

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

**IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DE
SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA PELO MÉTODO DE
BANDAS ROTATIVAS EM DELPHI**

Jorge Watanabe

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha
Co-Orientador: Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto

MONOGRAFIA DE TRABALHO DE FORMATURA
(TF-2003/34)

SÃO PAULO
2003

TF
W324
J.i

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS



**IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DE SIMULAÇÃO
ESTOCÁSTICA PELO MÉTODO DE BANDAS ROTATIVAS
EM DELPHI**

JORGE WATANABE

Orientador: Prof. Marcelo Monteiro da Rocha
Co-Orientador: Prof. Jorge Kazuo Yamamoto

MONOGRAFIA DE TRABALHO DE FORMATURA
(TF – 2003 / 34)

SÃO PAULO
2003

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DEDALUS - Acervo - IGC



30900014481



IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORITMO DE SIMULAÇÃO
ESTOCÁSTICA PELO MÉTODO DE BANDAS
ROTATIVAS EM DELPHI

JORGE WATANABE

Monografia de Trabalho de Formatura

Banca Examinadora

Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha _____

Prof. Dr. José Alberto Quintanilha _____

Prof. Dr. Oswaldo Siga Junior _____

São Paulo

2003

Implementação de Algoritmos de Simulação Estocástica pelo Método de Random Rotations em Delphi

Autores: Paulo Roberto de Faria

Resumo.....	4
Abstract.....	5
1 - Introdução.....	6
2 - Motivação e Objetivos.....	7
3 - Trabalhos Prévia.....	8
3.1 - Estatística.....	8
3.1.1 Teoria dos Variáveis Regressivas.....	9
3.1.2 Variogramas.....	10
3.2 - Simulação Estocástica.....	12
3.3 - Transferência da Covariância por Interpolação de Frequência.....	13
3.4 - Simulação por Random Rotations.....	15
4 - Metodologia.....	16
4.1 - Análise do algoritmo.....	18
4.2 - Estado do Caso.....	22
5 - Desenvolvimento do Trabalho.....	28
6 - Resultados Obtidos.....	29
7 - Conclusões.....	32
8 - Referências Bibliográficas.....	34

A meus pais Shigueru e Aparecida
e meus irmãos

Agradecimentos

Resumo	4
Abstract.....	5
1 – Introdução.....	6
2 – Metas e Objetivos	7
3 – Trabalhos Prévios	8
3.1 - Geoestatística	8
3.1.1 Teoria das Variáveis Regionalizadas	9
3.1.2 Variograma	10
3.2 – Simulação Estocástica	12
3.3 – Transformação Gaussiana por Inversão de Frequência	13
3.4 – Simulação por Bandas Rotativas.....	15
4 – Metodologia	18
4.1 – Análise do algoritmo	18
4.2 – Estudo de Caso	22
5 – Desenvolvimento do Trabalho	28
6 – Resultados Obtidos.....	29
8 – Conclusões	32
9 – Referências Bibliográficas	33

Agradecimentos

Ao Prof. e mais que amigo Marcelo Monteiro da Rocha por sua orientação, apoio, discussões e segurança nas horas difíceis;

Ao Prof. Dr. Jorge Kazuo Yamamoto por sua orientação ;

À meus tios, Luiz e Elizabetn por todo apoio dedicado em uma fase decisiva de minha vida.

Aos meus inesquecíveis avós Riozo e Tsumako pelas lições e conselhos, á minha querida avó Antonia pelo carinho e alegria dedicados.

Aos meus amigos Sidney e Daniel em quem pude confiar “incondicionalmente”.

À Luis e Noeli pelo afeto e amizade que me receberam em sua família.

A quem nos últimos três anos me apoiou de forma incontestável: Mayara P. Colombo.

Identificação do trabalho

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO.

Monografia de Trabalho de Formatura, Nº 34 / 2003: "IMPLEMENTAÇÃO DO ALGORÍTIMO DE SIMULAÇÃO ESTOCÁSTICA PELO MÉTODO DE BANDAS ROTATIVAS EM DELPHI", desenvolvida pelo aluno Jorge Watanabe (Nº USP 2959730), orientado pelo Professor Marcelo Monteiro da Rocha e co-orientado pelo Professor Dr. Jorge Kazuo Yamamoto, ambos do Departamento de Geologia Sedimentar e Ambiental do Instituto de Geociências.

Resumo

O grupo de métodos, de predição de atributos de variáveis regionalizadas, denominados genericamente de simulação estocástica foram desenvolvidos como uma alternativa à krigagem buscando extrair do modelo de variância espacial outras informações que não são fornecidas pela krigagem, por exemplo o erro associado a cada ponto ou bloco simulado. Como a krigagem apresenta duas grandes desvantagens que são a não reprodução de características globais dos dados e a suavização das estimativas dela resultantes a simulação estocástica foi apresentada como solução, pois teoricamente este grupo de métodos supre esta carência dado que o histograma e modelo de variograma da amostra devem ser reproduzidos, permitindo assim afirmar que características globais do domínio estudado sejam reproduzidas. Apesar da simulação estocástica apresentar estas vantagens sobre a krigagem ela também apresenta desvantagens, como por exemplo, o resultado de uma simulação é composto por várias realizações equiprováveis em um mesmo ponto, ou seja, se o objetivo da predição for à geração de um único mapa a simulação não se prestará a esta finalidade, pois produzirá n mapas, não havendo ainda a possibilidade do profissional escolher apenas um, dada a equiprobabilidade de cada resultado. Outra desvantagem é dever assumir os dados como multigaussianos, ou ao menos bigaussianos, pois existe a obrigatoriedade do conhecimento de características populacionais, média e variância, da distribuição que se trabalha, para isso os dados passam por um processo de transformação, onde uma distribuição qualquer (empírica) será transformada em uma distribuição gaussiana normal ($N[0,1]$).

O presente trabalho lidou com todas estas nuances, ainda que algumas implicitamente, e focou-se no método de simulação estocástica por Bandas Rotativas analisando seu algoritmo e convertendo os códigos fornecidos no pacote de geoestatística GSLib, escrito em FORTRAN 77, para a linguagem de programação Delphi, resultando em um programa com interface mais amigável que a original.

Realizou-se, como última etapa de trabalho a simulação do modelo de variância de uma bancada (1452) da mina de ferro de Capanema. Esta simulação teve como objetivo principal a aferição dos resultados, logo este modelo de variância foi simulado em três diferentes programas, o GSLib, o Isatis 3.2 e o Tb3Delphi. Os resultados destas três simulações foram considerados satisfatórios pois são semelhantes indicando que o programa foi desenvolvido adequadamente.

Abstract

The groups of methods in prediction of an attribute in a regionalized variable, generally named Stochastic Simulation were developed as an alternative to kriging aiming the assessment of other kind of information from the spatial variance model not assessed in kriging, for example the associated error of each simulated point or block. Kriging faces two main disadvantages; these drawbacks are the non-reproduction of data global characteristics and the smoothing effect of kriged estimates. Stochastic simulation was shown as a solution because at least theoretically this group of methods does not have such drawbacks since the data histogram and variogram must be reproduced, allowing the affirmation that the domain global characteristics are reproduced. Although stochastic simulation shows these advantages over kriging it also presents disadvantages as simulation results are made of many equiprobable realizations at a single point or block leading to the conclusion that if the aim of prediction is a single map simulation will not be reasonable mainly because it will produce n different maps and the professional will not be allowed to choose only one since each map has the same probability of occurrence. Another disadvantage in simulation is that one must assume data as multi-Gaussian, or at least bi-Gaussian, because the populations mean and variance has to be known, in such way the data set has to be transformed from an empirical distribution into a normal Gaussian one with zero mean and one variance ($N[0,1]$).

This research deals with such problems and was focused in the Turning Bands Method, analyzing its algorithm and converting to Delphi programming language the FORTRAN 77 fonts of GSLib Geostatistics software; this conversion resulted in software with a friendly interface.

As a last work the simulation of the variance model of Capanema Iron Mine was held. The main objective of this simulation was to double check the results, in that way the simulation was calculated in three different software: GSLib, Isatis and Tb3Delphi. As these three software produced similar results the conclusion were that the developed software is satisfactory.

1 – Introdução

Em diversos setores da indústria, o planejamento do empreendimento é imprescindível, entretanto, é necessário conhecer as características dos atributos do qual depende o planejamento. Tendo conhecimento das possíveis limitações financeiras inerentes a essa etapa, faz-se necessário a utilização de técnicas de predição que otimizem os dados disponíveis. Com a atual redução no custo dos recursos computacionais, uma boa alternativa para a resolução deste impasse é o uso de simulação estocástica, uma vez que esta produz n modelos equiprováveis, ou seja, com a mesma probabilidade de ser fiel a realidade que se deseja conhecer, além de permitir a quantificação do erro associado.

Atualmente, diversos métodos de simulação estocástica estão disponíveis, destacando-se os métodos gaussianos, sendo que os mais populares são o método de Simulação por Bandas Rotativas, Simulação Sequencial Gaussiana, Simulação Sequencial por Indicadoras e Simulação Gaussiana Truncada, porém, segundo Remacre & Carvalho (1998), as revisões a respeito destes métodos são basicamente voltada para especialistas em geoestatística, sendo que para o usuário iniciante não é clara a diferença entre os métodos, o princípio teórico envolvido e acima de tudo adequação ou carências do método na situação em que se deseja utilizá-lo.

Tendo em vista estes fatos, percebemos que o conhecimento detalhado dos métodos de simulação estocástica, suas aplicações e limitações são extremamente importantes, para que seja utilizada de forma consciente, visando otimizar custos, seja na fase de predição ou em um planejamento bem elaborado, melhorando o lucro.

2 – Metas e Objetivos

Atualmente existem diversos métodos de predição disponíveis, com destaque aos estimadores como diferentes métodos de krigagem e métodos estocásticos (simulação estocástica). Técnicas como a krigagem são largamente usadas, com o objetivo de gerar uma única estimativa, porém, sem grande fidelidade às estatísticas globais do domínio estudado. Entretanto, os métodos de simulação estocástica possuem como principal característica a geração de n imagens independentes com a vantagem de honrar as estatísticas globais do domínio e permitir o dimensionamento do erro associado. Os métodos de simulação nem sempre são condicionais, ou seja, um valor simulado em um ponto amostrado não será necessariamente o mesmo valor da amostra, fazendo-se necessário o condicionamento.

