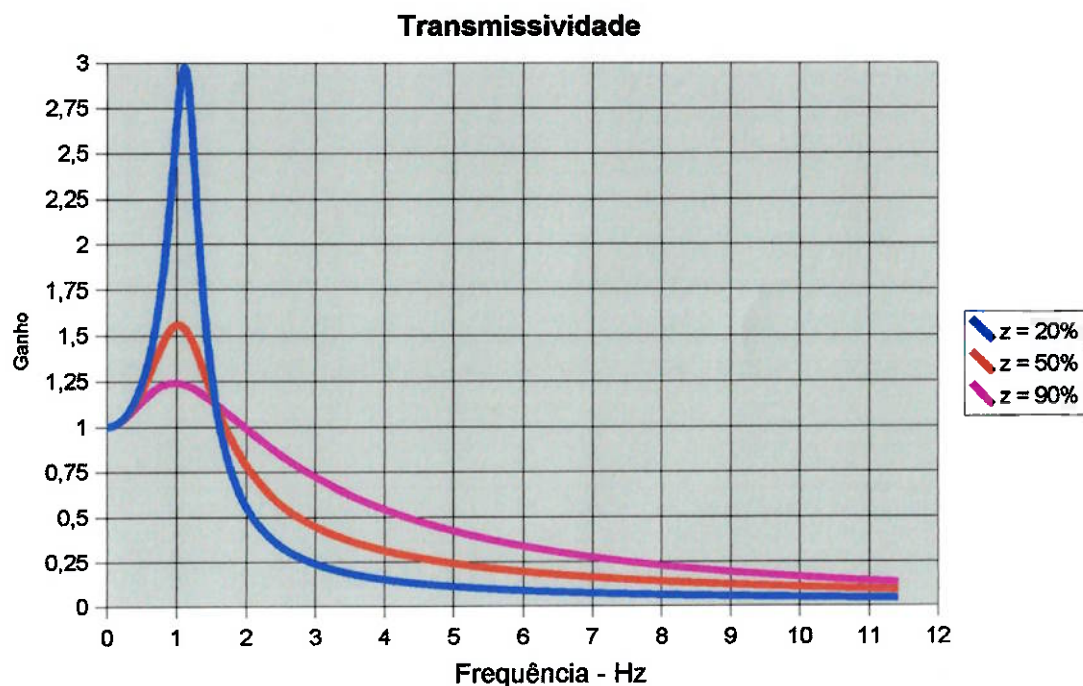


Figura 8.7 – Curva da transmissividade para diferentes amortecimentos

É visível no gráfico que o aumento do amortecimento aproxima a curva de ganho para o valor 1. Isso é bom na região da ressonância, na qual o ganho é positivo, mas é indesejado quando o ganho é menor que a unidade, já que tal efeito implica uma maior transmissão de esforços ao carro.

Plotando o mesmo gráfico para a faixa de amortecimento indicada temos:

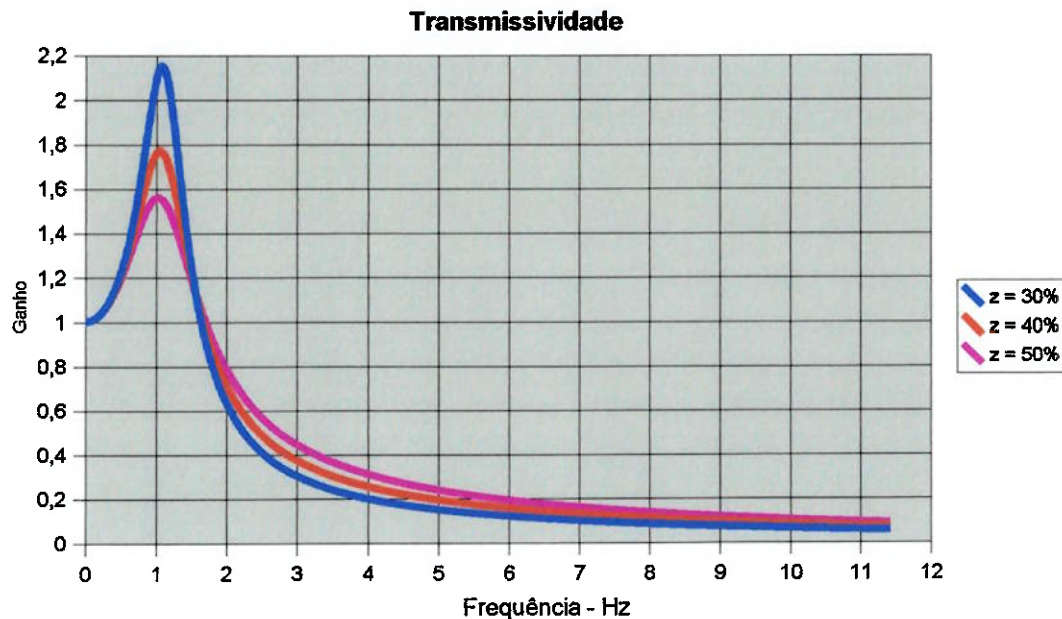


Figura 8.8 – Curva da transmissividade para a faixa de amortecimento indicada

Diferentes das molas, os amortecedores consistem em projetos complicadíssimos por si só. Assim sendo, deve-se localizar no mercado o amortecedor disponível que, quando acoplado ao sistema projetado, resulte a “quantidade” de amortecimento mais próxima da desejada.

Existem amortecedores feitos sob encomenda. A complexidade associada aos mesmos torna necessário ter cautela quando encomendar um. É melhor ter um amortecedor com a dureza próxima da desejada por toda a corrida do que um de dureza “exata” só até o fim da primeira volta...

## 9. O PROJETO CINEMÁTICO

É provável que até o momento o leitor considere a abordagem muito abstrata e ainda não consiga mentalizar o sistema no plano da realidade. As análises feitas até então supunham esforços fictícios, isto é, esforços que deverão ser resultantes da atuação dos componentes utilizados. Neste momento se inicia o projeto do vínculo entre as rodas e o carro. Finalizada esta fase, será possível determinar as durezas de molas e os coeficientes de amortecimentos dos componentes a serem comprados/encomendados.

### 9.1 Parâmetros geométricos

A suspensão é quem faz a interface entre as rodas e o carro. Ela deve filtrar os esforços e movimentos indesejados transmitindo os desejados. Assim sendo, haverá movimento entre os dois. Existe mais de uma maneira de realizar o vínculo entre os elementos da suspensão e o movimento relativo entre a roda e o carro varia de acordo com a maneira que se fazem estes vínculos.

Em sistemas de suspensão independentes, o movimento da roda exibe três componentes (figura 9.1):

- deslocamento vertical;
- deslocamento transversal;
- variação da cambagem.

O deslocamento vertical é a componente que foi pré-estabelecida e compreende a movimentação desejada (curso da suspensão). O deslocamento transversal e a variação da cambagem por sua vez são componentes inerentes aos sistemas independentes e é necessário trabalhar estes parâmetros de maneira adequada. Como não é possível eliminá-los, deve-se trabalhar com valores que não comprometam o desempenho do veículo ou até mesmo possibilitem uma melhora do mesmo. Tanto o deslocamento vertical quanto o transversal dizem respeito ao ponto

de contato com o solo, ponto este de maior interesse, pois é do mesmo que se originam a grande parte das forças que determinam o movimento do veículo (tração, frenagem e forças laterais). O estabelecimento da margem de trabalho para estas duas componentes “indesejadas” depende dos objetivos do projeto.

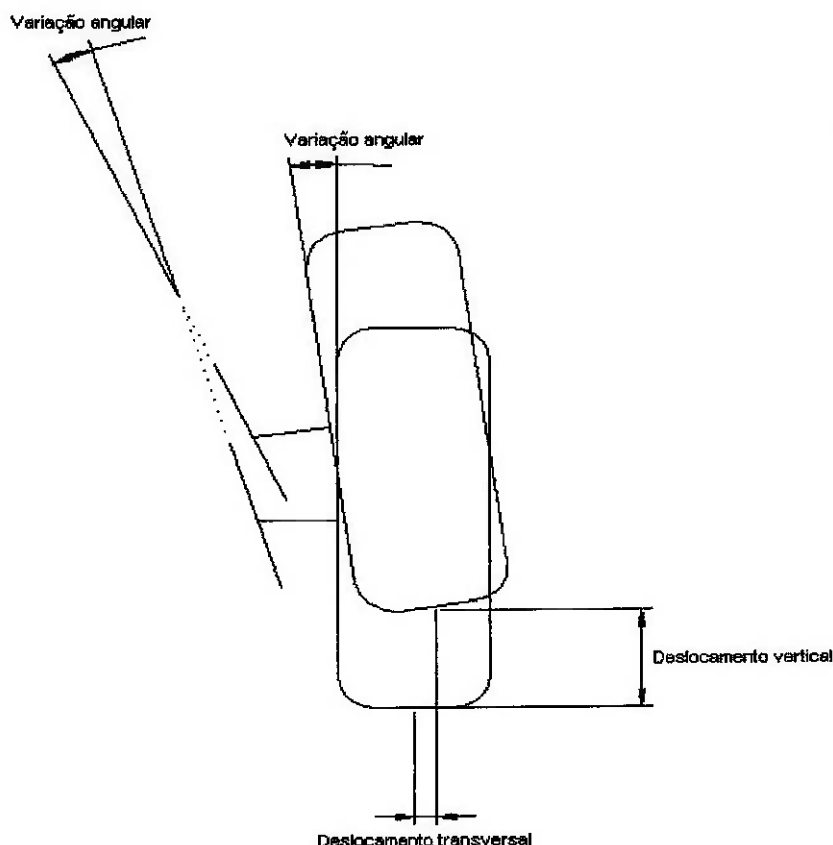


Figura 9.1 – Componentes da cinemática da roda.

### 9.1.1 A variação da cambagem

A cambagem é definida como o ângulo formado entre o plano transversal da roda forma e um eixo vertical ao solo. A sua orientação positiva foi padronizada quando medida “para fora” do carro, de modo que aquela ilustrada na posição superior da figura 9.1 é negativa. Muito cuidado que, quando for colocado em um sistema de coordenadas (como faremos mais à frente), essa cambagem que chamamos de negativa será um ângulo positivo (rotação anti-horária).

A cambagem influi consideravelmente no comportamento dinâmico do carro, principalmente no seu desempenho em curvas. Essa influência está relacionada com

o nível de interação entre os pneus e o solo. Em solos asfaltados, quando o atrito entre o pneu e a pista é da ordem do peso do carro, a sensibilidade aos efeitos da cambagem é maior que em solos de terra, quando o atrito é consideravelmente menor e o carro derrapa frequentemente. Essa diferença é decisiva nas opções que serão feitas mais à frente.

Quando o carro faz uma curva, a força centrífuga faz com que as rodas internas à curva se estendam e as do lado externo se comprimam. Idealmente, é desejado que no movimento de extensão ocorra uma variação positiva (para fora do carro) da cambagem e que na compressão esta variação seja negativa (para dentro do carro). Esse comportamento compensa a deformação dos pneus devido às forças laterais conferindo um melhor desempenho do carro em curvas.

Em carros comerciais existe um valor crítico de  $\pm 4^\circ$  para a cambagem. Sendo o Mini-Baja um carro para uso “fora-de-estrada”, que utiliza pneus de perfil arredondado, valores maiores podem ser utilizados. O limite de  $8^\circ$  é aceitável e já existem equipes que cogitam o valor de  $10^\circ$ .

