

LUCAS BORGES DE ARAUJO ROSA

**Tomada de decisão na diversificação de carteiras em cenário de
crise direcionada aos pequenos investidores brasileiros usando
fronteira eficiente**

Monografia apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para a obtenção de Título de Especialista
em Engenharia Financeira – MBA-USP.
Orientador: Prof. Danilo Figueiredo

São Paulo
2017

m2017

Ficha Catalográfica

ROSA, L. B. A. Tomada de decisão na diversificação de carteiras em cenário de crise direcionada aos pequenos investidores brasileiros usando fronteira eficiente. 44 f. Monografia (MBA-USP – Engenharia Financeira)

~
Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

AGRADECIMENTOS

Agradeço todos os professores e colaboradores da Escola Politécnica da USP e em especial ao professor e orientador Danilo Figueiredo, por aceitar e acompanhar a elaboração deste trabalho desde o início.

Agradeço também aos meus familiares por toda base concedida durante o tempo de estudo que foi muito importante na minha vida.

Por fim e não menos importante, aos meus grandes amigos do grupo Polidogs que juntos dedicaram horas aos estudos na elaboração das atividades e projetos propostos durante o curso.

RESUMO

O estudo em questão tem como objetivo mostrar a aplicação da Teoria do Portfólio – fronteira eficiente, elaborada em 1952 por Harry Markowitz a um momento muito delicado para os pequenos investidores brasileiros diante da atual crise econômica. Para isso, a escolha dos ativos para compor sua carteira e atender suas expectativas, será definida pela fronteira eficiente deixando assim, a crise a seu favor obtendo o melhor rendimento do capital aplicado. Após a escolha dos ativos que serão citados neste trabalho, buscou-se notar se o modelo serviria como ferramenta de auxílio e apoio ao pequeno investidor que busca se proteger dos riscos existentes no cenário de crise econômica. Por meio do presente estudo, foi possível constatar que com a aplicabilidade da teoria de média-variância, é possível obter carteiras ótimas que buscam o melhor retorno exposto ao menor risco, atendendo assim as expectativas do investidor, de forma que as decisões tomadas de forma inteligente e em cenário de crise, podem trazer uma maximização do capital aplicado. Como será visto neste trabalho, mesmo com as limitações da fronteira eficiente, quando existem ativos de câmbio devido às incertezas, pode-se comprovar que a diversificação da carteira usando a fronteira eficiente, proporciona um aumento do retorno esperado deixando o risco a níveis iguais ou menores que o risco individual de cada ativo, conforme o cenário exposto.

Palavras-chave: 1. Fronteira Eficiente 2. Crise econômica 3. Teoria de Markowitz 4. Diversificação de carteira. 5. Carteira de investimento.

ABSTRACT

This study aims to show the application of Portfolio Theory - Efficient Frontier Portfolio in 1952 by Harry Markowitz at a very delicate time for Brazilian small investors in the current economic crisis. For this, the choice of assets to compose their portfolio and meet their expectations will be defined by the Frontier Efficient thus leaving the crisis in their favor obtaining the best return on capital applied. After choosing the assets that will be cited in this study, it was sought to note if the model would serve as a tool to help and support small investors seeking to protect themselves from the risks in the economic crisis scenario. Through the present study, it was possible to verify that with the applicability of the theory average-variance, it is possible to obtain great portfolios that seek better return exposed to the lowest risk, thus meeting the investor's expectations, so that decisions made intelligently and in a crisis scenario, can bring about a maximization of applied capital. As will be seen in this work, even with the limitations of the efficient frontier, when there are foreign exchange assets due to uncertainties, it can be shown that portfolio diversification using the Efficient Frontier provides an expected return increase leaving the risk at levels equal or Smaller than the individual risk of each asset, according to the exposed scenario.

Keywords: 1. Efficient frontier 2. Economic crisis 3. Markowitz theory 4. Portfolio diversification. 5. Investment portfolio.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 — LINHA DO TEMPO COM AS PRINCIPAIS CRISES	15
Figura 2 — LINHA DE COMPENSAÇÃO ENTRE RISCO E RETORNO	24
Figura 3 — FRONTEIRA EFICIENTE	26
Figura 4 — FRONTEIRA EFICIENTE PARA CENÁRIO SEM CRISE E COM ATIVOS BÁSICOS	28
Figura 5 — FRONTEIRA EFICIENTE PARA CENÁRIO SEM CRISE E COM ATIVO OFFSHORE	30
Figura 6— COMPARATIVO DAS FRONTEIRAS EFICIENTES PARA OS CENÁRIOS SEM CRISE.....	31
Figura 7— FRONTEIRA EFICIENTE PARA CENÁRIO COM CRISE E COM ATIVOS BÁSICOS	32
Figura 8— FRONTEIRA EFICIENTE PARA CENÁRIO COM CRISE E COM ATIVO OFFSHORE	33
Figura 9— COMPARATIVO DAS FRONTEIRAS EFICIENTES PARA OS CENÁRIOS COM CRISE.....	34

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 — Descrição dos ativos financeiros.....	17
Tabela 2 — Matriz de covariância com ativos básicos e no período sem crise	20
Tabela 3 — Matriz de covariância com ativo offshore e no período sem crise	21
Tabela 4 — Matriz de covariância com ativos básicos e no período com crise	21
Tabela 5 — Matriz de covariância com ativo offshore e no período com crise	21
Tabela 6 — Resultado do modelo de média variância para 10 carteiras de mínima variância em cenário sem crise e com ativos básicos.....	28
Tabela 7 — Resultado do modelo de média variância para 10 carteiras de mínima variância em cenário sem crise e adição do ativo offshore	29
Tabela 8 — Resultado do modelo de média variância para 10 carteiras de mínima variância em cenário com crise e com ativos básicos.....	32
Tabela 9 — Resultado do modelo de média variância para 10 carteiras de mínima variância em cenário com crise e adição do ativo offshore	33
Tabela 10 — Retorno do fechamento em 1 mês em moeda local (R\$).....	39

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	JUSTIFICATIVA.....	11
1.2	OBJETIVOS.....	12
1.2.1	Objetivos Específicos.....	12
1.3	CENÁRIO BRASILEIRO	12
2	CRISE ECONÔMICA.....	14
3	METODOLOGIA.....	16
3.1	ATIVOS FINANCEIROS	16
3.2	CÁLCULOS	19
3.2.1	Retorno	19
3.2.2	Matriz de Covariância	20
3.2.3	Variância.....	22
3.3	RELAÇÃO ENTRE RISCO-RETORNO	24
3.4	CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA GLOBAL	25
3.5	FRONTEIRA EFICIENTE	26
4	RESULTADOS	28
4.1	CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA EM CENÁRIO SEM CRISE E COM ATIVOS BÁSICOS.....	28
4.2	CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA EM CENÁRIO SEM CRISE E COM ADIÇÃO DE UM ATIVO OFFSHORE	29
4.3	RESULTADO DO COMPARATIVO DAS FRONTEIRAS EFICIENTES PARA OS CENÁRIOS SEM CRISE	30
4.4	CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA GLOBAL EM CENÁRIO COM CRISE E COM ATIVOS BÁSICOS	31
4.5	CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA EM CENÁRIO COM CRISE E COM ADIÇÃO DE UM ATIVO OFFSHORE	33
4.6	RESULTADO DOS COMPARATIVOS DAS FRONTERIAS EFICIENTES PARA CENÁRIOS COM CRISE	34
5	CONCLUSÃO.....	35

REFERÊNCIA BIBLIOGRAFICA.....37

APÊNDICE A – DADOS DE RETORNO.....39

1 INTRODUÇÃO

Na presente monografia é apresentado um estudo que pode servir como direcionamento para a tomada de decisão de pequenos investidores, tendo em vista o atual cenário econômico em que há uma crise instalada no país por fatores internos, principalmente políticos, em conjunto com fatores externos que serão brevemente relatados nesse estudo. Diante desse cenário, utilizaremos um embasamento científico proposto por Harry Markowitz (1959) e que permite a construção da fronteira eficiente a partir do modelo de média-variância. Este modelo considera os retornos de alguns ativos pré-selecionados e a associada matriz de covariâncias que em conjunto permitem obter carteiras são alternativas de investimento capazes de prover as relações entre risco e retorno mais vantajosas ao investidor. A implementação computacional do modelo, usando a solução analítica para o problema de média-variância, será feita no software MS Excel.

A seleção dos ativos disponíveis para investimento foi feita com base no comportamento destes ativos no período analisado ou por serem ativos muito procurados pelos investidores. Vale destacar que o comportamento de determinados índices ou ativos podem sofrer alterações, pois não é possível ter exatidão no comportamento futuro, de seus retornos tendo como informação apenas seu comportamento no passado. Apesar disso, entende-se que o comportamento passado dos retornos nos traz informação relevante sobre os ativos, por isso, a análise realizada nesta monografia tem como base dados históricos.

Analisando os trabalhos disponíveis na literatura, podemos perceber que a grande maioria leva em consideração aqueles investimentos ou ativos nacionais mais procurados como títulos de renda fixa, o Ibovespa, CDI, títulos atrelados à inflação e alguns fundos multimercado. Isso se deve à existência de algumas restrições regulatórias no país que acabam restringindo os debates sobre alocação eficiente para os investidores locais, tanto indivíduos quanto institucionais, em carteiras globais.

Existe um ditado no mercado que diz: "Não devemos colocar todos os ovos numa mesma cesta", e esse ditado destaca a importância da diversificação para a redução do risco de uma carteira a níveis menores que dependem da correlação entre os ativos daquela carteira.

Estudos mostram que as altas taxas de juros nominais reais, que já fazem parte da história financeira do Brasil, ajudam a explicar a aversão de alguns investidores na incorporação de ativos internacionais às carteiras de investimento buscando diversificação. Como as taxas de juros brasileiras (nominais e reais) estão caminhando para níveis globais, já podemos ver os benefícios de acrescentar ativos *offshore* (internacionais) às carteiras dos investidores brasileiros.

A partir do atual cenário de crise econômica no Brasil e do contexto internacional, surgem diversas questões sobre a alocação de recursos por parte de pequenos investidores: "Investimentos durante períodos com e sem crises econômicas geram resultados financeiros distintos?"; "A inclusão de ativos adicionais à disposição para investimento, que tipicamente recebem pouca atenção dos pequenos investidores, altera significativamente os resultados financeiros obtidos por estes investidores?"; "Caso a inclusão destes ativos ocorra em períodos com e sem crise, como muda o resultado obtido por estes investidores?". O presente trabalho busca responder a essas questões sob o prisma da relação risco-retorno, utilizando como ferramentas fundamentais o modelo de média-variância e a resultante fronteira eficiente.

No capítulo 2 desse trabalho será apresentada uma breve análise do cenário brasileiro que motivou a elaboração desse estudo e também uma breve descrição das principais crises financeiras que impactaram o mundo. No capítulo 3 será apresentada a metodologia utilizada nesta monografia. O capítulo 4 mostrará os resultados obtidos após a aplicação do modelo e no capítulo 5 serão discutidas as conclusões finais do estudo realizado.

1.1 JUSTIFICATIVA

Este trabalho justifica-se pela aplicabilidade em uma situação real que servirá como alternativa para auxiliar investidores na tomada de decisão ao se deparar com cenários de crise.

1.2 OBJETIVOS

Esse estudo busca, de uma forma geral, analisar o modelo de média-variância desenvolvido por Harry Markowitz e sua aplicabilidade no atual cenário de crise da economia brasileira.

1.2.1 Objetivos Específicos

De maneira mais específica, este trabalho busca: i) descrever a Teoria Moderna de Carteiras; ii) Apresentar aplicações para a fronteira eficiente; iii) mostrar alternativas para os investidores diante da atual crise econômica instalada no país.

1.3 CENÁRIO BRASILEIRO

Durante os últimos anos se tornou evidente o pessimismo diante do cenário econômico nacional, que foi principalmente motivado por impasses políticos que inviabilizaram qualquer tipo de equacionamento dos principais desafios brasileiros. Entre 2015 e 2016, o país passou por um período de transição principalmente quando Joaquim Levy iniciou suas ações em relação ao tema fiscal e tentou retomar a confiança dos investidores estrangeiros no Brasil. Outro fator que teve grande peso foi a investigação da polícia federal denominada "Lava Jato" que teve impacto direto na política e como consequência desestabilizou a economia brasileira devido a sua grande magnitude.

