



ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

Trabalho de Formatura

Ponte Estaiada de Bambu

ALUNOS

Guilherme Rezende Sória
Jean Le Guévellou
Leandro Pinheiro
Luiz Marcelo Teixeira Alves
Ruy Rei Chaves

Prof. Dr. Pedro Almeida
Orientador

São Paulo
2009

Sumário

1. Introdução	4
2. Objetivo	5
3. Revisão Bibliográfica.....	5
3.1. Material – Bambu.....	5
□ Propriedades estruturais	5
□ Restrições de Uso do Bambu.....	16
□ Aplicação do Bambu na Ponte Estaiada	16
3.2. Arranjos de pontes de madeira.....	16
4. Concepção da Estrutura da Ponte	17
4.1. Ponte Estaiada	17
4.2. Método Construtivo.....	19
4.2.1. Fabricação da Aduela em fábrica ou in situ.....	19
4.2.2. Serviços preliminares	19
4.2.3. Fundações.....	19
4.2.4. Mastros.....	19
4.2.5. Tabuleiro.....	20
4.3. Comportamento da Estrutura na Fase Construtiva.....	20
4.3.1. Primeira etapa	21
4.3.2. Segunda etapa	21
4.3.3. Terceira etapa.....	22
4.3.4. Quarta etapa.....	23
5. Propriedades Estruturais dos Materiais.....	24
5.1. Bambu	24
5.2. Concreto	24
5.3. Madeira em toras (Eucalipto).....	24
5.4. Aço.....	25
6. Análise Estrutural	25

6.1. Características Geotécnicas	25
6.2. Características Hidrológicas	26
6.3. Ações na Ponte	26
6.3.1. Ações Permanentes	26
6.3.2. Placa Equivalente (bambu e concreto)	27
□ Asfalto	29
□ Guard-rail	29
□ Guarda-corpos	29
6.3.3. Ações Acidentais	29
□ Cargas Móveis	30
□ Pressão da Água.....	31
6.4. Ações Excepcionais.....	31
7. Detalhamento.....	32
7.1. Detalhamento das transversinas	32
7.2. Detalhamento da placa equivalente.....	33
7.2.1. Detalhamento das ligações entre as placas	33
7.2.2. Detalhamento da placa equivalente Concreto/Bambu.....	34
7.3. Detalhamento dos Estais.....	39
8. Apresentação.....	47
□ Lista de materiais	47
□ Desenhos	47
9. Equipe Técnica do Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais.....	47
10. Bibliografia.....	48

1. Introdução

O desafio deste Trabalho de Formatura é desenvolver um sistema estrutural de uma ponte que empregue conceitos de sustentabilidade: baixo impacto ambiental, economicamente viável e socialmente justo. Embasado nessas premissas foi concebida uma ponte estaiada com materiais renováveis (bambu), com grande capacidade de reciclagem (aço) e que possa empregar recursos humanos da região (concreto). A associação desses materiais envolve também um método construtivo simples que possibilita a aplicação do sistema estrutural para atender as mais diversas necessidades de transposição de obstáculos. Para o tabuleiro, onde o consumo de materiais é maior, foi escolhido o bambu.

O uso do bambu como material de construção não é novidade, dado que existem inúmeras construções ao redor mundo que o utilizam com essa finalidade, porém muitas delas necessitaram de artesãos habilidosos para serem construídas. Neste trabalho desenvolve-se um projeto onde se utiliza o bambu como um material estrutural, buscando a pré-fabricação da construção.

Esse desafio foi associado a um caso de estudo apresentado por uma vila localizada na cidade de Itariri – SP, onde havia a obstrução da estrada de terra na época de cheia do Córrego Ubatubinha. Chegando a atingir até 1,5 m de lâmina d'água durante a estação chuvosa, a estrada sem ponte causa transtorno aos moradores da região e demais pessoas que por ali transitam.

Dada a dificuldade de acesso ao local, já que a estrada não tem pavimentação e é cercada por um bananal, não se justificaria uma obra com o uso de equipamentos de grande porte, alta complexidade e nem de altos investimentos do governo local.

Para resolver esse problema com o menor impacto ambiental possível, foi proposto o uso do bambu como material estrutural. Isso porque o bambu possui boa relação resistência/peso específico, baixo consumo de energia para sua produção e alta velocidade de renovação em relação às outras madeiras estruturais disponíveis na natureza, afinal um colmo de bambu pode ser utilizado já após três anos do seu plantio e sua abundância local.

As atividades teóricas e experimentais desta investigação foram desenvolvidas no âmbito do Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, LEM-PEF-EPUSP, sob a Coordenação do Prof. Dr. Pedro Afonso de Oliveira Almeida, com apoio da Equipe Técnica relacionada no Capítulo 10 deste relatório. O período da investigação foi de março a dezembro de 2009.

2. Objetivo

O objetivo deste Trabalho de Formatura é desenvolver um projeto de uma ponte estaiada com tabuleiro de bambu que atenda aos princípios da sustentabilidade, além de desenvolver técnicas para que ele possa ser aplicado de modo sistemático em qualquer outra situação, independente da habilidade do seu executor. Ou seja, aplicar a engenharia de forma a racionalizar seu uso e torná-lo passível de reprodução.

3. Revisão Bibliográfica

3.1. Material – Bambu

Existem várias espécies de bambu em todo o território brasileiro e também há uma enorme diversidade de dimensões e tamanhos. Na Construção Civil as espécies mais utilizadas são o *Bambu Gigante* e o *Bambu Guadua*. Para o desenvolvimento do projeto da ponte, foi escolhido o Gigante que, segundo fornecedores de bambu na região de São Paulo, é o mais fácil de ser encontrado no mercado.

▪ Propriedades estruturais

O bambu gigante é vendido normalmente em comprimento de até 6 m, para que o fornecedor garanta a homogeneidade do diâmetro.

A estrutura interna do bambu, constituída por feixes de fibras é exatamente a responsável pela resistência axial. O baixo peso específico se dá devido aos vazios presentes nos vasos condutores de seiva.

As características mecânicas do bambu são influenciadas, sobretudo pelos fatores: espécie, idade, tipo de solo, condições climáticas, época de colheita, teor de umidade das amostras, localização das mesmas em relação ao comprimento do colmo, presença ou ausência de nós nas amostras testadas e tipo do teste aplicado.

O bambu, que é vendido em São Paulo por empresas especializadas, é tratado com autoclave. Esse tratamento protege contra o apodrecimento, o cupim, e outros agentes biológicos de deterioração.

Para uma análise do material ao alcance foram feitos ensaios de compressão axial e flexão com bambus do tipo Gigante, com diâmetro de aproximadamente 150 mm e umidade $U = 35\%$. Ambos os ensaios foram realizados na máquina de ensaios mecânicos, Shimadzu Modelo UH-200A do Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais da Escola Politécnica da USP e acompanhado pelo Eng. Ivan Tassarolo.

ENSAIO DE FLEXÃO

A investigação da capacidade do bambu foi inicialmente realizada com o ensaio de flexão, que possibilita avaliar a capacidade de compressão, tração e efeitos localizados da flexão (visto que a parede da seção transversal é delgada).

Para o ensaio de flexão foram cortados 06 (seis) corpos de provas de 650 mm até 700 mm de comprimento e 2 nós igualmente espaçados das extremidades. Os corpos-de-prova para o ensaio de flexão estão descritos na Tabela 1.

Tabela 1 - Características dos corpos de prova de flexão

CP	Diâmetro externo médio (cm)	Espessura média (cm)	Diâmetro interno médio (cm)	Compr. Total (cm)	Área (cm ²)
1	15,1	1,835	11,4	71,50	76,18
2	15,0	1,939	11,1	71,10	79,56
3	15,1	2,151	10,7	71,50	87,15
4	13,5	1,970	9,6	71,70	71,36
5	15,4	2,252	10,9	65,90	93,02
6	15,9	1,945	12,0	73,40	85,25

A máquina foi adaptada com 3 cutelos para o ensaio de flexão de acordo com a Figura 1 abaixo.

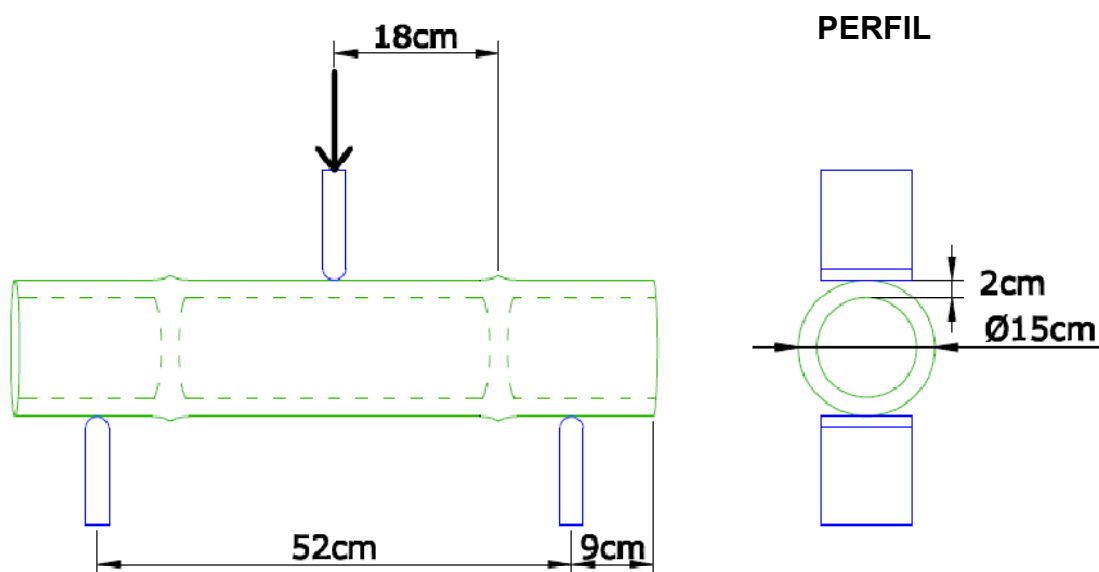


Figura 1 - Esquema Ensaio de Flexão

A realização do ensaio se deu com uma velocidade constante de 400 kgf/min e eram feitas leituras da flecha das fibras inferiores no meio do vão a cada 200 kgf de aumento na força. Os resultados estão explicitados na Tabela 2 e Figura 3.



Figura 2 - CP pronto para o ensaio de flexão

Tabela 2 - Resultado Ensaio de Flexão

T 18 °C

U 79 %

Data 3/7/09 11h

CP01	kN	0,0	2,0	4,1	6,0	8,0	9,9	11,8	13,7	15,8	17,7											Último									
	mm	0,00	0,67	1,10	1,57	2,16	2,67	3,30	3,95	4,57	5,30											19,30	Vão	0,52	m						
																									M _{max}	2,5	kN.m				
CP02	kN	0,0	2,3	4,1	6,3	8,2	9,8	12,1	14,0	15,8	17,7	19,6	21,7	23,5											Último						
	mm	0,00	0,58	0,96	1,55	2,05	2,45	3,11	3,67	4,13	4,70	5,41	6,20	6,82											24,30	Vão	0,52	m			
																									M _{max}	3,2	kN.m				
CP03	kN	0,0	2,7	4,1	6,2	7,9	9,9	12,1	14,0	15,7	17,9	19,6	21,6	23,5	25,7	27,5											Último				
	mm	0,00	0,36	0,48	0,70	0,89	1,09	1,32	1,50	1,64	1,89	2,09	2,31	2,58	2,90	3,20											29,05	Vão	0,52	m	
																									M _{max}	3,8	kN.m				
CP04	kN	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	11,9	13,7	15,7	17,5											Último									
	mm	0,00	0,62	0,98	1,40	1,75	2,31	2,73	3,00	3,40	3,92											18,83	Vão	0,52	m						
																									M _{max}	2,4	kN.m				
CP05	kN	0,0	2,2	4,1	6,2	8,3	9,9	12,0	13,8	15,8	17,8	19,8	21,6	23,6	25,3											Último					
	mm	0,00	0,45	0,59	0,79	0,99	1,15	1,32	1,49	1,69	1,80	2,05	2,22	2,43	2,65											25,67	Vão	0,52	m		
																									M _{max}	3,3	kN.m				
CP06	kN	0,0	2,4	4,1	6,2	8,1	9,8	12,4	13,9	15,8	17,8	19,7	21,5											Último							
	mm	0,00	0,53	0,78	1,19	1,53	1,87	2,44	2,74	3,15	3,5	3,94	4,47											24,03	Vão	0,52	m				
																									M _{max}	3,1	kN.m				

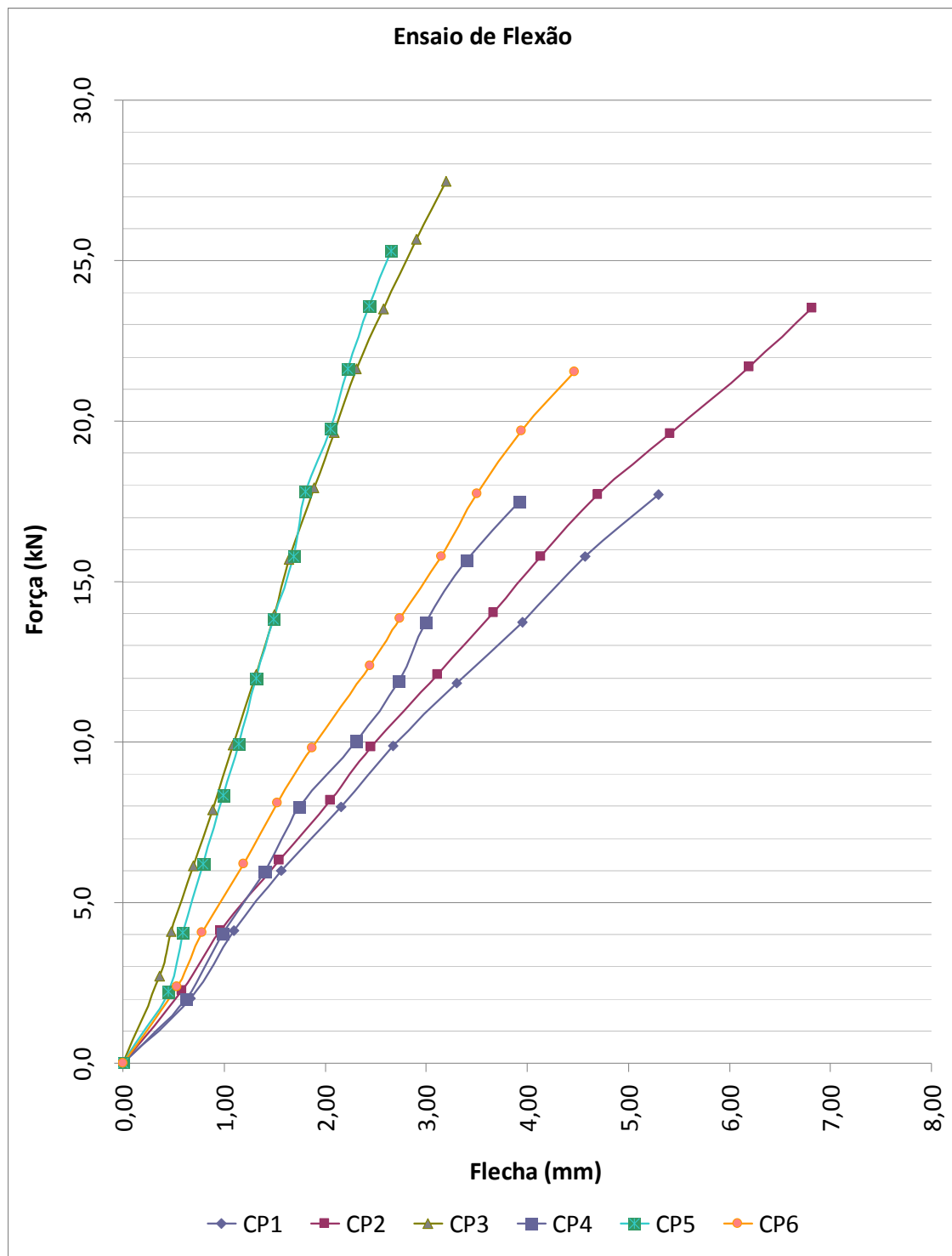


Figura 3 - Gráfico Ensaio de Flexão

O ensaio de flexão para o bambu teve uma distorção nos resultados devido a grande deformação da parede superior (região indicada em vermelho na Figura 4)



Figura 4 - Flexão localizada da parede superior do bambu no cutelo superior

Conclusão

A princípio procurou-se demonstrar as tensões nos bambus de maneira simplificada, como no estudo de resistência dos materiais.

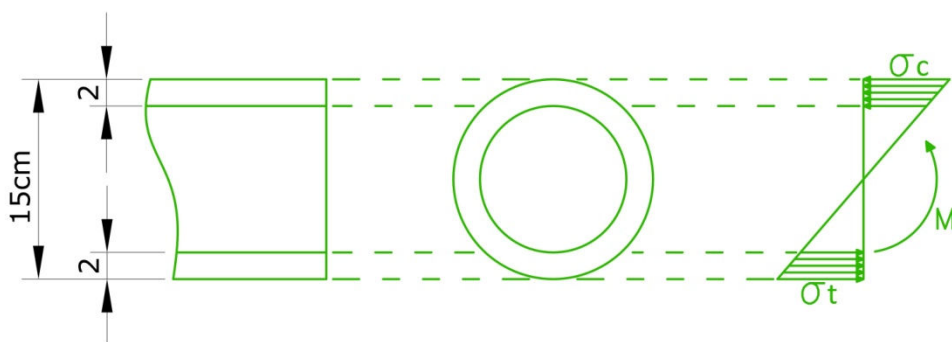


Figura 5 – Distribuição de tensões normais em função do Momento fletor

Para o cálculo das tensões em cada corpo-de-prova, foi aplicada a formula geral de flexão simples reta, em regime elástico, dada a seguir:

$$M_{\text{último}} = \sigma_c \cdot W$$

Tabela 3 - Cálculo das tensões máximas

CPs	I (m ⁴)	W (m ³)	Multimo (kN.m)	σ_c (kN/m ²)	σ_c (MPa)
CP1	1.70E-05	2.25E-04	2.51	1.11E+04	11.14
CP2	1.73E-05	2.31E-04	3.16	1.37E+04	13.66
CP3	1.86E-05	2.48E-04	3.78	1.53E+04	15.25
CP4	1.22E-05	1.81E-04	2.45	1.35E+04	13.54
CP5	2.07E-05	2.69E-04	3.34	1.24E+04	12.42
CP6	2.12E-05	2.66E-04	3.12	1.17E+04	11.74

Os ensaios de flexão das amostras de bambu tiveram resultados muito diferentes para cada peça, resultando em uma dispersão da ordem de 20%. Foi possível verificar que basicamente a espessura da parede do bambu foi o diferencial nos resultados do ensaio. Os corpos de prova CP3 e CP5, com espessuras de parede aproximadamente 2,20cm, romperam com cargas mais altas. Já os corpos de prova CP1, CP2 e CP6 romperam com cargas bem baixas, pois a espessura média era 1,90cm. O raio médio da peça foi determinante no CP4 que, apesar de espessura pequena, obteve também agüentou uma carga mais elevada.

Esperava-se que as resistências tivessem valores próximos para os corpos de prova, porém foi observado que as deformações nos apoios e no ponto de aplicação foram muito grandes. Esse estrangulamento das fibras é diretamente ligado à espessura da parede do bambu, que torna os resultados menos relevantes. Ou seja, o teste analisou basicamente as resistências nos pontos críticos de aplicação de forças, ao invés de analisar a estrutura como um todo.

Portanto, numa outra investigação, o arranjo de flexão deverá ter uma relação mínima entre comprimento altura da seção (diâmetro) e comprimento livre de flexão, da ordem de $h/L=1/20$. Dessa forma, os efeitos localizados são minimizados e os defeitos do ensaio são eliminados ou tornam-se insignificantes.

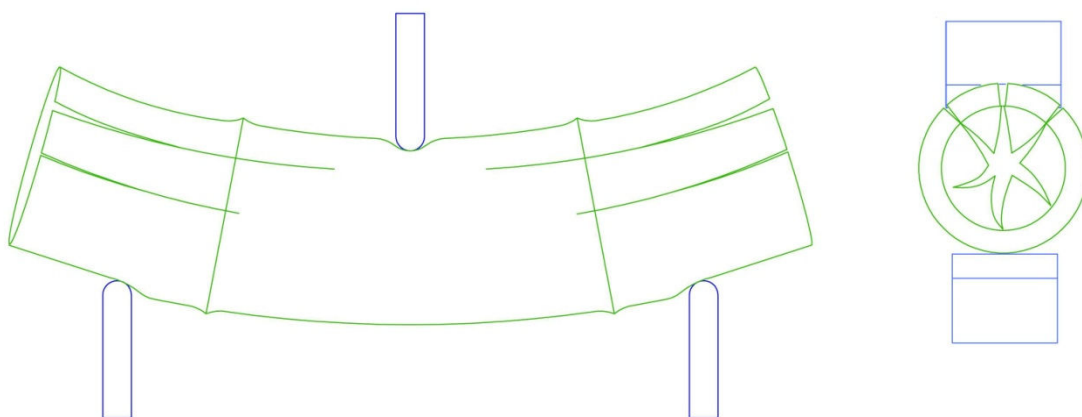


Figura 6 – Modo de ruptura do bambu no ensaio de flexão

ENSAIO DE COMPRESSÃO

Para isolar os defeitos do ensaio de flexão foram realizados ensaios de compressão axial em corpos-de-prova de bambu.

Foram usados seis (6) corpos de prova no ensaio de compressão com aproximadamente 450 mm de comprimento, com um nó da estrutura natural do bambu aproximadamente na sua metade. As características individuais de cada corpo-de-prova estão na Tabela 4.

Tabela 4 - Características dos corpos de prova de compressão

CP	Diâmetro externo médio (cm)	Espessura média (cm)	Diâmetro interno médio (cm)	Comprimento Total (cm)	Área (cm ²)
7	15,4	1,881	11,6	42,0	79,6
8	14,9	1,233	12,4	44,0	52,9
9	15,6	2,020	11,6	44,5	86,2
10	15,1	1,331	12,4	45,2	57,3
11	15,1	1,783	11,5	44,7	74,6
12	15,6	1,908	11,8	45,5	82,1



Figura 7 - CP na prensa para ensaio

Os ensaios foram realizados na máquina de ensaios mecânicos, marca Shimadzu Modelo UH-200A do Laboratório da Escola Politécnica e acompanhado pelo profissional Ivan. A velocidade de carregamento utilizada foi de 100 kN/min e o principal dado coletado foi a força de ruptura que, combinado com a área de cada CP, permite o cálculo da tensão máxima de ruptura, como demonstrado na Tabela 5.

Tabela 5 - Resultado do Ensaio de Compressão

CPs	A (cm ²)	F (kN)	σ_c (kN/m ²)	σ_c (MPa)
CP7	79,59	398,5	50067,36	50,07
CP8	52,92	332,0	62735,38	62,74
CP9	86,16	461,0	53504,68	53,50
CP10	57,35	249,0	43420,69	43,42
CP11	74,59	432,0	57913,06	57,91
CP12	82,07	378,5	46118,07	46,12



Figura 8 – Modo de ruptura do bambu a compressão

A velocidade de realização do ensaio do CP08 foi modificada para que houvesse uma análise da influência da mesma no resultado do ensaio. Com isso foi possível comprovar que o aumento da velocidade leva a um aumento da tensão máxima de ruptura.

A conclusão que se chegou com a realização dos ensaios laboratoriais foi que o bambu disponível na região da cidade de São Paulo possui resistência da ordem de grandeza de 50 MPa, o que é um valor consideravelmente alto, se for considerado que apresenta baixo peso próprio.

Ademais, deve-se ressaltar que o modo de ruptura é por fendilhamento vertical, em razão da baixa resistência a tração normal as fibras do material. Portanto, para o uso em projeto, não se deve considerar a resistência a tração normal as fibras, ou seja, $f_{t90}=0,0$.

▪ **Restrições de Uso do Bambu**

Durante a fase de concepção de projeto, foram adotadas premissas que limitavam o uso do bambu baseadas em pesquisas. Isso se fez necessário para que o material não fosse aplicado em locais que levassem a sua degradação, tal como apodrecimento ou desestabilização da microestrutura. Portanto, o material não deve estar exposto a:

- Umidade permanente (poças d'água);
- Radiação solar direta.

▪ **Aplicação do Bambu na Ponte Estaiada**

Após esse estudo preliminar sobre as características do bambu e suas limitações, chegou-se a conclusão que a melhor aplicação para o material seria na parte inferior do tabuleiro onde há tração. Como seria colocada uma capa de concreto por cima do bambu para resistência a compressão e para a pavimentação, os feixes estariam protegidos de umidade e da radiação solar. Além disso, o bambu contribuiria para deixar a estrutura mais leve do que seria do que se fosse feita completamente com concreto armado.

3.2. Arranjos de pontes de madeira

Fazendo um paralelo entre os arranjos estruturais usuais utilizados em uma ponte estaiada mencionados em (Almeida, 1989) e o nosso projeto pode-se observar algumas diferenças.

Os estais podem ser dispostos em leque, em arpa, ou em arranjo misto. A primeira forma, não é recomendável quando o número de estais ancorados no topo da torre é grande, pois a região fica congestionada de cabos, o que dificultaria qualquer manutenção nos estais durante a vida útil da ponte. Por dispor de poucos estais, a ponte de bambu será ancorada na torre em uma arranjo em leque.