### 9.1.2 O deslocamento transversal

Também referenciado como variação da bitola, este deslocamento consiste em um parâmetro importante no projeto da suspensão, principalmente quando de carros “fora-de-estrada”. O movimento de rolamento das rodas dá-se apenas na direção longitudinal do veículo, fazendo com que qualquer movimento que não nesta direção resulte em arrasto. Este arrasto transversal se dá sob a forma de atrito, que por sua vez, dissipa energia sem realizar trabalho útil.

Se o Mini-Baja vai trafegar em terreno acidentado, fazendo com que a suspensão não pare de “subir e descer”, este arrasto lateral pode vir a ser um problema grave, tanto pela geração excessiva de esforço como pela perda de energia, que no caso do Baja, é escassa.

Isso torna o deslocamento vertical uma das variáveis a ser controlada no processo de síntese.



## 9.2 O quadrilátero articulado

O foco deste capítulo é sobre os sistemas Duplo-A ou SLA que, quando vistos no plano frontal ou traseiro, podem ser generalizados por quadriláteros articulados. Este mecanismo, como bem diz o nome, compreende quatro barras articuladas em suas extremidades.

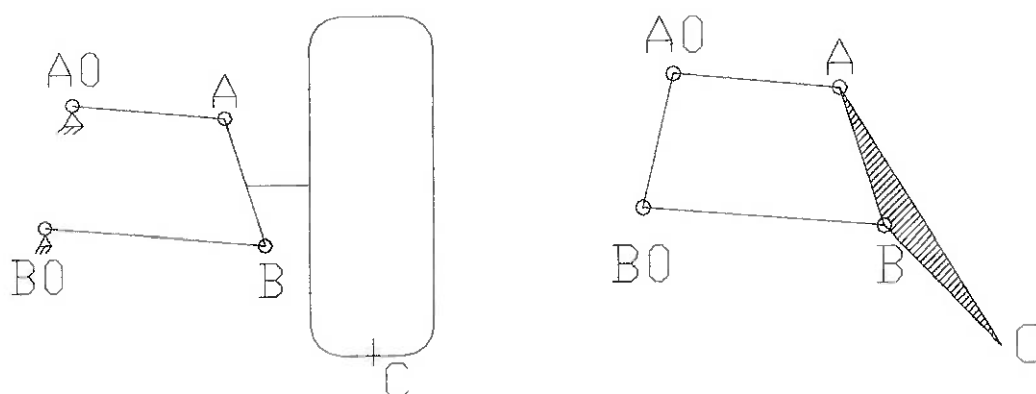


Figura 9.1 a) esquema da roda acoplada

b) generalização do esquema da roda

No quadrilátero articulado é utilizada a seguinte denominação:

- Barra fixa: é aquela que não apresenta movimento. No carro, ela é a própria estrutura e contém as articulações fixas  $A_0$  e  $B_0$ ;
- Alavancas: as duas barras articuladas nas extremidades da barra fixa. No carro elas são as bandejas da suspensão e seu movimento é restrito à rotação em torno das articulações fixas;
- Acoplador: é o objeto articulado nas extremidades das alavancas. Na suspensão ele compreende o conjunto pneu+roda+strut. Seu movimento compreende uma combinação de rotação com translação.

Estes termos pertencem a uma denominação geométrica do mecanismo, isto é, nenhum deles é necessariamente uma barra reta. Deve-se garantir apenas que a distância entre as articulações permaneça constante, conservando assim a geometria.

O quadrilátero articulado generalizado é um mecanismo que possibilita um

movimento desejado entre um plano móvel e um plano fixo. A ligação entre os planos é feita por meio das duas alavancas. Assim sendo, os pontos  $A_0$  e  $B_0$  pertencem ao plano fixo e os pontos A, B e C pertencem ao plano móvel. Essa abstração de um plano movendo-se sobre outro é importante no momento de concepção do sistema pois o mecanismo apresenta muitas possibilidades de solução e tal abstração é quem permite visualizá-las.

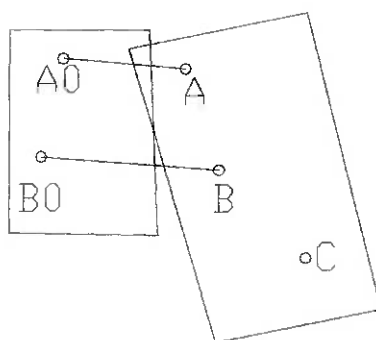


Figura 9.2 – Plano fixo e plano móvel ligados por meio de barras articuladas

O ponto C indicado nas figuras é o ponto de interesse. É a partir deste ponto que se sintetiza o mecanismo. Neste projeto, o ponto C é o ponto de contato entre o pneu e o solo.

O projeto cinemático tem como saídas as posições das articulações fixas  $A_0$  e  $B_0$  na estrutura do carro e as posições das articulações móveis A e B que por sua vez definem a geometria do “*strut*” a ser usinado.

### 9.2.1 O Pólo de rotação

Quando o plano móvel se desloca entre duas posições distintas 1 e 2, como indica a figura 9.3, podemos associar um ponto  $P_{12}$  a este movimento, chamado Pólo ou Centro Instantâneo de Rotação (CIR). O movimento do plano móvel pode ser visto como uma rotação simples em torno deste pólo.

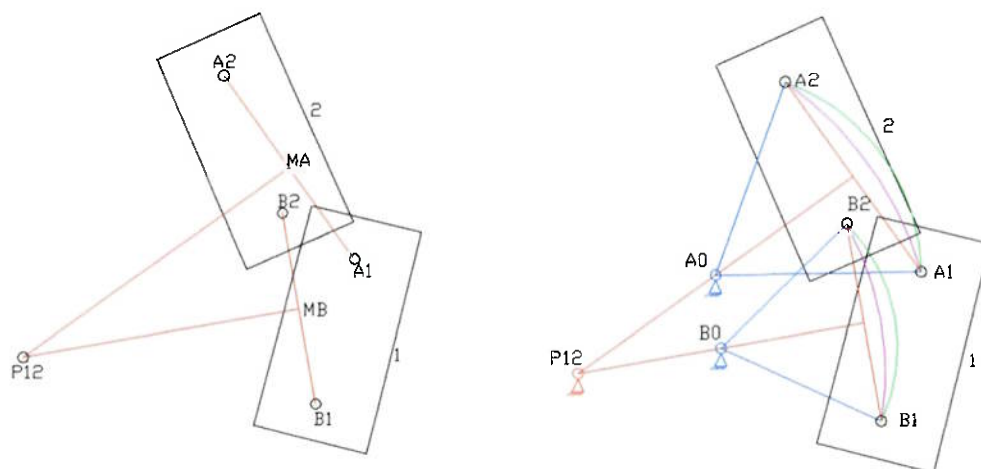


Figura 9.3 a) Determinação do pólo de rotação por mediatrizes  
b) Posicionamento das barras em pontos quaisquer das mediatrizes

O ponto  $P_{12}$  é obtido pela intersecção das mediatrizes ( $M_A-P_{12}$  e  $M_B-P_{12}$  traçadas em vermelho) dos segmentos que unem as duas posições de um mesmo ponto do plano móvel ( $A_1A_2$  e  $B_1B_2$  também em vermelho). Se o plano móvel for pivotado em  $P_{12}$  ele descreverá um movimento de rotação que passa pelas posições 1 e 2.

Se ao invés de uma única articulação em  $P_{12}$  forem utilizadas duas barras (traçadas em azul), uma articulada em A e a outra em B, sendo as outras extremidades de cada barra articuladas fixamente em pontos pertencentes às respectivas mediatrizes ( $A_0$  e  $B_0$ ), é obtido também um movimento que passa pelas posições 1 e 2. Isso pode ser observado por semelhança de triângulos em  $A_0A_1M_A$  e  $A_0A_2M_A$  assim como em  $B_0B_1M_B$  e  $B_0B_2M_B$ .

Essa é a síntese mais simples que se pode fazer de um quadrilátero articulado. Para o mesmo movimento (posições 1 e 2) existem seis infinitos de soluções. Como foi dito, o mecanismo é sintetizado a partir de um ponto de interesse C, pertencente ao plano móvel. As articulações A e B podem estar posicionadas em qualquer posição do plano móvel, resultando “quatro infinitos” de soluções (as coordenadas x

e y de A e B em relação à C). As articulações fixas  $A_0$  e  $B_0$  podem estar em qualquer posição das mediatrizes  $P_{12}-M_A$  e  $P_{12}-M_B$  fornecendo assim mais “dois infinitos” de soluções.

É muito importante notar que, embora qualquer uma destas infinitas soluções leve o plano móvel de 1 para 2, cada uma delas apresentará posições intermediárias diferentes, como pode ser visto no traçado do percurso das articulações móveis. O traçado em magenta representa o caminho percorrido por estas articulações quando o plano móvel está pivotado em  $P_{12}$ . O traçado em verde representa as trajetórias das mesmas articulações utilizando o quadrilátero articulado  $A_0-A_1-B_1-B_0$ .

### 9.3 Síntese por três pontos

As alavancas do quadrilátero articulado realizam movimentos de rotação em torno de suas articulações fixas. Isso quer dizer que as articulações móveis necessariamente realizam trajetórias circulares centradas nas suas respectivas articulações fixas. Sabendo que por três pontos define-se uma única circunferência, pode-se fazer a síntese do mecanismo para três posições distintas do plano móvel.

Determinando-se três posições para o plano móvel e escolhendo dois pontos A e B deste plano para serem as articulações móveis, temos os pontos  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  posicionados sobre a circunferência centrada em  $A_0$  assim como os pontos  $B_1$ ,  $B_2$  e  $B_3$  localizam-se sobre a circunferência centrada em  $B_0$ .

Os segmentos  $A_0-A_2$  e  $B_0-B_2$  ilustrados em preto são as alavancas (ou bandejas) na posição 2. As mesmas alavancas estão ilustradas em cores nas posições 1 e 3, sendo o vermelho usado para os pontos A e o azul para os pontos B.

Este processo de síntese é prático e direto de ser realizado.

O primeiro passo consiste em desenhar uma croqui da roda e do pneu. A atual equipe utiliza uma roda com 200mm (8") de diâmetro com “offset” de 25,4mm (1"). O segmento de 100mm indicado na fig.9.5a representa, de modo bastante grosseiro, a porção do “strut” onde estarão acondicionados a flange de fixação da roda e o sistema de freios. Tal distância representa um limite para o posicionamento das

articulações móveis.