Diante desse cenário, os pequenos investidores começaram a buscar tanto no mercado *onshore* (nacional) quanto no mercado *offshore* (internacional), alternativas para compor suas carteiras que proporcionassem melhores resultados em um cenário com tantas incertezas e instabilidades econômicas na tentativa de deixar a crise a seu favor.

Para montar uma carteira de investimento, busca-se como objetivo inicial o maior retorno possível do capital investido conhecendo os riscos envolvidos e trabalhando-os de forma aceitável. Após analisar a relação entre risco e retorno, o investidor buscará uma estratégia que atenderá suas expectativas tangenciando assim seu perfil no mercado brasileiro ou até mesmo no mercado internacional.

Esses perfis podem variar de acordo com os objetivos que o investidor possui, que são eles: conservador, moderado, arrojado ou agressivo (dinâmico). Para cada tipo de perfil citado, é indicada uma composição para cada tipo de índice que buscará uma aproximação do retorno esperado, mitigar assim ao mesmo tempo, os riscos envolvidos.

A composição da carteira é baseada na Análise de Perfil do Investidor (API) atendendo à regulamentação nacional da CVM 539, que através de uma metodologia já existente, busca ajudar o investidor a identificar o seu perfil e também o melhor fluxo para alocação de seus investimentos em relação a seu conhecimento sobre os produtos de investimentos, situação financeira e objetivos. É dever da instituição financeira verificar, de forma padronizada e sistemática, a adequação do investimento oferecido ao seu investidor, verificando o grau de risco que ele está disposto a aceitar. Portanto, conhecer o perfil do cliente é essencial pois além de atender à legislação vigente o investidor estará sujeito, em vários momentos, a riscos além do esperado ou até mesmo obter retorno inferior ao pretendido e isso poderá gerar uma insatisfação por parte dele ou gerar prejuízos irreversíveis.

Wertheimer (2013) mostra em seu estudo que, apesar da maioria dos investidores brasileiros utilizarem poucos ativos internacionais em suas carteiras, existem ganhos de eficiência para as carteiras de investidores brasileiros ao adicionar ativos internacionais. Os ganhos na eficiência são evidenciados para os diversos perfis de risco, desde o mais conservador ao mais agressivo. Podemos perceber também que, quanto maior o perfil de risco daquela carteira maior será a alocação em ativos internacionais que maximizem a eficiência da carteira.

2 CRISE ECONÔMICA

Para entendermos um pouco mais da atual crise econômica e seus impactos, principalmente quando falamos em finanças dos investidores, precisamos inicialmente definir o que é uma crise. Uma crise financeira ocorre quando um ativo ou uma instituição sofrem uma intensa diminuição do seu valor de forma repentina. Isto pode gerar consequências adversas como, por exemplo, uma queda na produção ou estagnação, diminuição do poder da moeda local entre outras.

Quando analisamos a atual crise no Brasil, percebemos que além da questão econômica existe também a completa falta de credibilidade do governo e sua equipe econômica. Entre 2015 e 2016, o país passou por um período de transição principalmente quando Joaquim Levy iniciou suas ações em relação ao tema fiscal e tentou retomar a confiança dos investidores estrangeiros no Brasil. Podemos dizer que a crise econômica de 2016 tem como principal característica a perda/falta de credibilidade, não só no governo, como também de sua política econômica e a consequência mais marcante disso foi a perda do grau de investimento do Brasil, fazendo com que outras moedas se valorizem diante da moeda local. Claro, existem diversos fatores que influenciam na valorização ou desvalorização de uma moeda, mas vamos analisar os fatos disponíveis até o momento e mostrar como o investidor deve estar atento aos acontecimentos.

Atualmente, podemos perceber que a moeda americana pode apresentar um aumento perante o real, pois o Banco Central Americano pode decidir pela elevação das taxas de juros nos Estados Unidos, fator decisivo que fará os investidores locais ou até mesmo do mundo inteiro buscarem mais segurança, por exemplo, investindo nos títulos públicos americanos. Isso poderia gerar mais um pouco de pressão nas cotações aqui no Brasil (operações de *carry trade*, nas quais investidores captam recursos em países com taxas de juros mais baixas e aplicam em papéis de países com retornos mais atrativos). Além disso, outros fatores para a mudança de foco dos investidores internacionais são a contração da demanda puxada pela desaceleração da China e as eleições para presidência da maior potência mundial. É nesse cenário que o estudo proposto nesta monografia se dá: como a fronteira eficiente usando o modelo de média-variância será útil na análise das carteiras ótimas sem o ativo internacional e com ativo internacional.

Abaixo uma resumida linha do tempo foi desenvolvida para entendermos quais as principais crises fizeram parte da história da economia no mundo:

Figura 1 — LINHA DO TEMPO COM AS PRINCIPAIS CRISES



FONTE: PRÓPRIO AUTOR

3 METODOLOGIA

Markowitz (1952) abordou inicialmente o assunto de média-variância nos anos 50, e posteriormente publicou em seus livros em 1959 e 1987 as ideias que lhe renderam, em 1990, o prêmio Nobel de Economia. Esse modelo é quantitativo e serve como referência para o investidor no momento da decisão de alocar seus recursos nos diferentes ativos financeiros disponíveis no mercado. Essa teoria parte da premissa dos investidores analisarem seu portfólio apenas com base no valor esperado e também na variância das taxas de retorno dentro do período proposto, sendo essas as duas únicas variáveis analisadas para escolha dos ativos. No momento em que o investidor se depara com algumas carteiras que apresentam o mesmo risco, esses optarão em escolher aquela que apresentar maior taxa de retorno, sendo que, de forma análoga, ao se depararem com carteiras de mesmo retorno, escolherão aquela de menor risco. Diante dessa situação, Markowitz desenvolveu a "Teoria Moderna de Carteiras", estabelecendo, entre outros resultados, a fronteira eficiente para carteiras de investimento (COSTA E ASSUNÇÃO, 2006).

Para o estudo proposto nesta monografia iremos calcular a matriz de covariâncias que levará em consideração dois períodos: sem crise (Janeiro/2012 à Dezembro/2014) e com crise (Janeiro/2015 à Dezembro/2016). Esses cenários serão analisados com a inclusão de um ativo *offshore* e será verificado se a inclusão deste ativo proporcionou melhora no retorno das carteiras eficientes, ou seja, se alterou a fronteira eficiente.

3.1 ATIVOS FINANCEIROS

Muitos pensam que na crise não é possível obter grandes ganhos com ativos e que os setores irão apresentar retração reverberando em uma falta de oportunidade e pouco ganho sobre o capital aplicado, principalmente para os pequenos investidores por terem poucos recursos para investimentos. Mesmo com o consumo reduzido, alguns mercados apresentam oportunidades interessantes de investimento, pois com a queda de determinado setor, outro pode ser beneficiado.

Serão considerados como alternativas de investimentos os seguintes ativos: índice Ibovespa, ação PETR4, ETF BOVA11, NTN-B 35, DÓLAR PTAX 800, LFT Acumulado, POUP, OZ1 e T-BOND10.

Tabela 1 — Descrição dos ativos financeiros

Ativos Financeiros	Descrição
IBOV	Índice Ibovespa
PETR4	Petrobrás PN
BOVA11	Ishares BOVA
NTN-B 35	NTNB Principal 15/05/2035
DÓLAR PTAX 800	Indexador da variação cambial
LFT Acumulado	Tesouro Selic 2021
POUP	Poupança
OZ1	Ouro Futuro 250g
T-BOND10	US Treasury Bond 10 anos

Fonte: PRÓPRIO AUTOR

Descrição resumida dos ativos financeiros:

- **Índice Ibovespa:** O objetivo do Ibovespa é ser o indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado de ações brasileiro.
- **PETR4:** É a ação PN da maior empresa estatal do ramo petrolífera brasileiro e tem atividades como: extração, refino, petroquímica, gás-química entre outras.
- **BOVA11:** Tem como índice de referência (benchmark) o Ibovespa, é a opção preferida dos investidores ávidos pela diversificação de ativos. É o principal ETF (*Exchange Traded Funds*) negociado em bolsa atualmente.
- **NTN-B PRINCIPAL 15/05/2035:** A Nota do Tesouro Nacional série B é um título público federal Pós-Fixada cujo vencimento será na data 15/05/2035 com rentabilidade atrelada ao IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo) acrescida de juros definidos no momento da compra. A rentabilidade a ser recebida pelo investidor terá variação até a data de vencimento.
- **DÓLAR PTAX 800:** É a taxa média ponderada de negociação de dólares entre instituições financeiras. A taxa também tem funcionalidade como

indexador da variação cambial, tendo em vista que os contratos de dólar futuro negociados na BM&F Bovespa seguem o valor da Ptax futura. Para operações de câmbio de dólares em outras moedas que não seja o real, também é utilizada a Ptax.

- **LFT Principal 01/03/2021:** A Letra Financeira do Tesouro é um título público pós-fixado, cuja rentabilidade segue a variação da taxa SELIC (Sistema Especial de Liquidação e de Custódia) que é a taxa de juros básica da economia. A remuneração atrelada é dada pela variação da SELIC diária registrada entre a data da compra e a data de vencimento do título, adicionando, se houver, de ágio ou deságio no momento da compra.
- **POUPANÇA:** A caderneta de poupança é o investimento mais procurado pelos pequenos investidores. No Brasil por questões culturais, principalmente para aqueles investidores mais conservadores, a poupança acaba sendo uma alternativa, mas para aqueles que acompanham o mercado podemos notar que a baixa rentabilidade da poupança comparada com outras formas de aplicações tem impulsionado retiradas dessa tradicional forma de investimento no país, retiradas estas que batendo recordes mensais. O rendimento da poupança depende diretamente da SELIC vigente no período de aplicação, de acordo com a regra: Se a taxa Selic tiver valor maior que 8,5% a.a, a poupança terá rendimento de 0,5% a.m + a TR (Taxa Referencial). Agora, se a taxa Selic tiver valor menor ou igual a 8,5% a.a, a poupança terá rendimento equivalente a 70% da taxa Selic vigente no período.
- **OZ1:** São negociados no Mercado BM&F e estabelecem um acordo de compra e venda de 250 gramas de ouro fino. O preço de cada contrato é estabelecido no momento de sua negociação, porém o pagamento apenas ocorre em sua data de vencimento. A procura pelo investimento em ouro intensifica-se em momentos de crise econômica. O valor deste metal está mais relacionado com a aversão e tomada de risco do que com as dinâmicas da oferta e da procura. No Brasil, a cotação de ouro reflete as expectativas do mercado internacional atreladas ao mercado interno e a variação do dólar.

- **T-BOND 10:** Treasury Bond 10 anos é um título emitido pelo governo dos EUA. A taxa de 10 anos do Tesouro é o rendimento ou taxa de retorno que o investidor obtém para investir neste título. Seu rendimento é importante porque é a referência que guia outras taxas de juros. Isso porque a nota de 10 anos do Tesouro, como todos os outros títulos do Tesouro, é vendida em leilão. Portanto, o rendimento indica a confiança que os investidores têm no crescimento econômico.

Após selecionar esses ativos, iremos apresentar o período de análise dos retornos mensais deles. Para os cenários classificados “sem crises”, foram considerados os retornos de Janeiro/2012 à Dezembro/2014. Para os cenários classificados “com crise”, foram considerados os retornos mensais no período de Janeiro/2015 à Dezembro/2016. Os dois cenários possuem duas possibilidades para investimento sendo os ativos financeiros básicos: IBOV, PETR4, BOVA11, NTN-B35, DÓLAR PTAX 800, LFT, POUPANÇA e OZ1. Na segunda simulação adicionamos outro ativo financeiro offshore (internacional), T-BOND10.

Existem diversos outros ativos financeiros de extrema importância ou até mesmo de melhores retornos que poderiam ter sido utilizados nesse estudo, tais como: *hedge funds*, títulos imobiliários, renda fixa, *commodities* entre outros. A inclusão destes ativos poderá ser tratada em estudos futuros.