Os tipos de cabo mais comuns utilizados em pontes estaiadas são dois: cordoalhas e feixes de fios paralelos. Devido ao processo de fabricação, os fios que dormas as cordoalhas são solicitados a grandes esforços de flexão e torção. Dessa forma a cordoalha apresenta uma resistência menor que a soma das resistências de

seus fios isolados. Isso deve ser mais levado em conta na construção de uma estrutura mais pesada, o que não é o caso deste projeto.

A inclinação dos estais em relação à horizontal, tem influência nos esforços que se distribuem na torre, nos estais, e nas longarinas principais da ponte. Mesmo com o estai mais solicitado do projeto tendo uma inclinação ainda pequena em relação á horizontal, optou-se por ancorar os estais em transversinas de aço ao longo ponte, visto que a longarina, no caso deste projeto será de bambu.

Podendo ser composta por um pilar central, dois pilares independentes, por um pórtico, ou ainda por um cavalete, para a ponte estaiada de bambu, será adotado a torre formada por um pórtico com os pilares inclinados.

Quanto à vinculação, as torres das pontes estaiadas podem ser engastadas na fundação, na superestrutura, ou articuladas.

No caso das pontes de madeira, que tem pequeno peso próprio se comparada com pontes de concreto ou aço, a utilização de torres engastadas na superestrutura é recomendada como uma solução mais adequada, mas no caso deste projeto, por se tratar de um tabuleiro com transversinas de aço ao longo de seu comprimento, será adotado como arranjo estrutural, torres de eucalipto fixadas em uma fundação de blocos de concreto.

4. Concepção da Estrutura da Ponte

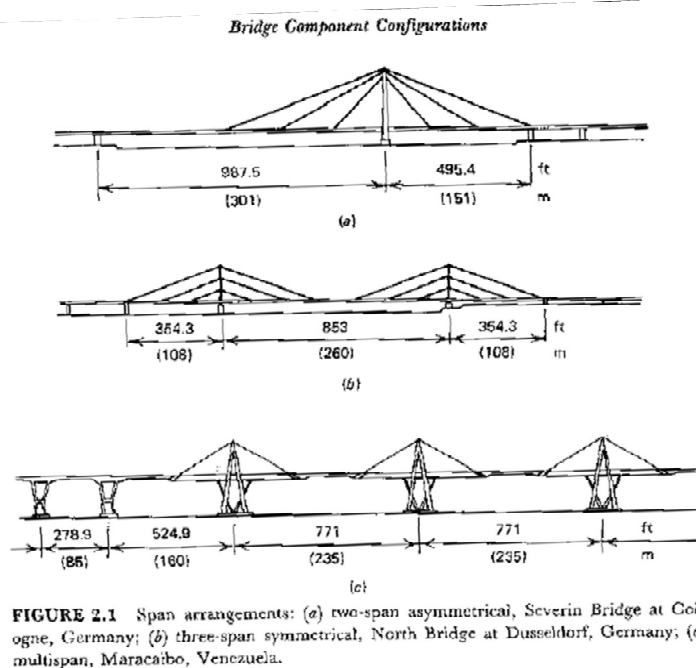
4.1. Ponte Estaiada

A decisão de desenvolver uma ponte sustentável e que seja plausível de ser construída em qualquer região do país é só uma parte da concepção. Então se partiu para a escolha de como resolver o problema apresentado utilizando-se bem os materiais disponíveis.

Os tipos de pontes mais tradicionalmente encontrados são: viga, “caixão” de concreto, estaiada e pênsil. Dentre esses, a que melhor atende à proposta de utilização do bambu seria a ponte estaiada. Isso porque esse tipo de ponte concentra os esforços em poucos pontos, que seriam as fundações. Como o bambu apresenta baixo peso específico com considerável resistência, haveria poucos esforços aplicados na única

fundação. Além disso, a ponte estaiada pode ser construída com pouca interferência no rio que está transpassando.

Scalzi e Podolny fizeram vários estudos dos arranjos estruturais possíveis de ponte estaiadas. Pode observar-se na figura a seguir estrato do livro deles de 1986 o arranjo da ponte de Cologne na Alemanha que corresponde ao arranjo dissimétrico escolhido para nossa ponte a fim de deixar um vão livre maior do lado onde passará o rio. Neste arranjo Podolny e Scalzy realçam o papel essencial do cabo de retaguarda, ou seja, do cabo ancorado que permite compensar a assimetria da ponte. Conseqüentemente o bloco de ancoragem desse estai deverá ser pesado o suficiente para não ser arrancado pela força do mesmo.



Portanto o esquema estrutura adotado para a ponte estaiada tratada neste trabalho está mostrado na Figura 9.

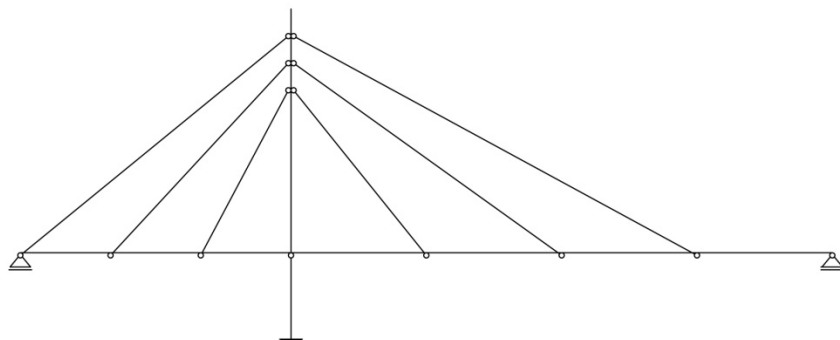


Figura 9 - Esquema estrutural da ponte estaiada

4.2. Método Construtivo

O método construtivo será executado com os procedimentos descritos a seguir.

4.2.1. Fabricação da Aduela em fábrica ou in situ

- Corte das toras de bambu no comprimento da aduela;
- Posicionamento de 34 toras paralelas e fixação das Vigas “C” na extremidade delas;
- Aplicação das duas protensões longitudinais nas extremidades das Vigas “C”;
- Aplicação das protensões transversais nos bambus a cada 80 cm.

4.2.2. Serviços preliminares

- Instalação do canteiro de obras
- Executar sondagem e levantamento topográfico;
- Executar a locação dos gabaritos;

4.2.3. Fundações

- Cravar as estacas de fundação;
- Executar formas dos blocos e viga de fundação;
- Armar blocos e viga de fundação;
- Moldar os blocos e viga de fundação;
- Controlar cura dos elementos moldados;

4.2.4. Mastros

- Fixar dos mastros de madeira;
- Fixar mastros de madeira apoiando-os em suportes provisórios até sua estabilidade com adquirida após a montagem de todos os elementos;
- Fixar viga de madeira para travamento do pórtico;

4.2.5. Tabuleiro

- Construir aduelas do tabuleiro de bambu – essa atividade pode ser iniciada assim que o canteiro estiver instalado;
- Montar transversina principal no mastro;
- Montar cimbramento para os primeiros módulos que se apoiarão na transversina dos mastros;
- Soldar os primeiros módulos do tabuleiro de bambu, já montados previamente, na transversina central e apoiá-los nos cimbramentos;
- Passar os cabos dos estais e aplicar uma pré-carga;
- Concretar os primeiros módulos;
- Aplicar a força final no estai assim que o concreto houver adquirido resistência;
- Montar as treliças para lançamento dos módulos seguintes;
- Lançar os próximos módulos e soldá-los;
- Passar os cabos dos estais e aplicar uma pré-carga;
- Repetir o lançamento dos módulos seguintes, até que os mesmos encontrem com os blocos de fundação no terreno;
- Apoiar os módulos finais sobre a peça de neoprene no bloco de fundação.

4.3. Comportamento da Estrutura na Fase Construtiva

A verificação do método construtivo foi feita a partir dos deslocamentos das placas submetidas às protensões dos estais. Os estais foram montados diretamente com a protensão final e foram calculados os deslocamentos das extremidades das placas. Nós baseamos somente nesses deslocamentos para avaliar este método. Para mais precisão deveria também ser feito um estudo das tensões nas placas nas diferentes fases da construção.

4.3.1. Primeira etapa

A primeira etapa consiste na montagem das aduelas – que pode ser realizada no próprio canteiro de obras – e na moldagem dos blocos de fundação. Nessa etapa ainda não há grandes esforços, pois toda a estrutura está apoiada diretamente no solo, portanto não há necessidade de dimensionamentos.

4.3.2. Segunda etapa

Na segunda etapa levanta-se o mastro com os primeiros estais que são aqueles ancorados no bloco de encontro da ponte. Esses estais são protendidos, pois são eles que equilibram a ponte. E montam-se as primeiras placas como pode ver-se no esquema a seguir. Tas tabelas a seguir estão expressas os deslocamentos e as forças de protensão a ser aplicada durante essa etapa de construção.

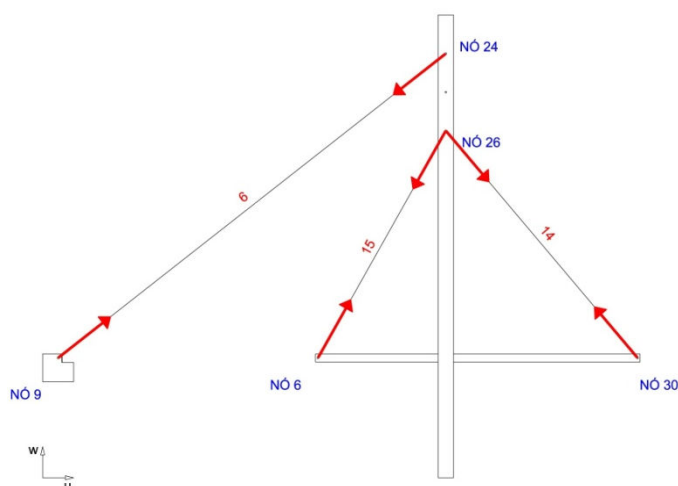


Figura 10 - Segunda fase do método construtivo

Nó	Deslocamento	Direção
24	0,0153 m	-u
30	0,0271 m	w
6	0,0007 m	-w

Estais	f_{tkp} (kN/cm ²)	Cordoalhas (u)	Seção (cm ²)	F_u (kN)	N_k (kN)	N_k/F_u
6	177	15	22,5	3982	26	0,66%
15	177	3	4,5	796	33	4,12%
14	177	5	7,5	1327	54	4,08%

4.3.3. Terceira etapa

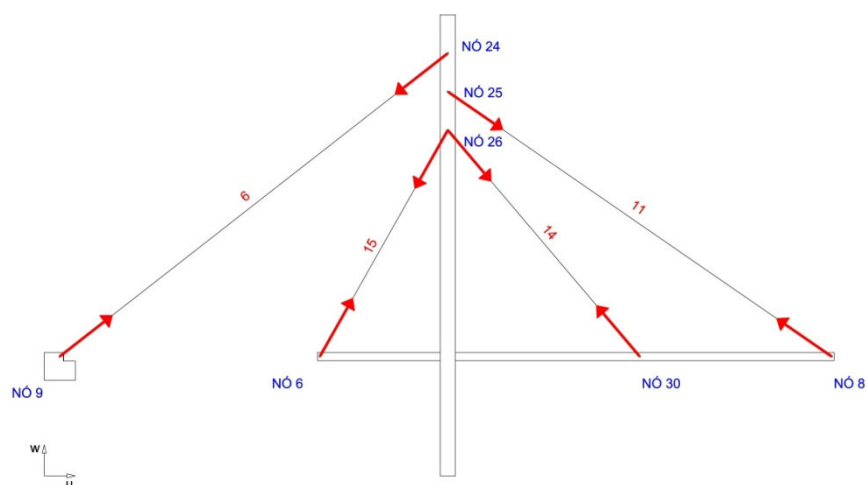


Figura 11 - Terceira fase do método construtivo

Nó	Deslocamento	Direção
24	0,0125 m	-u
30	0,0186 m	w
6	0,0010 m	w
8	0,0633 m	w

Estais	f_{tkp} (kN/cm ²)	Cordoalhas (u)	Seção (cm ²)	Fu (kN)	Nk (kN)	Nk/Fu
6	177	15	22,5	3982	101	2,53%
15	177	3	4,5	796	31	3,91%
14	177	5	7,5	1327	90	6,80%
11	177	5	7,5	1327	72	5,41%

As tabelas mostram os deslocamentos que ocorram na ponte sob o efeito das protensões e do peso próprio, vê se que globalmente o tabuleiro levanta-se um pouco, que é o que se esperava.

4.3.4. Quarta etapa

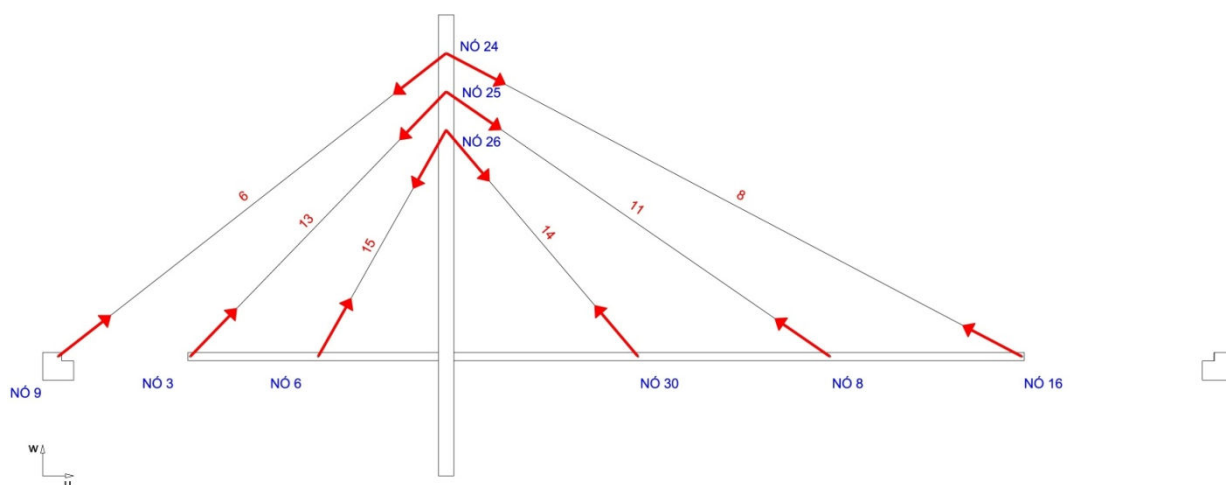


Figura 12 - Quarta fase do método construtivo

Nó	Deslocamento	Direção
16	0,0385 m	w
24	0,0088 m	-u
3	0,0102 m	w
30	0,0153 m	w
6	0,0010 m	w
8	0,0341 m	w

Estais	ftkp (kN/cm ²)	Cordoalhas (u)	Seção (cm ²)	Fu (kN)	Nk (kN)	Nk/Fu
6	177	15	22,5	3982	199	5,01%
13	177	2	3	531	40	7,55%
15	177	3	4,5	796	49	6,26%
14	177	5	7,5	1327	94	7,06%
11	177	5	7,5	1327	140	10,53%
8	177	9	13,5	2389	78	3,25%

Acabamento

- Desmontar apoios provisórios dos mastros;
- Aplicar pavimento de concreto asfáltico;
- Fixar guard-rail e guarda-corpos.

5. Propriedades Estruturais dos Materiais

5.1. Bambu

De acordo com revisão bibliográfica sobre o bambu, que foi complementada com um estudo laboratorial sobre o material disponível em regiões próximas, chegou-se a conclusão que o bambu da espécie gigante apresenta resistência a compressão de 50 MPa e o Módulo de Elasticidade adotado será de 2 GPa.

5.2. Concreto

Devido às propriedades de alta resistência a compressão e baixo custo relativo a outros materiais, o concreto é um dos materiais mais utilizados na Construção Civil. Além disso, tem a vantagem de não exigir mão-de-obra altamente qualificada para sua aplicação. No projeto da ponte, se optou por usá-lo nas fundações, que são regiões onde haverá maior umidade e também no tabuleiro, para resistir à compressão e dar regularidade na aplicação do pavimento. A resistência a compressão do concreto utilizado na ponte será de 30 MPa.

5.3. Madeira em toras (*Eucalipto*)

Considerando que uma das propostas iniciais era projetar uma ponte que usasse materiais renováveis, foram escolhidas toras de eucalipto da espécie *Eucalyptus citriodora*, muito comum no uso externo como postes e dormentes, para compor os mastros da ponte. Essas toras podem apresentar diâmetros maiores de 40 cm e longa vida útil.

Segundo o Manual de uso da Madeira na Construção Civil, redigido pelo IPT – Instituto de Pesquisas Tecnológicas, esse tipo de eucalipto apresenta densidade aparente a 15% de umidade (ρ_{ap15}): 1.040 kg/m³ e resistência a compressão a 15% de umidade (f_{c0}): 62,8 MPa e Módulo de Elasticidade - madeira verde - de 15.867 MPa.

5.4. Aço

O aço será aplicado na ponte principalmente onde os outros materiais apresentam limitações: nas ligações. Portanto, as ligações entre bambus, entre madeiras e as interfaces entre materiais será feita por chapas e aparelhos de ligação feitos de aço.

Outras aplicações do aço serão os estais com cordoalhas de aço CP 190 RB, as armaduras do concreto, com barras de aço CA-50, que é uma aplicação mais usada tradicionalmente na Construção Civil, e perfis metálicos de acordo com a ASTM A-36.

6. Análise Estrutural

Para correto dimensionamento da estrutura e fundação se fazem necessários os conhecimentos:

- Das características geológicas do terreno para definir qual o tipo de fundação a ser adotado e elaborar seu dimensionamento;
- Das características hidrológicas (curva-chave) do rio na seção de projeto para se prever a altura a partir a da qual serão instalados os mastros, pois os mesmos não possuem resistência significativa a umidade e assim se poder elaborar o dimensionamento das fundações; e
- Das ações de carregamento na ponte.

6.1. Características Geotécnicas

Para conhecimento das características geológicas se faz necessário a realização de sondagens no terreno para verificar sua condição de suporte e quais os tipos de solos que o compõe. Com base em levantamentos sobre o solo da região e com uma análise em campo, foi possível concluir que o solo não é muito resistente devido à presença de solos moles em locais próximos.

6.2. Características Hidrológicas

Para conhecimento das características hidrológicas se faz necessário o levantamento da curva-chave do rio ou da curva-chave de uma bacia similar próxima a do rio em questão. Em virtude da localização do rio e da pouca importância de sua bacia em comparação as demais, não há nenhuma das informações necessárias disponíveis para consulta, de forma que o máximo que foi possível ser feito foi levantamento *in loco* do nível máximo da lâmina d'água e uma pesquisa com moradores da região para confirmar tal informação. Assim foi obtida uma altura de lâmina d'água máxima de 1,5 m.

6.3. Ações na Ponte

Tomando por base a NBR 8681- “Ações e Segurança nas Estruturas”, as ações são classificadas em:

- *Ações permanentes* – compreendem o peso próprio da estrutura, pavimentos, revestimento, guarda-rodas, guarda corpos, forças de protensão, deformação por fluência ou retração, etc.;
- *Ações variáveis* – são cargas móveis, forças de frenagem e aceleração, variações da temperatura, ações do vento, pressão da água em movimento, cargas de construção, entre outras;
- *Ações excepcionais* – essas podem ser choques de veículos, enchentes, incêndios ou qualquer tipo de cargas excepcionais.

6.3.1. Ações Permanentes

No caso da Ponte Estaiada de Bambu, as cargas permanentes que atuam na estrutura seriam as cargas da estrutura e revestimento do tabuleiro. Outra ação permanente que deve ser levada em conta é a dos pesos próprios dos estais, que levam a forças de protensão maiores nos próprios cabos e a uma catenária, caso essa força seja subdimensionada.

Os cálculos dos pesos-próprios do bambu e do concreto foram feitos usando uma placa equivalente, pois a mesma foi utilizada posteriormente no estudo das tensões no tabuleiro.

6.3.2. Placa Equivalente (bambu e concreto)

Primeiro calcula-se o peso das 34 varas de bambu de 5 m na placa através do peso próprio do material e do volume médio do bambu.

Peso próprio do Bambu	8,5	kN/m ³
Volume das Varas	1,08	m ³
Peso Total do Bambu	9,19	kN

Dando continuidade ao cálculo da placa equivalente usamos o mesmo raciocínio feito para o bambu com o peso próprio e volume, mas dessa vez para o concreto.

Altura	0,08	m
Largura	5,1	m
Comprimento	5	m
Peso próprio do Concreto	25	kN/m ³
Volume de Concreto	2,04	m ³
Peso Total do Concreto	51	kN

Portanto temos que o peso total da placa equivalente é de 60,2 kN. A isso adicionamos 5% para considerar o peso dos conectores e dividimos pelo volume total da placa equivalente, como mostram os cálculos abaixo

Peso Total com Conectores	63,2	kN
Volume da Placa Equivalente	5,1	m ³
Peso Próprio da Placa Equivalente	15,02	kN/m³

Para a determinação das características deve referir-se ao **ANEXO 2**, que detalha o processo permitindo de determinar as características da placa equivalente ortótropa representativa do comportamento da placa mista bambu/concreto. Pode notar-se que a formula na qual chegamos corresponde a fórmula dada pela norma **EUROCODE 3** que trata de estruturas mistas.

Encontra-se a seguir a tabela resumindo os resultados característicos da placa equivalente, de novo para entendimento das formulas usadas para cálculo desses resultados deve referir-se ao **ANEXO 2**.

DADOS

Características dos bambus

Diam _{ext} (m)	0,15
Diam _{int} (m)	0,12
Quantidade	34
Peso próprio médio (kN/m ³)	15,02
E ₀ (MPa)	16000
Comprimento (m)	5

Características do concreto

Altura (m)	0,1
Largura (m)	5,1
Comprimento (m)	5
f _{ck} (MPa)	30
E _c (MPa)	26072
G _c (MPa)	62572

RESULTADOS

Resultados intermediarios

A _c (mm ²)	510000
A _w (mm ²)	216299
γ _c (s.u.)	0,036
a _w (mm)	15,1
a _c (mm)	109,9
I _c (mm ⁴)	565675000
I _w (mm ⁴)	498838771

Características dos conectores

K: modulo de deslizamento (N/mm)	19500
s: espaço entre os conectores (cm)	10

Resultado Final

(E.I _L) _{ef} (N.mm ²)	2,27E+13
(E.I _L) _{ef} (N.m ²)	22729476

CARACTERÍSTICAS DA PLACA EQUIVALENTE SEM PROTENSÃO

Altura da placa equivalente (m)	0,2
---------------------------------	-----

Características longitudinais

(I _L) _{ef} (mm ⁴)	3400000000
(E _L) _{ef} (MPa)	6685

Características à torsão

G _{ef} (MPa)	7821
-----------------------	------

características transversais

(E _T) _{ef} (N.mm ²)	1,09E+13
(E _T) _{ef} (N.m ²)	10863164
(E _T) _{ef} (MPa)	3259
(I _T) _{ef} (mm ⁴)	3333333333

CARACTERÍSTICAS DA PLACA EQUIVALENTE COM PROTENSÃO

(E _L) _{ef} (MPa)	6685
(E.I _L) _{ef} (N.m ²)	22729476
(I _L) _{ef} (m ⁴)	0,0034
G _{ef} (MPa)	8022

(E _T) _{ef} (MPa)	3359
(E _T) _{ef} (N.m ²)	11197421
(I _T) _{ef} (m ⁴)	0,0033

- **Asfalto**

Como haverá uma fina camada (30 mm) de concreto asfáltico acima do concreto essa carga também é considerada nas cargas permanentes. De acordo com a NBR 7187 – “*Projeto de Pontes de Concreto Armado e Concreto Protendido*”, é usual utilizar uma carga de 2 kN/m² considerando inclusive as futuras recapagens do pavimento.

- **Guard-rail**

O guard-rail será metálico para que seu peso próprio possa ser desprezado nos cálculos, o que não aconteceria no caso de um guarda-rodas de concreto, que apresenta um peso não desprezível perante a estrutura leve proposta por este Trabalho.

- **Guarda-corpos**

De acordo com a NBR 14718 – “*Guarda-Corpos para Edificações*”, a sobrecarga da estrutura de suporte do passeio deve ser de 1 kN/m na horizontal, como mostra a figura abaixo:

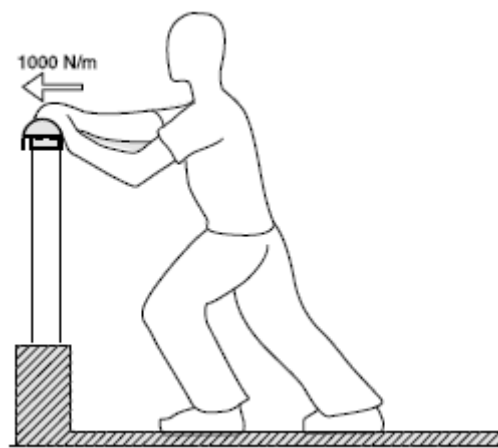


Figura 13 - Ações no Guarda-Corpo

6.3.3. Ações Acidentais

Os tipos de ações variáveis que são aplicáveis na Ponte Estaiada de Bambu são: as cargas móveis referentes ao tráfego, no tabuleiro e a pressão da água em movimento, no bloco de fundação. Essa última só tem efeitos nos períodos onde a vazão do rio atinge níveis mais altos e exige mais da estrutura.

▪ Cargas Móveis

As cargas móveis são dimensionadas de acordo com a Classe da Ponte, que por sua vez provém do tráfego que usará a ponte. De acordo com a NBR 7188/84 – “Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre”, as classes são:

- Classe 12: Veículo-tipo de 12t

- Classe 30: Veículo-tipo de 30t

- Classe 45: Veículo-tipo de 45t

Como essa será uma ponte localizada numa estrada vicinal que atende a um número limitado de pessoas e, segundo pesquisa na região, o maior tipo de veículo que utiliza a estrada é uma camionete de entregas de supermercado, chegou-se a conclusão que a ponte seria Classe 12.