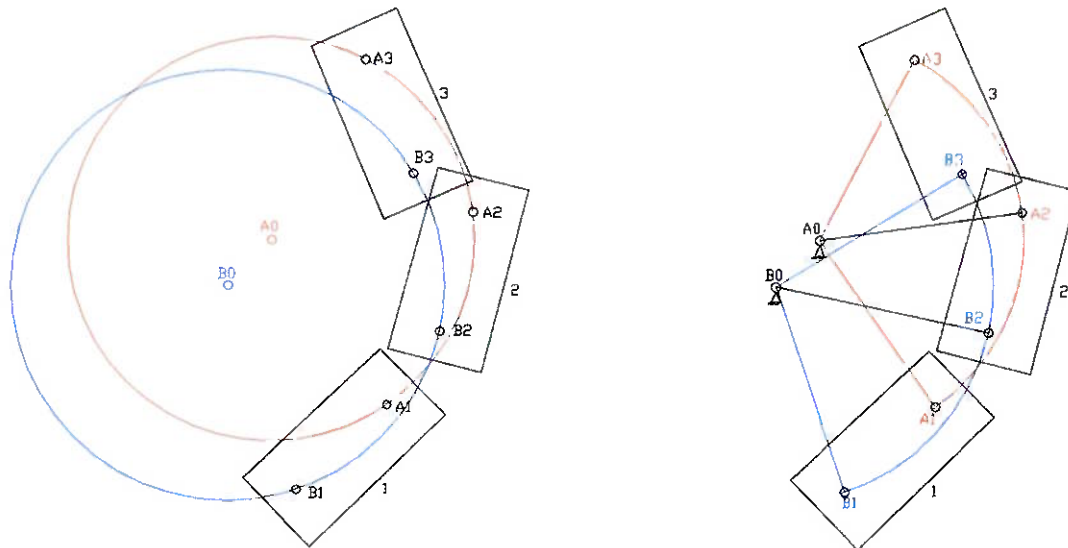


Figura 9.4 a) Circunferências por três pontos

b) Articulações fixas determinadas

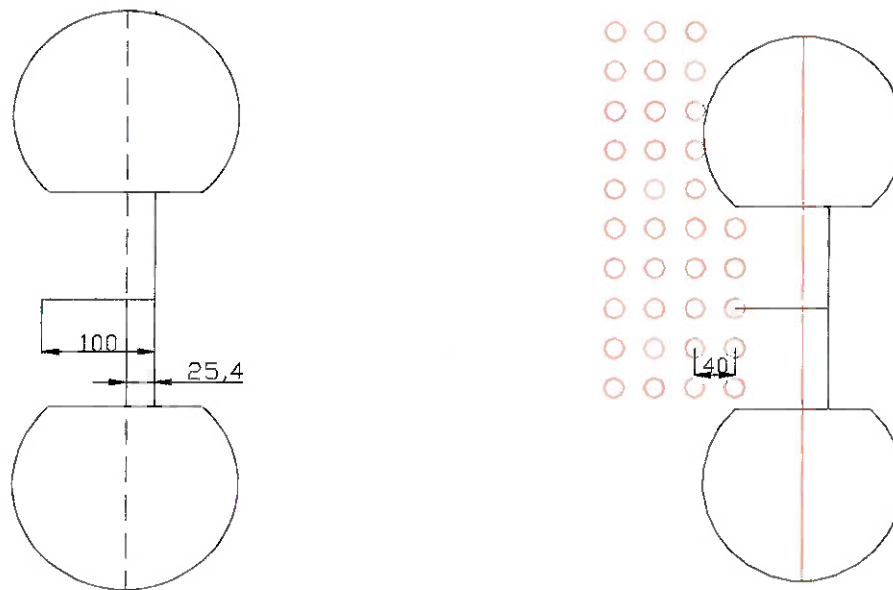


Figura 9.5 a) Croqui do pneu e roda

b) Mapa de pontos para A e B

O segundo passo é o de mapear os pontos em que seria possível posicionar as articulações móveis. Por tratar-se de um carro para uso “fora-de-estrada”, foi preferido que a articulação inferior não estivesse abaixo da roda e que a superior não

estivesse acima do pneu. Utilizando espaçamento de 40mm entre os pontos iniciais, resulta o mapa de pontos em vermelho da fig. 9.5b. Pontos mais distantes da roda foram desconsiderados por gerarem problemas de esforço excessivo no “*strut*”. A linha vertical é mantida para poder se visualizar tanto a roda como o ponto de contato com o solo.

O próximo passo é posicionar uma cópia deste mapa nas posições de extensão e compressão máxima. As três componentes do movimento previamente estabelecidas para a realização deste “pré-cálculo” foram:

- na compressão máxima:
  - deslocamento vertical 150mm
  - deslocamento transversal 40mm
  - cambagem  $-8^{\circ}$
- na extensão máxima:
  - deslocamento vertical -150mm
  - deslocamento transversal -10mm
  - cambagem  $-4^{\circ}$

Convém lembrar que estas medidas se referem a deslocamentos do ponto de contato com o solo e rotações em torno do mesmo, além de a orientação dos ângulos respeitar o sistema de coordenadas e não a definição de cambagem.

Atribuindo um “*layer*” específico para cada traçado e fazendo duas cópias com cores distintas para cada posição obtém-se os mapas da figura 9.6a.

Basta agora traçar circunferências passando por cada três pontos respectivos, como mostra a figura 9.6b. O AutoCAD possui opções de “snap” para centros de círculos que facilitam o trabalho. O traço em magenta, ligando o centro da circunferência (articulação fixa) ao respectivo ponto-círculo (articulação móvel) na posição de repouso (traçado em vermelho), representa a bandeja da suspensão.

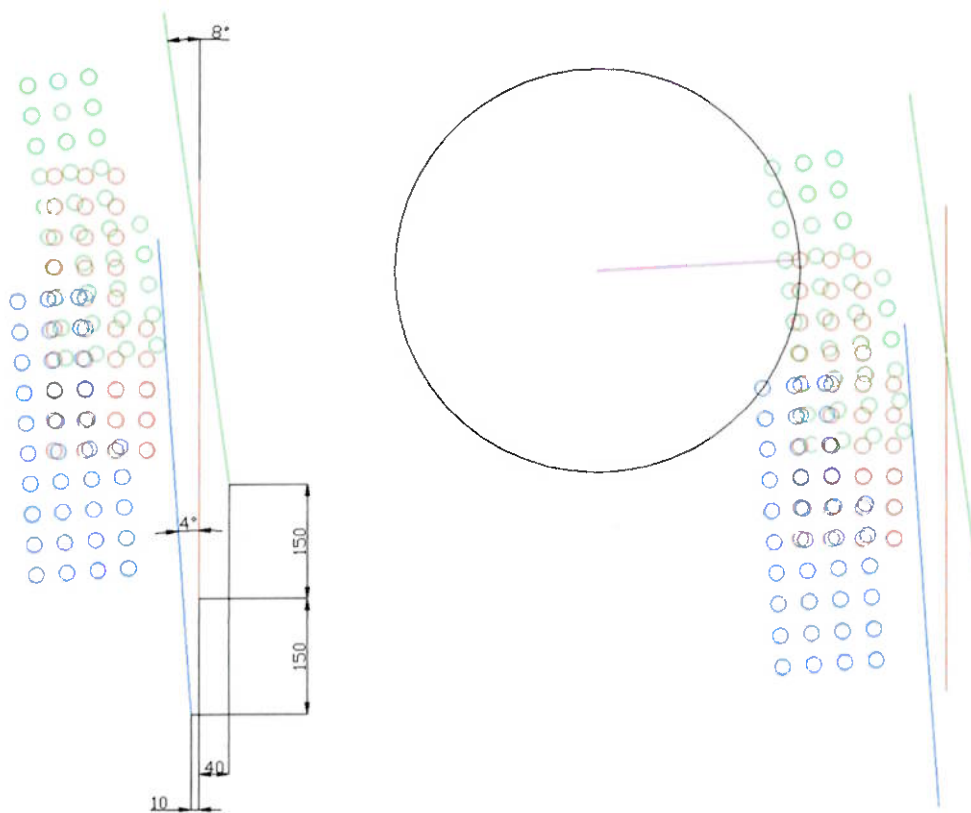


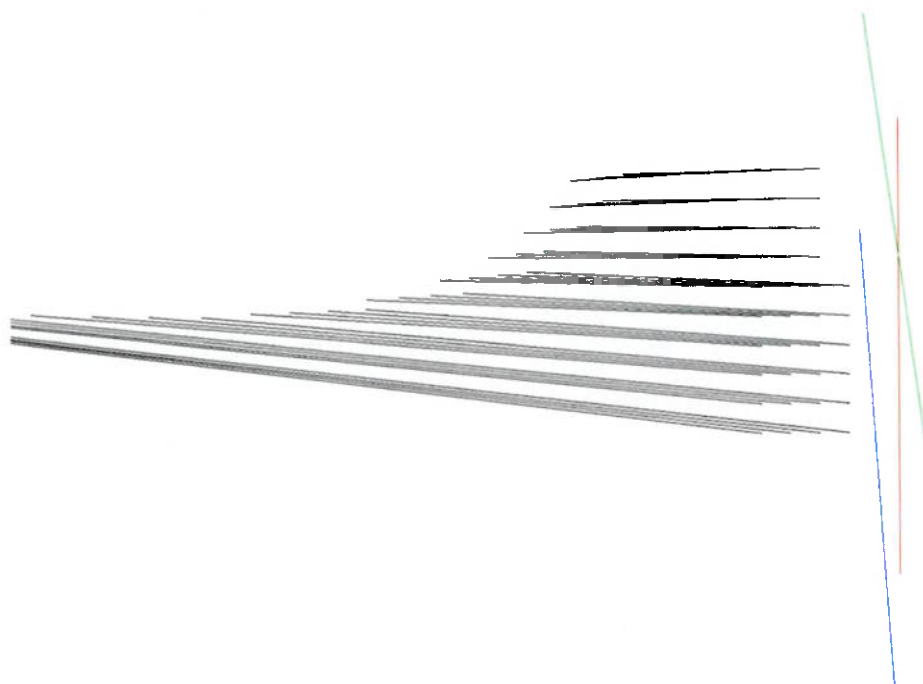
Figura 9.6 a) Mapa de pontos nas três posições b) Circunferência por três pontos respectivos

O resultado da repetição do processo para todos os trios de pontos está ilustrado na figura 9.10. Os traçados cortados no lado esquerdo pertencem a circunferências obtidas de pontos quase colineares, o que resulta raios tendendo ao infinito.

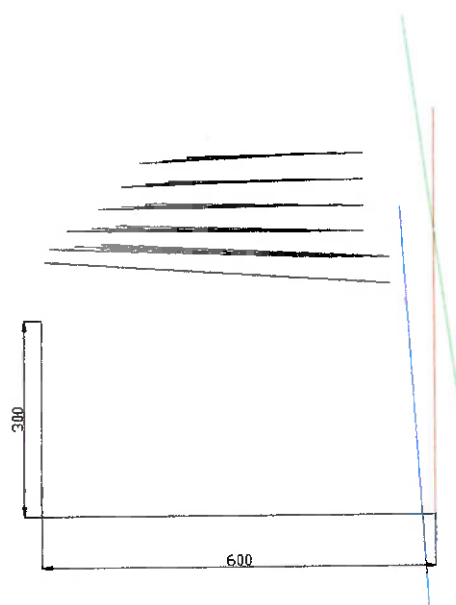
Utilizando os valores pré-estabelecidos:

- bitola: 1200mm
- altura mínima 300mm

pode-se fazer a primeira seleção das articulações mais adequadas, como mostra a figura 9.11.



*Figura 9.10 – Alavancas obtidas pela síntese de três pontos.*



*Figura 9.11 – Pré-seleção das articulações possíveis*



## 9.4 Limitações a serem consideradas

As verificações de viabilidade construtiva a serem feitas irão depender de o sistema ser traseiro ou dianteiro.

### 9.4.1 Sistemas dianteiros

Assim como na maioria dos carros, o sistema direcional do Mini-Baja está nas rodas dianteiras. Isso implica que as rodas devam, além de subir e descer, girar em torno de um eixo vertical no esterçamento. A geometria destes sistemas implica duas novas grandezas além do curso e da cambagem. São elas a inclinação do pino-mestre (kingpin) e sua excentricidade, distância entre a projeção do pino-mestre e o ponto de contato do pneu com o solo.

A necessidade da rotação da roda em torno do pino-mestre faz com que seja necessária a utilização de terminais esféricos para as articulações móveis. Tais terminais possuem deslocamento angular limitado o qual deve ser verificado no processo de síntese.

### 9.4.2 Sistemas Traseiros

Nos sistemas traseiros não existe o problema de articulações com ângulo limitado, já que não é necessária a rotação em torno do pino-mestre, podendo ser usados “tie-rods” que não exibem esta limitação. Por outro lado, o Mini-Baja utiliza tração traseira, fazendo com que o eixo de tração tenha que acompanhar o movimento da suspensão. Isso é possível com o uso de juntas homocinéticas que permitem a transmissão de potência nestes casos.