3.2 CÁLCULOS

Os passos para a obtenção das carteiras eficientes utilizadas nesse estudo seguiram a modelagem e notações apresentadas por Costa e Assunção (2006) e serão apresentados nos itens abaixo.

3.2.1 Retorno

Após selecionar o período para análise dos cenários, foram calculadas as médias dos retornos mensais de cada ativo nos dois períodos selecionados (sem crise e com crise).

$$r = \begin{pmatrix} r_1 \\ \vdots \\ r_n \end{pmatrix} \quad (1)$$

Onde: r_1 e r_n são as médias dos retornos dos ativos da carteira.

$$e = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

3.2.2 Matriz de Covariância

Nessa etapa calculamos a matriz de covariância Σ , com base nas médias dos retornos em (1) dos 8 ativos selecionados para o cenário "sem crise", montamos a matriz de covariância Σ dos retornos mensais dos 9 ativos selecionados para o cenário "sem crise", montamos a matriz de covariância Σ dos retornos mensais dos 8 ativos selecionados para o cenário "com crise" e por fim, montamos a matriz de covariância Σ dos retornos mensais dos 9 ativos selecionados para o cenário "com crise".

$$\Sigma = \text{cov}(r_i, r_j) = E[(r_i - \mu_i)(r_j - \mu_j)] \quad (3)$$

Onde: r_i e r_j são os retornos mensais no período.

De posse de uma série histórica dos retornos, pode-se aplicar (4) em (3) sabendo-se que:

$$\mu_i = E(r_i) \quad (4)$$

Tabela 2 — Matriz de covariância com ativos básicos e no período sem crise

JAN/12 à DEZ/14								
MATRIZ DE COVARIÂNCIA (Σ)								
	IBOV	PETR4	BOVA11	NCNTB35	DOLAR PTAX	LFT Acumulado	POUPANÇA	OZ1
IBOV	0,002988026	0,004900542	0,002952821	0,001236534	-0,00138567	5,38079E-06	3,27543E-06	-0,000118438
PETR4	0,004900542	0,012883574	0,004820463	0,001906484	-0,00230884	-1,22844E-05	-4,90016E-06	-0,000905697
BOVA11	0,002952821	0,004820463	0,002931101	0,001229967	-0,00132291	5,33891E-06	3,50477E-06	-2,54465E-05
NCNTB35	0,001236534	0,001906484	0,001229967	0,00440058	-0,00086407	1,24844E-05	6,42937E-06	-0,000100219
DOLAR PTAX	-0,001385669	-0,00230884	-0,001322906	-0,00086407	0,001356654	3,37535E-06	-1,06433E-06	0,000682727
LFT Acumulado	5,38079E-06	-1,2284E-05	5,33891E-06	1,24844E-05	3,37535E-06	1,6491E-06	2,98973E-07	1,18703E-05
POUPANÇA	3,27543E-06	-4,9002E-06	3,50477E-06	6,42937E-06	-1,0643E-06	2,98973E-07	1,49944E-07	3,95329E-06
OZ1	-0,000118438	-0,0009057	-2,54465E-05	-0,00010022	0,000682727	1,18703E-05	3,95329E-06	0,002357589

FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Tabela 3 — Matriz de covariância com ativo offshore e no período sem crise

JAN/12 à DEZ/14									
MATRIZ DE COVARIÂNCIA (Σ)									
	IBOV	PETR4	BOVA11	NCNTB35	DOLAR PTAX	LFT Acumulado	POUPANÇA	OZ1	US 10-YR
IBOV	0,002988026	0,004900542	0,002952821	0,001236534	-0,00138567	5,38079E-06	3,27543E-06	-0,000118438	-0,000257
PETR4	0,004900542	0,012883574	0,004820463	0,001906484	-0,00230884	-1,22844E-05	-4,90016E-06	-0,000905697	-0,0009807
BOVA11	0,002952821	0,004820463	0,002931101	0,001229967	-0,00132291	5,33891E-06	3,50477E-06	-2,54465E-05	-0,0001537
NCNTB35	0,001236534	0,001906484	0,001229967	0,00440058	-0,00086407	1,24844E-05	6,42937E-06	-0,000100219	-0,0023236
DOLAR PTAX	-0,001385669	-0,00230884	-0,001322906	-0,00086407	0,001356654	3,37535E-06	-1,06433E-06	0,000682727	0,00041218
LFT Acumulado	5,38079E-06	-1,2284E-05	5,33891E-06	1,24844E-05	3,37535E-06	1,6491E-06	2,98973E-07	1,18703E-05	-2,842E-05
POUPANÇA	3,27543E-06	-4,9002E-06	3,50477E-06	6,42937E-06	-1,0643E-06	2,98973E-07	1,49944E-07	3,95329E-06	-1,025E-05
OZ1	-0,000118438	-0,0009057	-2,54465E-05	-0,00010022	0,000682727	1,18703E-05	3,95329E-06	0,002357589	-0,000366
US 10-YR	-0,000256999	-0,00098068	-0,000153708	-0,00232363	0,000412182	-2,84219E-05	-1,0255E-05	-0,000366001	0,00799545

FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Tabela 4 — Matriz de covariância com ativos básicos e no período com crise

JAN/15 à DEZ/16									
MATRIZ DE COVARIÂNCIA (Σ)									
	IBOV	PETR4	BOVA11	NCNTB35	DOLAR PTAX	LFT Acumulado	POUPANÇA	OZ1	
IBOV	0,002988026	0,004900542	0,002952821	0,001236534	-0,00138567	5,38079E-06	3,27543E-06	-0,000118438	
PETR4	0,004900542	0,012883574	0,004820463	0,001906484	-0,00230884	-1,22844E-05	-4,90016E-06	-0,000905697	
BOVA11	0,002952821	0,004820463	0,002931101	0,001229967	-0,00132291	5,33891E-06	3,50477E-06	-2,54465E-05	
NCNTB35	0,001236534	0,001906484	0,001229967	0,00440058	-0,00086407	1,24844E-05	6,42937E-06	-0,000100219	
DOLAR PTAX	-0,001385669	-0,00230884	-0,001322906	-0,000864068	0,001356654	3,37535E-06	-1,06433E-06	0,000682727	
LFT Acumulado	5,38079E-06	-1,2284E-05	5,33891E-06	1,24844E-05	3,37535E-06	1,6491E-06	2,98973E-07	1,18703E-05	
POUPANÇA	3,27543E-06	-4,9002E-06	3,50477E-06	6,42937E-06	-1,0643E-06	2,98973E-07	1,49944E-07	3,95329E-06	
OZ1	-0,000118438	-0,0009057	-2,54465E-05	-0,000100219	0,000682727	1,18703E-05	3,95329E-06	0,002357589	

FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Tabela 5 — Matriz de covariância com ativo offshore e no período com crise

JAN/12 à DEZ/14									
MATRIZ DE COVARIÂNCIA (Σ)									
	IBOV	PETR4	BOVA11	NCNTB35	DOLAR PTAX	LFT Acumulado	POUPANÇA	OZ1	US 10-YR
IBOV	0,002988026	0,004900542	0,002952821	0,001236534	-0,00138567	5,38079E-06	3,27543E-06	-0,000118438	-0,000257
PETR4	0,004900542	0,012883574	0,004820463	0,001906484	-0,00230884	-1,22844E-05	-4,90016E-06	-0,000905697	-0,0009807
BOVA11	0,002952821	0,004820463	0,002931101	0,001229967	-0,00132291	5,33891E-06	3,50477E-06	-2,54465E-05	-0,0001537
NCNTB35	0,001236534	0,001906484	0,001229967	0,00440058	-0,00086407	1,24844E-05	6,42937E-06	-0,000100219	-0,0023236
DOLAR PTAX	-0,001385669	-0,00230884	-0,001322906	-0,00086407	0,001356654	3,37535E-06	-1,06433E-06	0,000682727	0,00041218
LFT Acumulado	5,38079E-06	-1,2284E-05	5,33891E-06	1,24844E-05	3,37535E-06	1,6491E-06	2,98973E-07	1,18703E-05	-2,842E-05
POUPANÇA	3,27543E-06	-4,9002E-06	3,50477E-06	6,42937E-06	-1,0643E-06	2,98973E-07	1,49944E-07	3,95329E-06	-1,025E-05
OZ1	-0,000118438	-0,0009057	-2,54465E-05	-0,00010022	0,000682727	1,18703E-05	3,95329E-06	0,002357589	-0,000366
US 10-YR	-0,000256999	-0,00098068	-0,000153708	-0,00232363	0,000412182	-2,84219E-05	-1,0255E-05	-0,000366001	0,00799545

FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Após calcular as matrizes de covariância dos cenários, definimos as seguintes variáveis:

$$\alpha = e' \Sigma^{-1} e \quad (5)$$

$$\gamma = r \Sigma^{-1} r \quad (6)$$

$$\psi = e \Sigma^{-1} r \quad (7)$$

$$\delta = \alpha \gamma - \psi^2 = (e' \Sigma^{-1} e)(r \Sigma^{-1} r) - (e \Sigma^{-1} r)^2 \quad (8)$$

A solução do problema de média-variância considerando apenas ativos de risco (COSTA e Assunção, 2006, Teorema 2.1) é dada por:

$$\omega = h \mu + g \quad (9)$$

Para se definir a solução de (9), encontra-se as variáveis h e g usando a seguintes fórmulas:

$$h = \frac{\alpha}{\delta} \Sigma^{-1} r - \frac{\psi}{\delta} \Sigma^{-1} e \quad (10)$$

Na variável h , verifica-se que (5), (7) e (8) que devem ser aplicadas em (10).

Usa-se (6), (7) e (8) para obter a variável g .

$$g = \frac{\gamma}{\delta} \Sigma^{-1} r - \frac{\psi}{\delta} \Sigma^{-1} e \quad (11)$$

3.2.3 Variância

A variância nos mostra o distanciamento dos valores observados em relação à média aritmética estudada. Quanto maior a variância, mais dispersos estarão os dados (FONSECA, 2011).

A variância dos retornos de uma carteira é tão importante quanto o retorno na construção de uma carteira, principalmente sob o prisma do binômio risco-retorno. Costa e Assunção (2006, p.6) definem variância de P como:

$$\sigma^2 = \left(\frac{1}{n} \dots \frac{1}{n} \right) (\sigma_1^2 I) \begin{pmatrix} \frac{1}{n} \\ \vdots \\ \frac{1}{n} \end{pmatrix} = n \left(\frac{1}{n} \right)^2 \sigma_1^2 = \frac{1}{n} \sigma_1^2 \quad (12)$$

Em geral, para se ter uma redução na variância (risco) é necessários incluir mais ativos, processo conhecido como diversificação.

FONSECA (2011), ao analisar o trabalho de Markowitz (1952), destacou que a forma de minimizar o risco total de uma carteira é diversificando os ativos e que devem apresentar baixa correlação entre eles. Além disso, listou os pressupostos do modelo de média-variância:

- a) Os investidores aceitariam os valores de retornos de cada ativo, de acordo com a distribuição de probabilidade de seus retornos;
- b) Os investidores avaliariam as carteiras apenas com base no retorno esperado e no desvio padrão dos retornos sobre o horizonte de tempo de um período;
- c) Não são considerados custos de transação e impostos;
- d) Para certa taxa de retorno, os investidores tenderiam a minimizar o risco do investimento;
- e) Para um dado nível de risco, os investidores tenderiam a maximizar o retorno do investimento;
- f) Existe uma taxa livre de risco na qual os investidores podem aplicar ou captar recursos;
- g) Os ativos seriam infinitamente divisíveis, podendo assim comprar qualquer quantidade de ações, e não somente múltiplos do valor mínimo negociado.

Wertheimer (2013) diz que muitas das críticas relacionadas à diversificação internacional quando o assunto é estresse mundial, são as correlações existentes entre os ativos, principalmente no mercado variável (ações), conforme estudos de Ang e Bekaert (2002) e Longin e Solnik (2001). Cita também a recente crise financeira de 2008 como um exemplo da correlação alta que os ativos podem atingir. Portanto, podemos concluir que a diversificação diminui o risco à medida que aumenta o número de ativos (n) na carteira.