Devido à escassez de referências básicas e apesar de possuir algumas características importantes que não são encontradas na krigagem, a utilização de simulação estocástica é restrita em alguns setores da indústria brasileira, tais como mineração, meio ambiente, agricultura de precisão.

Neste contexto, este trabalho teve como objetivo o estudo de simulação estocástica, com foco no método de Simulação por Bandas Rotativas (*Turning Bands*), por meio da análise detalhada do algoritmo idealizado por Matheron (1973, apud Journel e Huijbregts, 1978), implementação de um programa baseado nesse algoritmo, publicado com o programa GSLib (Deutsch & Journel, 1992), porém com interface mais amigável, realização de um estudo de caso com os dados da bancada de 1452 m da Mina de Ferro de Capanema – MG e a comparação dos resultados obtidos com um programa comercial de simulação estocástica, o Isatis V3.20, de 2000.

3 – Trabalhos Prévios

3.1 - Geoestatística

Segundo Matheron (1971), geoestatística é a aplicação da Teoria das Variáveis Regionalizadas e á estimativa de depósitos minerais (com tudo que isso implica). Ainda segundo este autor, quando um fenômeno está disperso no espaço e apresenta certa estruturação espacial, deve-se denomina-lo de regionalizado. Conforme reproduzido acima, a geoestatística nasceu na mineração, porém atualmente, segundo Yamamoto 2002, ela é utilizada em diversas áreas do conhecimento, tais como agronomia de precisão, indústria do petróleo, meio ambiente, geotecnia, hidrogeologia e reflorestamento.

Segundo Chillès & Delfiner (1999), a geoestatística tem por objetivo viabilizar a descrição quantitativa de variáveis naturais distribuídas no espaço ou no tempo e espaço. Exemplos destas variáveis são: grau de mineralização em depósitos, porosidade permeabilidade em um meio poroso, etc. Estas variáveis apresentam imensa complexidade de detalhes que impedem a descrição por modelos matemáticos mais simples.

Journel (1994), define geoestatística como uma série de ferramentas que permitem ao geólogo analisar os dados e transferir esta análise e interpretações dela decorrentes na tarefa de avaliação de reservatórios. Embora o autor refira-se diretamente a reservatórios, sua colocação é válida para outras especialidades onde a geoestatística é aplicável. Ainda segundo Journel (1994), uma ferramenta jamais substitui os dados, porém fornece subsídios às interpretações e elaboração de um modelo numérico correspondente.

Segundo Yamamoto (2002), a geoestatística trabalha com funções aleatórias, que em as amostras são consideradas realizações de uma variável aleatória, que por sua vez é função das coordenadas espaciais.

Ainda segundo esse autor, a geostatística envolve análise e predição de fenômenos espaciais e temporais, tais como teores, preço do petróleo no tempo etc, e que desta análise se obtem o modelo de variograma, que é a ferramenta básica para predição, seja ela por estimativa (krigagem) ou simulação estocástica.

3.1.1 Teoria das Variáveis Regionalizadas

Segundo Matheron (1971), do ponto de vista matemático uma variável regionalizada é simplesmente uma função $z(x)$ do ponto x , porém uma função muito irregular.

"Uma variável regionalizada é qualquer função numérica com uma distribuição espacial que varia de um lugar para outro com continuidade aparente, mas cujas variações não podem ser representadas por uma função determinística" (in Yamamoto 2001).

Davis (1986), Torcal et al. (1999), Landim (1998) entre outros, referem-se a variáveis regionalizadas como sendo variáveis com propriedades intermediárias entre uma variável aparentemente aleatória e uma completamente determinística. Neste sentido, Matheron (1971) afirma que uma variável regionalizada apresenta dois aspectos contraditórios (ou complementares): o aspecto aleatório refletido no comportamento marcadamente irregular imprevisível entre um ponto outro; e o aspecto estruturado que deve refletir de algum modo as características estruturais do fenômeno regionalizado.

A teoria das variáveis regionalizadas tem dois propósitos principais (Matheron 1971):

- em bases teóricas, expressar as propriedades estruturais de modo adequado;
- em bases práticas, resolver o problema da estimativa de uma variável regionalizada a partir de dados amostrais fragmentados.

Estes dois propósitos são relacionados: para um mesmo arranjo de amostras o erro de estimativa dependerá das características estruturais (Matheron, 1971).

As variáveis regionalizadas apresentam algumas características qualitativas, que não são reconhecidas em uma variável aleatória clássica que, segundo Bubenicek & Haas (1969) são:

- Localização – Os valores de uma variável regionalizada são dependentes de suas funções espaciais relativas dentro do campo geométrico (depósito). Além disso, estes valores são dependentes do tamanho da amostra, forma e orientação (suporte amostral);
- Suporte – Por vezes a variável regionalizada $Z(x)$ não está definida num ponto, mas sobre uma área ou volume centrado em x . A unidade amostral básica sobre a qual a variável é medida chama-se suporte (IPT, 1989);
- Continuidade – A variação espacial de uma variável regionalizada pode ser, dependendo do fenômeno, grande ou pequena, mas deve existir uma certa continuidade ponto a ponto;

- Anisotropias – A regionalização pode apresentar anisotropias quando apresenta variações graduais numa direção e rápida ou irregular em outra.

3.1.2 Variograma

O variograma experimental, ou semi-variograma experimental utilizando rigor teórico é a ferramenta fundamental para a estimativa ou mesmo simulação estocástica, pois dele depende o modelo teórico de variograma. Neste ponto cabe uma rápida discussão desta nomenclatura.

A função variograma é definida como:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [z(x+h) - z(x)]^2 ;$$

já a função semivariograma é definida como:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [z(x+h) - z(x)]^2 .$$

Ambas funções são medidas de dependência espacial entre os valores das amostras em dois pontos distintos separados por uma distância h , ou seja $Z(x)$ e $Z(x+h)$. Esta dependência espacial pode ser verificada através de diagrama de dispersão onde em um eixo coloca-se o valor da variável regionalizada no ponto x e o valor da variável regionalizada no ponto $(x+h)$, realizando-se então a verificação de quanto a nuvem de pontos distancia-se da 1ª bisetritz (Yamamoto 2001).

Journal (1989) ilustra a relação de dependência espacial com o diagrama de dispersão representado na figura 1. O cálculo da distância d_i entre o i -ésimo ponto (x_i, y_i) e a bisetritz é:

$$d_i^2 = |x_i - y_i| \cos 45^\circ$$

Elevando-se esta distância ao quadrado, ter-se-á:

$$d_i^2 = \frac{1}{2} (x_i - y_i)^2$$

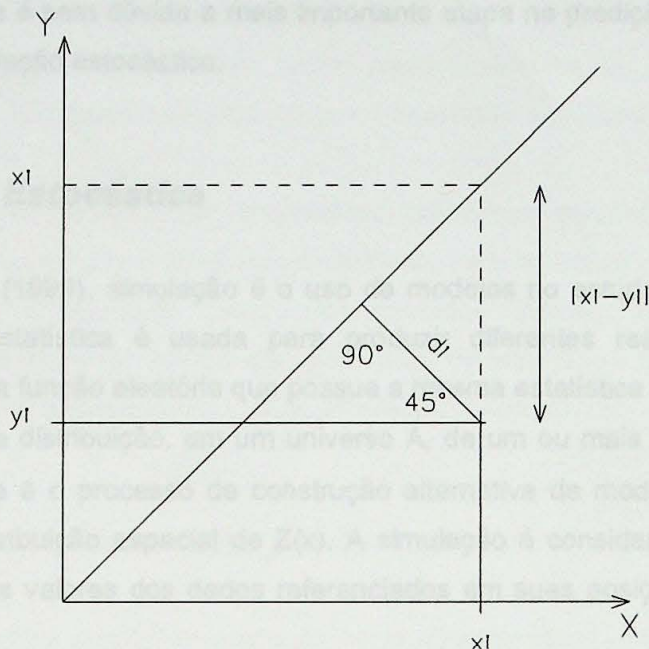


Figura 1: Diagrama de dispersão comparando os valores de x_i e y_i , demonstrando a dependência espacial existente entre x e y que podem ser considerados $Z(x)$ e $Z(x+h)$.

Como existem n pares de pontos no domínio estudado pode-se calcular o momento de inércia em torno da reta 1:1, então:

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n d_i^2$$

Se d_i for substituído, ter-se-á:

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (x_i - y_i)^2 = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2$$

que é a equação da função semivariograma.

Atualmente a maioria dos autores utilizam o termo variograma referindo-se ao semivariograma.

Calculado o semivariograma, procede-se ao ajuste do modelo teórico de variograma, que é uma função matemática conhecida e autorizada no espaço tridimensional. Este modelo é utilizado como a ferramenta mais importante seja para a krigagem ou para a simulação, pois representa o modelo de variância espacial do domínio estudado.

A partir do modelo teórico de variância espacial pode-se derivar um modelo de covariância. Este modelo será utilizado como ferramenta para simulação por Bandas Rotativas,

Simulação Seqüencial Gaussiana dentre outras. Deste modo, uma análise geoestatística bem orientada e conduzida é sem dúvida a mais importante etapa na predição de um atributo, seja por krigagem ou simulação estocástica.

3.2 – Simulação Estocástica

Segundo Olea (1999), simulação é o uso de modelos no estudo da natureza de certo fenômeno. Em geoestatística é usada para produzir diferentes realidades equiprováveis independentes de uma função aleatória que possua a mesma estatística espacial dos dados.