Cada ponto do acoplador do quadrilátero articulado possui um ponto no plano fixo que é centro de uma circunferência. A junta homocinética da saída da transmissão, que sempre trabalha em par com outra ligada à ponta de eixo, nem sempre é posicionada sobre um ponto que seja centro da circunferência definida por seu par. Assim sendo, a homocinética conectada à ponta de eixo não necessariamente descreve uma circunferência centrada na junta da saída da transmissão. Isso implica que a distância entre este par de juntas será variável ao longo do curso da suspensão. Para contornar este problema, tanto pode-se usar um eixo telescópico conectando

uma junta à outra, como se pode utilizar homocinéticas que possuem deslocamento axial. Tais juntas são chamadas de tripóides ou trisetas. Tanto a variação angular quanto o deslocamento axial são limitados e devem ser verificados no processo de síntese.

## 9.5 Síntese Numérica

O processo de síntese do mecanismo da suspensão é altamente iterativo. Isso quer dizer que o processo de síntese deve ser realizado mais de uma vez até que se chegue à uma solução adequada. Quando os deslocamentos envolvidos são relativamente grandes e existem muitas limitações a serem verificadas, o número de iterações necessária é ainda maior, inviabilizando o processo geométrico.

Para a solução deste problema, utiliza-se métodos de síntese numérica. Estes processos são feitos no computador e permitem que se obtenha um mecanismo “ótimo” a partir de uma solução inicial obtida por processos geométricos.

Idealmente, o projetista deve usar os dois métodos em conjunto. O método geométrico, além de consistir de um “pré-cálculo” ágil, possibilita uma visão ampla de como se comporta o mecanismo. Tendo essa visão, é possível lançar mão de um método computacional. Não convém partir diretamente para a síntese numérica já que o computador não possui essa “visão” geral e qualquer solução para o mesmo é indiferente. Além disso, o “pré-cálculo” geométrico fornece uma solução aproximada que pode economizar boa parte do trabalho computacional.

### 9.5.1 Representação vetorial dos mecanismos

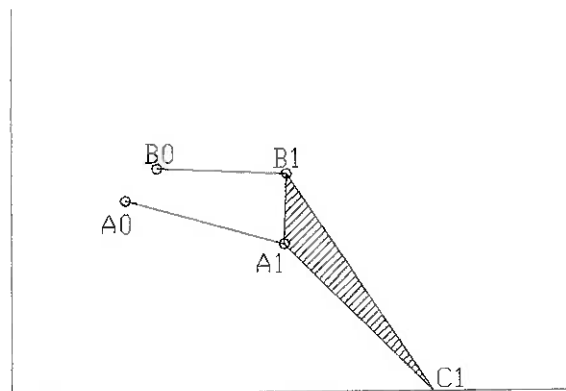


Figura 9.12 – Mecanismo representado em um sistema de coordenadas.

Estabelecendo um sistema de coordenadas, pode-se representar os elementos da suspensão por meio de vetores no plano. Para fins de comodidade e padronização, o eixo horizontal é a linha do solo e o vertical é o eixo de simetria do carro.

O triângulo  $C_1-A_1-B_1$  está hachurado para frisar que o acoplador é uma peça rígida e que então a sua geometria não se altera durante o movimento do mecanismo. Se cada segmento for transformado em um vetor, temos a seguinte representação.

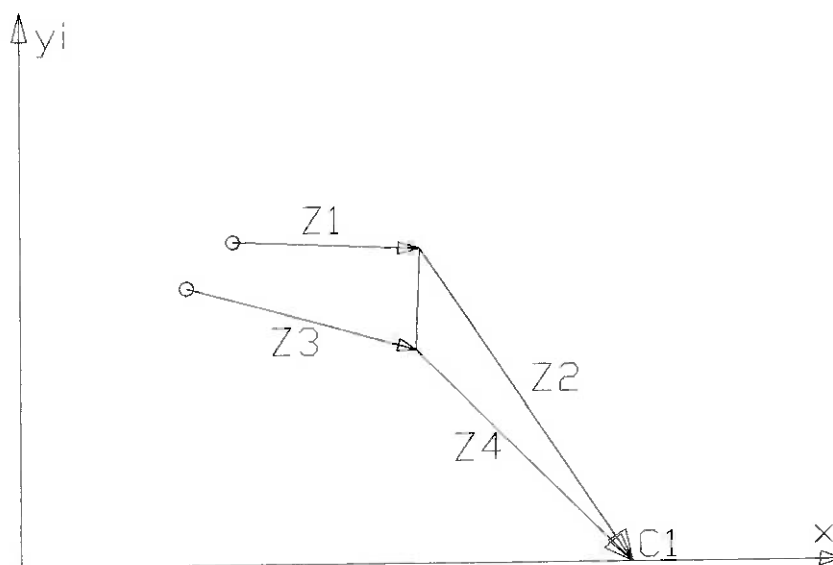


Figura 9.13 – Representação vetorial do mecanismo.

Se ao invés de utilizar vetores reais forem utilizados números complexos,

pode-se fazer uso da Relação de Euler para o equacionamento do mecanismo.

A seguinte relação confere um significado às potências de números complexos.

$$e^{\theta i} = \cos(\theta) + i \cdot \text{sen}(\theta)$$

onde:

- $e$  : algarismo neperiano;
- $\theta$  : ângulo em radianos;
- $i$  : operador imaginário.

O resultado da multiplicação de um número complexo  $z$  por  $e^{\theta i}$  é o número  $z'$ , um complexo de mesmo módulo (comprimento) que  $z$  rotacionado de um ângulo  $\theta$ , como pode ser visto na figura 9.14.

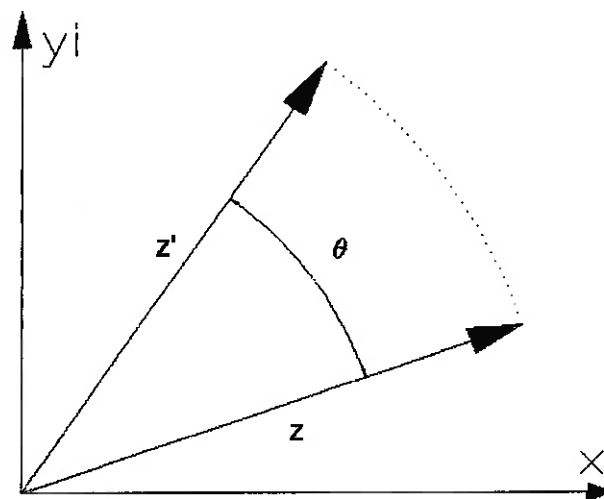


Figura 9.14 – Vetores complexos  $z$  e  $z'$ .

Assim, o mecanismo nas posições 1 e 2 fica:

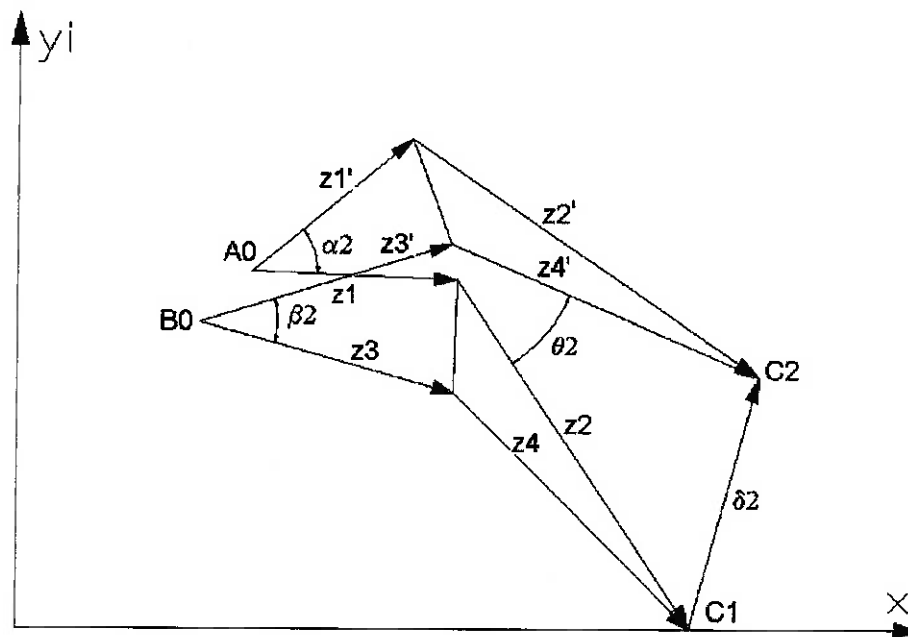


Figura 9.15 – Representação vetorial do mecanismo em duas posições

Cada par de vetores ( $z_1$  e  $z_2$ ,  $z_3$  e  $z_4$ ,  $z_1'$  e  $z_2'$ ,  $z_3'$  e  $z_4'$ ) é chamado de Díada.

Escrevendo as equações para a díada superior:

na posição 1:

$$C_1 = A_0 + Z_1 + Z_2$$

na posição 2:

$$C_2 = A_0 + Z_1' + Z_2'$$

subtraindo uma equação da outra:

$$C_2 - C_1 = \delta_{12} = Z_1' - Z_1 + Z_2' - Z_2 \quad (I)$$

como cada barra mantém seu comprimento (módulo) constante, a rotação de cada vetor pelo seu respectivo ângulo resulta, quando se usa a Relação de Euler:

$$Z' = Z \cdot e^{i\theta}$$

aplicando na equação (I):

$$\delta_{12} = Z_1(e^{i\alpha_{12}} - 1) + Z_2(e^{i\gamma_{12}} - 1)$$

A equação acima é chamada de **Equação da Díada**. Suas incógnitas são os números complexos  $z_1$  e  $z_2$ . Se temos duas incógnitas, são necessárias duas equações para que tenhamos um sistema determinado de equações. Especificando duas posições além da posição de repouso obtém-se as duas equações necessárias para a díada superior.

$$\delta_2 = Z_1(e^{i\alpha_2} - 1) + Z_2(e^{i\gamma_2} - 1)$$

$$\delta_3 = Z_1(e^{i\alpha_3} - 1) + Z_2(e^{i\gamma_3} - 1)$$

Realizando o mesmo procedimento para a díada inferior:

$$\delta_2 = Z_3(e^{i\beta_2} - 1) + Z_4(e^{i\gamma_2} - 1)$$

$$\delta_3 = Z_3(e^{i\beta_3} - 1) + Z_4(e^{i\gamma_3} - 1)$$

Os parâmetros  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$ ,  $\delta_2$  e  $\delta_3$  são parâmetros pré-estabelecidos, sendo eles as variações da cambagem e os deslocamentos do ponto de contato com o solo, das posições 1 para 2 e 1 para 3 respectivamente. Os valores  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$ , rotações das bandejas superior e inferior, são parâmetros escolhidos arbitrariamente.

A grande vantagem do recurso de representação em números complexos é que o sistema resultante das equações das díadas é um sistema **linear** de duas incógnitas, de solução bem simples.

Encontrados  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$  e  $z_4$ , as seguintes relações permitem encontrar os

parâmetros de interesse:

na díada superior:

$$A_1 = C_1 - Z_2 \quad A_0 = A_1 - Z_1 \quad A_0 = C_1 - Z_1 - Z_2$$

na díada inferior:

$$B_1 = C_1 - Z_4 \quad B_0 = B_1 - Z_3 \quad B_0 = C_1 - Z_3 - Z_4$$

As limitações extras são diferentes para rodas direcionais e rodas de tração. Se estiver sendo projetado um sistema para uma roda direcional, devem ser verificadas as variações angulares dos pivôs onde se encontram as articulações móveis A e B. Além desta limitação física, deve-se também verificar a inclinação do pino mestre.