O trem-tipo usado para a determinação da carga, segundo a norma referida, pesa 12t distribuídas igualmente nas 4 rodas e tem a configuração de acordo com a Figura 14.

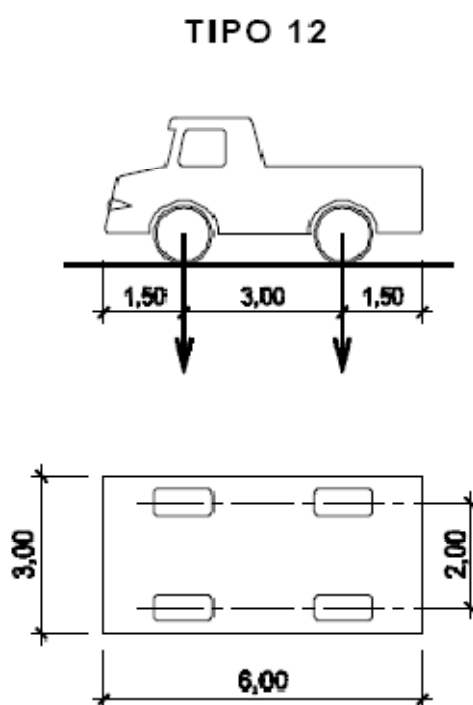


Figura 14 - Trem-tipo Classe 12

Além da carga do trem-tipo, são utilizados dois tipos de cargas distribuídas:

- q - aplicada em todas as faixas da pista de rolamento, nos acostamentos e afastamentos, descontando-se apenas a área ocupada pelo trem-tipo;
- q' – aplicada nos passeios.

Os valores usados para q e q' são 4 e 3 kN/m² respectivamente.

A aplicação das cargas distribuídas juntamente com o trem-tipo é feita da maneira demonstrada na Figura 15.

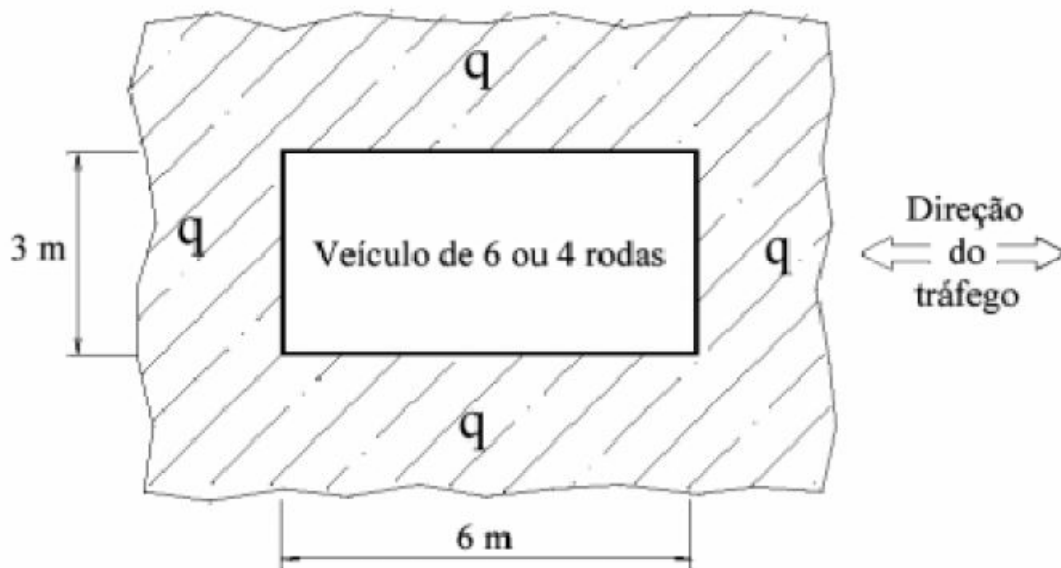


Figura 15 - Distribuição das Cargas Móveis segundo a NBR 7188/84

▪ Pressão da Água

Após uma pesquisa hidrológica e medição do nível d'água admitido como máximo, chegou-se a conclusão de que a ação da água na ponte será mínima, já que se limitará a um pequeno esforço no bloco de fundação durante as cheias de maior porte. Isso se dá devido à posição do bloco que ficará localizado fora do leito do rio na maior parte do tempo.

6.4. Ações Excepcionais

Como esse tipo de ação é muito específica e a probabilidade de acontecer um acidente do tipo é pequena, optou-se por não considerá-los no cálculo das cargas, já que isso provavelmente levaria a uma estrutura mais cara e provavelmente desnecessária perante ao baixo tráfego local.

7. Detalhamento

7.1. Detalhamento das transversinas

Para cálculo da transversina calculou-se o carregamento sobre a transversina por meio da linha de influência e a partir deste obteve-se os esforços solicitantes na transversina com o auxílio do FTOOL.

Assim, a linha de influência sobre a transversina é:

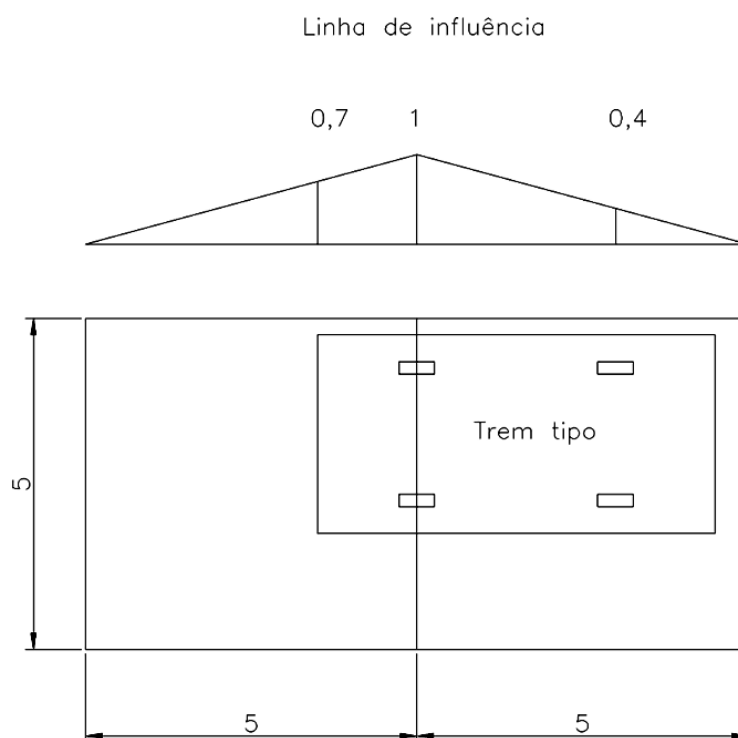


Figura 16 - Posicionamento do Trem-tipo e Linha de Influência longitudinal da ponte

Com essa linha de influência obteve-se os seguintes carregamentos:

- Carga de multidão = $10 \cdot 1 / 2 \cdot 4 \text{ kN/m} = 20 \text{ kN/m}$
- Carga de passeio = $10 \cdot 1 / 2 \cdot 3 \text{ kN/m} = 15 \text{ kN/m}$
- Carga de multidão sob o veículo Carga =
 $= 4,5 \cdot 0,7 \cdot 4 / 2 + 0,1 \cdot 0,5 \cdot 4 / 2 = 6,4 \text{ kN/m}$
- Carga das rodas = $30 \text{ kN} \cdot 1 + 30 \text{ kN} \cdot 0,4 = 42 \text{ kN}$

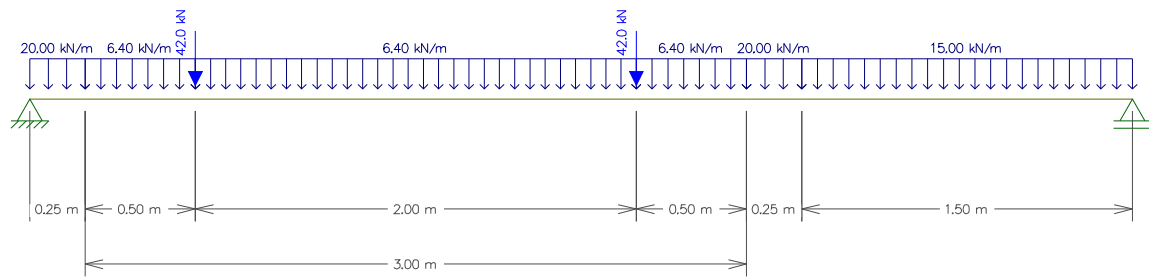


Figura 17 – Caso de pior carregamento da transversina

No FTOOL, com estes carregamentos temos os seguintes esforços solicitantes:

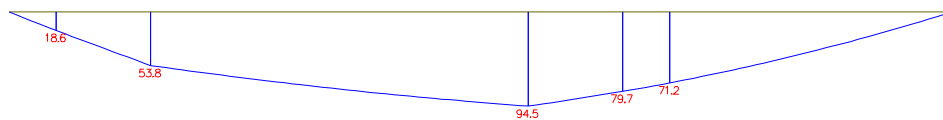


Figura 18 - Momento fletor máximo na transversina

Assim obtemos $M_{sd} = 94,5 \cdot 1,1 = 104 \text{ kNm}$.

Da norma Section Properties and Member Resistances to Eurocode 3: Part 1.1: April 1992, página 89, verificamos que o perfil retangular 200x100x53,4 kg/m (parede de 10,0 mm) é o menor perfil e portanto mais econômico que atende a solicitação. Ele resiste a um carregamento M_{cyRd} de 109 kNm.

7.2. Detalhamento da placa equivalente

7.2.1. Detalhamento das ligações entre as placas

A ligação foi feita de modo a compensar a descontinuidade entre as placas e com isso resistir o momento negativo existente nessa região. Para isso solda-se uma pequena chapa de espessura de 10 mm com a função de tornar as duas vigas metálicas de cada placa uma viga única. O bambu vai encaixado da cada lado desta viga e parafusado. O diâmetro do parafuso é dimensionado para suportar a tração e ao mesmo tempo não romper o bambu, que deve resistir a uma força no sentido das fibras.

Os detalhes dessa ligação encontram-se na figura abaixo.

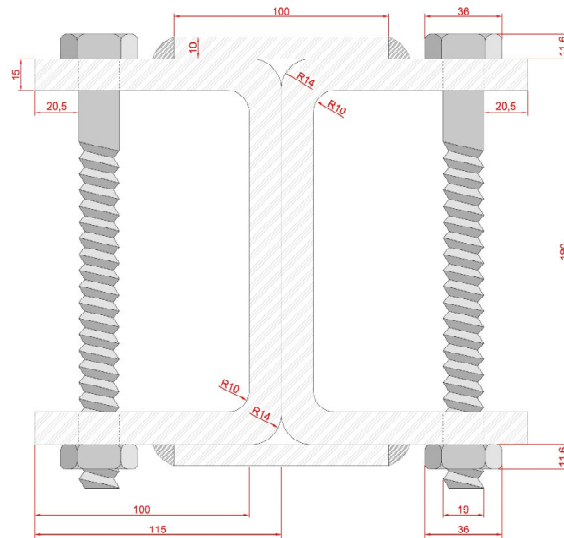


Figura 19 - Detalhe da ligação entre aduelas (mm)

7.2.2. Detalhamento da placa equivalente Concreto/Bambu

Devido à ligação realizada nas extremidades da placa, considerou-se a placa engastada nas duas extremidades.

A placa foi dimensionada a partir do material equivalente determinado no item 6.3.2. Nela foi colocado o carregamento das cargas permanentes e do TT-12 usado nessa ponte.

Graças ao SAP2000 foram determinados os momentos fletores e cortantes atuando na placa assim como a flecha no meio da placa

Na figura a seguir observa-se a modelação da placa que se encontra engastada em duas extremidades e visualiza-se a disposição do trem tipo centrado nela.

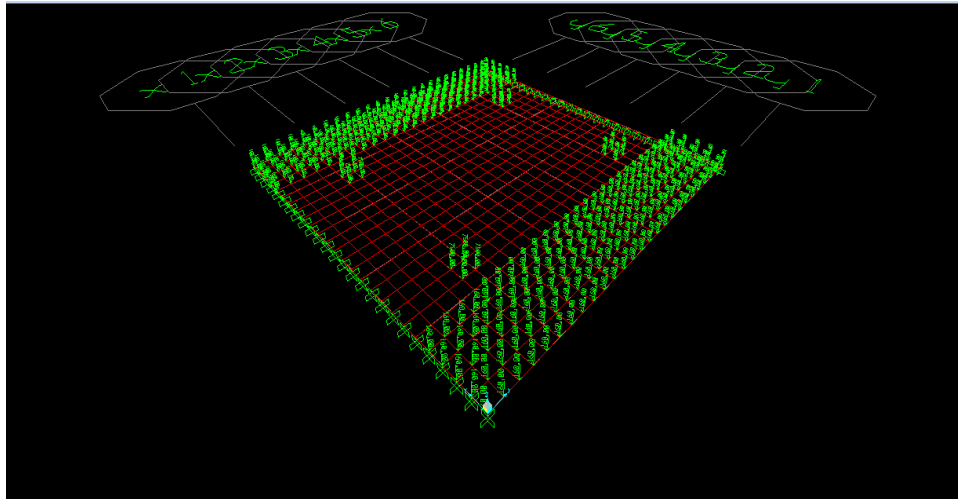


Figura 20 - Carregamento na placa modelada no SAP 2000

Após a disposição dos carregamentos permanentes e do trem tipo foi rodado o sistema a fim de determinar os momentos, as forças cortantes e a flecha nessa placa equivalente para depois voltar aos materiais reais, o bambu e o concreto.

Visualização do momento sob efeito do trem tipo:

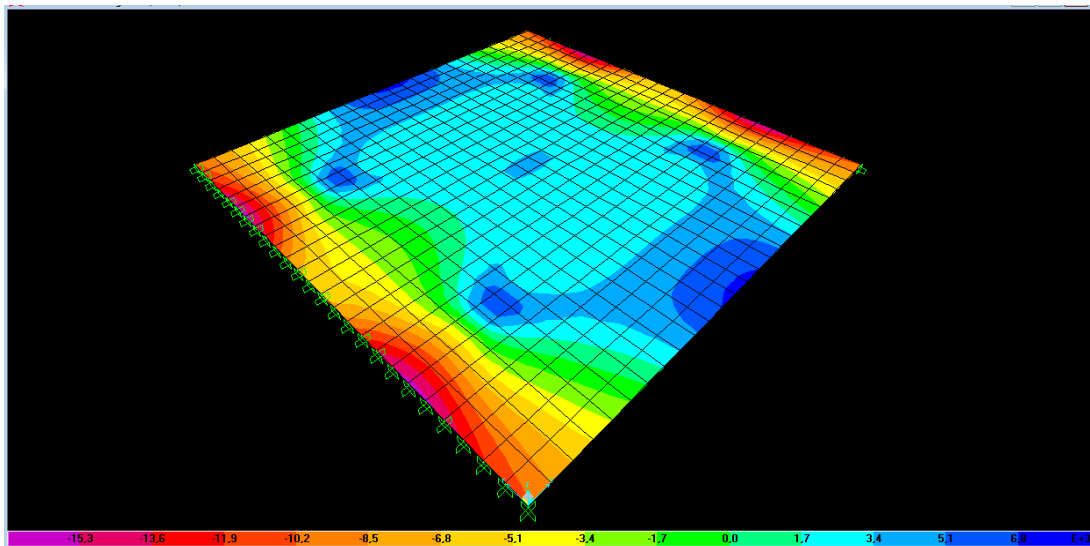


Figura 21 - Momento fletor na placa carregada com o trem-tipo (N.m)

Visualização da deformação da placa sob o efeito do TT-12:

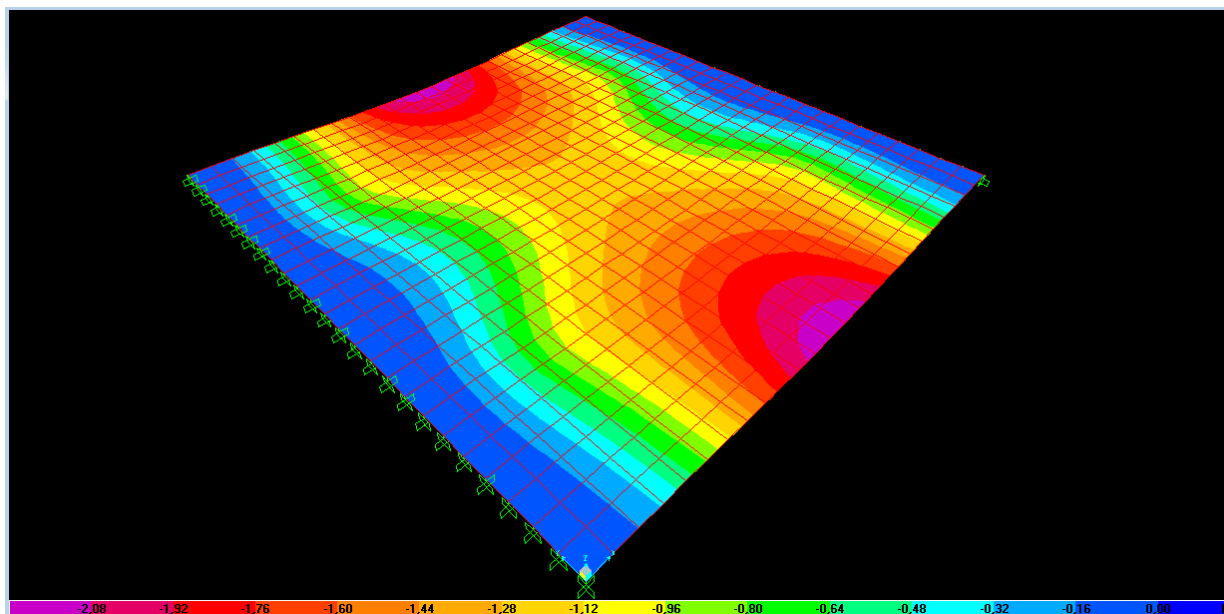


Figura 22 - Deformação da placa carregada com o trem-tipo (m)

A partir desses resultados foram determinadas as tensões atuando nos materiais bambu e concreto como está mostrado na tabela a seguir:

Tabela 6 - Cargas atuantes e respectivos esforços solicitantes na placa

	Peso próprio	Asfalto	MAX	TT-12_M+	TT-12_M-	TT-12_V
Mom. Positivo (N.m)	3124	3910	9556	7214	6506	9556
Cortante (N)	7208	9243	95350	95350	34761	30766
δ (m)	0,0011	0,0013	0,0020	0,0020	0,0020	0,0019
Mom. Negativo (N.m)	-6247	-7887	-16577	-16053	-16088	-16577

Nesta tabela são mostrados os resultados dos esforços solicitantes e flecha para as cargas permanentes e varias posições de TT-12 que foram colocados como a seguir:

- *Momento positivo:* TT-12_M+ → centrado na placa
- *Momento negativo:* TT-12_M- → centrado lateralmente na placa
- *Cortante:* TT-12_V → colocado na região dos apoios

Com esses resultados foram calculadas as tensões atuando no bambu e no concreto.

Tensões Resultantes nos materiais

CONCRETO

$\sigma_{1cg,k}$ (MPa)	0,64
$\sigma_{1cq,k}$ (MPa)	0,87
$\sigma_{2cg,k}$ (MPa)	-0,75
$\sigma_{2cq,k}$ (MPa)	-0,88

BAMBU

$\sigma_{1wg,k}$ (MPa)	0,45
$\sigma_{1wq,k}$ (MPa)	0,61
$\sigma_{2wg,k}$ (MPa)	-0,60
$\sigma_{2wq,k}$ (MPa)	-0,70
$\tau_{wg,k}$	0,13
$\tau_{wq,k}$	0,76
$F_{g,k}$	3788
$F_{q,k}$	21952

Sendo as notações seguintes:

$\sigma_{1cg,k}$ tensão compressão na fibra superior do concreto devido a carga permanente

$\sigma_{1cq,k}$ tensão compressão na fibra superior do concreto devido a carga acidental

$\sigma_{2cg,k}$ tensão tração na fibra inferior do concreto devido a carga permanente

$\sigma_{2cq,k}$ tensão tração na fibra inferior da madeira devido a carga acidental

$\sigma_{1wg,k}$ tensão compressão na fibra superior da madeira devido a carga permanente

$\sigma_{1wq,k}$ tensão compressão na fibra superior da madeira devido a carga acidental

$\sigma_{2wg,k}$ tensão tração na fibra inferior da madeira devido a carga permanente

$\sigma_{2cq,k}$ tensão tração na fibra inferior da madeira devido a carga acidental

$\tau_{wg,k}$ tensão cisalhante máxima característica, devido à carga permanente

$\tau_{wq,k}$ tensão cisalhante máxima característica, devido à carga acidental

$F_{g,k}$ força máxima característica no conector, devido à carga permanente

$F_{q,k}$ força máxima característica no conector, devido à carga permanente

$$\sigma_{1c(g ou q),k} = \frac{M_{L(g ou q),k} E_c}{(EI)_{ef}} \cdot (\gamma_c \cdot a_c + 0,5 \cdot h_c)$$

$$\sigma_{2c(g ou q),k} = \frac{M_{L(g ou q),k} E_c}{(EI)_{ef}} \cdot (\gamma_c \cdot a_c - 0,5 \cdot h_c)$$

$$\sigma_{1w(g ou q),k} = \frac{M_{L(g ou q),k} E_w}{(EI)_{ef}} \cdot (\gamma_w \cdot a_w + 0,5 \cdot h_w)$$

$$\sigma_{2w(g ou q),k} = \frac{M_{L(g ou q),k} E_w}{(EI)_{ef}} \cdot (\gamma_w \cdot a_w - 0,5 \cdot h_w)$$

$$\tau_{w(g ou q),k} = 0,5 \cdot E_w \cdot b_w \cdot h_w^2 \cdot \frac{V_{(g ou q),k}}{(EI)_{ef}}$$

$$F_{(g \text{ ou } q),k} = \gamma_w \cdot E_w \cdot A_w \cdot s \cdot \frac{V_{(g \text{ ou } q),k}}{(EI)_{ef}}$$

Finalmente realiza-se a combinação dos esforços para dimensionar ELS e ELU de acordo com a norma NBR 7190

$$\sigma_{1c,d} = \gamma_g \cdot (\sigma_{1cg,k}) + \gamma_q \cdot \varphi (\sigma_{1cq,k})$$

$$\sigma_{2c,d} = \gamma_g \cdot (\sigma_{2cg,k}) + \gamma_q \cdot \varphi (\sigma_{2cq,k})$$

$$\sigma_{1w,d} = \gamma_g \cdot (\sigma_{1wg,k}) + \gamma_q \cdot \varphi (\sigma_{1wq,k})$$

$$\sigma_{2w,d} = \gamma_g \cdot (\sigma_{2wg,k}) + \gamma_q \cdot \varphi (\sigma_{2wq,k})$$

$$\tau_{1w,d} = \gamma_g \cdot (\tau_{wg,k}) + \gamma_q \cdot \varphi (\tau_{wq,k})$$

$$F_d = \gamma_g \cdot (F_{g,k}) + \gamma_q \cdot \varphi (F_{q,k})$$

Onde:

$$\gamma_g = 1,3 \text{ para ações permanentes}$$

$$\gamma_q = 1,4 \text{ para ações variáveis}$$

$$\varphi = 1 + \frac{\alpha}{40+L} \text{ coeficiente de impacto}$$

$$\alpha = 12 \text{ para pontes rodoviárias com assoalho revestido de asfalto}$$

L = vão teórico em metros, que no nosso caso é o comprimento da placa, ou seja 5m.

Daí pode-se verificar os estados limites que estão resumidos na tabela a seguir.

Coreficientes de segurança

γ_g (coef carga permanentes)	1,3
γ_q (coef cargas variáveis)	1,4
ϕ (coef de impacto vertical)	1,27

Esforços totais

$\sigma_{1c,d}$ (MPa)	2,36
$\sigma_{2c,d}$ (MPa)	-2,52
$\sigma_{1w,d}$ (MPa)	1,60
$\sigma_{2w,d}$ (MPa)	-1,95
$\tau_{w,d}$	1,44
F_d	43853

Verificação ELS

$\sigma_{1c,r}$ (MPa)	18,2
$\sigma_{2c,r}$ (MPa)	3,0
$\sigma_{1w,r}$ (MPa)	50
$\sigma_{2w,r}$ (MPa)	60
$\tau_{w,r}$	7
Fr	50000

Verificação ELU

δd	0,0044
L/300	0,0167

A resistência dos conectores utilizada foi determinada segundo a tese de mestrado de E. A. NICOLAS orientado pelo Dr. N. T. MASCIA realizado na Universidade Estadual de Campinas em 2001.

7.3. Detalhamento dos Estais

O objetivo é obter as forças de protensão dos estais a fim de zerar os deslocamentos de todo o tabuleiro devido às cargas permanentes. Para isso foi utilizado o programa SAP 2000.

Primeiro determinou-se os graus de liberdade da estrutura. Assim foram chamados T1 e T7 os nós onde estão ligados os estais ligados ao bloco de ancoragem com os mastros, e T2, T3, T4, T5, T6, T8, T9, T10, T11 e T12 os nós de ligação dos estais com o tabuleiro.

Definiu-se os deslocamentos $[u_{pp+asfalto}]$ nos nós acima mencionados devidos somente ao peso próprio e ao revestimento asfáltico da estrutura, sem considerar a protensão e sem as cargas nos estais.