Considere uma distribuição, em um universo A , de um ou mais atributos $[Z(x), x \in A]$. Simulação estocástica é o processo de construção alternativa de modelos eqüiprováveis, de alta fidelidade da distribuição espacial de $Z(x)$. A simulação é considerada condicional se as realizações honram os valores dos dados referenciados em suas posições originais (Deutsch Journal, 1996):

$$Z^{(i)}(x), x \in A$$

Ainda segundo estes autores, a simulação difere da krigagem ou qualquer outro método de estimativa nos seguintes pontos:

- na maioria dos algoritmos o objetivo é gerar uma única e melhor estimativa local, de uma variável ou qualquer de seus componentes, sem atentar para a estatística global dos dados. Na simulação, a reprodução de feições globais do domínio (textura) e estatísticas (histograma, variância) precedem à exatidão local. O resultado da krigagem é um conjunto de representações $Z^*(x), x \in A$, com a precisão local prevalecendo. Já a simulação estocástica fornece representações locais $Z^{(i)}(x_0), x \in A$, onde a reprodução dos padrões de continuidade prevalece;
- exceto que se adote um modelo gaussiano para os erros, a krigagem fornecerá apenas medidas incompletas da exatidão local e não faz referência a exatidão quando várias porções são avaliadas conjuntamente. As simulações foram desenvolvidas para o contornar esse problema.

Diversos métodos de simulação estocástica são utilizados atualmente, tais como a Simulação Seqüencial Gaussiana, Gaussiana Truncada, Médias Móveis e inclusive Bandas Rotativas simulam uma distribuição de freqüência gaussiana normal, ou seja, que possui média zero e variância unitária, no entanto, esse tipo de distribuição é inexistente na natureza, haja visto que para a média ser zero existe a necessidade de valores negativos, o que é inviável para depósitos minerais e teores. Uma alternativa para resolver este problema é transformar os

dados reais, do depósito, de maneira que a distribuição resultante seja uma gaussiana normal. Este processo é denominado *Transformação Gaussiana ou Anamorfose Gaussiana*, e só é consistente caso os dados do domínio sejam multigaussianos, ou seja, que existe uma combinação linear da distribuição original tal que o resultado seja uma distribuição gaussiana normal ($N[0,1]$);

Existem diversos métodos de anamorfose gaussiana disponíveis, dentre os quais destacam-se a transformação por inversão de frequência, transformação por inversão empírica e a transformação por interpolação linear. Dos métodos citados, optou-se por utilizar a transformação por inversão de frequência, pois este método é de fácil entendimento e é utilizado no programa de geoestatística GSLib (Deutsch & Journel).

3.3 – Transformação Gaussiana por Inversão de Frequência

Este é um dos mais simples métodos de transformação gaussiana.

Realizado basicamente em três etapas, seu funcionamento pode ser explicado graficamente. Estas etapas podem ser resumidamente descritas como:

- Os dados são ordenados em ordem crescente;
- Calcula-se a mediana da distribuição e comparam-se os percentis com os de uma distribuição gaussiana normal ($N[0,1]$), conforme a figura 2.
- Atribui-se o valor x contido na distribuição $N[0,1]$ a cada percentil da distribuição original

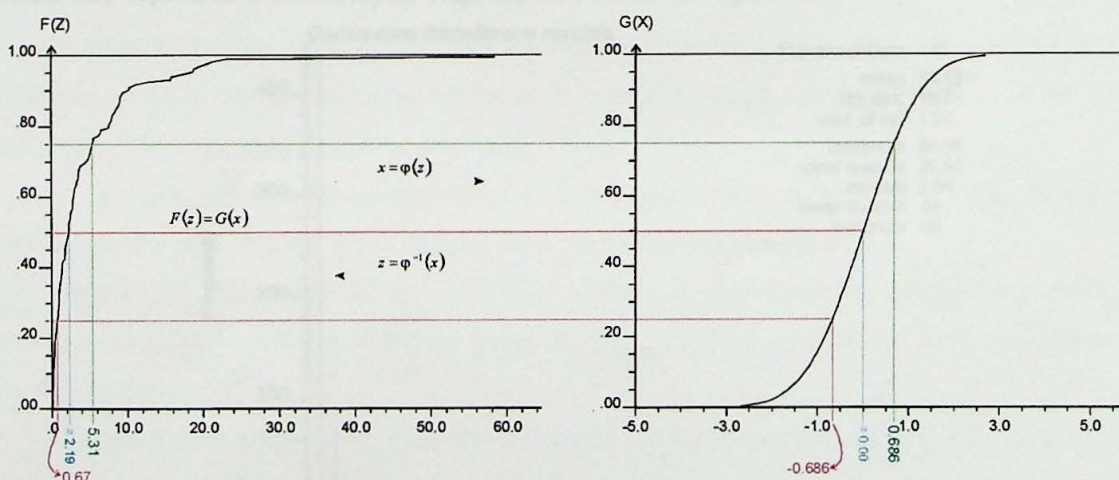


Figura 2: Exemplo de anamorfose gaussiana “empírica” onde a partir do ordenamento dos dados constrói-se a curva de distribuição acumulada e faz-se a comparação com uma distribuição normal com média zero e desvio padrão um. Na figura em vermelho está marcada a mediana ou o valor de

$F(z)=G(x)=0.5$ e em azul os valores que z e x assumem. Em púrpura e em verde estão marcados os valores $F(z)=G(x)=0.25$ e 0.75 respectivamente bem como os valores para z e x (Rocha & Yamamoto, 2001).

A transformação de uma distribuição real qualquer (multigaussiana) em uma distribuição $N[0,1]$ não apresenta problemas (Figuras 3 e 4), no entanto, o processo reverso, ou seja, a transformação de $N[0,1]$ para a distribuição original pode apresentar complicações, aparentemente de difícil resolução, principalmente quando as distribuições são fortemente assimétricas, com muitos valores repetidos e na presença de *out liers*.

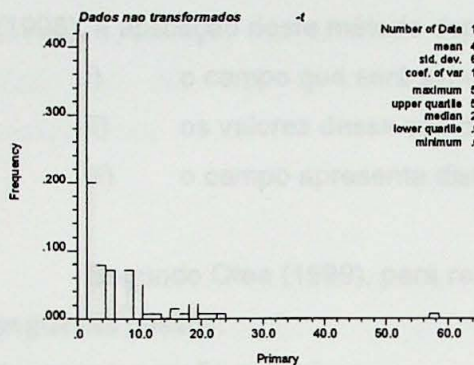


Figura 3: Histograma da base de dados cluster.dat no estado bruto, sem transformação gaussiana. Destaca-se que a distribuição é lognormal havendo uma série de classes sem apresentar valores (classes vazias), (Rocha & Yamamoto, 2001).

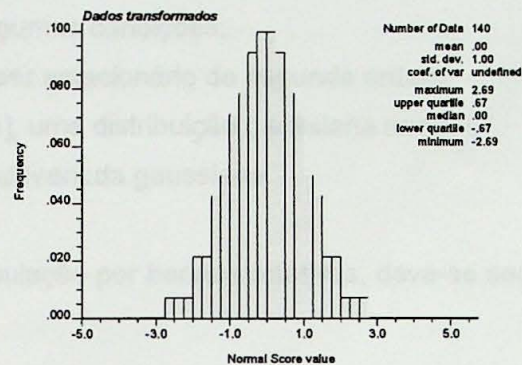


Figura 4: Histograma da mesma base de dados após transformação gaussiana. Destaca-se que a transformação foi efetivamente realizada, pois temos uma distribuição normal com média zero e desvio padrão um. Ressalta-se, ainda, que os dados transformados não apresentam nenhuma classe sem valores (Rocha & Yamamoto, 2001).

Um exemplo desta questão pode ser apreciado na Figura 5, em que a transformação reversa não reproduz a distribuição original, mostrada na Figura 3.

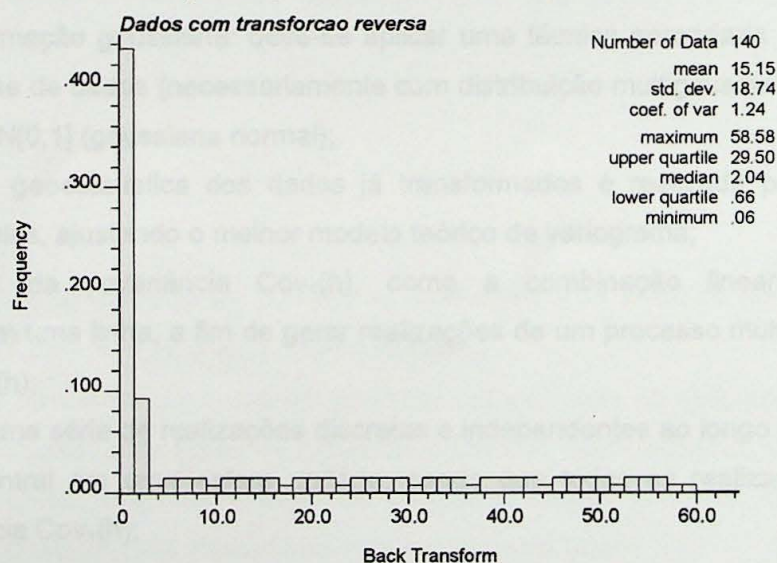


Figura 5: Histograma dos dados que receberam a transformação reversa (*back transformation*). Pode-se observar nesta distribuição que não há classes sem valores e ainda que as estatísticas apresentam-se diferentes daquela dos dados originais (Rocha & Yamamoto, 2001).

3.4 – Simulação por Bandas Rotativas

O método de simulação por bandas rotativas foi o primeiro algoritmo de simulação em três dimensões realmente implementado em grande escala. Segundo Remacre & Carvalho (1998), a aplicação deste método depende de algumas condições:

- i) o campo que será simulado deve ser estacionário de segunda ordem;
- ii) os valores desse campo são $N[0,1]$, uma distribuição gaussiana normal;
- iii) o campo apresenta distribuição multivariada gaussiana.