Definindo o vetor  $z_5$  que liga as articulações móveis:

$$Z_5 = Z_2 - Z_4 = B_1 - A_1$$

O argumento de um número complexo,  $\arg(z)$ , em graus, é calculado por :

$$\arg(Z) = 360 \cdot \text{atan}\left(\frac{\text{parcela imaginária de } Z}{\text{parcela real de } Z}\right)$$

A inclinação do pino mestre resulta de:

$$\text{inclinação do pino mestre} = 90 - \arg(Z_5)$$

Para a verificação das variações angulares nos pivôs é necessário determinar os vetores das bandejas,  $z_1$  e  $z_3$ , e o vetor  $z_5$  nas posições 2 e 3:

$$\begin{aligned} Z_{12} &= Z_1 \cdot e^{i\alpha_2} & Z_{13} &= Z_1 \cdot e^{i\alpha_3} \\ Z_{32} &= Z_3 \cdot e^{i\beta_2} & Z_{33} &= Z_3 \cdot e^{i\beta_3} \end{aligned}$$

$$Z_{s2} = Z_s \cdot e^{i\theta_2} \quad Z_{s3} = Z_s \cdot e^{i\theta_3}$$

As variações angulares nos terminais esféricos são calculadas por:

$$\Delta_{superior} = \arg(Z_{12}) - \arg(Z_{13}) + \arg(Z_{s2}) - \arg(Z_{s3})$$

e

$$\Delta_{inferior} = \arg(Z_{32}) - \arg(Z_{33}) + \arg(Z_{s2}) - \arg(Z_{s3})$$

As linguagens de programação dinâmica, como SCILAB ou MATLAB, permitem que se escreva programas simples para resolução destes sistemas, pois as mesmas trabalham de forma direta com complexos. Com um pouco mais de trabalho pode-se utilizar planilhas de cálculo que operem com números complexos (eg: OpenOffice e Excel) ou mesmo implementar todos os cálculos em linguagens elementares como C ou Pascal.

Um algoritmo um tanto fácil de se implementar seria:

- delimitar limitar regiões para as articulações fixas e móveis
- delimitar uma faixa para a inclinação do pino-mestre
- escolher  $\gamma_2$ ,  $\gamma_3$ ,  $\delta_2$  e  $\delta_3$
- escolher  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$ 
  - calcular  $A_0$  e  $A_1$  e verificar se estão dentro dos limites;
    - escolher  $\beta_2$  e  $\beta_3$ ;
  - calcular  $B_0$  e  $B_1$  fazendo a mesma verificação;
    - verificar a inclinação do pino mestre;
    - verificar a variação angular nos pivôs.



No Anexo I está a listagem de um programa em SCILAB que executa este algoritmo varrendo todos os valores dentro de limites pré-determinados. Funciona, mas não da maneira mais adequada. Infelizmente a limitação de tempo não permitiu o desenvolvimento de um método elaborado para síntese numérica. Assim, limitei-me a elucidar o funcionamento do método das díadas para que se possa empenhar a elaboração de um método que se julgue adequado.

O colega de equipe Christopher Thompson escreveu um programa em Excel que calcula as articulações fixas e móveis verificando todas essas limitações por meio de geometria plana com triângulos e equações de reta. Além disso, ele utilizou o módulo otimizador *Solver* para encontrar a “melhor” solução. Este sistema está sendo útil e muitos dos valores aqui expressos foram obtidos por meio do mesmo.

O domínio do sistema das díadas é uma ferramenta importante, pois permite que se sintetize qualquer mecanismo que se deseje sem demasiado esforço de programação. Vale ressaltar que a solução só é linear para as variáveis  $z_n$ . Se tivermos como variáveis as rotações das bandejas ( $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  por exemplo), a solução passa a ser não-linear, pois tais variáveis encontram-se no expoente de  $e$ . Este tipo de resolução está fora do escopo deste texto, mas não custa lembrar que os mesmos SCILAB ou MATLAB fornecem ferramentas para soluções deste tipo de problema. Quanto mais posições forem especificadas, mais variáveis podem ser encontradas.

## 10. DETERMINAÇÃO DAS MOLAS E AMORTECEDORES A SEREM UTILIZADOS

Tendo sido determinado vínculo entre as rodas e o carro, o último passo é a determinação dos componentes a serem utilizados. Como foi dito anteriormente, os esforços calculados com os modelos matemáticos não são os esforços reais e sim, esforços resultantes da ação das molas e amortecedores no mecanismo que foi sintetizado. Neste ponto do projeto estão disponíveis quase todos os dados para se determinar os elementos que resultem tais esforços. Os dados faltantes são os pontos do mecanismo onde serão fixados a(s) mola(s) e o(s) amortecedor(s).

Esta etapa pode ser efetuada de diversas maneiras dependendo da situação. Existem dois casos distintos. Um deles é quando se pré-estabelece os pontos de fixação e as características da mola e do amortecedor necessários são determinadas. Este caso só ocorre na possibilidade de se encomendar ou selecionar as molas e amortecedores desejados.

O caso oposto é quando não há a possibilidade de escolha da mola e do amortecedor, havendo a obrigatoriedade de se trabalhar com elementos que se tem em mãos. Isso torna necessária a determinação dos pontos de fixação que resultem os esforços desejados. Este seria necessariamente o caso se o sistema fosse um Mac Pherson.

Ambos os casos são solucionados utilizando o mesmo procedimento, porém, de maneiras invertidas.

A solução deste problema é feita utilizando-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PVT), desenvolvido por Jean Bernoulli. Segue o teorema:

*“A condição necessária e suficiente para que um sistema de corpos rígidos esteja em equilíbrio, é que a soma algébrica dos trabalhos realizados pelas forças ativas seja nula para todos os deslocamentos virtuais, compatíveis com as ligações”*

Deslocamento compatível é aquele permitido pelos vínculos. O teorema diz respeito a trabalhos virtuais, ou seja, calculados a partir de deslocamentos virtuais.

Estes deslocamentos, embora virtuais, devem ser compatíveis com os vínculos do sistema de corpos rígidos estudado. Como o mecanismo é constrito, ou seja, uma única variável define todas as outras, cada ponto do mesmo só possui um deslocamento possível, que é então determinável.

A partir deste teorema, é possível determinar as relações entre as forças aplicadas nos pontos de fixação e a força na roda. Tendo esta relação de proporção em mãos, é possível se determinar as características da mola e do amortecedor necessários. No próximo capítulo, há uma aplicação prática que elucida esse método.

## 11. APLICAÇÃO PRÁTICA

Talvez a maior dificuldade dos alunos seja a aplicação das teorias e métodos na prática. Assim, este capítulo visa à eliminação desta deficiência, ilustrando o método do início ao fim, passo-a-passo. Estes cálculos foram feitos para o Mini-Baja da Equipe Poli – Temporada 2004.

### 11.1. Dados iniciais

Dados físicos e geométricos

- entre-eixos : 1400 mm
- bitolas traseira e dianteira : 1200 mm
- raio do pneu: 260 mm
- diâmetro da roda: 254mm (10");
- tala da roda: 200mm (8");
- “*offset*” da roda: 25.4mm (1");
- Peso Bruto Total – PBT : 250 kg;
- distribuição de massa estimada : 60% na traseira. 40% na dianteira;

Parâmetros pré-projeto:

- curso aproximado : 150mm na extensão e compressão, tanto traseira quanto dianteira;
- amortecimento desejado:  $\zeta$  entre 0,35 e 0,45.

### 11.2. Síntese dos mecanismos

O processo de síntese do mecanismo é a etapa mais iterativa de todo o projeto da suspensão. Isso porque na síntese é que são determinados parâmetros geométricos que não entrem em conflito com outros sistemas do veículo. Na dianteira, por exemplo, devem ser determinadas posições para as articulações fixas que permitam a

sobra de espaço para o sistema de direção e acomodação de pedais. Na traseira, a mesma preocupação deve ser tomada com o sistema de transmissão e o motor. Em ambos os casos ainda deve-se atentar para que, no movimento da suspensão, não haja interferência entre as bandejas e a estrutura.

Não é possível realizar um projeto de uma suspensão “do nada”. O carro não é somente a suspensão. O carro deve acomodar o piloto e todos os seus subsistemas. Assim, na síntese dos mecanismos da suspensão, o projetista já deve ter em mãos algum rascunho da estrutura. A “prévia” da estrutura do carro estudado encontra-se na figura 11.1. Esta prévia foi obtida a partir de estudos de ergonomia, normas da competição e, acima de tudo, experiência de anos anteriores.

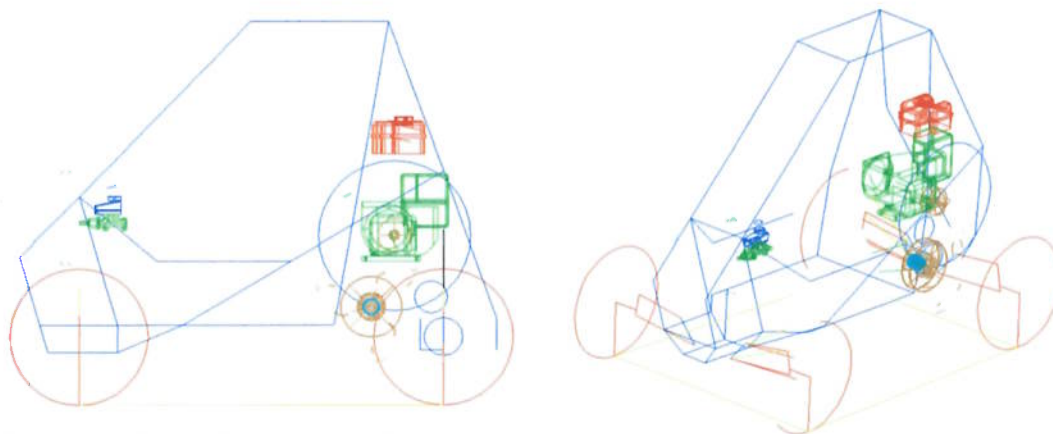


Figura 11.1 – Rascunho inicial da estrutura

Analisando-se a estrutura, vê-se que a mesma ainda está bastante “aberta”, isto é, já existe uma idéia de onde serão posicionados o motor, a CVT, o freio, etc, mas muito está por decidir. A determinação dos pontos de fixação das bandejas na estrutura permite que se “feche” a mesma, ou seja, determine-se definitivamente o posicionamento de cada subsistema. O posicionamento das rodas foi feito a partir das bitolas e entre-eixos. Convém reparar que a estrutura está “solta no ar”. O projeto da suspensão permite que se posicione a estrutura da maneira que se desejar em relação ao solo, quando em repouso.

