

**DANIEL AMÉLIO DE LUCENA**

**ESTUDO DE REFRAÇÃO NEGATIVA E  
RECUPERAÇÃO DE PARÂMETROS  
EM METAMATERIAIS**

Trabalho de Conclusão de  
Curso apresentado à Escola de  
Engenharia de São Carlos, da  
Universidade de São Paulo

Curso de Engenharia Elétrica  
Com ênfase em Eletrônica

ORIENTADOR: Prof. Dr. Ben-Hur Viana Borges

São Carlos

2010

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Tratamento  
da Informação do Serviço de Biblioteca – EESC/USP

L661e

Lucena, Daniel Amélio de  
Estudo de refração negativa e recuperação de  
parâmetros em metamateriais / Daniel Amélio de Lucena ;  
orientador Ben-Hur Viana Borges. -- São Carlos, 2010.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em  
Engenharia Elétrica com ênfase em Eletrônica) -- Escola  
de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,  
2010.

1. Eletromagnetismo. 2. Ondas eletromagnéticas.
3. Metamateriais. 4. Índice de refração negativo.
5. Recuperação de parâmetros. 6. Anel ressonante.
- I. Título.

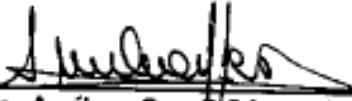
# FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Daniel Amélia de Lucena

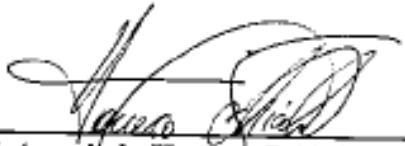
Título: "Estudo de Refração Negativa e Recuperação de Parâmetros em Metamateriais"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado  
em 22/11/2010,

com NOTA 9,5 (Nove, cinco), pela comissão julgadora:

  
Prof. Titular Amílcar Carelli César - EESC/USP

  
Prof. Associado Heitor Cury Basso - EESC/USP

  
Prof. Associado Homero Schiabel  
Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica  
EESC/USP

## **DEDICATÓRIA**

Dedico este trabalho aos meus pais, Clodomiro e Marilda, por todo esforço e investimento em meus estudos e dedicação em ensinar-me desde criança o caminho que se deve andar.

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço primeiramente a DEUS por tudo o que ELE fez por mim ao longo da minha vida, as batalhas vencidas e a cura cedida. O SENHOR JESUS, que deu a vida por cada um de nós, somente ELE é digno de toda honra e de toda glória. Obrigado meu DEUS.

Agradeço ao Professor Doutor Ben-Hur Viana Borges pelas orientações e diretrizes, ao Israel Lot pela ajuda na obtenção das simulações, aos conselhos e revisão desta monografia, e à Dora Benedini de Lemos pela colaboração e auxílio na finalização deste trabalho.

Meus agradecimentos não se estendem apenas para aqueles que colaboraram para elaboração direta deste trabalho. Esta monografia encerra um ciclo de estudo, esforço e dedicação de cinco anos e meio. Nada é mais justo do que agradecer a todos que estiveram presentes e próximos de mim durante este período. A todos estes os meus agradecimentos. Mas há algumas pessoas que devem ser mencionadas.

Dentre estas, agradeço primeiramente os meus pais, Clodomiro e Marilda, por serem meus alicerces, incentivadores em meio a tantas notas vermelhas em provas, acolhedores em momentos difíceis e por nunca pouparam esforços para dar-me o melhor.

Agradeço ao meu irmão Felipe por exemplo de dedicação, e por trilhar caminhos difíceis para que eu pudesse trilhar mais facilmente, indicando-me os caminhos simples e os atalhos da vida e da engenharia. Obrigado por ser irmão.

Agradeço a todos os amigos que fizeram parte da minha primeira metade da graduação na UNESP de Ilha Solteira. Pessoas estas que fizeram parte do início deste ciclo, do início de uma formação acadêmica, da vida longe de casa, do amadurecimento e de início de grandes amizades. Quero agradecer em especial ao Daniel Augusto Pagi Ferreira, Diogo Henrique Calasans Castilho, João Antônio Ribeiro Maia e Matheus Jacon Pereira por serem grandes amigos. Agradeço também aos amigos que estiveram presente na segunda metade de minha graduação, na USP de São Carlos.

Agradeço as pessoas que não apenas conviveram, mas também dividiram o mesmo teto que eu, com os quais aprendi a compartilhar o mesmo espaço, contornar e resolver intrigas, e ser mais tolerante com as pessoas. Estes são Diego, Adriano e meus irmãos Felipe e Daniel Ferreira. Ao Daniel agradeço a companhia em todas as batalhas dos últimos cinco anos, a companhia nos momentos de ócios e das inúmeras conversas compartilhando dúvidas, conhecimento e pensamentos oníricos que transcendem a compreensão humana.

Por fim agradeço a Julia Benedini de Lemos por fazer a minha vida mais feliz, por me fazer acordar todas as manhãs e pensar que falta menos um dia paravê-la, por apesar de estar quase sempre a 80 km de mim, se faz sempre perto. Eu a agradeço por confiar em mim, por acreditar que tenho potencial e por fazer de nossas vidas uma vida só. Amo você.

*"Se alguém de vocês tem falta de sabedoria,  
peça-a a Deus, que a todos dá livremente,  
de boa vontade; e lhe será concedida."*

*Tiago 1:5*

## RESUMO

Metamateriais são estruturas geométricas feitas a partir de materiais comuns, dielétricos, condutores, magnéticos ou por combinação destes. Os metamateriais caracterizam-se principalmente por apresentarem propriedades especiais de permissividade ( $\epsilon$ ) e permeabilidade ( $\mu$ ) não encontradas nos materiais em estado natural, cujo principal efeito é o índice negativo de refração ( $n < 0$ ). Essas características permitem seu emprego em diversos tipos de aplicações em eletromagnetismo e óptica, tais como filtros, antenas, guia de ondas, super lentes etc. Normalmente, o equacionamento envolvido no cálculo de parâmetros dos metamateriais são complexos e, muitas vezes, necessitam de apoio computacional. Por este motivo, o presente trabalho traz um estudo sobre um tipo de comportamento metamaterial, qual seja, o de permissividade e permeabilidade negativas. Este trabalho também analisa o desempenho dessas estruturas em termos de seus parâmetros geométricos, e também apresenta uma metodologia de recuperação de parâmetros a partir da matriz de espalhamento S.

**Palavras-chaves:** Metamateriais, índice de refração negativo, recuperação de parâmetros, anel ressoante.

## ABSTRACT

Metamaterials are structure arrangements made from common materials, dielectrics, conductors, magnetic or a combination of these. Metamaterials are characterized mainly for their special characteristics of permittivity ( $\epsilon$ ) and permeability ( $\mu$ ), not found in the materials at natural state, whose main effect are the negative index of refraction ( $n < 0$ ). These characteristics allow its use in several types of applications in electromagnetism and optics, filters, antennas, waveguide, super lenses etc. Typically, the equations involved in the calculation of parameters of metamaterials are complex and, often, require high capability computational methods. For this reason, this work presents theoretical study on one type of metamaterial behavior, namely, negative permittivity and permeability. This work also examines the performance of these structures in terms of several geometric aspects, and present a parameter retrieval methodology from the scattering matrix  $S$ .

**Keywords:** Metamaterials, negative refraction index, parameters retrieval, resonant ring.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 -Os quatro comportamentos para $\epsilon$ e $\mu$ nos meios metamateriais.....	6
Figura 2 - Geometria do espalhamento de uma onda oblíqua incidente sobre uma interface DPS e DNG.....	7
Figura 3 - Arranjo de fios condutores para produzir um meio efetivo com permissividade negativa [11].....	8
Figura 4 - SRR para produzir um meio efetivo com permeabilidade negativa....	9
Figura 5 - (a) Primeira demonstração experimental de LHM [12] e (b) um LHM isotrópico 2-D [14].....	9
Figura 6 - Comportamento da onda em um cloak [31]. .....	11
Figura 7 - Estrutura unidimensional de fios finos [12].....	13
Figura 8 - Configuração periódica de fios finos metálicos com espaçamento a e raio r [16]. .....	14
Figura 9 - Vista da estrutura do anel ressoante proposto por Sir John Pendry. Quando as dimensões do anel são muito menores de $\lambda_0$ , pode-se considerá-lo como um simples circuito LC [18]. .....	16
Figura 10- (a) Um exemplo de MSRR com N=4 split-rings; (b) Circuito elétrico equivalente do do MSRR[18]. .....	17
Figura 11 - Propagação da onda em um meio <i>Right Handed</i> (RHM) e em um meio <i>Left Handed</i> (LHM) [20].....	21
Figura 12 – Rede de duas portas mostrando as ondas incidentes e refletidas [23]. .....	22
Figura 13 - Indicação da portas e das ondas incidentes e refletidas de um meio.....	23
Figura 14 - Linha de ar preenchida com material [26] .....	25
Figura 15 – Estrutura para verificação do método de recuperação de parâmetros [20].....	30
Figura 16 – Respostas obtidas para a estrutura da Figura 12 [21].....	31
Figura 17 - Estrutura assimétrica com frequência de ressonância próxima de 10GHz [28].....	32
Figura 18 – (a) Espectro de absorção. (b) Gráfico de permissividade. A curva vermelha tracejada representa $\text{Im}(\epsilon)$ e a curva azul representa $\text{Re}(\epsilon)$ [21].....	33

Figura 19 - (a) Espectro de absorção simulado. (b) Gráfico de permissividade recuperado. A curva azul clara representa $\text{Im}(\epsilon)$ e a curva verde clara representa $\text{Re}(\epsilon)$ .....	34
Figura 20 - Respostas da permissividade para variações de $w_1$ .....	38
Figura 21 - Respostas da permeabilidade para variação de $w_1$ .....	39
Figura 22 - Respostas do índice de refração para variação de $w_1$ .....	39
Figura 23 - Respostas da permeabilidade para variação de $g$ .....	40
Figura 24 -- Curvas de permeabilidade para variação do <i>gap g</i> .....	41
Figura 25 – Respostas do índice de refração para variação do <i>gap g</i> .....	42
Figura 26 - Resposta da permeabilidade para variação de $w_2$ .....	43
Figura 27 - Resposta da permissividade para variação de $w_2$ .....	44
Figura 28 – Resposta do índice de refração para variação de $w_2$ .....	44
Figura 29 - Resposta da permissividade para variação de $a$ .....	45
Figura 30 - Resposta da permeabilidade para variação de $a$ .....	46
Figura 31 - Resposta do índice de refração para variação de $a$ .....	47
Figura A1- (a)Esboço e as dimensões geométricas de um <i>spiral resonator</i> (SR); (b) Circuito equivalente de um spiral resonator; (c)Esboço e as dimensões geométricas de um <i>labyrinth resonator</i> (LR); (d) Circuito equivalente de um <i>labyrinth resonator</i> . .....	53
Figura B1 - Primeira tela do HFSS.....	57
Figura B2 - Tela de projeto. ....	57
Figura B3 - Ferramentas e geometrias possíveis de construir no HFSS. ....	58
Figura B4 - Tela indicando os atributos do material. As setas vermelhas indicam os objetos presentes no projeto. O quadrado vermelho destaca os atributos do objeto. A seta azul indica o material do objeto. ....	60
Figura B5 - Tela de seleção de material.....	60
Figura B6 - Definição de posição e coordenadas.....	61
Figura B7 - Lista de variáveis criadas. ....	61
Figura B8 - Criação da porta de excitação. ....	62
Figura B9 - Definição da direção da excitação. ....	63
Figura B10 - Condição de contorno. ....	64
Figura B11 - Adicionando uma solução.....	65
Figura B12 - Adicionando varredura em frequência. ....	66
Figura B13 - Adicionando análise paramétrica.....	66

# SUMÁRIO

<b>DEDICATÓRIA.....</b>	<b>iv</b>
<b>AGRADECIMENTO.....</b>	<b>v</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>viii</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>ix</b>
<b>LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....</b>	<b>x</b>
<b>1- Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 – Motivação .....	2
1.2 – Objetivos.....	2
1.3 - Organização do Texto.....	2
<b>2- Conceitos Gerais sobre Metamateriais .....</b>	<b>4</b>
2.1 – O que é Metamaterial.....	4
2.2 – Resumo Histórico.....	7
2.3 – Aplicações para metamateriais LHM.....	10
<b>3 – Determinação e Obtenção da Permissividade, Permeabilidade e Índice de Refração Negativo. ....</b>	<b>12</b>
3.1 – Permissividade Negativa ( $\epsilon < 0$ ).....	12
3.2 – Permeabilidade Negativa ( $\mu < 0$ ).....	14
3.3 - Índice de Refração Negativa ( $n < 0$ ) .....	18
<b>4 - Recuperação de Parâmetros.....</b>	<b>22</b>
4.1 – Parâmetros de Espalhamento S .....	22
4.2– Método de Recuperação de Parâmetros Utilizando Parâmetros S.....	24
<b>5 - Verificação do Método de Recuperação de Parâmetros Por Meio de Simulação</b>	<b>29</b>
5.1 – Simulação de Estrutura Simétrica com Frequência de Ressonância de 10GHz.....	29
5.2 – Simulação de Estrutura Assimétrica com Frequência de Ressonância Próxima de 10GHz .....	32

<b>6 – Variação de Parâmetros e Análise dos resultados.....</b>	<b>36</b>
6.1 – Variação da Espessura do Fio Fino (thin-wire).....	36
6.2 – Variação do Gap.....	40
6.3 – Variação da Largura dos Anéis .....	42
6.4 – Variação da distância entre as células .....	45
<b>7 – Conclusão .....</b>	<b>48</b>
<b>Referência Bibliográfica.....</b>	<b>49</b>
<b>Apêndice A.....</b>	<b>52</b>
A1 – Integral Elíptica.....	52
A2 – Programa Para Obtenção da Frequência de Ressonância .....	52
<b>Apêndice B .....</b>	<b>56</b>
B1 – Iniciando o HFSS.....	56
B2 – Criando um Programa .....	56
B3 – Construindo Geometrias.....	58
B4 – Definição das Portas de Ondas de Excitação e Condições de Contorno .....	62
B5 – Solução e Análise Paramétrica.....	64
B6 – Análise e Resultados .....	67
<b>Apêndice C .....</b>	<b>68</b>

## 1- Introdução

Metamateriais são materiais produzidos artificialmente, dotados de propriedades físicas que não são encontradas normalmente na natureza, apresentando uma emergente e promissora área de pesquisa que promete trazer importantes avanços tecnológicos e científicos em diversas áreas, tais como telecomunicações, radares e defesa, microeletrônica e imagens médicas. Algumas pesquisas restringem metamateriais a meios periódicos artificialmente estruturados em que a periodicidade é muito menor que o comprimento de onda eletromagnética que a incide. Esta definição de metamateriais está diretamente relacionada com o trabalho clássico de dielétricos artificiais realizado em freqüências de microondas na década de 1950 e 1960 [1]. No entanto, atualmente não existe uma definição universalmente aceita de metamateriais, mas, em termos gerais, estes são meios artificiais com propriedades eletromagnéticas incomuns. Normalmente, as propriedades dos materiais são caracterizadas por uma permissividade dielétrica ( $\epsilon$ ) e uma permeabilidade magnética ( $\mu$ ). O material referencial é o ar cuja a permissividade é  $\epsilon_0$  e a permeabilidade é  $\mu_0$ . A permissividade e permeabilidade relativa de um material são definidas como  $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$  e  $\mu_r = \mu/\mu_0$ , respectivamente, os quais definem outro parâmetro importante do material, o índice de refração, como  $n = \sqrt{\epsilon_r\mu_r}$ . Na natureza, a maioria dos materiais apresentam permeabilidade e permissividade maior que  $\mu_0$  e  $\epsilon_0$ , respectivamente. Os metamateriais abriram as portas para realizar todas as possíveis propriedades de materiais ( $\epsilon>0$  e  $\mu>0$ ;  $\epsilon<0$  e  $\mu>0$ ;  $\epsilon>0$  e  $\mu<0$ ;  $\epsilon<0$  e  $\mu<0$ ).

Uma característica típica das novas áreas de pesquisa com metamateriais é o seu caráter interdisciplinar, que transcende os limites anteriormente respeitados entre os campos de pesquisa. Pesquisadores de diferentes tradições e origens abordam e atacam problemas envolvendo metamateriais, resolvendo-os, e criam novos conceitos. Esses pesquisadores vêm de diversos campos do conhecimento tais como eletromagnetismo, engenharia de antenas e microondas, optoeletrônica, óptica clássica, ciência dos materiais, engenharia de semicondutores, nanociências e de muitas outras áreas da ciência, visto a enorme aplicabilidade dos metamateriais.

A propriedade mais inovadora do metamaterial é a possibilidade de possuir índice de refração negativo. O fenômeno da refração negativa tem sido estudado extensivamente nos últimos anos devido às suas propriedades físicas originais e novas aplicações.

## **1.1 – Motivação**

A motivação para este trabalho partiu da indicação do Prof.<sup>º</sup> Dr. Ben-Hur Viana Borges em estudar e projetar meios com comportamento eletromagnético anômalo, como meio com índice de refração negativo, e de suas inúmeras aplicações. Outro ponto motivacional é a dificuldade de obtenção de parâmetros que caracterizem o meio.

## **1.2 – Objetivos**

O objetivo deste trabalho é demonstrar como projetar uma célula de metamaterial e determinar o valor de permissividade, permeabilidade e índice de refração desejado para ela. Será verificado o método de obtenção de parâmetros e características eletromagnéticas de metamateriais reproduzindo inicialmente os resultados descritos nas referências. Serão feitas simulações computacionais paramétricas com o objetivo de analisar a dependência entre a resposta eletromagnética de uma estrutura de metamaterial e seus parâmetros construtivos.

## **1.3 - Organização do Texto**

Este trabalho é dividido em sete capítulos, sendo que este primeiro capítulo introduz aos metamateriais e apresenta a motivação e objetivos do trabalho.

O Capítulo Dois condensa um resumo histórico da teoria de metamateriais, desde a primeira publicação na sociedade acadêmica da possibilidade matemática em realizar um meio com índice de refração negativo até a implementação física de tal meio, além de aplicações para o metamaterial.

O Capítulo Três aborda o projeto e caracterização de estrutura metamaterial.

O Capítulo Quatro aborda as características e propriedades dos parâmetros de espalhamento S e o método de recuperação de parâmetros eletromagnéticos de uma estrutura através dos parâmetros S.

O Capítulo Cinco apresenta a reprodução de dois artigos afim de averiguar os resultados obtidos pelo método de recuperação de parâmetros.

O Capítulo Seis discute os resultados para variações paramétricas de uma estrutura metamaterial com índice de refração negativo.

O Capítulo Sete conclui este trabalho, analisando os resultados e testes realizados.

O Apêndice A apresenta um programa em MATLAB para auxiliar a projetar e obter a frequência de ressonância de algumas estruturas em anel.

O Apêndice B apresenta um breve tutorial explicando algumas ferramentas básicas, porém suficientes para simular uma célula de metamaterial.

O Apêndice C apresenta o programa em MATLAB implementado para plotar os gráficos de permissividade, permeabilidade, impedância e índice de refração utilizado neste trabalho.

## 2- Conceitos Gerais sobre Metamateriais

Os Metamateriais têm se tornado cada vez mais comum nas discussões e pesquisas em eletromagnetismo, física teórica e em alguns outros campos onde se pode aplicá-lo. Neste capítulo será definido o que é um metamaterial, sua retrospectiva histórica, e suas propriedades e aplicações.

### 2.1 – O que é Metamaterial

É difícil encontrar uma definição exata, ou mesmo aceitável unanimemente, para o termo “metamaterial”. De acordo com Ari Sihvola [2]: “[...] para ser capaz de conduzir uma discussão construtiva onde uma determinada palavra tem um papel importante, no entanto, seria útil se pelo menos um grupo de pessoas concordasse sobre o significado desta palavra”. No entanto, as definições propostas pelos mais entendidos no assunto não divergem totalmente entre si. Algumas das definições que podem ser encontrada são:

- Metamateriais eletromagnéticos são materiais compostos de estruturas artificiais que podem ser projetadas para ter uma propriedade eletromagnética desejada, embora o material tenha outras propriedades vantajosas [3].
- Estrutura composta de elementos com dispersão macroscópica [4].
- “Metamateriais”, materiais cuja permeabilidade e permissividade derivam de sua estrutura [5].
- Metamateriais são uma nova classe de nanocompostos ordenados que apresentam propriedades excepcionais que não são facilmente observadas na natureza. Essas propriedades surgem de funções de resposta qualitativamente nova, que não são observadas na constituição do material, e de resultado da inclusão da fabricação artificial, extrínseca, baixa heterogeneidade dimensional [6].
- Metamateriais são definidos como compostos macroscópicos tridimensional feitos pelo homem, composto por células periódicas com arquitetura tal destinada a produzir uma combinação otimizada, não disponível na natureza, de duas ou mais respostas a uma excitação específica. Cada célula contém *metapartículas*,

componentes macroscópicos projetado com baixa dimensionalidade que permitam que cada componente de excitação seja isolado adequadamente [7].

Pode-se observar que as definições acima não são contraditórias. Mas duas características essenciais são comuns a essas e outras definições. O material deve apresentar propriedades eletromagnéticas diferentes da observada no material constituinte e não observável na natureza. Existem diversos estudos e exemplos de materiais eletromagnéticos com tais propriedades, mas provavelmente o mais difundido é tido como metamaterial por excelência é o meio Veselago [2]. Este meio pode ser frequentemente encontrado na literatura com diferentes nomes:

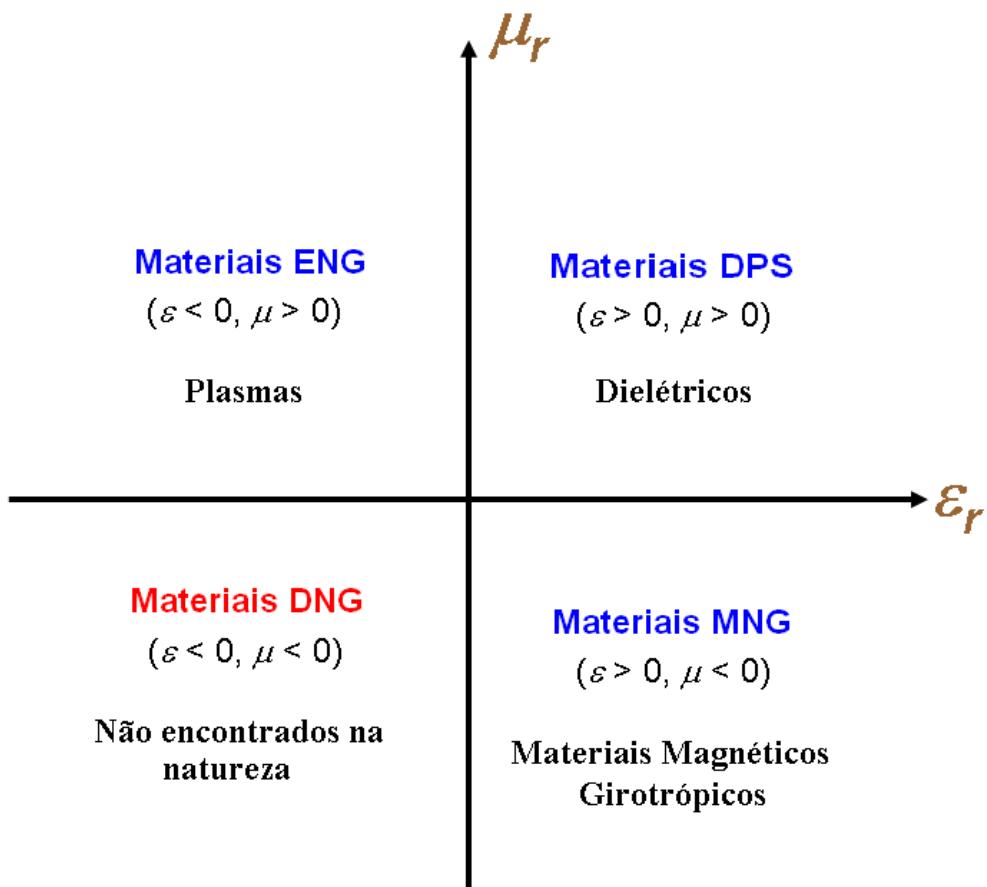
- *Left-handed metamaterial (LHM)*
- Meio com permissividade e permeabilidade simultaneamente negativas
- *Negative index of refraction (NIR) medium*
- *Double negative metamaterial (DNG)*
- *Backward-wave material*

É sabido que a resposta de um sistema para a presença de um campo eletromagnético é determinada pelas propriedades dos materiais envolvidos. Essas propriedades podem ser descritas definindo os parâmetros macroscópicos da permissividade  $\epsilon$  e permeabilidade  $\mu$  destes materiais. Isso permite classificar um meio de quatro maneiras:

- Um meio que possui permissividade e permeabilidade maior que zero ( $0 < \epsilon, 0 < \mu$ ) é chamado de meio duplo-positivos (DPS). A maioria dos materiais naturais (por exemplo, dielétricos) apresentam tais propriedades.
- Um meio com permissividade menor que zero e permeabilidade maior que zero ( $0 > \epsilon, 0 < \mu$ ) é chamado de meio de epsilon-negativo (ENG). Em certas frequências muitos plasmas apresentam esta característica. Por exemplo, os metais nobres (por exemplo, ouro, prata, tântalo, platina, paládio e ródio) se comportam dessa maneira em frequências no infravermelho (IR) e visível.
- Um meio com a permissividade maior que zero e permeabilidade menor que zero ( $0 < \epsilon, 0 > \mu$ ) é chamado de meio de mi-negativo (MNG). Em certas frequências alguns materiais girotrópicos exibem essa característica. Os metamateriais possuem o comportamento de meios DPS, ENG, e MNG.