Segundo Olea (1999), para realizar a simulação por bandas rotativas, deve-se seguir os seguintes passos:

- 1 – transformação gaussiana;
- 2 – análise geoestatística dos dados transformados;
- 3 – derivar a covariância;
- 4 – gerar realizações discretas independentes;
- 5 – somar as realizações;
- 6 – condicionamento, para o caso da simulação por bandas rotativas condicionada;
- 7 – anamorfose reversa;

A transformação gaussiana: deve-se aplicar uma técnica apropriada de transformação gaussiana da base de dados (necessariamente com distribuição multigaussiana), a fim de obter uma distribuição $N[0,1]$ (gaussiana normal);

A análise geoestatística dos dados já transformados é realizada para, quantificar e orientar anisotropias, ajustando o melhor modelo teórico de variograma;

Derivação da covariância $Cov_1(h)$, como a combinação linear de realizações independentes em uma linha, a fim de gerar realizações de um processo multidimensional com covariância $Cov_n(h)$;

Gera-se uma série de realizações discretas e independentes ao longo de linhas partindo de um ponto central em uma esfera unitária, sendo que todas as realizações possuirão a mesma covariância $Cov_1(h)$;

5 – Somam-se as contribuições das linhas de realizações para produzir as simulações multidimensionais $Z_n(x_i)$. Nesta etapa, entre as realizações na linha, serão levantados planos perpendiculares às linhas, gerando bandas com espessura Dx . Apenas a realização contida na banda em que se projeta o ponto simulado (x_0) na linha irá contribuir na somatória.;

A simulação pelo método das Bandas Rotativas resulta em valores que não honram os dados de amostragem (não condicional), sendo necessário que se faça o condicionamento da simulação. Nesta etapa realizam-se duas krigagens, utilizando os dados amostrais e os simulados. A diferença dos valores simulados (Z_{snc}) pelo resultado da krigagem dos valores simulados (Z_{ksnc}) caracterizam o erro condicional. O valor da simulação condicional (Z_{sc}) é dado pelo resultado da adição deste erro à krigagem dos dados não simulados (Z_{kd}), representado como:

$$Z_{sc} = Z_{kd} + (Z_{snc} - Z_{ksnc});$$

Finalmente, os dados simulados devem passar pelo processo de transformação reversa, em que o resultado da simulação (uma distribuição $N[0,1]$) deve retornar à distribuição dos dados originais.

A simulação pelo método de bandas rotativas como visto não é condicional. Para condiciona-la, conforme visto no item 6, calcula-se o erro correlacionado, realizando-se duas krigagens. Como a simulação gera distribuições $N[0,1]$ a média populacional é conhecida. Deste modo, pode-se perfeitamente fazer uso da krigagem simples, que é uma técnica de interpolação linear com mínima variância do erro de estimativa, aplicada a casos que se conhece a média populacional. Foi inicialmente desenvolvida por D. Krige em 1951 e formalizada por Matheron em 1963. Segundo Armstrong (1998), a krigagem simples é calculada como:

$$Z_v^* = \sum_{i=1}^N \lambda_i Z(x_i) + m \lambda_m$$

onde $Z(x_i)$ é o valor amostrado na posição x_i , λ_i é o peso da amostra em x_i , m é a média populacional (zero para $N[0,1]$) e λ_m é o peso da média.

Apesar de descrever o procedimento de condicionamento da simulação no item 6, não houve a implementação desta etapa no programa produzido neste trabalho, já que o módulo de simulação por bandas rotativas (Tb3d) do programa GSLib (Deutsch & Journel, 1992), disponível e aqui analisado não possui este recurso implementado.

4 – Metodologia

Durante o desenvolvimento do projeto, foram realizadas basicamente três grandes etapas de trabalho. A primeira foi predominantemente tomada por estudo bibliográfico, seguido por um período de programação em linguagem delphi e, por fim, o processamento de dados, que será descrito a seguir.

4.1 – Análise do algoritmo

Inicialmente 5 simulações foram geradas, utilizando módulo de simulação por bandas rotativas do GSLib com alterações quanto ao número de bandas que seria usado nas cinquenta realizações de cada simulação. Essa mudança na quantidade de bandas foi realizada diretamente no código fonte do programa, já que este não apresenta opção de número de bandas para simulação. Entretanto, os resultados obtidos não foram satisfatórios, pois apesar de manter a média das realizações em torno de 1, a variância é reduzida sensivelmente. Essa incompatibilidade com o número de bandas diferente de 15 pode ser devido ao fato do programa trabalhar com um poliedro 20 faces e não com uma esfera, como é o caso do Isatis. Tendo este problema em vista, as três simulações inicialmente geradas no GSLib foram substituídas por imagens simuladas no Isatis, com o objetivo de ilustrar a importância do número de bandas utilizado durante a simulação. Nas figuras 6A, 6B e 6C são mostradas as imagens geradas por simulações com 1, 2 e 3 bandas respectivamente, todas referentes a 20ª realização.

Figura 6: As imagens na coluna esquerda são resultado de simulações com 1, 2 e 3 bandas, na coluna direita encontra-se as mesmas imagens simuladas de 15 bandas.
(modificado de Chen, 1994).

A princípio, seguindo a seqüência proposta por Olea (1999) para a simulação por bandas rotativas, pode-se virtualmente gerar um número infinito de linhas (bandas), pois as linhas geradas estão orientadas no interior de uma esfera, com a restrição a quantidade máxima de bandas definida pelo recurso computacional. Entretanto, no algoritmo implementado por Deutsch & Journal (1992), a quantidade de linhas é fixa, igual a 15 bandas, pois estes autores locam a origem das linhas no centro de um poliedro com no máximo 20 faces (icosaédro regular), Journal & Huiibregts (1978).

4.1 – Análise do algoritmo

Inicialmente 5 simulações foram geradas, utilizando módulo de simulação por bandas rotativas do GDLB com alterações quanto ao número de bandas que será usado nas seguintes realizações de cada simulação. Esta mudança na quantidade de bandas foi realizada diretamente no código fonte do programa, já que este não apresenta opção de número de bandas para simulação. Entretanto, os resultados obtidos não foram satisfatórios, pois apesar de manter a média das realizações em torno de 1, a variância é reduzida constantemente. Essa inconsistência com o número de bandas diferente de 15 pode ser devido ao fato de o programa trabalhar com um poliedro 20 faces e não com uma esfera, como é o caso do teste. Tendo esta problemática em vista, as três simulações inicialmente geradas no GDLB foram substituídas por imagens simuladas no teste, com o objetivo de manter a importância do número de bandas utilizado durante a simulação. Nas figuras 6A, 6B e 6C são mostradas as imagens geradas por simulações com 1, 2 e 3 bandas respectivamente, todas referentes a 20ª realização.

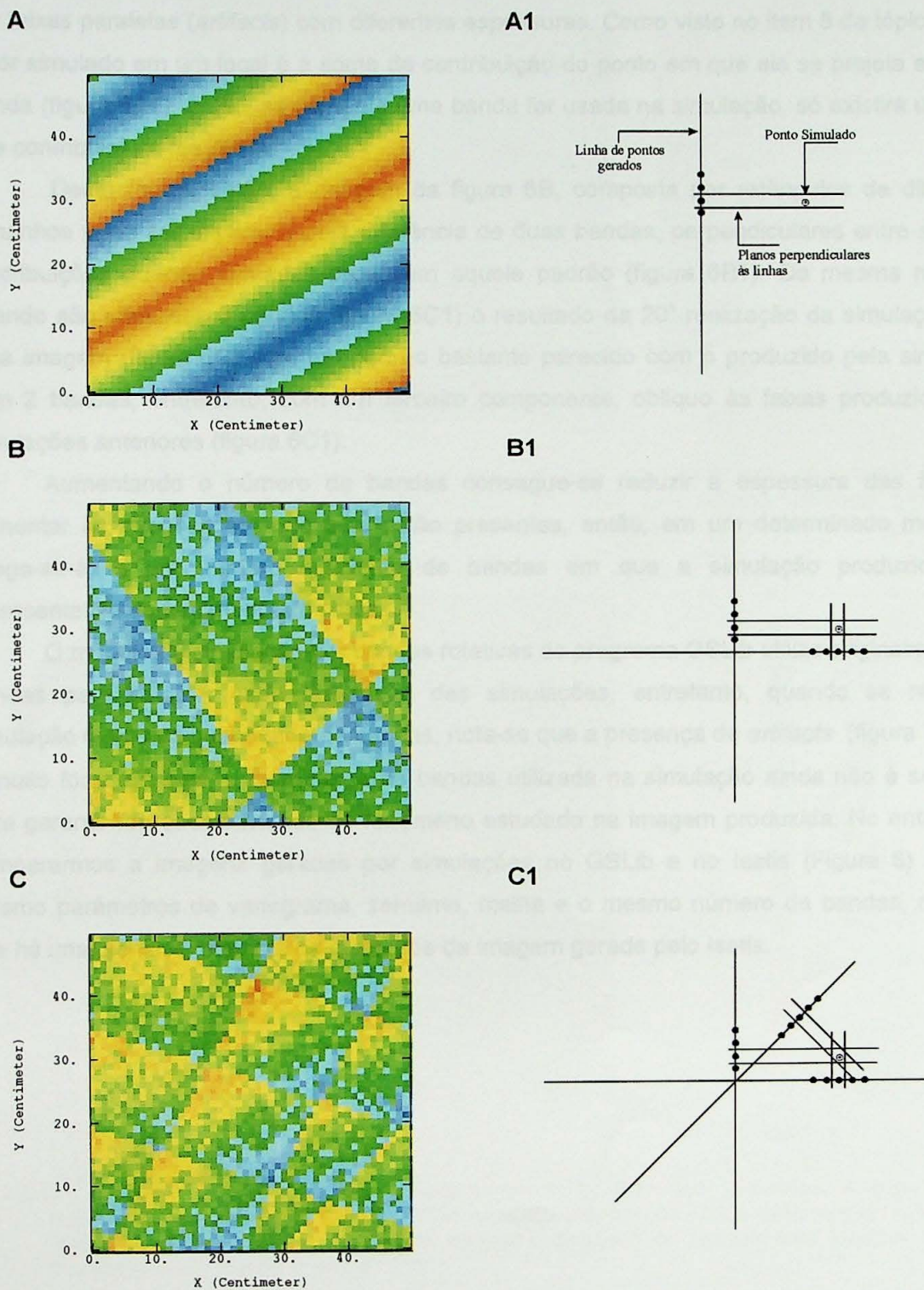


Figura 6: As imagens na coluna esquerda são resultado de simulações com 1, 2 e 3 bandas, na coluna direita encontra-se esquemas ilustrativos da contribuição de cada banda, (modificado de Olea, 1999).