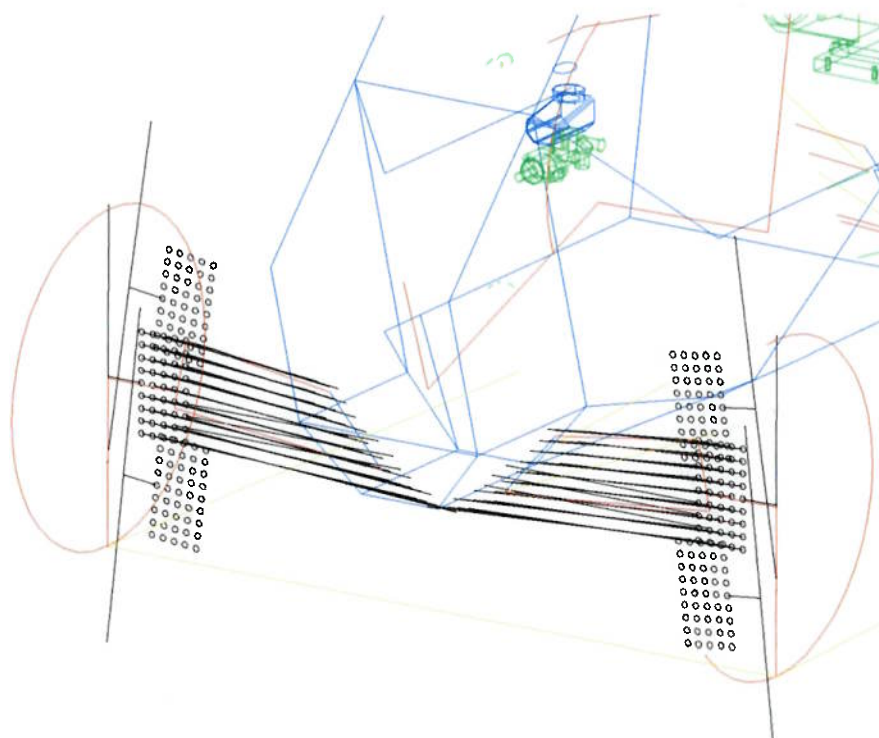


Figura 11.2 – Pré-cálculo geométrico das articulações fixas

Utilizando-se do método geométrico de síntese por três pontos é possível fazer um “pré-cálculo” do mecanismo. Da figura 11.2 vê-se que para a cinemática desejada, as bandejas inferiores serão nitidamente maiores que as superiores. Este fato gerou a necessidade de uma estrutura em “V” na região das articulações fixas, posicionando as fixações das bandejas inferiores bem próximas ao meio do carro.

Tendo em mãos este “pré-cálculo”, pode-se agora lançar mão de um sistema analítico de síntese, já que as regiões onde poderão estar as articulações fixas estão grosseiramente determinadas. Esta fase é a mais trabalhosa e iterativa, já que devem ser testadas inúmeras combinações de cinemática de roda (deslocamentos vertical e horizontal e variação da cambagem). Não seria exagero dizer que foram testadas perto de uma centena de combinações até se chegasse à mais adequada. Agradecemos todos à existência dos computadores que tornam viável esta exaustiva tarefa.

Os valores finais para a cinemática das rodas ficaram:

	<b>Desloc. Vertical</b>	<b>Desloc. Horizontal</b>	<b>Var. Cambagem</b>
<b>Comp. Dianteira</b>	+ 150 mm	+ 18,9 mm	+ 6,5°

	<b>Desloc. Vertical</b>	<b>Desloc. Horizontal</b>	<b>Var. Cambagem</b>
Ext. Dianteira	- 150 mm	- 34,2 mm	+ 1,2°
Comp. Traseira	+ 150 mm	0	+ 3,2°
Ext. Traseira	- 105 mm	0	+ 5,6°

As posições das articulações

	<b>Articulação Fixa</b>	<b>Articulação Móvel</b>
Bandeja superior dianteira	190.3 ; 492.2	460 ; 496.7
Bandeja inferior dianteira	40 ; 300	480 ; 266.7
Bandeja superior traseira	223 ; 392	530 ; 360
Bandeja inferior traseira	40 ; 235	560 ; 200

Cabem aqui algumas observações. Deve-se notar que as medidas de variação de cambagem estão orientadas segundo o sistema de coordenadas e não segundo a definição da cambagem. As cambagens extremas, tanto na extensão quanto na compressão são negativas. Embora isto seja desejado para a compressão, na extensão seria preferível que a cambagem fosse positiva. Isso, no entanto, não permitiria a minimização do arrasto transversal do ponto de contato com o solo, que foi uma das prioridades do projeto.

A estrutura final ficou assim:

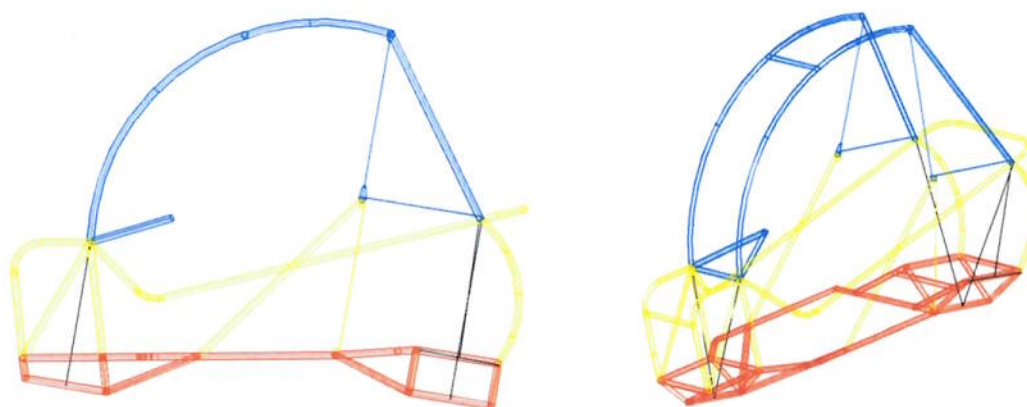


Figura 11.3 – Estrutura final - “New Beetle”

Um conceito adotado pela equipe nesta temporada foi o dos “nós”, pontos nos quais se concentrará a aplicação de forças na estrutura. Os traçados em preto ligam os centros dos pontos de fixação das bandejas ao respectivo “nó” no qual se deseja fixar

os amortecedores e molas, definindo assim o plano de funcionamento do mecanismo quadrilátero articulado da suspensão. É neste plano que foi feita a síntese do mecanismo e é neste mesmo plano que se aplica o Teorema dos Trabalhos Virtuais. A inclinação destes planos decorre dos posicionamentos “anti-dive” e “anti-squat”, ambos estipulados em  $10^\circ$ .

### 11.3. Aplicação do Princípio dos Trabalhos Virtuais

Desenhando os mecanismos nestes planos, utilizando o sistema de coordenadas da síntese numérica, temos, para dianteira e traseira (todas as figuras, exceto quando indicado, representam na esquerda a dianteira e na direita a traseira).:

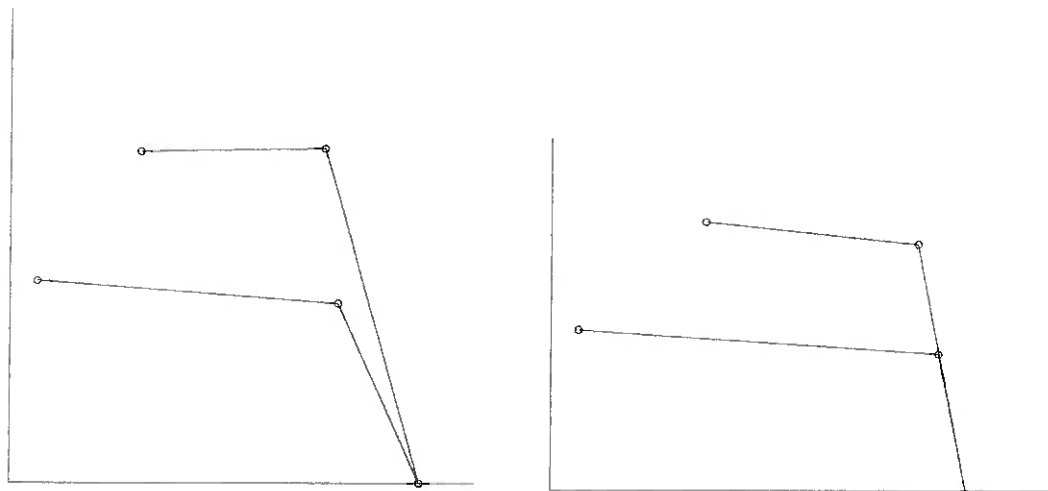


Figura 11.4 – Mecanismos dianteiro e traseiro em seus planos de funcionamento.

Os pontos “soltos” no topo dos desenhos são as posições dos “nós” da estrutura, já deslocados 40mm para a direita, considerando assim o tamanho do “clévis”, aquele garfo em “U” no qual é feita a fixação do olhal do amortecedor.

Posicionando o mecanismo em suas posições extremas, resulta a figura 11.5:



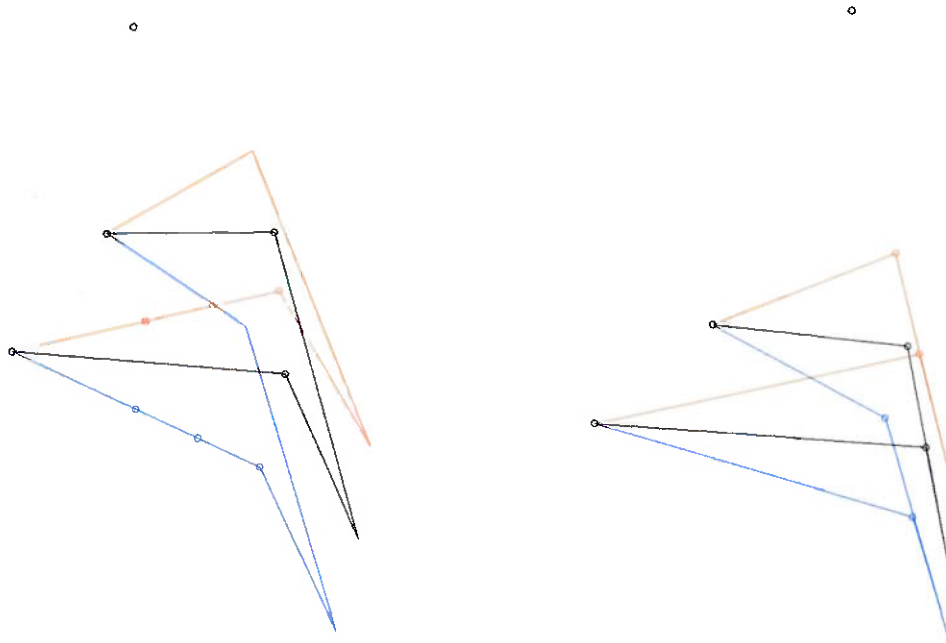


Figura 11.5 – Mecanismo nas três posições definidas

Na dianteira, é possível fazer a fixação dos amortecedores nas bandejas inferiores porém, na traseira, isso não é possível já que existe a presença do eixo de tração vindo da transmissão. A escolha dos pontos pode ser feita por vários critérios. O esforço mecânico é um deles. É intuitivo que, quanto mais próximo da articulação móvel estiverem fixados o amortecedor e a mola, menores serão os esforços por eles efetuados e também menor será o momento fletor solicitando a bandeja. Se limitarmos a região de fixação entre as articulações móveis e o meio das bandejas, temos os seguintes deslocamentos nestes extremos (só estão ilustradas as bandejas nas quais haverá fixação, ou seja, inferior dianteira e superior traseira):

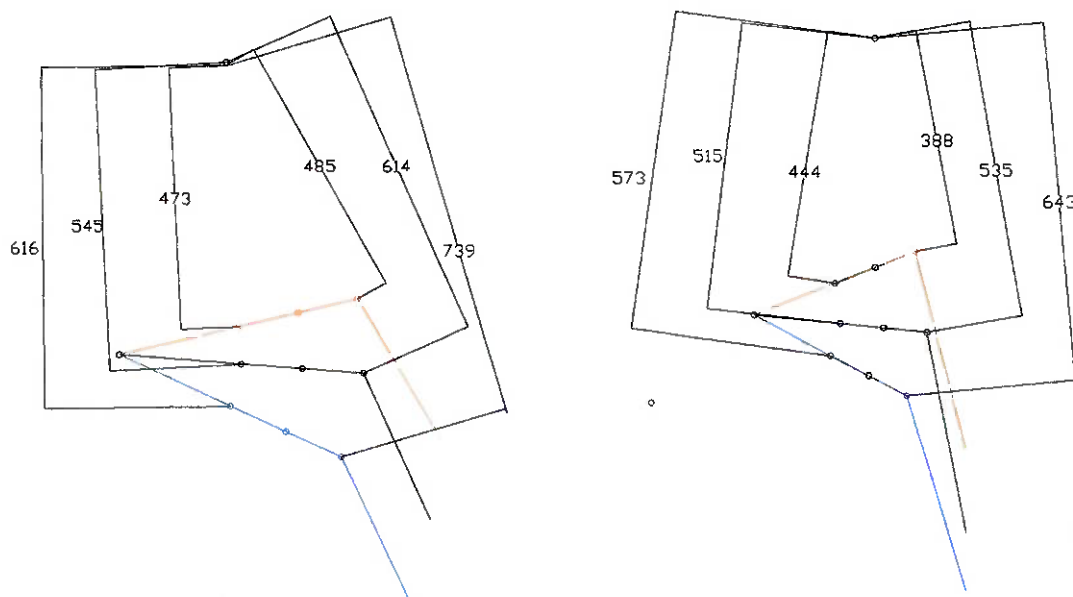


Figura 11.6 – Deslocamentos para os pontos de fixação extremos.