- Um meio com permissividade e permeabilidade menor que zero ( $\epsilon > 0$ ,  $\mu > 0$ ) é chamado de material DNG ou LHM.

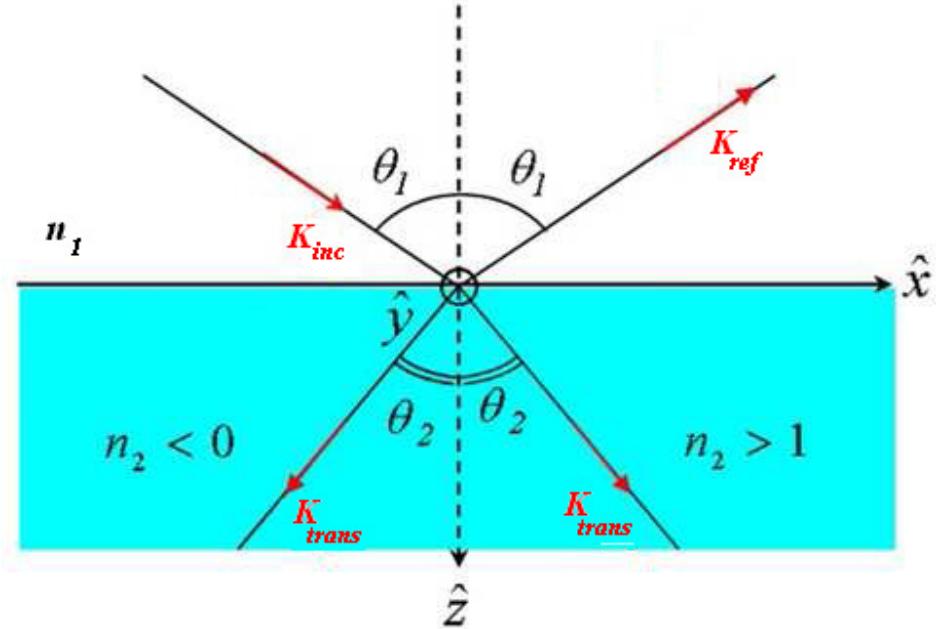
Estas classificações de meios podem ser ilustradas como na Figura 1.



**Figura 1 -Os quatro comportamentos para  $\epsilon$  e  $\mu$  nos meios metamateriais.**

Caso um meio apresente permissividade e permeabilidade negativa, este meio apresentará índice de refração negativo. A prova matemática para esta afirmação será apresentada posteriormente no Capítulo 3. O fenômeno da refração negativa é estudado considerando-se o espalhamento de uma onda que incide obliquamente em uma interface DPS-DNG como mostrado na Figura 2. Satisfazendo as condições de contorno na interface, obtém-se a lei da reflexão e da Lei de Snell:

$$\theta_{ref} = \theta_{inc}, \quad \theta_{trans} = sgn(n_2) \sin^{-1} \left( \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_{inc} \right)$$



**Figura 2 - Geometria do espalhamento de uma onda oblíqua incidente sobre uma interface DPS e DNG.**

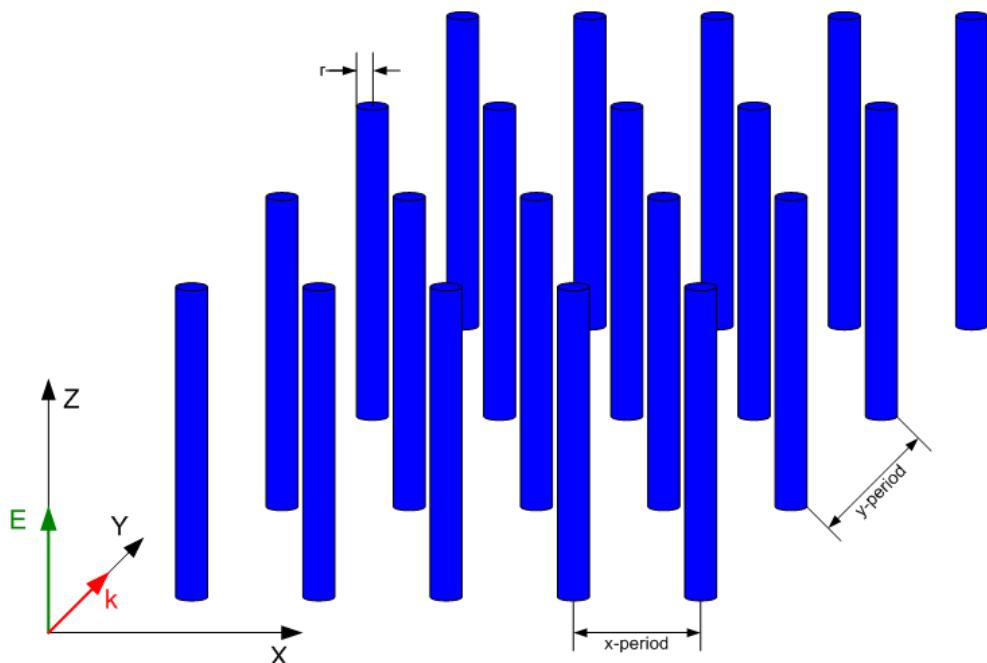
O entendimento das principais propriedades e características do meio Veselago é de fundamental importância para a compreensão e análise das estruturas caracterizadas neste trabalho.

## 2.2 – Resumo Histórico

Uma das primeiras tentativas de se explorar o conceito de material “artificial”, de que se tem documentação, nos remete ao final do século XIX, quando em 1898 Jagadis Chunder Bose realizou o primeiro experimento de microondas em estruturas torcidas, denominadas hoje de *meios quirais*. Em 1914, Karl Ferdinand Lindman trabalhou em *meios quirais* os quais foram modelados por ele através da dispersão de várias e diminutas hélices de fio orientadas aleatoriamente em um meio *hospedeiro* [8]. Já em 1948, W. E. Kock criou lentes leves fazendo uso de microondas com arranjos de esferas condutoras, discos e *fitas*, dispostos periodicamente [9]. Dessa forma, tornou-se possível a criação de um meio artificial com o propósito de obter um índice de refração efetivo do meio artificial sob teste. Desde então, materiais artificiais complexos têm sido objeto de

estudo por muitos grupos de pesquisa de vários países. Os metamateriais *quirais* foram extensivamente estudados nos anos de 1980 e 1990 para absorvedores de microondas para radar e outras aplicações.

Em 1967, o físico russo Victor Veselago pesquisava o comportamento de ondas planas propagando-se em materiais cuja permissividade e permeabilidade eram simultaneamente negativas [10]. Seus estudos teóricos mostraram que para uma onda plana monocromática propagando-se uniformemente em tal meio, a direção do vetor de Poynting é antiparalelo à direção da velocidade de fase, ao contrário da propagação de uma onda plana em um meio convencional. Na época em que publicou seus resultados, o próprio cientista mencionou que estes tipos de materiais não estavam disponíveis e seu trabalho ficou restrito apenas a curiosidades. Nessa época, meios com permissividade negativa eram obtidos a partir de um arranjo tridimensional de fios condutores retos que se interceptam mutuamente como descrito por Rotman [11] em 1962 e ilustrado na Figura 3. Em meios como esse, a permissividade é negativa abaixo da frequência de plasma. Nesse contexto, para avaliar os estudos de Veselago, faltava então descobrir de qual modo poderia-se obter a permeabilidade negativa.



**Figura 3 - Arranjo de fios condutores para produzir um meio efetivo com permissividade negativa [11].**

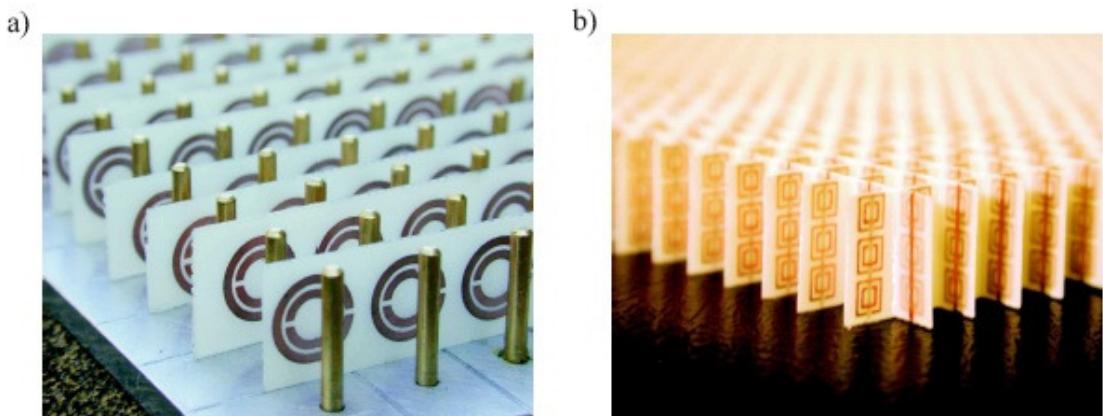
Isto somente se concretizou quase quarenta anos depois, quando um cientista chamado Pendry [12] introduziu um arranjo periódico de uma estrutura de tal modo a

produzir uma permeabilidade magnética efetiva a partir de ressoadores em forma de anel com fendas opostas. Este é o conceito de um SRR (*Split Ring Resonator*), ilustrado na Figura 4.



**Figura 4 - SRR para produzir um meio efetivo com permeabilidade negativa.**

Sabendo do comportamento e das propriedades que as estruturas citadas acima poderiam proporcionar, bastava a criação de um meio que obtivesse ambas as propriedades. Em 2000, Smith *et al* [13] demonstraram pela primeira vez experimentalmente a existência de LHMs, com as estruturas indicadas na Figura 5.



**Figura 5 - (a) Primeira demonstração experimental de LHM [12] e (b) um LHM isotrópico 2-D [14].**

### **2.3 – Aplicações para metamateriais LHM**

O LHM pode ser usado em diversas aplicações. Uma lente ideal (ou superlente) são possíveis aplicações. Lentes convencionais só são capazes de ampliar a luz até o limite de difração. Superlentes feitas de metamaterial permitiriam a geração de imagens além do limite de difração, podendo melhorar a capacidade das células solares na captação fótons. Considerando que uma estrutura pode ser ajustável variando-se parâmetros construtivos, pode-se, então, ajustar seu índice de resposta para casar melhor com o espectro solar, permitindo o desenvolvimento de metamateriais com grande largura de banda e grandes ângulos de incidência que poderão aumentar a captação de luz nas células solares [30].

Outra aplicação para LHM é na construção de guia de ondas plasmônicos. Guias de ondas plasmônicos são estruturas que conseguem dirigir essas ondas acopladas ao longo de um material. Além de ser mais fácil de fabricar, o novo metamaterial pode ter seu índice negativo de resposta ajustado por meio da alteração dos materiais usados na sua fabricação ou da geometria dos guias de onda. Isto permite que este seja fabricado afim de apresentar o índice de refração negativo para vários comprimentos de onda da luz, para qualquer ângulo de incidência e para luz de qualquer polarização.

Outro exemplo bastante citado em estudos de metamateriais e suas aplicações é a criação de um *invisibility cloak* (manto da invisibilidade), ou simplesmente *cloak*. Os metamateriais guiariam a luz em torno de um objeto, ao invés de refletir ou refratar a luz. Deste modo, para as ondas de luz e os olhos humanos que os observam, o objeto não estaria lá. As ondas de luz são guiadas pelos metamateriais em um percurso que contorne o objeto, e voltam a se reunir por trás dele, retomando o curso original. A Figura 6 ilustra o comportamento da onda em um *cloak*.

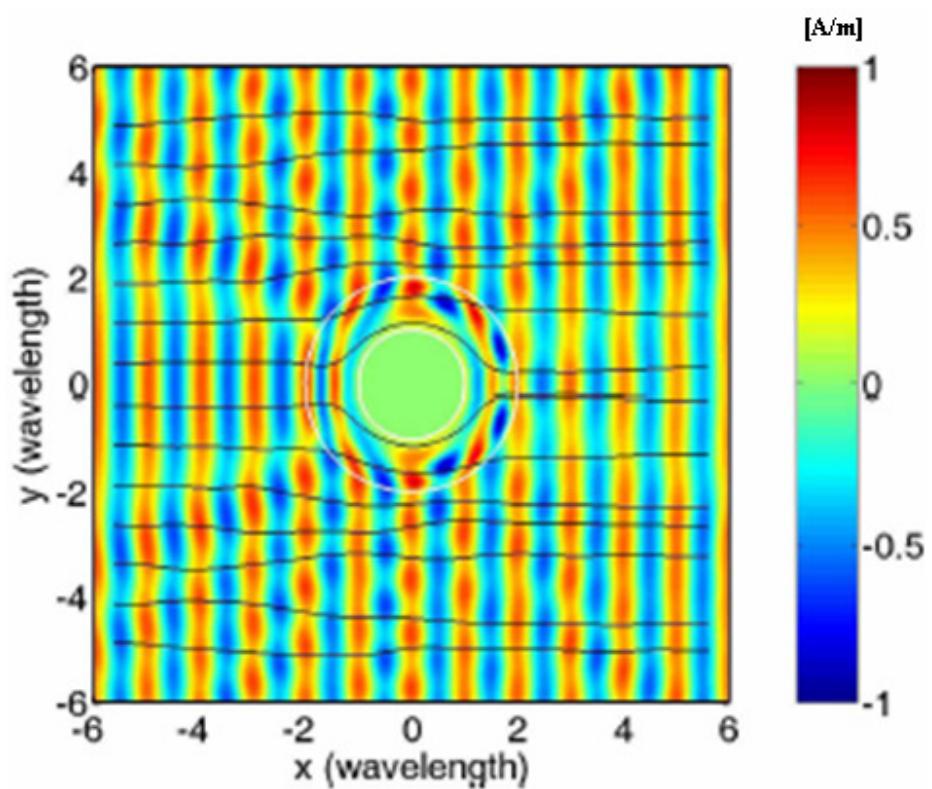


Figura 6 - Comportamento da onda em um cloak [31].

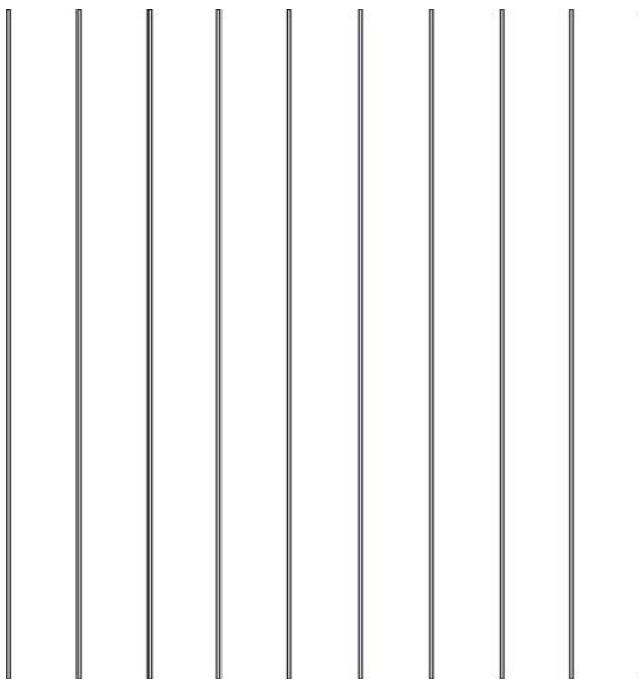
### **3 – Determinação e Obtenção da Permissividade, Permeabilidade e Índice de Refração Negativo.**

Neste capítulo são apresentadas as teorias físicas e eletromagnéticas, além dos conceitos que envolvem a permissividade, permeabilidade e o índice de refração de um metamaterial. No tópico 3.1 é analisada a permissividade negativa, e nos tópicos 3.2 e 3.3 são apresentados a permeabilidade negativa e o índice de refração negativo, respectivamente.

#### **3.1 – Permissividade Negativa ( $\epsilon < 0$ )**

A permissividade é uma constante física que descreve como um campo elétrico afeta e é afetado por um meio. A permissividade é determinada pela habilidade de um material de polarizar-se em resposta a um campo elétrico aplicado e, dessa forma, cancelar parcialmente o campo dentro do material. Uma maneira de obter permissividade negativa é através de um arranjo periódico de fios finos (*thin-wire*), como mencionando no capítulo 2. Pode-se determinar a permissividade deste arranjo analisando-o como uma estrutura unidimensional de fio finos.

Uma estrutura unidimensional de fios finos é um conjunto de fios paralelos ordenados na mesma direção como ilustrado na Figura 7. A permissividade  $\epsilon$  negativa pode ser obtida para todas as frequências abaixo da frequência de plasma  $\omega_p$ , desde que o campo elétrico da onda eletromagnética esteja polarizado paralelamente aos fios. A teoria e suas derivações que dominam o comportamento da estrutura de fios finos podem ser encontradas em [15].



**Figura 7 - Estrutura unidimensional de fios finos [12].**

O plasma é um meio com uma concentração igual de cargas positivas e negativas, das quais pelo menos um tipo de carga é móvel. Em um sólido, as cargas negativas dos elétrons de condução são compensadas por uma concentração igual de carga positiva dos núcleos de íons [16]. A frequência de plasma traduz a frequência com que os elétrons livres no metal conseguem vibrar. Para ondas com frequências abaixo deste valor os elétrons conseguem blindar eficazmente o campo elétrico da onda e assim impedir a sua propagação. O valor da frequência de plasma e função dielétrica do plasma podem ser obtidas pelo modelo de Drude como:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{\epsilon_0 m}} \quad (1)$$

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} \quad (2)$$

Onde  $n$  é a densidade dos elétrons,  $m$  é a massa do elétron,  $e$  é a carga do elétron e  $\gamma$  é um coeficiente de amortecimento. Montando finas estruturas de fio metálico em um meio periódico (Figura 8) com parâmetros adequados, pode ser alcançada a permissividade

negativa em frequências de microondas. A frequência de plasma dos finos metálicos fios é explicada com detalhes em [15]. Nesse caso, os valores de  $n$  e  $m$  devem ser substituídos por seus valores eficazes e desse modo a frequência de plasma é:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{2\pi c_0^2}{a^2 \ln(a/r)}} \quad (3)$$

onde  $a$  é a separação entre os fios,  $r$  é o raio do fio e  $c_0$  é a velocidade da luz no vácuo.

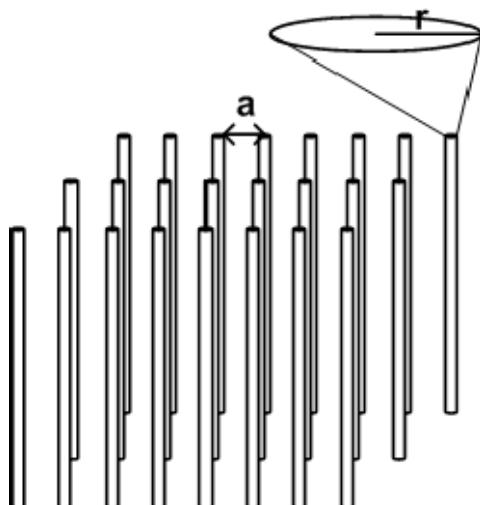


Figura 8 - Configuração periódica de fios finos metálicos com espaçamento  $a$  e raio  $r$  [16].

Pode-se notar que a frequência de plasma em (3), diferentemente de (1), não depende de parâmetros microscópicos. Obtém-se assim uma equação que contém apenas parâmetros macroscópicos do sistema: raio dos fios e a distância entre os fios.

### 3.2 – Permeabilidade Negativa ( $\mu < 0$ )

A carga elétrica é responsável por diversas respostas elétricas em materiais dielétricos. Devido à inexistência de cargas magnéticas análoga a uma carga elétrica, é mais difícil obter um material com permeabilidade magnética negativa [17]. Normalmente a permeabilidade magnética relativa é igual à unidade ( $\mu = 1$ ) para materiais comuns. Para o meio de fios metálicos finos, discutido no seção 3.1, o campo elétrico e

permissividade dielétrica tornam-se negativos abaixo da frequência de plasma dos fios. Mas, estas estruturas de fios metálicos não têm resposta à excitação do campo magnético. Portanto, para se obter permeabilidade negativa deve-se estender as propriedades magnéticas dos materiais. Pendry *et al.* [5], conseguiu um aumento da resposta magnética do material artificial projetado introduzindo elementos capacitivos na estrutura. Pendry *et al.* [5] conceitualizou um meio composto por anéis metálicos que funcionam como dipolos magnéticos macroscópicos, permitindo que o material possa ter uma resposta forte na proximidade da freqüência de ressonância dessas estruturas. Ele chamou essas inclusões de “*Split Ring Ressonadores (Anel Fendido Ressoante)*”, pois são anéis metálicos fendidos, como já mencionado no seção 2.2 e ilustrado na Figura 4.