4 – Metodologia

Durante o desenvolvimento do projeto, foram realizadas basicamente três grandes etapas de trabalho. A primeira foi predominantemente tomada por estudo bibliográfico, seguido por um período de programação em linguagem delphi e, por fim, o processamento de dados, que será descrito a seguir.

4.1 – Análise do algoritmo

Inicialmente 5 simulações foram geradas, utilizando módulo de simulação por bandas rotativas do GSLib com alterações quanto ao número de bandas que seria usado nas cinquenta realizações de cada simulação. Essa mudança na quantidade de bandas foi realizada diretamente no código fonte do programa, já que este não apresenta opção de número de bandas para simulação. Entretanto, os resultados obtidos não foram satisfatórios, pois apesar de manter a média das realizações em torno de 1, a variância é reduzida sensivelmente. Essa incompatibilidade com o número de bandas diferente de 15 pode ser devido ao fato do programa trabalhar com um poliedro 20 faces e não com uma esfera, como é o caso do Isatis. Tendo este problema em vista, as três simulações inicialmente geradas no GSLib foram substituídas por imagens simuladas no Isatis, com o objetivo de ilustrar a importância do número de bandas utilizado durante a simulação. Nas figuras 6A, 6B e 6C são mostradas as imagens geradas por simulações com 1, 2 e 3 bandas respectivamente, todas referentes a 20ª realização.

Nota-se que quando apenas uma banda é utilizada (figura 6A), a imagem é composta por faixas paralelas (*artifacts*) com diferentes espessuras. Como visto no item 5 do tópico 3.4, o valor simulado em um local é a soma da contribuição do ponto em que ele se projeta em cada banda (figura 6A1), então, se somente uma banda for usada na simulação, só existirá um valor que contribuirá no resultado.

Desta forma, então, a imagem da figura 6B, composta por retângulos de diferentes tamanhos pode ser explicada pela existência de duas bandas, perpendiculares entre si, cujas contribuições quando somadas produzem aquele padrão (figura 6B1). Da mesma maneira, quando são utilizadas 3 bandas (figura 6C1) o resultado da 20ª realização da simulação será uma imagem (figura 6C) com um padrão bastante parecido com o produzido pela simulação com 2 bandas, entretanto, com um terceiro componente, oblíquo às faixas produzidas nas simulações anteriores (figura 6C1).

Aumentando o número de bandas consegue-se reduzir a espessura das faixas e aumentar as direções em que elas estão presentes, então, em um determinado momento, chega-se-á, a um número suficiente de bandas em que a simulação produzida será representativa do fenômeno em estudo.

O módulo de simulação por bandas rotativas do programa GSLib utiliza originalmente 15 bandas para calcular cada realização das simulações, entretanto, quando se realiza a simulação com esta quantidade de bandas, nota-se que a presença de *artifacts* (figura 7) ainda é muito forte, ou seja, a quantidade de bandas utilizada na simulação ainda não é suficiente para garantir representatividade do fenômeno estudado na imagem produzida. No entanto, se compararmos a imagens geradas por simulações no GSLib e no Isatis (Figura 8) com os mesmo parâmetros de variograma, semente, malha e o mesmo número de bandas, notamos que há uma sensível melhora na qualidade da imagem gerada pelo Isatis.

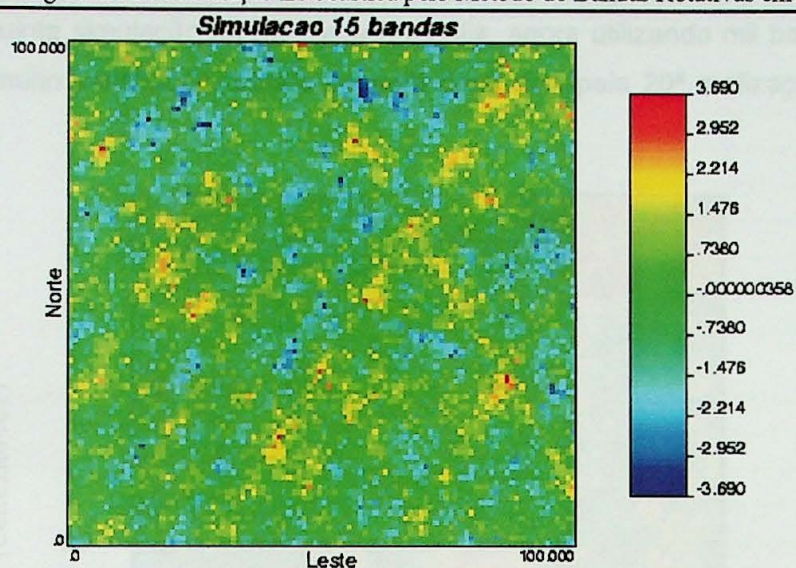


Figura 7: imagem referente a 20ª realização de uma simulação no GSLib, com 15 bandas. Note a presença de alinhamentos e agrupamentos de pixels com valores extremos (*artifacts*), mostrando que a quantidade de bandas não é suficiente para que a imagem seja representativa.

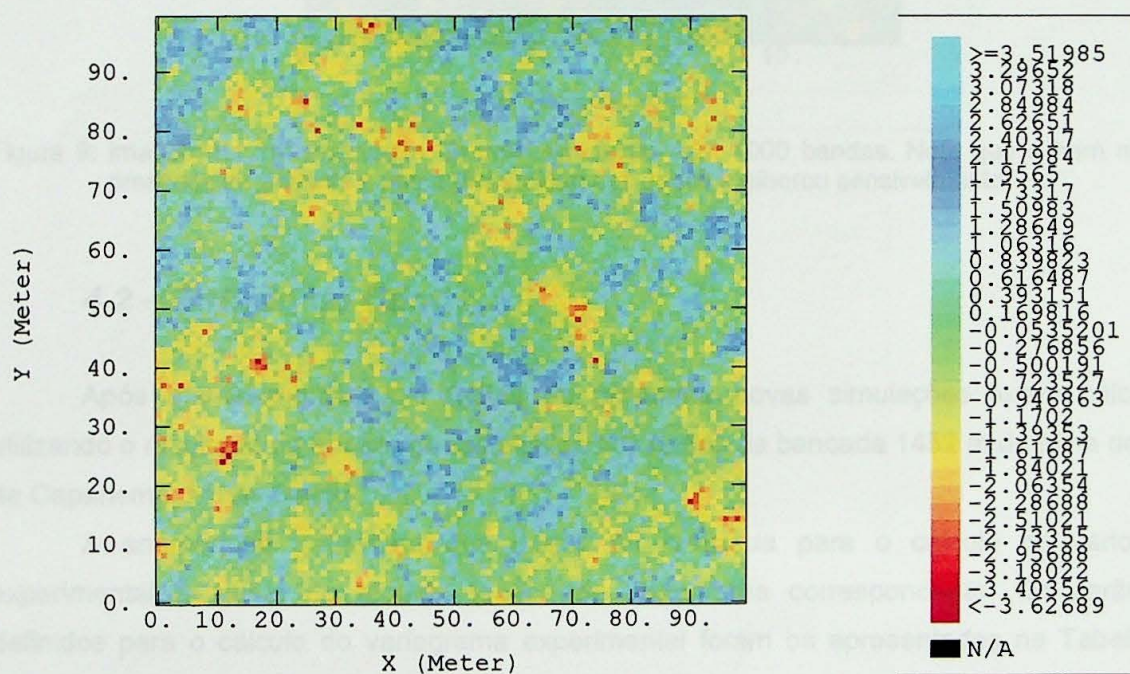


Figura 8: imagem referente a 20ª realização de uma simulação no Isatis, com 15 bandas. Note que houve redução na presença de alinhamentos e agrupamentos de pixels com valores extremos (*artifacts*), mostrando que apesar da mesma quantidade de bandas esta imagem é mais representativa que a da Figura 8.

Uma quinta simulação foi realizada no Isatis, agora utilizando mil bandas (Figura 9). O resultado foi muito satisfatório, pois a imagem produzida pela 20ª realização não apresentou *artifacts*.

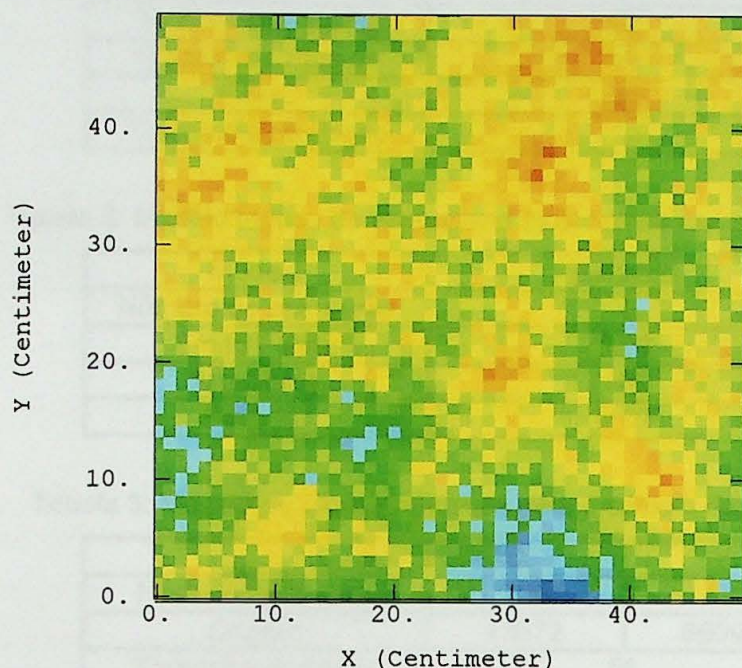


Figura 9: imagem da 20ª realização de uma simulação com 1000 bandas. Note que é bem menor a presença de *artifacts* e que a distribuição dos dados melhorou sensivelmente.