Na dianteira, quanto mais próximo da articulação móvel estiver o ponto de fixação, maior o curso total e maior também o comprimento fechado do amortecedor (compressão). Na traseira, por sua vez, quanto mais próximo da articulação móvel estiver o ponto de fixação, maior o curso total mas menor será o comprimento fechado do amortecedor.

Na dianteira, temos, para a extremidade da bandeja, 253mm de curso com comprimento fechado de 485mm. Utilizando o meio da mesma bandeja o curso se reduz para 143mm e o comprimento fechado fica em 472mm. Na traseira, o ponto da extremidade exibe um curso de 252mm com comprimento fechado de 388mm. No ponto médio, o curso se reduz para 129mm com comprimento fechado de 443mm.

Os amortecedores a serem utilizados inicialmente apresentam as seguintes características geométricas:

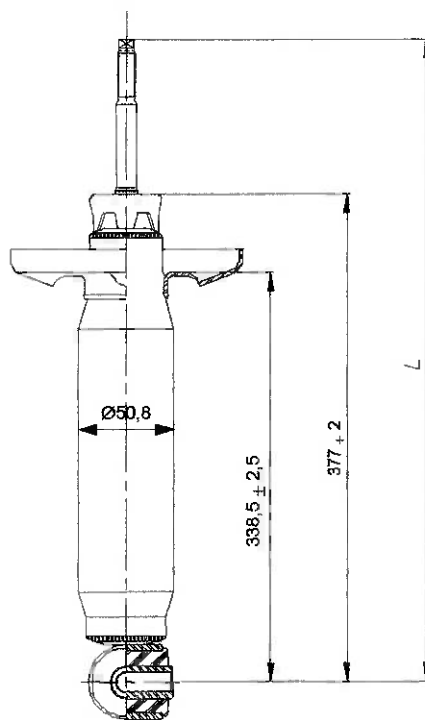


Figura 11.7 – Exemplo de amortecedor a ser utilizado

onde

- L Aberto = 617mm
- L Fechado = 405mm

Escolhendo o ponto entre as duas extremidades temos:

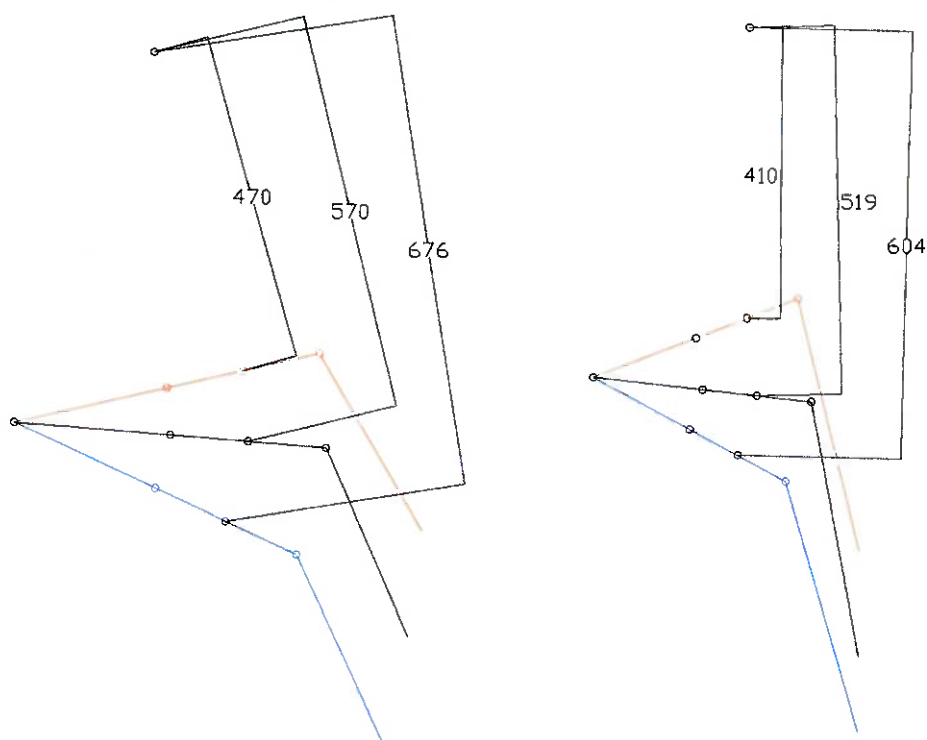


Figura 11.8 – Deslocamentos dos pontos medianos das bandejas.

Da figura podemos tirar as medidas dos cursos

	<b>Dianteira</b>	<b>Traseira</b>
Compressão	100 mm	119 mm
Extensão	106 mm	85 mm

Para fazermos a composição dos trabalhos virtuais, é preciso determinar a relação entre os deslocamentos do ponto de contato da roda com o solo e o ponto de fixação do amortecedor. Os deslocamentos devem ser compatíveis, isto é, permitidos pelo mecansimo. Assim como todos pontos da bandejas, as fixações do amortecedor somente rotacionam em torno das articulações fixas. O ponto de contato com o solo exibe uma curva característica chamada curva do acoplador. As grandes rotações envolvidas no funcionamento do mecanismo fazem com que as relações não sejam lineares (envolvem decomposição em senos e cossenos, relação de Euler, etc) mas podemos simplificar as contas considerando apenas as vizinhanças da posição de repouso, na qual o modelo será o mais fiel possível.

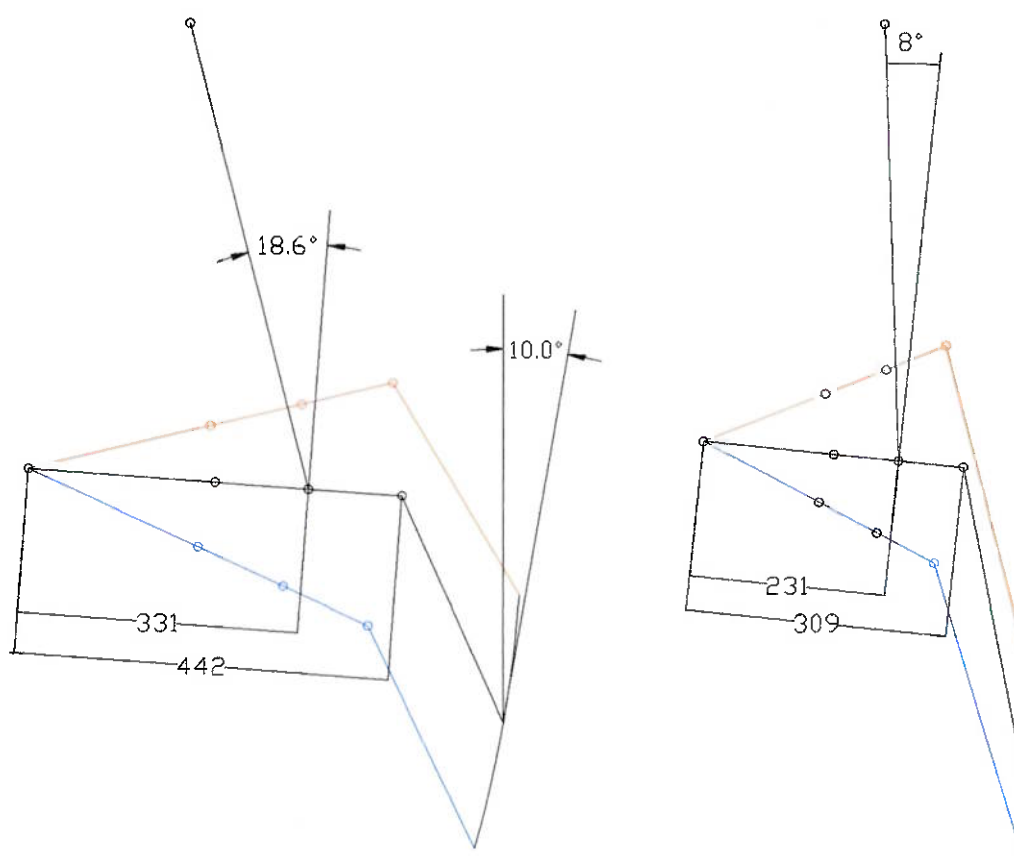


Figura 11.9 - Ângulos para decomposição de forças.

Uma maneira grosseira porém aceitável de se aproximar a curva do ponto de contato, é traçando um arco por três pontos, como pode ser visto na ilustração da dianteira. É razoável assumir que o deslocamento infinitesimal do ponto de contato será tangente a tal arco. Como a traseira não apresenta deslocamento transversal, o deslocamento infinitesimal é somente vertical.

Na dianteira podemos assumir que temos, para um determinado  $dy_R$  (deslocamento infinitesimal da roda), um mesmo  $dy_A$  para a articulação móvel. A relação entre o ângulo de giro e o deslocamento de um ponto distante de  $R$  do centro é dada por  $dy = R d\theta$  assim, tendo os raios de giro das articulações e utilizando o princípio dos trabalhos virtuais, chega-se à relação

$$F_A \cdot \cos(18,6^\circ) \cdot (331/442) \cdot dy_R = P \cdot \cos(10^\circ) \cdot dy_R$$

As forças estão multiplicadas pelos cossenos porque o trabalho é definido a partir de um produto escalar de dois vetores, sendo o deslocamento sempre compatível. Eliminando  $dy_R$  da expressão e trocando o peso P pela força da mola do modelo,  $F_M$ , chega-se à expressão:

$$dF_A \cdot \cos(18,6^\circ) \cdot (331/442) = dF_M \cdot \cos(10^\circ)$$

como

$$dF_A = K_R \cdot dy_A \text{ e } dF_M = K_M \cdot dy_R$$

substituindo na expressão acima resulta:

$$K_R \cdot dy_A \cdot \cos(18,6^\circ) \cdot (331/442) = K_M \cdot dy_R \cdot \cos(10^\circ)$$

como  $dy_A = (331/442) \cdot dy_R$ , resulta:

$$K_R \cdot \cos(18,6^\circ) \cdot (331/442)^2 = K_M \cdot \cos(10^\circ)$$

ou seja, a constante de proporcionalidade entre os coeficientes do modelo e os reais é igual ao quadrado da constante geométrica. Isto se aplica tanto para o coeficiente da mola quanto do amortecedor. Embora o procedimento acima demonstre isso somente para a mola pois estamos fazendo contas da estática na qual as velocidades são nulas e o amortecedor não age. A prova para o amortecedor é similar.