Quando o SRR é muito menor que o comprimento de onda de excitação ( $\approx \lambda/10$ ), pode-se considerá-lo como um circuito LC, com L sendo a auto-indutância do anel e C a capacitância da fenda (*gap*). Um diagrama do SRR juntamente com o seu circuito equivalente é mostrado na Figura 9 [18]. A variação no tempo do campo magnético incidente  $H_{inc}$  no SRR induz uma tensão em seu enlace dado por:

$$V_{ind} = -j\omega \int_{A_{loop}} B_{inc} \cdot dA \quad (4)$$

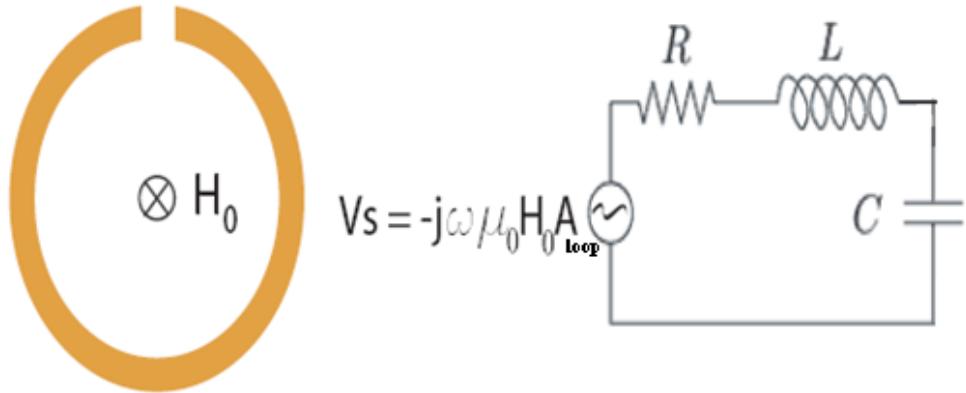
Onde  $A_{loop}$  é a área do caminho fechado do anel. Quando as dimensões do anel são muito menores que o comprimento de onda, o campo magnético  $H_{inc}$  é uniforme em todo o anel, simplificando a integral para

$$\int_S B_{inc} \cdot dS \approx B_{inc} A_{loop} = \mu_0 H_{inc} A_{loop} \quad (5)$$

quando não há perdas, a impedância do SRR é expressa com

$$Z_{ring} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = j\omega L \left( 1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \quad (6)$$

onde L é a indutância mútua, C é a capacitância do *gap*, e  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  é a frequência de ressonância do SRR.



**Figura 9 - Vista da estrutura do anel ressoante proposto por Sir John Pendry. Quando as dimensões do anel são muito menores de  $\lambda_0$ , pode-se considerá-lo como um simples circuito LC [18].**

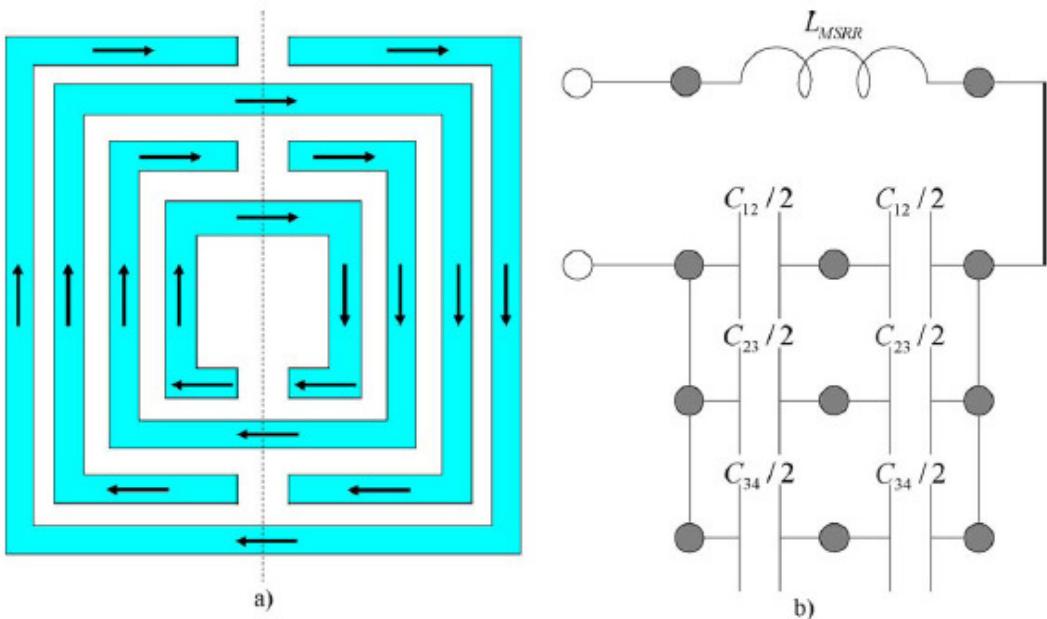
No trabalho de Pendry *et al.*[4] foi proposto um equacionamento para a permeabilidade magnética relativa do SRR circular estudado por ele, mas Hand em [18] apresenta uma equação mais genérica mostrada a seguir:

$$\mu_r = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (7)$$

onde  $\mu_r$  é a permeabilidade magnética relativa do meio, e o parâmetro  $F$  é a “força de oscilação” do meio e  $v$  é o volume.

$$F = \frac{\mu_0 A_{loop}^2}{Lv} \quad (8)$$

Nos SRR, duas grandezas importantes são a capacitância e a indutância do anel, uma vez que são elas que definem a frequência de ressonância da estrutura. Em 2007, Bilotti *et al.* [19] propuseram uma maneira de se obter esses parâmetros em estruturas com múltiplos SRR (*Multiple Split-Ring Resonators* - MSRR) de diversas geometrias. O equacionamento proposto por [19] que será mostrado a seguir é da estrutura apresentado na Figura 10, pois essa é a mesma estrutura a ser analisada no Capítulo 6 deste trabalho.



**Figura 10-** (a) Um exemplo de MSRR com  $N=4$  split-rings; (b) Circuito elétrico equivalente do do MSRR[18].

$$L_{MSRR} = 2,43 \times \mu_0 \times [l - (N - 1) \times (s + w)] \times \left[ \ln\left(\frac{0,98}{\rho}\right) + 1,84 \times \rho \right] \quad (9)$$

$$C_{MSRR} = \frac{N - 1}{2} \times [2 \times l - ((2 \times N - 1) \times (w + s))] \times C_0 \quad (10)$$

Onde:

$L_{MSRR}$  - Indutância do SRR;

$C_{MSRR}$  - Capacitância do SRR;

$w$  - Espessura de um dos anéis do SRR;

$s$  - Separação entre os anéis do SRR;

$l$  - Comprimento de um dos lados do anel externo do SRR;

$\mu_0$  - Permeabilidade magnética no vácuo;

$\rho$  - Razão de preenchimento;

$C_0$  - Capacitância por unidade de comprimento;

$N$  - Números de anéis.

Ainda de acordo com [19],  $\rho$  e  $C_0$  são definidos através das equações (11) e (12) respectivamente:

$$\rho = \frac{(N - 1)(w + s)}{[l - (N - 1)(w + s)]} \quad (11)$$

$$C_0 = \varepsilon_0 \times \left\{ 1 + \frac{2}{\pi} \times \operatorname{arctg} \left[ \frac{h}{2 \times \pi \times (w + s)} \right] \times (\varepsilon_r - 1) \right\} \times \frac{K(\sqrt{1 - k^2})}{K(k)} \quad (12)$$

onde

$h$  - Espessura de cobre do SRR;

$\varepsilon_0$  - Permissividade no vácuo;

$\varepsilon_r$  - Permissividade relativa;

$K$  - É a integral elíptica completa de primeira espécie (*Complete elliptic integral of the first kind*)

Desse modo, com os equacionamentos acima já é possível projetar um SRR com a permeabilidade e frequência de ressonância desejável. No Apêndice A é apresentado uma breve explanação sobre integrais elípticas e um programa em MATLAB para a obtenção da frequência de ressonância da estrutura apresentada na Figura 10 e das demais apresentadas em [19], visto que para se calcular integrais elípticas deve-se utilizar métodos numéricos.

### 3.3 - Índice de Refração Negativa ( $n < 0$ )

Para entender a idéia de um LHM, primeiramente é necessário relembrar a regra da mão direita estabelecida no eletromagnetismo a qual afirma que quando a direção do campo elétrico  $E$  e o campo magnético  $H$  são representados pelo polegar e o dedo indicador da mão direita, respectivamente, colocadas em ângulos retos entre si. Em seguida, colocando-se o dedo médio perpendicularmente a ambos os dedos dá a direção de propagação da onda, o que é normal tanto para ao campo elétrico  $E$  quanto ao campo magnético  $H$ . Todas as ondas eletromagnéticas na natureza, incluindo a luz obedecem

esta regra. Esta lei pode ser declarada matematicamente a partir da equações de Maxwell como segue abaixo:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (13)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (14)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (15)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (16)$$

onde  $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$  e  $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ . Procedendo com a manipulação das equações de Maxwell, a partir da equação (13), aplicando  $\nabla \times$  em ambos os lados:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\nabla \times \frac{\partial \mu \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial(\nabla \times \mathbf{H})}{\partial t}$$

$$\text{como } \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \text{ e}$$

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = \nabla \cdot \mathbf{D} = 0$$

então

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2}$$

Deste modo obtém-se a equação de onda vetorial para o espaço livre para o campo elétrico:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad (17)$$

Analogamente, partindo de (14) obtém-se a equação de onda vetorial no vácuo para o campo magnético

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \mu \epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{H} \quad (18).$$

Analizando a equação (17),  $\epsilon$  e  $\mu$  não são um problema se ambos os sinais são positivos ou negativos. A solução da (17) e (18) tem a forma

$$\exp [i(nkd - \omega t)]$$

onde  $n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$  é o índice de refração e  $k$  é o número de onda. Sabe-se também que:

$$k = \omega \sqrt{\epsilon \mu} = k_0 n, \quad (k = \alpha + j\beta) \quad (19)$$

$$\nu = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_R \mu_R}} = \frac{c}{n} \quad (20)$$

$$Z = \frac{k}{\omega \epsilon} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \zeta Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_R}{\epsilon_R}} \cdot Z_0 \quad (21)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz  $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ ,  $k_0$  é o número de onda no espaço livre  $\frac{\omega}{c}$ ,  $Z_0$  é a impedância da onda no espaço livre  $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ ,  $\epsilon_R$  a permissividade relativa  $\frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ ,  $\mu_R$  é a permeabilidade relativa  $\frac{\mu}{\mu_0}$ . Considerando uma onda plana propagando-se ao longo do eixo  $z$ , o vetor campo elétrico  $\mathbf{E}$  e o vetor campo magnético  $\mathbf{H}$  podem ser definidos pelas equações (22) e (23).

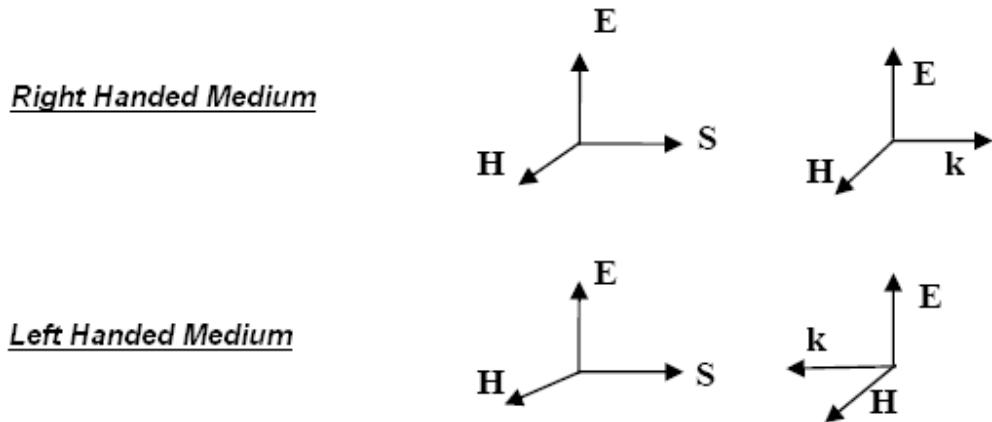
$$\mathbf{E} = E_0 e^{jkz - j\omega t} \vec{a}_x \quad (22)$$

$$\mathbf{H} = H_0 e^{jkz - j\omega t} \vec{a}_y \quad (23)$$

O valor médio do vetor Poynting , o qual indica a direção de propagação da energia e da onda, correspondente às equações (22) e (23), é dado por:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = \frac{|E_0|^2}{2} \operatorname{Re} \left( \frac{1}{Z^*} \right) e^{-2\alpha z} \hat{a}_z \quad (24).$$

Nota-se que em um meio onde a permissividade e a permeabilidade são simultaneamente negativas, a velocidade da fase será anti-paralela à direção de propagação da onda ou fluxo de energia. Pode-se dizer que a onda tem uma "velocidade de fase negativa" nesse meio [20]. Assim, embora a direção do fluxo de energia é sempre do emissor para o receptor, a fase move-se na direção oposta. Isso pode ser ilustrado na Figura 11. Observa-se que o vetor  $\mathbf{S}$  segue a regra da mão direita, enquanto o vetor  $\mathbf{k}$  é anti-paralelo ao vetor  $\mathbf{S}$  em um meio LHM.



**Figura 11 - Propagação da onda em um meio *Right Handed* (RHM) e em um meio *Left Handed* (LHM) [20].**

## 4 - Recuperação de Parâmetros

Nesse capítulo busca-se a obtenção e a verificação de resultados de projetos, experimentos e simulações propostos e já publicado por alguns pesquisadores. É frequente encontrar artigos em revistas, periódicos e teses com estudos de células de SRR e meios metamateriais com respostas da permissividade e permeabilidade de uma estrutura, ou mesmo de um meio, embora não seja informado o método para a obtenção de tais resultados. Outro ponto interessante e de grande dificuldade neste trabalho era a verificação e a aquisição da resposta da permeabilidade, permissividade e índice de refração após a simulação no software *Ansoft HFSS*. Porém, uma resposta fácil de obter por meio do HFSS são as respostas dos parâmetros S do sistema. Smith *et al.* [21] e Alexopoulos *et al.* [22] apresentam métodos que possibilitam a caracterização das respostas da permissividade, permeabilidade e, consequentemente, do índice de refração para o sistema. Nos tópicos 4.1 e 4.2 serão apresentados, respectivamente, uma breve explicação sobre os parâmetros de espalhamento S e a técnica de recuperação de parâmetros proposto por [21].

### 4.1 – Parâmetros de Espalhamento S

Grande parte dos filtros e outros dispositivos de microondas, como um meio metamaterial, são representados por uma rede de duas portas com ondas incidentes e ondas refletidas em ambas as portas, como mostrado nas Figuras 12 e 13.

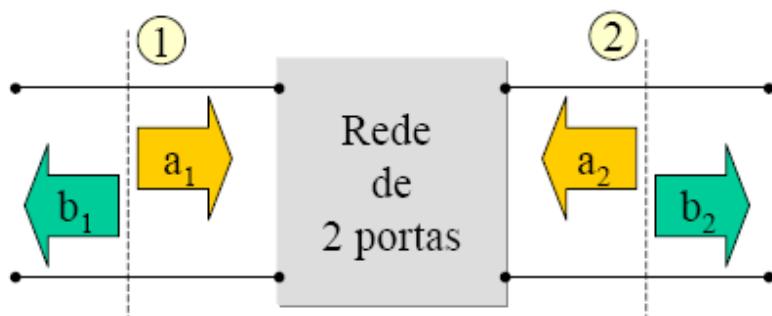
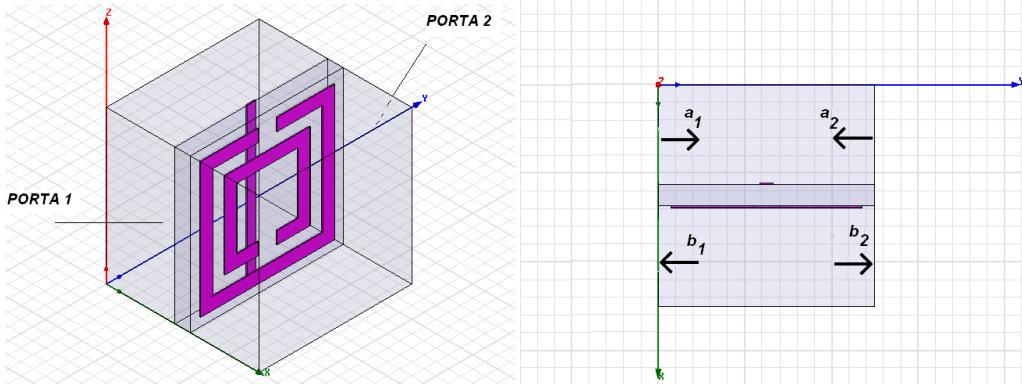


Figura 12 – Rede de duas portas mostrando as ondas incidentes e refletidas [23].



**Figura 13 - Indicação da portas e das ondas incidentes e refletidas de um meio.**

Na Figura 12, por convenção, a onda incidente é representada por  $a_i$  e a onda refletida por  $b_i$  na  $i$ -ésima porta. A fonte conectada na porta 1 produz a onda incidente  $a_1$ . Parte desta onda é refletida de volta para a entrada, devido a um descasamento de impedância, enquanto o restante do sinal é transmitido por meio da rede ou meio. A passagem pela rede ou meio altera tanto a magnitude quanto a fase do sinal. Dependendo do tipo de terminação na porta 2, parte do sinal é refletida de volta à entrada (porta 1). Assim, a onda refletida  $b_1$  depende dos sinais incidentes  $a_1$  e  $a_2$  nas duas portas. Similarmente, a onda de saída  $b_2$  é dependente de  $a_1$  e  $a_2$  [24]. Matematicamente, tem-se:

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \quad (25)$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad (26)$$

Utilizando notação matricial, (25) e (26) podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$[\mathbf{b}] = [\mathbf{S}][\mathbf{a}] \quad (28)$$

onde  $[\mathbf{S}]$  é a matriz de espalhamento de uma rede de duas portas e  $S_{ij}$  são os parâmetros de espalhamento dessa rede. Os parâmetros  $S_{ij}$  são definidos em termos das ondas incidentes e refletidas como:

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \Big|_{a_2=0}$$

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_2=0}$$

$$S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big|_{a_1=0}$$

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_1=0}$$

em que  $a_n = 0$  implica que existe um casamento de impedância perfeito na porta  $n$ , ou seja, não existe reflexão nesse terminal devido à presença de uma carga casada.

Os parâmetros  $S_{11}$  e  $S_{22}$  são coeficientes de reflexão e os parâmetros  $S_{12}$  e  $S_{21}$  são os coeficientes de transmissão. Os parâmetros  $S_{ij}$  são, em geral, complexos, sendo convenientemente expressá-los em termos de suas amplitudes e fases. Para facilitar a interpretação das respostas em frequência dos dispositivos ou meios em análises, é usual plotar os parâmetros  $S_{ij}$  em decibels (dB).

#### 4.2– Método de Recuperação de Parâmetros Utilizando Parâmetros S

O método de recuperação de parâmetros utilizando formalismo matemático dos parâmetros de espalhamento nos permite caracterizar as estruturas volumétricas, bem como para se obter a caracterização de seus parâmetros eletromagnéticos. Para tanto, deve-se supor que a estrutura é equivalente para um meio macroscópico equivalente. Deste modo, pode-se descrever os termos em funções das respostas eficazes, isto é, em termos dos parâmetros de espalhamento  $\{Z(\omega), n(\omega)\}$  ou em termo de  $\{\epsilon(\omega), \mu(\omega)\} = \{n(\omega)/Z(\omega), n(\omega) \cdot Z(\omega)\}$  [21]. Assim, os parâmetros de espalhamento  $S_{11}$  e  $S_{21}$ , coeficiente de reflexão e transmissão, respectivamente, apresentam a forma correspondente a um meio macroscópico homogêneo. Se assim considerado, a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética de materiais dielétricos podem ser obtidas a partir de medições dos parâmetros S [25-26]. Pode-se considerar a estrutura

metamaterial como um material inserido em uma linha de transmissão. A Figura 14 mostra o caso ideal em que uma amostra de material é colocada numa linha de ar [27].

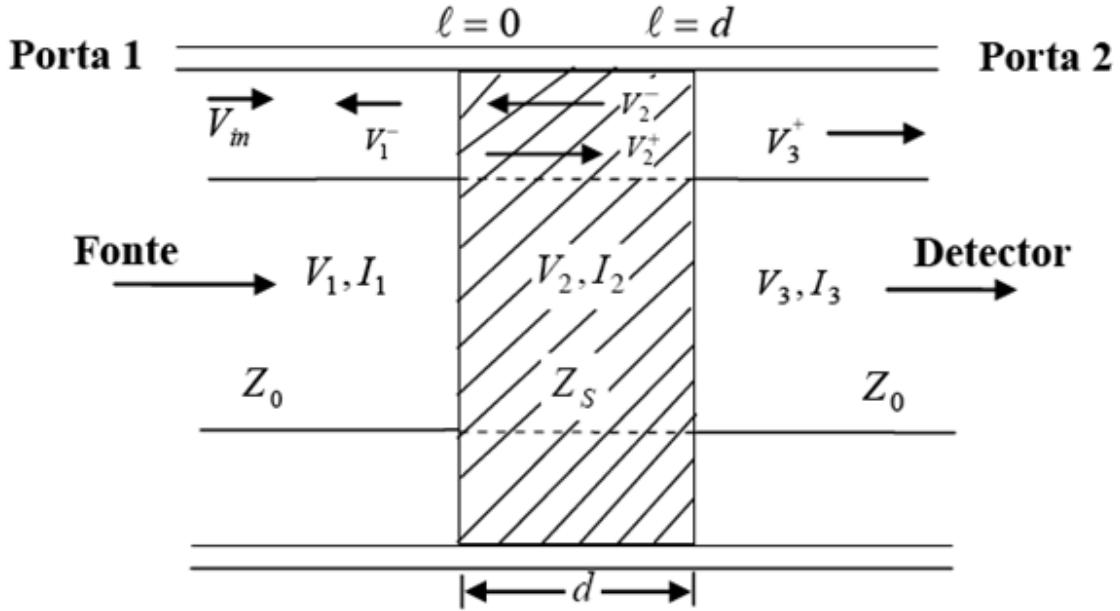


Figura 14 - Linha de ar preenchida com material [26]

Na Figura 14 as tensões e correntes são dadas por:

$$V_1 = V_{in} \exp[-jk_0 l] + V_1^- [jk_0 l] \\ I_1 = \frac{1}{Z_0} (V_{in} \exp[-jk_0 l] + V_1^- [jk_0 l]) \quad l \leq 0 \quad (29)$$

$$V_2 = V_2^+ \exp[-jk_1 l] + V_2^- [jk_1 l] \\ I_2 = \frac{1}{Z_s} (V_2^+ \exp[-jk_1 l] + V_2^- [jk_1 l]) \quad 0 \leq l \leq d \quad (30)$$

$$V_3 = V_3^+ \exp[-jk_0(l-d)] \\ I_3 = \frac{1}{Z_0} (V_3^+ \exp[-jk_0(l-d)]) \quad 0 \leq l \leq d \quad (31)$$

Nas quais:

$$k_0 = \frac{\omega}{c} \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad (\text{constante de propagação no espaço livre})$$

$$k_1 = \omega\sqrt{\mu_1\varepsilon_1} \quad (\text{constante de propagação no material})$$

$\omega$  - Frequência angular

d – Comprimento do material

$Z_0$  - Impedância intrínseca da linha de ar

$Z_S$  - Impedância intrínseca da linha de material

As condições de contorno para a Figura 11 são:

$$V_1 = V_2 \quad em \quad l = 0$$

$$I_1 = I_2 \quad em \quad l = 0$$

(32)

$$V_2 = V_3 \quad em \quad l = d$$

$$I_2 = I_3 \quad em \quad l = d$$

A partir das Equações (29), (30), (31) e (32) é possível determinar a matriz  $ABCD$ . Assim, a matriz  $ABCD$  de um trecho de linha de transmissão sem perda é:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(nk_1d) & -\frac{Z_0}{k} \operatorname{sen}(nk_1d) \\ \frac{k}{Z_0} \operatorname{sen}(nk_1d) & \cos(nk_1d) \end{pmatrix} = \mathbf{T}$$

No entanto os parâmetros  $ABCD$  são utilizados para caracterizar redes a partir das relações entre as tensões e corrente na portas e os parâmetros são medidos por meio de curto-circuito e circuito aberto. Se a frequência de operação é alta, curto-circuito e circuito aberto não são apropriados para medição [32]. Porém, os elementos da matriz S podem ser encontrados a partir da matriz  $ABCD$  como segue abaixo [28]:

$$\begin{aligned}
S_{21} &= \frac{2 \det(\mathbf{T})}{T_{11} + T_{22} + \left(ik_1 T_{12} + \frac{T_{21}}{ik_1}\right)}, \\
S_{11} &= \frac{T_{11} - T_{22} + \left(ik_1 T_{21} - \frac{T_{21}}{ik_1}\right)}{T_{11} + T_{22} + \left(ik_1 T_{12} - \frac{T_{21}}{ik_1}\right)}, \\
S_{22} &= \frac{T_{22} - T_{11} + \left(ik_1 T_{12} - \frac{T_{21}}{ik_1}\right)}{T_{11} + T_{22} + \left(ik_1 T_{12} - \frac{T_{21}}{ik_1}\right)}, \\
S_{12} &= \frac{2 \det(\mathbf{T})}{T_{11} + T_{22} + \left(ik_1 T_{12} + \frac{T_{21}}{ik_1}\right)}.
\end{aligned} \tag{33}$$

Para uma estrutura homogênea, simétrica e casada, temos que  $T_{11} = T_{22} = T_s$  e  $\det(\mathbf{T}) = 1$ . Reescrevendo (33), tem-se

$$\begin{aligned}
S_{11} = S_{22} &= \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{T_{21}}{ik_1} - ik_1 T_{12} \right)}{T_s + \frac{1}{2} \left( ik_1 T_{12} - \frac{T_{21}}{ik_1} \right)}, \\
S_{21} = S_{12} &= \frac{1}{T_s + \frac{1}{2} \left( ik_1 T_{12} + \frac{T_{21}}{ik_1} \right)}.
\end{aligned} \tag{34}$$

Substituindo os elementos da matriz  $ABCD$  em (34), tem-se:

$$S_{11} = S_{22} = \frac{i}{2} \left( \frac{1}{Z} - Z \right) \sin(nk_1 d) \tag{35}$$

e

$$S_{21} = S_{12} = \frac{1}{\cos(nk_1 d) - \frac{i}{2} \left( Z + \frac{1}{Z} \right) \sin(nk_1 d)} \tag{36}.$$

Por meio das equações (35) e (36) pode-se determinar  $n$  e  $Z_0$  em função dos parâmetros de espalhamento como segue [21]:

$$n = \frac{1}{k_1 d} \cos^{-1} \left[ \frac{1}{2S_{21}} (1 - S_{11}^2 + S_{21}^2) \right], \quad (37)$$

$$Z = \sqrt{\frac{(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2}}. \quad (38)$$

Desse modo, com as equações (37) e (38) em mãos, torna-se simples a obtenção da permissividade e permeabilidade, visto que a aquisição dos parâmetros  $S$  pode ser obtida experimentalmente com um analisador de rede ou por meio de simulação, no caso deste trabalho, com o software HFSS. Este trabalho apresenta no Apêndice B uma breve explicação de como construir e simular uma estrutura e como obter os parâmetros  $S$  dela. Já no Apêndice C apresenta um programa em MATLAB para obter a impedância, índice de refração, permissividade e permeabilidade do meio.