4.2 – Estudo de Caso

Após a implementação e testes do programa novas simulações foram calculadas utilizando o resultado da análise geoestatística dos dados da bancada 1452 m da Mina de Ferro de Capanema, Minas Gerais.

A anamorfose gaussiana dos dados foi realizada para o cálculo do variograma experimental e ajuste do modelo teórico de variograma correspondente. Os parâmetros definidos para o cálculo do variograma experimental foram os apresentados na Tabela 1. A Tabela 2 mostra os parâmetros do modelo de variograma teórico ajustado ao variograma experimental e a Tabela 3 é a malha regular gerada para realizar a simulação. A Figura 10 é o variograma experimental e seu respectivo modelo ajustado.

Tabela 1: Parâmetros utilizados no cálculo do variograma experimental.

Número de direções	1
Direção	0°
Tolerância Angular	90°
Número de Passos	10
Passo	30
Tolerância do Passo	15

Tabela 2: Modelo teórico de variograma ajustado ao variograma experimental

Modelo	Esférico
Número de estruturas	1
Efeito Pepita	0.38
Amplitude	100
Patamar	0,92

Tabela 3: Modelo de blocos realizado para o cálculo da simulação

	X	Y
Número de blocos	33	40
Origem	43672	66092
Tamanho do bloco	56	

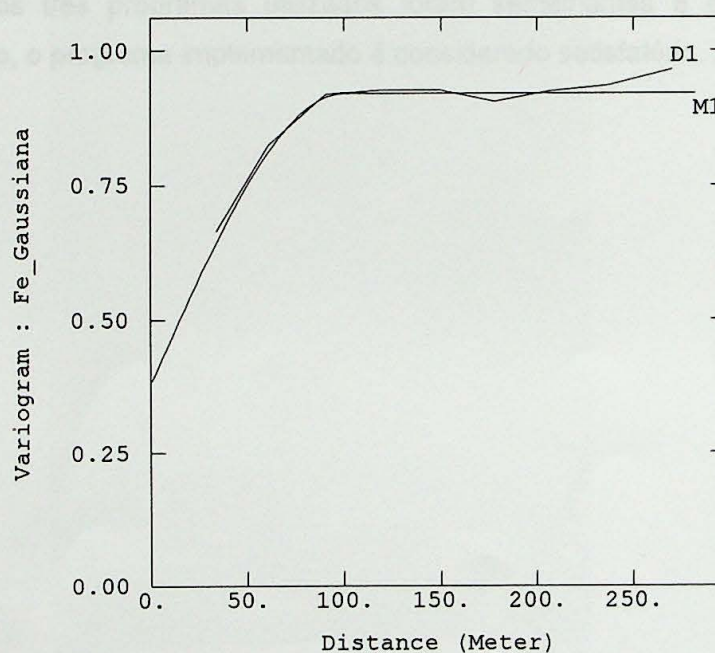


Figura 10: Modelo de variograma ajustado ao variograma experimental.

As realizações resultantes da simulação, que são apresentadas nas figuras 11, 12 e 13, foram calculadas no programa implementado neste trabalho, no GSLib e no Isatis respectivamente. Como pode ser observado nessas imagens, a média das simulações, o resultado é suavizado e os limites de máximo e mínimo da distribuição não alcançam os mesmos valores do resultado da transformação gaussiana dos dados, respectivamente +3.8 e -3.8. A média destes resultados é compatível com o valor de média de uma distribuição gaussiana normal. A variância neste caso é baixa, com valor em torno de zero. Esse comportamento da variância pode ser explicado pelo Teorema do Limite Central: a variância da distribuição composta pelas n médias amostrais é igual à variância populacional dividida pelo tamanho (ou quantidade) das amostras coletadas (Davis, 1986). Neste caso em que a variância populacional é unitária (simulamos uma distribuição $N[0,1]$), a variância deve ser baixa, em torno de $\frac{1}{50}$, pois cada realização é considerada como uma amostra.

Os resultados médios obtidos com os três programas, GSLib, Isatis e o programa implementado, apresentam estatísticas muito semelhantes, onde a média está próxima a zero. Os valores de mínimo e máximo são semelhantes nos três resultados, em torno de ± 0.4 , como pode ser observado nas figuras 14, 15 e 16, em que são apresentados os histogramas e as estatísticas referentes à distribuição da média de cada simulação. Como as estatísticas dos resultados dos três programas utilizados foram semelhantes e a forma das distribuições também o são, o programa implementado é considerado satisfatório.

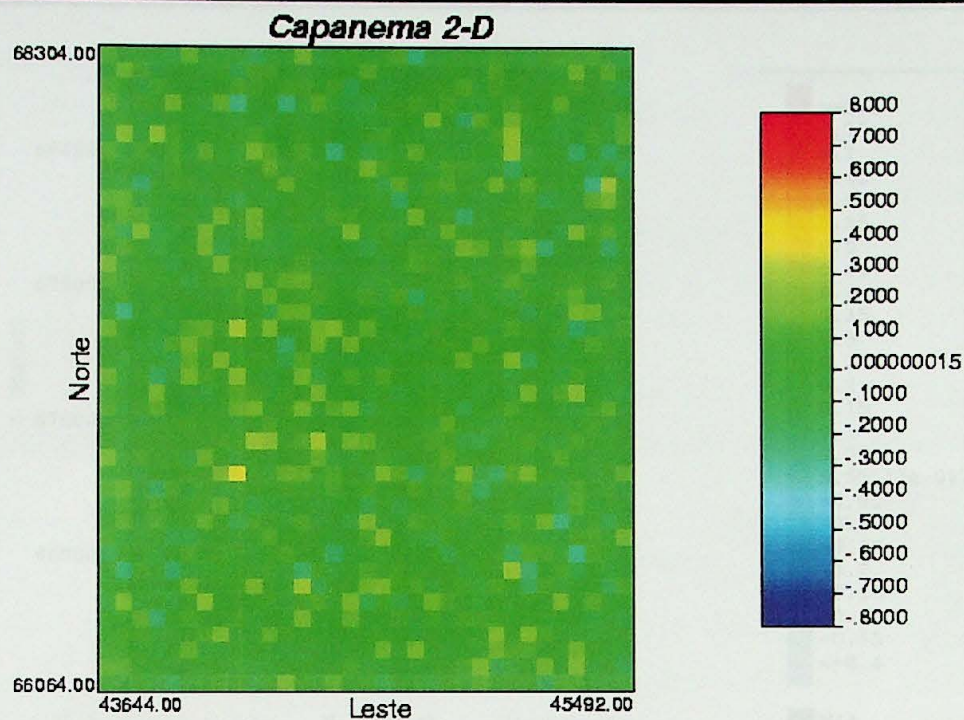


Figura 11: Média das simulações dos dados de Fe da bancada 1452 da mina de Ferro de Capanema – MG, realizada no **programa implementado neste trabalho**.

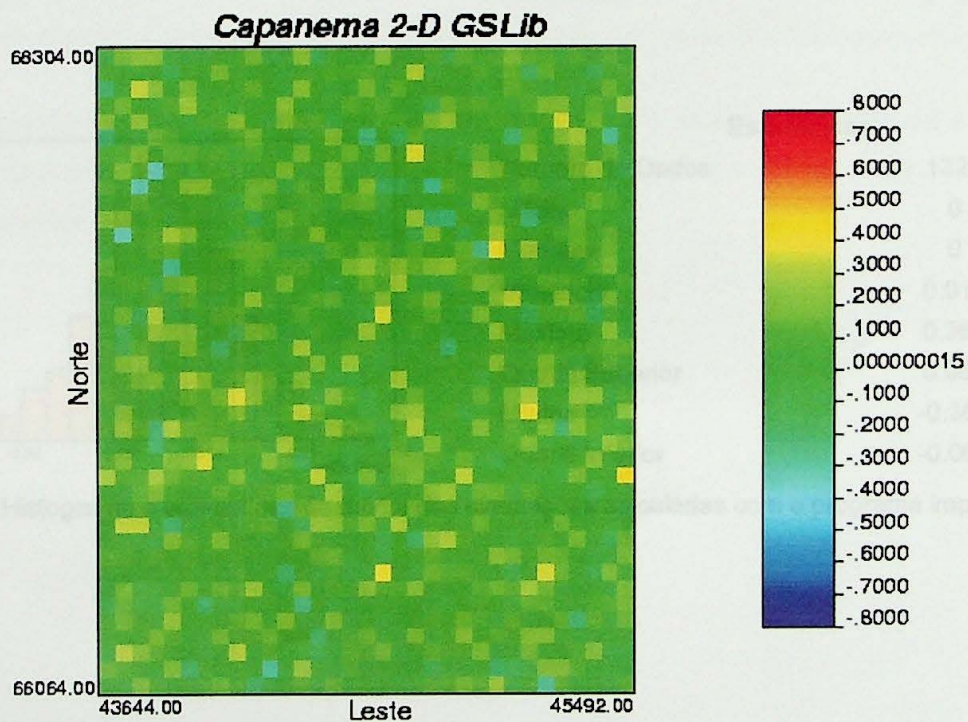


Figura 12: Média das simulações dos dados de Fe da bancada 1452 da mina de Ferro de Capanema – MG, realizada no programa **GSLib**.