Observa-se na figura a seguir esses mesmos deslocamentos gerado no SAP com um **fator multiplicativo de 10 (escala de desenho)** e a **matriz dos deslocamentos**.

$$U_{pp+asfalto} = [-0,00711 \quad -0,06794 \quad -0,06794 \quad -0,00232 \quad +0,01522 \quad +0,01522 \quad -0,03721 \quad -0,00711 \quad -0,03721 \quad -0,00232 \quad -0,08623 \quad -0,08623]$$

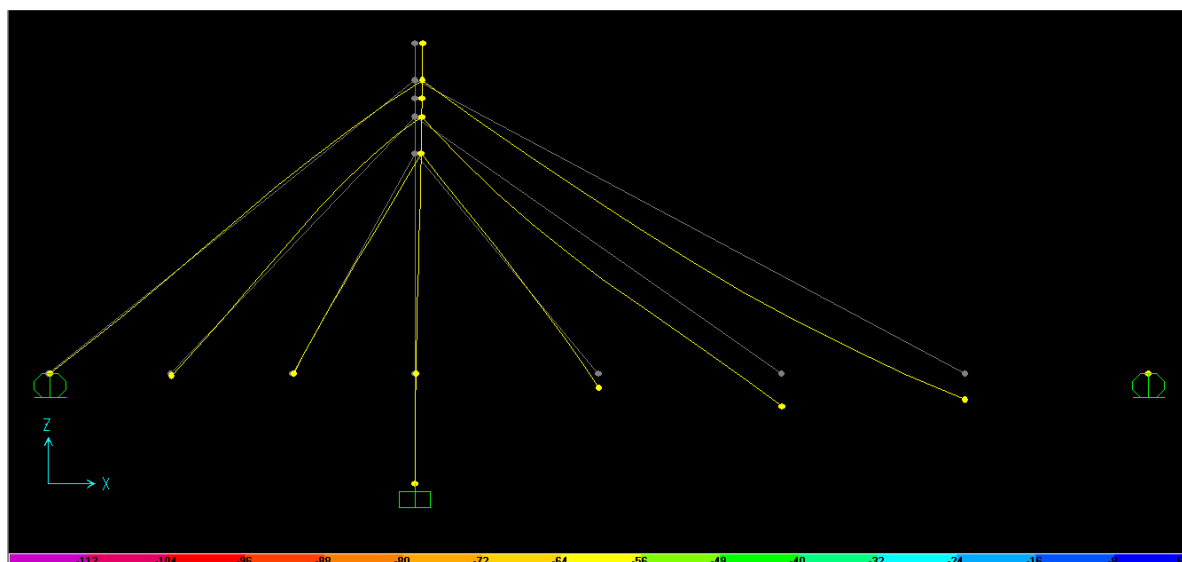


Figura 23 - Deslocamentos devido às cargas permanentes (m)

Nesse etapa foi adotado um primeiro número de cordoalhas para cada estal. No final foi recalculado o número de cordoalha para que as forças de protensão fossem superior a 10% do F_u do aço de protensão usado.

Os valores aqui apresentados são os resultados após as iterações que nos permitiram chegar ao bom número de cordoalhas, considerados nos cálculos.

A segunda etapa foi adicionar uma carga térmica em cada estal para calcular a matriz de deslocamento A que é apresentada a baixo. Essa matriz relaciona as cargas térmicas nos estais com os deslocamentos dos nós assim como na relação seguinte:

$$[A] \times [T] = [u]$$

Onde

[T] – vetor das cargas de protensão (12x1)

[u] – vetor dos deslocamentos nodais (1x12)

$$[A] = \begin{bmatrix} -0,002404 & -0,007832 & +0,001635 & +0,007205 & +0,000581 & +0,002694 & -0,000027 & +0,000071 & -0,000163 & +0,000032 & -0,000393 & +0,000864 \\ +0,006398 & +0,022694 & -0,000053 & +0,000801 & -0,000111 & +0,000135 & -0,000461 & +0,00016 & +0,000641 & +0,002806 & +0,007837 & +0,025998 \\ +0,022694 & +0,006398 & +0,000801 & -0,000053 & +0,000135 & -0,000111 & +0,00016 & -0,000461 & +0,002806 & +0,000641 & +0,025998 & +0,007837 \\ -0,001113 & -0,005316 & +0,000344 & +0,001299 & +0,000432 & +0,006236 & -0,000045 & +0,000063 & -0,000123 & +0,000055 & -0,000331 & +0,000584 \\ -0,001594 & -0,015755 & +0,000138 & -0,000583 & +0,000106 & -0,00009 & -0,000013 & +0,000049 & -0,000299 & +0,000008 & -0,001338 & +0,002335 \\ -0,015755 & -0,001594 & -0,000583 & +0,000138 & -0,00009 & +0,000106 & +0,000049 & -0,000013 & +0,000008 & -0,000299 & +0,002335 & -0,001338 \\ +0,001033 & +0,008134 & -0,000099 & +0,000363 & -0,000095 & +0,000117 & +0,001187 & +0,008111 & +0,000351 & +0,002196 & -0,000557 & -0,000419 \\ -0,007832 & -0,002404 & +0,007205 & +0,001635 & +0,002694 & +0,000581 & +0,000071 & -0,000027 & +0,000032 & -0,000163 & +0,000864 & -0,000393 \\ +0,008134 & +0,001033 & +0,000363 & -0,000099 & +0,000117 & -0,000095 & +0,000117 & +0,001187 & +0,002196 & +0,000351 & -0,000419 & -0,000557 \\ -0,005316 & -0,001113 & +0,001299 & +0,000344 & +0,006236 & +0,000432 & +0,000063 & -0,000045 & +0,000055 & -0,000123 & +0,000584 & -0,000331 \\ +0,004719 & +0,018233 & -0,000081 & +0,000702 & -0,000111 & +0,000173 & +0,000226 & +0,002928 & +0,003745 & +0,012508 & +0,001649 & +0,007104 \\ +0,018233 & +0,004719 & +0,000702 & -0,000081 & +0,000173 & -0,000111 & +0,002928 & +0,000226 & +0,012508 & +0,003745 & +0,007104 & +0,001649 \end{bmatrix}$$

Agora com a matriz A determinada e os deslocamentos devido ao peso próprio e ao asfalto, pode-se determinar as forças de protensões $[T_0]$ a serem aplicadas nos estais a traves da relação seguinte

$$[T_0] = [A]^{-1} \times [-u_{pp+asfalto}]$$

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} +2,891225 & -4,900995 & +6,968443 & +0,367230 & +0,043758 & -54,61719 & +0,484060 & -6,040678 & +0,336124 & +1,314968 & -0,377411 & -1,185949 \\ -6,040678 & +6,968443 & -4,900995 & 1,314968 & -54,61718 & +0,043757 & +0,336125 & +2,891225 & +0,484060 & +0,367230 & -1,185949 & -0,377411 \\ -31,57726 & -0,476700 & +0,731645 & +4,658349 & +0,400512 & -50,01917 & +0,288024 & +153,2866 & -0,486808 & -64,31563 & +0,451242 & -0,631989 \\ +153,2866 & +0,731645 & -0,476700 & -64,31563 & -50,01917 & +0,400512 & -0,486808 & -31,57726 & +0,288024 & +4,658348 & -0,631989 & +0,451242 \\ +1,897419 & -0,714462 & +1,285170 & -9,043238 & -0,517867 & -41,18723 & +0,843881 & -34,92474 & -0,671527 & +175,3364 & +0,605690 & -1,071592 \\ -34,92474 & +1,285170 & -0,714462 & +175,3364 & -41,18723 & -0,517867 & -0,671527 & +1,897419 & +0,843881 & -9,043238 & -1,071592 & +0,605690 \\ +0,763206 & +3,360463 & +3,299647 & +0,800672 & +0,077271 & +47,11402 & -21,89575 & -1,017147 & +135,7244 & -1,017559 & +8,166551 & -26,57433 \\ -1,017147 & +3,299647 & +3,360463 & -1,017559 & +47,11402 & +0,077271 & +135,7244 & +0,763206 & -21,89575 & +0,800673 & -26,57433 & +8,166551 \\ +0,475395 & +14,70947 & -35,03686 & +0,077395 & -0,703629 & +47,11073 & +11,92935 & -0,526389 & -36,69657 & -0,664792 & -32,22997 & +102,7782 \\ -0,526389 & -35,03686 & +14,70947 & -0,664791 & +47,11073 & -0,703629 & -36,69657 & +0,475395 & +11,92935 & +0,077394 & +102,7782 & -32,22997 \\ +0,021465 & -10,17968 & +40,08134 & -0,116856 & -0,459620 & +44,20146 & +1,119056 & +0,022195 & +1,715842 & -0,070713 & +4,052490 & -10,05494 \\ +0,022195 & +40,08134 & -10,17968 & -0,070713 & +44,20146 & -0,459621 & +1,715842 & +0,021465 & +1,119055 & -0,116856 & -10,05494 & +4,052490 \end{bmatrix}$$

$$[T_0] = [A]^{-1} \times [-u_{pp+asfalto}] = \begin{bmatrix} -0,84822 \\ -0,84822 \\ -1,47716 \\ -1,47716 \\ -0,78990 \\ -0,78990 \\ -2,38077 \\ -2,38077 \\ -3,07234 \\ -3,07234 \\ -0,95356 \\ -0,95356 \end{bmatrix}$$

O carregamento térmico $[T_0]$ acima definido foi então calculado para que os deslocamentos finais da estrutura sejam zerados. Conseqüentemente, foi rodado de novo o SAP com as cargas permanentes e térmicas assim obtidas.

A primeira verificação foi conferir que os deslocamentos foram efetivamente próximos de zero. Essa verificação esta apresentada na figura extraída do SAP com um **fator multiplicativo de 100 (escala de desenho)** e a **matriz dos deslocamentos**.

Nós	Deslocamento (m)	Direção
3	0,0002	z
6	0,0006	z
30	0,0005	z
8	-0,0005	z
16	-0,0006	z
24	-0,000019	u

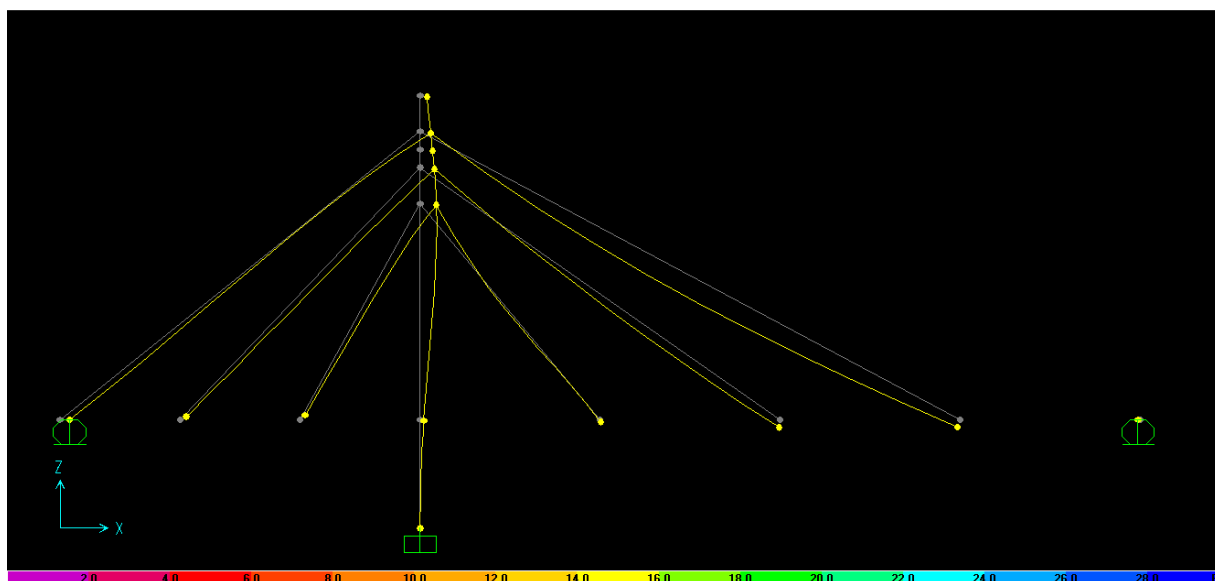


Figura 24 - Deslocamentos com cargas permanentes e térmicas (m)

Para finalizar fez-se uma medida das forças nos estais a traves do SAP analisou-se as cargas nos estais em relação à capacidade de suporte do material de modo a se obter uma relação de 10% a 45% entre N_k e F_u , sendo N_k a força axial atuando no estai e $F_u = f_{ckp} \times A_s$ (A_s = seção útil do estai considerado).

Na tabela a seguir apresenta-se o numero de cordoalhas adotado para cada estai e a relação porcentual N_k/F_u :

Tabela 7 - Cálculo da protensão considerando cargas permanentes

Estais	f_{tkp} (kN/cm ²)	Cordoalhas (u)	Seção (cm ²)	F_u (kN)	N_k (kN)	N_k/F_u
E1	177	15	22,5	3982	438	11,00%
E2	177	2	3	531	111	20,96%
E3	177	3	4,5	796	94	11,82%
E4	177	5	7,5	1327	158	11,88%
E5	177	5	7,5	1327	212	15,94%
E6	177	9	13,5	2389	262	10,94%

(Apresenta-se aqui somente 6 estais devido à simetria do sistema e das cargas permanentes)

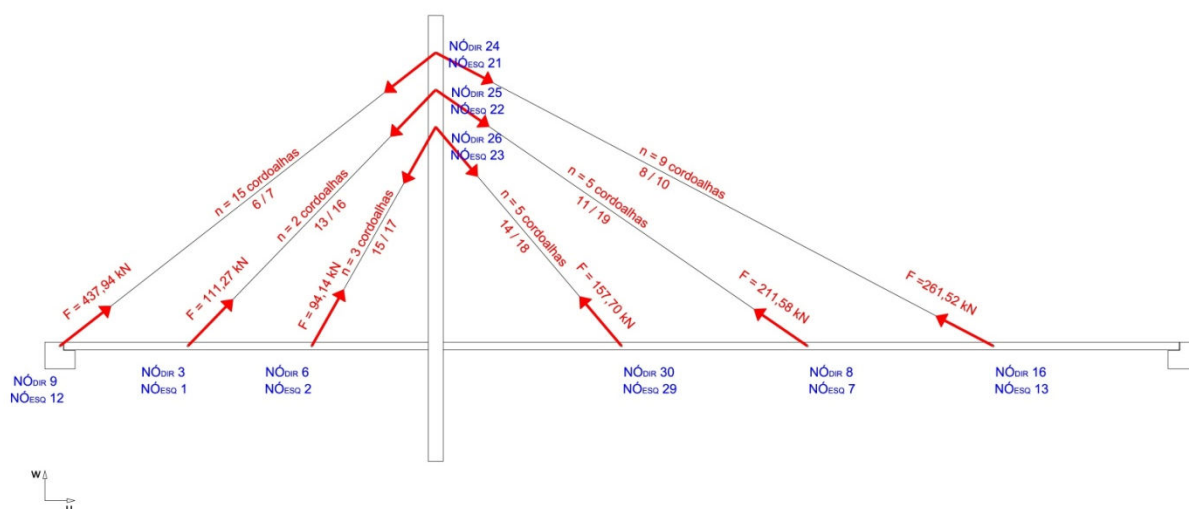


Figura 25 - Força de protensão e número de cordoalhas dos estais

Nesse ponto foram achadas forças de protensão nos estais a fim de equilibrar a ponte carregada com as cargas permanentes, basta verificar o comportamento das forças nos estais à passagem do TT-12 para conferir que a força de protensão em cada estai não ultrapasse 45% do F_u de cada estai.

Na tabela a seguir mostra-se:

- N_{kmin} que é a força mínima que se encontra no estal considerando as cargas permanentes e o TT-12;
- N_{kmax} é a força máxima que se encontra no estal considerando as cargas permanentes e o TT-12;

Tabela 8 - Cálculo da protensão devido às cargas permanentes E ao TT12

Estal	ftkp (kN/cm ²)	Cordoalhas (un)	Seção (cm ²)	Fu (kN)	Nkmin (kN)	Nkmin/Fu	Nkmax (kN)	Nkmax/Fu
7	177	15	22,5	3982	416	10,44%	536	13,45%
16	177	2	3	531	111	20,95%	134	25,31%
17	177	3	4,5	796	91	11,37%	119	14,99%
18	177	5	7,5	1327	156	11,75%	196	14,77%
19	177	5	7,5	1327	211	15,92%	251	18,92%
10	177	9	13,5	2389	260	10,90%	320	13,41%
6	177	15	22,5	3982	422	10,60%	506	12,71%
13	177	2	3	531	111	20,96%	126	23,81%
15	177	3	4,5	796	91	11,39%	109	13,72%
14	177	5	7,5	1327	156	11,74%	181	13,67%
11	177	5	7,5	1327	211	15,91%	240	18,06%
8	177	9	13,5	2389	261	10,90%	303	12,69%