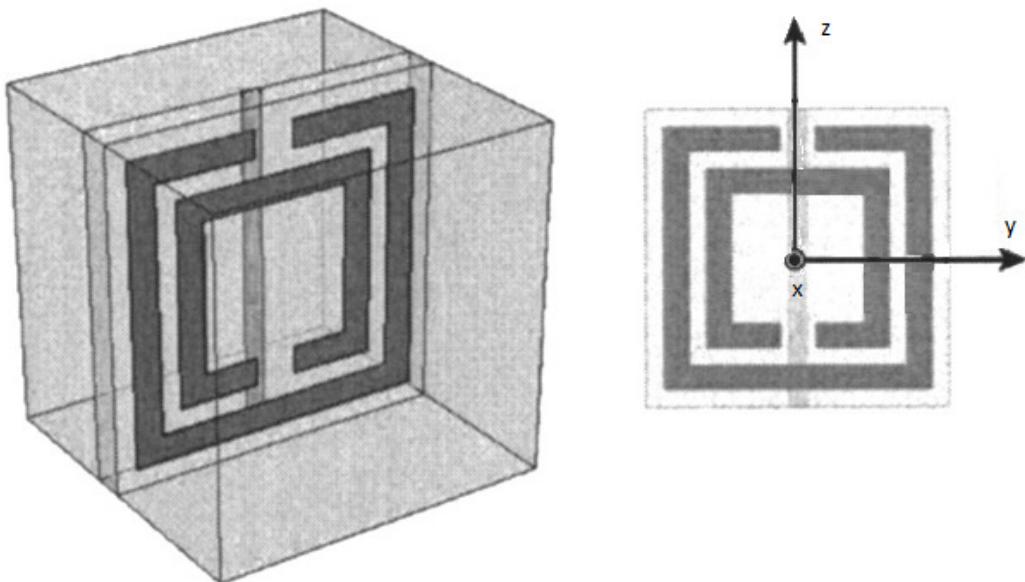
## **5 - Verificação do Método de Recuperação de Parâmetros Por Meio de Simulação**

O método proposto por [21] e apresentado no seção 4.2 será verificado e analisado neste capítulo através de simulações numéricas realizadas com o HFSS, e comparando-se as respostas. Também será verificado se o método utilizado é aceitável para qualquer geometria de estrutura sendo ela simétrica ou não.

### **5.1 – Simulação de Estrutura Simétrica com Frequência de Ressonância de 10GHz**

Primeiramente será reproduzida a simulação realizada em [21] em tentativa de reproduzir os resultados, assim verificando se o método implementado em MATLAB está correto.

A estrutura analisada por [20] é apresentada na Figura 15. A célula unitária apresentada é cúbica, com  $d=2,5$  mm. O substrato de FR4 ( $\epsilon=4,4$ , tangente de perda de 0,02) apresenta espessura de 0,25 mm. O SRR e o fio de cobre são posicionados em cima do substrato. A espessura do cobre é de 0,017 mm. A largura do fio é de 0,14 mm e percorre toda célula. O anel externo e interno do SRR são quadrados e o primeiro possui 2,2 mm e a espessura de ambos os anéis são de 0,2 mm. A fenda (*gap*) de cada anel é de 0,3mm e a distância entre os anéis é de 0,15 mm.



**Figura 15 – Estrutura para verificação do método de recuperação de parâmetros [21].**

As respostas apresentadas por [21] e as obtidas nesse trabalho são apresentadas na Figura 16. Os gráficos apresentados por [21] e os obtidos por este trabalho estão respectivamente à esquerda e direita indicado na Figura 16. Pode-se verificar que os resultados obtidos por meio simulação neste trabalho são bastante similares aos resultados expostos em [21], embora haja um deslocamento próximo a 0,25 GHz na freqüência. No entanto, apresenta amplitudes próximas.

As respostas deste trabalho apresentadas na Figura 16 foram obtidas através do programa em MATLAB apresentado no Apêndice C.

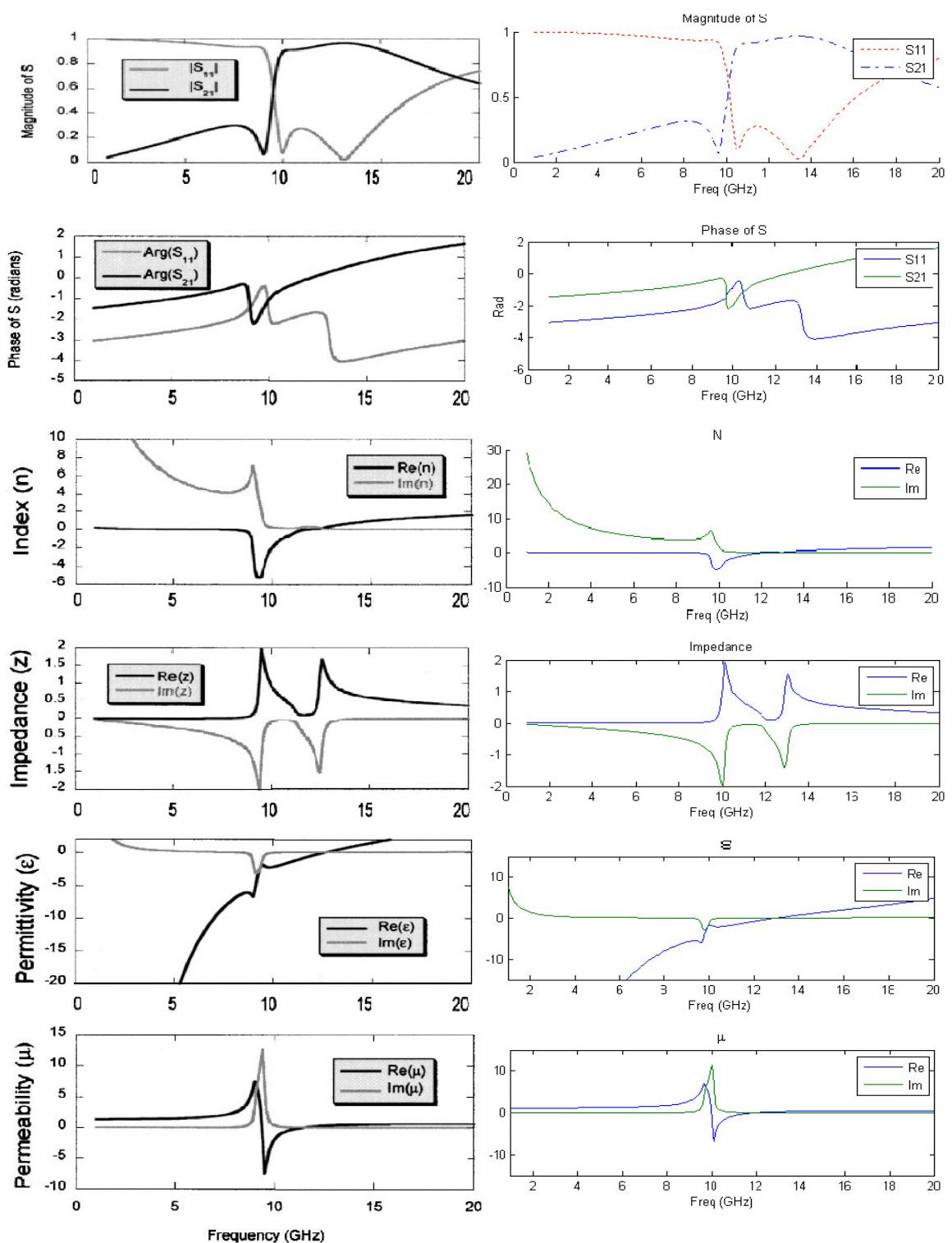


Figura 16 – Respostas obtidas para a estrutura da Figura 12 [21].

## 5.2 – Simulação de Estrutura Assimétrica com Frequência de Ressonância Próxima de 10GHz

A estrutura a ser analisada neste tópico apresenta geometria diferente com relação ao apresentado no tópico 5.1, embora apresente um SRR. Essa estrutura foi analisada por [29] e pode ser visualizada na Figura 17.

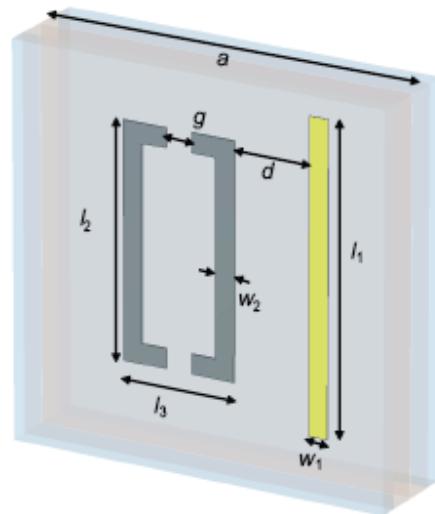


Figura 17 - Estrutura assimétrica com frequência de ressonância próxima de 10GHz [29].

O metamaterial é formado por células cúbicas de lado  $a=10\text{mm}$ . Cada célula é formada por um fio finito e um SRR sobre um substrato de quartzo de  $0,8\text{mm}$  de espessura. O SRR e o fio são feitos de cobre com espessura de  $35\mu\text{m}$ . As demais dimensões são dadas abaixo:

$$l_1 = 7,93\text{mm}$$

$$l_2 = 6\text{mm}$$

$$l_3 = 3\text{mm}$$

$$w_1 = 0,5\text{mm}$$

$$w_2 = 0,5\text{mm}$$

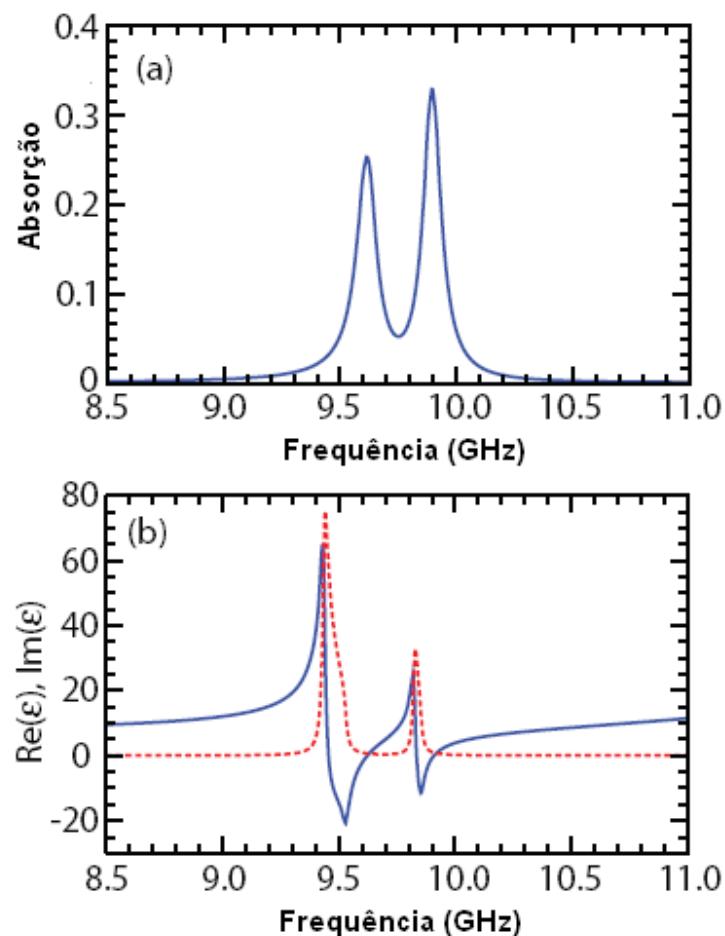
$$d = 2\text{mm}$$

$$g = 0,7\text{mm}$$

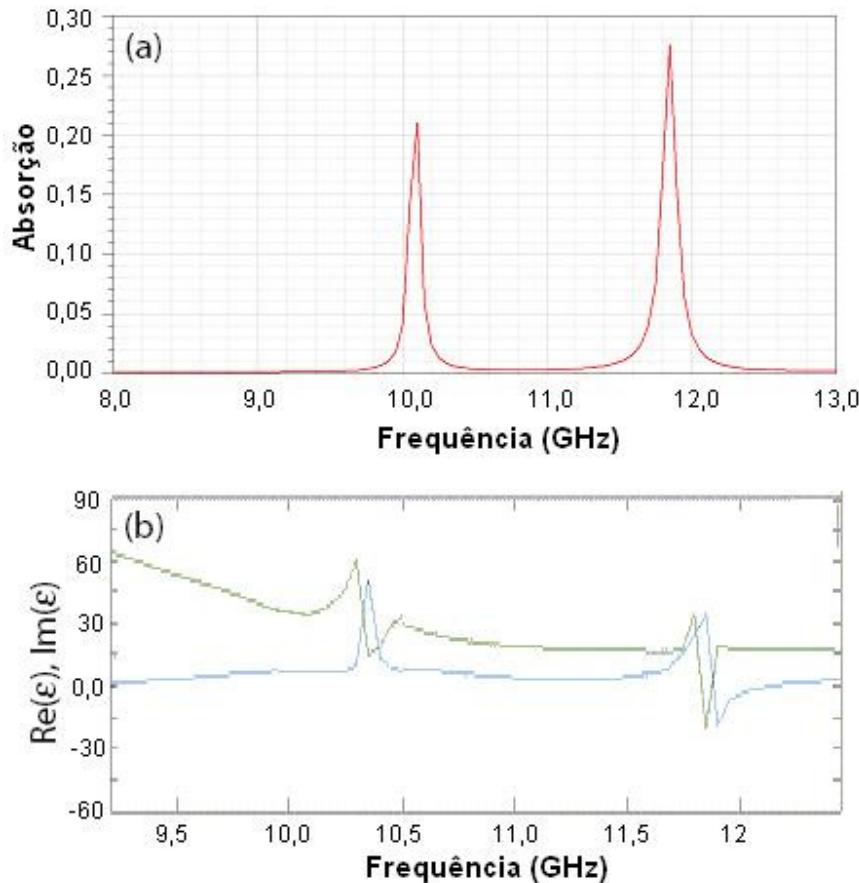
Em [29] são apresentados a curva de absorção e a resposta da permissividade do meio. O cálculo para obtenção da curva de absorção é dado por

$$A = 1 - |S_{11}|^2 - |S_{12}|^2$$

As respostas apresentadas em [29] e as obtidas neste trabalho são ilustradas nas Figuras 18 e 19, respectivamente.



**Figura 18 – (a) Espectro de absorção. (b) Gráfico de permissividade. A curva vermelha tracejada representa  $\text{Im}(\epsilon)$  e a curva azul representa  $\text{Re}(\epsilon)$  [29].**



**Figura 19 - (a) Espectro de absorção simulado. (b) Gráfico de permissividade recuperado. A curva azul clara representa  $\text{Im}(\epsilon)$  e a curva verde clara representa  $\text{Re}(\epsilon)$**

Comparando-se as curvas de absorção de Figura 18(a) e 19(a) observa-se que estas apresentam similaridades, como a presença de dois picos e mesmas amplitudes. No entanto, apresentam frequência de ressonância distintas das apresentadas em [21]. Neste caso, pode-se observar que os picos de absorção tiveram um deslocamento na frequência. Então, caso a resposta da permissividade tenha o mesmo deslocamento mas apresentar o mesmo comportamento de curva e amplitude, pode-se concluir que o método de recuperação é satisfatório. Comparando-se as respostas das Figuras 17(b) e 18(b) observa-se que as frequências onde ocorrem transições abruptas na permissividade são as mesmas frequências de pico de absorção, e a trajetória de ambas as curvas são similares, estando em frequências diferentes.

Com as observações feitas acima pode-se concluir que o método de recuperação de parâmetros pode ser utilizado para estruturas assimétricas em frequências próximas a 10GHz.

## 6 – Variação de Parâmetros e Análise dos resultados

Sempre que se pretende fabricar uma estrutura, deve-se saber o grau de precisão requerida para a produção. Deve-se saber em quais pontos da geometria da estrutura deve haver maior ou menor precisão de modo a não afetar o desempenho do material ou mesmo diminuir o gasto de produção, em vista que equipamentos com alta precisão tornam-se cada vez mais caro à medida que aumenta.

Neste capítulo são mostrados os resultados de simulações para variação da estrutura da Figura 15 afim de observar as respostas e analisar seus comportamentos com o conhecimento apresentado no Capítulo 3.

### 6.1 – Variação da Espessura do Fio Fino (thin-wire)

Neste tópico são apresentados os resultados para a variação da largura  $w_1$  do fio fino posicionado em cima do substrato, no lado oposto ao do anel. A varredura da dimensão da largura do fio inicia-se em  $w_1=0,1\text{mm}$  e finaliza em  $w_1=1,3\text{mm}$  ao passo de  $0,2\text{mm}$ .

A alteração nas dimensões na largura do fio fino reflete diretamente na frequência de plasma e no comportamento da permissividade, como pode ser verificado nas Equações (3) e (2) respectivamente. A resposta da permissividade em função da frequência para cada variação feita em  $w_1$  é indicada na Figura 20 . A frequência de plasma  $\omega_p$  representa a frequência limite para que a permissividade possa apresentar comportamento negativo e conforme a Equação (3), com o aumento do raio do fio deve-se aumentar a frequência de plasma.

Tal comportamento pode ser observado na Figura 20. À medida que  $w_1$  aumenta, as curvas representadas pela parte real da permissividade (linhas tracejadas) cruzam a ordenada nula em frequência mais elevada. Lembrando que apenas a parte real apresenta significado físico.