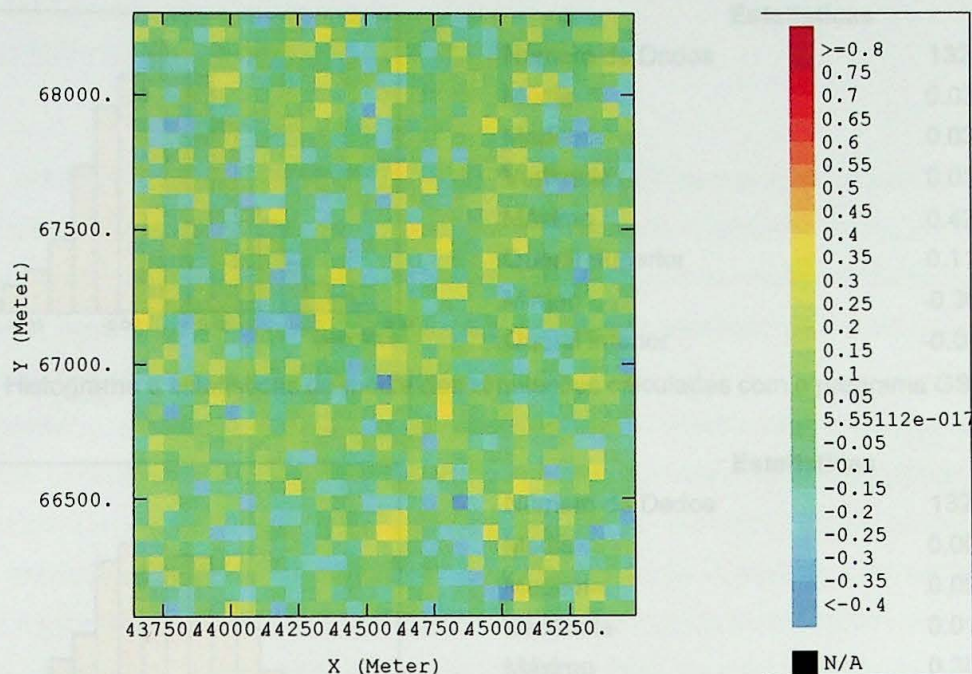
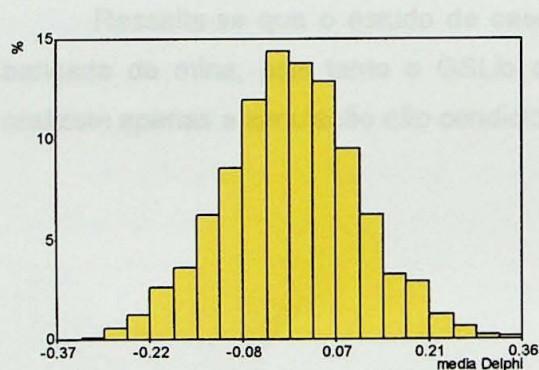


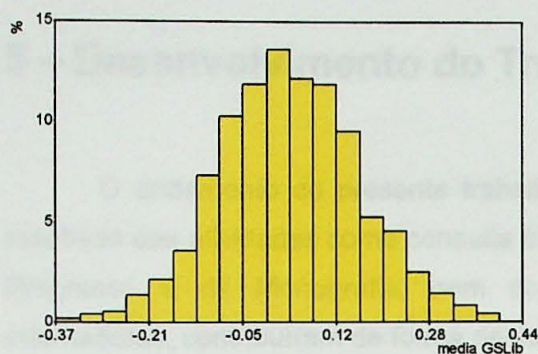
Figura 13: Média das simulações dos dados de Fe da bancada 1452 da mina de Ferro de Capanema – MG, realizada no programa **Isatis**.



Estatísticas

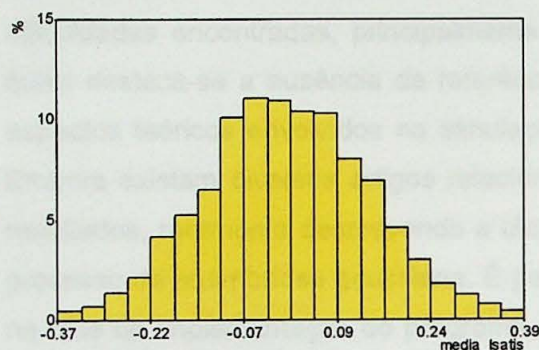
Número de Dados	1320
Média	0
Mediana	0
Variância	0.010
Máximo	0.361
Quartil Superior	0.066
Mínimo	-0.369
Quartil Inferior	-0.067

Figura 14. Histograma e estatísticas da média das simulações calculadas com o programa implementado



Estatísticas	
Número de Dados	1320
Média	0.034
Mediana	0.030
Variância	0.014
Máximo	0.439
Quartil Superior	0.114
Mínimo	-0.368
Quartil Inferior	-0.048

Figura 15. Histograma e estatísticas da média das simulações calculadas com o programa GSLib



Estatísticas	
Número de Dados	1320
Média	0.002
Mediana	0.001
Variância	0.017
Máximo	0.389
Quartil Superior	0.092
Mínimo	-0.370
Quartil Inferior	-0.089

Figura 16. Histograma e estatísticas da média das simulações calculadas com o programa Isatis

Ressalta-se que o estudo de caso utilizou apenas o modelo de variância espacial da bancada da mina, pois tanto o GSLib quanto o programa desenvolvido para este trabalho realizam apenas a simulação não condicional.

As atividades realizadas no período são apresentadas na tabela 4.
Tabela 4. Atividades realizadas no período de desenvolvimento do programa modelo de simulação.

	01	04	05	06	07	08	09	10	11
Modelagem do Problema									
Modelagem do Algoritmo									
Implementação do Programa									
Testes do Programa									
Estudo de Caso									

5 – Desenvolvimento do Trabalho

O andamento do presente trabalho de formatura foi bastante satisfatório, visto que o resultado das atividades como consulta bibliográfica, redação do Projeto Inicial, do Relatório de Progresso e da Monografia, bem como o trabalho desenvolvido juntamente com os orientadores, contribuíram de forma decisiva não apenas na evolução do trabalho, mas também no desenvolvimento técnico e acadêmico do aluno.

Mesmo o trabalho tendo se desenvolvido conforme o esperado é válido citar algumas dificuldades encontradas, principalmente até a redação do relatório de progresso, dentre as quais destaca-se a ausência de referências específicas na literatura, principalmente sobre os aspectos teóricos envolvidos na simulação estocástica, sobre o método de bandas rotativas. Embora existam diversos artigos relacionados, os autores geralmente apresentam apenas os resultados, raramente descrevendo a técnica utilizada. Essa mesma dificuldade é aplicável ao processo de anamorfose gaussiana. É pertinente comentar a dificuldade encontrada pelo aluno na fase de implementação do programa, que demandou mais tempo que o previsto no projeto inicial e no relatório de progresso. Esse atraso foi devido à dificuldade no entendimento da linguagem de programação FORTRAN, já que esse foi o primeiro contato do aluno com esta linguagem. A incompatibilidade de comandos de compartilhamento de memória, precisão e declaração de variáveis entre as linguagens FORTRAN e DELPHI também foram fatores que dificultaram a depuração do programa.

As atividades realizadas no período são apresentadas na tabela 4.

Tabela 4. Atividades realizadas no período de desenvolvimento do presente trabalho de formatura.

Mês Etapa	03	04	05	06	07	08	09	10	11
Levantamento Bibliográfico	●	●	●	●		●			
Análise do Algoritmo		●	●	●		●			
Implementação do Programa				●		●			
Redação de Relatório					●			●	●
Estudo de Caso							●	●	

6 – Resultados Obtidos

O método de simulação estocástica por bandas rotativas mostrou-se bastante eficiente na simulação não condicional, principalmente no tempo de processamento para as malhas simuladas. As imagens geradas com o GSLib apresentaram *artifacts*, que provavelmente são resultado da quantidade limitada de bandas utilizadas na simulação, fruto do princípio geométrico utilizado pelo algoritmo. As bandas, segundo Journel & Huibregts (1978), são geradas pela união dos pontos médios de dois limites opostos de um icosaedro regular, estes autores citam ainda, que esta aproximação é suficiente para a reprodução da covariância tridimensional por N covariâncias unidimensionais. Segundo os autores 15 bandas produzem uma aproximação compatível com resultado esperado do método para aplicações em mineração. Porém como pôde ser visto na Figura 7 o problema dos *artifacts* não é solucionado a contento, pois estes são presentes na simulação com 15 bandas. Este revés é atenuado quando se realiza a transformação reversa da variável gaussiana (Figura 17).

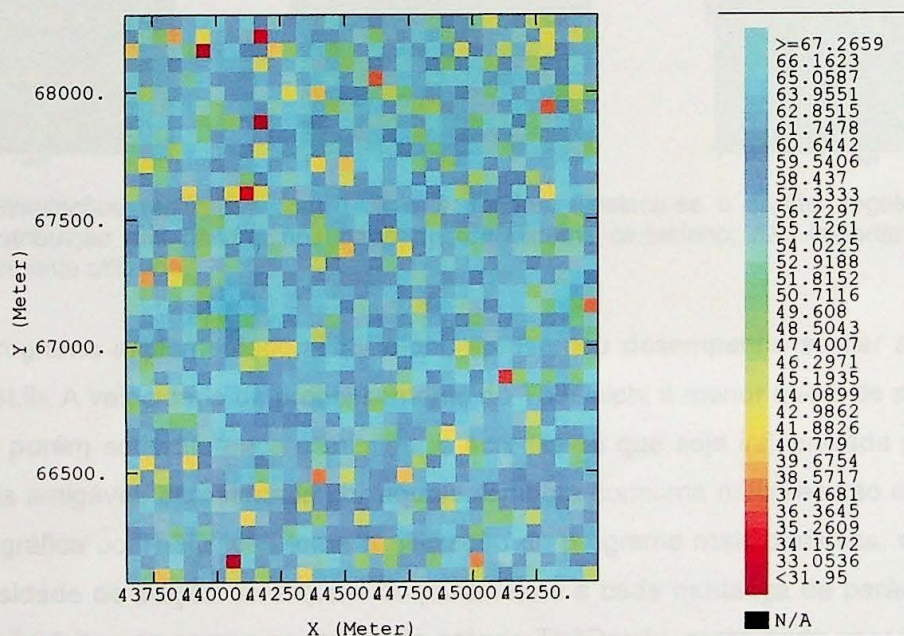


Figura 17: 20ª. Realização da simulação por bandas rotativas calculado no Isatis.

O programa implementado durante o trabalho apresentou resultado satisfatório quando comparado ao programa original (GSLib), tanto nas imagens geradas quanto na velocidade de

processamento, apesar de exigir mais recurso computacional que o GSLib. Esse maior consumo de recurso se deve a interface mais elaborada para ambiente WindowsTM.