Após calcular a variância, obtemos o retorno da carteira ao final do período.

$$P = \sum_{i=1}^n \omega_i r_n \quad (13)$$

Onde, P = taxa de retorno da carteira ao final de um período;

r_n = retorno de n-éssimo ativo da carteira;

ω_i = proporção de investimento.

3.3 RELAÇÃO ENTRE RISCO-RETORNO

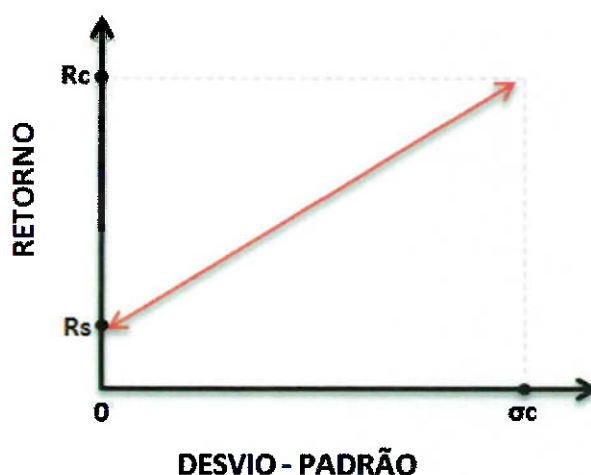
Antes dos resultados obtidos por Markowitz (1952), a escolha da composição de uma carteira partia da análise do potencial individual de cada ativo, focando sempre naquele que apresentava melhor retorno. Mas em contrapartida, nem tudo são flores, pois os ativos que apresentam melhores retornos são normalmente, aqueles que possuem maiores riscos.

Segundo Schiroky (2007, p. 15 apud Assaf, 2001), “A seleção de carteiras procura identificar a melhor combinação possível de ativos, obedecendo a preferência do investidor com relação ao risco e ao retorno esperado”.

Agora, se pararmos para pensar como um investidor, iremos pensar: Como fazer para obter um maior retorno sabendo que estou disposto a assumir um determinado risco? Markowitz (1952) respondeu essa pergunta com o conceito atualmente muito comum no mercado chamado binômio risco-retorno.

De forma simplificada, considerando apenas dois ativos para investimento, a relação entre risco e retorno pode ser entendida onde um investidor com perfil arrojado quer aplicar um capital “y” e não sabe quanto deve aplicar em um ativo sem risco “A_s” com retorno “R_s” e o outro ativo com risco “A_c” com retorno “R_c” maior que “R_s” e desvio-padrão (σ) igual à “ σ_c ”.

Figura 2 — LINHA DE COMPENSAÇÃO ENTRE RISCO E RETORNO



FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Note que na Figura 02 o investidor tem diferentes opções, pois se investir todo capital "y" no ativo sem risco "A_s", o retorno dele será "R_s" e o desvio-padrão é "0". Se decidir o contrário e investir todo capital "y" no ativo com risco "A_c" o retorno passa a ser "R_c" e desvio-padrão "σ_c". Aqui teremos diversas opções para esse investidor, o que deveremos considerar são as expectativas que ele possui e associar aos riscos envolvidos na aplicação do capital. Conforme a alocação se concentra mais no ativo com risco, melhora-se a retorno, porém é notável o aumento do desvio-padrão e quando chegar à totalidade do capital investido no ativo com risco, obtém-se retorno "R_c" o desvio-padrão será "σ_c".

Para equacionar a situação, vamos entender por "E(r)" o retorno esperado da carteira. O capital que deverá ser aplicado no ativo com risco "A_c" será representado por "w" e o restante será representado por "1-w" que será destinado ao ativo sem risco "A_s", com isso teremos:

$$E(r) = w * R_c + (1 - w) * R_s \quad (14)$$

Já o desvio padrão da carteira será encontrado com a multiplicação entre a composição da carteira e o desvio padrão apresentado pelo ativo com risco, logo teremos:

$$\sigma = w * \sigma_c \quad (15)$$

3.4 CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA GLOBAL

Costa e Assunção (2006, p.26) apresentam o resultado de que qualquer carteira formada a partir de carteiras de mínima variância também é de mínima variância, resultado conhecido como o "Teorema dos Dois Fundos".

Costa e Assunção (2006, p.28) apresentam a expressão para a composição da carteira de mínima variância global como:

$$w_g = \frac{1}{\alpha} \Sigma^{-1} e \quad (16)$$

Costa e Assunção (2006, p.5) definem também a média do retorno da carteira P, como:

$$\mu = E(P) = E(w'R) = w' E(R) = w'r = w_1r_1 + \dots + w_nr_n \quad (17)$$

Define-se também a variância para a carteira P, que é dada por:

$$\sigma^2 = w' \Sigma w \quad (18)$$

Deve-se considerar também que

$$w'e = w_1 + \dots + w_n = 1 \quad (19)$$

Para as demais carteiras de mínima variância, adotaremos a definição proposta por Costa e Assunção (2006, p.26).

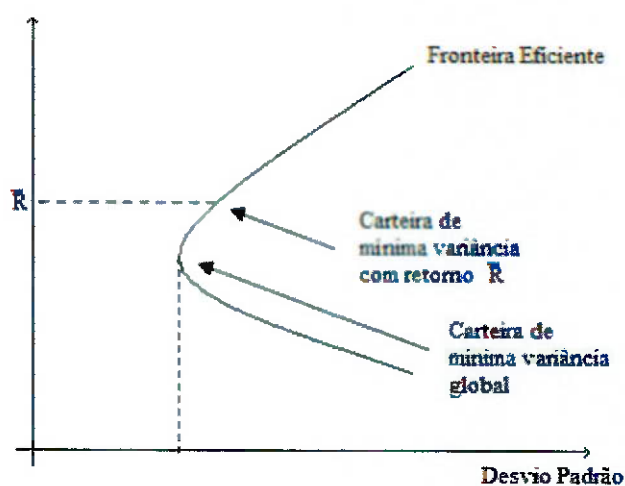
$$w_a = h \mu_a + g \quad (20)$$

$$w_b = h \mu_b + g \quad (21)$$

3.5 FRONTEIRA EFICIENTE

A fronteira eficiente advém dos estudos de Markowitz (1952) sobre a relação entre retorno, risco e correlação dos ativos. Considera-se n ativos, as diversas combinações de carteiras possíveis resultariam em um compacto, determinado por uma hipérbole. Portanto, teremos um conjunto de pontos otimizados na relação risco-retorno, descrevendo o que é chamado de fronteira eficiente, conforme a Figura 3:

Figura 3 — FRONTEIRA EFICIENTE



FONTE: OLIVEIRA; FELIPE. 2008

A carteira ótima não é necessariamente somente aquela de menor variância ou aquela que apresenta maior retorno. Os investidores racionais irão optar sempre por diversificar seu portfólio, mas a combinação exata entre ativos dependerá da aversão ao risco do investidor (CARVALHO, 2007). Ou seja, o investidor pode aceitar ficar exposto a um risco mais elevado visando um maior retorno.

Diversificando, estaremos sempre em um ponto mais eficiente do que seu correspondente na linha teórica. Bernstein (1997) diz que a diversificação é uma espécie de dádiva.

4 RESULTADOS

Nesse capítulo iremos apresentar e analisar os resultados obtidos após os procedimentos apresentados nos capítulos anteriores.

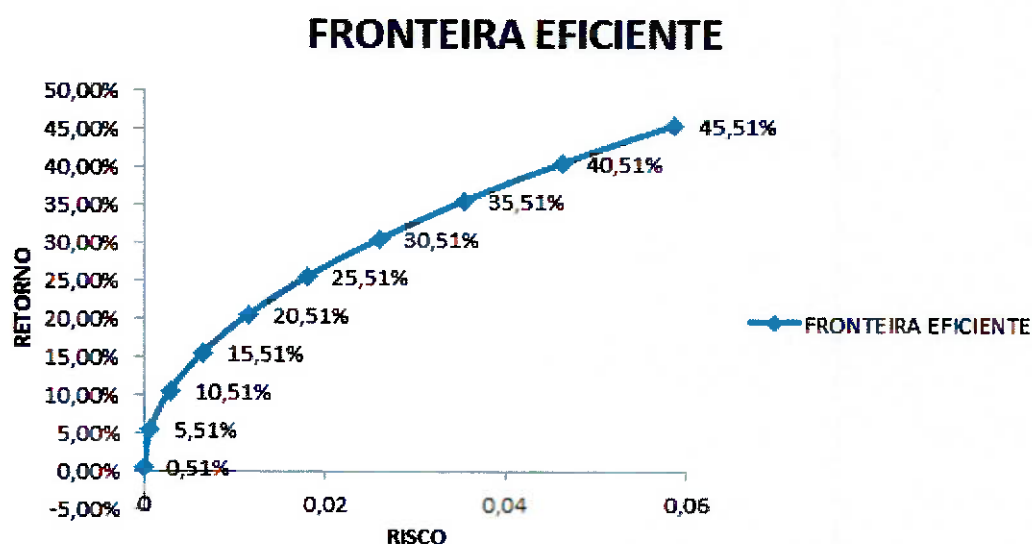
4.1 CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA EM CENÁRIO SEM CRISE E COM ATIVOS BÁSICOS

Tabela 6 — Resultado do modelo de média variância para 10 carteiras de mínima variância em cenário sem crise e com ativos básicos

	Carteira de mínima variância global	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7	Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10
IBOV	0,020675672	-1,215936149	-2,452547969	-3,689159789	-4,92577161	-6,162383429	-7,39899525	-8,63560707	-9,87221889	-11,10883071
PETRA	0,001667904	0,036775703	0,071883501	0,1069913	0,142099098	0,177206897	0,212314696	0,247422494	0,282530293	0,317638091
BOVA11	-0,023350117	1,046705446	2,116761009	3,186816572	4,256872135	5,326927698	6,39698326	7,467038823	8,537094386	9,607149949
NCNTB35	-0,000886797	-0,022107771	-0,043328745	-0,064549718	-0,08577069	-0,106991666	-0,12821264	-0,14943361	-0,170654588	-0,191875562
DOLAR PTAX	0,002090701	-0,122030172	-0,246151044	-0,370271917	-0,49439279	-0,618513662	-0,74263453	-0,86675541	-0,990876279	-1,114997151
LFT Acumulado	-0,114631557	25,47329398	51,06121951	76,64914504	102,2370706	127,8249961	153,4129216	179,0008472	204,5887727	230,1766982
POUPANÇA	1,114899496	-24,09391137	-49,30272223	-74,51153309	-99,720344	-124,9291548	-150,137966	-175,346777	-200,5555874	-225,7643983
OZ1	-0,000465302	-0,102789667	-0,205114031	-0,307438396	-0,40976276	-0,512087125	-0,61441149	-0,71673585	-0,819060219	-0,921384584
Retorno(μ)	0,005147014	0,055147	0,105147	0,155147	0,205147	0,255147	0,305147	0,355147	0,405147	0,455147
Risco (σ^2)	1,00846E-07	0,00072427	0,002896777	0,006517623	0,011586806	0,018104328	0,026070188	0,035484386	0,046346922	0,058657796

FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Figura 4 — FRONTEIRA EFICIENTE PARA CENÁRIO SEM CRISE E COM ATIVOS BÁSICOS



FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Analisando a figura 04 podemos perceber que a fronteira eficiente nos mostra o comportamento das 10 carteiras mostrando ao investidor o comportamento de carteiras apenas com os ativos básicos propostos para estudo no período sem crise (Janeiro/2012 à Dezembro/2014). Note que não tivemos nenhum retorno negativo, destacando-se o bom desempenho da LFT.

Deve-se entender que para essa situação estamos analisando um período sem crise, com base na tabela 10 de retorno e período de Janeiro/2010 à Dezembro/2014.

Essas carteiras podem ser direcionadas, por exemplo, para um investidor com perfil moderado que estará sujeito a exposição de certos riscos calculados em troca de um retorno maior do seu investimento.