Outro ponto importante de se observar no comportamento da permissividade é que próximo da frequência de 8,5 GHz, a parte real de  $\epsilon$  apresenta uma relação  $\Delta\epsilon/\Delta\omega$  muito grande e aumenta à medida que  $w_1$  aumenta. Sabe-se, pela Equação (2) que

$$\begin{aligned}\varepsilon(\omega) &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\gamma)} = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma)} = 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma)} \cdot \frac{(\omega^2 - i\omega\gamma)}{(\omega^2 - i\omega\gamma)} = \\ &= 1 - \frac{\omega_p^2\omega^2 - i\omega_p\omega\gamma}{\omega^4 + \omega^2\gamma^2} = 1 - \frac{\omega_p^2\omega^2}{\omega^4 + \omega^2\gamma^2} + \frac{i\omega_p^2\omega\gamma}{\omega^4 + \omega^2\gamma^2}.\end{aligned}$$

logo,

$$Re \varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2\omega^2}{\omega^4 + \omega^2\gamma^2} = \frac{\omega^2 + \gamma^2 - \omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2}$$

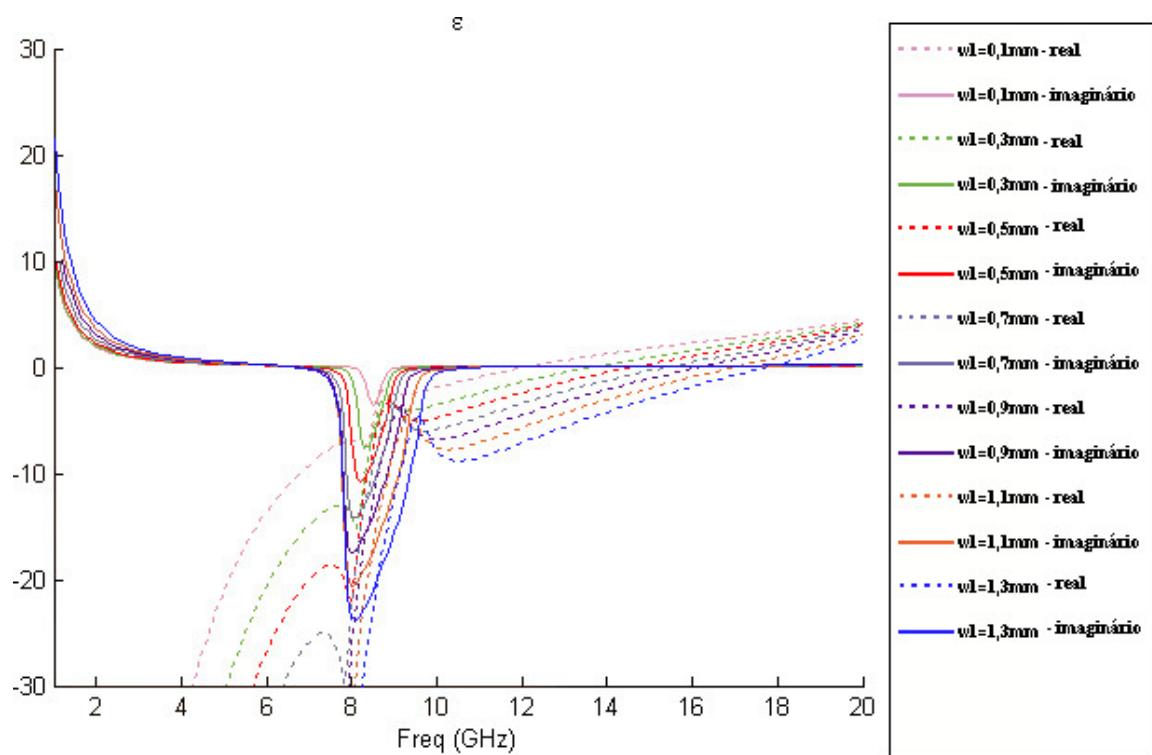
então,

$$\frac{\Delta Re \varepsilon(\omega)}{\Delta\omega} = \frac{2\omega(\omega^2 + \gamma^2) - 2\omega(\omega^2 + \gamma^2 - \omega_p^2)}{(\omega^2 + \gamma^2)^2} = \frac{2\omega_p^2}{(\omega^2 + \gamma^2)^2}.$$

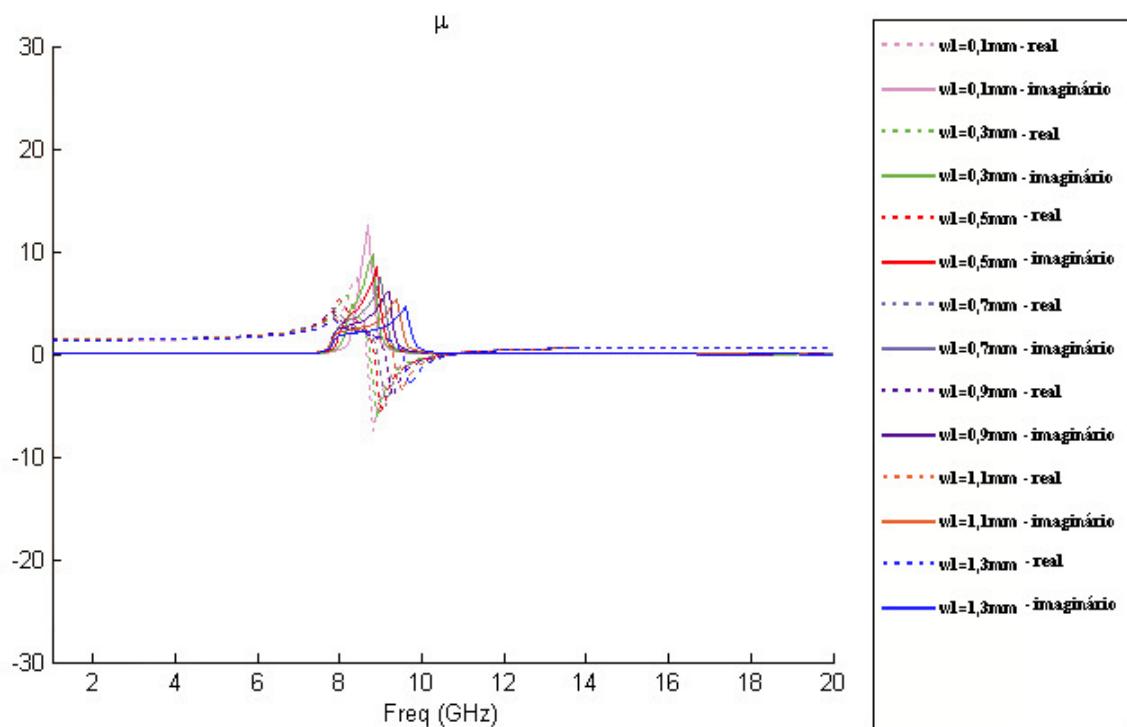
Isto justifica a grande variação de  $Re \varepsilon(\omega)$ , pois com o aumento de  $w_1$  aumenta-se também o raio do fio, provocando o aumento na frequência de plasma que é diretamente proporcional a  $\Delta\varepsilon/\Delta\omega$ .

Outro ponto a ser analisado na variação da largura do fio é o comportamento da permeabilidade magnética. Observa-se na Figura 21, que para  $w_1$  menor que 0,3mm a curva da permeabilidade magnética apresenta o comportamento característico de Drude. No entanto, para valores maiores de  $w_1$  a curva característica de Drude é atenuada e distorcida. Isto se deve ao fato que para a onda eletromagnética, o fio que inicialmente era fino torna-se uma chapa, refletindo a onda eletromagnética de volta para o anel, comprometendo e alterando o comportamento do anel, responsável pela resposta da permeabilidade.

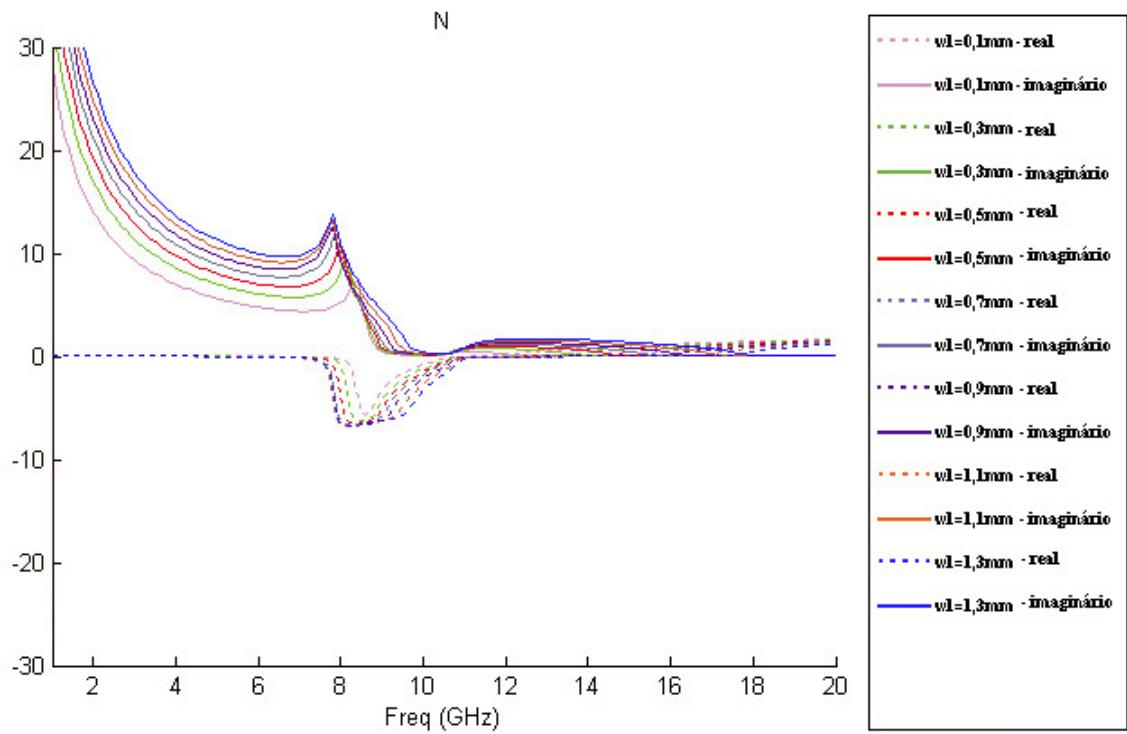
No entanto, tais distorções não comprometeram a obtenção de um meio com índice de refração negativo, como se observa na Figura 22. Além disso, pode-se observar que com o aumento de  $w_1$  a parte real do índice de refração perde a característica de pico e passa a apresentar uma faixa quase plana em  $w_1=1,3\text{mm}$ . Este comportamento é interessante para aplicações em que se necessita de uma faixa constante no índice de refração.



**Figura 20 - Respostas da permissividade para variações de  $w_1$ .**



**Figura 21 - Respostas da permeabilidade para variação de  $w_1$ .**



**Figura 22 - Respostas do índice de refração para variação de  $w_1$ .**

## 6.2 – Variação do Gap

Neste tópico são apresentados os resultados para a variação da separação (*gap*) dos anéis *g*. A varredura do *gap* inicia em  $g=0,1\text{mm}$  e finaliza em  $g=1,0\text{mm}$  ao passo de  $0,1\text{mm}$ . A resposta da permeabilidade magnética para a variação do *gap* é indicado na Figura 23.

O campo elétrico dirigido ao longo do eixo *z* induz uma polarização elétrica no SRR, uma vez que as cargas são acumuladas em lados opostos dos anéis. Um campo magnético variante no tempo dirigido ao longo do eixo *x* irá gerar uma resposta magnética, com circulação de correntes sendo induzido nos anéis. Devido aos *gaps* capacitivos dentro e entre os anéis, a resposta magnética da SRR será ressonante, permitindo que a magnitude do dipolo magnético induzido seja muito grande. No entanto, a variação do *gap* interfere diretamente na capacidade do anel e na resposta da permeabilidade magnética. Aumentando o *gap* tem-se uma diminuição da capacidade, consequentemente há o aumento na frequência de ressonância, como pode ser observado na Figura 23.

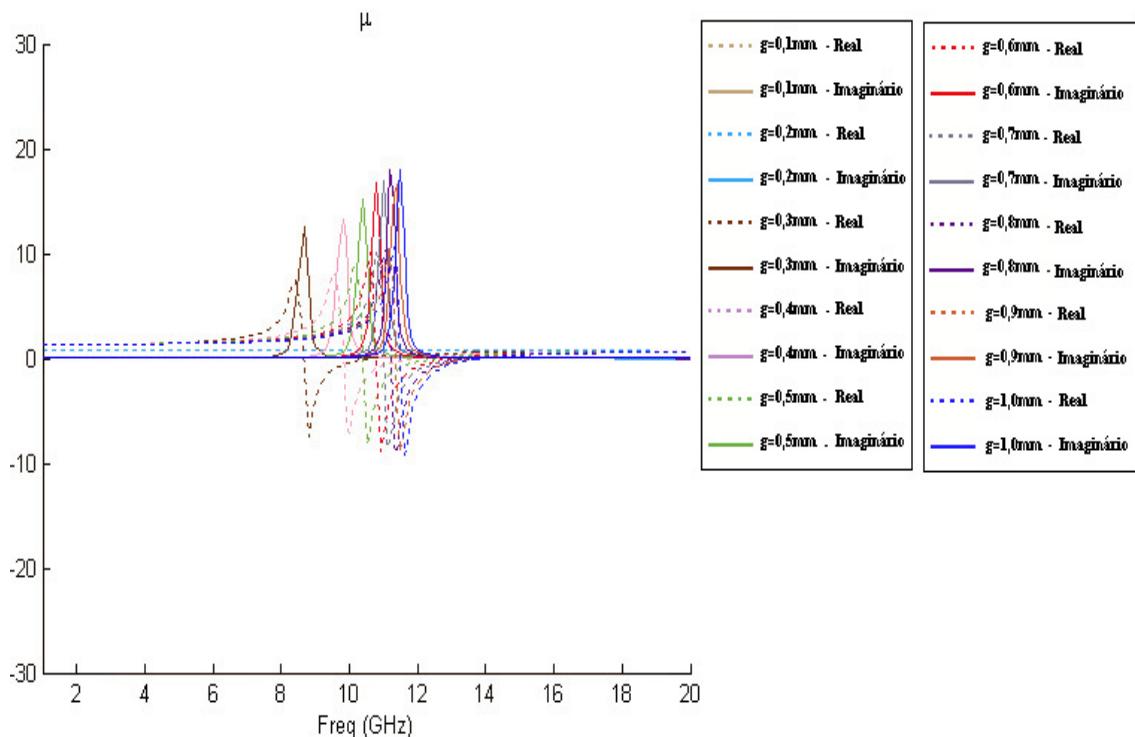


Figura 23 - Respostas da permeabilidade para variação de *g*

Deve-se atentar também para a resposta da permeabilidade para  $g=0,1\text{mm}$  e  $0,2\text{mm}$  que não apresentaram um comportamento ressonante na janela de frequência observada, mantendo-se constante à unidade. De acordo com a Equação (7), isto só ocorreria se a “força de oscilação”  $F$  tendesse à zero. Conforme a Equação (8),  $F$  tenderia para zero se  $A_{loop}$  tender à zero, o que não é o caso, ou se  $L$  ou  $\nu$  tendesse ao infinito. Resta supor que a indutância tornou-se muito elevada.

Já a resposta da permissividade apresentou pouca alteração em seu comportamento com a variação do *gap*. Como esperado, não houve alteração na frequência de plasma de modo que as respostas apresentam trajetórias similares, apenas com uma oscilação na frequência de ressonância. Com exceção das curvas para  $g=0,1\text{mm}$  e  $0,2\text{mm}$  que apresentaram trajetória suave, de modo que todas as curvas da parte real cruzam o zero na mesma frequência (aproximadamente 12GHz) como apresentado na Figura 24.

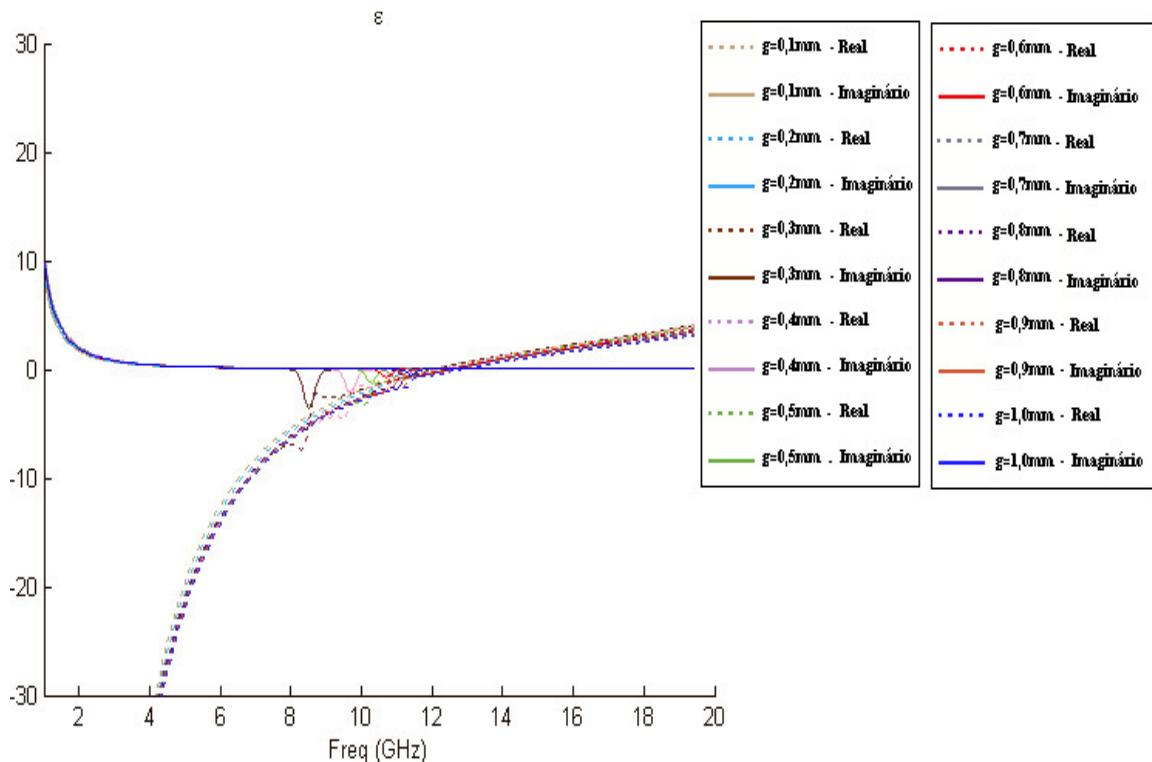
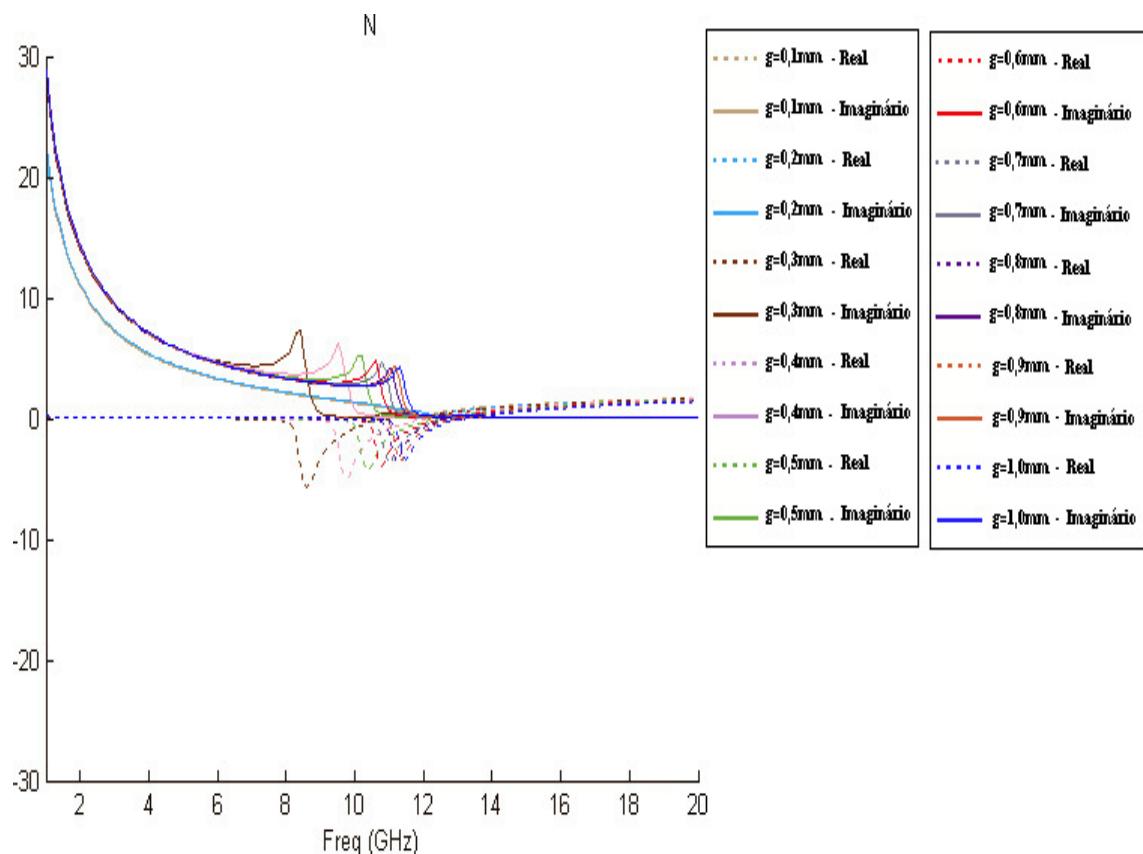


Figura 24 -- Curvas de permeabilidade para variação do *gap*  $g$ .

Sabendo que o índice de refração só apresentará valores negativos se a permeabilidade e a permissividade possuírem simultaneamente valores negativos, pode-se esperar que certamente a parte real do índice de refração não apresentará tal comportamento para  $g=0,1\text{mm}$  e  $0,2\text{mm}$ , pois a permeabilidade não apresentou o requisito necessário. Verificam-se tais afirmações observando as respostas do índice de refração na Figura 25.



**Figura 25 – Respostas do índice de refração para variação do gap  $g$ .**

### 6.3 – Variação da Largura dos Anéis

Neste tópico são apresentados os resultados para a variação da largura  $w_2$  dos anéis posicionados em cima do substrato. A varredura da dimensão da largura do anel inicia-se em  $w_2=0,1\text{mm}$  e finaliza em  $w_2=0,29\text{mm}$  ao passo de  $0,4\text{mm}$ , de modo que o caminho médio de cada anel não é deslocado no espaço. Assim, o aumento de  $w_2$  provoca simultaneamente a diminuição da distância entre os anéis.

Analizando as Equações (9) e (10) propostas por [19] que determinam a indutância e capacidade, respectivamente, para um equivalente elétrico percebe-se que uma variação  $+Δw_2$  provoca uma variação  $-Δw_2$  em s de modo que não haja alteração em  $C_{MSRR}$  nem em  $L_{MSRR}$  com a variação de  $w_2$ . Logo, pelas equações apresentadas por [19] não há alteração na frequência de ressonância. No entanto, observa-se na Figura 26 pequenos deslocamento da frequência de ressonância, indicando assim que as equações (9) e (10) apresentam limitações.