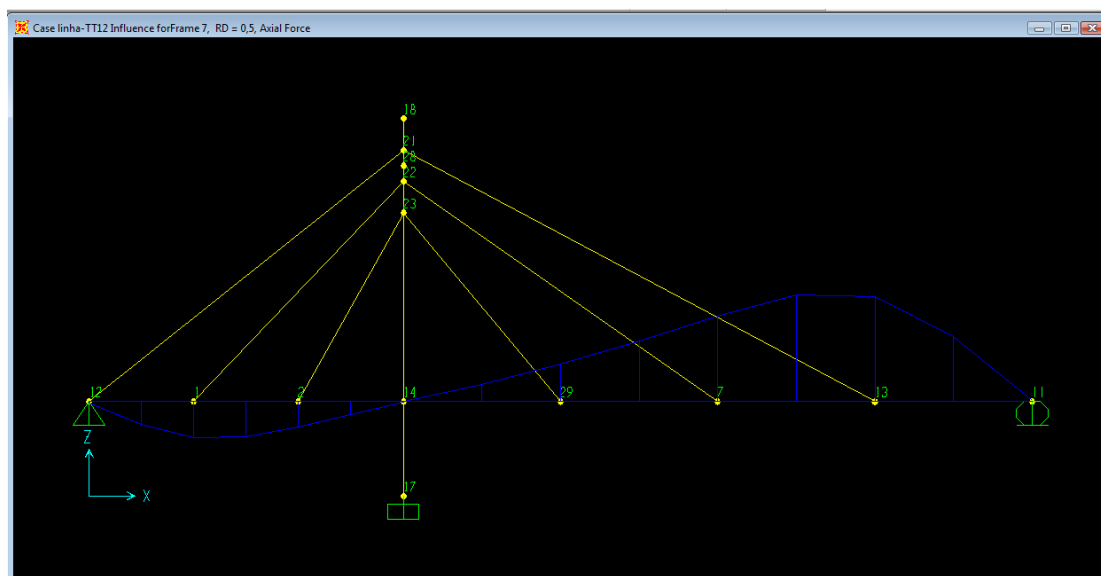


Figura 26 - Linha de influência do TT12 no estal 7

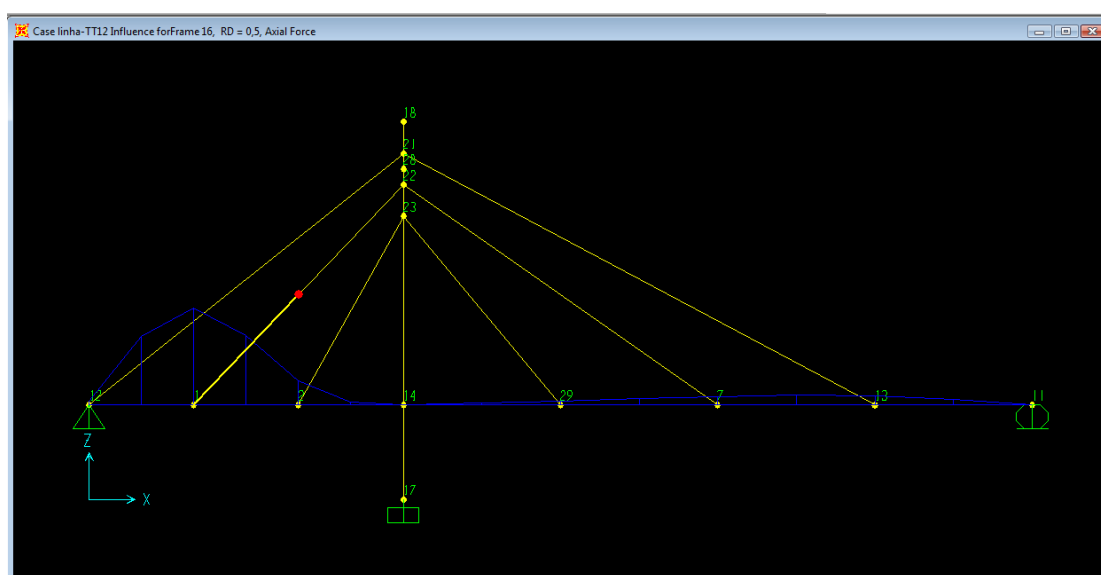


Figura 27 - Linha de influência do TT12 no estal 16

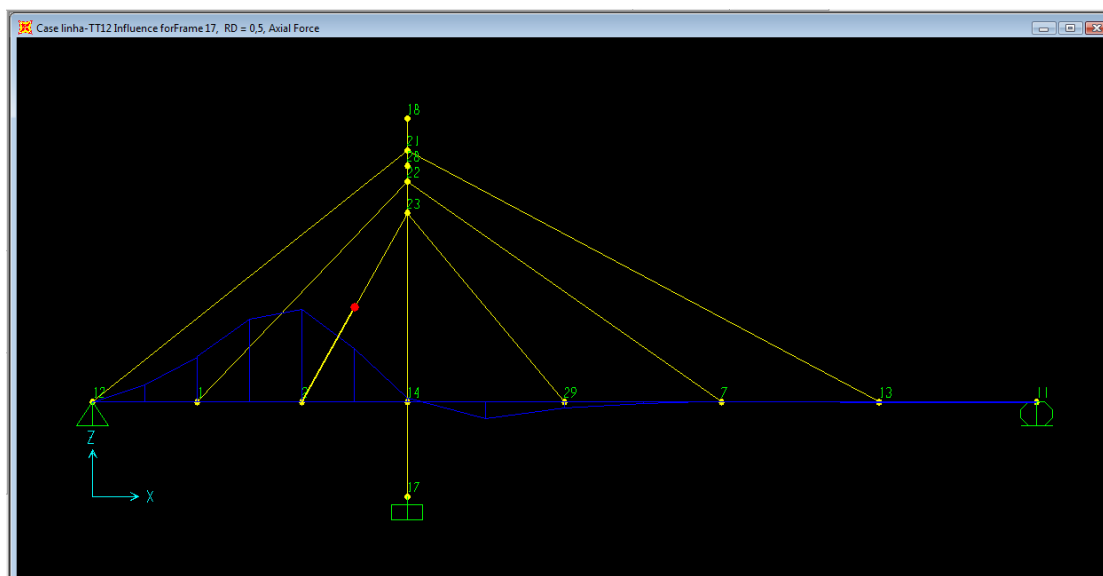


Figura 28 - Linha de influência do TT12 no estal 17

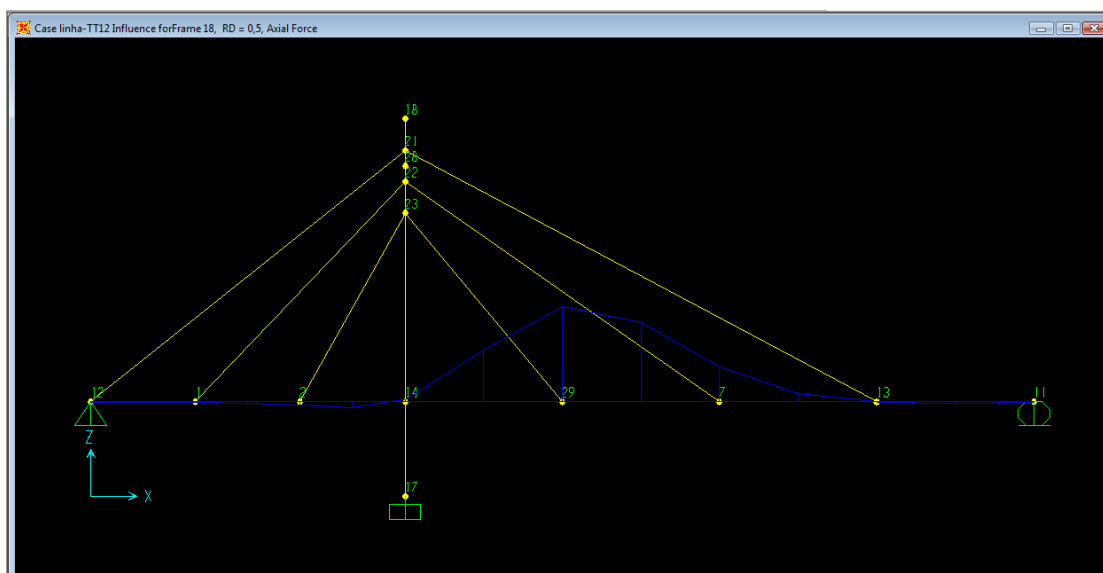
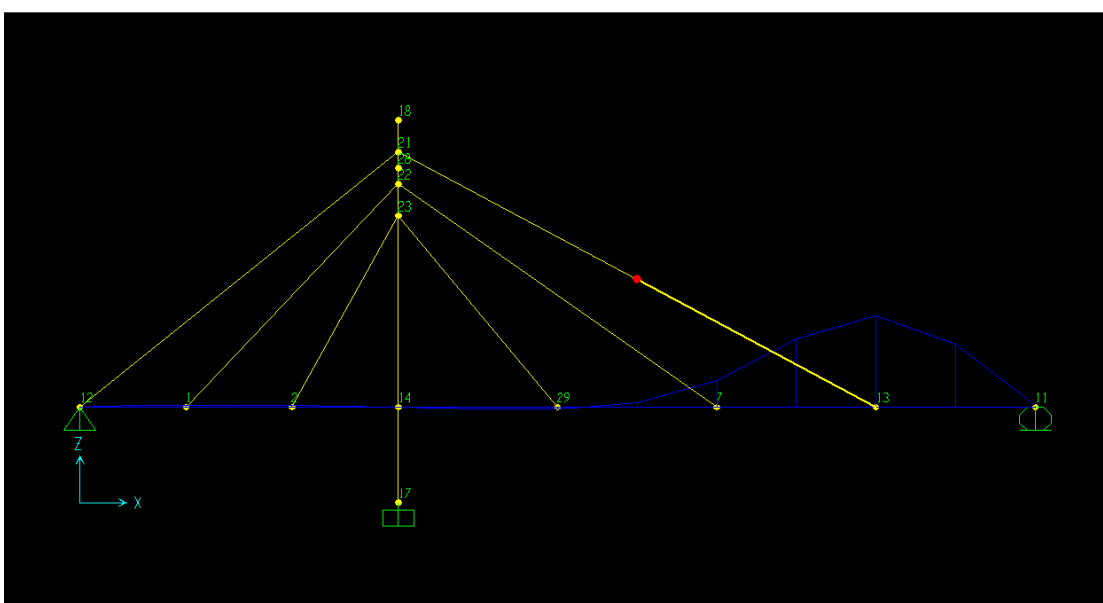
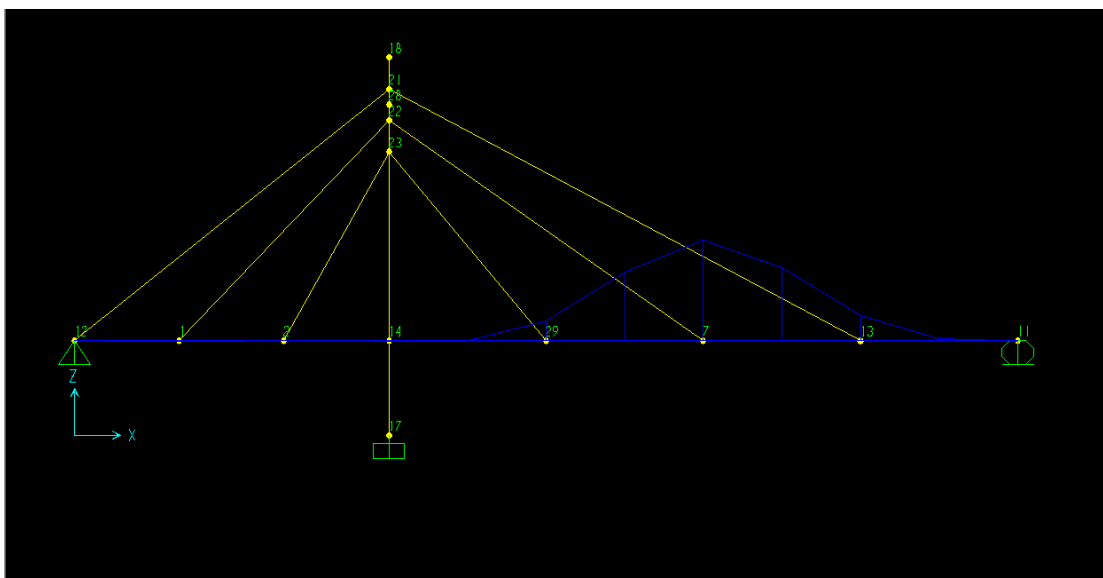
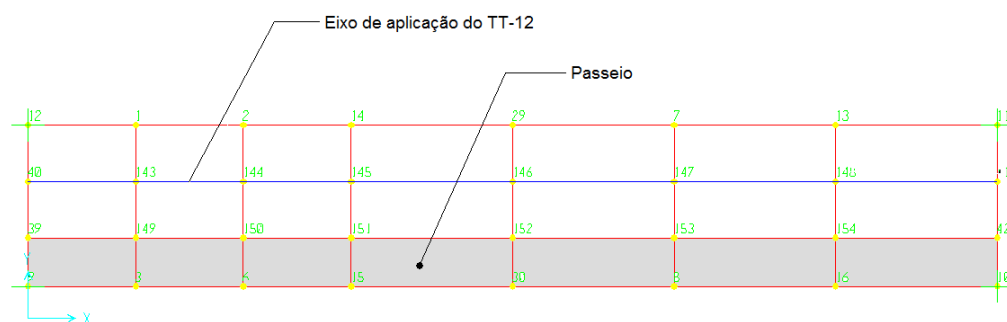


Figura 29 - Linha de influência do TT12 no estal 18



Esquematisação do trem tipo visto de cima:



8. Apresentação

▪ Lista de materiais

Material	Qte.	Unid.
Ancoragem Protende MTAI4	24	pç
Asfalto	3,15	m³
Cantoneira C (4900 x 115 x 180 mm)	14	pç
Concreto (Fund. Apoio)	1,2	m³
Concreto (Fund. Mastro)	2,7	m³
Concreto (Tabuleiro)	10,5	m³
Estacas Φ 200 mm	96	m
Estai 2 cordoalhas Φ 15,7 mm	19,3	m
Estai 3 cordoalhas Φ 15,7 mm	13,8	m
Estai 5 cordoalhas Φ 15,7 mm	40,0	m
Estai 9 cordoalhas Φ 15,7 mm	24,4	m
Estai 15 cordoalhas Φ 15,7 mm	25,6	m
Eucalipto (400 x 12000 mm)	2	pç
Eucalipto (400 x 4600 mm)	1	pç
Guard-rail metálico	60	m
Guarda-corpo metálico	30	m
Ligação Fundação-Mastro	2	pç
Ligação Mastro-Estai	6	pç
Perfil retangular (200 x 120 mm)	5	pc
Perfil I (5292,5 x 200 x 200 mm)	1	pç
Vara bambu (150 x 3350 mm)	105	pç
Vara bambu (150 x 5000 mm)	140	pç

▪ Desenhos

Os desenhos com os detalhes de todas as ligações da ponte estão no ANEXO 1.

9. Equipe Técnica do Laboratório de Estruturas e Materiais Estruturais

- Ivan Tessarolo - Engenheiro Mecânico - Gerente do LEM
- Márcia Jacomini - Técnica de Laboratório
- Antonio Coelho Jacomini - Técnico de Laboratório
- Rui Coelho Jacomini - Técnico de Laboratório

10. Bibliografia

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8681- Ações e Segurança nas Estruturas*.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 7187 – Projeto de Pontes de Concreto Armado e Concreto Protendido – 2003*.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 14718 – Guarda-Corpos para Edificações*.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 7188 – Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre - 1984*

ALMEIDA, SOELI M. Tese de Doutorado sobre Pontes Estaiadas de Madeira. (Doutorado em Engenharia Civil. São Carlos, 1989).

LÓPEZ, OSCAR H. *Bamboo the Gift of the Gods*. D'VINNI: 2003.

PEREIRA, MARCO A. R. *Bambu de Corpo e Alma*. Bauru: Editora Canal6, 2007. 240 p.

ZENID, GERALDO J. *Madeira: uso sustentável na construção civil 2ª ed*. Instituto de Pesquisas Tecnológicas: SVMA, 2009.

ELIAS ANTONIO NICOLAS *Estudo de ligações em estruturas mistas de concreto-madeira, tese de mestrado da Universidade Estadual de Campinas*

WALTER PODOLNY and JOHN B. SCALZI *Construction And Design Of Cable-Stayed Bridges Second Edition, 1986*

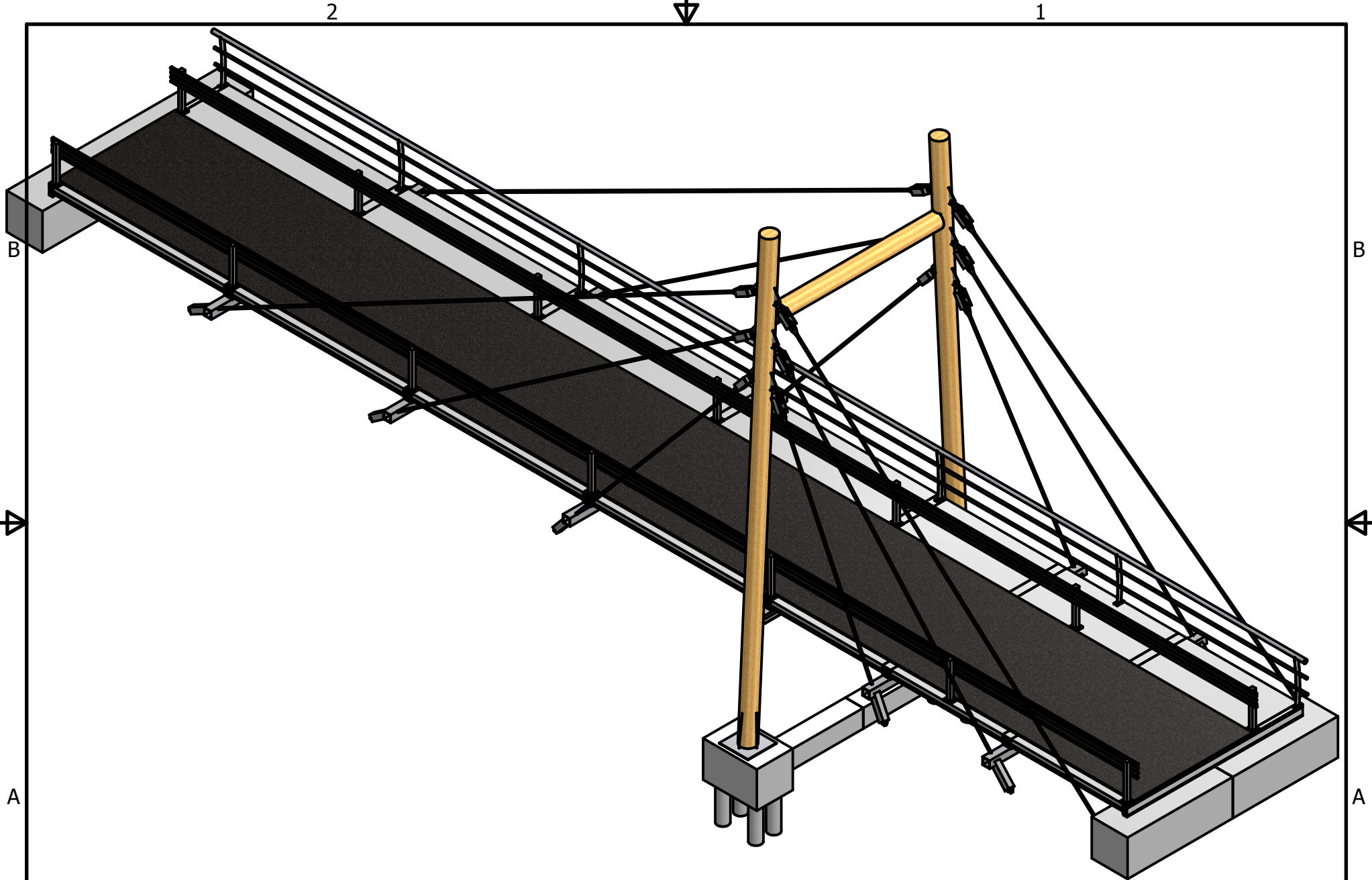
JULIUS NATTERER, JEAN LUC SABDOZ, MARTIAL REY *Construction en bois Matériau, technologie et dimensionnement, publication de l'Ecole Polytechnique de Lausanne*.

THE EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN), *EUROCODE 5 : Design of timber structures. Part 1.1 : general Rules and Rules for buildings. Annexe B*.

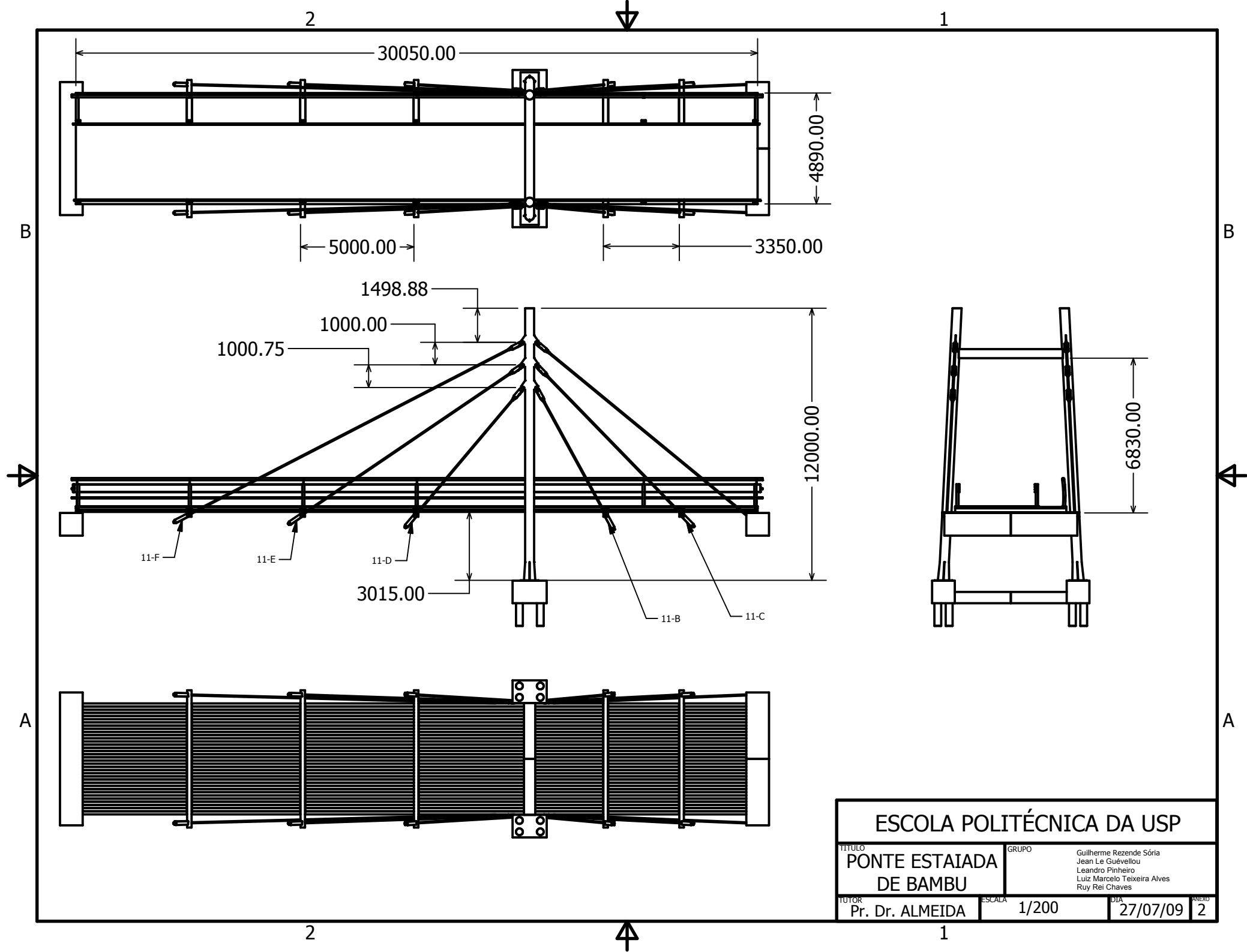
THE STEEL CONSTRUCTION INSTITUTE and THE BRITISH CONSTRUCTIONAL STEELWORK ASSOCIATION LIMITED , *Section Properties and Member Resistances to Eurocode 5 (UB, UC and Hollow Sections)*

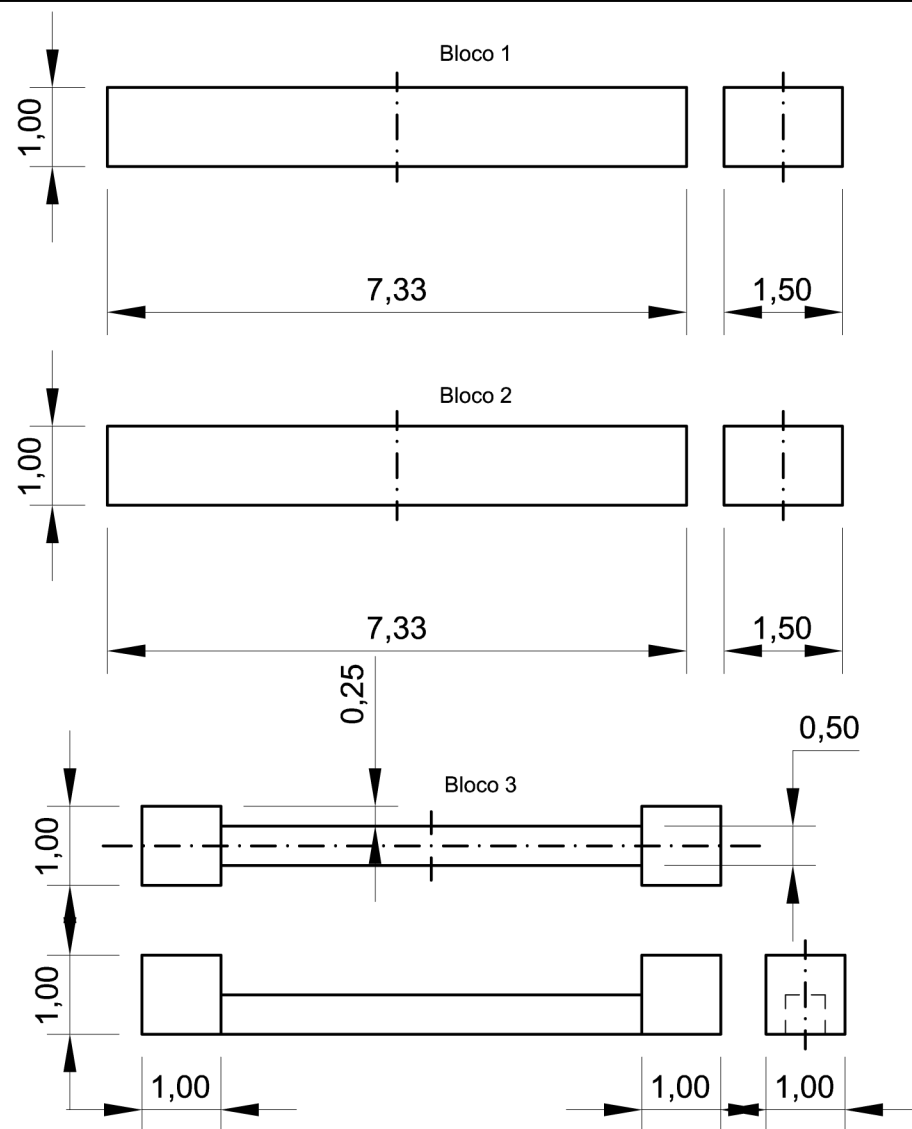
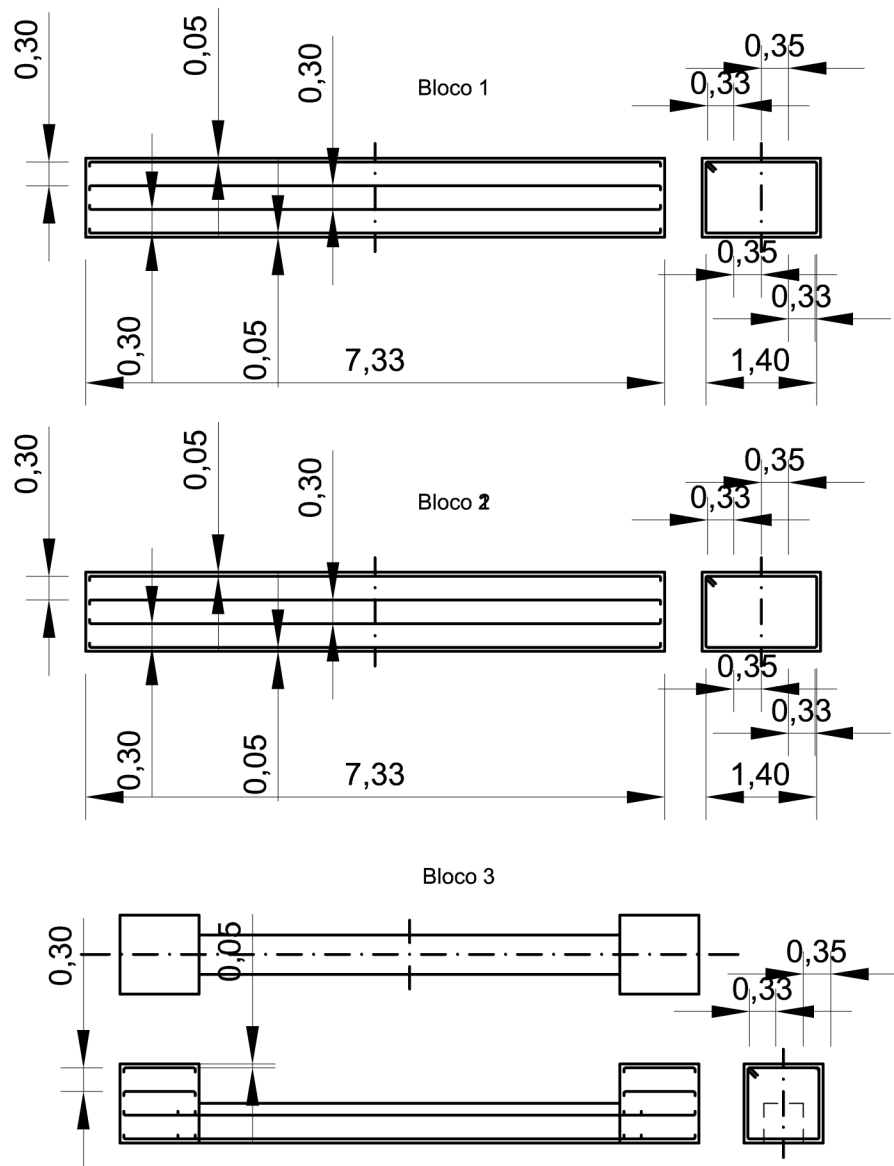
ANEXO 1

Desenhos técnicos da ponte



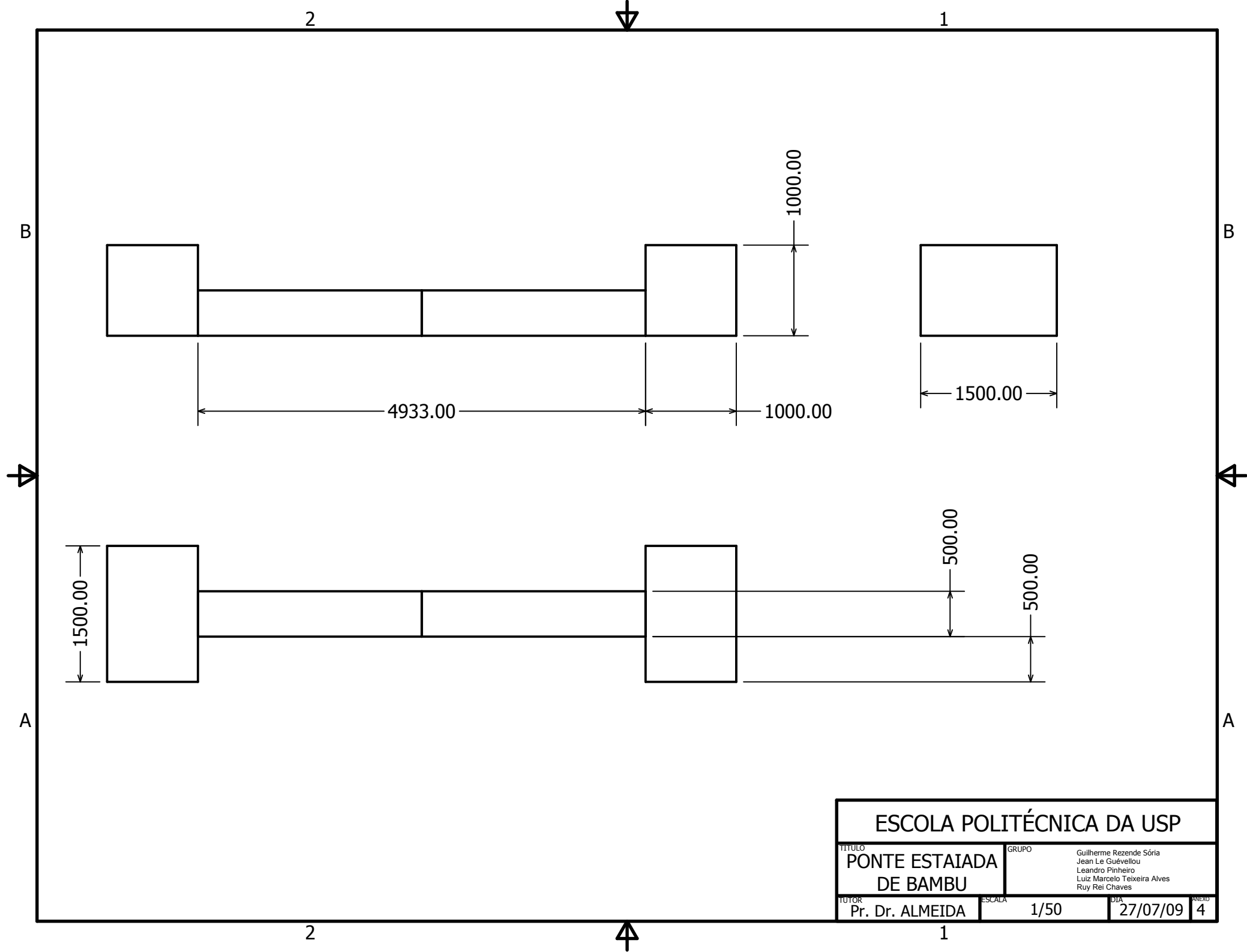
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO	GRUPO		
PONTE ESTAIADA DE BAMBU	Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévellou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves		
TUTOR	ESCALA	DIA	FOLIO
Pr. Dr. ALMEIDA		27/07/09	1