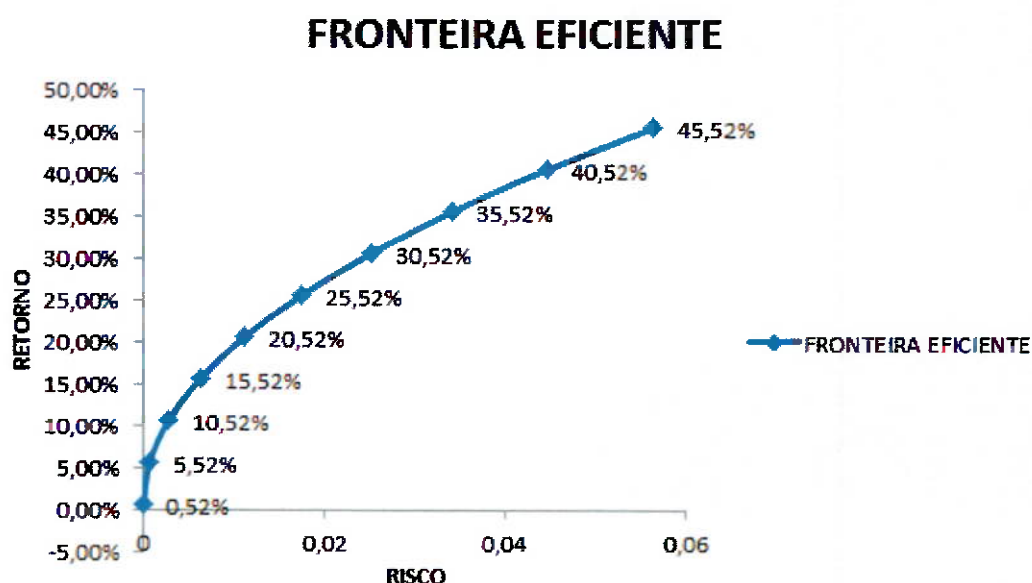
4.2 CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA EM CENÁRIO SEM CRISE E COM ADIÇÃO DE UM ATIVO OFFSHORE

Tabela 7 — Resultado do modelo de média variância para 10 carteiras de mínima variância em cenário sem crise e adição do ativo offshore

	Carteira de mínima variância global	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7	Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10
IBOV	0,040823046	-0,29763145	-0,63608595	-0,974540441	-1,31299494	-1,651449432	-1,98990393	-2,32835842	-2,666812919	-3,005267415
PETRA	0,00199522	0,049602167	0,097209114	0,144816061	0,192423008	0,240029955	0,287636902	0,33524385	0,382850797	0,430457744
BOVA11	-0,044560556	0,088733997	0,222028549	0,355323102	0,488617655	0,621912208	0,75520676	0,888501313	1,021795866	1,155090419
NCNTB35	0,000149526	0,02352039	0,046891254	0,070262119	0,093632983	0,117003848	0,140374712	0,163745576	0,187116441	0,210487305
DOLAR PTAX	0,002018642	-0,120441857	-0,24290236	-0,365362856	-0,48782335	-0,610283854	-0,73274435	-0,85520485	-0,977665351	-1,10012585
LFT Acumulado	-0,101822969	25,0573342	50,21649137	75,37564854	100,5348057	125,6939629	150,85312	176,0122772	201,1714344	226,3305915
POUPANÇA	1,098932193	-23,82894569	-48,7568236	-73,68470145	-98,6125793	-123,5404572	-148,468335	-173,396213	-198,3240909	-223,2519687
OZ1	0,000733384	-0,047064452	-0,09486229	-0,142660124	-0,19045796	-0,238255797	-0,28605363	-0,33385147	-0,381649305	-0,429447141
US 10 YR	0,001731515	0,074892694	0,148053873	0,221215051	0,29437623	0,367537409	0,440698587	0,513859766	0,587020945	0,660182124
Retorno(μ)	0,005191872	0,055192	0,105192	0,155192	0,205192	0,255192	0,305192	0,355192	0,405192	0,455192
Risco (σ^2)	8,6053E-08	0,000696804	0,002786958	0,006270547	0,011147572	0,017418033	0,02508193	0,034139262	0,04459003	0,056434234

FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Figura 5 — FRONTEIRA EFICIENTE PARA CENÁRIO SEM CRISE E COM ATIVO OFFSHORE



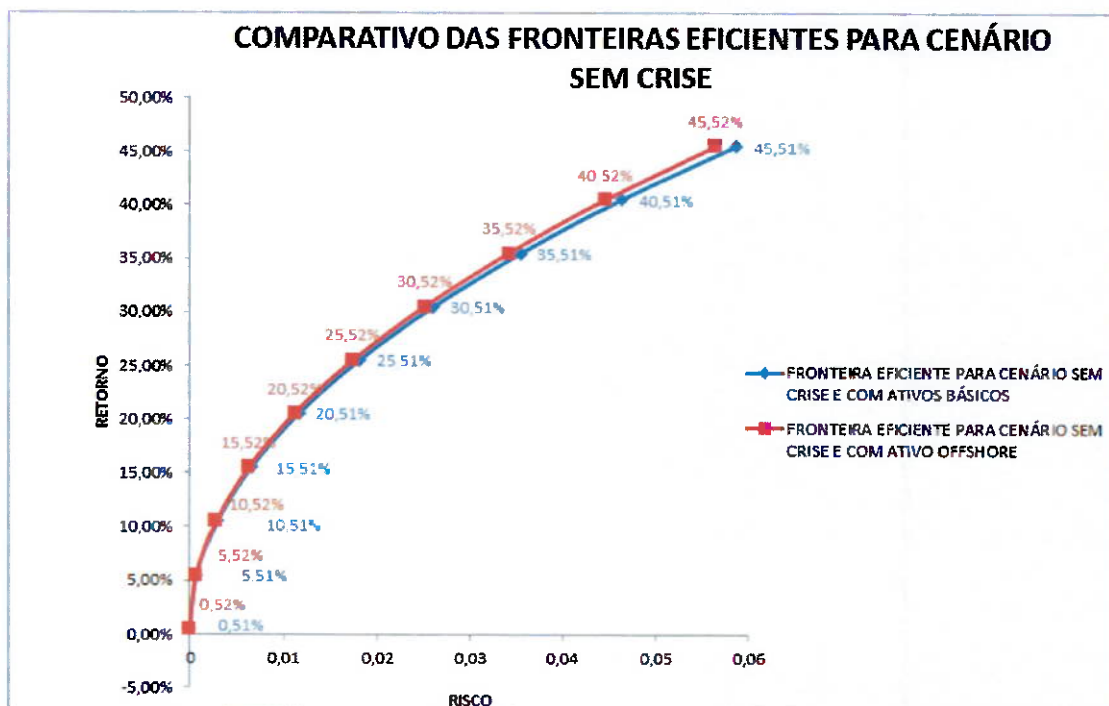
FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Comparando a fronteira eficiente da figura 04 com a fronteira eficiente da figura 05 com ativo offshore é possível perceber uma melhora sutil, num período sem crise, para as dez carteiras consideradas. Analisando os retornos, também nas dez carteiras, o aumento não foi muito significativo.

Outro ponto que deve ser analisado como positivo, é a importância que a diversificação tem na composição de uma carteira, pois ativos bem selecionados e diversificados podem trazer ganhos significativos para o pequeno investidor.

4.3 RESULTADO DO COMPARATIVO DAS FRONTEIRAS EFICIENTES PARA OS CENÁRIOS SEM CRISE

Figura 6— COMPARATIVO DAS FRONTEIRAS EFICIENTES PARA OS CENÁRIOS SEM CRISE



FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Podemos perceber através da figura 6 que, após diversificar a carteira com a inclusão do ativo *offshore* T-BOND10, notou-se uma melhora sutil no retorno e também no risco. Com isso, podemos concluir que a diversificação beneficia a carteira ao incluir o ativo *offshore*.

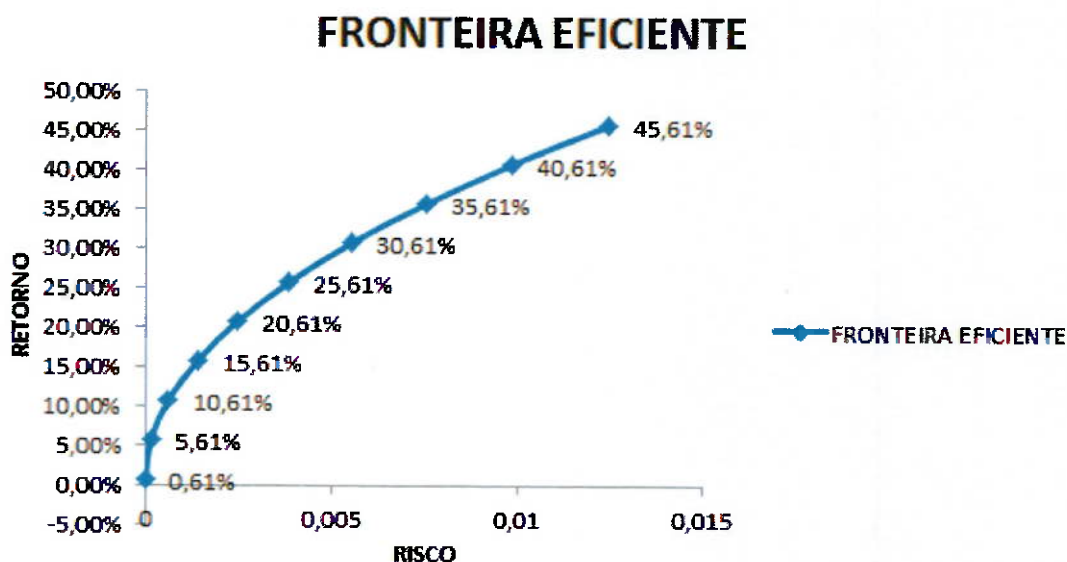
4.4 CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA GLOBAL EM CENÁRIO COM CRISE E COM ATIVOS BÁSICOS

Tabela 8 — Resultado do modelo de média variância para 10 carteiras de mínima variância em cenário com crise e com ativos básicos

	Carteira de mínima variância global	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7	Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10
IBOV	0,020675672	-0,931375979	-1,88342763	-2,835479281	-3,78753093	-4,739582582	-5,691634233	-6,64368588	-7,595737534	-8,547789185
PETR4	0,001667904	0,041402555	0,081137205	0,120871856	0,160606507	0,200341157	0,240075808	0,279810459	0,319545109	0,35927976
BOVA11	-0,023350117	0,830933355	1,685216827	2,539500299	3,393783771	4,248067242	5,102350714	5,956634186	6,810917658	7,66520113
NCNTB35	-0,000886797	-0,017897785	-0,03490877	-0,051919763	-0,06893075	-0,085941741	-0,10295273	-0,11996372	-0,136974707	-0,153985696
DOLAR PTAX	0,002090701	-0,092729723	-0,18755015	-0,282370572	-0,377191	-0,47201142	-0,566831844	-0,66165227	-0,756472693	-0,851293117
LFT Acumulado	-0,114631557	11,82938964	23,77341084	35,71743204	47,66145325	59,60547445	71,54949565	83,49351685	95,43753805	107,3815592
POUPANÇA	1,114899496	-10,62502891	-22,3649573	-34,10488571	-45,8448141	-57,58474251	-69,32467091	-81,0645993	-92,80452772	-104,5444561
OZ1	-0,000465302	-0,03469316	-0,06892102	-0,103148876	-0,13737673	-0,171604592	-0,20583245	-0,24006031	-0,274288166	-0,308516024
Retorno(μ)	0,006109523	0,056110	0,106110	0,156110	0,206110	0,256110	0,306110	0,356110	0,406110	0,456110
Risco (σ^2)	1,00846E-07	0,000153912	0,000615346	0,001384402	0,002461081	0,003845383	0,005537307	0,007536854	0,009844023	0,012458815

FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Figura 7— FRONTEIRA EFICIENTE PARA CENÁRIO COM CRISE E COM ATIVOS BÁSICOS



FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Agora vamos observar com a carteira da tabela 08 se comportará no período com crise (Janeiro/2015 à Dezembro/16), sem usar a diversificação do ativo *offshore*. Podemos notar que os ativos básicos selecionados para o período tiveram uma melhoria na média de retorno (r), devido a particularidade de cada um, destacando o ativo PETR4 que teve uma evolução na média de retorno (r)= 2,06%. Após passar pelo modelo de média variância, a carteira de mínima variância global apresentou uma melhora sutil no retorno (μ). Esperava-se um risco maior para o período em questão mas o modelo apresentou uma redução em todas as carteiras,

isso se deve à grande variabilidade dos retornos dos ativos durante a crise do período analisado.