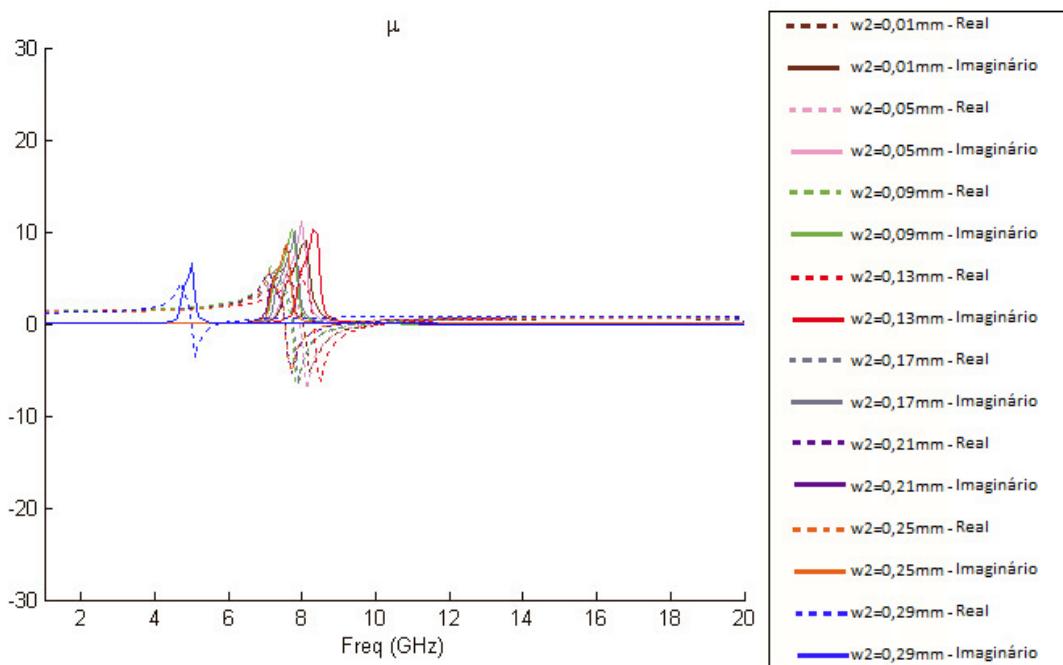
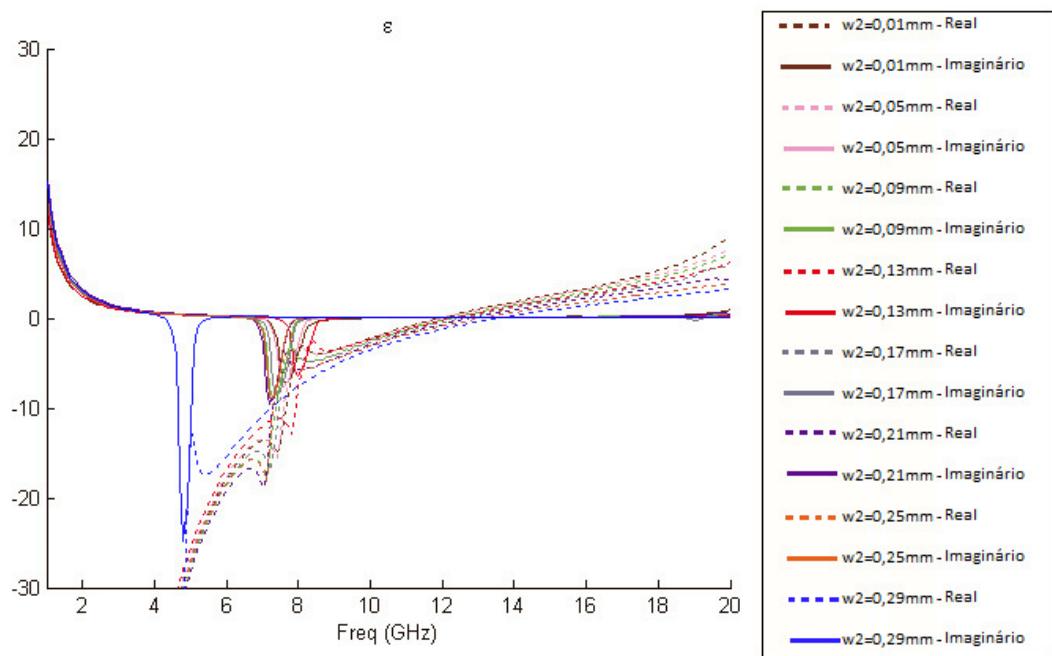


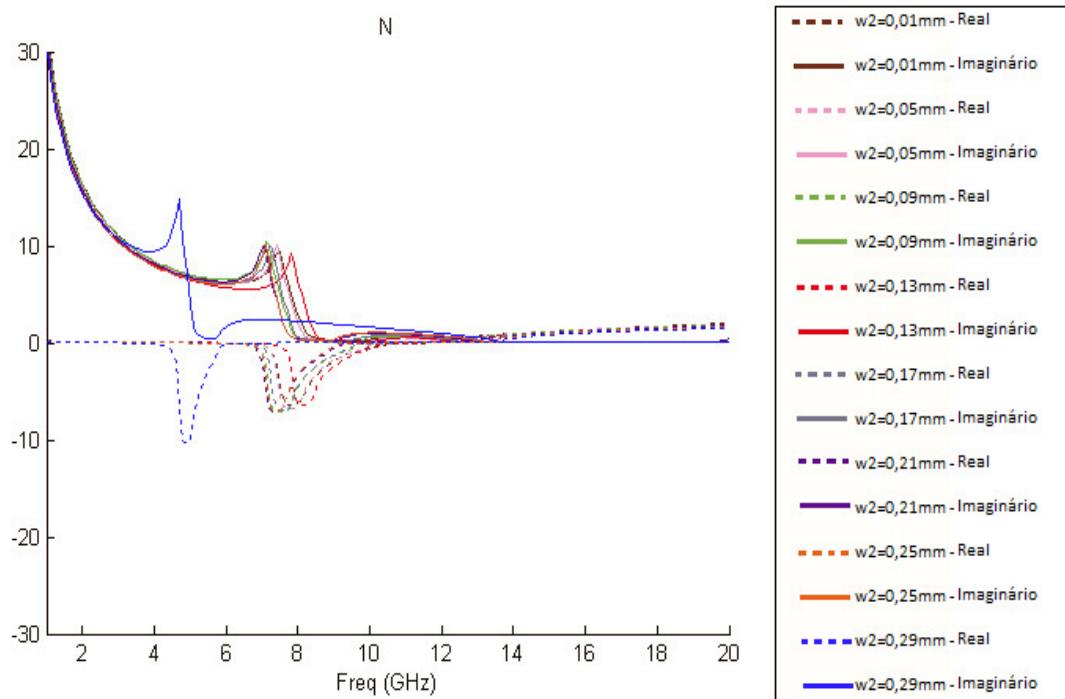
Figura 26 - Resposta da permeabilidade para variação de  $w_2$ .

Com tudo, para  $w_2=0,29\text{mm}$  a resposta da permeabilidade e permissividade (Figura 27) apresentaram um comportamento atípico de modo que a frequência de ressonância é muito menor que as apresentadas pelos outros valores de  $w_2$ .

Porém tais variações não alteraram o comportamento característico de um LHM, pois foi obtido por certo intervalo de frequência a permeabilidade e permissividade negativa simultaneamente, permitindo atingir o índice de refração negativo como ilustrado na Figura 28.



**Figura 27 - Resposta da permissividade para variação de  $w_2$ .**



**Figura 28 – Resposta do índice de refração para variação de  $w_2$ .**

## 6.4 – Variação da distância entre as células

A estrutura do SRR e o fio fino estão inclusas no substrato inserido em uma célula. As condições de contorno estabelecidas nesta célula foram determinadas de modo que as simulações representassem um meio infinito de células uma após a outro, periodicamente. Então, a alteração das dimensões da célula significa uma variação da periodicidade da estrutura no meio.

Neste tópico são apresentados resultados para variações das arestas da paralelas ao eixo x, de modo que a estrutura composta por anel, fio e substrato mantenham-se sempre no ponto médio. Variou-se esta dimensão lateral  $a$  de 0,5mm a 4,0mm com passo de 0,4mm.

A principal variação esperada na alteração da periodicidade das estruturas é a variação no comportamento da permissividade, pois o espaçamento entre os fios reflete diretamente no valor da frequência de plasma  $\omega_p$  (Equação (3)) alterando a resposta dessa. Assim, com o aumento do valor de  $a$  espera-se uma diminuição da frequência de plasma. A resposta da permissividade obtida por meio de simulação foi a descrita acima, ilustrado na Figura 29.

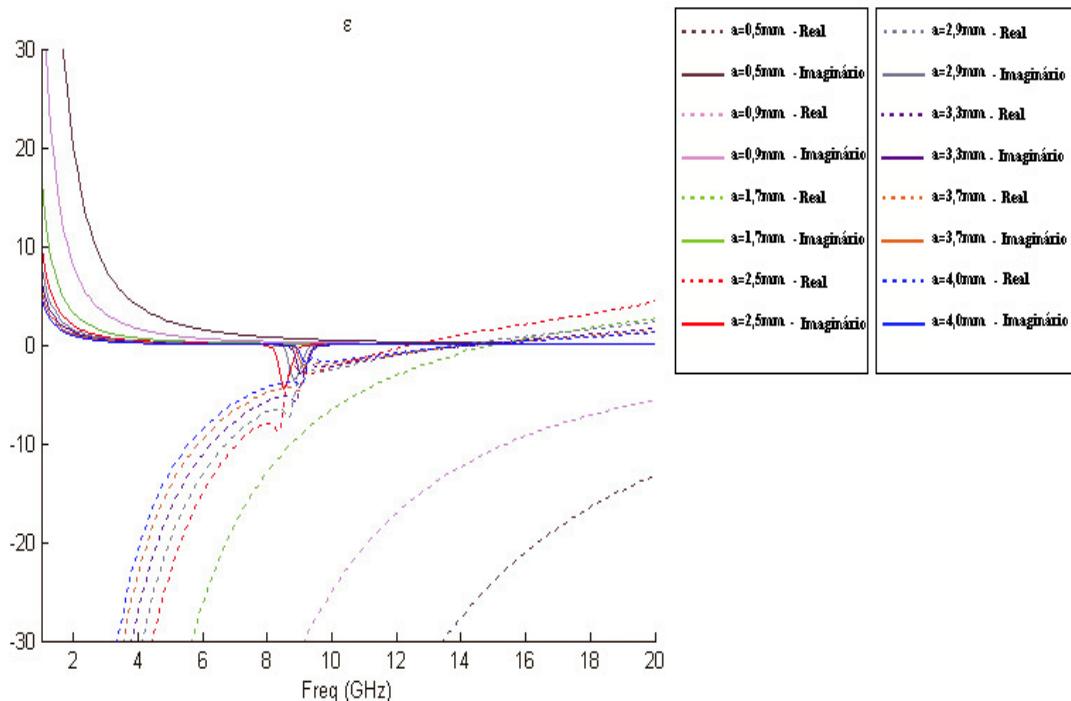


Figura 29 - Resposta da permissividade para variação de  $a$ .

Variações de  $a$  acima de 2,5mm apresentaram poucas alterações na resposta da permissividade e permeabilidade. Por outro lado, variações abaixo de 1,7mm fazem com que a resposta da permeabilidade mantenha-se constantemente positiva para a janela de frequências observada. Então, é esperado que a estrutura não apresente índice de refração negativo para as amostras com  $a$  igual a 0,5mm e 0,9mm. A resposta da permeabilidade e índice de refração estão indicadas nas Figuras 30 e 31, respectivamente.

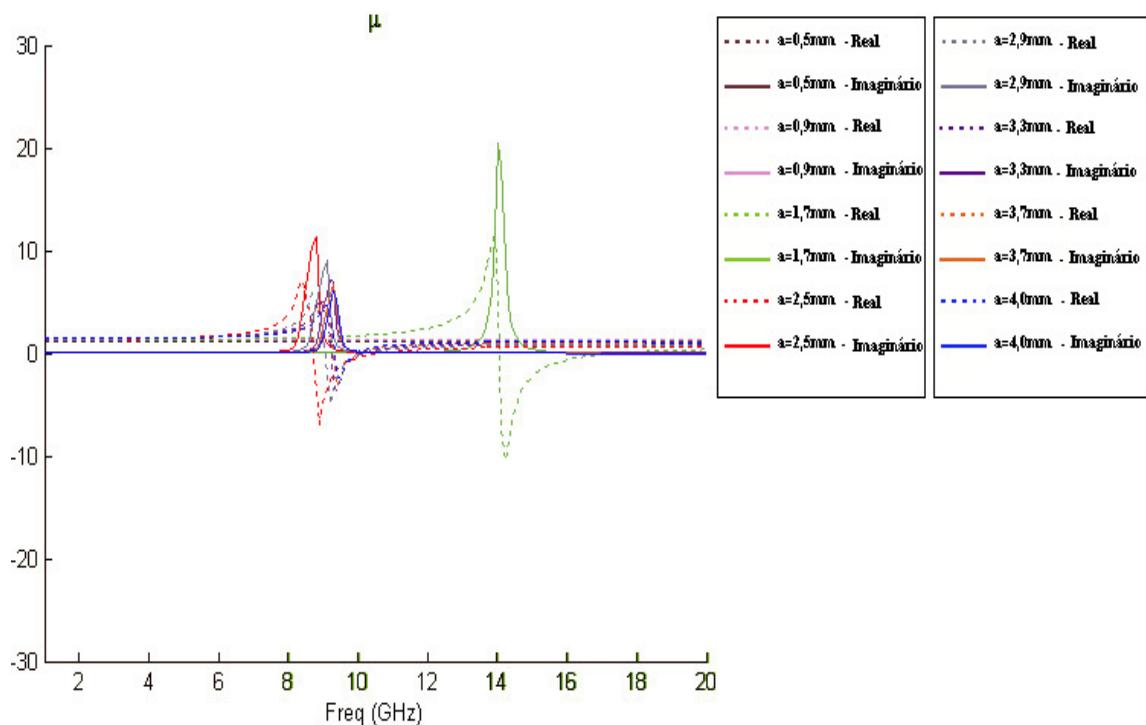
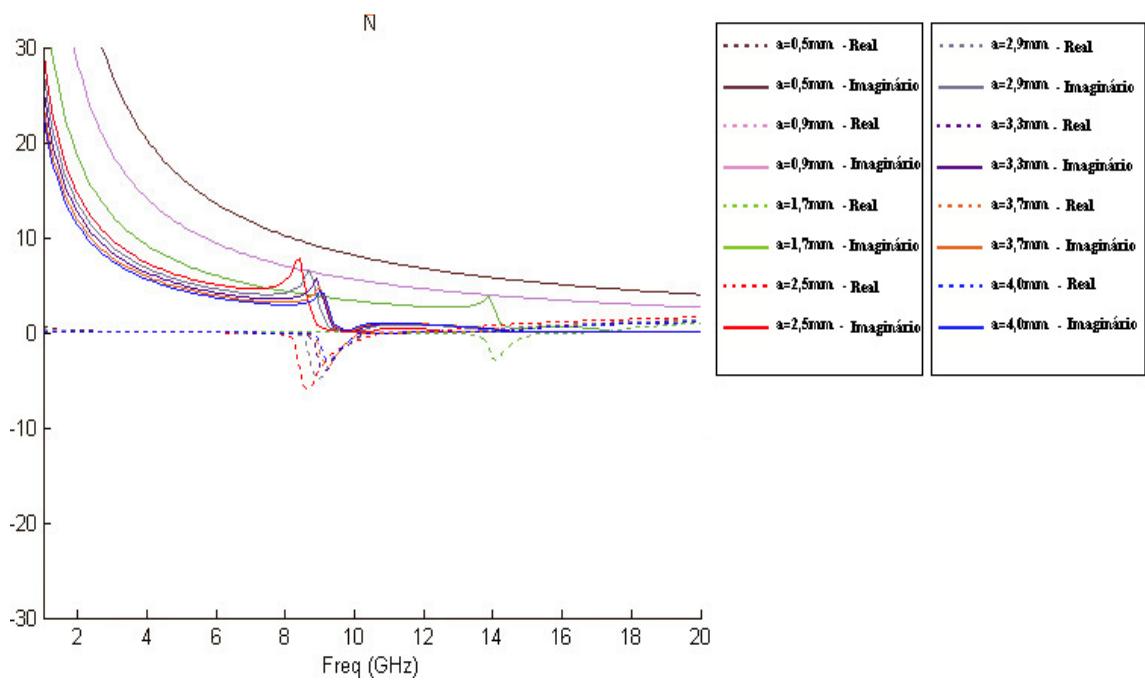


Figura 30 - Resposta da permeabilidade para variação de  $a$ .



**Figura 31 - Resposta do índice de refração para variação de  $a$ .**

## **7 – Conclusão**

Este trabalho apresentou um estudo sobre metamateriais com ênfase na obtenção de meios com índice de refração negativo. Adicionalmente, foi abordado em detalhes a implementação de um método de recuperação de parâmetros (permissividade e permeabilidade efetivos) obtidos a partir dos parâmetros de espalhamento. O objetivo era investigar o comportamento do índice de refração de metamateriais em função de variações de sua estrutura geométrica. Com o estudo apresentado neste trabalho foi possível adquirir o conhecimento comportamental qualitativo para variações dimensionais da estrutura metamaterial.

A técnica de recuperação de parâmetros apresentada foi válida para a estrutura simétrica e respondeu com leve deslocamento na frequência para a estrutura assimétrica, porém apresentando comportamento similar com relação às curvas originais. Deste modo, o método de recuperação de parâmetro se mostrou uma importante ferramenta auxiliar na modelagem e caracterização de estruturas metamateriais.

## Referência Bibliográfica

- [1] **Eleftheriades, G. V., Balmain, K. G.**, *Negative-Refraction Metamaterials – Fundamental Principles and Applications*. John Wiley & Sons. Inc, 2005. ISBN 13: 978-0-471-60146-3
- [2] **Sihvola, A.** *Metamaterials in electromagnetics*. 12 de 2 de 2007, ScienceDirect, p. 10.
- [3] **Smith, D.** The www page of David Smith, University of California, San Diego. [Online] [Citado em: 24 de 4 de 2010.] <http://physics.ucsd.edu/~drs/>.
- [4] **Weiland, T., Schuhmann, R., Gregor, R.P., Parazzoli, C.G., Vetter, A.M., Smith, D.R., Vier, D.C., and Schultz, S.** Ab initio numerical simulation of left-handed metamaterials: Comparison of calculations and experiments, *J. of Applied Physics*. 2001, pp. 5419-5424.
- [5] **Pendry, J.B.** *Negative  $\mu$ , negative  $\epsilon$ , negative refractive index, and how to exploit them*. St. Andrews, Scotland : s.n., 2001. Eletromagnetic Crystal Structure, Euroconference on Eletromagnetic Confinement, from Basic Research to the Market. p. no page number.
- [6] DARPA. *Metamaterial home page of the future projects of the Defense Advanced Research Projects Agency's*. [Online] [Citado em: 30 de 9 de 2010.] <http://www.darpa.mil/DSO/future/metamaterials/metamaterials.html>.
- [7] **Walser, R.M.** *Eletromagnetic metamaterials, Inaugural Lecture, Proc. of SPIE*. 2001. Complex Medium II: Beyond Linear Isotropic Dielectrics. p. 4467.
- [8] **Lindell, K. L. V., Sihvola, A. H., e Kurkijarvi, J.** *The last Hertzian, and a Harbinger of electromagnetic chirality*. 2002, IEEE Antennas Propag. Mag., pp. 24-30.
- [9] **Kock, W. E.** Metalic Delay Lenses. *Bell System Technical Journal*. 1948, pp. 58-82.
- [10] **Veselago, V. G.** The eletrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ . *Sov. Phys. Uspekhi*. 1968, pp. 509-514.
- [11] **Rotman, W.** *Plasma Simulation by Articial Dieletrics and Parallel-Plate Media*. 82, Janeiro de 1962, IRE Trans. Antennas Propag., Vol. AP.10, pp. 82-95.
- [12] **Luque, T.** *Analysis, design and implementation of a reconfigurable fractal volumetric left-handed metamaterial*. Albuquerque, New Mexico : Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), 2008. Tese de Mestrado.

- [13] **Smith, D. R., Padilla, W. J., Nemat-Nasser S. C., e Schultz, S.** Composite media with simultaneously negative permiability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.* 2000, Vol. 84, pp. 4184-4187.
- [14] **Shelby, R.A., Smith, D. R., Nemat-Nasser, S.C., e Schultz, S.** Microwave transmission through a two-dimensional, isotropic, left-handed metamaterial. *Phys. Rev. Lett.* 2000, Vol. 78, p. 489.
- [15] **Pendry, J. B.** Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. *Phys. Rev. Lett.* 1996, Vol. 76, pp. 4773-4776
- [16] **Kittel, C.** *Introduction to Solid State Physics*. New York, NY : John Wiley and Sons, 1996.
- [17] **Aydin, K.** *Negative refraction using true left-handed metamaterials*. Ankara : Dissertação (Mestrado em Ciências), 2004.
- [18] **Hand, T. H.** *Design and applications of frequency tunable and reconfigurable metamaterials*. Duke : Dissertação (Doutorado em Filosofia), 2009.
- [19] **Bilotti, F., Toscano, A., Vegni, L.** Design of spiral and multiple split-ring resonators for the realization of miniaturized metamaterial samples. *IEEE transactions on antennas and propagation*. 2007, Vol. 55, 8.
- [20] **Limaye, A. U.** *Size reduction of microstrip antennas using left-handed materials realized by complementary split-ring resonators*. Rochester, NY : Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), 2006.
- [21] **Smith, D. R., Vier, D.C., Koschny, Th. e Soukoulis C. M.** Eletromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials. *The American Physical Society*. 2005, 71.
- [22] **Alexopoulos, N. G., Kyriazidou, C. A., Contopanagos, H. F.** Effective parameters for metamorphic materials and metamaterials through a resonant inverse scattering approach. *IEEE Transaction on microwave theory and techniques*. 2007, Vol. 55, 2.
- [23] **César, Amilcar C.** [Online] [Citado em: 16 de 03 de 2010.] <http://www.sel.eesc.usp.br/tele/amilcar/>.
- [24] **Hong, J.S., Lancaster, M.J.** *Microstrip Filter for RF/Microwave applications*. USA : John Wiley & Sons. Inc, 2001.
- [25] **Nilcoson, A. M., Ross, G. F.** Measurement of the intrinsic properties of materials by time domain techniques. *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 1970, Vol. 19, pp. 377-382.

- [26] **Weir, W.B.** Automatic Measurement of Complex Dielectric Constant and Permeability at Microwave Frequencies. 1974, Vol. 62, pp. 33-36.
- [27] **de Paulo, A. L.** *Método para determinação da permissividade elétrica e permeabilidade magnética de materiais isotrópicos com suporte computacional*. São José dos Campos : Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada), 2010.
- [28] **Chen, L. F., Ong, C. K., Neo, C. P., Varadan, V. V., Varadon, V. K.** *Microwave Electronics - Menasurement and Materials Characterization*. s.l. : John Wiley & Sons, 2004. ISBN: 0-470-84492-2.
- [29] **Tassin, P.** Planar designs for electromagnetically induced transparency in metamaterials. *OPTICS EXPRESS*. 2009, Vol. 14, 7.
- [30] **Burgos S. P., de Waele R., Polman A., Atwater H. A.** *A single-layer wide-angle negative-index metamaterial at visible frequencies*. Nature Materials. 18 de abril de 2010, Vol.: 9, pp. 407-412.
- [31] **Cui, T. J. , Smith, D. R. , Liu R.** *Metamaterials: Theory, Design, and Application*. Springer, 2010. ISBN 978-1-4419-0572-7
- [32] **César A. C.** *Microondas 1: Parâmetros de espalhamento*. 15 de março de 2004. pp 10.

## Apêndice A

Neste apêndice é apresentado uma breve explicação acerca das integrais elípticas e também é apresentado um programa em MATLAB para calcular a frequência de ressonância dos ressoadores em anel proposto em [18].

### A1 – Integral Elíptica

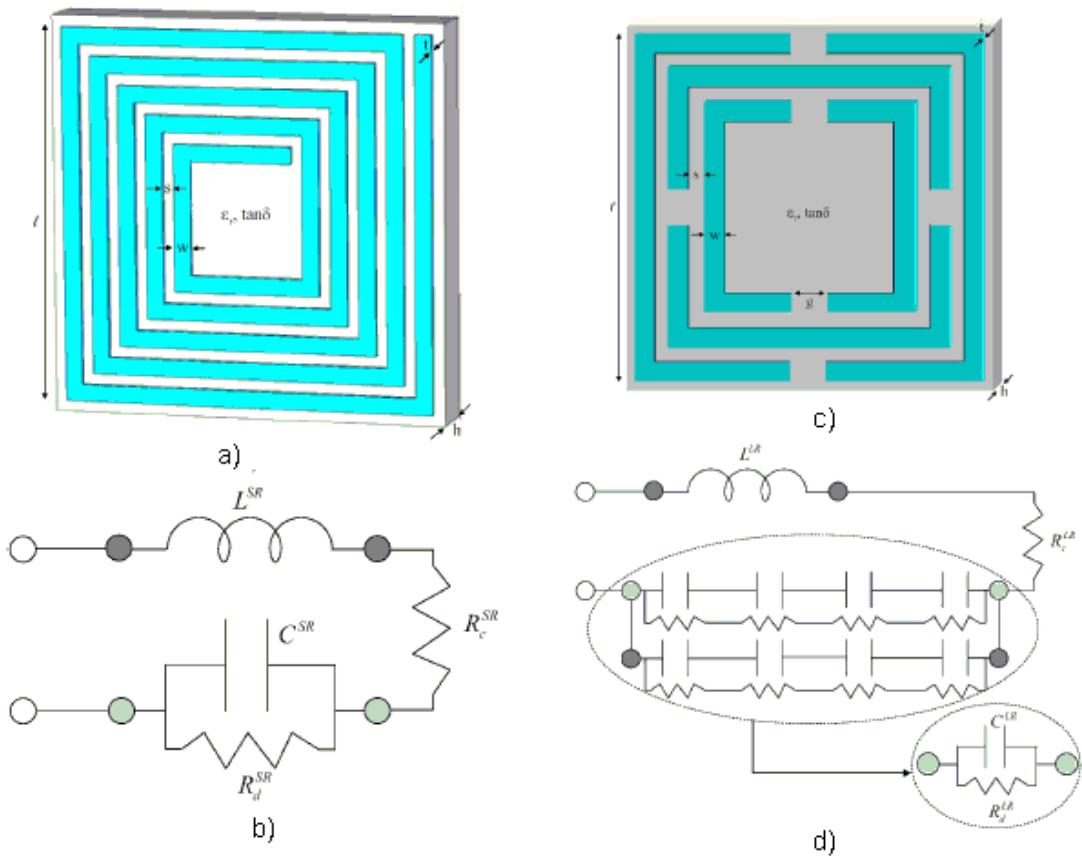
No cálculo integral, integrais elípticas originalmente surgiram em conexão com o problema do comprimento do arco de uma elipse e foi inicialmente estudada por Giulio Fagnano e Leonhard Euler. Uma integral do tipo

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 x}}, \quad 0 < k^2 < 1$$

é um exemplo de integral elíptica. Demonstra-se que essa integral não pode ser expressa em termos de funções elementares. Consequentemente, faz-se necessário algum método numérico. Para determinar essa integral, existem dois métodos básicos: o emprego de séries de potência e o emprego de fórmulas numéricas tais como a regra do trapézio e a regra de Simpson. O MATLAB resolve integrais elípticas por meio da sintaxe `K=ellipeke(M)`. Esta retorna a integral completa de primeira espécie para cada elemento em M.