Admitindo que cada roda dianteira suporta 20% do PBT, 50kg ou 490N, temos, na expressão inicial:

$$F_A \cdot \cos(18,6^\circ) \cdot (331/442) = P \cdot \cos(10^\circ) \Rightarrow F_A = 680 \text{ N}$$

Esta é a força exercida pela mola na posição estática. Como o curso de extensão da mola é de 106mm e adotando 25mm de pré-carga, usando a lei de Hooke resulta:

$$K_R = F_A / 106 = 5,19 \text{ N/mm} = 5190 \text{ N/m} = 529,1 \text{ kgf/m}$$

A porção de compressão é de 100mm, ou seja, o esforço máximo desta mola, supondo a linearidade, é:

$$F_{\text{máx}} = (25+106+100) \cdot 5,19 = 1199 \text{ N}$$

Não é necessário decompor esta força pois a mesma é aplicada perpendicularmente à bandeja nesta posição.

Como o esforço máximo a ser suportado nesta posição é de 8g's, 3924N, os

2725N restantes terão que ser absorvidos pela mola auxiliar. O exemplo que temos em mãos é de uma mola do Gol, que absorve 500kgf = 4855N em 50mm de compressão. Podemos usar esta mola e teremos a suspensão trabalhando no regime esperado por metade da compressão e em regime progressivo no restante.

A mola a ser utilizada será feita sob encomenda. Os parâmetros da mola são obtidos após se fazer a seleção do amortecedor. Após alguma pesquisa, foi obtido um contato com a Dana-Nakata para fornecimento dos mesmos. A seleção do amortecedor é feita em duas fases. Uma primeira seleção de parâmetros geométricos (curso total e comprimentos) seguida de um ajuste da dureza do mesmo. Além de existirem amortecedores já prontos com várias durezas diferentes, existe ainda a possibilidade de “ajustar” a dureza do amortecedor a ser utilizado.

A dureza do amortecedor é obtida diretamente com o uso da constante de proporcionalidade. Como a mola e o amortecedor são coaxiais, as mesmas decomposições servem para ambos. No modelo tínhamos :

$$C_s = \zeta_s \sqrt{4 K_s M}$$

utilizando um amortecimento médio de 40% e sabendo que:

$$K_R = 6415 \text{ N/m} - \text{dureza da mola real.}$$

$M = (P \cdot \cos(10) \cdot 442) / (g \cdot \cos(18.6) \cdot 331)$  – a inércia acoplada deve ser transposta à posição do amortecedor –  $M = 69.3 \text{ kg}$

$$C_s = 533 \text{ N.s/m}$$

Este coeficiente é o médio, ou seja, deve ser tirado da média entre os valores apresentados na tração e na compressão.

Em cima do corpo do amortecedor a ser utilizado é que feito o projeto da mola. Deve ser definida a posição de fixação da mola no amortecedor. Definida esta fixação e tendo os cursos reais para o ponto de fixação escolhido, sabe-se o comprimento total livre da mola (chamado de  $L_0$ ). É a partir deste comprimento que são determinados os valores da mola. Subtraindo do mesmo a pré-carga de montagem e o curso de extensão (Este comprimento subtraído da pré-carga de montagem fornece o comprimento da mola quando a suspensão está completamente estendida ( $L_1$ ). Este  $L_1$  subtraído do curso de extensão resulta o ponto principal que é

a deflexão estática, no qual a carga aplicada é o PBT (decomposto no mecanismo pelo PVT). No momento de “fechar” a estrutura, é necessário estimar o comprimento total do conjunto mola-amortecedor. Nesta estimativa deve-se atentar para que o comprimento total ( $L_0$ ) da mola deve ser maior que o dobro do comprimento fechado (elos encostados).



## 12. SUGESTÃO DE ESTUDOS POSTERIORES

Um dos maiores desgostos ao se empreender qualquer tarefa é a constatação de “o que faltou” ou “o que poderia ter ficado melhor”. Neste caso não poderia ser diferente, portanto, fica aqui uma lista de sugestões de estudos que podem ser feitos por quem se interessar em aprofundar-se no tema. Vale lembrar que qualquer coisa que fica documentada agrega tecnologia à equipe. Chega de ligar para departamento de engenharia de empresa e ser obrigado a ouvir uma “tirada de casquinha” daquele engenheiro da FEI ou de São Carlos...

- Solução do problema não linear no processo de síntese do mecanismo
  - precisa ser desenvolvida uma maneira de resolver as equações da díada com variáveis não-lineares, podendo-se assim, especificar um ponto e obter o mecanismo necessário. O prof. Tarcísio Coelho possui uma tese de mestrado intitulada “Otimização do ângulo de transmissão em mecanismos planos de quatro barras” que pode ser útil para tal resolução.
- Otimização de esforços
  - ainda na síntese de mecanismos, um procedimento que otimizasse os pontos de fixação e os ângulos de forma a haver o menor esforço no strut seria muito bem vindo. O trabalho de mestrado supra-citado seria útil também aqui.
- Integração com ADAMS
  - O software de simulação ADAMS, quando bem utilizado, pode ser muito útil, principalmente no Baja, cujo comportamento demasiadamente variado impede que se faça previsões precisas a respeito de seu comportamento. Desenvolver uma maneira de integrar o projeto com o ADAMS seria muito valioso para a equipe. Esta integração consiste em duas partes distintas: desenvolver um modelo compatível com o software (desenhos em CAD principalmente) de forma que se possa importá-lo e o desenvolvimento de um conjunto de entradas que tenha serventia. Não basta simular uma entrada em degrau... é preciso desenvolver entradas que realmente tenham relação com as situações reais.

- Integração Suspensão – Direção
  - Esta era a idéia inicial deste trabalho, não consolidada por motivos de tempo, mas muito apropriada. Os sistemas de suspensão e direção estão intimamente ligados, tanto na cinemática quanto na dinâmica, e um estudo mais aprofundado das interdependências entre os sistemas faz muito sentido.
- Melhoria do controle da Cinemática da rodas
  - Neste texto, a síntese do mecanismo foi limitada a três posições de precisão. Um projeto mais aprofundado, envolvendo quatro ou até mesmo cinco pontos de precisão permitiria, além de uma controle preciso do movimento da roda, a possibilidade de acoplar este movimento aos elementos dinâmicos. Assim, poderia-se sintetizar um mecanismo com cinemática definida para a região linear da mola e outra para a região progressiva, melhorando substancialmente o comportamento dinâmico do carro.
- Estudo aprofundado do amortecimento
  - No texto, a abordagem dos amortecedores é demasiadamente superficial. Em carros com curso deste porte, quando a mola não oferece muitas opções de controle do comportamento do carro, um estudo mais profundo dos amortecedores a serem utilizados pode vir a ser muito influente no desempenho final obtido. A última referência bibliográfica deve ajudar e pode ser encontrada na biblioteca do IPT.

### **13. BIBLIOGRAFIA**

- 1) Hartenberg, Richard S.; **Kinematic Synthesis of Linkages** ; McGraw Hill, 1964
- 2) Hall Jr., Allen S.; **Kinematics and Linkage Design** ; Prentice Hall, 1961
- 3) Erdman, Arthur G.; Sandor, George N. **Mechanism Design: Analysis and Synthesis Vol.1**. Prentice Hall. 1984
- 4) Gillespie, Thomas D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. SAE.1992.
- 5) Reimpell,J;Stoll,Helmut. **The automotive Chassis: Engineering Principles**. SAE 1996
- 6) Bastow, Donald ; Howard, Geoffrey. **Car Suspension and Handling**, SAE 1993
- 7) Dixon, John C. **The Shock Absorber Handbook** , SAE 1990

**ANEXO I**

```
clear
passo=0.4
P1=600+0*%i

cambagemsuperiormax=11;
cambageminferiormax=11;
varbitola2=40
varbitola3=30

limiteinferiorA0=300;
limitesuperiorA0=600;
limitedireitoA0=400;
limiteesquerdoA0=150;
limiteinferiorB0=275;
limitesuperiorB0=400;
limitedireitoB0=300;
limiteesquerdoB0=0;

limiteinferiorA1=300;
limitesuperiorA1=650;
limitedireitoA1=500;
limiteesquerdoA1=350;
limiteinferiorB1=250;
limitesuperiorB1=310;
limitedireitoB1=500;
limiteesquerdoB1=400;

delta2=-varbitola2+1+150*%i;
delta3=-varbitola3+1-150*%i;

respostasobtidas=0
respostascertas=0

//////////////////////////////////// loop da
bitola
```

```
while abs(real(delta3))<varbitola3 ,
```

```
while abs(real(delta2))<varbitola2 ,
```

```
//////////////////////////////////// loop da cambagem superior
```

```
aalfa2=4.9;
```

```
while aalfa2<cambagemsuperiormax ,
```

```
//////////////////////////////////// loop da cambagem inferior
```

```
aalfa3=4.5;
```

```
if aalfa2<>aalfa3 then,
```

```
while aalfa3<cambageminferiormax,
```

```
alfa2=2*pi*aalfa2/360;
```

```
alfa3=2*pi*aalfa3/360;
```

```

//////////////////////////////////// loop bandeja inferior

    ppsi2=1;

    while ppsi2<20,

////////////////////////////////////
//////////////////////////////////// loop do psi2

        ppsi3=-1;

        if ppsi2<>ppsi3 then,

            while ppsi3>-20,

////////////////////////////////////
//////////////////////////////////// loop do psi3

                //disp('loop inferior *****')

                psi2=2*pi*ppsi2/360;
                psi3=2*pi*ppsi3/360;

                A=[(%e^(%i*psi2)-1)    (%e^(%i*alfa2)-1)    ;    (%e^(%
i*psi3)-1) (%e^(%i*alfa3)-1)];

                B=[-delta2 ; -delta3];

```

```

        solucaoinferior=linsolve(A,B);

        Z3=solucaoinferior(1);
        Z4=solucaoinferior(2);
        B1=P1-Z4;
        B0=B1-Z3;
        comprimentoZ3=(real(Z3)^2+imag(Z4)^2)^(1/2);
        comprimentoZ4=(real(Z4)^2+imag(Z4)^2)^(1/2);
        respostasobtidas=respostasobtidas+1;

        argumentoZ3=360*atan(imag(Z3)/real(Z3))/(2*pi);
        argumentoZ4=360*atan(imag(Z4)/real(Z4))/(2*pi);

//      abertura=180-argumentoZ1-argumentoZ2;

////////////////////////////////////
condicoes para entrar no loop da bandeja superior

        if real(B0)>limiteesquerdoB0 then,
        if imag(B0)>limiteinferiorB0 then,
        if real(B0)<limitedireitoB0 then,
        if imag(B0)<limitesuperiorB0 then,
        if real(B1)>limiteesquerdoB1 then,
        if imag(B1)>limiteinferiorB1 then,
        if real(B1)<limitedireitoB1 then,
        if imag(B1)<limitesuperiorB1 then,
//      if argumentoZ3<10 then,
//      if argumentoZ3>-30 then,

        disp('achei !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!')
        B0
        B1
        aalfa2
        aalfa3
        ppsi2

```

```
        ppsi3
        delta2
        delta3
        respostascertas=respostascertas+1;
        disp('procurando mais...')

        ,end
        ,end
        ,end
        ,end
        ,end
        ,end
        ,end
        ,end
        // ,end
        // ,end

////////////////////////////////////
///// finalização das condições da banjeja inferior

        ppsi3=ppsi3-2;
        ,end
        ,end

//////////////////////////////////// fim
do loop do ppsi3

        ppsi2=ppsi2+2;
        ,end

//////////////////////////////////// fim do loop do psi2

        aalfa3=aalfa3+1;
        ,end
```



```
,end
```

```
//////////////////////////////////// fim do loop do alfa3
```

```
aalfa2=aalfa2+1;
```

```
,end
```

```
//////////////////////////////////// fim do loop do alfa 2
```

```
delta2=delta2+5;
```

```
,end
```

```
delta3=delta3+5;
```

```
,end
```