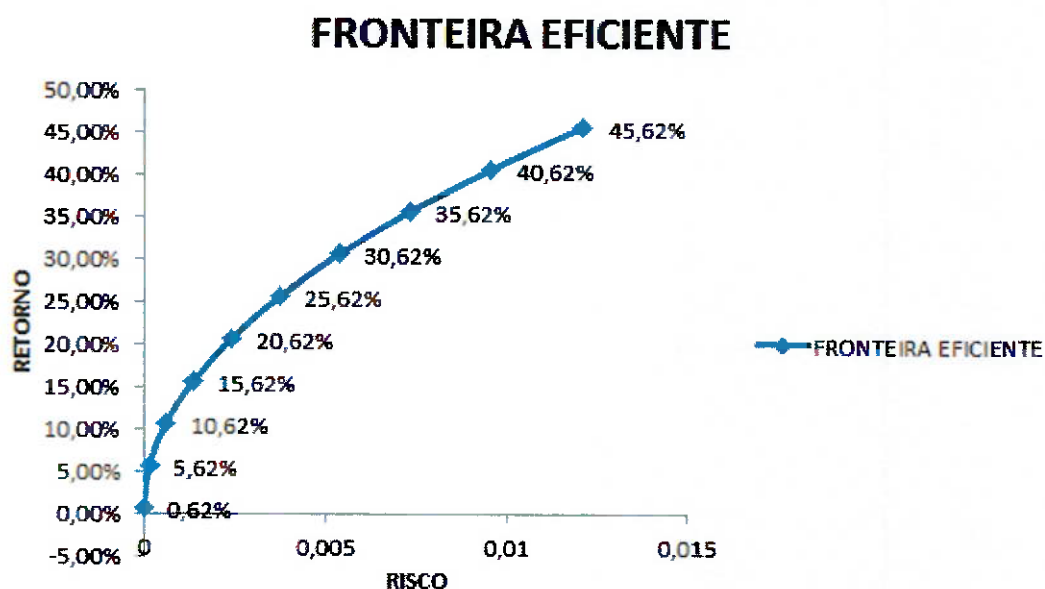
4.5 CARTEIRAS DE MÍNIMA VARIÂNCIA EM CENÁRIO COM CRISE E COM ADIÇÃO DE UM ATIVO OFFSHORE

Tabela 9 — Resultado do modelo de média variância para 10 carteiras de mínima variância em cenário com crise e adição do ativo offshore

	Carteira de mínima variância global	Carteira 2	Carteira 3	Carteira 4	Carteira 5	Carteira 6	Carteira 7	Carteira 8	Carteira 9	Carteira 10
IBOV	0,040823046	-0,546538365	-1,13389978	-1,721261186	-2,3086226	-2,895984007	-3,48334542	-4,07070683	-4,658068238	-5,245429648
PETRA	0,00199522	0,04611613	0,090237039	0,134357948	0,178478857	0,222599767	0,266720676	0,310841585	0,354962495	0,399083404
BOVA11	-0,044560556	0,429914989	0,904390534	1,378866079	1,853341624	2,327817169	2,802292714	3,276768259	3,751243804	4,225719349
NCNTB35	0,000149526	0,001006389	0,001863252	0,002720115	0,003576978	0,004433841	0,005290705	0,006147568	0,007004431	0,007861294
DOLAR PTAX	0,002018642	-0,091368486	-0,18475561	-0,278142742	-0,37152987	-0,464916998	-0,55830413	-0,65169125	-0,745078382	-0,83846551
LFT Acumulado	-0,101822969	11,72428633	23,55039563	35,37650493	47,20261423	59,02872352	70,85483282	82,68094212	94,50705142	106,3331607
POUPANÇA	1,098932193	-10,58178878	-22,2625097	-33,94323072	-45,6239517	-57,30467266	-68,9853936	-80,6661146	-92,34683557	-104,0275565
OZ1	0,000733384	-0,012421647	-0,02557668	-0,038731707	-0,05188674	-0,065041768	-0,0781968	-0,09135183	-0,104506859	-0,11766189
1. FOND18	0,001731515	0,030793437	0,05985536	0,088917282	0,117979205	0,147041127	0,17610305	0,205164972	0,234226894	0,263288817
Retorno(μ)	0,008192551	0,056193	0,106193	0,156193	0,206193	0,256193	0,306193	0,356193	0,406193	0,456193
Risco (σ^2)	8,6053E-08	0,00014961	0,000598184	0,001345806	0,002392477	0,003738196	0,005382965	0,007326782	0,009569648	0,012111563

FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Figura 8— FRONTEIRA EFICIENTE PARA CENÁRIO COM CRISE E COM ATIVO OFFSHORE



FONTE: PRÓPRIO AUTOR

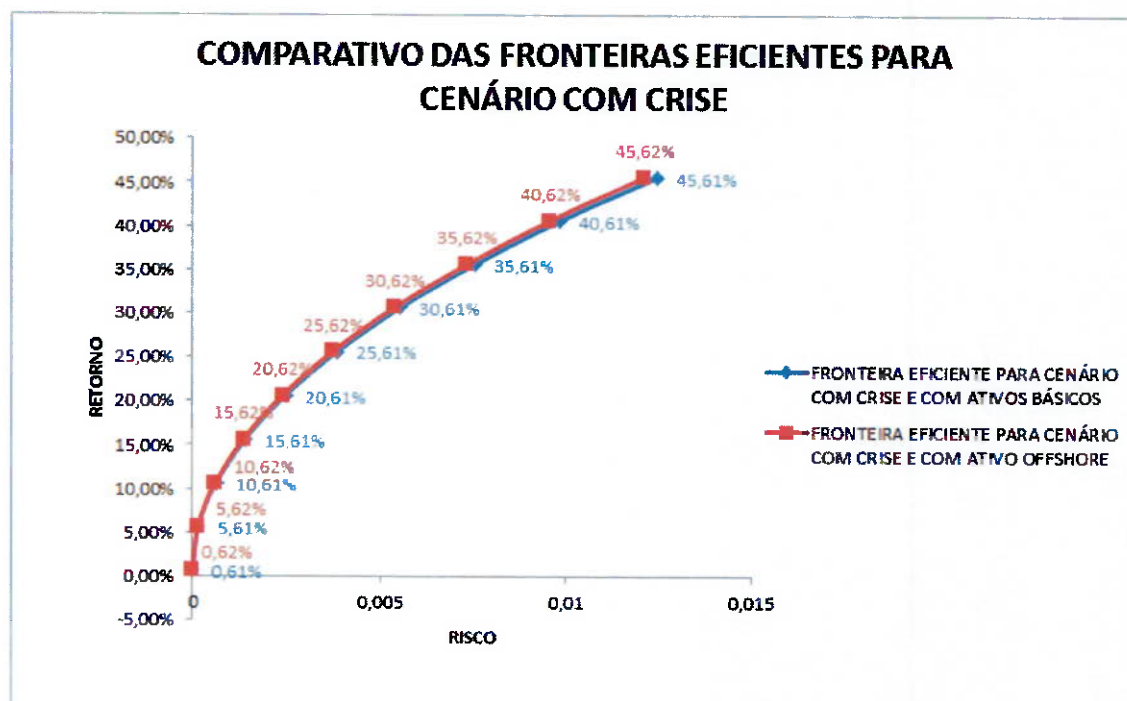
Comparando a fronteira eficiente da figura 06 com a fronteira eficiente da figura 07 com ativo offshore, nota-se que o retorno das carteiras não foi muito

significativo. Não obteve uma queda no retorno, comparado com o período sem crise, o que poderia ser considerada uma conquista para o investidor.

Agora, quando analisamos os riscos das carteiras estudadas, como era de se esperar, ocorreu uma melhora, mesmo que pequena nos riscos. Nesse cenário, podemos ver mais uma vez a importância que a diversificação teve nessas carteiras mesmo que com apenas um ativo *offshore* (T-BOND10).

4.6 RESULTADO DOS COMPARATIVOS DAS FRONTEIRAS EFICIENTES PARA CENÁRIOS COM CRISE

Figura 9— COMPARATIVO DAS FRONTEIRAS EFICIENTES PARA OS CENÁRIOS COM CRISE



FONTE: PRÓPRIO AUTOR

Ao comparar as figuras 7 e 8, notamos uma pequena melhora nos retornos das carteiras devido a inclusão do ativo T-BOND10 que diminuiu a exposição ao risco das carteiras mesmo em um cenário com crise.

5 CONCLUSÃO

Analisando os resultados apresentados nesse estudo usando o modelo de média variância, podemos perceber que a diversificar com ativo internacional (T-BOND10) tanto no cenário sem crise quanto no cenário com crise, proporcionando uma melhora na exposição ao risco, ou seja, a inclusão de um novo ativo offshore acabou reduzindo o risco da carteira, mesmo que sutilmente. Ao analisar o retorno das carteiras podemos notar também uma pequena melhora após a inclusão desse ativo. Vale ressaltar, quando o número de ativos é muito grande, o risco passa a se reduzir cada vez menos, tendendo acintosamente para a covariância média.

Para colocar na prática o proposto nesse estudo, devemos avaliar o receio por parte dos investidores brasileiros, tais como: desconhecimento do mercado internacional pela maioria deles (principalmente quando falamos de pequenos investidores), ativos que apresentam alto risco e questões históricas de mercado.

Devemos levar em consideração também que as operações de investimento em ativos financeiros, normalmente são administradas por uma corretora ou instituição financeira que acabam gerando um certo custo para o investidor. Isto é, se não houvesse despesas com corretagem entre outros custos de transação, o investidor poderia reduzir ao máximo o seu risco planejando uma carteira com todos os ativos existentes no mercado. Porém, esta condição foge da realidade, pois os altos custos gerados inviabilizariam a formação de certas carteiras.

Apesar dos pontos positivos citados sobre o modelo de média-variância, têm-se verificado que as carteiras eficientes obtidas via modelo média-variância são muito instáveis, isto é, pequenas variações nos dados de entrada podem resultar em portfólios completamente diferentes. Michaud (1989) afirma que o modelo de média-variância é pouco aplicado na prática. Isso se dá pelo fato de a percepção dos investidores de que o benefício real proporcionado pelo método não justifica o esforço necessário para sua implementação. Além disso, ressalta-se a resistência às mudanças por parte dos investidores. Percebe-se que algumas modelos apresentados por Black Litterman (1992), Campbell and Viceira (2002), Grinold (1989) entre outros já foram desenvolvidos para otimizar e maximizar o modelo apresentado por Markowitz.

Uma sugestão para trabalhos futuros é realizar uma análise sem considerar vendas a descoberto nos ativos, já que temos nas carteiras a presença da poupança (maior percentual de alocação) e também ações que podem apresentar valores muito inferiores de retorno.