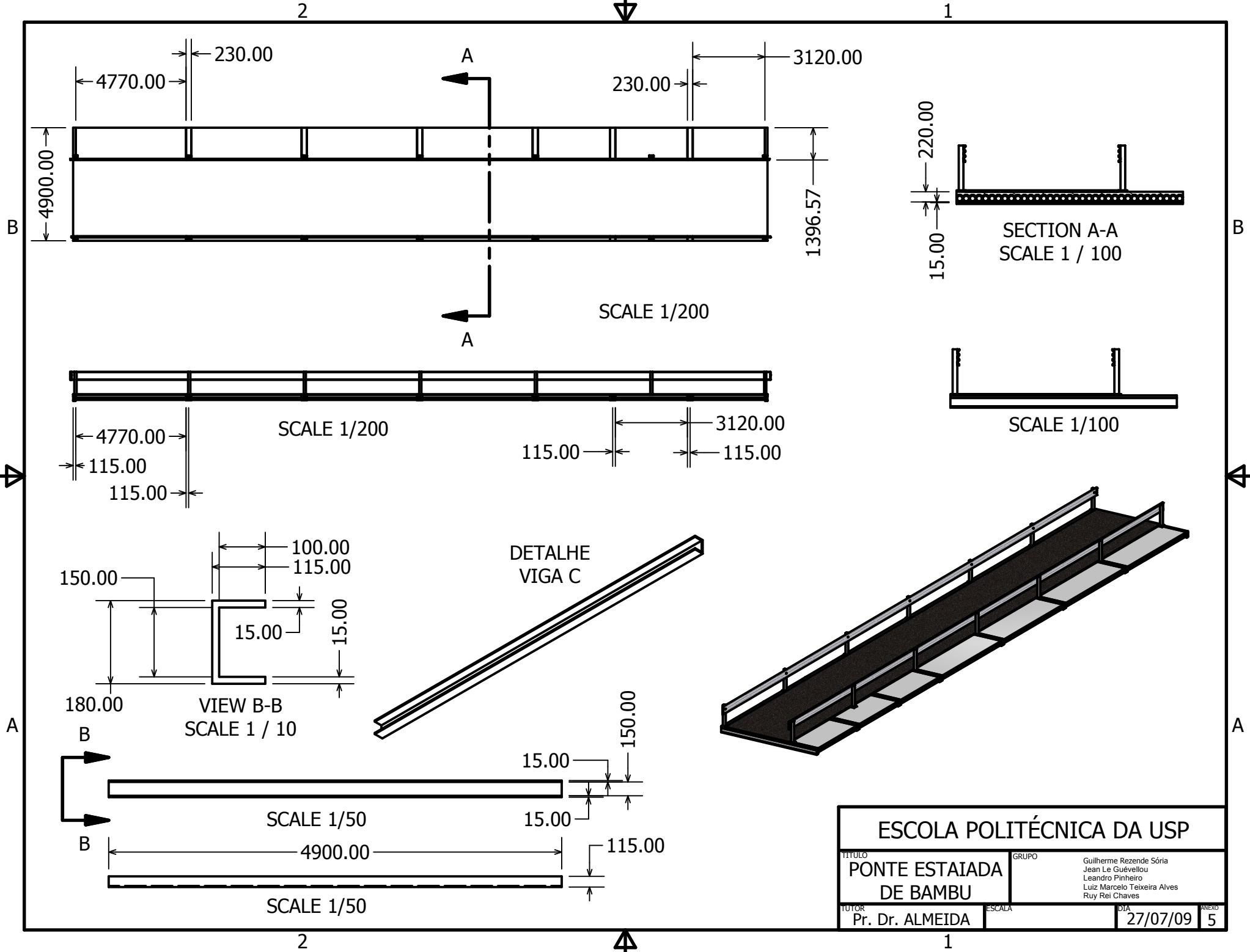


ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

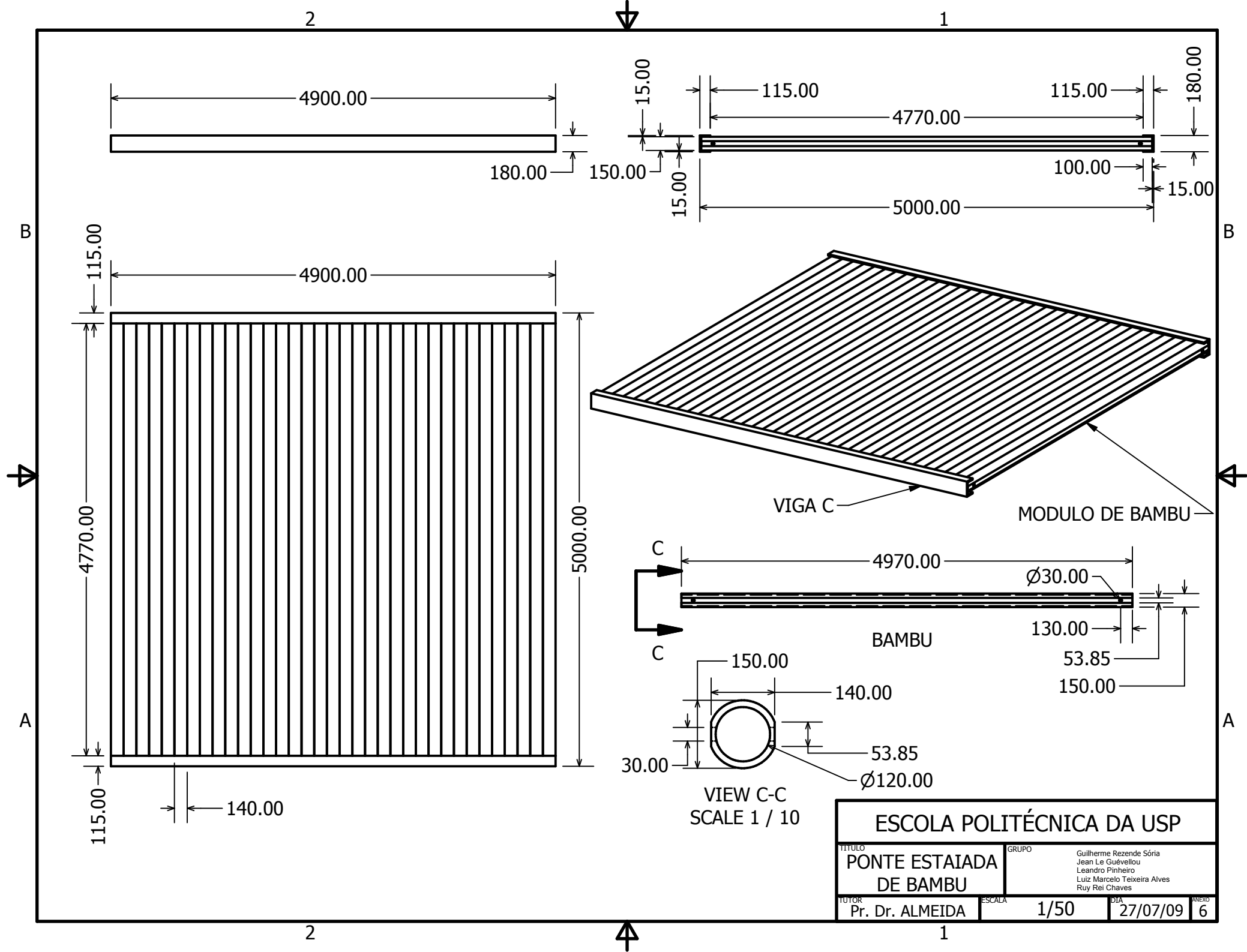
TÍTULO	GRUPO		
	Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévellou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves		
TUTOR	Pr. Dr. ALMEIDA	SEM ESCALA	DIA
			27/07/09
			ANEXO
			3



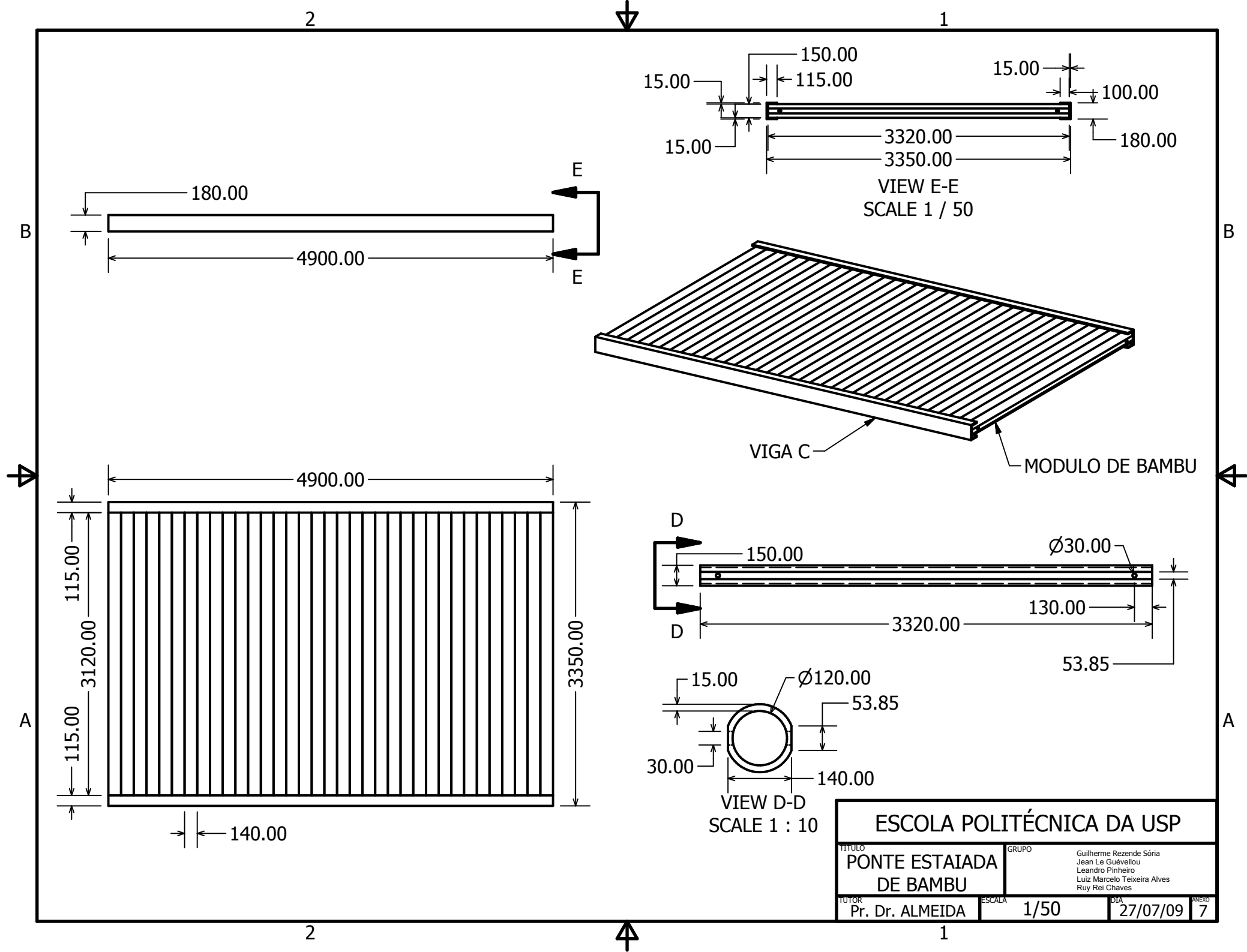
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO	PONTE ESTAIADA DE BAMBU		GRUPO
			Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévellou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves
TUTOR	Pr. Dr. ALMEIDA	ESCALA	1/50
		DIA	27/07/09
		PARTE	4



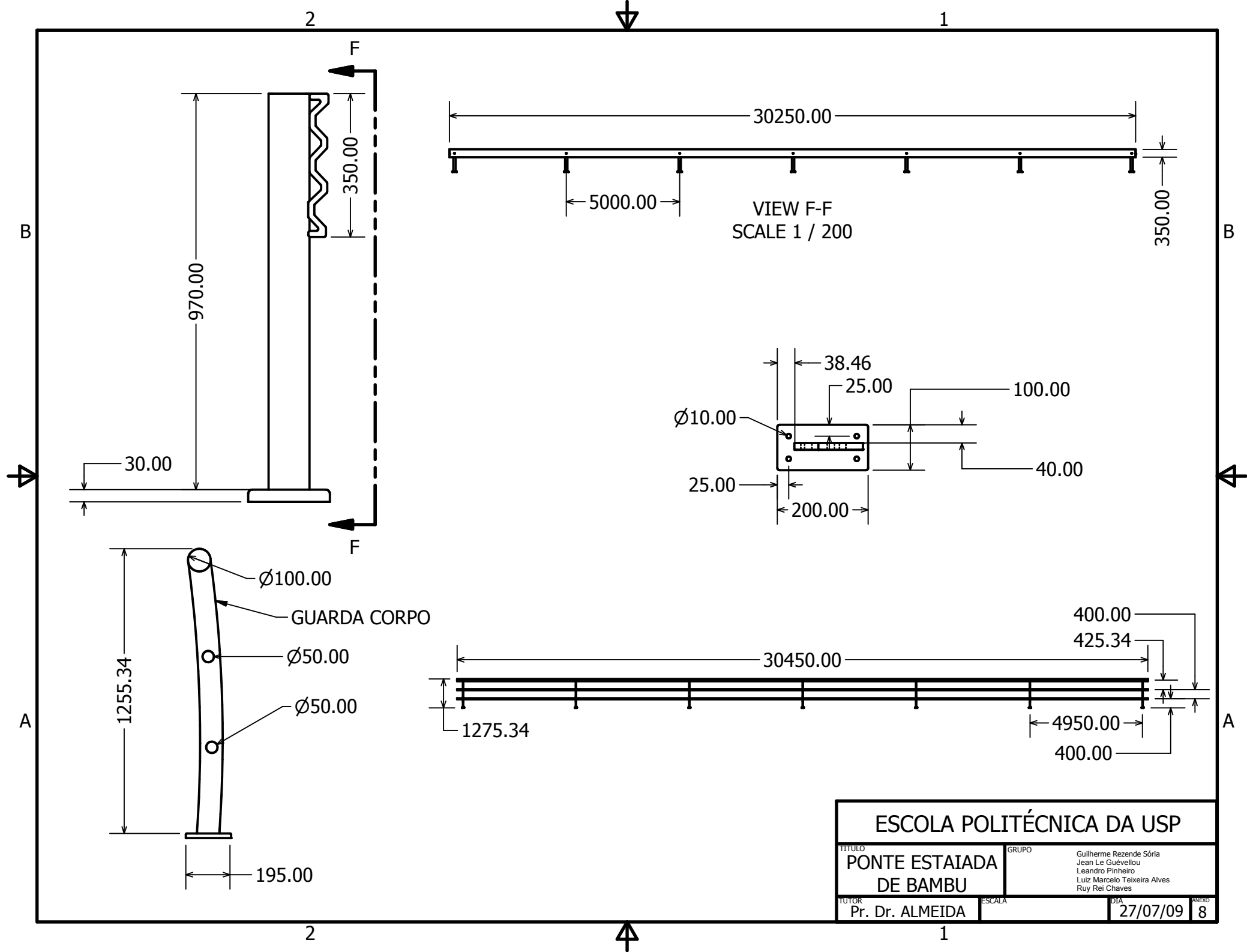
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO	PONTE ESTAIADA DE BAMBU		
GRUPO	Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévellou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves		
TUTOR	Pr. Dr. ALMEIDA	ESCALA	DIA 27/07/09
1			5

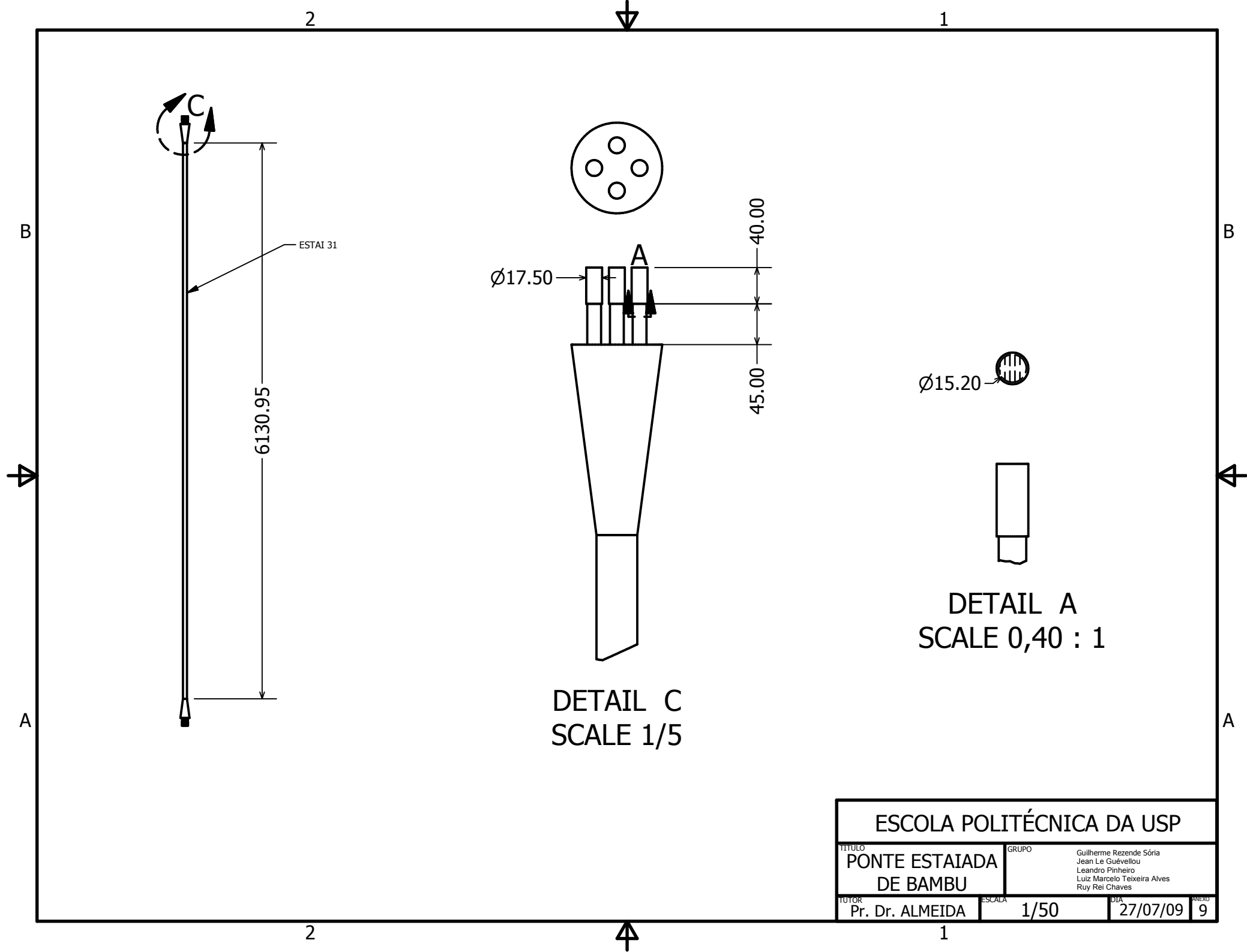


ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO	GRUPO		
PONTE ESTAIADA DE BAMBU	Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévellou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves		
TUTOR	ESCALA	DIA	ANEXO
Pr. Dr. ALMEIDA	1/50	27/07/09	6



ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO	GRUPO		
PONTE ESTAIADA DE BAMBU	Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévelou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves		
TUTOR	ESCALA	DIA	ANEXO
Pr. Dr. ALMEIDA	1/50	27/07/09	7





ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

TÍTULO
PONTE ESTAIADA
DE BAMBU

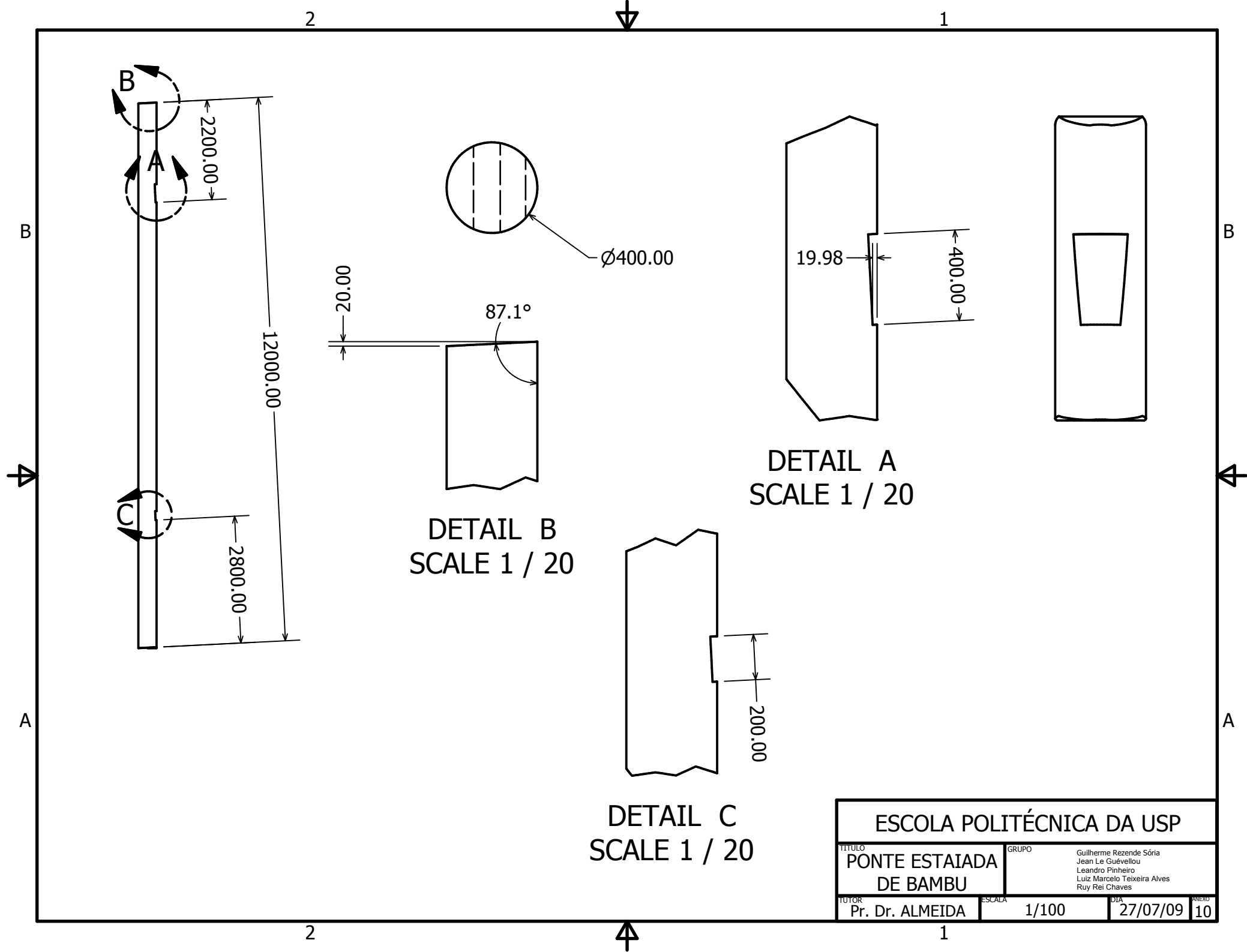
GRUPO
Guilherme Rezende Sória
Jean Le Guévellou
Leandro Pinheiro
Luiz Marcelo Teixeira Alves
Ruy Rei Chaves

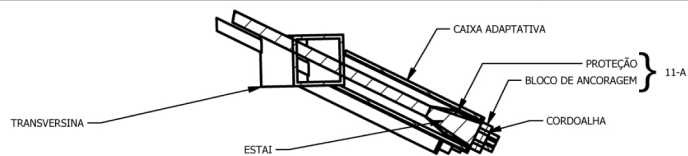
TUTOR
Pr. Dr. ALMEIDA

ESCALA
1/50

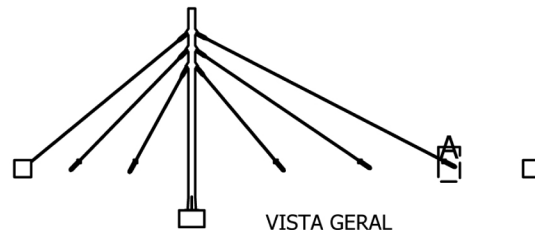
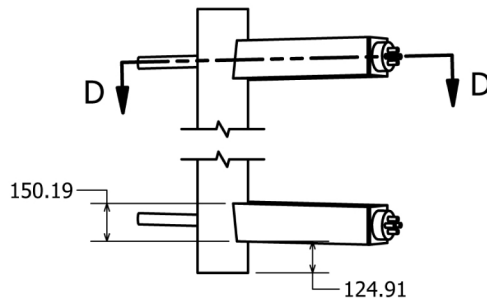
DATA
27/07/09