Quando comparado ao programa comercial de geoestatística, Isatis, o programa implementado neste trabalho apresentou desempenho pouco satisfatório, pois com o mesmo número de bandas (15 bandas) a simulação no Isatis apresentou menos *artifacts* que no programa implementado. Esse resultado é fruto dos diferentes princípios geométricos envolvidos na simulação no GSLib e no Isatis. Como já foi citado anteriormente, o GSLib utiliza um poliedro de 20 faces, que limita as possíveis orientações das bandas, enquanto no Isatis a origem das linhas é centrada em uma esfera unitária, proporcionando uma simulação verdadeiramente n-dimensional. Um exemplo disto está mostrado na Figura 8, onde pode-se ver que embora as bandas estejam bem marcadas sua direção varia no espaço, o que não acontece no programa GSLib onde as bandas seguem orientações predefinidas, como pode ser visto na Figura 18.

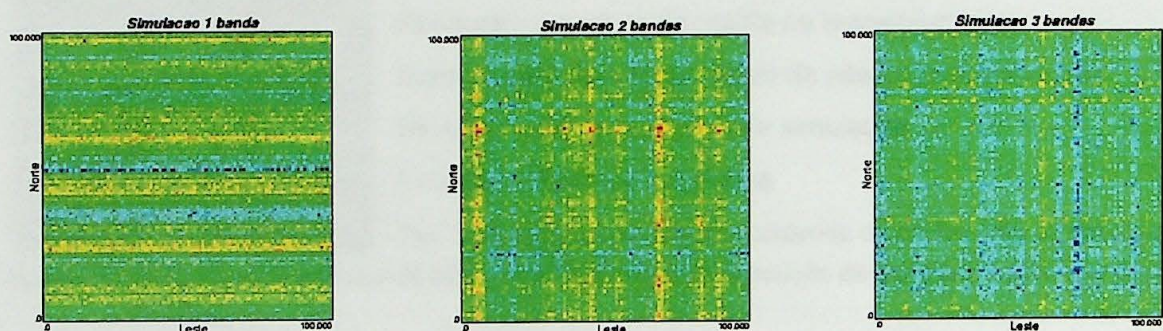


Figura 18: Simulações realizadas com 1, 2 e 3 bandas. Destaca-se o caráter regular da distribuição das bandas nos eixos de um sistema cartesiano, não importando a semente utilizada.

O programa implementado, Tb3Delphi, apresentou desempenho similar ao do módulo Tb3d do GSLib. A velocidade de processamento do Tb3Delphi é menor que a de seu similar em FORTRAN, porém esta diferença é mínima, e acredita-se que seja influenciada pela interface gráfica, mais amigável, apresentada por aquele. Embora consuma mais recurso computacional, a interface gráfica do Tb3Delphi, torna a utilização do programa mais dinâmica, dado que não há a necessidade de edição do arquivo de parâmetros a cada mudança de parâmetros. Estas alterações são feitas *on screen* na janela do próprio Tb3Delphi, como pode ser visto na Figura 19. O único arquivo que deve ser criado é o do modelo de variograma que servirá como referência de variância espacial a ser reproduzida, conforme pode ser visto na Figura 20.

TB3Delphi

Arquivo

Semente: 13695 N° de Realizações: 50

N° de Estruturas: 2

Arquivo de Parâmetros: []

Arquivo de Saída: TB3Delphi.out

Características da Malha

X mínimo	Abertura	N° de Nós
0	28	100
Y mínimo	Abertura	N° de Nós
0	28	100
Z mínimo	Abertura	N° de Nós
0	13	13

Simula Finalizar

Parâmetros do Programa

Arquivo - Abertura do arquivo de parâmetros e fecha o programa

Semente - Semente aleatória

N de Realizações - Numero de realizações da simulação.

N de Estruturas - Num. de estruturas do modelo de variograma

Arquivo de Parâmetros - Exibe o nome do arquivo de parâmetros

Arquivo de Saída - Nome do arquivo em que a saída será escrita

X mínimo - Menor valor do eixo Leste-Oeste

Y mínimo - Menor Valor do Eixo Norte-Sul

Z mínimo - Menor valor do eixo Vertical

Abertura - Abertura da malha no respectivo eixo

Numero de Nós - Quantidade de nós no respectivo eixo

Simula - Inicia o processo de simulação

Finalizar - Fecha o programa

Obs. é necessário um arquivo contendo os parâmetros do variograma.

Figura 19: Print screen da janela do programa Tb3Delphi e a descrição de cada parâmetro que deve ser definido.

tb3delphi.par - WordPad

File Edit View Insert Format Help

0.2				
1	5.0	0.4		
0.0	0.0	0.0	1.0	1.0
1	15.0	0.4		
0.0	0.0	0.0	1.0	1.0

Arquivo de Parâmetros de Variograma

1				
2	3	4		
5	6	7	8	9

- 1 - Efeito pepita
- 2 - Tipo de estrutura
- 3 - Amplitude da estrutura
- 4 - Variância espacial da estrutura
- 5 - Anisotropia
- 6 - Anisotropia
- 7 - Angulo 1
- 8 - Angulo 2
- 9 - Angulo 3

Figura 20: Arquivo com o modelo de variograma.

8 – Conclusões

Os métodos de simulação estocástica quando comparado com os métodos de estimativa, como o mais conhecido da indústria, a krigagem, apresenta vantagens e desvantagens. Entre as desvantagens da simulação estocástica pode-se citar a maior exigência de recursos computacionais, embora esta carência não seja mais tão evidente atualmente.

Ao contrário de um mapa gerado por krigagem, uma realização calculada por simulação estocástica, mesmo condicional, não possui precisão local. Esta característica se deve ao caráter estocástico da simulação, pois o condicionamento garante apenas que os valores em locais amostrados serão atribuídos àquele local na simulação, enquanto na krigagem, o valor estimado em um ponto não amostrado será dependente dos valores amostrados presentes em sua vizinhança.

Apesar dos métodos de simulação estocástica não possuírem precisão local, como a krigagem, as realizações calculadas por simulação estocástica preservam as estatísticas globais do domínio.

Uma das principais características da simulação estocástica, o cálculo de n realizações equiprováveis, pode ser considerado tanto vantagem quanto desvantagem. O aspecto negativo dessa característica é como tratar as imagens geradas, uma vez que se espera um único resultado, um único mapa, para ser utilizado como base para o planejamento a curto e médio prazo. A vantagem de possuir diversas “realidades” equiprováveis é a possibilidade de calcular a variância e conseqüentemente o erro em um determinado ponto simulado, característica esta que a krigagem não possui.

As estimativas por krigagem apresentam suavização inversamente proporcional à densidade de dados, essa proporcionalidade é decorrência do condicionamento da estimativa por krigagem. Esse efeito não está presente na simulação estocástica, pois a simulação condicional por Bandas Rotativas é resultado da soma da krigagem dos dados reais a um erro aleatório (veja o item 6 do capítulo 3.4).

9 – Referências Bibliográficas

- ARMSTRONG, M. 1998. *Basic linear geostatistics*. 1 ed. Berlim, Springer. 153 p.
- BUBENICECK, L. & HAAS, A. 1969. Method of calculation of the iron ore reserves in the Lorraine deposit. In: The decade of digital computing in the mineral industry. New York. The American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers, Inc. P.179-210;
- CHAMBERS R. L. 1994. 1 ed. *Stochastic modeling and geostatistics*. Oklahoma, The American Association of Petroleum Geologists. p.19-20.
- CHILES, J.P; DELFINER P. 1999. *Geostatistics Modeling Spatial Uncertainty*. New York. John Wiley & Sons. 695 p.
- DAVIS, J.C. 1986. *Statistics and data analysis in geology*. New York, John Wiley. 550p.
- DEUTSCH C. V.; JOURNAL, A. G. 1992. *GSLIB – Geostatistical software library and user's guide*. 1 ed. New York, Oxford University Press. 340 p.
- DEUTSCH C. V.; JOURNAL, A. G. 1996. *GSLIB – Geostatistical software library and user's guide*. 2 ed. New York, Oxford University Press. 360 p.
- INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS DO EST. DE SÃO PAULO – IPT. 1989. Estudo e implementação de novas técnicas e desenvolvimento de programas em geostatística: aplicações em geologia. São Paulo, IPT. 98p. (Relatório 27.799)
- JOURNAL, A. G.; HUIJBREGTS, Ch. J. 1978. *Mining geostatistics*. 1 ed. New York, Academic Press. 600 p.
- JOURNAL, A.G., 1989. *Fundamentals of Geostatistics in Five Lessons*. Washington. American Geophysical Union. 40p.

- JOURNAL, A. G. 1994. Geostatistic and reservoir geology in: YARUS, J.M. & CHAMBERS, R.L, 1994. Stochastic Modeling and Geostatistics – Principles, Methods and Case Studies. AAPG – Computer Applications in Geology (3).
- LANDIM, P.M.B., 1997; *Análise Estatística de Dados Geológicos*. São Paulo. Editora Unesp. 226 p.
- MATHERON, G., 1971; *The theory of regionalized variables*. Paris ENSMP. 212 p.
- OLEA, R.A., 1991; *Geostatistical Glossary and Multilingual Dictionary*, Oxford University Press. 177p.
- OLEA, R.A., 1999; *Geostatistics for engineers and earth scientists*. 1 ed. Massachsetts, Kluwer Academic Publishers. 303 p.
- REMACRE, A. Z.; CARVALHO, R. M. 1998. *Curso de simulação geoestatística*. São Paulo, EDUSP. 27 p. (Apostila de Curso)
- ROCHA, M. M.; YAMAMOTO, J. K. 2001. *Método alternativo de classificação de Recursos/Reservas minerais com base em conceitos estatísticos probabilísticos aplicado a um estudo de caso na Mina de São Vicente, MT*. São Paulo. 44 p. (Relatório Científico).
- TORCAL, F.; POSADAS, A.M.; CHICA, M. 1999. Application of conditional geostatistical simulation to calculate the probability of occurrence of earthquakes belonging to a seismic series. *Geophysics Journal*. 139. p703-725.
- YAMAMOTO, J.K. 2002. *2º Curso de geoestatística aplicada*. São Paulo. 76 p. (Apostila de Curso).

São Paulo, 14 de novembro de 2003

Jorge Watanabe