REFERÊNCIA BIBLIOGRAFICA

- BEKAERT, A. A.: How do Regimes affect Asset Allocation. Inquire Europe, 2002.
- BERNSTEIN, P.: Desafio aos Deuses: A Fascinante História do Risco. Editora Campus, 2ª Edição, 1997.
- BLACK, F., LITTERMAN, R.: Global Portfolio Optimization. Financial Analysts Journal, 1992.
- CAMPBELL, J., VICEIRA, L.: Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for long Term Investors. Oxford University Press. New York, 2002.
- CARVALHO, F.: Economia Monetária e Financeira. Teoria e Política. 2 ed. São Paulo: Editora Campos. 2007
- COSTA, O.; ASSUNÇÃO, H.: Análise de Risco e Retorno em Investimentos Financeiros. Manole, 2006.
- FONSECA, C.: Aplicação do modelo de Markowitz na seleção de carteiras eficientes: Uma análise da relação entre risco e retorno. Rio de Janeiro, 2011.
- LONGIN, F.: Extreme Correlation of international equity markets. Journal of Finance, 2001.
- MARKOWITZ, H.: Portfolio selection. The Journal of Finance, 1952.
- MARKOWITZ, H.: Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. Nova York, John Wiley, 1959.
- MARKOWITZ, H.: Mean-Variance Analysis in Portfolio Choice and Capital Markets. Nova York, Basil Blackwell, 1987.
- MICHAUD, R.: The Markowitz Optimization Enigma: is "optimized" optimal? Financial Analysts Journal, Jan/Fev 1989.
- SCHIROKY, M.: Seleção de Carteira Através do Modelo de Markowitz. Porto Alegre, 2007.
- SOLNIK, B.H.: Why Not Diversify Internationally Rather Than Domestically. Financial Analysis Journal, 1974.

WERTHEIMER, G.: Diversificação Internacional no Contexto Brasileiro. São Paulo, 2013.

APÊNDICE A – DADOS DE RETORNO

Tabela 10 — Retorno do fechamento em 1 mês em moeda local (R\$)

Data	IBOV	PETR4	BOVA11	NCNTB35	DÓLAR PTAX	LFT	POUP	OZ1	US 10-YR
jan/00	-4,11%	-11,30%	-	-	0,75%	1,46%		-1,19%	3,73%
fev/00	7,76%	12,75%	-	-	-1,88%	1,45%		1,39%	-3,90%
mar/00	0,91%	4,45%	-	-	-1,20%	1,45%		-5,23%	-6,08%
abr/00	-12,81%	-8,88%	-	-	3,40%	1,30%		5,33%	3,16%
mai/00	-3,74%	-2,58%	-	-	1,10%	1,49%		0,89%	1,13%
jun/00	11,84%	30,07%	-	-	-1,46%	1,39%		3,83%	-4,14%
jul/00	-1,63%	-14,09%	-	-	-1,40%	1,31%		-1,59%	0,17%
ago/00	5,42%	17,68%	-	-	2,74%	1,41%		1,04%	-4,98%
set/00	-8,17%	-4,36%	-	-	1,11%	1,22%		0,00%	0,87%
out/00	-6,66%	-3,97%	-	-	3,54%	1,29%		-0,86%	-0,35%
nov/00	-10,63%	-6,15%	-	-	2,65%	1,22%		2,48%	-5,56%
dez/00	14,84%	-3,62%	-	-	-0,21%	1,20%		0,11%	-6,07%
jan/01	15,81%	19,07%	-	-	0,80%	1,27%		-2,25%	1,37%
fev/01	-10,08%	0,73%	-	-	3,76%	1,02%		2,59%	-5,21%
mar/01	-9,14%	-10,32%	-	-	5,69%	1,26%		1,40%	0,00%
abr/01	3,32%	13,69%	-	-	1,07%	1,19%		3,92%	8,76%
mai/01	-1,80%	11,99%	-	-	8,02%	1,34%		12,17%	1,31%
jun/01	-0,61%	-9,72%	-	-	-2,33%	1,27%		-0,47%	-0,37%
jul/01	-5,53%	2,32%	-	-	5,48%	1,50%		0,00%	-6,49%
ago/01	-6,65%	1,53%	-	-	4,95%	1,60%		4,05%	-4,37%
set/01	-17,17%	-6,73%	-	-	4,69%	1,32%		13,50%	-5,19%
out/01	6,85%	1,17%	-	-	1,34%	1,53%		-4,44%	-6,78%
nov/01	13,79%	-5,39%	-	-	-6,59%	1,39%		-7,17%	11,27%
dez/01	5,00%	4,18%	-	-	-8,24%	1,39%		-2,27%	6,12%
jan/02	-6,30%	-5,96%	-	-	4,22%	1,53%		5,58%	0,00%
fev/02	10,31%	16,63%	-	-	-2,90%	1,25%		0,22%	-3,38%
mar/02	-5,55%	6,95%	-	-	-1,05%	1,37%		0,70%	11,32%
abr/02	-1,28%	-4,90%	-	-	1,67%	1,48%		3,45%	-5,91%
mai/02	-1,71%	-0,73%	-	-	6,75%	1,41%		12,24%	-0,98%
jun/02	-13,39%	-9,94%	-	-	12,78%	1,33%		9,02%	-4,37%
jul/02	-12,36%	-16,68%	-	-	20,54%	1,54%		20,34%	-7,26%
ago/02	6,35%	7,55%	-	-	-11,85%	1,44%		-11,17%	-7,38%
set/02	-16,95%	-16,14%	-	-	28,87%	1,38%		20,97%	-12,80%
out/02	17,92%	20,05%	-	-	-6,42%	1,65%		-6,13%	8,31%
nov/02	3,35%	2,72%	-	-	-0,23%	1,54%		4,83%	7,67%
dez/02	7,23%	4,39%	-	-	-2,84%	1,74%		5,42%	-9,26%
jan/03	-2,90%	2,39%	-	-	-0,21%	1,97%		4,63%	3,93%
fev/03	-6,04%	-10,15%	-	-	1,06%	1,83%		-2,95%	-6,80%
mar/03	9,66%	12,54%	-	-	-5,90%	1,78%		-9,62%	3,32%

abr/03	11,38%	7,52%	-	-	-13,82%	1,87%	-11,48%	0,89%
mai/03	6,89%	5,81%	-	-	2,62%	1,97%	10,76%	-13,14%
jun/03	-3,35%	-3,58%	-	-	-3,16%	1,86%	-7,43%	5,31%
jul/03	4,62%	11,00%	-	-	3,26%	2,08%	3,55%	26,81%
ago/03	11,81%	7,61%	-	-	0,03%	1,77%	6,41%	-0,45%
set/03	5,51%	-0,25%	-	-	-1,45%	1,68%	0,42%	-11,61%
out/03	12,32%	3,87%	-	-	-2,30%	1,64%	-0,73%	9,25%
nov/03	12,24%	10,95%	-	-	3,26%	1,34%	5,37%	0,44%
dez/03	10,17%	14,23%	-	-	-2,04%	1,37%	2,93%	-1,46%
jan/04	-1,73%	2,47%	-	-	1,79%	1,27%	-1,81%	-2,80%
fev/04	-0,44%	4,74%	-	-	-0,92%	1,08%	-2,37%	-3,72%
mar/04	1,78%	7,16%	-	-	-0,18%	1,38%	6,22%	-3,69%
abr/04	-11,45%	-12,63%	-	-	1,24%	1,18%	-7,38%	17,31%
mai/04	-0,32%	-3,91%	-	-	6,26%	1,23%	8,93%	3,42%
jun/04	8,21%	7,70%	-	-	-0,69%	1,23%	-2,90%	-0,82%
jul/04	5,62%	1,02%	-	-	-2,60%	1,29%	-1,30%	-3,08%
ago/04	2,09%	4,99%	-	-	-3,07%	1,29%	1,05%	-7,66%
set/04	1,94%	14,44%	-	-	-2,56%	1,25%	0,26%	-0,31%
out/04	-0,83%	2,87%	-	-	-0,07%	1,21%	1,56%	-2,18%
nov/04	9,01%	-0,59%	-	-	-4,40%	1,25%	0,05%	8,17%
dez/04	4,25%	4,57%	-	-	-2,79%	1,48%	-4,14%	-3,26%
jan/05	-7,05%	-2,93%	-	-	-1,12%	1,38%	-5,07%	-1,99%
fev/05	15,56%	17,95%	-	-	-1,14%	1,22%	2,53%	5,49%
mar/05	-5,43%	-7,26%	-	-	2,74%	1,53%	1,10%	3,14%
abr/05	-6,64%	-6,88%	-	-	-5,06%	1,41%	-4,34%	-6,56%
mai/05	1,47%	6,40%	-	-	-5,04%	1,50%	-7,65%	-4,64%
jun/05	-0,62%	6,71%	-	-	-2,22%	1,59%	1,53%	-1,52%
jul/05	3,96%	3,49%	-	-	1,71%	1,51%	0,00%	8,64%
ago/05	7,69%	19,29%	-	-	-1,12%	1,66%	-0,30%	-6,21%
set/05	12,62%	9,69%	-	-	-5,99%	1,50%	2,27%	7,66%
out/05	-4,40%	-9,65%	-	-	1,44%	1,41%	-0,44%	5,34%
nov/05	5,71%	6,33%	-	-	-2,10%	1,38%	4,76%	-1,29%
dez/05	4,82%	8,64%	-	-	6,06%	1,47%	9,66%	-2,33%
jan/06	14,73%	28,03%	-	-	-5,33%	1,43%	5,70%	3,00%
fev/06	0,59%	-4,79%	-	-	-3,63%	1,15%	-4,17%	0,44%
mar/06	-1,71%	-3,60%	-	-	1,73%	1,42%	3,07%	6,73%
abr/06	6,36%	8,70%	-	-	-3,83%	1,08%	9,18%	4,45%
mai/06	-9,50%	-4,82%	-	-	10,11%	1,28%	12,73%	0,87%
jun/06	0,27%	-1,86%	-	-	-5,92%	1,18%	-13,31%	0,49%
jul/06	1,22%	3,98%	-	-	0,55%	1,17%	3,49%	-2,92%
ago/06	-2,28%	-4,23%	-	-	-1,72%	1,26%	-1,80%	-5,13%
set/06	0,60%	-5,60%	-	-	1,66%	1,06%	-5,03%	-2,09%
out/06	7,72%	5,94%	-	-	-1,44%	1,09%	1,69%	-0,58%
nov/06	6,80%	9,12%	-	-	1,11%	1,02%	7,23%	-3,21%

dez/06	6,06%	8,66%	-	-	-1,33%	0,99%	-3,87%	5,65%
jan/07	0,38%	-5,03%	-	-	-0,62%	1,08%	3,22%	2,46%
fev/07	-1,68%	-8,51%	-	-	-0,31%	0,87%	1,34%	-5,72%
mar/07	4,36%	7,60%	-	-	-3,20%	1,05%	-1,54%	2,15%
abr/07	6,88%	-1,26%	-	-	-0,80%	0,94%	3,91%	-0,39%
mai/07	6,77%	1,64%	-	-	-5,16%	1,03%	-5,48%	5,62%
jun/07	4,06%	12,41%	-	-	-0,14%	0,91%	-3,41%	2,92%
jul/07	-0,39%	2,07%	-	-	-2,52%	0,97%	-2,59%	-5,21%
ago/07	0,84%	0,11%	-	-	4,50%	0,99%	2,42%	-4,90%
set/07	10,67%	13,41%	-	-	-6,27%	0,80%	3,77%	0,93%
out/07	8,02%	22,65%	-	-	-5,16%	0,93%	7,95%	-2,27%
nov/07	-3,54%	-0,17%	-	-	2,28%	0,84%	5,89%	-11,24%
dez/07	1,40%	22,95%	-	-	-0,70%	0,84%	-3,78%	1,59%
jan/08	-6,88%	-8,71%	-	-	-0,62%	0,93%	7,02%	-9,81%
fev/08	6,72%	1,31%	-	-	-4,37%	0,80%	1,93%	-2,89%
mar/08	-3,97%	-9,16%	-	-	3,91%	0,84%	-2,46%	-2,89%
abr/08	11,32%	14,37%	-	-	-3,54%	0,90%	-9,71%	9,53%
mai/08	6,96%	16,11%	-	-	-3,43%	0,88%	0,22%	7,64%
jun/08	-10,44%	-5,69%	-	-	-2,30%	0,96%	0,86%	-1,63%
jul/08	-8,48%	-22,31%	-	-	-1,59%	1,07%	-1,06%	-0,03%
ago/08	-6,43%	-2,79%	-	-	4,33%	1,02%	-5,38%	-4,17%
set/08	-11,03%	0,57%	-	-	17,13%	1,10%	22,50%	0,37%
out/08	-24,80%	-33,59%	-	-	10,50%	1,18%	-5,38%	3,74%
nov/08	-1,77%	-13,94%	-	-	10,30%	1,02%	13,33%	-25,52%
dez/08	2,61%	18,00%	-	-	0,17%	1,12%	10,64%	-24,11%
jan/09	4,66%	9,59%	0,0521	-	-0,89%	1,05%	5,55%	26,74%
fev/09	-2,84%	5,47%	-0,0215	-	2,69%	0,86%	3,70%	6,93%
mar/09	7,18%	8,14%	0,047	-	-2,66%	0,97%	-4,29%	-11,54%
abr/09	15,55%	4,66%	0,1856	-	-5,91%	0,84%	-6,94%	15,99%
mai/09	12,49%	16,62%	0,104	-	-9,42%	0,77%	1,04%	11,06%
jun/09	-3,26%	-5,81%	-0,032	-	-1,08%	0,76%	-4,76%	1,59%
jul/09	6,41%	-2,07%	0,0603	-	-4,05%	0,79%	-4,83%	-0,57%
ago/09	3,15%	-0,29%	0,0321	-	0,74%	0,69%	-0,35%	-2,86%
set/09	8,90%	11,54%	0,0935	-	-5,74%	0,69%	0,97%	-2,74%
out/09	0,05%	0,69%	-0,0002	-	-1,92%	0,69%	3,22%	2,51%
nov/09	8,93%	10,73%	0,0878	-	0,37%	0,66%	15,03%	-5,60%
dez/09	2,30%	-4,92%	0,0239	-	-0,53%	0,73%	-9,10%	19,06%
jan/10	-4,65%	-6,87%	-0,0526	-	7,67%	0,66%	6,45%	-5,25%
fev/10	1,68%	1,29%	0,0247	-	-3,40%	0,59%	-1,20%	-0,28%
mar/10	5,82%	2,25%	0,0526	-	-1,66%	0,76%	4,28%	6,39%
abr/10	-4,04%	-6,62%	-0,044	0,0664	-2,83%	0,67%	1,47%	-4,44%
mai/10	-6,64%	-9,10%	-0,0672	-0,0866	4,98%	0,75%	4,35%	-9,84%
jun/10	-3,35%	-9,26%	-0,0328	0,0265	-0,84%	0,79%	2,92%	-10,61%
jul/10	10,80%	3,69%	0,1077	0,0381	-2,46%	0,86%	-3,91%	-1,36%