FOLHA
9

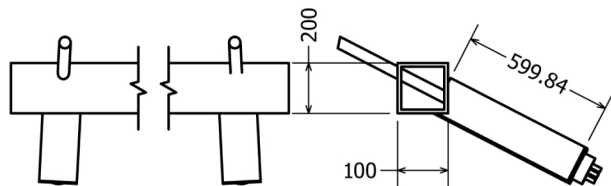




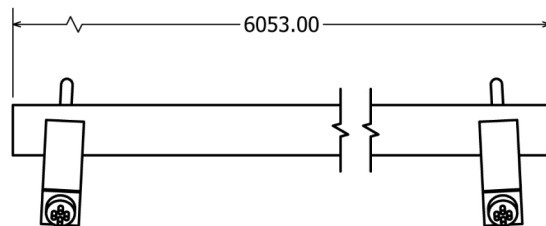
SECTION D-D
SCALE 1/20



VISTA GERAL

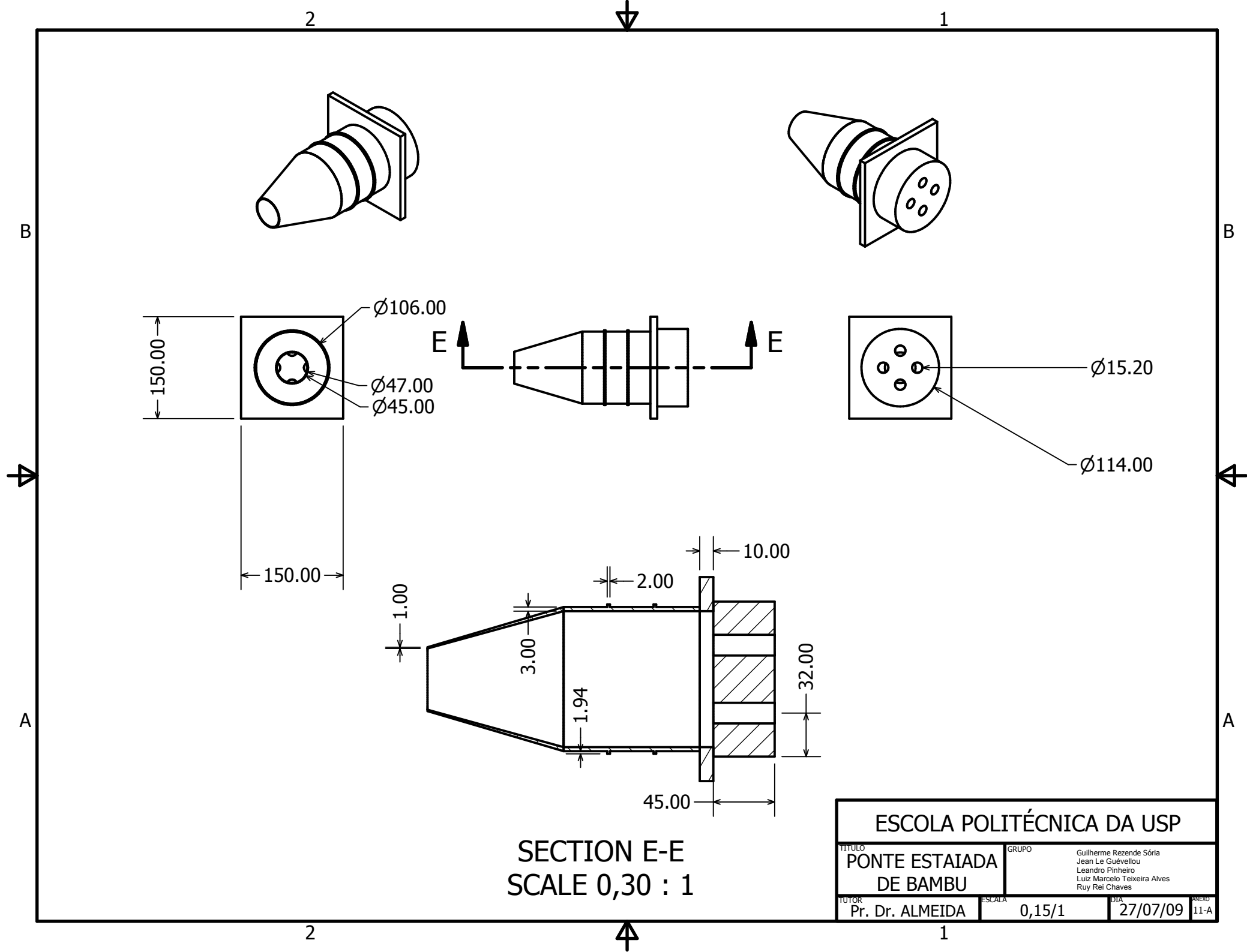


DETAIL A
SCALE 1/20

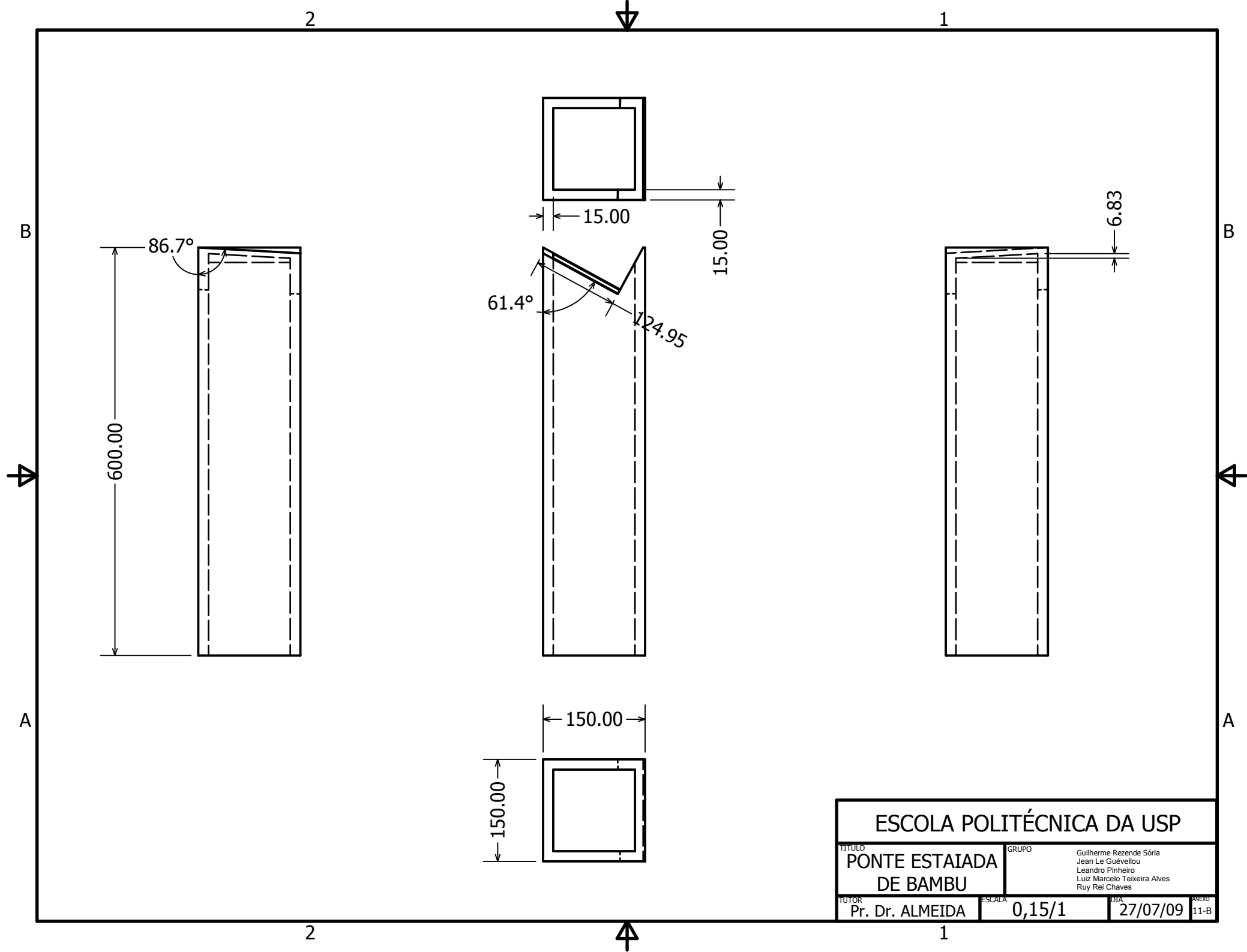


ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

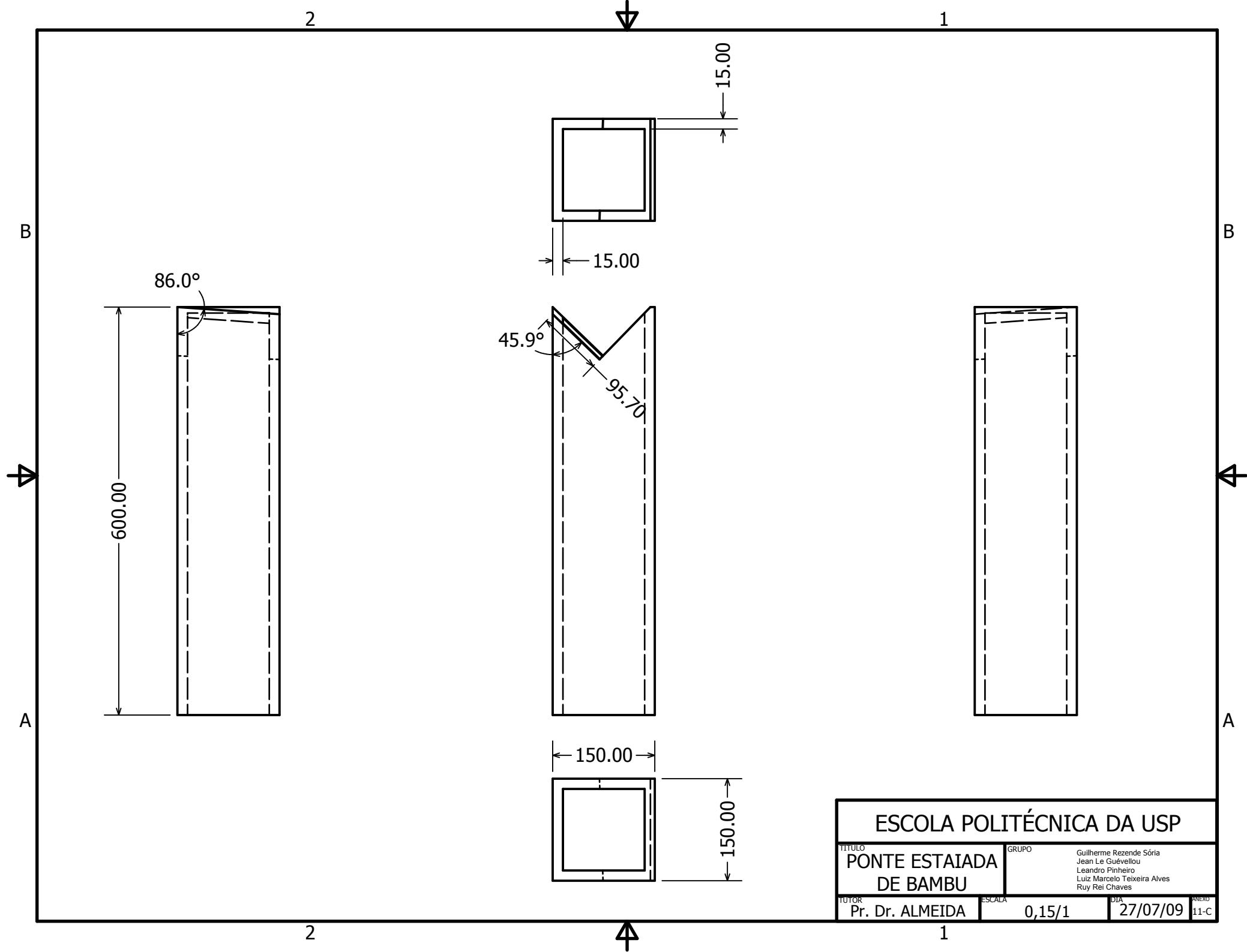
TÍTULO PONTE ESTAIADA DE BAMBU	GRUPO Guilherme Rezende Sóna Jean Le Guéveliou Leandro Pinheiro Luiz Marciano Teixeira Alves Ruy Rei Chaves
TUTOR Pr. Dr. ALMEIDA	ESCALA 1/300
	DATA 27/07/09
	FOLHA 11



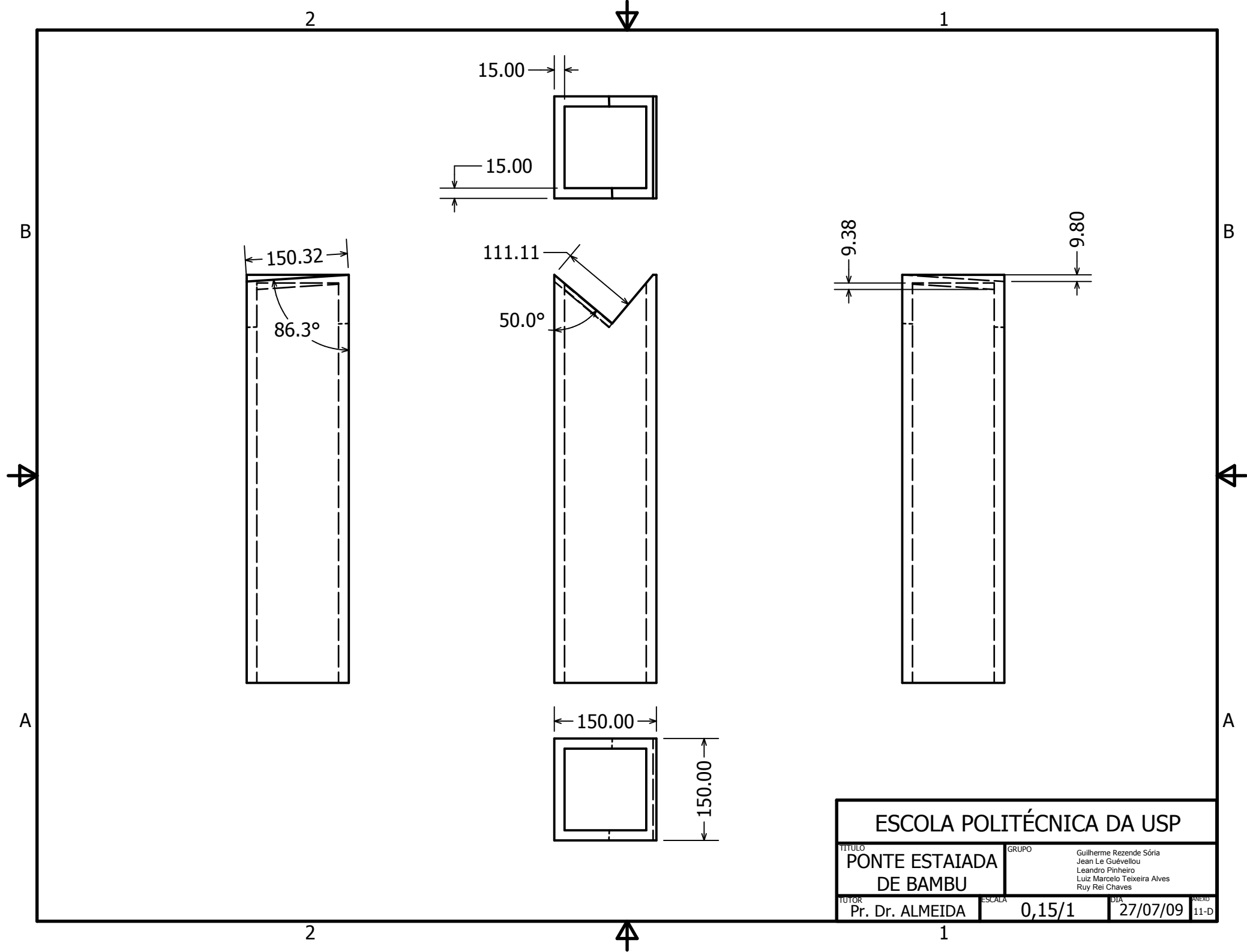
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO	PONTE ESTAIADA DE BAMBU		
GRUPO	Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévellou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves		
TUTOR	Pr. Dr. ALMEIDA	ESCALA	0,15/1
DIA	27/07/09	PARTE	11-A



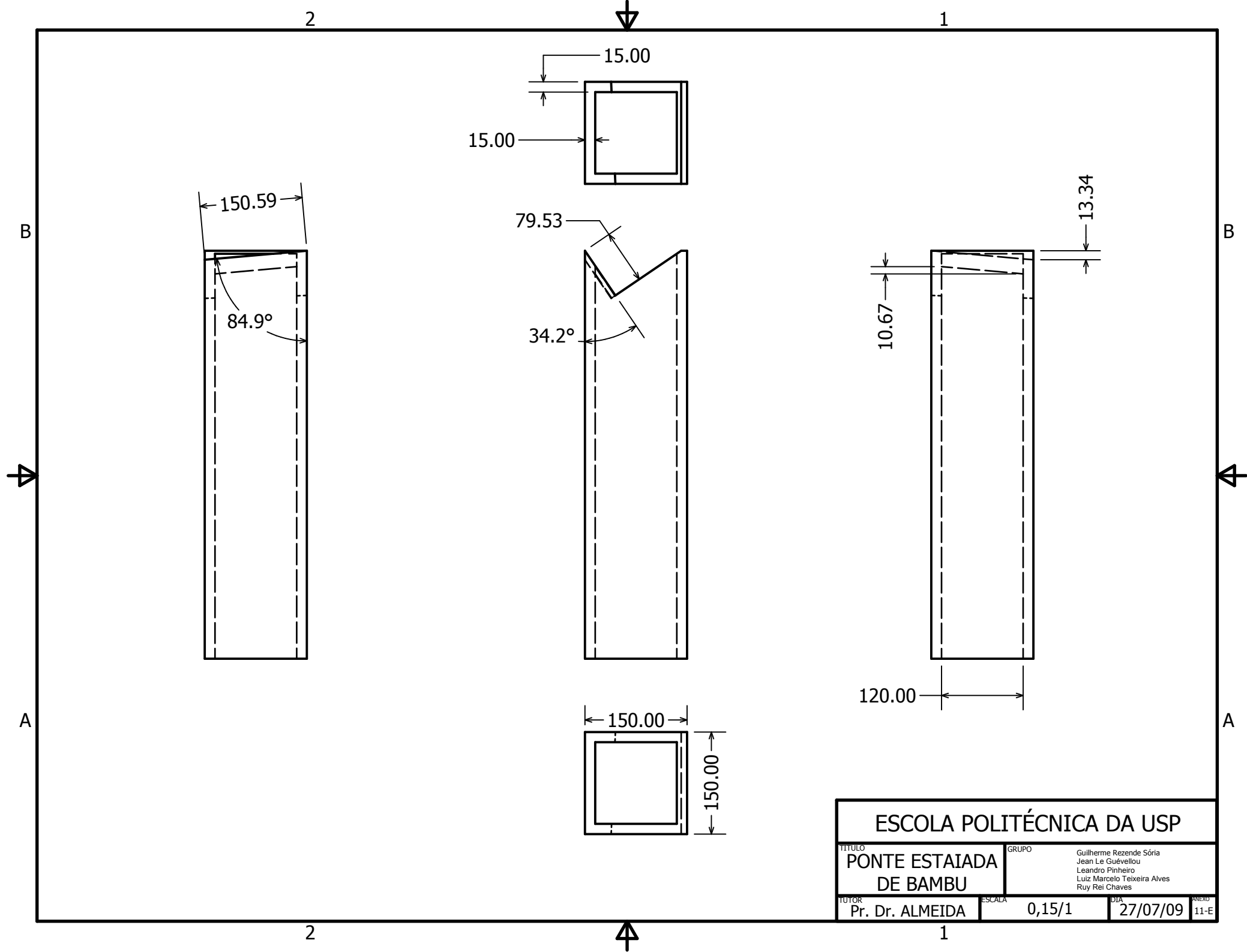
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO	PONTE ESTAIADA DE BAMBU		
GRUPO	Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévelou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves		
TUTOR	Pr. Dr. ALMEIDA	ESCALA	0,15/1
DIA	27/07/09	ANEXO	11-B



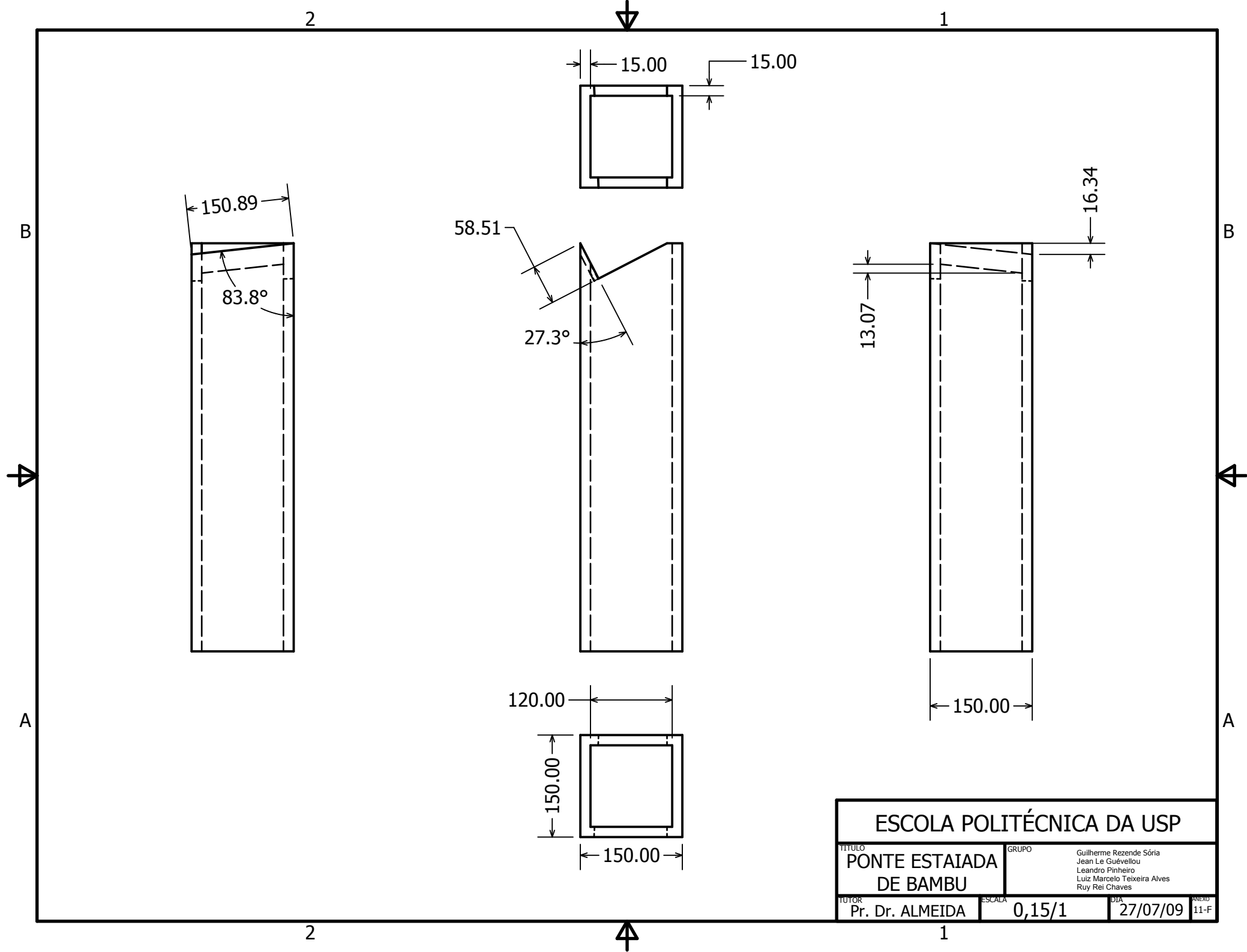
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO	PONTE ESTAIADA DE BAMBU		
TUTOR	Pr. Dr. ALMEIDA	GRUPO	Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévellou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves
ESCALA	0,15/1	DIA	27/07/09
1		ANEXO	11-C