### A2 – Programa Para Obtenção da Frequência de Ressonância

No trabalho de Bilotti [18], além da estrutura *Multiple Split-Ring Resonators* apresentada neste trabalho no capítulo 1, ele apresentou outras 2 estruturas denominadas *Spiral Resonators* e *Labyrinth Resonators*. Estas não serão explicadas aqui, mas serão ilustradas na Figura A1 a título de curiosidade.



**Figura A1-** (a)Esboço e a dimensões geométricas de um *spiral resonator* (SR); (b) Circuito equivalente de um spiral resonator; (c)Esboço e as dimensões geométricas de um *labyrinth resonator* (LR); (d) Circuito equivalente de um *labyrinth resonator*.

O programa em MATLAB para calcular todos os parâmetros das 3 estruturas mencionadas acima segui abaixo:

```
% Calculo da ressonância de ressoadores em anel - SRR
clear
mi0=4*pi*1e-7;
eps0=8.854e-12;
```

```
% Parametros do anel
```

```
l=5.65e-3; % Comprimento do anel mais externo
w=0.9e-3; % Largura da fita
```

```

s=0.4e-3; % Separação entre os anéis
g=0.9e-3; % Gap
h=3e-3; % Espessura do substrato
t=17e-6; % Espessura do metal
R=0.017e-6; % Condutividade
tand=0.01; % Tangente de perda
eps_r=4.4;
N=2; % Numero de anéis

lavg=4*(l-(N-1)*(w+s)); % Comprimento médio

Rho=(N-1)*(w+s)/(l-(N-1)*(w+s));

L_MSRR=mi0/2*lavg/4*4.86*(log(0.98/Rho)+1.84*Rho);

k=s/(2*w+s);

C0=(eps0*ellipke(1-(k)^2))/(ellipke(k))

C_MSRR=(N-1)/2*(2*l-(2*N-1)*(w+s))*C0;

Rc_MSRR=R*L_MSRR/(w*t*mi0); % Resistencia serie

Rd_MSRR=s*lavg/(Sigd*h*(l-(2*w+s))^4*l); % Resistencia shunt, fica em paralelo com
Cd_MSRR

f_MSRR=1/(2*pi*sqrt(L_MSRR*C_MSRR))*1e-9;

% Labirint resonator
L_LR=mi0*l/2*(log(4*l/w)-2);
C_LR=eps0/2*(2*(l-2*w-s)-g)*aux+2*w*eps0/pi*log(7*w/(2*g));

f_LR=1/(2*pi*sqrt(L_LR*C_LR))*1e-9
% Spiral resonator

```

```
lavg_SR=4*I-(2*(N+1)-3/N)*(s+w);  
  
C_SR=aux*eps0*I*(N-1)*(2*I-(N-1)*(w+s))/(16*(w+s)*(N^2+1));  
L_SR=mi0/(2*pi)*lavg_SR*(1/2+log(lavg_SR/(2*w)));  
  
f_SR=1/(2*pi*sqrt(L_SR*C_SR))*1e-9;
```

## **Apêndice B**

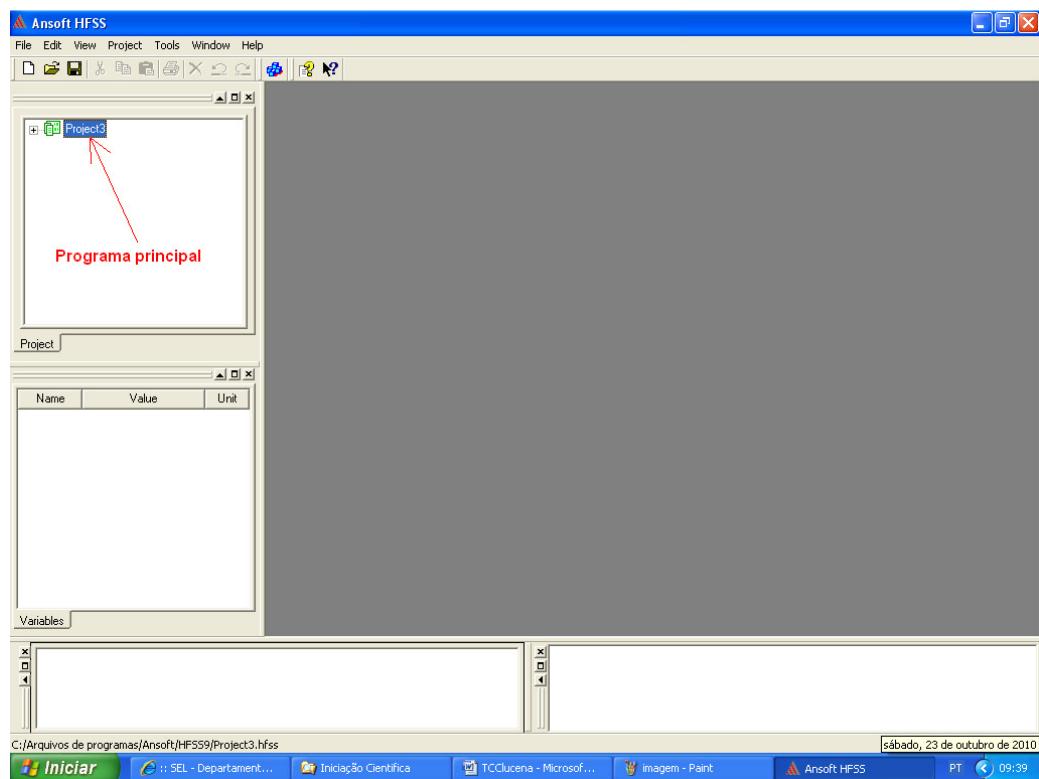
O software Ansoft HFSS é um simulador de alto desempenho de ondas eletromagnéticas para modelagem de dispositivos passivos em 3D. Este integra simulação, visualização, modelagem de sólidos em um ambiente de fácil aprendizagem e as soluções para problemas eletromagnéticos são de rápida obtenção. O Ansoft HFSS utiliza o método de elementos finitos para solução de seus problemas. Com ele pode-se calcular parâmetros de espalhamento, frequência de ressonância e campos. A seguir será apresentado como desenhar uma estrutura, a determinação dos parâmetros estruturais desta e obtenção da resposta em frequência via parâmetros-S.

### **B1 – Iniciando o HFSS**

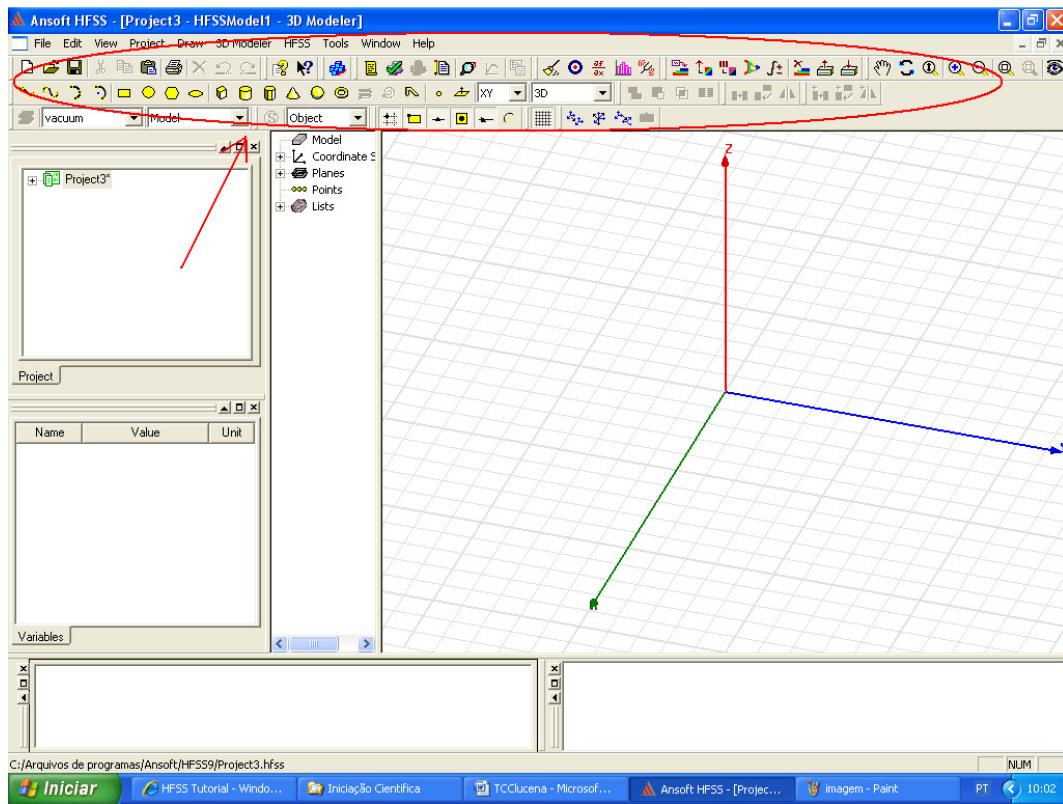
Após instalar o software Ansoft HFSS, clique no botão **iniciar** → **Todos os Programas** → **Ansoft**. Click em HFSS. Caso tenha adicionado um ícone na Área de trabalho (*desktop*), basta clicar no ícone do HFSS.

### **B2 – Criando um Programa**

Ao abrir o simulador HFSS será apresentada a tela da Figura B1. Clique com o botão direito do mouse no projeto e selecione **Save As** no sub menu e salve seu projeto com o nome que desejar. Em seguida, clique novamente com o botão direito do mouse em cima do seu projeto e selecione **Insert** → **Insert HFSS Design**. Após clicar em **Insert HFSS Design** será apresentado um área de trabalho tri-dimensional e todos as ferramentas para criação de estruturas na parte superior da tela, como indicado na Figura B2.



**Figura B1 - Primeira tela do HFSS**



**Figura B2 - Tela de projeto.**

### B3 – Construindo Geometrias

Para construir as estruturas apresentadas neste trabalho, foi utilizada apenas a ferramenta para construção de paralelepípedos retos (*Box*). Mas o HFSS permite construir prismas, cilindros, esferas, toróides, além de estruturas planares como círculos, quadrados, triângulos, elipses e qualquer combinação entre estas estruturas. A Figura B3 apresenta algumas estruturas volumétricas possíveis de desenhar e indica suas ferramentas de construção. A indicação em azul corresponde a ferramenta *Draw Box*, para construção de paralelepípedos retos.

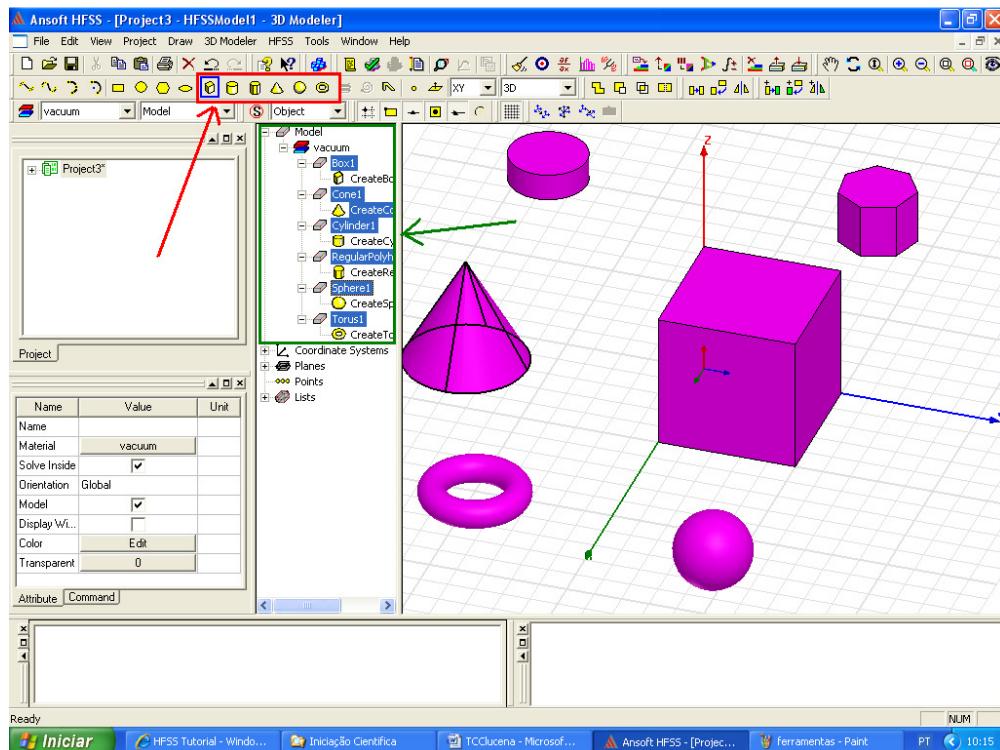
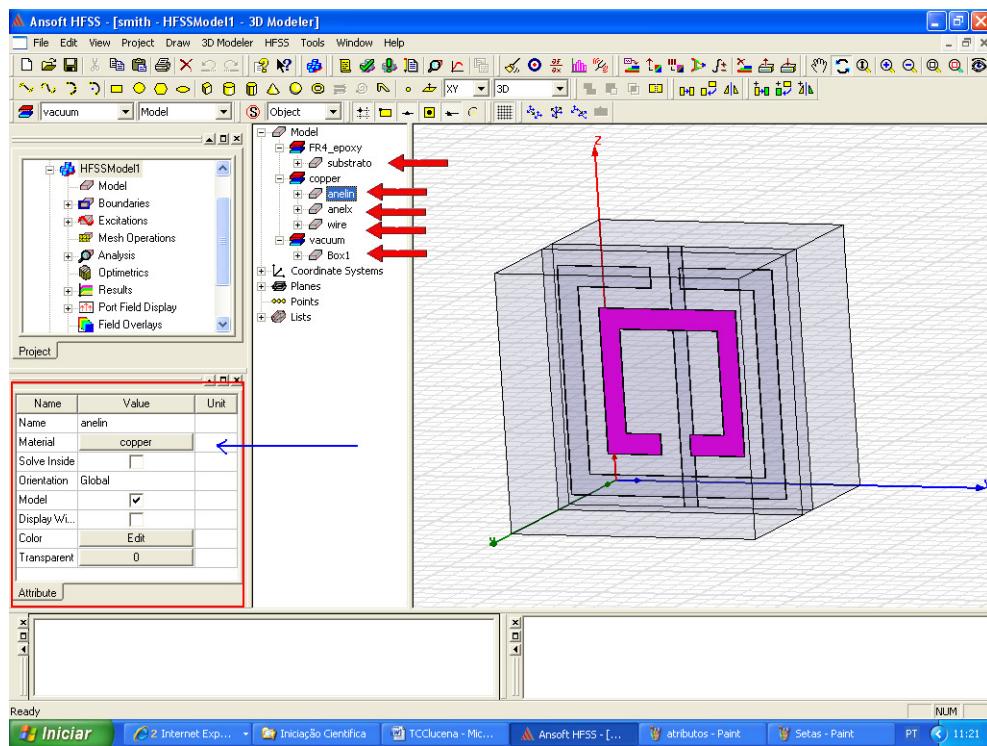


Figura B3 - Ferramentas e geometrias possíveis de construir no HFSS.

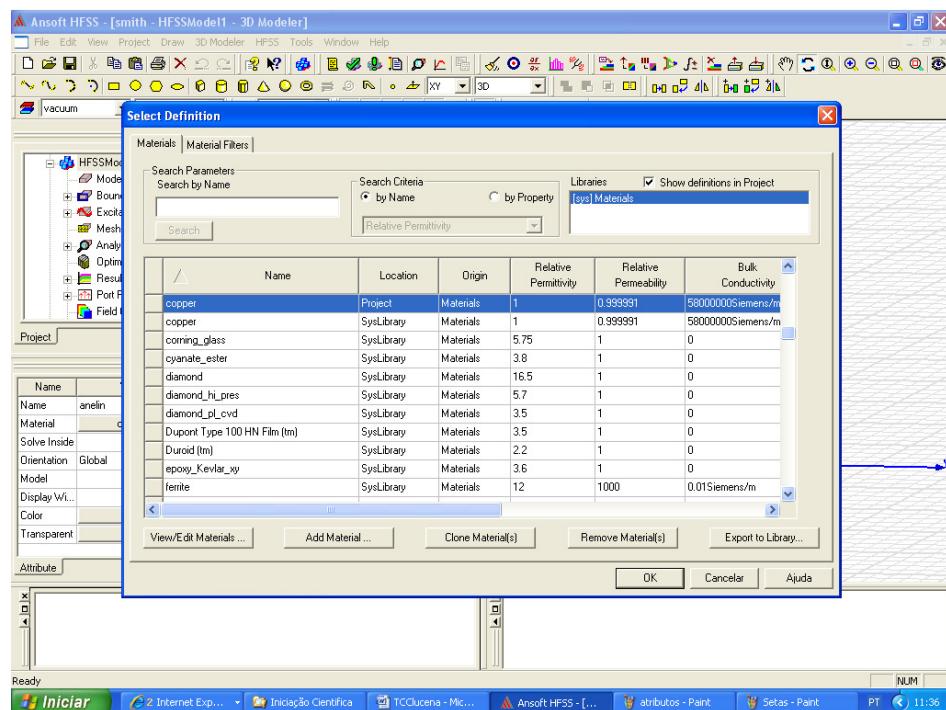
Todos os sólidos criados serão mostrados ao lado área de desenho como destacado em verde na Figura B3. Os objetos aí mostrados estarão separados por constituição do material. Sempre que criar um objeto, este será constituído de vácuo (*vacuum*). Para alterar a constituição do material basta clicar no nome do objeto e no canto inferior esquerdo da tela será apresentado os atributos (*attribute*) deste objeto, como indicado na Figura B4. Clicando-se no nome do material atual, abrirá uma janela

com uma lista de material disponível na biblioteca do HFSS, ilustrado na Figura B5. Para definir a posição e as dimensões do objeto criado deve-se clicar em *CreateBox* do objeto ao qual se deseja alterar essas configurações. Ao clicar em *CreateBox* do objeto desejado, indicado pela seta vermelha da Figura B6 , no canto inferior esquerdo abrirá uma aba de *command* (destacado pelo quadrado azul da Figura B6), neste pode-se definir a coordenada de posição do objeto e as dimensões do seu *Box* (paralelepípedo reto). Uma técnica interessante na definição das posições e dimensões dos objetos é a de definir variáveis e utilizá-la para determinar a posição e dimensão dos mesmos. Para isto, ao invés de definir um valor numérico para posição ou dimensão defini-se um nome ou letra. Neste instante já estará criando uma variável com este nome e aparecerá uma tela para definir o valor desta variável. Esta técnica será útil posteriormente, na simulação, para simular o comportamento de uma resposta variando-se uma variável de interesse. Para visualizar todas as variáveis criadas e se, por ventura, desejar alterar o valor de alguma delas, deve-se clicar em HFSSModel1 (indicado pela seta azul na Figura B7) e visualizar as variáveis criadas na aba *variable* (destacado pelo quadrado vermelho na Figura B7).

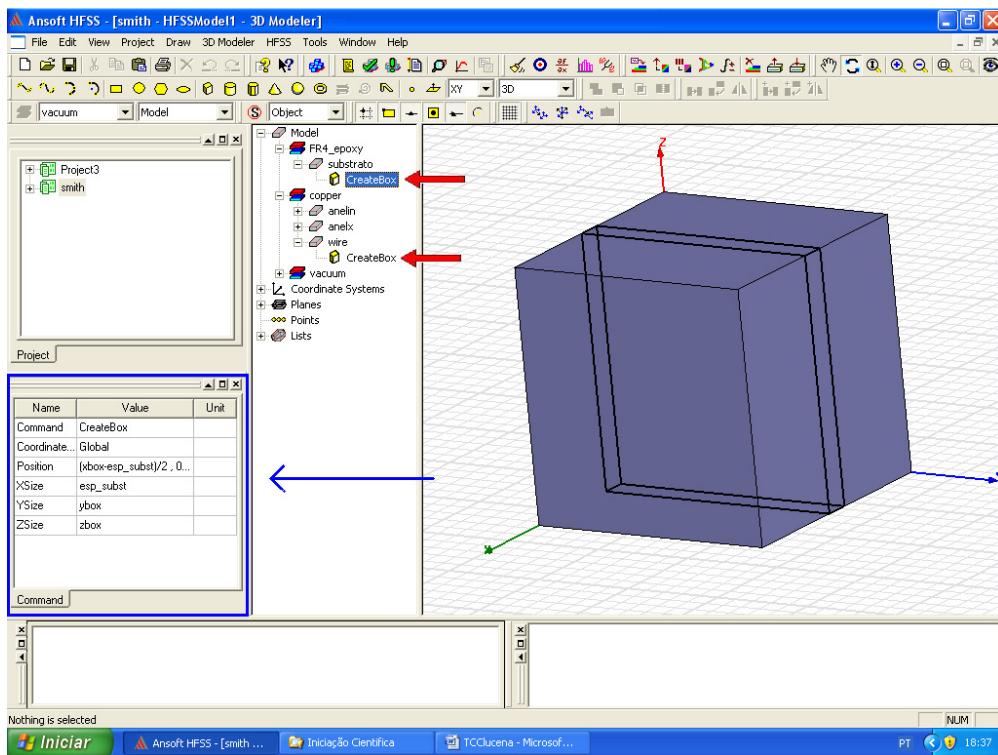
Outras ferramentas bastante úteis são as de união (  *unit*), subtração (  *subtract*) e intersecção (  *intersect*) de objetos.



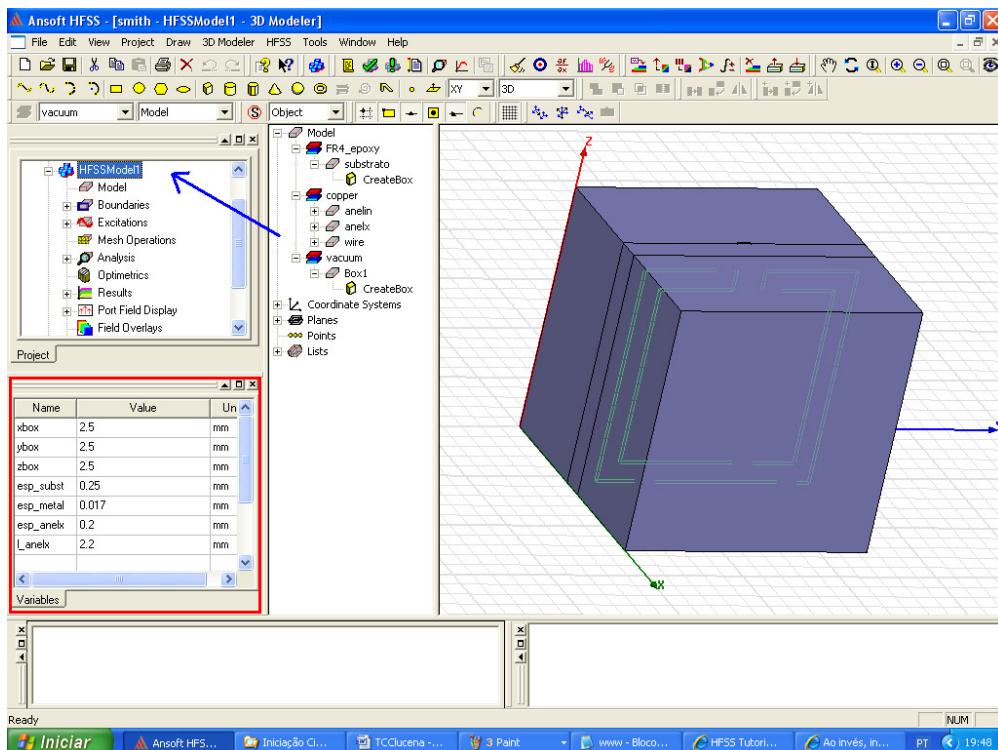
**Figura B4 - Tela indicando os atributos do material. As setas vermelhas indicam os objetos presente no projeto. O quadrado vermelho destaca os atributos do objeto. A seta azul indica o material do objeto.**



**Figura B5 - Tela de seleção de material.**



**Figura B6 - Definição de posição e coordenadas.**



**Figura B7 - Lista de variáveis criadas.**

## B4 – Definição das Portas de Ondas de Excitação e Condições de Contorno

Por padrão, a interface entre todos os objetos 3D e o *Background* é um condutor perfeito através do qual nenhuma energia pode entrar ou sair. As portas de ondas (*wave port*) são normalmente colocados sobre esta interface para fornecer uma janela que acopla o modelo ao mundo externo. Para definir uma porta deve-se clicar com o botão direito do mouse em cima do objeto e selecionar **Select Faces**. Deste modo ao clicar com o botão esquerdo do mouse sobre o objeto não selecionará mais o objeto inteiro, mas sim, apenas a face selecionada. Clicando-se com o botão direito sobre a face a qual deseja-se criar uma porta de onda, seleciona-se **Assing Excitation** → **Wave Port...** como indicado na Figura B8. Após esta ação, deve-se nomear a porta e selecionar **Avançar**. Na tela seguinte é possível determinar a direção da excitação nesta porta. Para esta direção deve-se selecionar **New Line...** como indicado na Figura B9.

Os parâmetros-S a ser obtido futuramente na simulação será através da relação entre onda incidida e refletida entre as portas criadas.

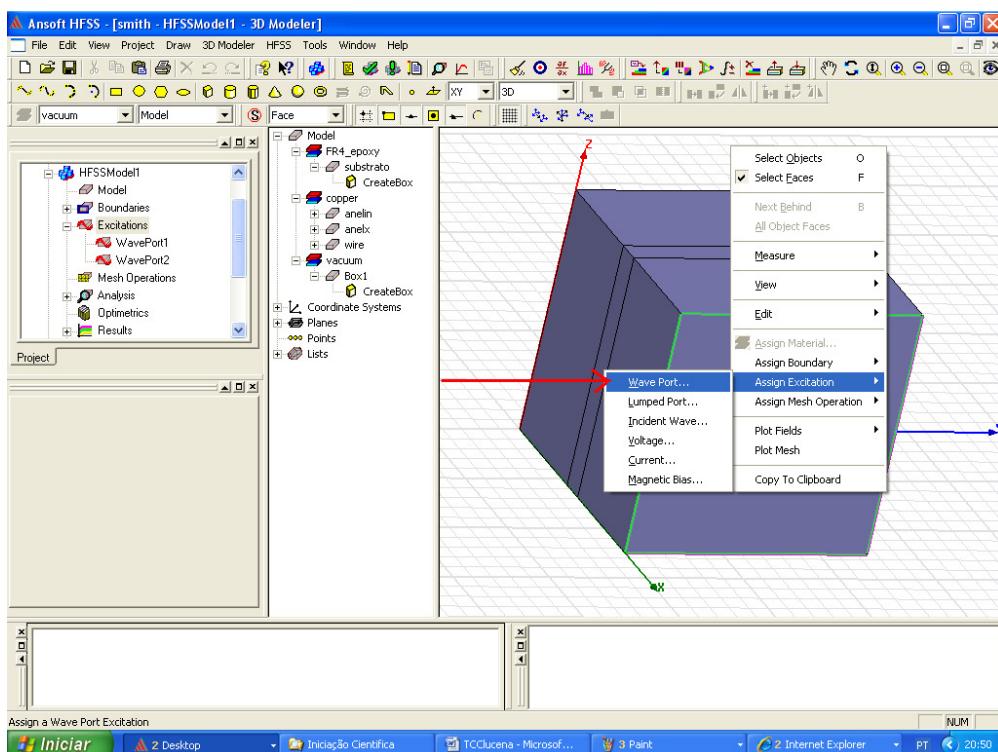
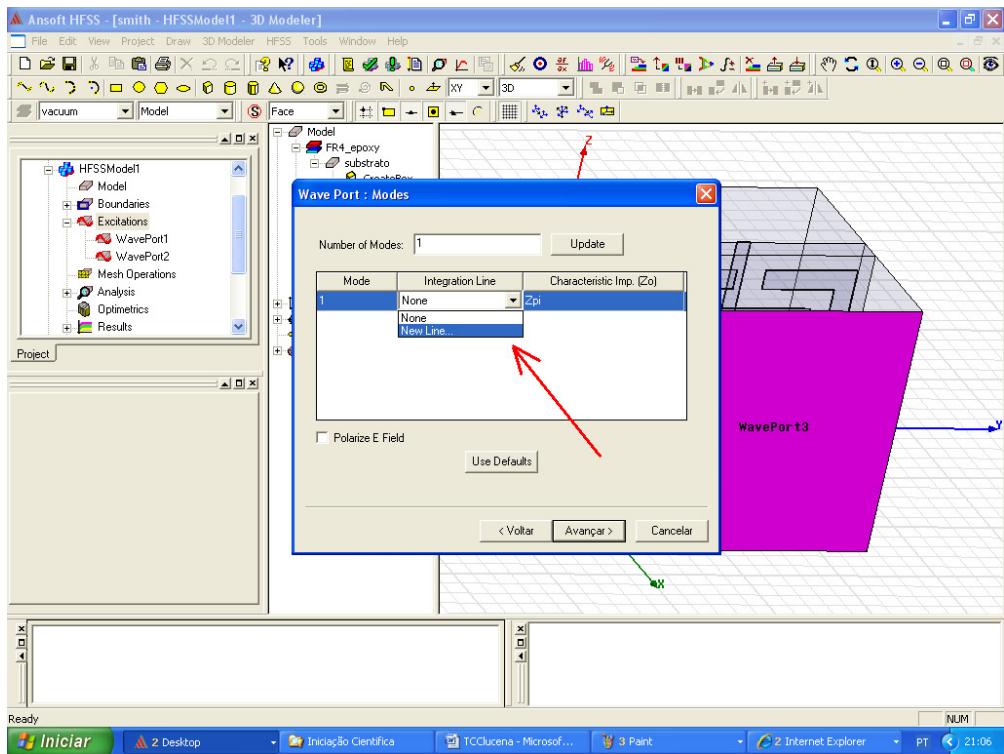
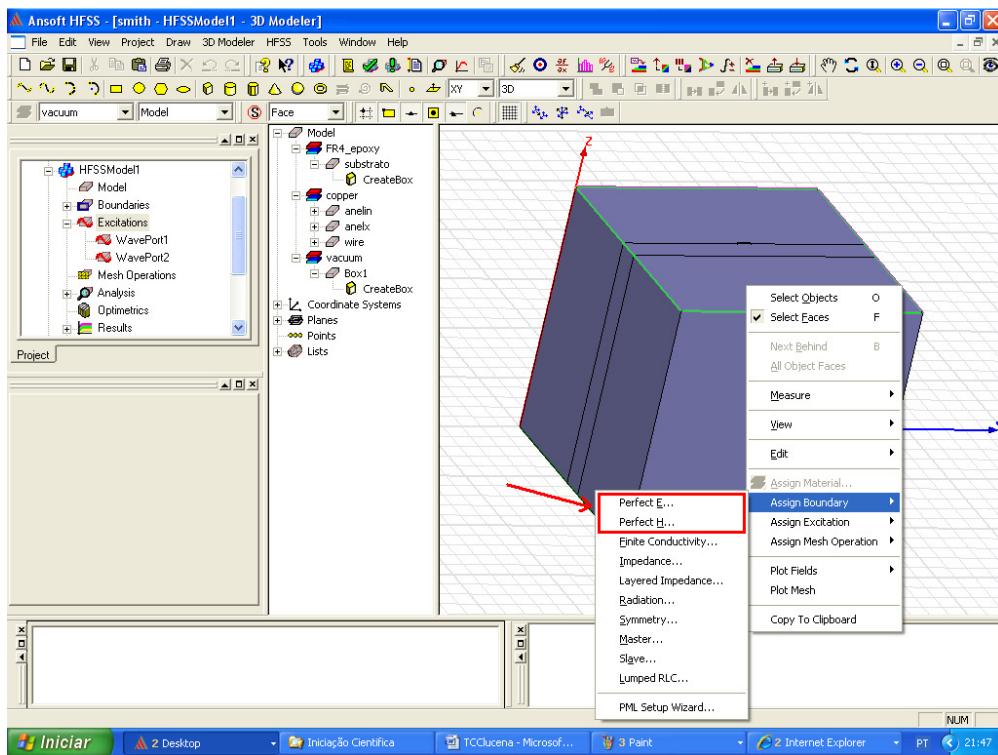


Figura B8 - Criação da porta de excitação.



**Figura B9 - Definição da direção da excitação.**

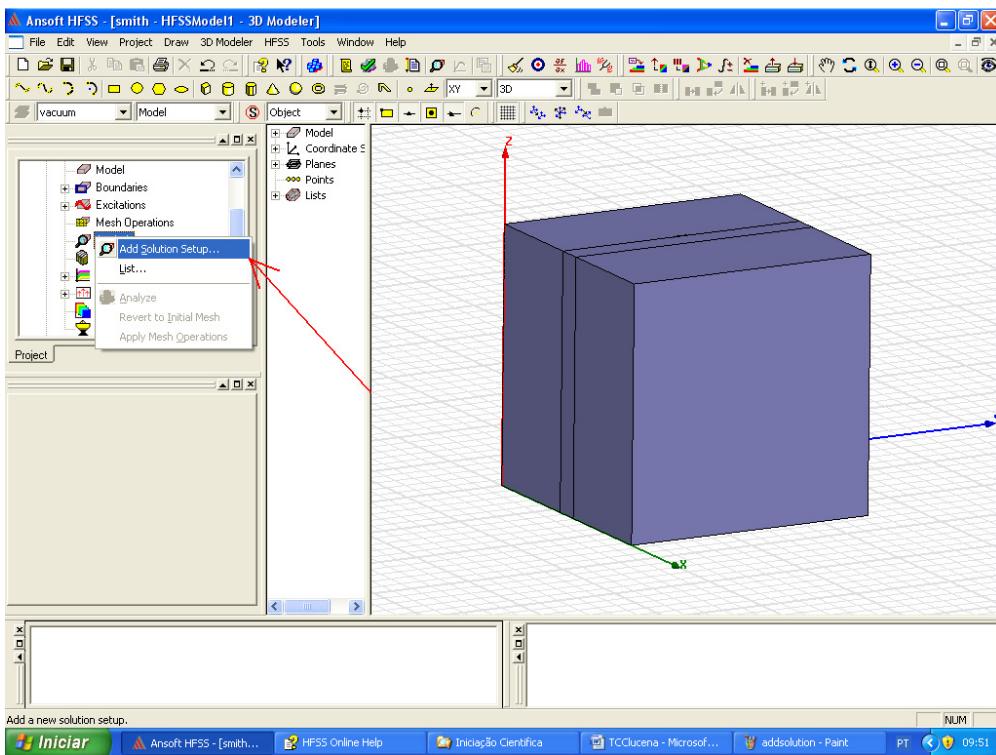
Após definir as portas do sistema, deve-se determinar as condições de contorno do sistema. Para criação de uma célula de metamaterial, duas condições de contorno de grande importância devem ser usadas: condutores elétricos e magnéticos perfeitos. Assim, é crucial a determinação de quais faces da estrutura receberão a determinação de *Perfect E* e quais serão *Perfect H*. Definir uma face como *Perfect E* significa que esta face é um condutor perfeito, já definir uma face como *Perfect H* significa que nesta superfície a componente tangencial do campo magnético *H* é a mesma em ambos os lados. Para definir tais condições de contorno deve-se clicar com o botão direito do mouse sobre a face, selecionar **Assing Boundary** e por fim selecionar **Perfect E ou Perfect H** como indicado na Figura B10.



**Figura B10 - Condição de contorno.**

## B5 – Solução e Análise Paramétrica

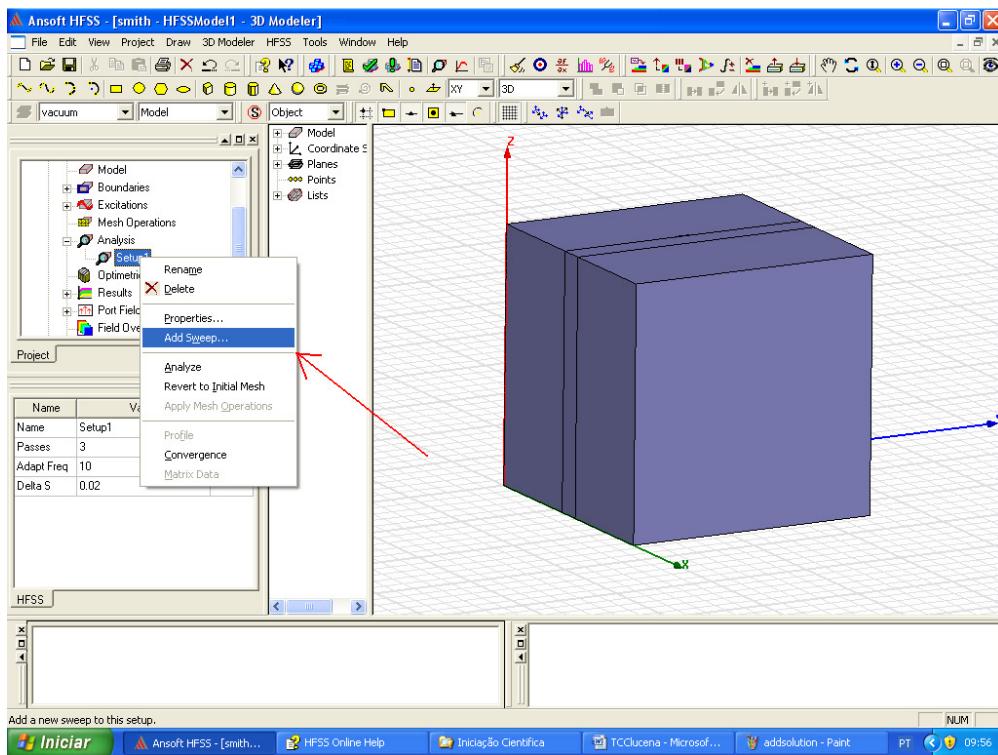
Definida a estrutura, suas propriedades e as condições de contorno, resta agora simular. Para isto deve-se definir uma solução para ser analisada. Para adicionar uma solução deve-se clicar com o botão direito do mouse em **Analysis → Add Solution Setup** como indicado na Figura B11.



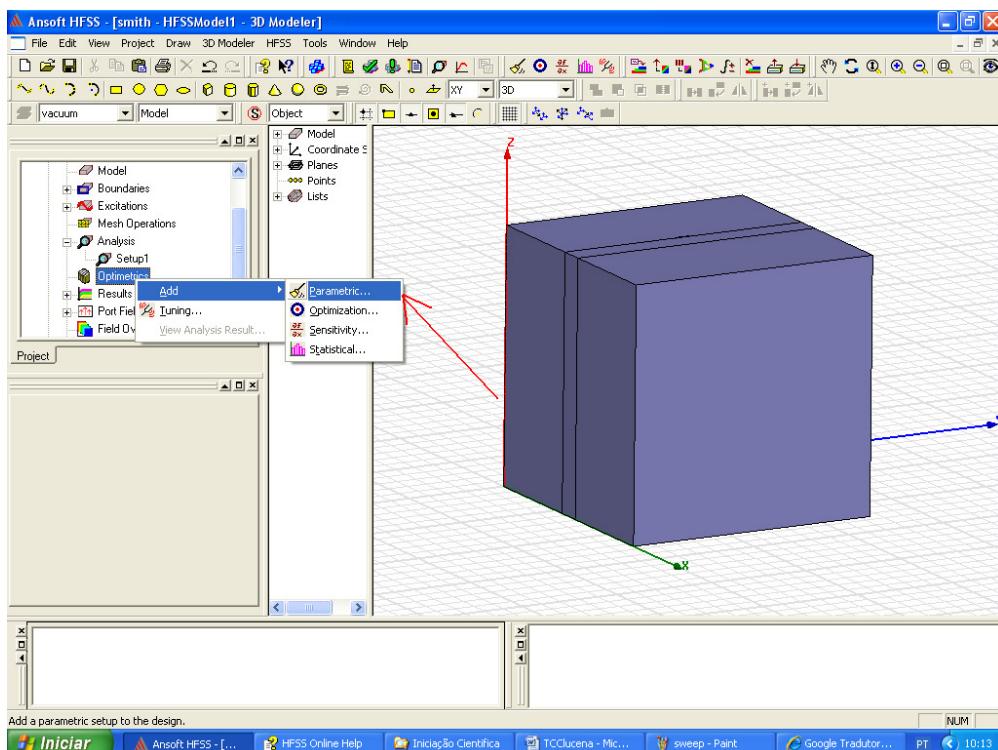
**Figura B11 - Adicionando uma solução.**

Após adicionar uma solução pode-se criar uma varredura (*sweep*) em frequência. Clicando com o botão direito do mouse sobre a solução adicionada anteriormente, selecionando **Add Sweep** (Figura B12) pode-se definir a frequência de início, frequência final e o passo da varredura.

Como dito em tópico anterior, caso as dimensões ou posições da estrutura estejam em função de parâmetros, é possível fazer uma análise paramétrica do sistema. Executando uma análise paramétrica permite simular diversas variações da estrutura usando um único modelo. Definindo-se uma série de valores de variáveis dentro de uma faixa ou uma definição de varredura variável e o HFSS gera uma solução para cada variação da estrutura. Pode-se então comparar os resultados para determinar como cada variação da estrutura afeta o desempenho do projeto. Para criar uma análise paramétrica deve-se clicar com o botão direito do mouse sobre **Optimetrics** e selecionando posteriormente **Add → Parametric**, ilustrado na Figura B12.



**Figura B12 - Adicionando varredura em frequência.**



**Figura B13 - Adicionando análise paramétrica.**

## B6 – Análise e Resultados

Para o HFSS simular a estrutura criada, deve-se clicar em  (**Analyse**). Dependendo a estrutura a ser analisada, esta etapa pode ser a mais demorada de todo o processo de criação e simulação. Após o término da simulação pode-se obter os resultados desejado da simulação em **Results**. No HFSS é possível também exportar a matriz de dados (**Exporting Matrix Data**) dos resultados da simulação para o MATLAB. O HFSS gera um arquivo.m com uma matriz de frequência e o parâmetro desejado, por exemplo o parâmetro-S.

## Apêndice C

Neste apêndice será apresentado um programa para solucionar e plotar as resposta de impedância, índice de refração, permissividade e permeabilidade de uma célula metamaterial a partir da resposta dos parâmetros-S através do MATLAB. Como dito no Apêndice B, o HFSS fornece um arquivo.m com os parâmetros-S em função de frequência. Rodando este arquivo gerado pelo HFSS, o programa apresentado abaixo fornece a resposta em frequência do módulo e fase de  $S_{11}$  e  $S_{21}$ , impedância, índice de refração, permissividade e permeabilidade.

```
%% CONSTANTES
c=299792458; %velocidade da luz
k0=(2*pi.*f./c)';
d=25e-4; %espessura da célula unitária

%% INVERSÃO DA FASE
SS=S;
for k=1:size(S,3)
    for j=1:size(S,2)
        for i=1:size(S,1)
            SS(i,j,k)=abs(S(i,j,k))*exp(1i*(-angle(S(i,j,k))));
        end
    end
end

%% Separação dos parâmetros-S da matriz 3D gerado pelo HFSS
S11 = SS(:,1,1);
S21 = SS(:,2,1);
%S12 = SS(:,1,2);
%S22 = SS(:,2,2);

%% CALCULO DA IMPEDÂNCIA
Z=sqrt( ( (1+S11).^2 - S21.^2 )./( (1-S11).^2 - S21.^2 ) );

%% CORRIGINDO A IMPEDÂNCIA PARA QUE re(z) >= 0
```

```

for k=1:size(Z)
    if real(Z(k)) < 0
        Z(k)=-Z(k);
    end
end

%% Calc n matrix SMITH Method
% n_arg = (1-S11.*S22+S21.*S21)./(2*S21);
% N = acos(n_arg)./(k0*d);

%%Calc n matrix Robust Method
eink0d=S21./(1-S11.*((Z-1)./(Z+1)));

%CORRIGINDO A IMPEDÂNCIA BASEADO EM eink0d <1 or >1
for p=1:length(S11)
    if abs(eink0d(p))>1
        Z(p)=-Z(p);
        eink0d(p)=S21(p)./(1-S11(p).*((Z(p)-1)./(Z(p)+1)));
    end
end

N = -1i*log(eink0d)./(k0*d);

%% CÁLCULO DA PERMEABILIDADE u E A PERMISSIVIDADE eps
u=N.*Z;
eps = N./Z;

figure(1)
% Plot Mag S
subplot(2,1,1);
hold on
plot(f/1e9,abs(S11),'r');
plot(f/1e9,abs(S21),'b' );

```

```

xlabel('Freq (GHz)')
title('Magnitude of S')
legend('S11','S21');
hold off

%Plot Phase S
subplot(2,1,2)
plot(f/1e9,[phase(S11),phase(S21)]);
ylabel('Rad')
xlabel('Freq (GHz)')
title('Phase of S')
legend('S11','S21');

figure(2)
%Plot Impedance
subplot(2,1,1);
plot(f/1e9,[real(Z),imag(Z)]);
xlabel('Freq (GHz)')
title('Impedance')
legend('Re','Im');

%Plot N
subplot(2,1,2);
hold on
plot(f/1e9,[real(N),imag(N)]);
%plot(f/1e9,[real(N+pi),imag(N)],':');
xlabel('Freq (GHz)')
title('N')
legend('Re','Im');
hold off

```

```

figure(3)
%Plot u
subplot(2,1,1)
plot(f/1e9,[real(u),imag(u)]);
axis([f(1)/1e9 f(end)/1e9 -15 15]);
xlabel('Freq (GHz)')
title('\mu')
legend('Re','Im');

%Plot eps
subplot(2,1,2)
plot(f/1e9,[real(eps),imag(eps)]);
axis([f(1)/1e9 f(end)/1e9 -15 15]);
xlabel('Freq (GHz)')
title('\epsilon')
legend('Re','Im');

```