ago/10	-3,51%	-5,75%	-0,0354	0,0607	-0,07%	0,89%		3,58%	-14,78%
set/10	6,58%	4,72%	0,0651	-0,0068	-3,52%	0,85%		0,75%	1,61%
out/10	1,79%	-5,28%	0,0218	0,0389	0,42%	0,81%		7,67%	3,65%
nov/10	-4,20%	-4,37%	-0,0456	0,0034	0,86%	0,81%		6,25%	7,20%
dez/10	2,36%	11,85%	0,0228	0,1103	-2,91%	0,93%		-3,53%	18,04%
jan/11	-3,94%	-0,73%	-0,0401	-0,0293	0,43%	0,86%		-9,39%	2,21%
fev/11	1,22%	5,50%	0,0147	0,0033	-0,73%	0,84%		5,52%	0,95%
mar/11	1,79%	0,30%	0,012	0,0077	-1,96%	0,92%		0,00%	1,17%
abr/11	-3,58%	-9,77%	-0,0348	0,0084	-3,40%	0,84%		1,40%	-4,35%
mai/11	-2,29%	-5,11%	-0,0213	0,0407	0,42%	0,99%		-0,88%	-7,58%
jun/11	-3,43%	-1,54%	-0,0364	-0,0544	-1,19%	0,96%		2,16%	3,61%
jul/11	-5,74%	-0,93%	-0,0538	-0,0262	-0,31%	0,97%		9,32%	-11,08%
ago/11	-3,96%	-10,72%	-0,0418	0,0945	1,99%	1,07%		7,93%	-21,00%
set/11	-7,38%	-8,17%	-0,0744	-0,0321	16,83%	0,94%		3,07%	-13,33%
out/11	11,49%	11,62%	0,1157	0,0501	-8,95%	0,88%		-4,49%	12,79%
nov/11	-2,51%	4,37%	-0,0241	0,0384	7,25%	0,86%		8,77%	-4,61%
dez/11	-0,21%	-2,54%	-0,0036	0,0149	3,58%	0,91%		-6,59%	-9,66%
jan/12	11,13%	15,39%	0,1106	0,0277	-7,29%	0,89%	0,59%	0,63%	-3,80%
fev/12	4,34%	-1,06%	0,0413	0,029	-1,72%	0,75%	0,59%	0,42%	10,06%
mar/12	-1,98%	-3,47%	-0,0185	0,0403	6,61%	0,82%	0,50%	-0,31%	11,62%
abr/12	-4,17%	-8,82%	-0,0415	0,1189	3,83%	0,71%	0,61%	5,33%	-12,67%
mai/12	-11,86%	-9,22%	-0,1199	0,0731	6,90%	0,74%	0,52%	0,20%	-18,13%
jun/12	-0,25%	-4,60%	-0,0034	-0,0602	-0,05%	0,64%	0,55%	2,33%	0,00%
jul/12	3,21%	6,85%	0,0314	0,0624	1,41%	0,68%	0,50%	2,56%	-5,70%
ago/12	1,72%	6,41%	0,0191	0,0555	-0,62%	0,69%	0,51%	4,67%	4,70%
set/12	3,70%	7,81%	0,0356	-0,0008	-0,32%	0,54%	0,51%	4,46%	5,13%
out/12	-3,56%	-7,02%	-0,0363	0,0772	0,03%	0,61%	0,50%	-2,76%	3,05%
nov/12	0,71%	-10,29%	0,0082	-0,0147	3,75%	0,55%	0,50%	3,82%	-4,73%
dez/12	6,05%	4,61%	0,0565	0,0106	-3,03%	0,55%	0,50%	-6,41%	8,70%
jan/13	-1,95%	-7,38%	-0,0168	0,0563	-2,70%	0,60%	0,50%	-2,28%	13,71%
fev/13	-3,91%	-8,13%	-0,0434	-0,0165	-0,65%	0,49%	0,50%	-6,54%	-5,03%
mar/13	-1,87%	10,48%	-0,0185	-0,0425	1,94%	0,55%	0,50%	3,50%	-1,06%
abr/13	-0,78%	13,83%	-0,0118	-0,0167	-0,60%	0,61%	0,50%	-8,21%	-9,09%
mai/13	-4,30%	-0,20%	-0,0367	-0,0741	6,50%	0,60%	0,50%	-0,42%	27,06%
jun/13	-11,31%	-19,30%	-0,1134	-0,0772	3,93%	0,61%	0,50%	-6,55%	16,67%
jul/13	1,64%	0,68%	0,0176	-0,0228	3,37%	0,72%	0,50%	9,73%	2,78%
ago/13	3,68%	3,13%	0,0461	-0,0459	3,59%	0,71%	0,52%	11,24%	6,18%
set/13	4,65%	9,29%	0,0362	-0,013	-6,01%	0,71%	0,50%	-12,88%	-4,73%
out/13	3,66%	11,27%	0,0275	0,0101	-1,23%	0,81%	0,51%	1,06%	-1,91%
nov/13	-3,27%	-6,41%	-0,0269	-0,1207	5,55%	0,72%	0,59%	-2,63%	7,00%
dez/13	-1,86%	-10,67%	-0,0203	0	0,76%	0,79%	0,52%	-2,16%	10,55%
jan/14	-7,51%	-13,93%	-0,0752	-0,0873	3,57%	0,85%	0,55%	6,73%	-12,17%
fev/14	-1,14%	-7,55%	-0,0082	0,1096	-3,83%	0,79%	0,61%	2,18%	-0,37%
mar/14	7,05%	16,11%	0,0653	-0,025	-3,02%	0,77%	0,55%	-4,76%	2,26%

abr/14	2,40%	11,69%	0,0244	0,0509	-1,19%	0,82%	0,53%	-2,07%	-2,57%
mai/14	-0,75%	0,72%	-0,0062	0,1278	0,13%	0,87%	0,55%	-1,58%	-7,17%
jun/14	3,76%	3,59%	0,0342	-0,0149	-1,63%	0,82%	0,56%	3,75%	2,44%
jul/14	5,00%	10,47%	0,0511	0,03	2,95%	0,95%	0,55%	-1,06%	1,59%
ago/14	9,78%	22,25%	0,0987	0,1218	-1,23%	0,87%	0,61%	-0,54%	-8,59%
set/14	-11,70%	-22,53%	-0,1181	-0,1316	9,44%	0,91%	0,56%	2,70%	7,26%
out/14	0,95%	-15,53%	0,0065	0,0535	-0,28%	0,95%	0,59%	-1,27%	-6,77%
nov/14	0,18%	-16,23%	0,0032	0,077	4,74%	0,84%	0,60%	3,74%	-6,41%
dez/14	-8,62%	-21,72%	-0,0867	-0,0743	3,75%	0,96%	0,55%	4,21%	-0,91%
jan/15	-6,20%	-18,36%	-0,0604	0,066	0,23%	0,94%	0,61%	7,50%	-23,04%
fev/15	9,97%	16,99%	0,0965	-0,0536	8,11%	0,82%	0,59%	2,02%	19,76%
mar/15	-0,84%	1,67%	-0,0102	-0,0126	11,46%	1,04%	0,52%	10,43%	-3,50%
abr/15	9,93%	34,12%	0,1034	0,1068	-6,68%	0,95%	0,63%	-5,94%	6,22%
mai/15	-6,17%	-5,52%	-0,0599	0,0449	6,19%	0,99%	0,61%	5,54%	2,44%
jun/15	0,61%	3,08%	0,0021	-0,0311	-2,40%	1,07%	0,62%	-2,47%	11,43%
jul/15	-4,17%	-17,39%	-0,0406	-0,0786	9,39%	1,18%	0,68%	0,51%	-5,98%
ago/15	-8,33%	-12,48%	-0,0816	-0,0811	7,45%	1,11%	0,73%	10,04%	0,00%
set/15	-3,36%	-21,22%	-0,0421	-0,0267	8,95%	1,11%	0,69%	7,22%	-6,36%
out/15	1,80%	6,49%	0,0223	0,0245	-2,87%	1,11%	0,69%	-0,53%	4,37%
nov/15	-1,63%	-0,52%	-0,0158	0,0248	-0,22%	1,06%	0,68%	-5,88%	3,26%
dez/15	-3,93%	-12,65%	-0,0359	-0,0243	1,41%	1,16%	0,63%	2,65%	2,25%
jan/16	-6,79%	-27,76%	-0,0698	-0,0215	3,53%	1,06%	0,73%	4,80%	-14,98%
fev/16	5,91%	6,20%	0,0577	0,0468	-1,56%	1,00%	0,63%	11,48%	-9,84%
mar/16	16,97%	62,45%	0,1735	0,2255	-10,57%	1,15%	0,60%	-9,35%	2,87%
abr/16	7,70%	22,51%	0,0722	0,0483	-3,04%	1,06%	0,72%	-0,35%	1,68%
mai/16	-10,09%	-21,41%	-0,0984	0,0104	4,18%	1,11%	0,63%	-1,89%	0,55%
jun/16	6,30%	17,16%	0,0613	0,0474	-10,72%	1,16%	0,65%	-3,06%	-18,58%
jul/16	11,22%	26,01%	0,1158	0,0359	0,91%	1,11%	0,71%	3,16%	-2,15%
ago/16	1,03%	8,26%	0,0045	0,0086	0,04%	1,22%	0,66%	-4,10%	7,68%
set/16	0,80%	5,60%	0,0113	0,0187	0,18%	1,11%	0,76%	3,31%	2,42%
out/16	11,23%	30,36%	0,1121	0,0074	-2,01%	1,05%	0,66%	-6,83%	14,05%
nov/16	-4,65%	-9,55%	-0,0461	-0,0423	6,78%	1,04%	0,66%	-1,93%	29,23%
dez/16	-2,71%	-7,06%	-0,0293	0,0629	-4,05%	1,12%	0,64%	-6,46%	3,21%

FONTE: ECONOMÁTICA