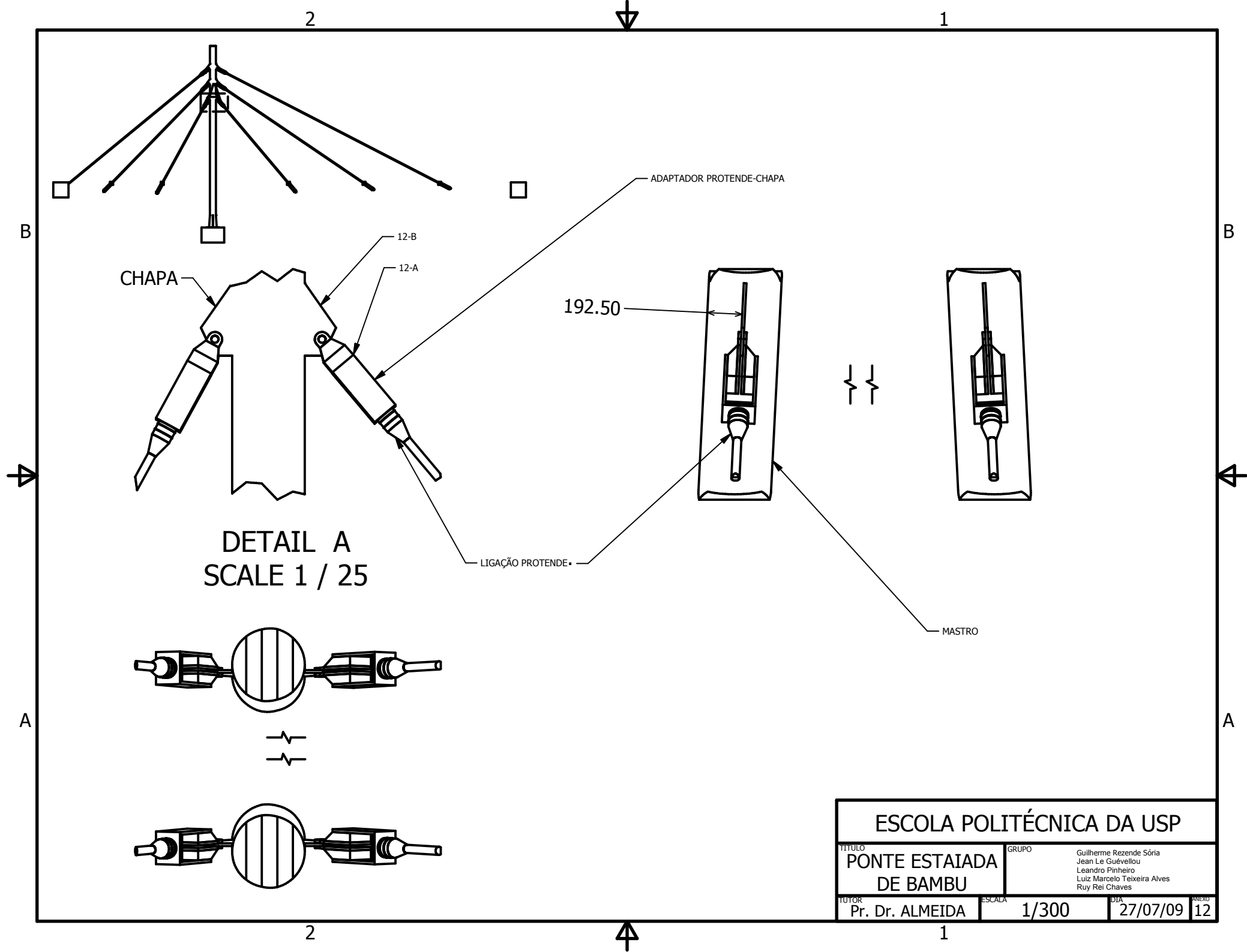
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO	PONTE ESTAIADA DE BAMBU		
GRUPO	Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévellou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves		
TUTOR	Pr. Dr. ALMEIDA	ESCALA	0,15/1
DIA	27/07/09	ANEXO	11-D



ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO	GRUPO		
PONTE ESTAIADA DE BAMBU	Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévellou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves		
TUTOR	ESCALA	DIA	ANEXO
Pr. Dr. ALMEIDA	0,15/1	27/07/09	11-E



ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO	GRUPO		
PONTE ESTAIADA DE BAMBU	Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévelou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves		
TUTOR	ESCALA	DIA	ANEXO
Pr. Dr. ALMEIDA	0,15/1	27/07/09	11-F



ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

TÍTULO
PONTE ESTAIADA
DE BAMBU

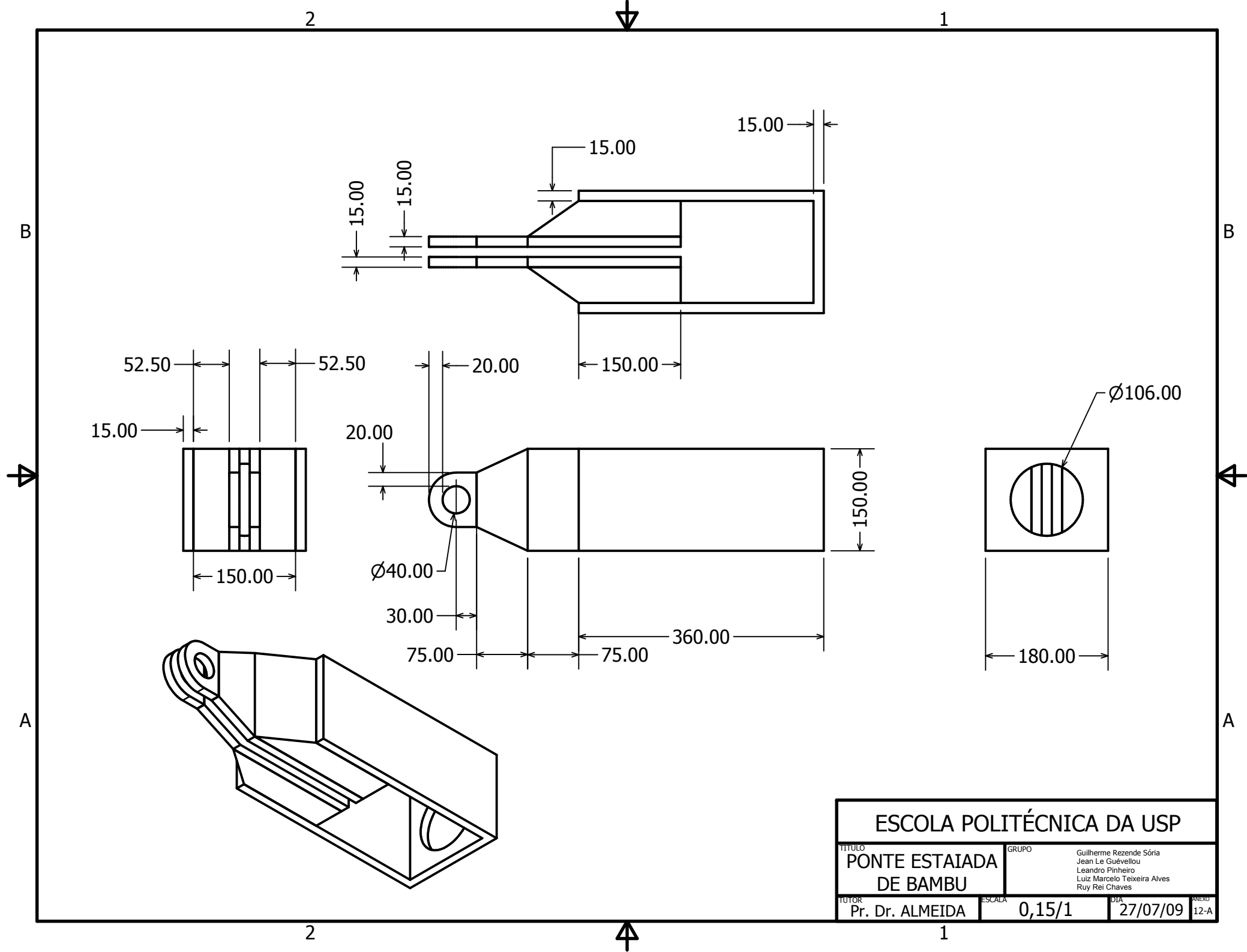
GRUPO
Guilherme Rezende Sória
Jean Le Guévellou
Leandro Pinheiro
Luiz Marcelo Teixeira Alves
Ruy Rei Chaves

TUTOR
Pr. Dr. ALMEIDA

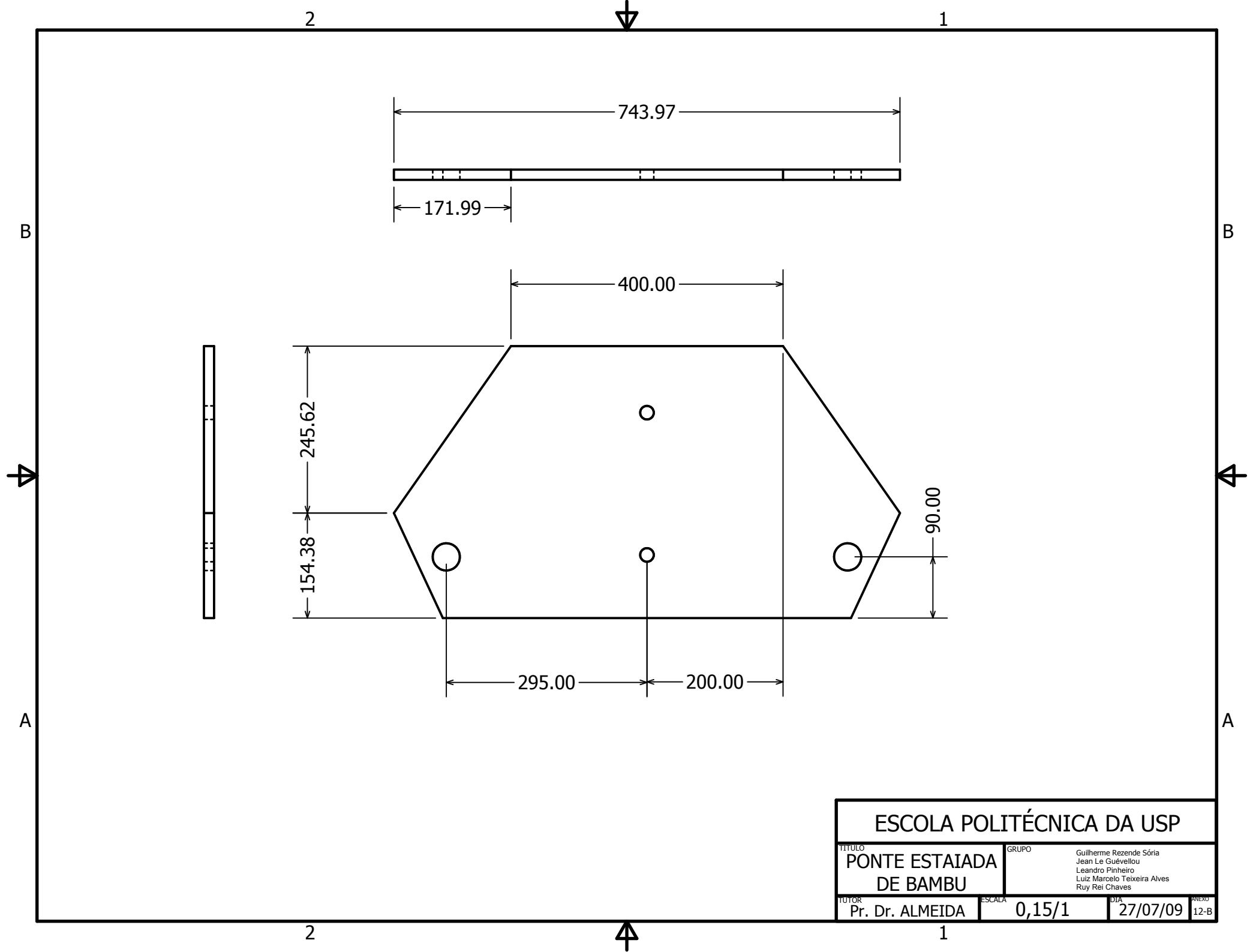
ESCALA
1/300

DATA
27/07/09

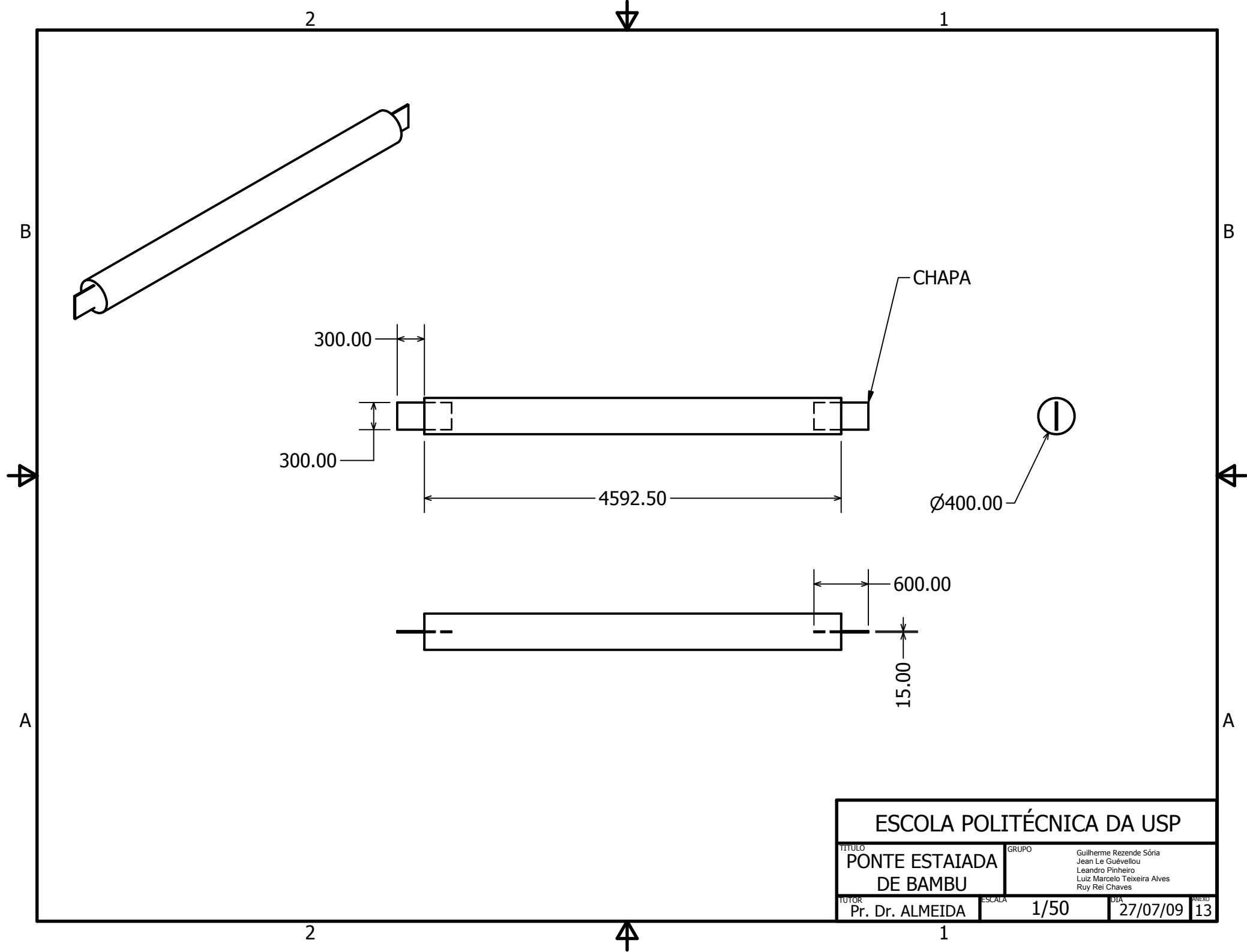
PÁGINA
12



ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO		GRUPO	
PONTE ESTAIADA DE BAMBU		Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévellou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves	
TUTOR	ESCALA	DIA	ANEXO
Pr. Dr. ALMEIDA	0,15/1	27/07/09	12-A



ESCOLA POLITÉCNICA DA USP			
TÍTULO	PONTE ESTAIADA DE BAMBU		
GRUPO	Guilherme Rezende Sória Jean Le Guévellou Leandro Pinheiro Luiz Marcelo Teixeira Alves Ruy Rei Chaves		
TUTOR	Pr. Dr. ALMEIDA	ESCALA	0,15/1
DIA	27/07/09	ANEXO	12-B



ESCOLA POLITÉCNICA DA USP

TÍTULO

PONTE ESTAIADA
DE BAMBU

GRUPO

Guilherme Rezende Sória
Jean Le Guévellou
Leandro Pinheiro
Luiz Marcelo Teixeira Alves
Ruy Rei Chaves

TUTOR

Pr. Dr. ALMEIDA

ESCALA

1/50

DIA

27/07/09

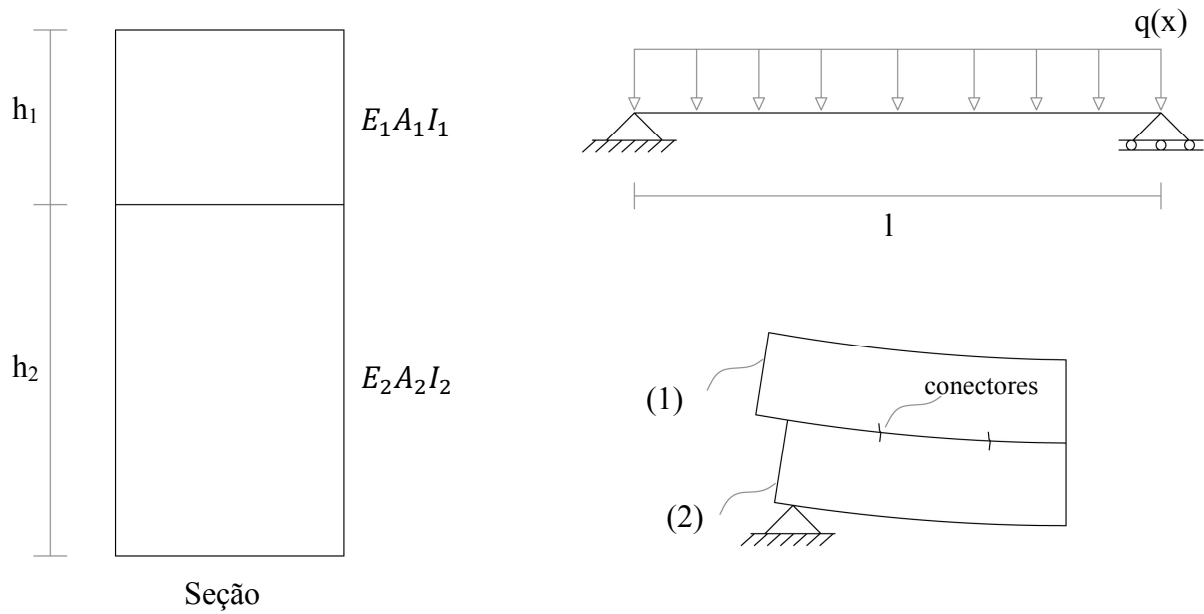
FOLHA

13

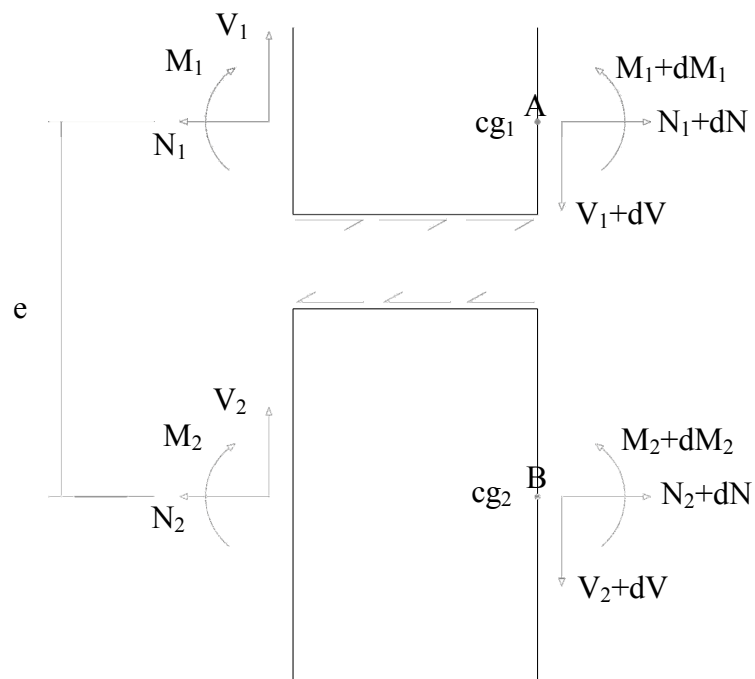
ANEXO 2

Cálculo da Placa Equivalente

Demonstração da formula do EI usado para a placa equivalente e considerações sobre os conectores.



Elemento:



Define-se:

$$v = \frac{f}{s}$$

$$k = \frac{K}{s}$$

$$v = k \times u$$

v : fluxo de cisalhamento (N/mm)

f: esforço horizontal de conexão pegado por um conector metálico

s: espaçamento médio dos conectores metálicos

k: módulo de desligamento da conexão (rigidez) (N/mm²)

K: deformação específica da conexão (N/mm)

u: deslocamento relativo das seções na superfície de contato

M(x): momento fletor interno devido ao carregamento q(x)

V(x): esforço cortante interno devido ao carregamento q(x)

N(x): esforço normal interno devido à interação dos materiais (conexão semi-rígida)

v: esforço rasante por unidade de comprimento (N/mm)

l: vão da viga

Cálculo do deslocamento na superfície de contato:

$$u = u_2 - u_1 + w' \left(\frac{h_1}{2} + \frac{h_2}{2} \right) = u_2 - u_1 + w' e$$

u_i = deformada longitudinal do elemento i

w' = deformada comum de flexão

$$\begin{aligned} N_1 &= E_1 \times A_1 \times u_1' \\ N_2 &= E_2 \times A_2 \times u_2' \end{aligned}$$

Equilíbrio dos momentos no material 1 em torno do ponto A

$$V_1 dx = dM_1 + v r_1 \quad V_1 = M_1' + v' \frac{h_1}{2} \quad (1)$$

Equilíbrio dos momentos no material 2 em torno do ponto B

$$V_2 dx = dM_2 + v r_2 \quad V_2 = M_2' + v' \frac{h_2}{2} \quad (2)$$

Equilíbrio das forças verticais sobre o sistema (material 1 + material 2)

$$\begin{aligned} q dx &= V_1 + V_2 - (V_1 + dV_1) - (V_2 + dV_2) \\ q &= -V_1' - V_2' \quad (3) \end{aligned}$$

Derivação de (1) e (2), soma de (1)+(2) e uso (3)

$$-q = M_1'' + M_2'' + v' e$$

$$w'' = -\frac{M_i}{E_i I_i}$$

Equilíbrio horizontal sobre o elemento 1

$$N_1 - N_1 - dN_1 - v dx = 0$$

$$\text{logo, } \frac{dN_1}{dx} + v = 0$$

$$E_1 \times A_1 \times u_1'' + k(u) = 0 \quad (4)$$

$$v_1' + v_2' = -q = v'$$

$$u_1'' + u_2'' + v'e + q = 0$$

$$E_1 \times A_1 \times u_1' + k(u_2 - u_1 + w'e) = 0$$

$$E_2 \times A_2 \times u_2' - k(u_2 - u_1 + w'e) = 0$$

$$(E_1 I_1 + E_2 I_2) w'' - k(u_2' - u_1' + w''e) = q$$

Utiliza-se series de Fourier para solução geral e para facilitação dos cálculos usa-se solução tipo a seguir (no calculo essa solução permite facilidade de cálculos e de chegar num sistema de incógnitas constantes e Fourier estipula que qualquer outro carregamento pode expresso com uma série de cossenos e senos):

$$q = q_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{l}\right)$$

$$u_1 = u_{10} \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right)$$

$$u_2 = u_{20} \cos\left(\frac{\pi x}{l}\right)$$

$$w = w_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi x}{l}\right)$$

$$\begin{vmatrix} -\frac{\pi^2}{l^2} E_1 A_1 - k & k & h \frac{\pi}{l} e \\ h & -\frac{\pi^2}{l^2} E_2 A_2 - k & -h \frac{\pi}{l} e \\ h \frac{\pi}{l} e & -h \frac{\pi}{l} e & -\frac{\pi^4}{l^4} (E_1 I_1 + E_2 I_2) - \frac{k \pi^2}{l^2} e^2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_{10} \\ u_{20} \\ w_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -q_0 \end{vmatrix}$$

Solução da equação:

$$w_0 = q_0 \frac{l^4}{\pi^4} \left(\frac{1}{E_2 I_2 + E_1 I_1 + \frac{E_1 A_1 \gamma_1 e^2}{1 + \gamma_1 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2}}} \right) = q_0 \frac{l^4}{\pi^4} \frac{1}{(E I)_{eq}}$$

$$u_{1,0} = w_0 \frac{\pi}{l} \left(\frac{e \gamma_1 E_2 A_2}{\gamma_1 E_1 A_1 + E_2 A_2} \right)$$

$$u_{2,0} = w_0 \frac{\pi}{l} \left(\frac{e \gamma_1 E_1 A_1}{\gamma_1 E_1 A_1 + E_2 A_2} \right)$$

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + k_1} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_1 A_1}{l^2 k}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_1 A_1 s}{l^2 K}}$$

Daí acha-se o módulo equivalente:

$$(EI)_{eq} = E_1 I_1 + E_2 I_2 + \frac{E_1 A_1 \gamma_1 e^2}{1 + \gamma_1 \frac{E_1 A_1}{E_2 A_2}}, \text{ com } e = e_1 + e_2$$

A norma Eurocode 3 da a fórmula seguinte

$$(EI)_{eq} = E_1 I_1 + E_2 I_2 + \gamma_1 E_1 A_1 e_1^2 + \gamma_2 E_2 A_2 e_2^2$$

A equivalência entre esta fórmula e a fórmula demonstrada vem das considerações seguintes:

Equações sobre linha neutra:

$$\gamma E_1 A_1 e_1 = E_2 A_2 e_2$$

$$e_1 = \frac{h_1 + h_2}{2} - e_2$$

$$e_2 = \frac{\gamma_1 E_1 A_1 (h_1 + h_2)}{2 (\gamma_1 E_1 A_1 + E_2 A_2)}$$

Essas equações vem dos resultados seguintes:

$$\sigma_i = \frac{\gamma_i E_i e_i \mu_0}{(EI)_{eq}} \quad (\text{fleitor})$$

$$\sigma_{in} = \frac{E_i h_i \mu_0}{2 (EI)_{eq}}, \text{ com } i \text{ os materiais} \quad (\text{normal})$$

(Equilíbrio do momento em torno de um ponto situado no centro de carga do material.)

Para achar demonstrar a formula do Eurocode 3, tem se que substituir e por e1 + e2 na formula demonstrada e usar as equações da linha neutra.

Nesses cálculos o coeficiente de deslizamento dos conectores foi pego de ensaios realizados na faculdade da Unicamp. Esse fator de deslizamento determina-se a traves de um ensaio esquematizado a seguir:

