

ALEXYS NAVERA ALTIMARI ROVERATTI PEREIRA

**USO DE REGRAS SUPLEMENTARES EM GRÁFICOS DE CONTROLE NO
MONITORAMENTO DA VOLATILIDADE DE ATIVO FINANCEIROS**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do diploma de Engenheiro de
Produção

São Paulo

2015

ALEXYS NAVERA ALTIMARI ROVERATTI PEREIRA

**USO DE REGRAS SUPLEMENTARES EM GRÁFICOS DE CONTROLE NO
MONITORAMENTO DA VOLATILIDADE DE ATIVO FINANCEIROS**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do diploma de Engenheiro de
Produção

São Paulo

2015

FICHA CATALOGRÁFICA

Pereira, Alexys Navera Altimari Roveratti

**USO DE REGRAS SUPLEMENTARES EM GRÁFICOS DE CONTROLE NO
MONITORAMENTO DA VOLATILIDADE DE ATIVOS FINANCEIROS / A.**

N. A. R. Pereira -- São Paulo, 2015. 170 p.

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.**

**1.Gráficos de controle 2.Mercado financeiro 3.Derivativos
4.Estimadores de volatilidade 5.Regras suplementares I.Universidade de São
Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II.t.**

À minha família e verdadeiros amigos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à professora Linda Ho por ser minha orientadora nessa reta final do curso de Engenharia de Produção.

Agradeço aos meus amigos do Colégio Bandeirantes, Lucas Emidio, Rodrigo e Ivan, por estarem comigo e pelo apoio mútuo na jornada que passamos pelos 3 anos de colégio pré-vestibular e pelo sucesso em ingressarmos nas faculdades de nossas escolhas, e principalmente pela amizade de muitos anos que ainda persiste e persistirá.

Agradeço aos meus amigos e parceiros da equipe Pingus, André Bina, Luiz Durão e Luiz Laurindo, por serem a melhor equipe de trabalho que poderia ter, sempre unida e disposta a qualquer desafio, vocês foram parte fundamental não somente na premiação do projeto da Pingus no prêmio P&G, mas me ensinaram o valor e o que é trabalhar equipe. Obrigado por serem meus amigos.

Agradeço ao meu amigo da Produção, Yohanis, pela parceria, amizade e apoio nos melhores e piores momentos da Poli e principalmente por me ajudar a tornar-me uma versão melhor de mim mesmo. Obrigado por ser meu amigo.

Agradeço à toda minha família, tias, tios, primos e avós (Edis, Everaldo, Adelina) pelo apoio incondicional e momentos de distração ao longo de toda a minha vida até agora.

Por último e mais **importante**, agradeço aos meus **pais Sandro e Luciane**, por se sacrificarem, dia e noite, para prover-me a educação e criação necessária, para que possa ter condições de lutar e conquistar meus sonhos. Pelo apoio incondicional em qualquer que fosse a minha empreitada, mesmo que não fosse a melhor escolha para mim no momento e por sempre estarem ao meu lado nos altos e baixos e da minha vida, e assim estarão no futuro. Não poderia pedir por pais melhores que vocês. Obrigado por tudo.

“Os sábios são os que mais buscam a sabedoria. Os tolos pensam tê-la encontrado.”

Napoleão Bonaparte

RESUMO

O objetivo do presente trabalho é averiguar se o uso de regras suplementares em gráficos do tipo Shewhart no monitoramento da volatilidade de ativos financeiros melhora o desempenho dessa ferramenta em detectar mudanças no valor desse parâmetro. A principal função dessa ferramenta é alertar ao operador de mercado se houve mudança no valor da volatilidade, já que não é um parâmetro diretamente observável, utilizam-se estimadores de volatilidade que buscam calcular a volatilidade com base na série histórica de preços de um dado ativo, relacionando informações de fácil acesso como: preços de abertura, fechamento, máximo e mínimo. No trabalho determinou-se que o desempenho seria dado pelo valor médio de sequência ARL_1 , e buscou-se determinar qual estimador de volatilidade e qual regra suplementar apresentaria o melhor desempenho, ou seja, que detectasse mudanças no valor da volatilidade mais rapidamente. Para isso o trabalho foi dividido em duas etapas: simulações computacionais, em que se modelou o comportamento do ativo financeiro através do movimento browniano geométrico e projetou-se os diversos gráficos para cada estimador e regra suplementar escolhida, todos compartilhando o mesmo valor de ARL_0 para comparação de desempenho. A segunda etapa deu-se na aplicação da metodologia desenvolvida a um ativo real, negociado em Bolsa. Concluiu-se que tanto nas simulações computacionais como no caso prático que as regras suplementares melhoraram os desempenhos dos gráficos de controle para deslocamentos pequenos de volatilidade, de até 1,5 vezes o valor de referência, além desses valores não há diferença ou então há detimento do desempenho dos gráficos, não sendo interessante a aplicação nesses casos. Além disso, conclui-se que quanto menor a variabilidade do estimador, melhor sua performance, independente do uso de regras suplementares, sendo assim o estimador de Garman – Klass exibiu o melhor desempenho. Já entre as regras suplementares, as que exibiram melhor desempenho foram as que consideravam entre 2 e 3 pontos consecutivos entre os limites de controle e de alerta.

Palavras-Chave: Gráficos de controle. Monitoramento. Estimadores de volatilidade. Estimadores máximo-mínimo. Regras suplementares. Opções. Derivativos. Mercado Financeiro.

ABSTRACT

The main goal for this paper is to determine whether the use of supplementary rules in Shewhart Control Charts provides an increase in performance when monitoring the volatility of financial assets. The objective when using this tool is to provide the trader a useful way of detecting changes in the volatility of the asset under surveillance, due to the fact that this parameter cannot be directly observed in the market therefore the use of volatility is needed. The estimators use data that can be easily obtained in several sources such as, high, low, open and close prices. In this paper the measure of performance will be given by the ARL₁, the goal is to find which volatility estimator and which supplementary rules detects in the least amount of times changes in the volatility. The methodology utilized is segmented in 2 parts: the first part consists of computational simulations, in which the prices series were simulated, modeled based on the Brownian geometric movement and several charts were constructed, sharing the same ARL₀ to evaluate which estimator and supplementary rule would exhibit the best performance. The second half of the methodology consists in the application of the methodology in a real asset that is traded in the market. The conclusion that was drawn from the results, is that the supplementary do, in fact, provide increases in performance, in other words, reduce the time to detect changes in the volatility of the asset when this chance is less or equal to 1,5 times the volatility of the asset that is taken as a reference. Otherwise, there is no gain in performance and sometimes there is even a decrease in performance, meaning that is best not to use it in cases of extreme chance of volatility. Of the estimators, the conclusion is that the least variable ones exhibit the best performance, therefore the Garman – Klass is the one that provides the best results independently of the supplementary utilized. Of the supplementary rules, the ones that provided the best results were that ones that considered as a stopping rule, 2 or 3 consecutive points between the control and the warning limits.

Keywords: Control chart. Surveillance. Volatility estimator High-low estimator. Supplementary rules. Options. Derivatives. Financial Market.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.Lucro da opção call versus preço do ativo. Fonte: autor.....	32
Figura 2 Lucro da opção put versus preço do ativo.Fonte: autor	34
Figura 3.Comportamento dos payoffs para cada posição. a) long call b) short call c) long put d) short put. Fonte: (HULL,2001)	35
Figura 4: Influência de S e K no preço da opção. Fonte:(HULL,2011)	36
Figura 5. Efeitos do tempo até maturidade. Fonte: HULL,2001	37
Figura 6: Efeitos da taxa de juro sobre o preço da opção. Fonte: HULL,2001	37
Figura 7: Efeitos da volatilidade no preço da opção. Fonte: HULL,2001.....	38
Figura 8: Payoff Bull Spread.Fonte: HULL, 2001	39
Figura 9: Lucro do Bear spread. Fonte: HULL,2001	40
Figura 10: Processo estocástico. Fonte: Google	44
Figura 11: Exemplo de processo de Wiener. fonte: Autor	50
Figura 12: Comparação do processo de Wiener e o processo generalizado. Fonte: HULL,2001	51
Figura 13:Ilustração de inputs no modelo de Black & Scholes. Fonte: HASSIN,2014.	57
Figura 14: Esquema de inputs para determinação da volatilidade implícita. Fonte: HASSIN,2014.....	58
Figura 15: Preço versus tempo, fonte: Garman,Klass;1980	62
Figura 19:Ilustração de delta. Fonte: HULL,2001	68
Figura 20: Processo sob causas aleatórias. Fonte: GOOGLE	70
Figura 21: Exemplo de gráfico de controle. fonte: autor.....	72
Figura 22: Comprimento médio de sequência para deslocamentos k da variância do processo. Fonte: MONTGOMERY,2004	77
Figura 20: Gráfico para série de preços simulada, $S_0= 30$, drift = 8%, intervalo = 0,5 s	82
Figura 21: Cotações PETR4, Fonte: Uol.com.br	82
Figura 22: Histograma dos estimadores. Fonte: Autor	85
Figura 23: Exemplo 1 de gráfico de controle com LC e LA. fonte: Autor	87
Figura 24: Exemplo 1 de gráfico de controle com LC e LA. fonte: Autor	87
Figura 25: Algoritmo para determinação de ARL0. Fonte: Autor	93
Figura 26: Esquema da metodologia utilizada para se determinar os limites de controle para os gráficos que satisfazem $ARL_0 = 100$. Fonte: Hassin,2013	95
Figura 27: Algoritmo para cálculo de ARL1. Fonte: Autor	97

Figura 28 : Algoritmo para determinação de ARL0. Fonte: Autor.....	100
Figura 29: Gráfico de controle estimador clássico e regra suplementar p=2.....	101
Figura 30: Gráfico de controle estimador clássico e regra suplementar p=3.....	102
Figura 31: Gráfico de controle estimador clássico e regra suplementar p=4.....	102
Figura 32: Gráfico de controle estimador clássico e regra suplementar p=5.....	103
Figura 33: Gráfico de controle estimador Parkinson e regra suplementar p=2	103
Figura 34: Gráfico de controle estimador Parkinson e regra suplementar p=3	104
Figura 35: Gráfico de controle estimador Parkinson e regra suplementar p=4	104
Figura 36: Gráfico de controle estimador Parkinson e regra suplementar p=5	105
Figura 37: Gráfico de controle estimador Garman - Klass e regra suplementar p=2 ...	105
Figura 38: Gráfico de controle estimador Garman - Klass e regra suplementar p=3 ...	106
Figura 39: Gráfico de controle estimador Garman - Klass e regra suplementar p=4 ...	106
Figura 40: Gráfico de controle estimador Garman - Klass e regra suplementar p=5 ...	107
Figura 41: Gráfico de controle estimador Roger - Satchell e regra suplementar p=2 ..	107
Figura 42 Gráfico de controle estimador Roger - Satchell e regra suplementar p=3....	108
Figura 43: Gráfico de controle estimador Roger - Satchell e regra suplementar p=4 ..	108
Figura 44: Gráfico de controle estimador Roger - Satchell e regra suplementar p=5 ..	109
Figura 45: Algoritmo para cálculo de ARL1. Fonte: Autor.....	111
Figura 46: Curva ARL1 x deslocamento k – regra suplementar p=2	115
Figura 47: Curva ARL1 x deslocamento k – regra suplementar p=2	115
Figura 48: Curva ARL1 x deslocamento k – regra suplementar p=2	116
Figura 49: Curva ARL1 x deslocamento k – regra suplementar p=2	116
Figura 50: Preços do ETF USO:US período 2007-2008. Fonte: autor	124
Figura 51:Log-retorno de USO:US. Período 2007-2008. Fonte: autor.....	124
Figura 52: Histograma dos valores das volatilidades dos 4 estimadores para USO:US, 2007. Fonte: Autor	127
Figura 53: Gráfico de controle para o estimador clássico, ARL0 = 20. Fonte: autor ...	128
Figura 54: Gráfico de controle para o estimador Parkinson, ARL0 = 20. Fonte: autor	129
Figura 55: Gráfico de controle para o estimador Garman - Klass, ARL0 = 20. Fonte: autor	129
Figura 56: Gráfico de controle para o estimador Roger-Satchell, ARL0 = 20. Fonte: autor	130
Figura 57: Preços de USO:US – 2007-2008. Fonte: autor.....	141
Figura 58: Volatilidade de USO:US - 2008. Fonte: autor.....	142

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resumo dos efeitos no valor das opções.....	38
Tabela 2: Comportamento do lucro da opção - Bull Spread.....	40
Tabela 3: Comportamento do lucro da opção - Bear Spread.....	41
Tabela 4: Comparação estimadores Clássico, Parkinson e Garman-Klass.	64
Tabela 5: Dados simulados, variância=1, fonte:(ROGERS,SATCHELL;1991)	66
Tabela 6: Dados de ativos reais, fonte: (ROGERS,SATCHELL;1991).....	66
Tabela 7: Tabela resumo de parâmetros de simulação.....	81
Tabela 8: Tabela resumo das fórmulas dos estimadores.	84
Tabela 9: Resultados dos estimadores.....	84
Tabela 10: Legenda da Figura 5, fonte: autor.....	94
Tabela 11: Limites de controle e de alerta para cada estimador e regra suplementar..	101
Tabela 12: Valores de ARL1 para diversos valores de deslocamento k.	112
Tabela 13: Valores de ARL1 para diversos valores de deslocamento k (Continuação).113	
Tabela 14: Valores médios de ARL1 para diversos deslocamentos k.....	114
Tabela 15: Limites de Controle tal que ARL0 = 100 sem o uso de regras suplementares.118	
Tabela 16: Valores de ARL1 para diversos valores k, sem utilizar regras suplementares119	
Tabela 17: Variação relativa dos valores de ARL1.....	120
Tabela 18: Variação relativa dos valores de ARL1. (Continuação)	121
Tabela 19: Variação relativa média dos valores de ARL1.	122
Tabela 20:Resultados do teste ADF para a série de log-retorno de USO:US período de 2007-2008	125
Tabela 21: Principais estatísticas para as séries históricas de preço do papel USO:US126	
Tabela 22: Principais estatísticas dos 4 estimadores para USO:US, 2007	127
Tabela 23: Limites de controle para USO:US - ano: 2007 tal que ARL0 = 20.....	128
Tabela 24: Valores de ARL1 para deslocamentos k da série de preços USO:US – 2007, sem regras suplementares.....	131
Tabela 25: Valores de ARL1 para o ETF USO:US, sem regras suplementares, ano: 2008131	
Tabela 26: Valores dos limites de controle e de alerta para USO:US ano 2007, tais que ARL0 = 20.....	133

Tabela 27: Valores de ARL1 para diversos deslocamentos k da série de preços USO:US-2007, com regras suplementares	134
Tabela 28: Valores de ARL1 para diversos deslocamentos k da série de preços USO:US-2007, com regras suplementares (continuação).	135
Tabela 29: Valores de ARL1 para o papel USO:US, ano:2008.....	136
Tabela 30: Variação relativa do caso prático para os valores de ARL1.	136

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	23
1.1	Contexto do trabalho.....	23
1.2	Problema e motivação.....	24
1.3	Objetivo	25
1.4	Estrutura do trabalho.....	26
2.	O MERCADO DE OPÇÕES.....	29
2.1	Derivativos	29
2.2	Opções	29
2.2.1	Opção Call.....	31
2.2.2	Opção Put.....	32
2.2.3	Posicionamento das opções	34
2.2.4	Fatores que influenciam os preços das opções	36
2.3	Estratégias utilizando opções	38
2.3.1	Bull Spread	39
2.3.2	Bear Spread.....	40
3.	PROCESSOS ESTOCÁSTICOS E SÉRIES TEMPORAIS	43
3.1	Processos Estocásticos e processo de Markov	43
3.2	Estacionariedade	45
2.3	Ruído Branco e Movimento Browniano Padrão.....	47
2.4	Processo de Wiener.....	48
2.5	Processo generalizado de Wiener e Processo de Itô	50
4.	MODELO DE BLACK-SCHOLES-MERTON E ESTIMADORES DE VOLATILIDADE	53
4.1	Modelo da dinâmica dos preços de ativos	53
4.2	Modelo de Black – Scholes – Merton.....	54
4.3	Estimadores de volatilidade históricos	58

4.3.1 Estimador Clássico	59
4.3.2 Estimador de Parkinson	60
4.3.3 Estimador de Garman-Klass	61
4.3.4 Estimador de Rogers-Satchell.....	64
4.4 Hedging	67
5. CONTROLE ESTATÍSTICO DA QUALIDADE.....	70
5.1 Controle estatístico do processo	70
5.2 Gráficos de controle	71
5.2.1 Conceitos básicos.....	71
5.2.2 Gráficos de controle para variáveis	74
5.3 Curva característica de operação e medindo desempenho:	76
5.4 Regras suplementares:	78
6. METODOLOGIA	79
6.1 Objetivos do modelo	79
6.2 Simulação da série de preços e estimadores.....	80
6.3 Critérios de parada do processo.....	85
6.4 Determinação dos limites de controle e de alerta	88
6.5 Avaliação do desempenho dos gráficos	96
7. APLICAÇÃO DA METODOLOGIA E RESULTADOS.....	98
7.1 Aplicação da metodologia – Simulação computacional.....	98
7.1.1 Cálculo os limites de controle e de alerta	98
7.1.2 Avaliação do desempenho dos gráficos de controle – Cálculo do ARL_1	110
7.1.3 Performance de gráficos com regras suplementares versus sem regras suplementares em simulações computacionais.....	118
7.2 Aplicação da metodologia – Caso Prático.....	123
7.2.1 Seleção do papel e teste de série estacionária.....	123
7.2.2 Aplicação Prática – Gráficos de controle sem regras suplementares	126

7.2.3 Aplicação Prática – Gráficos de controle com regras suplementares	132
8. CONCLUSÃO	138
8.1 Análise e discussão dos resultados – Simulação computacional	138
8.2 Análise e discussão dos resultados – Caso prático	140
8.3 Sugestões para próximos estudos	143
8.4 Dificuldades encontradas	145
8.5 Comentários finais	145
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	147
APÊNDICE A – SIMULAÇÃO DE UM ANO	149
ANEXO A – DADOS DO ETF USO:US DE 2007 ATÉ 2008	155

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo introdutório serão apresentados o contexto em que o trabalho foi desenvolvido, o problema e motivação e os principais objetivos a serem atingidos com o desenvolvimento do presente trabalho. Além disso, serão apresentados, de forma resumida, os principais tópicos abordados em cada um dos capítulos do presente trabalho.

1.1 Contexto do trabalho

O contexto em que o presente trabalho de formatura se dá é no ambiente do mercado financeiro, em que o autor do presente realizou seu estágio supervisionado no Banco Itaú – Unibanco.

O banco Itaú-Unibanco possui 90 anos de história, conta atualmente com 100.000 funcionários que encontram-se espalhados no escritórios e agências em território nacional e internacional, sendo responsável por atender cerca de 40 milhões de clientes nos mais variados segmentos, de pessoa física do varejo até empresas de grande porte.

A empresa, no momento em que este trabalho estava sendo feito, encontra-se dividida em 3 grandes Diretorias-Gerais:

- Diretoria Geral de Varejo (DGV): Essa diretoria é responsável por todas as operações de varejo do banco Itaú, sendo responsável pelo gerenciamento de todas as agências, produtos, processos, *marketing* etc. que tem como foco oferecer serviços para pessoas físicas e pequenas e médias empresas.
- Diretoria Geral de Tecnologia e Operações (DGTO): Esse braço administrativo do banco é responsável por gerir toda a parte de sistemas computacionais e de operações necessárias para manter o banco executando suas atividades e atendendo os clientes, tanto internos como externos, garantindo eficiência operacionais.
- Diretoria Geral de Atacado (DGA): Essa é a diretoria geral responsável por negócios do Banco Itaú no âmbito do mercado de capitais, atuando nos segmentos de gestão de riqueza e de ativos (*Asset/Wealth Management*), corretora, *Private Banking*, Banco de Investimento, Produtos e Segmentos para empresas de grande porte, Tesouraria do conglomerado e o fundo de investimento Kinea.

O presente trabalho tem como foco o monitoramento da volatilidade de ativos financeiros utilizando ferramentas apresentadas durante o curso de Engenharia de Produção, mais especificamente o gráfico de controle do tipo Shewhart, sendo essa uma das ferramentas que fazem parte do grupo de conceitos e ferramentas do Controle Estatístico do Processo. Logo, pode-se notar que pode-se aplicar as ferramentas desenvolvidas inicialmente para o ambiente industrial em outros setores da economia, como o do mercado financeiro.

Como o presente trabalho tem como foco volatilidade e opções, que são elementos inerentes ao mercado de capitais, e o uso de gráficos de controle, nota-se que a aplicabilidade do trabalho se dá nas atividades realizadas pela Diretoria Geral de Atacado. Porém vale ressaltar que monitorar a volatilidade dos ativos financeiros pode acontecer em qualquer uma das subdivisões da DGA do banco Itaú, uma vez que cada uma das áreas possui um interesse de acordo com as demandas dos clientes da área. O próprio banco, através da tesouraria pode realizar operações de opções a fim de proteger os ativos do conglomerado, clientes do *Private Banking* receosos com o cenário da economia global podem demandar uma solução dos *bankers* para proteger sua carteira de ações, a Itaú Corretora pode desenvolver produtos para os clientes do banco que utilizem opções a fim de maximizar seus ganhos etc.

Vale ressaltar que todo o conteúdo, conhecimentos e dados presentes neste trabalho são de domínio público e não estão associadas, de forma alguma, com as ferramentas e metodologias utilizadas pelo Banco Itaú-Unibanco S.A na gestão de seus ativos e dos clientes do banco.

1.2 Problema e motivação

No ambiente de mercado financeiro, clientes recorrem às instituições financeiras, sejam bancos, corretoras ou gestoras de ativos buscando maximizar seus retornos e reduzir seus riscos.

Uma das estratégias a ser utilizada pelas prestadoras de serviços financeiros para atender a demanda de seus clientes, é utilizar o instrumento financeiro conhecido como opção, para confeccionar uma carteira a fim de maximizar seu retorno e/reduzir seu risco, através de estratégias que serão discutidas nos capítulos 2 e 4.

Porém, para fazer a gestão de uma carteira que utiliza opções é necessário o monitoramento constante da volatilidade dos ativos associados ao instrumento, uma vez

que esse parâmetro não é diretamente observável no mercado de capitais e oscilações nos seus valores podem ter impactos catastróficos na carteira do operador. Como o monitoramento desse parâmetro é de fundamental importância, os gráficos de controle do tipo Shewhart, tipicamente utilizados no ambiente industrial podem ser uma boa alternativa como ferramenta de monitoramento devido à sua simplicidade de uso.

1.3 Objetivo

Dado que a principal motivação e problema, conforme discutido na seção 1.2, do presente trabalho é monitoramento da volatilidade dos ativos financeiros, o objetivo principal desse trabalho é propor o uso de gráficos do tipo Shewhart que utilizem regras suplementares, que serão discutidas nos capítulos 5 e 6, para a volatilidade e analisar a eficiência dessa ferramenta no monitoramento desse parâmetro e se o uso de regras suplementares otimiza a performance dos gráficos no monitoramento da volatilidade.

Para atingir esse objetivo serão desenvolvidos gráficos de controle utilizando 4 regras suplementares distintas, para os 4 estimadores de volatilidade mais comumente utilizados pelos operadores de mercado, o Estimador Clássico, o Estimador de Parkinson (1980), o Estimador de Garman-Klass (1980) e o Estimador de Roger-Satchell (1991).

Os gráficos serão desenvolvidos de tal forma que todos os gráficos possuam o mesmo comprimento médio de sequência quando o processo estiver sob controle estatístico, ou seja, sob efeito apenas de causas aleatórias.

Como massa de dados para a confecção dos gráficos serão geradas séries de preços históricas de acordo com o Movimento Browniano Geral, com uma volatilidade de referência que será considerada sob controle estatístico.

Posteriormente, serão geradas novas séries de dados com outros valores de volatilidade, a fim de simular uma situação fora de controle estatístico e para que se possa, em cada um dos gráficos desenvolvidos determinar o comprimento médio de sequência fora de controle, para assim determinar qual estimador e qual regra suplementar alerta de forma mais rápida mudanças no valor da volatilidade.

Com os valores dos comprimentos médios fora de controle para os gráficos com regras suplementares, esses resultados serão comparados com os resultados obtidos quando não se utilizam regras suplementares, para que assim possa-se averiguar se há uma melhoria de desempenho ou não.

Por fim, a metodologia desenvolvida, tanto para gráficos com regras suplementares como para os que não as utilizam, será aplicada a um papel real, negociado em bolsa, com o objetivo de mostrar a aplicabilidade do modelo desenvolvido em um caso prático.

1.4 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está dividido em 8 capítulos:

- Capítulo 2 – O mercado de opções: Nesse capítulo serão introduzidos conceitos fundamentais ao respeito do mercado de capitais, mais especificamente sobre opções, com o objetivo de contextualizar o trabalho e fornecer uma visão geral do mercado de derivativos
- Capítulo 3 – Processos estocásticos e séries temporais: Serão apresentados os conceitos e teorias fundamentais sobre processos estocásticos e séries temporais, para que seja possível compreender a modelagem mais utilizada para descrever o comportamento de ativos financeiros.
- Capítulo 4 – Modelo de Black & Scholes e estimadores de volatilidade: Nessa seção será apresentado o modelo mais aceito e utilizado pelos operadores de mercado na precificação de opções, o modelo de Black & Scholes, assim como mostrar, os 4 estimadores de volatilidade em estudo no trabalho (Clássico, Parkinson, Garman-Klass, Roger-Satchell) e suas propriedades. De maneira sucinta, serão exibidas formas de gerenciar as partes utilizando o modelo de Black & Scholes e os estimadores de volatilidade.
- Capítulo 5 – Controle Estatístico do Processo: Serão apresentados os principais conceitos acerca do controle estatístico do processo, com foco nos gráficos de controle de Shewhart, uma vez que essa ferramenta será objeto de estudo do trabalho. Serão feitas a apresentação e discussão sobre o uso de regras suplementares para otimizar a performance dos gráficos de controle.
- Capítulo 6 – Metodologia: Nessa seção será exibida a metodologia pelo trabalho, apresentando o modelo utilizado para a simulação dos preços de ativos, seleção de regras suplementares, critérios de parada do processo em monitoramento, algoritmos utilizados para a construção de gráficos de controle com regras suplementares e o método a ser utilizado para avaliar a performance do modelo proposto.
- Capítulo 7 – Aplicação da Metodologia e resultados: A metodologia do capítulo 6 será posta em prática em duas situações: uma aplicação a séries simuladas

computacionalmente e outra, aplicando-se a um papel negociado em bolsa. Serão calculados os limites de controle e de alerta e posteriormente os diversos gráficos construídos terão seus desempenho avaliados, expondo-os a situações fora de controle, utilizando como medida de desempenho o tempo médio de alerta.

- Capítulo 8 – Conclusão: Capítulo final do trabalho em que serão discutidos os resultados obtidos para as simulações computacionais, comparando-se a performance dos gráficos que utilizam regras suplementares versus os que não utilizam. Será discutida a performance do modelo quando aplicado a um caso prático, com o objetivo de validar o modelo e serão comparadas as performances de ambos os tipos de gráficos em um caso real. Finalizando com comentários finais do autor, propostas para novos trabalhos e principais dificuldades.

2. O MERCADO DE OPÇÕES

Nesse capítulo do trabalho, apresentar-se-ão os principais conceitos referentes ao instrumento financeiro chamado opção, buscando contextualizar o presente trabalho assim como familiarizar o leitor com os conceitos de finanças mais pertinentes ao trabalho.

Será abordado aqui o conceito de derivativos e qual a sua importância para o mercado atual, porém focaremos em opções. Serão apresentadas a dinâmica e regras de negociação das opções, a definição e importância da volatilidade na negociação de opções e uma visão preliminar de estratégias que se utilizam de tal instrumento financeiro.

2.1 Derivativos

Um derivativo é um instrumento financeiro cujo preço está atrelado ao valor de um outro ativo, chamado ativo subjacente. Geralmente esse é o ativo sobre o qual estejam sendo feitas negociações podendo ser alguma ação, alguma *commodity* (HULL,2011).

Os principais tipos de derivativos mais negociados atualmente são: contratos a termo, contratos futuros, opções e *swaps*. Tais instrumentos financeiros são de grande importância para o dia a dia, uma vez que possibilitam o controle de risco referentes às flutuações dos preços dos ativos à que os derivativos estão atrelados, possibilitando assim aos negociantes sejam de papéis, títulos e/ou *commodities* se protegerem contra as variações do mercado e ainda assim obterem lucros em suas atividades. (LUENBERGER, 1998).

Devido a essas propriedades que permitem se precaver contra riscos, os derivativos têm sido utilizados com grande intensidade nos últimos 30 anos, sendo responsáveis pelo maior volume de negociações nas Bolsas ao redor do mundo, mas foram alvos de críticas devido ao papel que exerceram durante a crise de 2007-2008 por serem utilizados na securitização (agrupamento de passivos em um título) de hipotecas nos Estados Unidos. (HULL,2011).

Dos quatro tipos de derivativos, contratos a termo, futuros, swaps e opções, o foco desse trabalho se dará no último.

2.2 Opções

Uma opção é um derivativo que garante ao seu titular o direito, mas não a obrigação, de exercer a compra ou venda de um ativo em determinadas circunstâncias.

Em outras palavras, se você possui uma opção para a compra de um ativo X por 100 reais daqui um ano, você pode ou não comprar o ativo de acordo com a situação do mercado.

Os parâmetros que definem uma opção são:

- **Tipo:** Existem dois tipos de opções: compra (*call*) e venda (*put*).
- **Ativo subjacente:** É o ativo a qual a opção se refere, podendo ser uma ação, uma *commodity* etc. O valor final da opção está diretamente atrelado ao valor do ativo subjacente (LUENBERGER,1998).
- **Data de maturidade ou expiração:** Uma opção americana é aquela que garante ao seu titular a possibilidade de exercer sua opção a qualquer tempo antes da data de maturidade. Já no caso de uma opção européia, a data de maturidade é a data em que o titular poderá exercer ou não sua opção. (LUENBERGER,1998).
- **Preço de exercício ou de *strike* (K):** Esse parâmetro se refere ao preço pelo qual o titular pagará para adquirir (no caso de uma opção *call*) o ativo ou vender (em uma opção *put*) o ativo subjacente caso exerça a sua opção. (LUENBERGER,1998).
- **Prêmio (P):** É o valor pago pelo titular ao lançador da opção para a obtenção do contrato de opção. Essa quantia é desembolsada pelo titular independentemente de exercer ou não a opção na data de maturidade. (LUENBERGER,1998).

Os quatro primeiros parâmetros dizem respeitos aos detalhes do contrato de opção (tipo, ativo, preço de *strike*, data de maturidade) enquanto o prêmio é o preço da opção em si, podendo variar de acordo com demanda e oferta, dependendo do volume de negociação da opção.(LUENBERGER,1998)

Na negociação de opções existem dois lados: o lado que lança a opção, ou seja, estrutura o contrato de opção e outro que compra a opção. O comprador da opção enfrenta apenas um risco, o de perder o valor pago pelo prêmio caso não exerça opção, em que o valor do ativo esteja abaixo do preço de *strike* (para uma opção *call*) ou acima do *strike* (no caso de uma *put*). Já para o lançador da opção, os riscos são grandes pois caso o comprador da opção exerça o seu direito, o lançador deverá comprar os ativos subjacentes ao preço de mercado e revendê-los para o comprador ao preço de *strike* o que implica em um potencial imenso de grandes perdas. (LUENBERGER,1998)

2.2.1 Opção Call

Para ilustrar a mecânica de negociação de uma opção do tipo *call*, considere seguinte exemplo:

Suponha que o *Trader A* compre do *Trader B* uma opção do tipo *call* com um preço de *strike* (*K*) igual a 100 reais para 50 ações da empresa XPTO com data de maturidade daqui 3 meses e o preço da ação atualmente é de R\$98,00 (*S*), o trader A pagou ainda R\$ 500,00 pelo prêmio da opção (*P*).

Considere dois cenários na data de maturidade do contrato de opção em questão:

1. O preço da ação da empresa XPTO (*S*) é de R\$ 95,00. Se isso ocorrer o trader A claramente não exercerá o seu direito sobre o contrato de opção uma vez que teria que comprar os ativos pelo preço de *strike* (*K*=100) e revendê-los no mercado por R\$ 95,00, gerando um resultado para o trader A de:

$$L_A = 50 \cdot (95 - 100) - 500 = -750 \text{ reais.}$$

E para o trader B, o resultado é o prêmio (nesse caso):

$$L_B = 500 \text{ reais}$$

2. O preço da ação da empresa XPTO (*S*) é de R\$120,00. Caso isso ocorra, o trader A exerce o seu direito sobre a opção adquirindo os 50 ativos pelo preço de *strike* *K*=100, pagando então R\$5000,00 mais o prêmio R\$500,00, totalizando R\$5500,00. Em seguida vende os ativos no mercado pelo preço corrente (*S*=105), portanto o resultado é:

$$L_A = 50 \cdot (120) - 5500 = 500 \text{ reais.}$$

Já para o trader B, caso ele não tenha os ativos para cumprir sua parte do contrato de opção, terá então que comprá-los pelo preço de mercado (*S*=100) e vende-lo pelo preço de *strike* ao trader A, então temos o seguinte resultado

$$L_B = 500 - 50 \cdot (100 - 120) = -500 \text{ reais.}$$

Com base nesse exemplo pode-se generalizar o valor de uma opção na data de maturidade:

- O preço do ativo subjacente será um valor S
- O preço de *strike* será K , ou seja, o valor a ser pago caso a opção seja exercida
- P , denota o prêmio da opção.

Tem-se assim o valor da opção *call* é dado por:

$$C = \max(0, S - K) - P \quad (2.1)$$

O valor do *call* é dado de acordo com expressão (2.1) uma vez que caso $S < K$, não se exerce a opção uma vez que pode-se comprar o ativo no mercado um preço menor, logo a opção vale 0. Por outro lado, se $S > K$ então a opção passa a ter um valor $S - K$, já que ao exercer a opção o titular pode comprar os ativos por um preço K e revendê-los pelo preço de mercado S . A Figura 1 ilustra o comportamento dessa função:

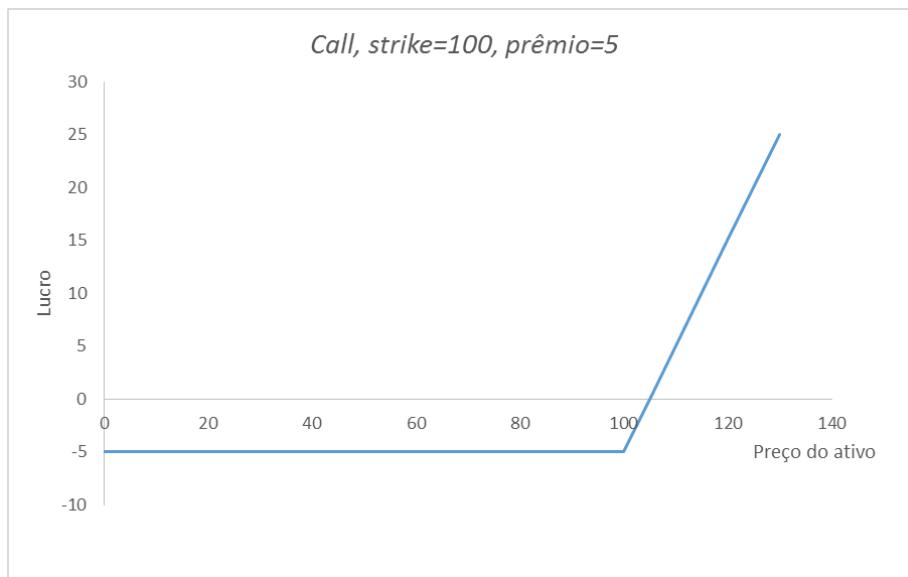


Figura 1: Lucro da opção call versus preço do ativo. Fonte: autor

Analizando-se a Figura 1, conclui-se que utiliza-se a opção *call* quando o investidor crê que o valor do ativo aumentará no futuro e assim se protege (*hedge*) contra essa especulação lançando mão da opção *call* para caso tal cenário se realize o investidor obtenha retornos, comprando a um preço menor e revendendo em seguida à um preço maior.

2.2.2 Opção Put

Para ilustrar a dinâmica de uma opção do tipo *put* considere o seguinte exemplo:

Suponha que o *Trader A* compra do *Trader B* uma opção do tipo *put* com um preço de *strike* (K) igual a R\$100 para 50 ações da empresa XPTO com data de

maturidade daqui 3 meses e o preço da ação atualmente é de 105 reais (S), o trader A pagou ainda 500 reais pelo prêmio da opção (P).

Existem dois cenários possíveis:

1. O preço da ação da empresa XPTO (S) é de 85 reais. Se isso ocorrer o trader A exerceirá o seu direito sobre o contrato de opção, uma vez que comprará as 50 ações do mercado ao preço (S) de R\$85 e os revenderá pelo preço de *strike* (*K*). Portanto, o resultado para o trader A será de:

$$L_A = 50 \cdot (100 - 85) - 500 = 250R\$\text{}$$

Já para o trader B, como a opção foi exercida, ele terá de comprar os ativos pelo preço de *strike* (*K*), revendê-los pelo preço de mercado e receberá o prêmio, logo o resultado será de:

$$L_B = 500 - 50 \cdot (85 - 100) = -250 R\$\text{}$$

2. O preço da ação da empresa XPTO (S) é de R\$ 120 . Caso isso ocorra, o trader A não exerceirá a sua opção, uma vez que teria que comprar os ativos à um preço de mercado (S) superior ao de venda (*strike*), nesse caso o resultado seria:

$$L_A = 50 \cdot (100 - 120) - 500 = -1500 R\$\text{}$$

Já para o trader B, o resultado seria somente o prêmio pago:

$$L_B = 500 R\$\text{}$$

Com base nesse exemplo pode-se generalizar o valor de uma opção na data de maturidade:

- O preço do ativo subjacente será um valor S
- O preço de *strike* será K, ou seja, o valor a ser vendido caso a opção seja exercida
- P, denota o prêmio da opção.

Tem-se assim o valor da opção *put* sendo dado por:

$$Pu = \max(0, K - S) - P \quad (2.2)$$

O valor do *put* é dado de acordo com essa expressão (2.2) uma vez que caso $K < S$, não se exerce a opção uma vez pode-se vender o ativo no mercado a um preço maior, logo a opção vale 0. Por outro lado, se $K > S$ então a opção passa a ter um valor $K - S$, já que ao exercer a opção o titular pode comprar os ativos por um preço de mercado S e revendê-los pelo preço de *strike* K . A Figura 2 ilustra o comportamento dessa função:

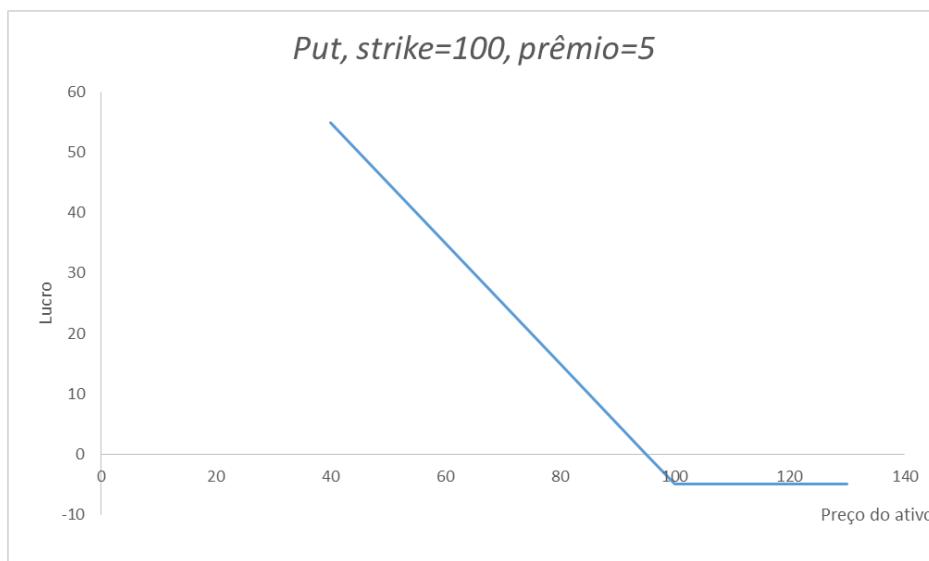


Figura 2: Lucro da opção put versus preço do ativo. Fonte: autor

Nota-se da Figura 2 que quando um investidor lança mão de uma opção do tipo *put* quando acredita que o preço do ativo cairá no futuro e utilizando-se desse derivativo pode-se prevenir contra essa desvalorização, permitindo assim obter bons retornos com a queda do valor.

2.2.3 Posicionamento das opções

Nas negociações de opções existem 2 lados:

1. O investidor, ou seja, aquele que compra a opção e diz-se que assume uma posição *long*. Podendo lucrar caso exerça a opção e o risco de se perder recursos limita-se ao prêmio pago.

2. O lançador da opção, aquele que vende a opção, costuma-se dizer que esse assume uma posição *short*. O lucro dessa posição vem do prêmio pago, porém o risco de perdas é grande caso a opção seja exercida.

A Figura 3 resume o comportamento dos lucros (*payoffs*) das 4 posições possíveis.

- a) *Long call*: a posição é *long call* quando o participante do mercado compra uma opção do tipo *call*.
- b) *Short call*: a posição é *short call* quando o participante lança uma opção do tipo *call*.
- c) *Long put*: a posição é *long put* quando o participante do mercado compra opção do tipo *put*.
- d) *Short put*: a posição é *short call* quando o participante lança uma opção do tipo *put*.

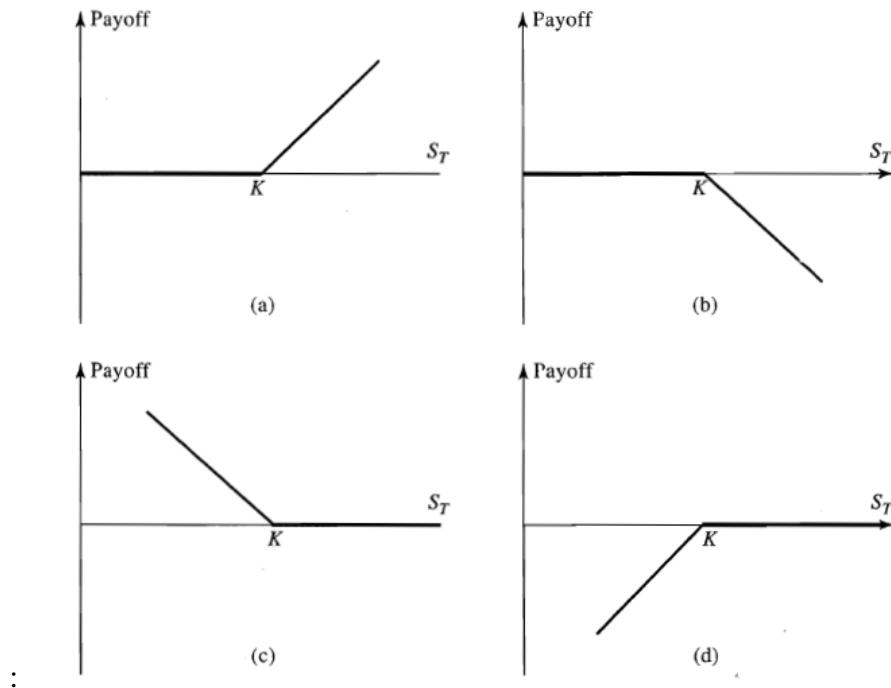


Figura 3: Comportamento dos payoffs para cada posição. a) long call b) short call c) long put d) short put. Fonte: (HULL,2001)

2.2.4 Fatores que influenciam os preços das opções

Pode-se dizer que existem 6 principais fatores que influenciam no preço das opções:

- **Preço do ativo subjacente e preço de *strike*:** Das expressões (2.1) e (2.2) para o cálculo do valor do preço de uma opção, nota-se que o valor está atrelado a esses dois valores. Uma vez que, no caso de uma opção *call*, quanto maior o valor de S e quanto menor o valor de K , maior o preço da opção. Já para a *put*, o efeito da variação dos preços S e K são inversos, quanto maior K e menor S , maior o valor da opção *put*. A Figura 4, mostra graficamente a influência de K e S sobre o preço da opção. (HULL,2001)

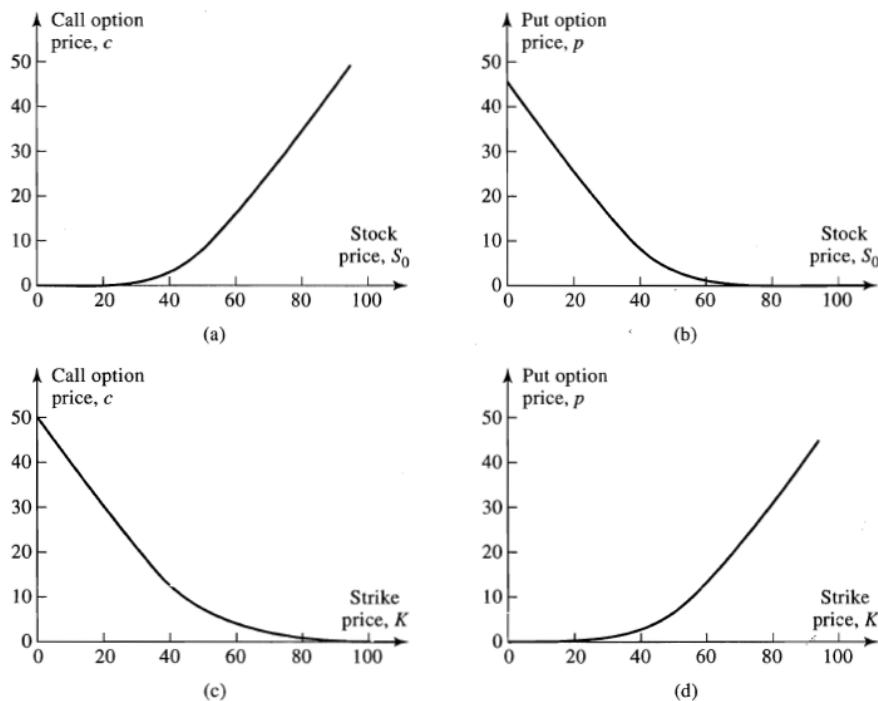


Figura 4: Influência de S e K no preço da opção. Fonte:(HULL,2011)

- **Tempo até data de maturidade:** De maneira geral, quanto mais distante da data de maturidade mais valiosa é uma opção devido às possibilidades de negociação que podem ocorrer nesse período até a data de vencimento, já que quanto maior o tempo até a data de maturidade, mais chance de se realizar negociações (para o caso da opção americana). A Figura 5 mostra como o tempo até a maturidade afeta o preço da opção, em forma de gráfico. (HULL,2001)

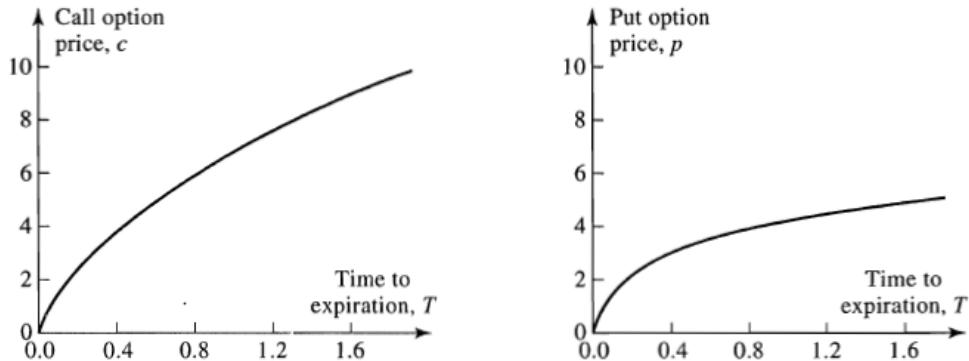


Figura 5: Efeitos do tempo até maturidade. Fonte: HULL,2001

- **Taxa de juros sem risco:** Se a taxa de juros sobe, o retorno esperado dos ativos tende a acompanhar. Além disso, sempre que há um acréscimo na taxa de juros, há um decréscimo no fluxo de caixa do investidor, logo, o efeito combinado desses dois eventos é de aumentar o valor da opção *call* e reduzir da *put*. A Figura 6 mostra o efeito da elevação da taxa de juros sem risco no preço da opção. (HULL,2001)

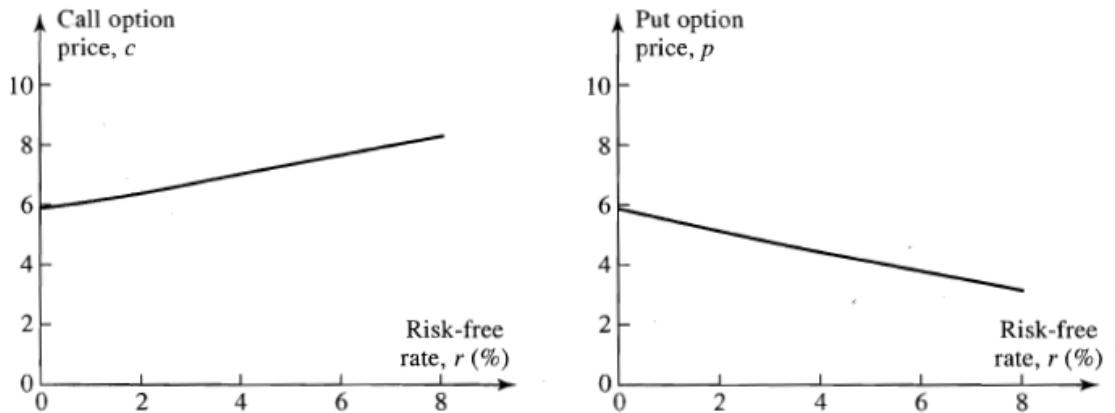


Figura 6: Efeitos da taxa de juro sobre o preço da opção. Fonte: HULL,2001

- **Volatilidade:** Volatilidade é uma medida da incerteza em relação ao retorno de um ativo, ou seja, quanto varia o seu retorno e é definida como o desvio padrão do retorno de um ativo em 1 ano. Portanto, quanto maior a volatilidade de um ativo maior a chance de o ativo ter um resultado bom ou ruim. Para o titular de opção *call* quanto maior a chance de o preço aumentar (maior a volatilidade), melhor mas se o preço cair não haverá um impacto tão significativo. Tal raciocínio

também vale para aquele possui uma opção *put*, quanto maior a queda no preço, maior o valor da opção. HULL,2001)

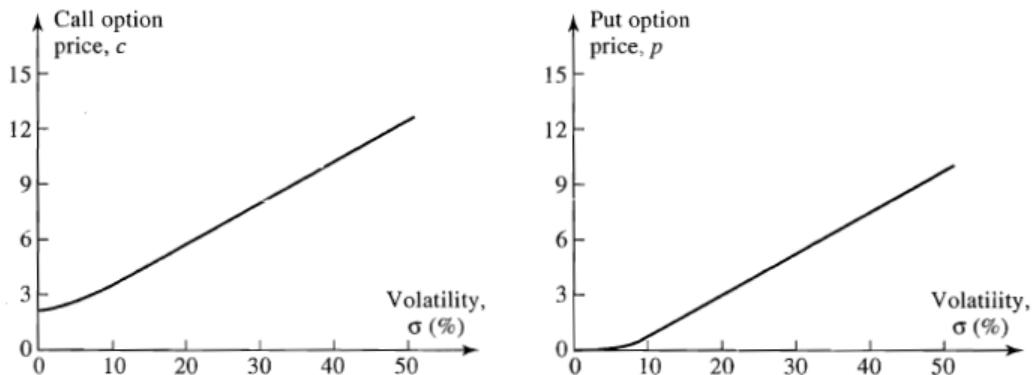


Figura 7: Efeitos da volatilidade no preço da opção. Fonte: HULL,2001

A Tabela 1 resume os efeitos de cada um dos componentes no preço das opções:

Tabela 1: Resumo dos efeitos no valor das opções.

Aumento em (assumindo constante as demais variáveis)	<i>Call</i>	<i>Put</i>
Preço do ativo	+	-
Preço de <i>strike</i>	-	+
Volatilidade	+	+
Taxa de juros sem risco	+	-
Tempo até maturidade	+	+

Fonte: Adaptado de HULL,2001

2.3 Estratégias utilizando opções

Existem inúmeras estratégias que podem ser utilizadas as opções como forma de alavancar os resultados do portfólio ou de se proteger contra a volatilidade do mercado. Pode-se fazer isso combinando tomar posições tanto *long* como *short* nas opções put e call assim como nos ativos subjacentes. A fim de ilustrar como opções podem ser

utilizadas apresentar-se-ão exemplos de duas estratégias de *spread* (*Bear Spread* e *Bull Spread*), que consistem em tomar posição em duas ou mais opções do mesmo tipo.

2.3.1 Bull Spread

Esse tipo de estratégia consiste em comprar uma opção call do tipo europeia com preço de strike K_1 e lançar uma opção, também call europeia, com um preço de strike $K_2 > K_1$. Ambas opções tem o mesmo ativo subjacente assim como a mesma data de vencimento. Um ponto a ser levantado é que como o preço da opção call sempre decresce com o aumento do preço de strike, logo o valor da opção vendida é sempre menor do que a opção comprada, exigindo portanto um investimento inicial a fim de cobrir essa diferença. (HULL,2001)

Fica evidente que utiliza-se tal estratégia quando se tem a perspectiva de que os preços do ativo aumentarão no futuro, caso contrário não se obterá lucros.

A Tabela 2 e Figura 8 mostram o comportamento do lucro que pode-se obter de tal estratégia. A linha tracejada refere-se ao lucro individual de cada opção, já a linha sólida corresponde ao lucro do portfólio.

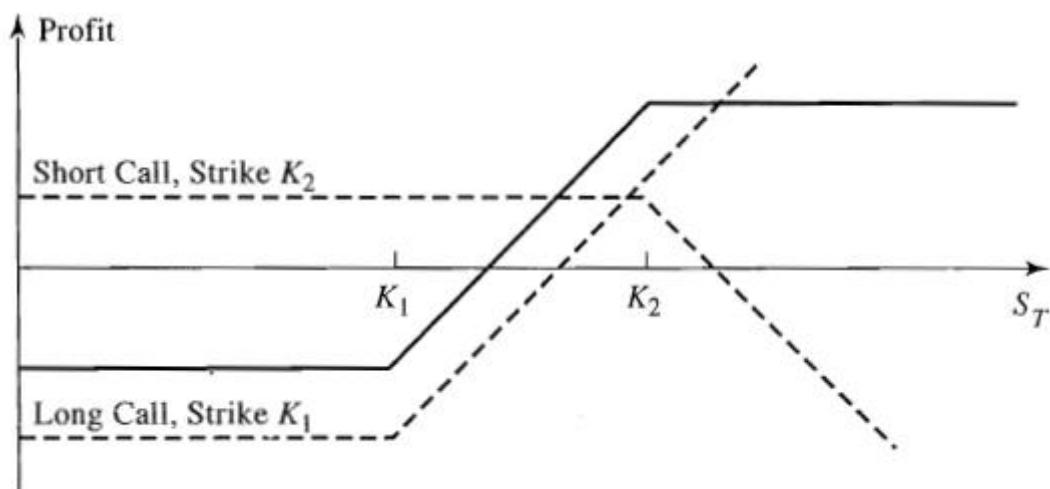


Figura 8: Payoff Bull Spread.Fonte: HULL, 2001

Tabela 2: Comportamento do lucro da opção - Bull Spread.

Lucro opção Call em:			
Preço	Long	Short	Total
$S < K_1$	0	0	0
$K_1 < S < K_2$	$S - K_1$	0	$S - K_1$
$S > K_2$	$S - K_1$	$K_2 - S$	$K_2 - K_1$

Fonte: Adaptado de HULL, 2001

2.3.2 Bear Spread

A estratégia *bear spread* é utilizada quando o investidor crê que o preço do ativo cairá em contrapartida ao investidor que utiliza a estratégia do item 2.3.1. Para obter lucros com o ativo em queda lança-se mão de opções do tipo *put*, comprando uma opção put com valor de strike K_1 e lança uma outra opção put com valor de strike $K_2 < K_1$. Nota-se que essa estratégia utiliza o mesmo raciocínio da *bull spread* porém de maneira adequada à previsão de queda de preços. (HULL,2001)

A Tabela 3 e Figura 10 mostram o comportamento do lucro que pode-se obter de tal estratégia. A linha tracejada refere-se ao lucro individual de cada opção, já a linha sólida corresponde ao lucro do portfólio.

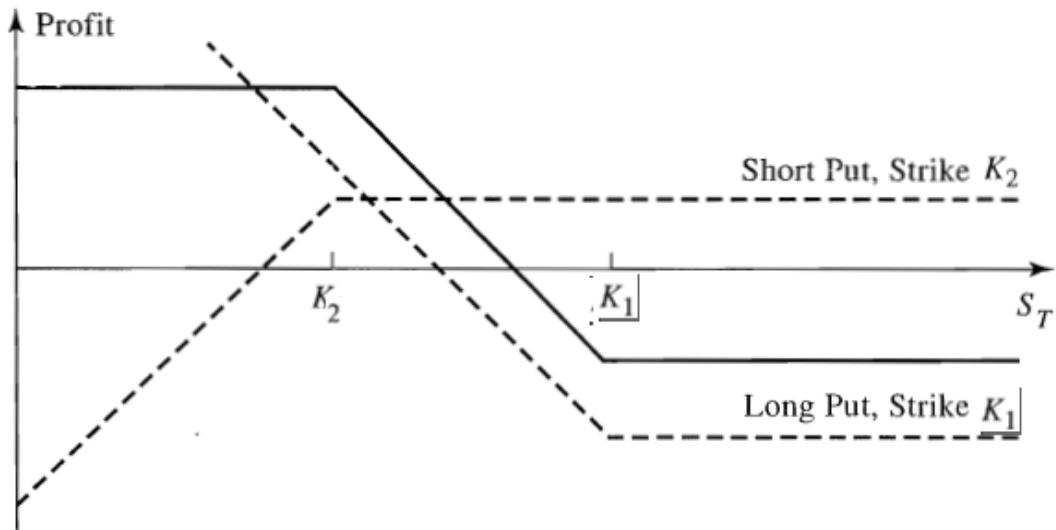


Figura 9: Lucro do Bear spread. Fonte: HULL,2001

Tabela 3: Comportamento do lucro da opção - Bear Spread.

Lucro opção Put em:			
Preço	Long	Short	Total
$S < K1$	$K1 - S$	$S - K2$	$K1 - K2$
$K1 < S < K2$	$K1 - S$	0	$K1 - S$
$S > K2$	0	0	0

Fonte: Adaptado de HULL, 2001

3. PROCESSOS ESTOCÁSTICOS E SÉRIES TEMPORAIS

Nesse capítulo do trabalho apresentar-se-ão os principais conceitos sobre processos estocásticos e séries temporais com o objetivo de compreender a fundamentação teórica por trás da modelagem da dinâmica de ativos financeiros (modelo de Black & Scholes e os estimadores de volatilidade), a fim de entendê-los e interpretá-los de maneira adequada com o objetivo de aplicar tais modelos corretamente.

3.1 Processos Estocásticos e processo de Markov

Morettin e Toloi (2004), definem processo estocástico como sendo uma família de variáveis $Z = \{Z(t), t \in T\}$, em que $Z(t)$ é uma variável aleatória para todos os t pertencentes ao conjunto T .

Além disso a família de variáveis aleatórias Z é definida num espaço de probabilidade (Ω, \mathcal{A}, P) , o conjunto T é o conjunto de números inteiros ou reais, logo a variável $Z(t)$ será uma variável aleatória real.

Nota-se como $Z(t)$ é definida em T assim como em Ω , logo, $Z(t)$ é na verdade uma função de dois argumentos, portanto define-se a variável aleatória tal que $Z(t, \omega)$.

Uma maneira de se interpretar tal definição é entender o processo estocástico como uma família de função definida num espaço de probabilidades, conforme exemplifica a Figura 10.

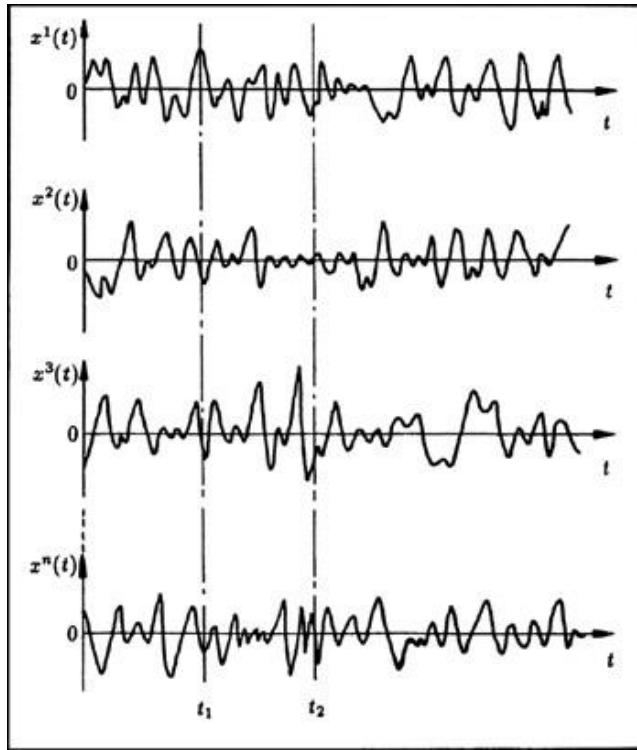


Figura 10: Processo estocástico. Fonte: Google

Uma forma mais simples de se definir seria: Um processo estocástico é aquele em que um conjunto de variáveis muda seus valores de maneira aleatória de acordo com uma determinada distribuição de probabilidade (Hull, 2001).

O processo estocástico pode ser:

- Discreto: A variável muda seu valor em pontos específicos num dado intervalo de tempo, ou seja, T é um conjunto enumerável e discreto.
- Contínuo: Ou seja, a variável muda de valor a qualquer instante durante o intervalo de tempo. Em outras palavras, T é um intervalo no conjunto do números reais

Assim como o processo pode ser contínuo ou discreto, a variável também pode ser:

- Contínua: A variável pode assumir um valor qualquer em um dado intervalo. $Z(t)$ varia continuamente.
- Discreta: A variável então assumirá somente determinados valores num dado intervalo. $Z(t)$ pode representar uma contagem, por exemplo.

O foco do trabalho se dará em processos estocásticos contínuos e variáveis contínuas, pois esse é o tipo de processo utilizado para a modelagem do comportamento

dos ativos financeiros, mesmo que haja limitações nessa modelagem, como o fato de que os preços dos ativos assumirem valores discretos que podem ser observados somente em períodos de negociação. (Hull, 2001).

Processo de Markov é um processo estocástico em que o valor atual é o único relevante para a previsão do futuro, é um processo dito então como “sem memória”, pois não leva em conta fatos ocorridos anteriores ao momento presente.

3.2 Estacionariedade

Antes de definir-se o que é estacionariedade, é fundamental a apresentação conceito de autocovariância.

Seja μ a média da função $y(t)$, logo $\mu = E[y(t)]$

A autocovariância é a estatística $\gamma(t_1, t_2)$, função de dois argumentos, t_1 e t_2 , que são instantes na série temporal.

$$\gamma(t_1, t_2) = E[y(t_1)y(t_2)] - E[y(t_1)]E[y(t_2)]$$

Se $t_1=t_2$ então a autocovariância é igual à variância do processo

$$\gamma(t, t) = E[y(t)^2] - \{E[y(t)]\}^2 = \sigma(t)^2$$

A estacionariedade de um processo diz respeito à independência ou não do processo em relação à origem do tempo. Em outras palavras, um processo é dito estacionário quando a origem dos tempos não é importante, ou seja, para um processo $Z(t)$ as características em t são mantidas para qualquer instante $t+i$. (Morettin, Toloi;2004)

A definição rigorosa de um processo estritamente estacionário é dada quando se diz que o processo estocástico $Z(t)$ mantém todas as suas características nas distribuições finito-dimensionais implicando que a média do processo e sua variância é a mesma em qualquer instante (Morettin e Toloi , 2004):

$$\mu(t) = \mu, \quad \sigma(t)^2 = \sigma^2$$

Além disso a função autocovariância $\gamma(t_1, t_2)$ é função de um único argumento, $|t_1-t_2|$

Para determinar se a série temporal de fato é estacionária ou não, lança-se mão de testes estatísticos como o teste de Dickey-Fuller (DF) e o teste aumentado de Dickey-Fuller (ADF). (HAMILTON, 1994)

O primeiro conceito fundamental para a compreensão dos testes DF e ADF é o conceito de raiz unitária. Hamilton (1994) diz que um processo estocástico possui uma raiz unitária se possui uma raiz dentro do círculo unitário, em outras palavras, se o polinômio auto regressivo possui o número um como uma de suas raízes.

De acordo com Morettin (2011), um processo estocástico e auto regressivo dado por:

$$Z_T = \phi \cdot Z_{T-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim i.i.d (\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon^2)$$

Em que ε_t é o ruído branco (ver seção 3.3).

Diz-se que o processo possui raiz unitária se $\phi = 1$.

Hamilton (1994) afirma que se o processo estocástico auto regressivo possui raiz unitária, logo a série não é estacionária uma vez que o evento no instante t depende de um evento ocorrido em $t-1$, e consequentemente a média e desvio padrão do processo depende do instante t , caracterizando o processo como não-estacionário.

Dickey, Fuller (1979) sugerem um primeiro teste, conhecido como teste de Dickey-Fuller para avaliar a estacionariedade do processo estocástico:

Considere o seguinte processo auto regressivo de ordem 1:

$$Z_T = \phi \cdot Z_{T-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim i.i.d (\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon^2) \quad (3.1)$$

Subtraindo-se Z_{T-1} de 3.1 tem-se

$$\Delta Z_T = \phi^* \cdot Z_{T-1} + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

Em que $\phi^* = \phi - 1$.

O valor de ϕ^* pode ser obtido testando-se a regressão de ΔZ_T sobre $\phi^* \cdot Z_{T-1}$, que traduz-se no seguinte teste de hipóteses:

$$H_0: \phi^* = 1$$

$$H_1: \phi^* < 1$$

Para realizar o teste de hipóteses, considerando um processo auto regressivo de média zero, pode-se utilizar a seguinte estatística:

$$\hat{\tau}_{DF} = \frac{\widehat{\Phi}^*}{\widehat{\sigma}_{\Phi^*}} \quad (3.3)$$

Em que:

- $\widehat{\Phi}^* = T^{-1} \cdot \sum Z_{t-1} \cdot \varepsilon_t$
- $\widehat{\sigma}_{\Phi^*} = S \cdot (T^{-2} \cdot \sum Z_{t-1} \cdot \varepsilon_t)^{0,5}$
- $S^2 = (T - 2)^{-1} \cdot \sum_{t=2}^T (\Delta Z_T - \widehat{\Phi}^* \cdot Z_{T-1})^2$

S^2 é o estimador da variância na regressão $\Delta Z_T = \phi^* \cdot Z_{T-1} + \varepsilon_t$ e T, o número de observações na série.

Os valores da estatística em (3.3) são tabulados, e para a realização dos testes de hipótese, rejeita-se H_0 se o valor calculado da estatística 3.3 for menor que o valor crítico correspondente, ou seja, aceita-se que o processo é estacionário se o valor calculado em 3.3 for menor que o valor crítico.

Hamilton (1994) afirma que processos dependentes somente do instante $t-1$, ou seja, Z_{T-1} são raros em casos práticos, uma alternativa ao uso do teste Dickey-Fuller é o uso do teste aumento de Dickey-Fuller (ADF).

Para o teste ADF deve-se considerar o seguinte processo auto regressivo:

$$Z_t - \mu = \Phi_1 \cdot (Z_{t-1} - \mu) + \cdots + \Phi_k \cdot (Z_{t-k} - \mu) + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim i.i.d (\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon^2) \quad (3.4)$$

Para a realização desse teste, utiliza-se a seguinte estatística:

$$\hat{\tau}_{ADF} = \frac{T^{-1} \cdot \sum Z_{t-1} \cdot \varepsilon_t}{S \cdot (T^{-2} \cdot \sum (Z_{t-1} - Z)^2)^{0,5}} \quad (3.5)$$

A distribuição de 3.5 é tabulada e o teste de hipóteses para o teste aumento de Dickey-Fuller segue a mesma lógica do teste utilizado para o teste de Dickey-Fuller.

2.3 Ruído Branco e Movimento Browniano Padrão.

Diz-se que um conjunto $Q = \{\varepsilon_t, t \text{ pertencente a } Z\}$ é um ruído branco se as variáveis aleatórias do conjunto Q possuem covariância iguais a 0. Além disso se $E(\varepsilon_t) = \mu$ e $\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2_\varepsilon$, temos que a função autocovariância será igual a variância do processo, quando o lag $|t_1-t_2|=0$ e será 0, caso contrário a autocovariância será 0, logo conclui-se que o ruído branco é um processo estacionário. (MORETTIN, TOLOI;2004)

Pode-se definir o ruído branco como sendo uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d):

$$\varepsilon_t \sim i.i.d (\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon^2)$$

Um outro processo estocástico de extrema importância na modelagem da dinâmica de ativos financeiros é o chamado passeio aleatório, uma vez que supõem-se que os preços dos ativos sigam um passeio casual.(MORETTIN, TOLOI;2004)

Um passeio aleatório é definido considerando a sequência aleatória:

$$\{\varepsilon_t, t \geq 1\} \quad \varepsilon_t \sim i.i.d (\mu_\varepsilon, \sigma_\varepsilon^2)$$

Definindo-se a seguinte sequência:

$$X_t = \varepsilon_1 + \dots + \varepsilon_t$$

A média e variância são dadas, respectivamente, por:

$$E(X_t) = t\mu_\varepsilon, \quad var(X_t) = t\sigma_\varepsilon^2$$

Morettin e Toloi, 2004, definem o movimento browniano padrão (MBP) como sendo o processo contínuo $\{W(t), 0 < t < 1\}$ tal que:

- $W(0)=0$
- Para qualquer instante t_k entre 0 e 1, $W(t_k) - W(t_{k-1})$ são independentes e $W(s) - W(t)$ possuem distribuição normal tal que $N(m, v^2)$, em que média $m=0$ e variância $v^2=s-t$, ou seja, $W(s) - W(t) \sim N(0, s - t)$.
- As trajetórias de $W(t)$ são contínuas e possuem probabilidade igual a 1.

Tomando-se um processo que seja definido por $X(t) = s \cdot W(t)$, então as diferenças $X(t_k) - X(t_{k-1})$ são independentes e $X(t) \sim N(0, s^2 t)$. Nota-se portanto que o MBP é um processo não-estacionário uma vez que a variância do processo altera-se com o tempo t .

2.4 Processo de Wiener

O processo de Wiener nada mais é do que um processo de Markov na qual a alteração dos valor da variável é dada por $\Phi(0,1)$, em que $\Phi(m, v)$ é a distribuição de probabilidade normal de média m e variância v^2 . (HULL,2001)

Tal modelo é extensivamente utilizado em física para a modelagem da dinâmica de choques de moléculas, assim como será apresentado aqui é utilizado para a modelagem da dinâmica de papéis.

Diz-se que uma variável Z segue um processo de Wiener se possui as seguintes propriedades:

1. A variação Δz em um pequeno intervalo de tempo Δt é dada por: $\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t}$, em que ε possui uma distribuição normal padrão tal que $\Phi(0,1)$.

Dessa propriedade conclui-se que Δz possui uma distribuição normal de média 0 e variância Δt .

2. Os valores da variação Δz em dois intervalos de tempo distintos, Δt , são independentes.

Conclui-se que Δz segue um processo de Markov.

Considerando uma variação do valor z durante um período de tempo T , temos que tal variação é dada pela soma de todos os Δz em intervalos Δt contido no intervalo T , ou seja:

$$N = \frac{T}{\Delta t}, \quad \text{em que } N \text{ representa número de intervalos } \Delta t \text{ contido em } T$$

$$z(T) - z(0) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i \sqrt{\Delta t}$$

média de $z(T) - z(0) = 0$

variância de $z(T) - z(0) = N\Delta t = T$

Conclui-se portanto que o processo de Wiener é um processo estocástico não estacionário devido ao fato de que sua variância aumenta com o tempo.

A Figura 11 mostra o comportamento de um processo de Wiener, gerado através de simulação computacional:

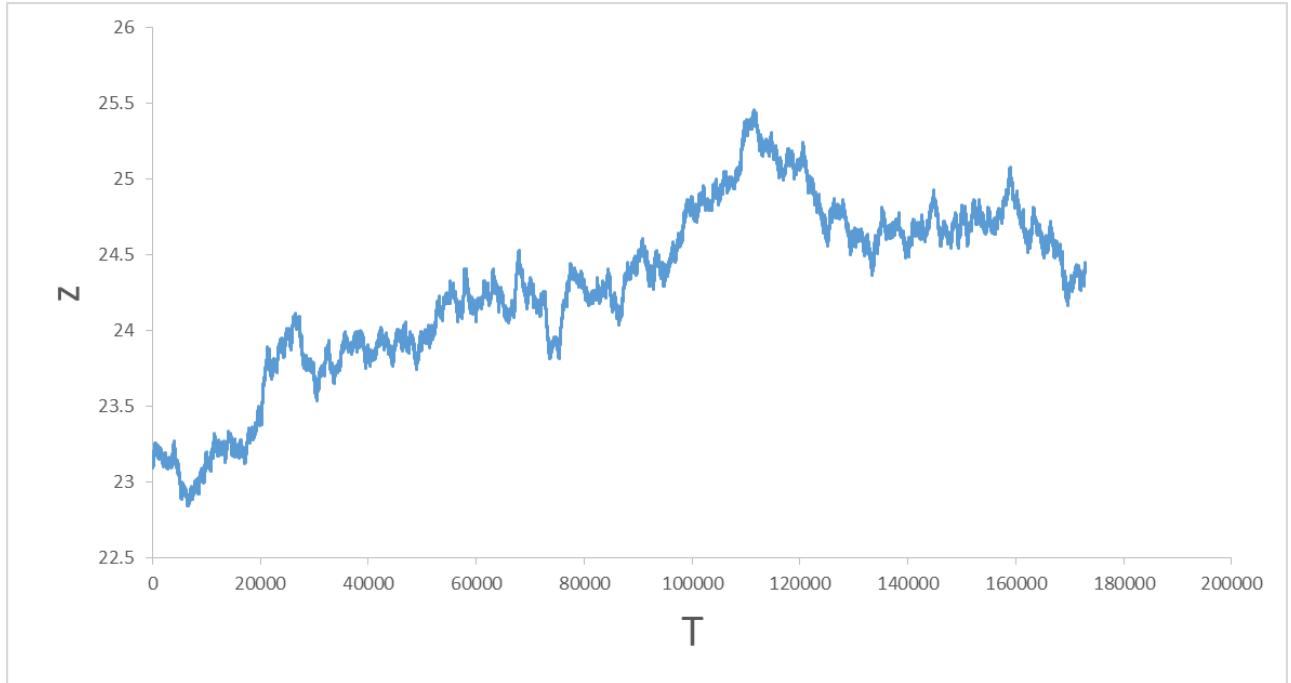


Figura 11: Exemplo de processo de Wiener. fonte: Autor

2.5 Processo generalizado de Wiener e Processo de Itô

O processo de Wiener apresentado no item 3.4 apresenta um *drift* igual a zero, ou seja, a taxa com que a média do processo muda seu valor é igual a zero, implicando que o valor esperado de Z no futuro é igual ao valor esperado atual. Além disso, o processo apresenta uma variância igual a 1, e como mostrado anteriormente qualquer mudança no valor de z durante um intervalo T é igual a T .

O processo generalizado de Wiener possui a seguinte forma:

$$dx = adt + bdz, \quad (3.6)$$

em que a e b são constantes

A fim de melhorar a compreensão do modelo é útil analisar o lado direito da equação 3.6:

- O termo adt implica que a variável X possui uma taxa de *drift* de valor a , desconsiderando o termo $b dz$, implicando em que a variável X se incrementa segundo uma equação de reta: $x=x_0 +at$.
- O termo $b dz$, por outro lado é responsável pelo “ruído” ou variabilidade na reta seguida pela variável x .

Reescrevendo a equação 3.6, temos:

$$dx = adt + b\sqrt{\Delta t}, \text{ em que } a \text{ e } b \text{ são constantes} \quad (3.7)$$

$$\text{média de } \Delta x = at$$

$$\text{variância de } \Delta x = b^2 \Delta t,$$

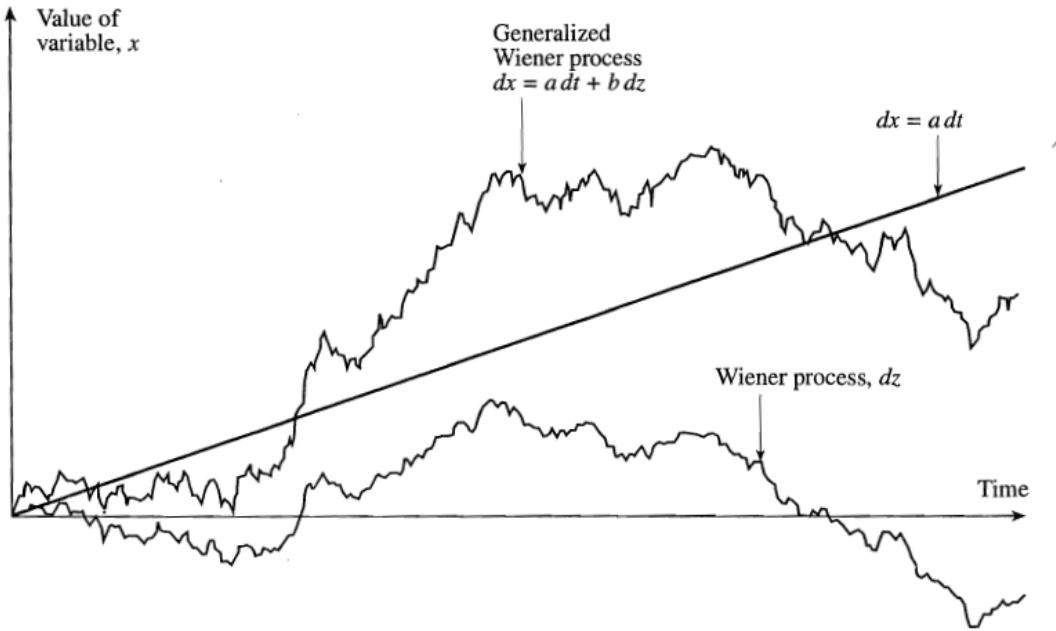


Figura 12: Comparação do processo de Wiener e o processo generalizado. Fonte:
HULL,2001

A Figura 12 compara o processo de Wiener com o processo de Wiener generalizado, em que nota-se o efeito do drift exerce sobre o comportamento da curva.

Uma expansão do processo de Wiener generalizado é chamado de Processo de Itô, em que os parâmetros a e b , não são mais constantes, mas sim funções das variáveis x e t , logo temos:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t)\sqrt{\Delta t}, \text{ em que } a \text{ e } b \text{ são constantes} \quad (3.8)$$

O matemático japonês K. Itô (1951) derivou um importante resultado, em que a função $G(x,t)$ é dada por:

$$dG = \left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right) dt + \frac{\partial G}{\partial x} b dz \quad (3.9)$$

Nota-se da equação que a função G possui um drift de

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x} a + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} b^2 \right)$$

E uma taxa de variância expressa por

$$\left(\frac{\partial G}{\partial x} b \right)^2$$

Tal resultado será de extrema importância na apresentação do modelo de apreçamento de Black & Scholes.

4. MODELO DE BLACK-SCHOLES-MERTON E ESTIMADORES DE VOLATILIDADE

Nesse capítulo apresentar-se-á o principal modelo para o apreçamento de opções, o modelo de Black-Scholes, fundamental para a tomada de decisão e otimização de portfólio de investimentos, assim como serão expostos os estimadores de volatilidade, utilizados como forma de monitoramento e previsão dos movimentos do mercado.

4.1 Modelo da dinâmica dos preços de ativos

O modelo do comportamento de uma ação deve levar em conta algumas características fundamentais que são observadas:

- O retorno esperado deve ser constante, ou seja, o drift dividido pelo preço S da ação. Se o preço da ação for S num instante t, logo o retorno esperado é dado por μS , considerando-se um pequeno intervalo Δt , o aumento esperado será dado por, $\mu S \Delta t$. (HULL,2001)

$$\Delta S = \mu S \Delta t \quad (4.1)$$

$$\Delta t \rightarrow 0 \quad (4.2)$$

$$dS = \mu S dt \quad (4.3)$$

- Deve-se levar em conta também o fato de que existe uma incerteza que rege o comportamento dos preços das ações. Portanto, deve-se adicionar à modelagem apresentada nas equações (4.1), (4.2) e (4.3), um termo que represente a incerteza e que seja proporcional ao valor S da ação (HULL,2001). Tem-se que:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \quad (4.4)$$

em que: $\begin{cases} \mu, \text{é a taxa de juros livre de risco} \\ \sigma, \text{é a volatilidade do ativo} \\ S, \text{o preço do ativo} \end{cases}$

Se escrevermos a equação em função de tempos discretos, conforme conceitos apresentados no capítulo 3, teremos uma modelagem que segue um movimento browniano geométrico:

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad (4.5)$$

Conclui-se que o termo do lado esquerdo de (4.5) possui uma distribuição normal, conforme discutido no capítulo 3 dada por:

$$\frac{\Delta S}{S} \sim \varphi(\mu \Delta t, \sigma^2 \Delta t)$$

No entanto, uma característica fundamental sobre o comportamento do preço de uma ação adotada no modelo de Black & Scholes, é a propriedade da log-normalidade, em que a função $G=\ln(S)$:

$$\frac{\partial G}{\partial S} = \frac{1}{S} \quad \frac{\partial^2 G}{\partial^2 S} = -\frac{1}{S^2} \quad \frac{\partial G}{\partial t} = 0$$

Através do lema de Itô deduz-se que:

$$dG = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz$$

Em que μ e σ são constantes, logo temos que G segue um processo de Wiener generalizado de drift $\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right)$ e variância σ , além disso conclui-se que G possui uma distribuição normal tal que a variação num intervalo entre 0 e T :

$$\Delta G \sim N \left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2} \right) T, \sigma^2 T \right]$$

Nota-se que a modelagem adotada por Black & Scholes assume que os preços mudam sua média e variância, caracterizando portanto um processo estocástico não-estacionário.

4.2 Modelo de Black – Scholes – Merton

O modelo de apreçamento de Black-Scholes-Merton foi desenvolvido nos anos 70 por Fischer Black, Myron Scholes e por Robert Merton, sendo que o último chegou a resultados similares em paralelo, com o objetivo de desenvolver uma ferramenta que pudesse especificar de maneira adequada as opções do tipo europeia.

No artigo **The Pricing of Options and Corporate Liabilities**, publicado em 1973, os autores Fischer Black e Myron Scholes apresentam resultados que são

amplamente utilizadas pelos operadores de mercado para a precificação e o *hedging* de derivativos.

Antes de apresentar a dedução resumida do modelo, é necessário listar as hipóteses que foram assumidas previamente(HULL,2001):

- O comportamento dos preços dos ativos segue um movimento browniano geométrico, conforme mostrado na seção 4.1, em que o drift e a volatilidade são constantes.
- Não existem custos de transação ou impostos e os ativos são perfeitamente divisíveis.
- O derivativo não possui dividendos.
- Não existem oportunidades de arbitragem livre de risco.
- Negociação de papéis é continua.
- A taxa de juros livre de risco, r , é constante.

Definindo-se o instante geral t e a data de maturidade T , logo temos que o tempo até a maturidade da opção é $T-t$ e assumindo que o comportamento do papel é dado por:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

Supondo que f seja o preço da opção cujo ativo subjacente seja S , logo f deve ser função de S e t . Unindo a propriedade da log-normalidade dos preços com o resultado do lema de Itô temos:

$$df = \left(\frac{\partial f}{\partial S} \mu S + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) dt + \frac{\partial f}{\partial S} \sigma S dz \quad (4.6)$$

Do lema de Itô tem-se que a fonte de incerteza, dz , é a mesma para ambas as equações, logo construir-se-á um portfólio do ativo e seu derivativo de forma a eliminar o termo dz . O portfólio é composto por:

- (-1), Opção
- $+\partial f / \partial S$ Ações

O valor do portfólio e a sua variação em um pequeno intervalo de tempo são dados, respectivamente por:

$$\Pi = -f + \frac{\partial f}{\partial S} S \quad (4.7)$$

$$\Delta\Pi = -\Delta f + \frac{\partial f}{\partial S} \Delta S \quad (4.8)$$

Substituindo a equação (4.6) em (4.8), tem-se:

$$\Delta\Pi = \left(-\frac{\partial f}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t \quad (4.9)$$

A equação (4.9) é isenta do termo de incerteza dz , logo é livre de risco durante o intervalo de tempo, implicando que o portfólio tem um retorno igual ao de ativos livres de risco. A fim de eliminar a possibilidade de arbitragem o retorno dado pelo portfolio deve ser dado pela taxa r :

$$\Delta\Pi = r\Pi\Delta t \quad (4.10)$$

Substituindo-se as equações (4.7) e (4.9) em (4.10):

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \sigma^2 S^2 \right) \Delta t &= r \left(f - \frac{\partial f}{\partial S} S \right) \Delta t \\ \frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} &= rf \end{aligned} \quad (4.11)$$

O resultado obtido em (4.11) é conhecido como a equação diferencial de Black & Scholes, que possui diversas soluções de acordo com as condições de contorno que lhe são aplicadas. No caso de uma opção europeia, as condições de contorno no caso de opções são:

- Em $t=T$, o valor da opção call é dada por $f=\max(S - K, 0)$
- Em $t=T$, o valor da opção put é dada por $f=\max(K - S, 0)$

Resolvendo as equações para determinar o prêmio ou o preço das opções do tipo call e put, chega-se nos seguintes resultados:

$$\text{call} = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2) \quad (4.11)$$

$$\text{put} = -S_0 N(-d_1) + K \quad (4.12)$$

Em que $N(x)$ é a função de distribuição de probabilidade acumulada da distribuição normal padronizada é:

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

Os resultados obtidos nas equações (4.10), (4.11) e (4.12) são os mais utilizados pelos operadores de derivativos nas diversas instituições financeiras para o processo de apreçamento das opções.

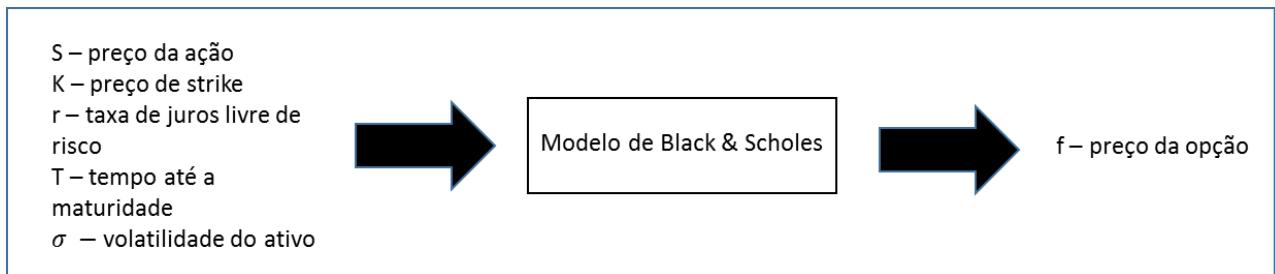


Figura 13: Ilustração de inputs no modelo de Black & Scholes. Fonte: HASSIN,2014

Um ponto bastante relevante a ser levantado sobre a utilização do modelo é o fato de que todos os parâmetros que entram como *inputs* na equação de Black-Scholes-Merton são facilmente observáveis, com exceção da volatilidade, já que ela não pode ser monitorada diretamente e o seu valor pode variar de investidor para investidor, dependendo do período considerado, ao contrário das variáveis que podem ser facilmente acessadas por qualquer operador. A Figura 13, mostra de forma esquemática como se utiliza o modelo de Black & Scholes.

Nota-se, portanto que é essencial determinar a volatilidade do ativo para que então possa-se aplicar o modelo de maneira adequada. Existem duas abordagens para a determinação da volatilidade, através de dados históricos ou através da chamada volatilidade implícita.

- **Volatilidade implícita:** Assim como as ações, as opções são constantemente negociadas em Bolsa e, portanto, possuem preços ou prêmios que são observáveis. A volatilidade implícita é um conceito em que busca-se determinar a volatilidade do ativo utilizando o modelo de Black & Scholes de maneira inversa, em que resolve-se a equação (4.10) utilizando o preço da opção como dado de entrada, ao invés da volatilidade do ativo. Um ponto importante a ser ressaltado é que ao resolver a equação (4.10) dessa forma, o resultado obtido não é um único valor

para a volatilidade implícita, mas sim uma superfície com uma miríade de valores possíveis. A Figura 14 representa, de forma esquemática, como calcula-se a volatilidade implícita.

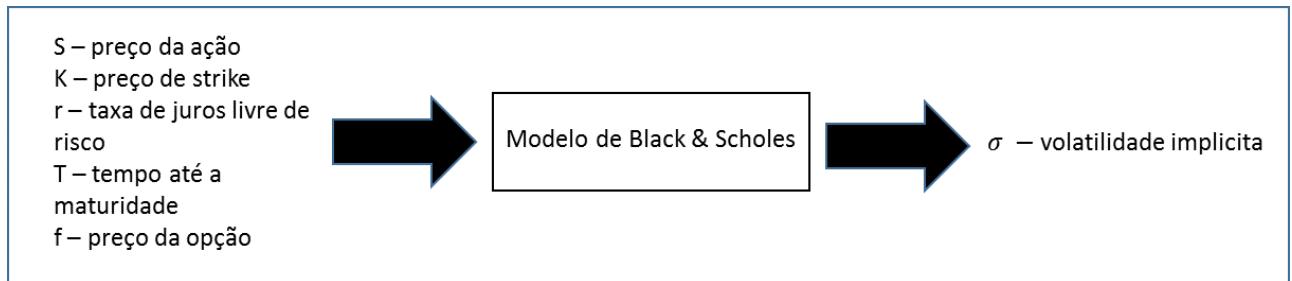


Figura 14: Esquema de inputs para determinação da volatilidade implícita. Fonte:
HASSIN,2014

- **Volatilidade histórica:** A volatilidade histórica, como o próprio nome diz utiliza-se de dados históricos da ação com o objetivo de estimar a volatilidade do ativo subjacente a opção e os valores que podem ser obtidos através desse processo de estimativa dependem do período escolhido para ser utilizado como input do processo.

4.3 Estimadores de volatilidade históricos

Nessa seção do trabalho apresentar-se-ão os estimadores de volatilidade históricos mais conhecidos e utilizados pela literatura:

- Clássico (C)
- Parkinson (P)
- Garman-Klass (GK)
- Roger-Satchell (RS)

As notações a serem utilizadas nessa seção são as seguintes:

- $\hat{\sigma}_X^2$ – Estimador de volatilidade X, em que X é um dos estimadores em estudo (Clássico, Parkinson, Garman-Klass, Roger-Satchell)
- c_i – Preço de fechamento do ativo no dia i
- h_i – Preço máximo do ativo no dia i
- l_i – Preço mínimo do ativo no dia i
- o_i – Preço de abertura do ativo no dia i
- $VAR(Z)$ - Variância da variável Z

4.3.1 Estimador Clássico

O estimador clássico é definido como sendo a variância dos log-retornos de n dias,

Define-se log-retorno como sendo:

$$r_i = \ln\left(\frac{C_i}{C_{i-1}}\right), \text{ em que } C_i \text{ é o preço de fechamento do dia } i$$

O estimador não viesado é dado por:

$$\hat{\sigma}_c^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2, \text{ onde } \bar{r} = \sum_{i=1}^n \frac{r_i}{n}$$

Para monitorar a volatilidade de um ativo diariamente, assume que $E(r)$ seja nulo, uma vez que considera-se que as mudanças de *drift* num dado dia são pequenas em face ao desvio padrão. Portanto o estimador clássico reduz-se à:

$$\hat{\sigma}_c^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_i)^2 \quad (4.13)$$

Esse estimador é não viesado (GARMAN, KLASS;1980) e possui uma variância tal que (PARKINSON,1980):

$$VAR(\hat{\sigma}_c^2) = \frac{2\sigma^4}{n}$$

A grande vantagem desse estimador é simplicidade de utilização, uma vez que utiliza-se de dados de fácil acesso mas a desvantagem é que não leva em conta outros dados, também de fácil acesso, comprometendo a eficiência do estimador (GARMAN, KLASS;1980)

A partir daqui será definido que a eficiência (*eff*) de um estimador é dada pela razão entre a volatilidade do estimador clássico e a volatilidade do estimador x:

$$eff(x) = \frac{VAR(\hat{\sigma}_c^2)}{VAR(\hat{\sigma}_x^2)}$$

Portanto a eficiência do estimador clássico é, por definição, 1.

4.3.2 Estimador de Parkinson

Michael Parkinson em 1980 no seu artigo, *The extreme value method for estimating the variance of the rate of return*, propõe o primeiro estimador de volatilidade mais complexo que utiliza informações além do preço de fechamento, utilizando os preços de máximo e mínimo.

Parkinson (1980) argumenta que ao supor que uma partícula segue uma trajetória unidimensional com passeio aleatório de constante de difusão D, uma maneira de se estimar a constante é através da mensuração variação de deslocamento da partícula entre um instante i e o instante seguinte i+1, ou seja, $d(i)=x(i+1) - x(i)$. Porém se adotarmos uma nova medida, que seja expressa pela diferença logarítmica entre o máximo e o mínimo, que será definida como $L=\ln(X_{\max}/X_{\min})$ nota-se, intuitivamente, que quanto maior a dispersão D ou σ maior será a medida L e quanto menor a dispersão, menor será L. Conclui-se portanto que a nova estatística L é mais sensível à variação de D.

Definindo-se a probabilidade $P(L,t)$ tal que $(X_{\max} - X_{\min}) < 1$ durante o intervalo t temos:

$$P(L,t) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n \left\{ \operatorname{erfc} \left[(n+1)L/\sqrt{2D^2t} \right] - 2\operatorname{erfc} \left(nL/\sqrt{2D^2t} \right) + \operatorname{erfc} \left[(n+1)L/\sqrt{2D^2t} \right] \right\}$$

Em que $\operatorname{erfc}(x)=1-\operatorname{erf}(x)$, e $\operatorname{erf}(x)$ é a função erro de Gauss, expressa por:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Parkinson (1980) chega então, na seguinte relação:

$$E(L^2) = [4\ln(2)]D^2t \quad (4.14)$$

Reescrevendo a expressão (4.14), de forma a manter a notação utilizada no presente trabalho e para n observações, temos:

$$\hat{\sigma}_P^2 = \frac{1}{4\ln(2)} \sum_{i=1}^n \left(\ln\left(\frac{h_i}{l_i}\right) \right)^2 \quad (4.15)$$

Parkinson ainda avalia a variância do estimador concebido:

$$E(\hat{\sigma}_p^2 - \sigma^2) = VAR(\hat{\sigma}_p^2) = \frac{0.41\sigma^2}{n}$$

Portanto têm-se que a eficiência do estimador de Parkinson é:

$$eff(P) = \frac{\frac{2\sigma^4}{n}}{\frac{0.41\sigma^2}{n}} \approx 4,88$$

De acordo com essa análise, conclui-se que o estimador de Parkinson é mais preciso em suas estimativas do que o clássico.

Uma crítica ao estimador de Parkinson é que não leva em conta os efeitos conjuntos dos preços de máximo, mínimo, fechamento e abertura, perdendo então eficiência uma vez que não avalia a volatilidade de uma maneira global (GARMAN, KLASS;1980).

4.3.3 Estimador de Garman-Klass

Mark B. Garman e Michael J. Klass, 1980, no seu artigo *On the estimation of security price volatilities from historical data* expandem o conceito de estimadores de volatilidade históricos ao desenvolver um que leva em conta os preços de abertura, fechamento, máximo e mínimo, portanto aumentam a eficiência do estimador já que levam em conta mais informações referentes ao comportamento do ativo.

Os autores consideram na formulação do seu estimador que os preços dos ativos financeiros seguem um movimento browniano geométrico contínuo em que os preços são modelados de acordo com a seguinte equação(GARMAN,KLASS;1980):

$$P(t) = \varphi(B(t)) \quad \begin{cases} P \text{ é o preço, } t \text{ é o tempo} \\ B(t) \text{ é processo de difusão dado por, } dB = \sigma dz \\ \varphi \text{ é a transformação monotônica independente do tempo } t \end{cases}$$

De acordo com o modelo utilizado por Garman e Klass (1980), as mudanças dos preços estão distribuídas normalmente com médio zero e variância proporcional ao tempo e os preços e movimentos contínuos. No entanto, tais preços não podem ser observados de maneira contínua uma vez que as bolsas permanecem fechamento por uma fração f de um intervalo t em $[0,1]$, que pode ser interpretado como um dia, além disso as transações ocorrem em pontos discretos durante o intervalo de tempo t . Em outras palavras, pode-se

dizer que o modelo assume que preço segue o movimento geométrico browniano mesmo nos períodos em que não é possível observá-lo, como ilustra a Figura 15.

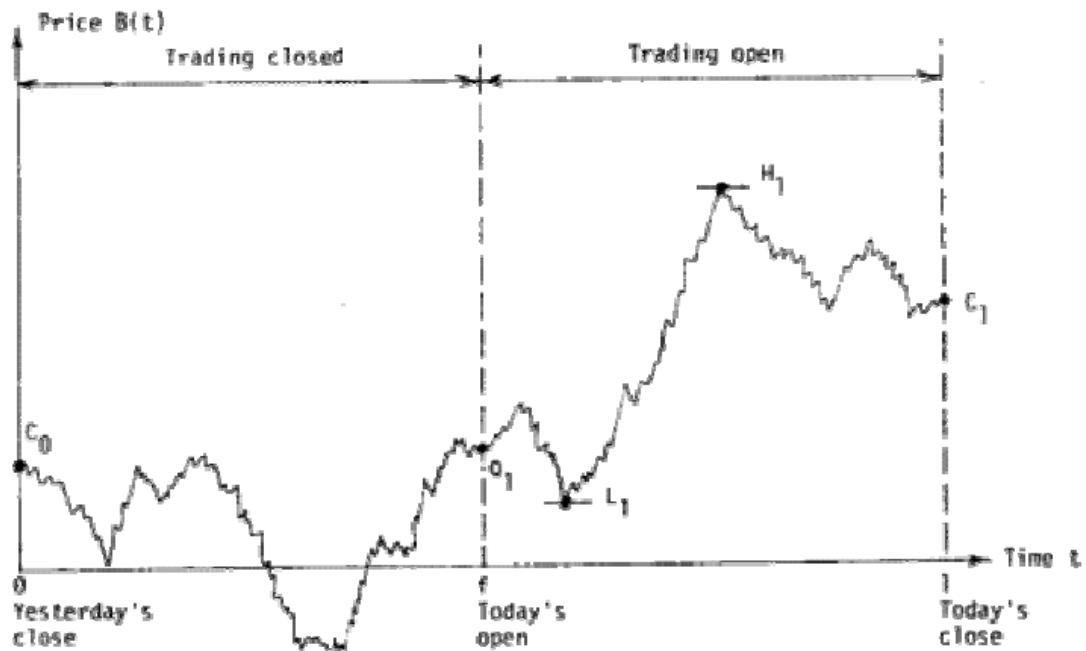


FIG. 1.—Price versus time

Figura 15: Preço versus tempo, fonte: Garman,Klass;1980

Na Figura 15, nota-se que o modelo considera somente os preços de máximo e mínimo que podem ser efetivamente observados, ou seja, no período $I-f$ em que as negociações ocorrem.

Com base no modelo de movimento browniano geométrico para descrever o comportamento dos preços de ativos financeiros, Garman e Klass (1980) propõem um estimador a partir do trabalho de Parkinson (1980) mas adicionam os preços de abertura e fechamento e o resultado é o seguinte:

$$\hat{\sigma}_{GK}^2 = 0,511(u - d)^2 - 0,019\{c(u + d) - 2ud\} - 0,38c^2 \quad (4.16)$$

Notação:

- σ^2 - volatilidade desconhecida, assumida como sendo constante.
- $\mu = 0$ - drift dos preços
- f - fração do dia i em que não há negociação.
- $C_i = \ln(c_i)$
- $O_i = \ln(o_i)$

- $H_i = \ln(h)$
- $Li = \ln(l)$
- $u_i = H(i) - O(i)$
- $di = L(i) - O(i)$
- $ci = C(i) - O(i)$

Os autores propõem que se utilize a seguinte forma do estimador exibido em (4.16) sem perda de eficiência:

$$\sigma_{GK}^2 = \frac{1}{2}(u - d)^2 - (2\ln 2 - 1)c^2 \quad (4.17)$$

Utilizando-se a notação do trabalho, pode-se reescrever a equação (4.17) na seguinte forma:

$$\sigma_{GK}^2 = \frac{1}{2} \left(\ln \left(\frac{h_i}{l_i} \right) \right)^2 - (2\ln 2 - 1) \left(\ln \left(\frac{c_i}{o_i} \right) \right)^2 \quad (4.18)$$

A eficiência, apresentada no artigo é tal que $eff(GK) \approx 7,4$

Um ponto a ser considerado referente à observação de dados é que o modelo assume que o comportamento do preço segue um movimento browniano geométrico contínuo e as observações são discretos, implicando que o máximo e mínimo observados não são necessariamente os máximo e mínimo absolutos, apresentando um viés quando poucas observações são feitas.

Com tal observação em mente, Garman e Klass (1980), estudaram a magnitude desse efeito com base em dados simulados, apresentados na Tabela 4:

Tabela 4: Comparação estimadores Clássico, Parkinson e Garman-Klass.

$\sigma=1$	Estimadores		
Número de observações	Clássico	Parkinson	Garman - Klass
5	1,03	0,55	0,38
10	1	0,65	0,51
20	1	0,74	0,64
50	1	0,82	0,73
100	1	0,86	0,8
200	1	0,89	0,85
500	1	0,92	0,89

Fonte: GARMAN, KLASS,1980

Duas críticas são feitas ao estimador de Garman-Klass (ROGERS,SATCHELL;1991):

1. O estimador será viesado no caso de drift diferente de 0, já que o modelo foi construído assumindo drift igual a 0.
2. Em simulações, como foi apresentado anteriormente, o valor não é tão próximo quanto o esperado. Isso deve-se à uma razão já apresentada anteriormente, que deve-se ao fato de observações em simulação ocorrem em tempos discretos e o modelo opera com um movimento browniano geométrico contínuo.

4.3.4 Estimador de Rogers-Satchell

No artigo *Estimating variance from high,low and closing prices*, Rogers, Satchell (1991) criticam o estimador de Garman-Klass, pois esse estimador assume drift igual a 0 e para solucionar esse viés, propõem um estimador que seja independente do valor do drift, uma vez que argumentam que, considerando que o preço da ação seja modelada como um movimento browniano geométrico da forma $X_t = \sigma B_t + ct$ não é necessário saber o valor c para utilizar o modelo de precificação de Black-Scholes, o valor da volatilidade é necessário.

Rogers e Satchell (1991) então demonstram que o estimador independente do drift c tem a seguinte forma:

$$\sigma_{RS}^2 = (S_1 - X_1) + I_1(I_1 - X_1) \text{ em que } \begin{cases} S_t = \max(X_t, u \leq t) \\ I_t = \min(X_t, u \leq t) \end{cases}$$

A variância do estimador é dada por:

$$E[S_1(S_1 - X_1) + I_1(I_1 - X_1)] = \sigma^2 t$$

Nota-se que, de fato, o estimador proposto por Rogers e Satchell (1991) é independente do drift c já que não está presente na expressão da variância. Além disso percebe-se que o estimador é mais eficiente do que o estimador clássico.

Reformulando a expressão do estimador de acordo com a notação do presente trabalho tem-se:

$$\sigma_{RS}^2 = \ln\left(\frac{h_i}{c_i}\right) \ln\left(\frac{h_i}{o_i}\right) + \ln\left(\frac{l_i}{c_i}\right) \ln\left(\frac{l_i}{o_i}\right) \quad (4.19)$$

Retomando a ressalva feita anteriormente em relação à diferença de observação de máximo e mínimos entre o movimento browniano geométrico contínuo e as observações em tempos discretos, Rogers e Satchell (1991) sugerem uma correção que visa minimizar essa diferença:

$$S_1 = S + \Delta$$

$$I_1(I_1 - X_1) = \tilde{\Delta}^2 - (2I - X_1)\tilde{\Delta} + I(I - X_1)$$

$$\sigma_{RS}^2 = (\Delta^2 + \tilde{\Delta}^2) + (2S - X_1)\Delta - (2I - X_1)\tilde{\Delta} + S(S - X_1) + I(I - X_1)$$

Porém os autores, Rogers e Satchell (1991), argumentam que tal correção não faz necessária, uma vez que a diferença só é relevante quando o número de dados observados é pequeno. Para ilustrar esse ponto, Rogers e Satchell (1991) realizaram simulações tanto com dados gerados assim como dados reais, que estão nas Tabelas 5-6:

Tabela 5: Dados simulados, variância=1,

c	N	$\hat{\sigma}^2$	$\hat{\sigma}_h^2$	$\hat{\sigma}_{GK}^2$
0.000	20	0.689 \pm 0.045	0.992 \pm 0.061	0.678 \pm 0.039
0.000	100	0.856 \pm 0.051	0.999 \pm 0.058	0.856 \pm 0.047
0.000	500	0.968 \pm 0.059	1.035 \pm 0.062	0.962 \pm 0.051
0.000	2500	0.921 \pm 0.051	0.948 \pm 0.052	0.911 \pm 0.044
1.000	20	0.649 \pm 0.049	1.016 \pm 0.069	0.795 \pm 0.050
1.000	100	0.805 \pm 0.054	0.967 \pm 0.062	0.948 \pm 0.055
1.000	500	0.914 \pm 0.059	0.986 \pm 0.062	1.035 \pm 0.055
1.000	2500	0.904 \pm 0.056	0.936 \pm 0.057	1.049 \pm 0.058
2.000	20	0.540 \pm 0.052	1.026 \pm 0.075	1.026 \pm 0.057
2.000	100	0.784 \pm 0.063	1.006 \pm 0.074	1.331 \pm 0.073
2.000	500	0.948 \pm 0.066	1.047 \pm 0.070	1.424 \pm 0.072
2.000	2500	0.964 \pm 0.058	1.008 \pm 0.060	1.435 \pm 0.074
3.000	20	0.390 \pm 0.046	1.070 \pm 0.073	1.462 \pm 0.073
3.000	100	0.720 \pm 0.066	1.007 \pm 0.079	1.807 \pm 0.085
3.000	500	0.840 \pm 0.065	0.963 \pm 0.070	1.870 \pm 0.088
3.000	2500	0.922 \pm 0.066	0.979 \pm 0.069	1.980 \pm 0.096

Fonte: (ROGERS,SATCHELL;1991)

Tabela 6: Dados de ativos reais

Return	N	$10^4 \hat{\sigma}^2$	$10^4 \hat{\sigma}_h^2$	$10^4 \hat{\sigma}_{GK}^2$
Annual variance 0.1 = daily variance 0.0002739				
0.000	20	1.887 \pm 0.124	2.717 \pm 0.166	1.858 \pm 0.106
0.000	100	2.346 \pm 0.140	2.738 \pm 0.160	2.345 \pm 0.130
0.000	500	2.653 \pm 0.160	2.835 \pm 0.169	2.636 \pm 0.139
0.050	20	1.881 \pm 0.132	2.729 \pm 0.175	1.876 \pm 0.109
0.050	100	2.280 \pm 0.141	2.662 \pm 0.159	2.307 \pm 0.124
0.050	500	2.506 \pm 0.140	2.676 \pm 0.148	2.455 \pm 0.123
0.100	20	1.818 \pm 0.129	2.652 \pm 0.174	1.857 \pm 0.113
0.100	100	2.166 \pm 0.134	2.524 \pm 0.151	2.167 \pm 0.116
0.100	500	2.655 \pm 0.146	2.833 \pm 0.154	2.580 \pm 0.127
0.150	20	1.758 \pm 0.123	2.549 \pm 0.165	1.758 \pm 0.103
0.150	100	2.262 \pm 0.147	2.644 \pm 0.167	2.291 \pm 0.129
0.150	500	2.611 \pm 0.154	2.787 \pm 0.162	2.527 \pm 0.130

Fonte: (ROGERS,SATCHELL;1991)

Das simulações realizadas por Rogers e Satchell (1991), nota-se que:

- Quanto maior o número de observações, os valores dos estimadores se aproximam cada vez mais da variância real, comprovando então o argumento da diferença entre os valores observados em tempo discreto e o movimento browniano contínuo.
- Quanto maior o drift c , pior o desempenho do estimador de Garman-Klass, uma vez que esse assume drift=0, portanto nota-se o grande viés que esse estimador possui, enquanto o de Rogers-Satchell apresenta resultados consistentes, validando que de fato é independente do drift c .
- A observação acima também vale para os resultados obtidos a partir de dados reais, em que conforme varia-se os log-retorno, o desempenho dos estimadores clássico e de Garman-Klass deterioram enquanto o de Rogers-Satchell mantém resultados consistentes.

4.4 Hedging

Sempre que uma instituição financeira lança contratos de opções no mercado, ela deve gerenciar o risco de maneira adequada a fim de evitar perdas de grande porte conforme foi discutido no capítulo 2. Visando gerenciar o risco inerente a atividade, os operadores lançam mão de técnicas para proteger-se contra as oscilações do mercado e blindar seu portfólio (*hedging*).

Como forma de analisar o risco, pode-se observar o comportamento do portfólio com a variação das diferentes dimensões de risco que serão representadas por letras gregas e que medem tal variação, vale ressaltar que essas medidas de variação são derivadas da equação de Black & Scholes e que retomando-se os pontos discutidos no seção 4.2, nota-se que a volatilidade é um dos inputs na equação. Logo percebe-se que, monitorar a volatilidade é de grande importância, uma vez que permite que análises sejam feitas com o objetivo de proteger a carteira contra oscilações do mercado.

- Delta (Δ): O delta representa a variação do valor portfolio em relação a uma variação no preço do ativo subjacente. No caso de uma única opção, refere-se à taxa com que o valor da opção varia de acordo com a variação do ativo. A Figura 19 ilustra o conceito do delta de maneira gráfica (HULL,2001):

$$\Delta = \partial c / \partial S \quad c \text{ é preço da call, } S \text{ preço do ativo}$$

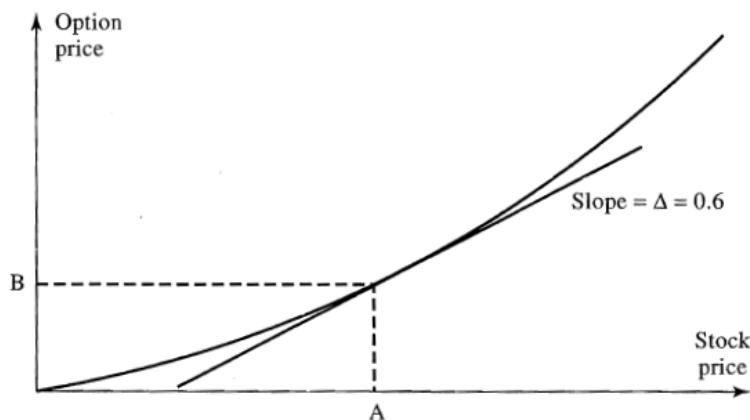


Figura 16: Ilustração de delta. Fonte: HULL,2001

A fim de ilustrar o conceito, suponhamos que o valor de delta seja 60%, isso implica que se o valor do ativo variar de 1 então o preço da opção irá variar de 0,6. Consideremos ainda que um investidor vendeu 30 opções do tipo call ao preço de R\$10 cada e que o preço do ativo seja de R\$100, logo vendeu opções em 3000 unidades.

O investidor pode-se proteger comprando $0.6 \times 3000 = 1800$ unidades do ativo, nota-se que caso o valor do ativo aumente em R\$1 haverá um aumento de R\$1800 nos ativos comprados e uma redução de $0.6 \times 3000 = \text{R\$}1800$ no valor da opção e vice-versa. A prática ilustrada é conhecida como *delta hedging* e diz-se que o portfólio é delta neutro.(HULL,2001)

- Theta (Θ) - $\partial \Pi / \partial t$: Diz respeito à variação do valor do portfolio e das opções em relação ao tempo, pode ser visto como o decaimento temporal do valor das opções já que, conforme apresentado no capítulo, o valor das opções diminuem conforme se aproximação da data de maturidade.(HULL,2001)
- Gamma(Γ) – $\partial^2 \Pi / \partial^2 S$: A variação gamma representa a variação no delta do portfólio em relação ao preço do ativo subjacente. A aplicação desse conceito prova-se valiosa ao avaliar a necessidade de se recalcular o delta do portfólio uma

vez que se a variação no valor de delta for alta, em outras palavras, o valor de gamma for elevado logo é arriscado manter o portfólio delta-neutro inalterado por períodos estendidos de tempo. (HULL,2001)

- Vega (ν) $-\partial\Pi/\partial\sigma$: Mensura a variação no valor do portfólio/opção em relação às mudanças na volatilidade implícita, se o valor de vega for elevado logo o portfólio é sensível às oscilações na volatilidade do ativo subjacente. (HULL,2001)
- Rho (ρ) - $\partial\Pi/\partial r$: Mudanças no valor das taxas de juros também afetam o valor do portfolio/opção, porém são muito menores do que as demais. (HULL,2001)

5. CONTROLE ESTATÍSTICO DA QUALIDADE

O controle estatístico da qualidade tem suas origens em meados dos anos 20 do século XX com o trabalho desenvolvido por Walter Shewhart que culminou nos gráficos de controle utilizados atualmente para o controle estatístico do processo. Desde então essa tem sido uma área de grandes mudanças e inovações, evoluindo do monitoramento de processos até ferramentas de gestão a fim de colocar todos os indivíduos em linha com a melhoria da qualidade da organização como um todo a fim de reduzir a variabilidade dos processos. Apesar de suas aplicações mais usuais se darem no âmbito industrial, nesse trabalho será mostrado que podem ser aplicados em outros contextos.

5.1 Controle estatístico do processo

Todo processo possui uma variabilidade intrínseca que é proveniente do efeito cumulativo de uma série de pequenas variações que são inevitáveis. Tais causas aleatórias são inevitáveis e quando um processo opera somente com tal categoria de causa, diz-se que o processo está sob controle estatístico. A Figura 20, mostra de maneira esquemática a variabilidade de um processo ao longo do tempo.

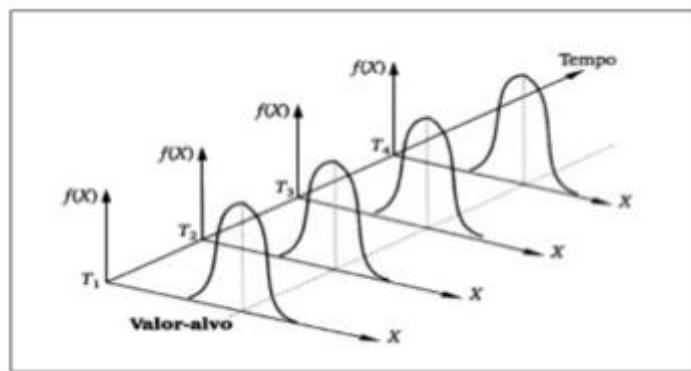


Figura 17: Processo sob causas aleatórias. Fonte: GOOGLE

O objetivo do controle estatístico do processo (CEP) é garantir que os processos que ocorram em determinada organização apresentem uma pequena variabilidade durante a sua operação, a fim de atingir esse objetivo o CEP é composto por 7 ferramentas que se aplicadas sistematicamente serão capazes de auxiliar na redução da variabilidade. (MONTGOMERY,2004)

1. Histograma
2. Folha de controle
3. Gráfico de Pareto

4. Diagrama de causa-e-efeito
5. Diagrama de concentração de defeito
6. Diagrama de dispersão
7. Gráfico de controle

Para o presente trabalho, o foco será dado ao gráfico de controle, uma vez que como já foi discutido anteriormente é de fundamental importância o monitoramento da volatilidade dos ativos financeiros e tal ferramenta já se mostrou bastante eficiente no monitoramento da variabilidade outros processos. Vale ressaltar que mudanças nos valores da volatilidade são devidas à uma miríade de fatores que interagem entre si, sendo assim uma tarefa complexa concluir se o processo está em controle ou não.

5.2 Gráficos de controle

5.2.1 Conceitos básicos

O gráfico de controle é uma ferramenta que representa de maneira gráfica o comportamento de uma característica que foi medida e/ou calculada de acordo com o tempo ou número de amostras tomadas. O gráfico possui 3 linhas principais:

- Linha central (LC): Essa linha representa a média do valor da característica em análise de um processo sob controle.
- Limite superior de controle (LSC) e Limite inferior de controle (LIC): O valor dessas linhas é determinado de forma que praticamente todos os pontos, ou seja, medidas da característica estejam dentro dessa zona dado que o processo esteja sob controle. (MONTGOMERY,2004)

A Figura 18 mostra um exemplo de um gráfico de controle com suas 3 principais linhas.

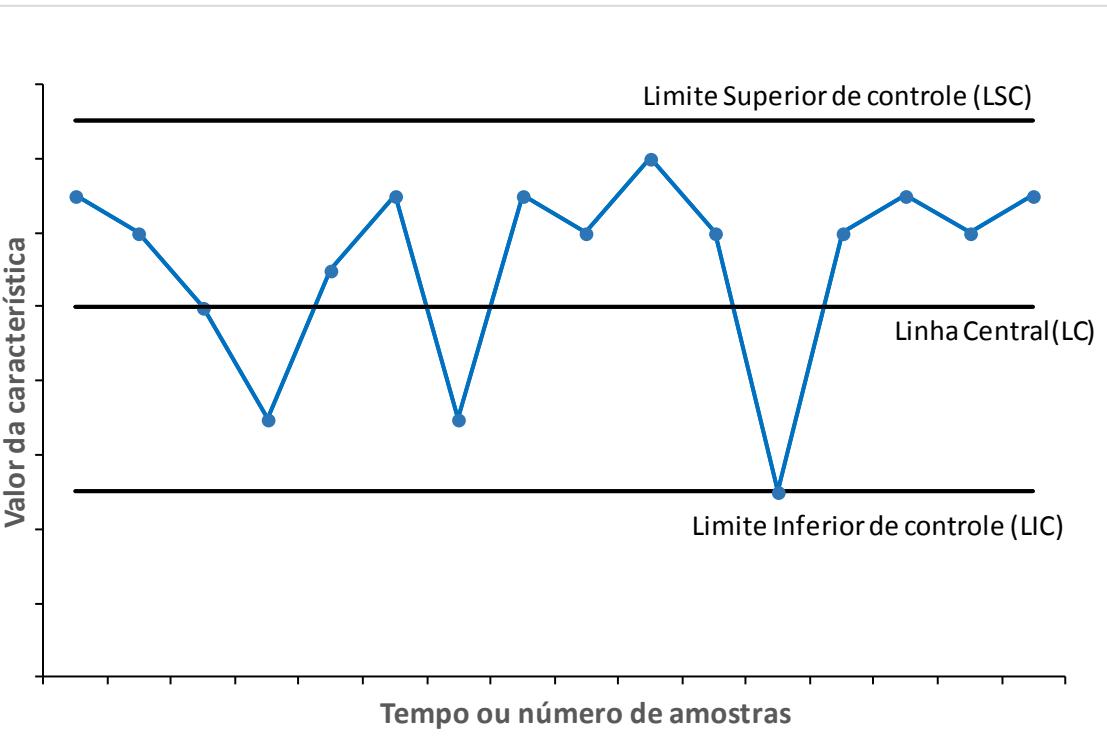


Figura 18: Exemplo de gráfico de controle. fonte: autor

Os gráficos de controle e teste de hipóteses possuem uma relação bastante próxima. O eixo vertical corresponde aos valores de estatísticas X_i , calculadas a partir de um conjunto de dados provenientes de amostras. Se esses valores que foram medidos/calculados se encontrarem dentro dos limites de controle, ou seja, $LIC < X_i < LSC$ pode-se concluir que o processo está sob controle e que apresenta a estatística de interesse com valor de μ_0 .

$$H_0: \mu = \mu_0 \text{ (processo sob controle estatístico)}$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0 \text{ (processo fora controle estatístico)}$$

μ é a estatística calculada do processo e μ_0 é o valor desejado da característica da qualidade monitorada.

Por um lado pode-se concluir que os gráficos de controle se comportam como um teste hipótese, já que toda vez que um ponto cai dentro dos limites de controle equivale à não rejeição da hipótese nula de controle estatístico e caso um ponto se localize fora dos limites, rejeita-se a hipótese nula de controle estatístico. Por outro lado, testes de hipóteses são utilizados para verificar a validade das hipóteses enquanto gráficos de controle são

usados para mensurar o afastamento de um estado considerado sob controle. (MONTGOMERY,2004)

O paralelo com o teste de hipóteses mostra-se útil para avaliar o desempenho do gráfico de controle em detectar mudanças na média, em outras palavras, calcular as probabilidades dos erros tipo I e II (MONTGOMERY,2004):

- Erro tipo I: Concluir que o processo não está sob controle, quando na realidade está. Ou seja, rejeitar H_0 quando esta é válida, caracterizando como um alarme falso. A probabilidade desse erro ocorrer é dada por:

$$\alpha = P[X > LSC \text{ ou } X < LIC \mid \mu = \mu_o]$$

- Erro tipo II: Concluir que o processo está sob controle, quando na realidade não está. Ou seja, aceitar H_0 quando esta é falsa implicando na não-detecção. A probabilidade do erro é dada por:

$$\beta = P[LIC \leq X \leq LSC \mid \mu \neq \mu_o]$$

A forma mais usual de se avaliar o desempenho de um gráfico de controle é através do comprimento médio de sequência (CMS), ou em inglês, *average run length* (ARL). O ARL ou CMS mede o número de ponto que devem ser marcados antes que apareça um fora dos limites de controle, e o seu valor é dado por (MONTGOMERY,2004):

$$ARL = \frac{1}{p}$$

Em que p é probabilidade de qualquer ponto exceda os limites de controle, pode-se ainda calcular o ARL para que o gráfico exiba um alarme falso (ARL_0), assim como o ARL para se detectar uma mudança na média (ARL_1):

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha}$$

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta}$$

Nota-se que quanto menor o valor de ARL_1 , mais eficiente é o gráfico em detectar mudanças na média do processo para um mesmo ARL_0 . Por outro lado, para um mesmo

ARL_1 dar-se-á preferência a um gráfico de maior ARL_0 pois esse exibirá um número menor de alarmes falsos, sendo assim mais eficiente.

Uma crítica que é feita ao ARL como medida de desempenho deve-se ao fato de apresentar uma distribuição geométrica que é muito assimétrica à direita com um desvio padrão dado por, $\sigma = \sqrt{(1-p)/p}$, que costuma ser grande (MONTGOMERY,2004).

Uma forma conveniente de se medir o desempenho de um gráfico de controle é através do tempo médio de alerta (TMA), que nada mais é do que o comprimento médio de sequência multiplicado por um intervalo de tempo:

$$TMA = ARL \cdot h$$

5.2.2 Gráficos de controle para variáveis

Se a característica da qualidade sendo monitorada pode ser mensurada e expressa através de uma medida numérica, logo ela é chamada de variável. Quando lida-se com uma característica da qualidade que é classificada como variável é usual o monitoramento da média e sua variância. A fim de monitorar o comportamento da média utiliza-se o gráfico de controle para médias ou gráfico \bar{x} , e se o objetivo for monitorar a variância do projeto pode-se utilizar o gráfico para controle do desvio padrão (gráfico S) ou então o gráfico para amplitude (gráfico R). (MONTGOMERY,2004)

Nesse trabalho o foco será dado ao gráfico de controle para variáveis, uma vez que o objetivo é o controle da volatilidade dos ativos financeiros é uma característica expressa numericamente e o objetivo é detectar mudanças na média do processo.

Se o objetivo for a construção de um gráfico de controle para médias de uma dada característica x com distribuição normal dada por $x \sim N(\mu, \sigma)$ em que os valores de referência são conhecidos e uma amostra de tamanho n , os limites de controle são:

$$LSC = \mu + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$LC = \mu$$

$$LIC = \mu - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Usualmente tais valores de referência não são facilmente obtidos e costumam não ser utilizados na construção dos gráficos, prefere-se utilizar valores amostrais para tal fim

que consistem na tomada de m amostras com um número n de observações. (MONTGOMERY,2004)

Seja \bar{x} a média amostral de uma amostra de tamanho n e $\bar{\bar{x}}$ uma estimativa da média do processo, sendo a última a média das amostras e portanto o melhor estimador do valor de referência média μ do processo.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{x}_i}{m}$$

Ainda é necessário estimar o desvio-padrão do processo, para isso utilizar-se-á o estimador não-tendencioso, porém viesado S o que exige uma correção através da divisão da média dos valores de S pelo valor $c_4(n)$, resultando no estimador não viesado.(MONTGOMERY,2004):

$$S = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$\bar{S} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m S_i$$

$$c_4(n) = \sqrt{\frac{2}{n-1}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

$$\frac{\bar{S}}{c_4}$$

Substituindo os valores de referência pelos estimadores nas equações para construção dos limites de controle de um gráfico 3-sigma temos:

$$LSC = \bar{\bar{x}} + \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \cdot \bar{S}$$

$$LC = \bar{\bar{x}}$$

$$LIC = \bar{\bar{x}} - \frac{3}{c_4 \sqrt{n}} \cdot \bar{S}$$

Pode-se construir um gráfico de controle para o desvio-padrão, cujos os limites serão dados por (MONTGOMERY,2004):

$$LSC = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

$$LC = \bar{S}$$

$$LIC = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4} \sqrt{1 - c_4^2}$$

No presente trabalho, o objetivo é o monitoramento da volatilidade dos preços dos ativos financeiros, que conforme apresentado no capítulo 4 é o equivalente ao desvio padrão dos preços e para isso pode-se lançar de gráficos de controle para o monitoramento da variância do processo, em que o teste de hipóteses agora será dado por:

$$\begin{cases} H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2 \end{cases}$$

Para a construção desse tipo de gráfico utiliza-se o mesmo estimador do gráfico para desvio-padrão, porém a distribuição para a probabilidade de cometer um erro do tipo I deixa de ser a distribuição normal e passa a ser a distribuição qui-quadrado com $n-1$ graus de liberdade, caso utilize como estatística de monitoramento a variância amostral S^2 (MONTGOMERY,2004):

$$LSC = \frac{\bar{S}^2}{n-1} \chi_{\alpha/2; n-1}^2$$

$$LSC = \bar{S}^2$$

$$LSC = \frac{\bar{S}^2}{n-1} \chi_{1-(\alpha/2); n-1}^2$$

5.3 Curva característica de operação e medindo desempenho:

A capacidade de um gráfico de controle do tipo \bar{x} em detectar mudanças nos valores do processo é dada pela função característica de operação, que mede a probabilidade de não se detectar tal mudança no processo (erro tipo II) caso a média do processo do considerado sob controle estatístico comece a se deslocar(μ_0), ou seja, a nova média do processo seja dado por: $\mu = \mu_0 + k \sigma$ (MONTGOMERY,2004).

Mostra-se que o risco de se cometer um erro do tipo II pode ser calculado através da seguinte expressão, em que L denota os valores para o erro do tipo I, k o deslocamento

da variância do processo, n o tamanho da amostra e ϕ é a distribuição normal padrão acumulada (MONTGOMERY,2004):

$$\beta = \phi(L - k\sqrt{n}) - \phi(-L - k\sqrt{n})$$

Dessa expressão conclui-se que quanto maior o valor de n e mantidos constantes os demais parâmetros, menor será a probabilidade de se cometer o erro do tipo I. Porém uma maneira mais conveniente de se avaliar o desempenho do gráfico em detectar mudanças é através do comprimento médio de sequência ou ARL, conforme apresentado anteriormente:

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta}$$

Plotando-se os valores de ARL_1 para diferentes tamanhos de amostras utilizadas assim como diferentes deslocamentos k , pode-se concluir que quanto maior o valor de n menor será o número de amostras necessárias para a detecção de mudanças no processo.

Nota-se também que com um tamanho de amostra n maior a detecção de pequenos deslocamentos é mais eficiente, ou seja, apresentada um ARL_1 menor.

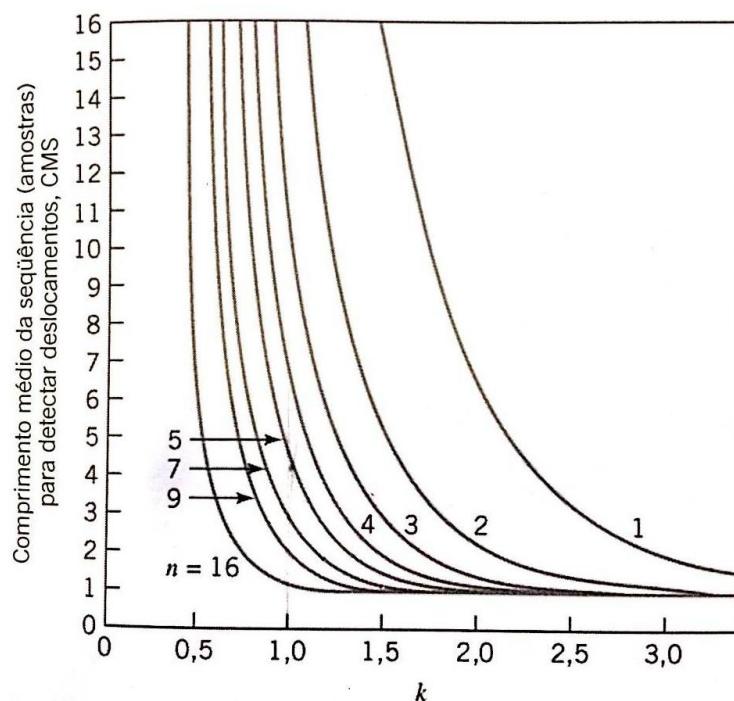


Figura 19: Comprimento médio de sequência para deslocamentos k da variância do processo. Fonte: MONTGOMERY,2004

5.4 Regras suplementares:

As regras suplementares são critérios suplementares aos limites de controle a fim de aumentar a sensitividade dos gráficos em detectar mudanças no processo, visando agilizar ações corretivas, um exemplo de regra suplementar é a utilização de limites de controle 2-sigma (MONTGOMERY,2004).

No contexto desse trabalho, tal resposta mais rápida significa tomar uma posição frente ao mercado com o objetivo de obter vantagens e assim maximizar ganhos no novo cenário.

Algumas das regras utilizadas para a essa tomada de decisão precoce, chamadas de regras suplementares, encontram- abaixo (MONTGOMERY,2004):

1. Um ou mais pontos fora dos limites de controle.
2. Dois ou três pontos acima do limite de alerta dois-sigma.
3. Quatro ou cinco pontos acima do limite de alerta um-sigma.
4. Uma sequência de oito pontos de um mesmo lado da linha central.
5. Seis pontos sempre em sequência crescente ou decrescente
6. Quinze pontos em sequência na zona C, tanto acima quanto abaixo da linha central
7. Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo.
8. Oito pontos em sequência em ambos os lados da linha central
9. Um padrão não usual ou não aleatório dos dados
10. Um ou mais pontos perto de um dos limites de alerta ou de controle.

Obs: As regras 1,2,3 e 4 são de autoria da *Western Eletric*

Montgomery (2004) cita que dois autores (Champ e Woodall) realizaram testes lançando mão das regras concebidas pela *Western Eletric* (1,2,3 e 4) e concluíram que de fato tais regras suplementares melhoraram o desempenho do gráfico quando o objetivo é detectar mudanças de menor escala no processo. Porém observa-se uma degradação muito grande do comprimento médio de sequência sob controle (ARL0), em que o valor do ARL0 utilizando as regras suplementares é de 91,25, em contrapartida ao ARL0 seis-sigma de 370.

Conclui-se que as regras suplementares podem ser úteis, sendo um diferencial competitivo ao permitir da detecção de pequenas mudanças, mas devem utilizadas com cuidado devido à possibilidade de emissão de alarmes falsos.

6. METODOLOGIA

Neste capítulo será apresentada a metodologia a ser utilizada para a construção dos gráficos de controle para cada um dos quatro estimadores de volatilidade que foram apresentados anteriormente no capítulo 5 para que então possa-se determinar aquele que apresenta melhor desempenho, que será ditado pelo menor valor de ARL₁. Além disso lançar-se-á mão de regras suplementares nos gráficos de controle a fim de averiguar se a melhoria de desempenho no monitoramento da volatilidade de ativos financeiros é significativa. Nesse capítulo, serão apresentados:

1. O modelo utilizado para a simulação de preços.
2. Critérios de parada do processo.
3. Algoritmo para a determinação dos limites de controle (LC) e limites de alerta (LA).
4. Algoritmo para o cálculo de ARL₁ para diversos deslocamentos no valor da volatilidade.

6.1 Objetivos do modelo

O objetivo do modelo é utilizar os gráficos de controle para variáveis para monitorar o comportamento da volatilidade de um ativo financeiro, uma vez que:

- A volatilidade é uma medida de risco do ativo, já que mostra o quanto o valor do ativo varia no tempo.
- Mudanças no valor da volatilidade são passíveis de negociação, uma vez que o preço de opções está diretamente correlacionado às flutuações no valor da volatilidade do ativo subjacente, conforme discutido no capítulo 4.

Nota-se, portanto que monitorar o comportamento da volatilidade é essencial para um operador do mercado, já que variações impactam o resultado da carteira do investidor.

O presente trabalho se propõem a incluir regras suplementares a fim de tornar a detecção de mudanças no valor da volatilidade de maneira mais rápida ainda, principalmente em deslocamentos de pequena magnitude na volatilidade, uma vez que utilizando somente os limites de controle, os gráficos não apresentaram resultados muito satisfatórios na detecção de pequenas mudanças nos valores da volatilidade.

Em primeiro lugar a sequência de preços será simulada utilizando o Movimento browniano geral, conforme apresentado no capítulo 4, uma vez que esse é o modelo mais utilizado pela literatura. Uma vantagem de se simular os preços utilizando modelos é que

pode-se afirmar que o processo encontra-se em controle na construção dos gráficos de controle, pois assim pode-se avaliar de maneira coerente o desempenho do gráfico em detectar mudanças.

Em segundo lugar serão construídos diversos gráficos de com a inclusão de regras suplementares para os 4 estimadores de volatilidade (Clássico, Parkinson, Garman-Klass e Roger-Satchell), os gráficos serão construídos fixando o valor de ARL_0 igual a 100,

A terceira, e última etapa, consiste em testar o desempenho (valor de ARL_1) dos 4 estimadores de volatilidade (Clássico, Parkinson, Garman-Klass e Roger-Satchell) em conjunto com diferentes regras suplementares em detectar mudanças no valor da volatilidade.

Visando determinar se existe a melhoria de performance dos gráficos de controle quando se utilizam as regras suplementares, os resultados obtidos no presente trabalho serão comparados com os resultados obtidos por Hassin (2013), que utilizou gráficos de controle somente com limites de controle convencionais para o monitoramento da volatilidade. Logo, para que se possa fazer comparações de resultados adequadas o presente trabalho utilizará os mesmos parâmetros utilizados por Hassin (2013).

6.2 Simulação da série de preços e estimadores

O primeiro passo antes de se construir um gráfico de controle, é fundamental que o processo a ser monitorado esteja sob controle estatístico, sob efeito somente de causas aleatórias que inerentes ao processo (MONTGOMERY,2004).

Portanto, o primeiro passo será simular a série de preços de forma que o processo esteja sob os efeitos somente de causas aleatórias, para isso o modelo utilizado será o movimento browniano geométrico, conforme apresentado no capítulo 4, em que a série de log-retorno ($\log(S(t))$) segue um movimento browniano geométrico descrito por:

$$\ln\left(\frac{S_n}{S_{n-1}}\right) = \mu\Delta t + \varepsilon\sigma\sqrt{\Delta t}$$

$$S_n = S_{n-1}e^{(\mu\Delta t + \varepsilon\sigma\sqrt{\Delta t})}$$

- Em que, ε é um ruído branco de média zero e desvio padrão unitário ($\varepsilon \sim N(0,1)$), o valor de σ está fixas, logo pode-se afirmar que o processo está em controle.

- A volatilidade, característica de interesse, estará fixada em um valor $\sigma^2 = 1$ ao ano, ou $3,9683 \cdot 10^{-3}$ ao dia, e tal situação será considerada sob controle, a fim de construir os gráficos de controle.
- Para avaliar o desempenho, esse valor será deslocado para diferentes magnitudes, a fim de avaliar a sensibilidade do gráfico em detectar mudanças.
- A série de preços será simulada em intervalos de tempo $\Delta t = 0.5s$ por um período de 24h, para cada dia i. Logo, em um único dia, 172.800 observações serão simuladas.
- O parâmetro de drift (μ), interpretado como a taxa de juros livre de risco assumirá o valor de 8%.
- E como preço inicial, S_0 , adotou-se arbitrariamente o valor de R\$30,00.

Tabela 7: Tabela resumo de parâmetros de simulação.

Parâmetros	
S_0	30
Volatilidade por ano	1
Drift	8%
Intervalo de tempo (em segundos)	0,5
Intervalo de tempo (em dias)	$5,78 \times 10^{-6}$
Número de observações	172.800

Fonte: autor

Tabela 7 resume os dados de entradas empregados na simulação. A Figura 20 ilustra a simulação para um dia, utilizando-se a modelagem do log-retorno do preço com os parâmetros listados na Tabela 7, em que o eixo vertical S é o valor do ativo e o eixo horizontal t, o tempo em segundos.

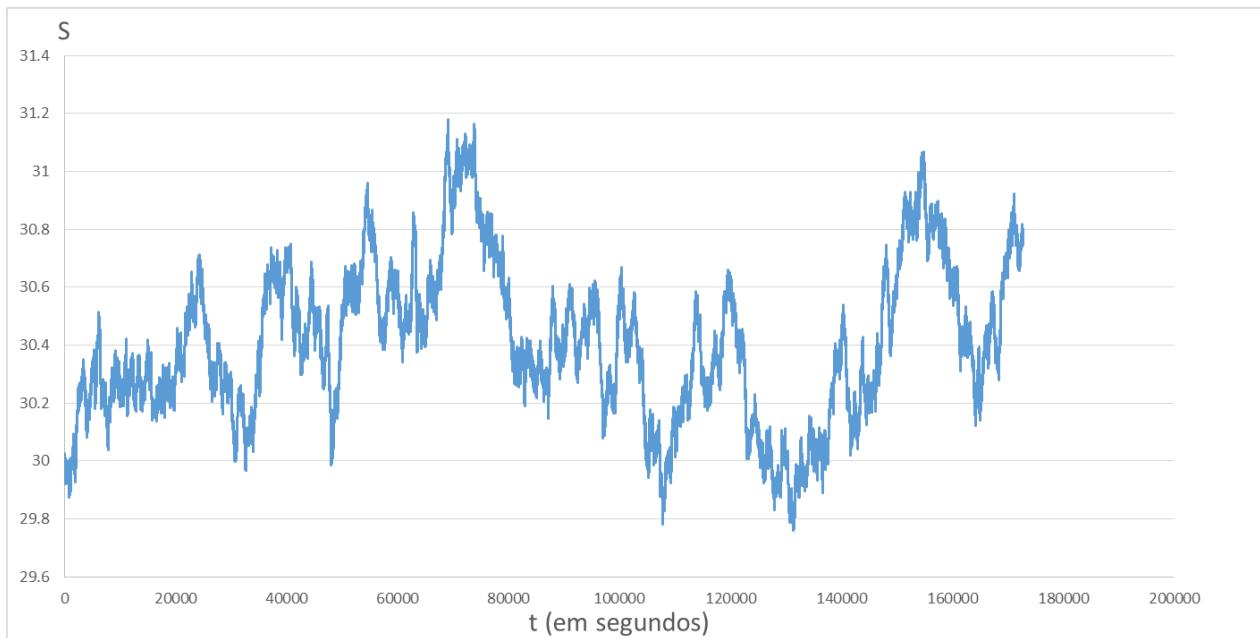


Figura 20: Gráfico para série de preços simulada, $S_0 = 30$, drift = 8%, intervalo = 0,5 s

Para efeito de comparação do comportamento exibido pela série simulada com o comportamento real do preço das ações, a Figura 21 mostra o comportamento do preço das ações PETR4 no dia 2/12/2014:

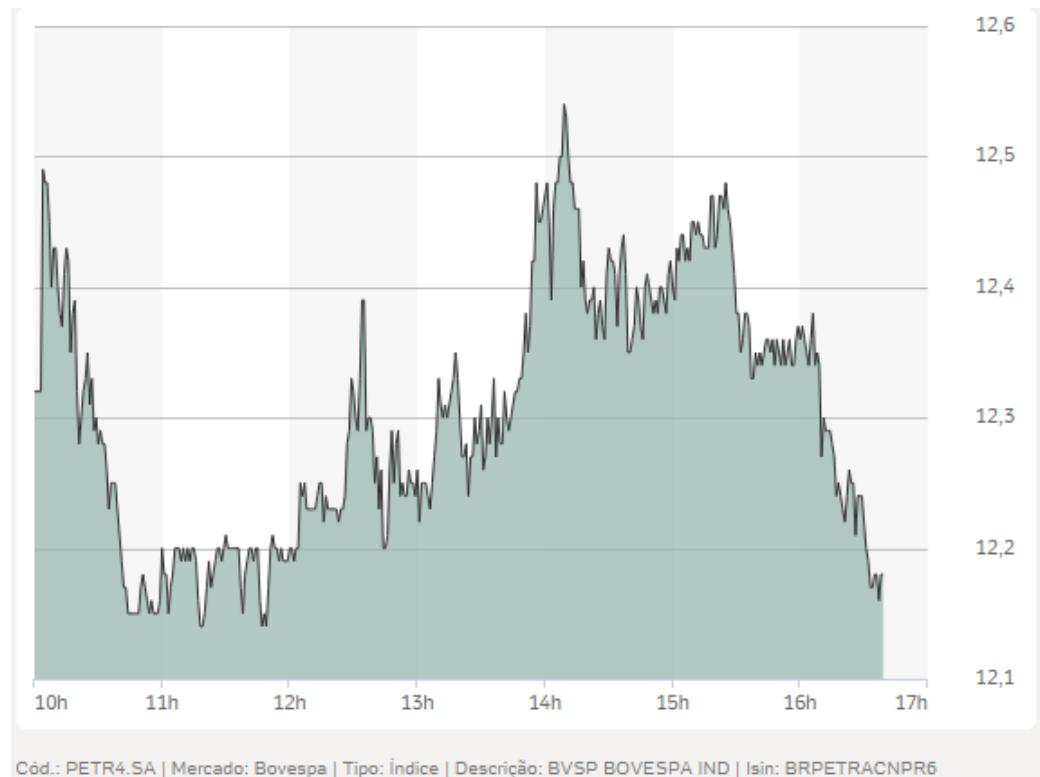


Figura 21: Cotações PETR4, Fonte: Uol.com.br

Fazendo uma comparação visual, nota-se que as trajetórias tanto da série simulada como a dos preços reais apresentam, caminhos bastante irregulares, sendo compostas por diversos pontos de altos e baixos, pode-se concluir que a série simulada é bastante fidedigna com a realidade. No entanto vale ressaltar que em alguns casos na realidade, há flutuações bastante discrepantes nos preços dos ativos de um instante para o outro, situações não contempladas pela modelagem através do movimento browniano geométrico que comporta somente pequenos “saltos” de um instante para o outro, sendo que na realidade tais mudanças podem ter magnitudes relativamente grandes.

Relembrando que a proposta do trabalho é o monitoramento da volatilidade dos ativos financeiros (σ^2), para tanto, serão retomados os 4 indicadores apresentados no capítulo 4:

- Clássico (C)
- Parkinson (P)
- Garman-Klass (GK)
- Roger-Satchell (RS)

Retomando que os estimadores utilizam-se de valores que são de fácil acesso à qualquer operador de mercado, preço de fechamento (c_i), abertura (o_i), máximo (h_i) e mínimo (l_i) do dia i , considerando a série de preços simulada S_n para intervalos de 0,5 segundo e num período de 24 horas, resultando em 172.800 observações. Logo para um determinado dia i :

$$h_i = \max(S_n), n = \{1, 2, \dots, 172.800\}$$

$$l_i = \min(S_n), n = \{1, 2, \dots, 172.800\}$$

$$c_i = S_{172.800}$$

$$o_i = S_0 = c_{i-1}$$

As fórmulas para o cálculo dos estimadores são dadas por:

Tabela 8: Tabela resumo das fórmulas dos estimadores.

Estimador	Fórmula
Clássico (C)	$\hat{\sigma}_C^2 i = \left[\ln \left(\frac{c_i}{c_{i-1}} \right) \right]^2$
Parkinson (P)	$\hat{\sigma}_P^2 i = \frac{1}{4\ln(2)} \left(\ln \left(\frac{h_i}{l_i} \right) \right)^2$
Garman-Klass (GK)	$\hat{\sigma}_{GK}^2 i = \frac{1}{2} \left(\ln \left(\frac{h_i}{l_i} \right) \right)^2 - (2\ln 2 - 1) \left(\ln \left(\frac{c_i}{o_i} \right) \right)^2$
Roger-Satchell (RS)	$\hat{\sigma}_{RS}^2 = \ln \left(\frac{h_i}{c_i} \right) \ln \left(\frac{h_i}{o_i} \right) + \ln \left(\frac{l_i}{c_i} \right) \ln \left(\frac{l_i}{o_i} \right)$

Fonte: Autor

A fim de observar-se o comportamento dos estimadores, realizou uma simulação de 252 dias, que se encontra no apêndice, em que se chegou aos seguintes resultados:

Tabela 9: Resultados dos estimadores.

Variância = 1 ao ano	CLÁSSICO	PARKINSON	GARMAN- KLASS	ROGER- SATCHELL
Média (x 10 ²)	0,4039	0,3967	0,3939	0,4002
Média Anual	1,02	1,00	0,99	1,01
Variância(x10 ⁻⁶)	42,9484	9,8711	5,9846	6,6955

Fonte: Autor

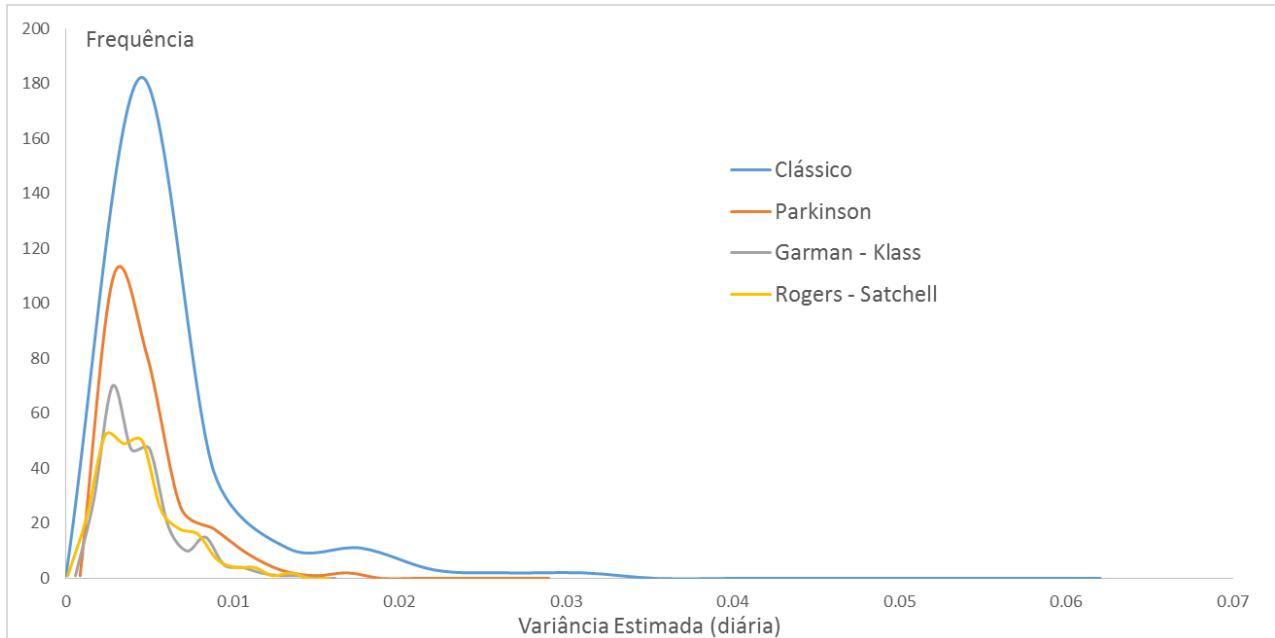


Figura 22: Histograma dos estimadores. Fonte: Autor

A partir do histograma apresentado na Figura 22, nota-se que todas as distribuições possuem a sua cauda à direita, caracterizando uma assimetria positiva, com média maior que a moda. Já entre os estimadores, conclui-se que o clássico é o de maior variabilidade enquanto o de Garman – Klass exibe a menor.

6.3 Critérios de parada do processo

Um gráfico de controle convencional, conforme discutido no capítulo 5, apresenta 3 linhas principais:

- Linha Superior de Controle (LSC).
- Linha Central (LC)
- Linha Inferior de Controle (LIC).

A regra mais usual é a seguinte: se o valor da estatística X em monitoramento exceder o valor de LSC, ou seja, $X > \text{LSC}$, o processo é parado e considera-se o processo como sendo fora de controle.

No entanto, o objetivo do presente trabalho é averiguar se as regras suplementares melhoram o desempenho do gráfico de controle no monitoramento da volatilidade de ativos financeiros, e cada regra suplementar aplicada ao gráfico de controle implica em uma nova condição de parada do processo.

Conforme apresentado no capítulo 5, as regras suplementares cuja utilização visa a redução no tempo de alerta de detecção. As regras suplementares mais utilizadas são (MONTGOMERY, 2004):

1. Um ou mais pontos fora dos limites de controle.
2. Dois ou três pontos acima do limite de alerta dois-sigma.
3. Quatro ou cinco pontos acima do limite de alerta um-sigma.
4. Uma sequência de oito pontos de um mesmo lado da linha central.
5. Seis pontos sempre em sequência crescente ou decrescente
6. Quinze pontos em sequência na zona C, tanto acima quanto abaixo da linha central
7. Quatorze pontos em sequência alternadamente para cima e para baixo.
8. Oito pontos em sequência em ambos os lados da linha central
9. Um padrão não usual ou não aleatório dos dados
10. Um ou mais pontos perto de um dos limites de alerta ou de controle.

Obs: As regras 1,2,3 e 4 são de autoria da *Western Electric*

Com bases na lista de regras suplementares o critério de parada para o gráfico de controle a ser projetado no presente trabalho será o seguinte:

1. Se a estatística o valor da estatística X no instante i for maior que o limite de controle, ou seja, $X_i > LC$, para-se o processo uma vez está fora de controle, ou
2. Se os valores da estatística X aparecerem p vezes consecutivas na região delimitada pelo limite de alerta (LA) e o limite de controle (LC), ou seja, $LA < X(i-p), X(i-p-1), X(i-p-2), \dots, X_i < LC$, logo o processo será considerado fora de controle e o processo será interrompido.

Para exemplificar a regra de parada a ser utilizada no trabalho, considere-se os seguintes parâmetros:

- Limite de controle (LC) = 1
- Limite de alerta (LA) = 0,5
- Número p de pontos consecutivos entre o LC e LA = 4

A Figura 23, exibe um exemplo de processo que atendeu somente ao critério de parada se o valor da estatística exceder o valor de LC, ou seja, $X > LC$, já que o valor do

ponto no instante 10 é maior que 1. Uma vez que não existem 4 pontos consecutivos entre LC e LA no caso exibido pela Figura 23.

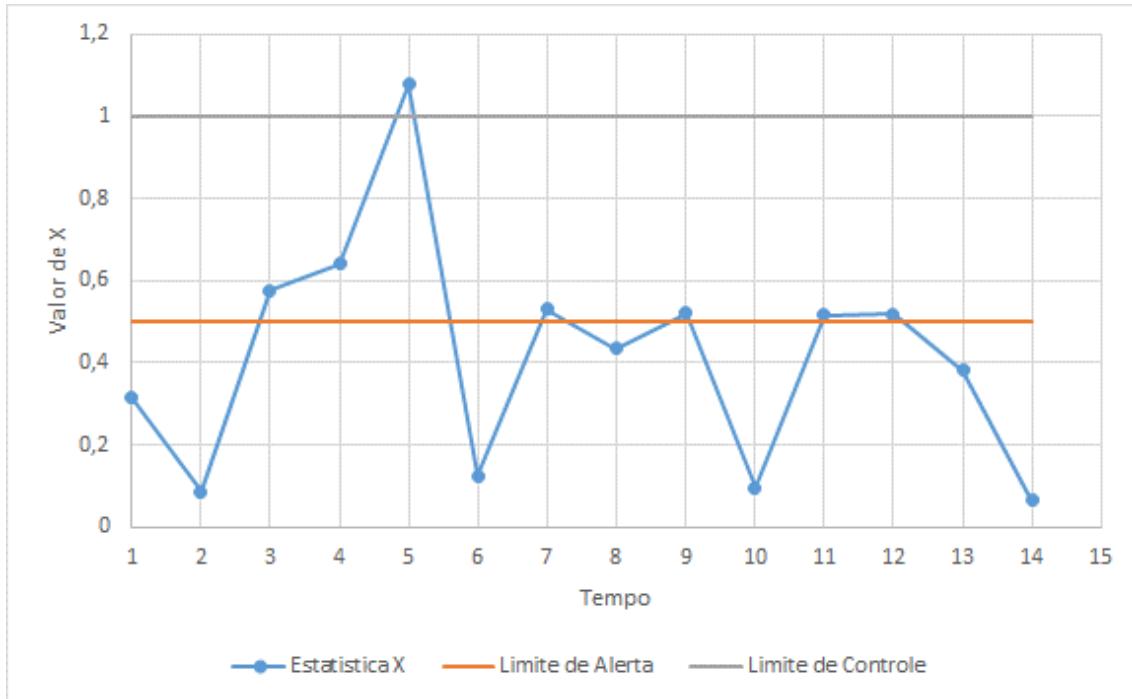


Figura 23: Exemplo 1 de gráfico de controle com LC e LA. fonte: Autor

Por outro lado, a Figura 24 já exibe um caso em que a regra de parada atendida foi a condição de existirem p pontos consecutivos entre o LC e LA, já que os pontos 9,10,11 e 12 estão nessa região.

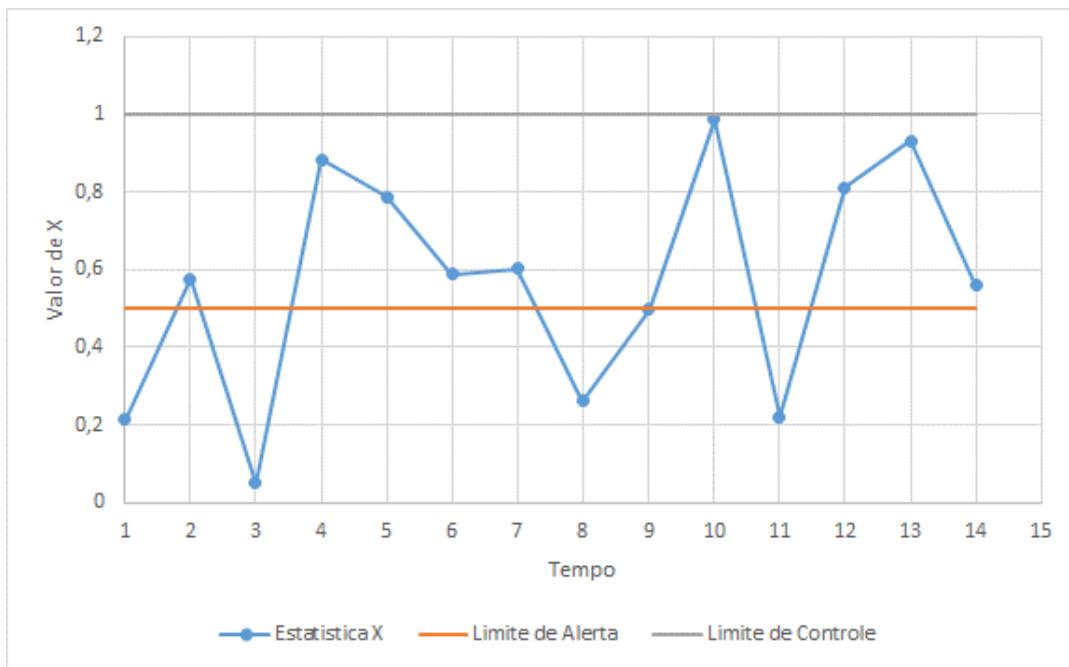


Figura 24: Exemplo 1 de gráfico de controle com LC e LA. fonte: Autor

6.4 Determinação dos limites de controle e de alerta

A primeira etapa na construção de um gráfico de controle é a definição do comprimento médio de sequência desejado para uma dada probabilidade de se cometer um erro do tipo I, ou seja, a emissão de um alarme falso. Na construção dos gráficos de controle para os 4 diferentes estimadores em análise no presente trabalho, fixar-se-á um valor comum de comprimento médio de sequência ARL_0 para todos os gráficos já que dessa forma, todos os gráficos apresentarão a mesma probabilidade de acusar que o processo está fora de controle quando na realidade está sob controle e posteriormente será possível comparar a performance de cada um dos gráficos na detecção de deslocamentos no valor da volatilidade.

Selecionou-se o valor de ARL_0 como 100 dias, devido ao fato de que o objetivo é comparar os resultados obtidos nas simulações computacionais utilizando regras suplementares versus os resultados obtidos por Hassin (2013), que usou gráficos de controle sem regras suplementares e utilizou $ARL_0=100$ para projetar os gráficos.

O valor de ARL_0 será fixado em 100 observações, ou seja, em média a cada 100 pontos, espera-se que em média:

- Um ponto será plotado fora dos limites de controle, ou
- P pontos consecutivos serão plotados entre o limite de controle e o limite de alerta.

Em ambas as condições, serão devidos somente às causas aleatórias inerentes ao processo.

Conforme discutido no capítulo 5, uma forma conveniente de expressar o desempenho do gráfico é através do tempo médio de alerta (TMA), que é calculado como:
 $TMA = ARL \cdot h$.

No caso desse trabalho o valor adotado de h , ou seja, do intervalo de tempo será igual a 1 dia, uma vez que os estimadores operam com valores de abertura, fechamento, máximo e mínimo que são observados ao final de cada dia observado, portanto os estimadores são calculados em intervalos de 1 dia e o TMA será de 100 dias.

A segunda etapa na determinação dos limites de controle e dos limites de alerta tal que atenda o valor de ARL_0 (e da probabilidade de erro do tipo I). No entanto, os estimadores não apresentam distribuição normal, impossibilitando a determinação dos

limites de controle e alerta analiticamente logo a solução é a determinação dos limites de controle e de alerta será via simulação.

O teste de hipótese implícito na construção dos gráficos de controle é dado por:

$$\begin{cases} H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2 \end{cases}$$

Em que os estimadores em estudo serão utilizados para estimar o valor real de σ^2 e avaliar se o processo encontra-se em controle ou não.

Apesar do objetivo de se regras suplementares ser reduzir o tempo de alerta, elas devem ser utilizadas de forma sensata uma vez que podem deteriorar o valor do comprimento médio de maneira muita significativa, aumentando demasiadamente o número de alarmes falsos.

O objetivo do presente trabalho é avaliar a melhoria do desempenho do gráfico de controle com a inclusão de regras suplementares considerando de 2 a 5 pontos consecutivos entre os limites de controle e alerta. Ou seja, será considerado que o processo está fora de controle se a estatística for maior que o limite de controle ou uma sequência de p observações entre os limites de alerta e controle for observado.

Com as regras suplementares definidas, pode-se apresentar o algoritmo para a determinação dos limites de controle e de alerta.

O conceito fundamental por trás do algoritmo é interpretar o comprimento médio de sequência ARL_0 como sendo uma função dos limites de controle e de alerta do gráfico, ou seja, $ARL_0 = f(LC, LA)$. Esse raciocínio está correto uma vez que a probabilidade se cometer um erro do tipo I, probabilidade α , é função dos valores dos limites de controle e de alerta, o valor de ARL_0 é função de α , logo conclui-se que ARL_0 é, de fato, função do limite de controle e de alerta.

Tendo o conceito em mente, podemos definir a função $g(LC, LA)$ como sendo a diferença entre o valor de $f(LC, LA)$ e valor desejado para o comprimento médio de sequência, que no caso será de 100 observações, logo:

$$g(LC, LA) = f(LC, LA) - 100$$

Para encontrar o valor do limite de controle tal que $ARL_0 = 100$, basta encontrar a raiz da equação. A fim de encontrar a raiz da equação, o método mais adequado, uma

vez que não se tem uma expressão analítica que relate o comprimento médio de sequência e o valor do limite de controle, seria lançar mão do método da dicotomia.

No entanto, pelo fato de se tratar de uma função de dois argumentos (LC e LA) será necessário lançar mão de uma heurística de busca, já que o método da dicotomia é definido para funções de uma única variável.

A ideia básica por trás da heurística é selecionar qual dos limites, de controle e/ou de alerta, deverá ter o seu valor modificado para achar o ARL_0 . Para isso, buscar-se-á descobrir qual dos limites (de controle ou alerta) mais contribui para o valor de ARL_0 e dessa forma avaliar como a parcela distorce o valor calculado de ARL_0 do gráfico, em relação ao ARL_0 desejado para o gráfico.

Para aplicar a heurística de busca, criar-se-ão duas variáveis auxiliares, $ARL0_LA$ e $ARL0_LC$, que computarão os comprimentos médios de sequência de acordo com a regra que fez o processo parar, ou seja:

- Se $\sigma^2_i > LC$ então o valor do dia i, será computado em $ARL0_LC$, na forma de $ARL0_LCp=i$
- Se $LC > \sigma^2_{i-p}, \dots, \sigma^2_i > LA$, então o valor do dia i, será computado em $ARL0_LA$, na forma de $ARL0_LAn=i$.
- p e n são contadores de amostras, de $ARL0_LC$ e $ARL0_LA$, respectivamente

As variáveis auxiliares $ARL0_LC$ e $ARL0_LA$ serão calculadas da seguinte forma:

$$ARL0_{LC} = \frac{\sum_1^p ARL0_{LCq}}{q}$$

$$ARL0_{LA} = \frac{\sum_1^n ARL0_{LAn}}{n}$$

Por outro lado, para se avaliar o ARL_0 global basta fazer a seguinte verificação:

- Se $\sigma^2_i > LC$ então o valor do dia i, será computado em $ARL0$, na forma de $ARL0=i$
- Se $LC > \sigma^2_{i-p}, \dots, \sigma^2_i > LA$, então o valor do dia i, será computado em $ARL0$, na forma de $ARL0=i$.

Então o valor de ARL_0 pode ser calculado da seguinte forma

$$ARL_0 = \frac{\sum_1^m ARL_0}{m}$$

É importante notar que:

$$m = n + p$$

$$\sum_1^m ARL_0 = \sum_1^p ARL_{LCq} + \sum_1^n ARL_{LAq}$$

Logo tem-se que:

$$ARL_0 = ARL_{LC} \cdot \frac{q}{m} + ARL_{LA} \cdot \frac{n}{m}$$

Nota-se, portanto que através dessas variáveis auxiliares pode-se avaliar qual critério mais afeta o cálculo do ARL_0 do processo como um todo.

Para determinar os limites de controle e alerta, serão feitas simulações computacionais, que seguirão os seguintes passos de acordo com a heurística apresentada:

1. Selecionar 4 valores LC_S, LC_i, LA_S e LA_i , tais que: $g(LC_S, LA_S) > 0$ e $g(LC_i, LA_i) < 0$, ou seja, : $f(LC_S, LA_S) > 100$ e $f(LC_i, LA_i) < 100$
2. Calcular $LC = (LC_S + LC_i)/2$ e $LA = (LA_S + LA_i)/2$
3. Calcular $g(LC, LA)$
4. Se $g(LC, LA) > 0$, ou seja, $ARL_0 = f(LC, LA) > 100$ então:
 - a. Se $ARL_0_{LA} > 100$ e $ARL_0_{LC} > 100$ então:
 - i. $LC_S = LC$ e $LA_S = LA$
 - b. Se $ARL_0_{LA} > 100$ e $ARL_0_{LC} < 100$ então:
 - i. $LA_S = LA$
 - c. Se $ARL_0_{LA} < 100$ e $ARL_0_{LC} > 100$ então:
 - i. $LC_S = LC$
5. Se $g(LC, LA) < 0$, ou seja, $ARL_0 = f(LC, LA) < 100$ então:
 - a. Se $ARL_0_{LA} < 100$ e $ARL_0_{LC} < 100$ então:
 - i. $LC_i = LC$ e $LA_i = LA$
 - b. Se $ARL_0_{LA} < 100$ e $ARL_0_{LC} > 100$ então:
 - i. $LA_i = LA$
 - c. Se $ARL_0_{LA} > 100$ e $ARL_0_{LC} < 100$ então:

- i. $LC_i = LC$
- 6. Repetir passos 2,3 e 4 até que seja encontrado um conjunto LC e LA tal que $g(LA, LC) = 0$

Um ponto de extrema importância a ser comentado é o fato de existirem infinitas combinações de valores de LC e LA que satisfazem a condição de $ARL_0=100$, o presente trabalho serão gerados 3 cenários para cada combinação regra suplementar-estimador, com o objetivo de descobrir a combinação com a melhor performance, ou seja, menor ARL_1 .

Vale ressaltar que os valores finais de LC e LA dependem diretamente das condições iniciais da simulação, logo os 3 cenários serão gerados alterando-se o valor de LA inicial e serão geradas 5000 amostras para cálculo do valor de ARL_0 , ou seja, $m = 5000$.

A Figura 25 representa, de forma esquemática, o algoritmo para a determinação do limite de controle:

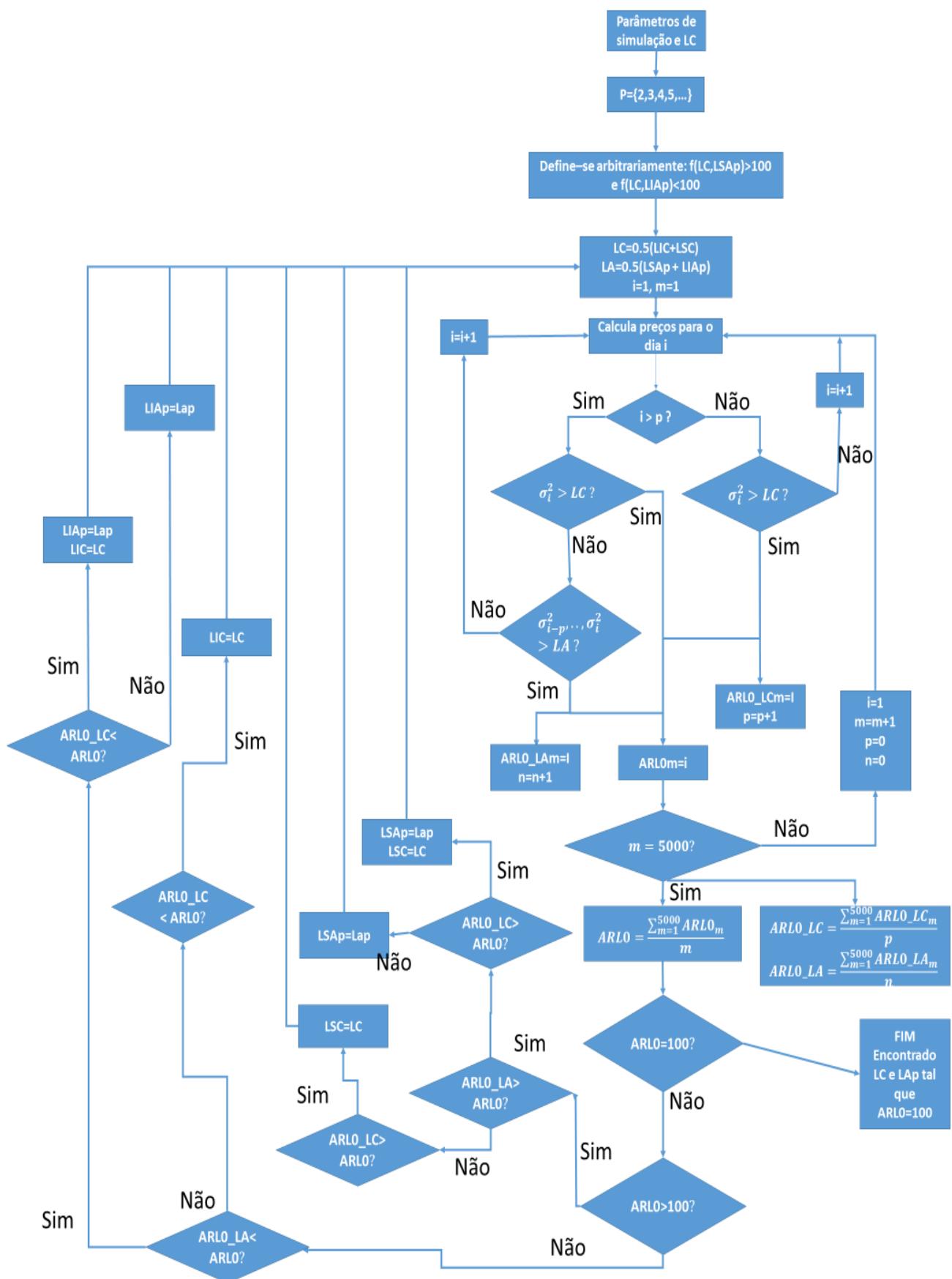


Figura 25: Algoritmo para determinação de ARL0. Fonte: Autor

Tabela 10: Legenda da Figura 25

Sigla	Legenda
LAp	Limite de alerta para p pontos entre LAp e LC
LC	Limite de controle
LIC	Limite de controle inferior
LSC	Limite de controle superior
LIAp	Limite de alerta inferior para p pontos consecutivos
LSAp	Limite de alerta superior para p pontos consecutivos
P	Número de pontos acima do LA e abaixo LC
ARL0	Comprimento médio de sequência
ARL0_LA	Variável auxiliar
ARL0_LC	Variável auxiliar
I	Número de dias
m	Número de amostras
σ_i^2	Volatilidade do dia i

Fonte: autor

Da metodologia apresentada, nota-se que se $LA=LC$ temos o caso analisado por Hassin (2013), uma vez que se introduzirmos essa igualdade entre os valores dos limites de alerta e de controle, os limites de alerta não exercem nenhuma influência sobre os valores de ARL_0 , portanto nota-se que o trabalho desenvolvido por Hassin (2013), cuja metodologia é mostrada pela Figura 26, é um caso particular da metodologia apresentada no presente trabalho.

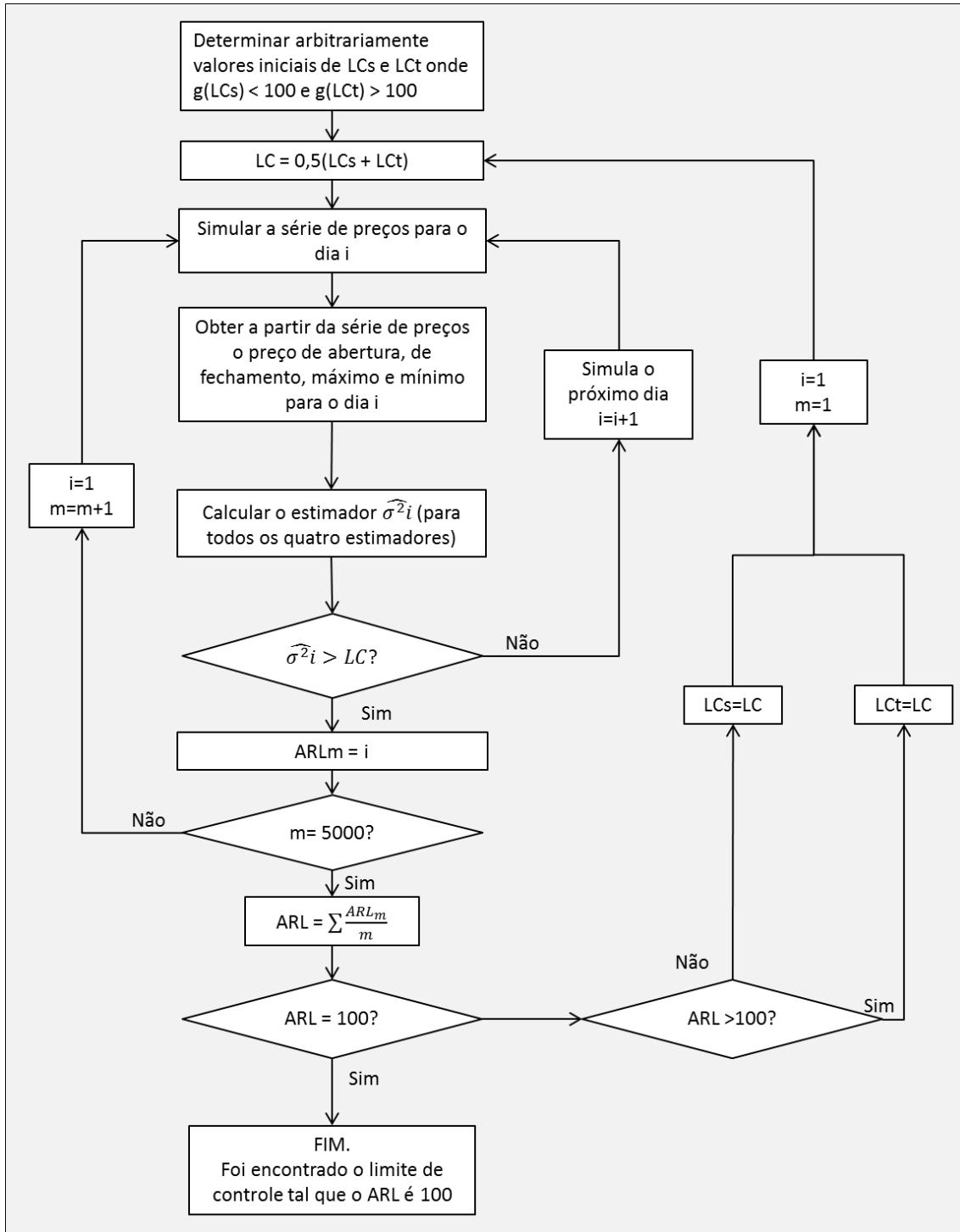


Figura 26: Esquema da metodologia utilizada para se determinar os limites de controle para os gráficos que satisfazem $ARL_0 = 100$. Fonte: Hassin,2013

6.5 Avaliação do desempenho dos gráficos

A etapa final da metodologia consiste em avaliar o desempenho dos gráficos em detectar mudanças no valor da volatilidade do ativo, para isso deslocar-se-á o valor de referência da volatilidade para diferentes valores, ou seja, serão simuladas novas séries de preços com valores de volatilidade diferente e serão calculados o comprimento médio de sequência para o processo fora de controle, ARL₁.

Nas etapas anteriores determinaram-se os diversos limites de controle (LC) e limites de alerta (LAp), agora serão simuladas novas séries de preços com novos valores de volatilidade σ_{FC}^2 , a fim de remover o processo do estado de controle estatístico, implicando que os estimadores terão uma nova média e uma variabilidade tão maior quanto o deslocamento da volatilidade, e em cada dia simulado verificar-se-á se o ponto respeita os limites de controle e alerta.

$$\sigma_{FC}^2 = k \cdot \sigma_0^2$$

As novas volatilidades são deslocamentos de uma magnitude k em relação ao valor de referência. Os valores de k selecionados são os mesmos utilizados por Hassin, 2013, uma vez que é nessa etapa em que será possível averiguar o quão significativa é a melhora na performance de detecção dos deslocamentos, já que para gráficos de controle que compartilhem de um mesmo ARL₀, aquele que apresentar menor valor de ARL₁, ou seja, comprimento médio de sequência para o processo fora de controle, será considerado o mais eficiente. Os valores de k a serem utilizados serão:

$k = \{1,05; 1,10; 1,25; 1,5; 1,75; 2,00\}$

A Figura 27 representa, de forma esquemática, o algoritmo utilizado para o cálculo do ARL₁:

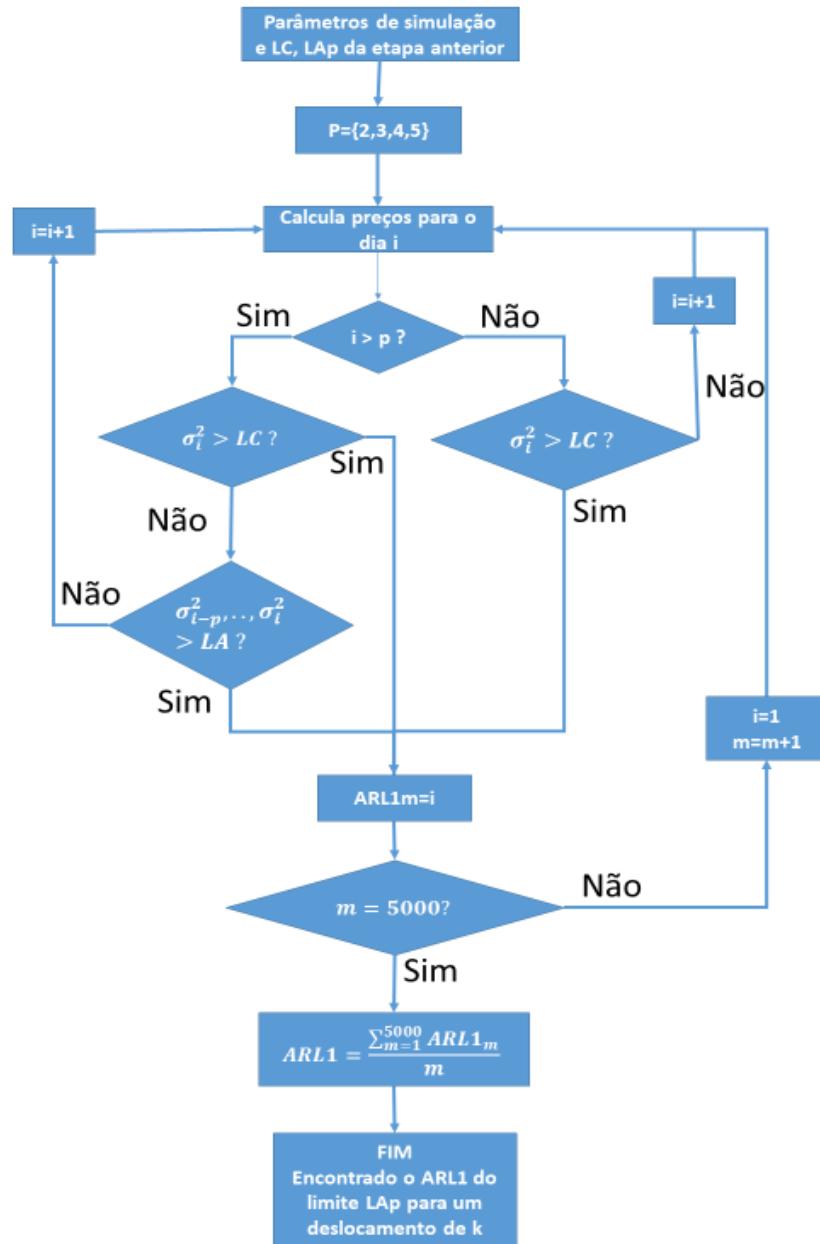


Figura 27: Algoritmo para cálculo de ARL1. Fonte: Autor

7. APLICAÇÃO DA METODOLOGIA E RESULTADOS.

Esse capítulo do trabalho encontra-se dividido em 2 seções: a primeira será a aplicação da metodologia utilizando-se de simulações computacionais. A segunda será a aplicação do modelo de gráficos de controle em um caso real, aplicando-o a um papel real.

A primeira etapa tem como objetivo determinar qual a melhor combinação de regra suplementar e estimador, além disso, avaliar a quão significativa é a melhora da performance dos gráficos ao se utilizar as regras suplementares. Para isso, serão utilizadas simulações computacionais, em que as séries de preços serão simuladas utilizando o software Microsoft Excel e a linguagem de programação VBA, além disso os limites dos diversos gráficos serão calculados utilizando a metodologia proposta no capítulo 5.

A segunda parte do capítulo será dedicada à aplicação da metodologia à um papel real, negociado em bolsa a fim de confrontar os resultados obtidos com séries de preços simuladas contra o comportamento real de um papel.

7.1 Aplicação da metodologia – Simulação computacional

A metodologia descrita no capítulo 5 foi aplicada de acordo com as 3 etapas em que se encontrava dividida: 1. Cálculo do limite de controle e de alerta 2. Cálculo do ARL_1 .

Como ferramenta computacional para as simulações, o autor utilizou-se do software Microsoft Excel e da programação em VBA devido à sua familiaridade com tal programa e linguagem, além da grande difusão de tal ferramenta, permitindo assim que pudessem ser utilizados diversos computadores em paralelo a fim de agilizar no processo de simulações que exigiram muitas semanas para que pudessem ser finalizadas.

7.1.1 Cálculo os limites de controle e de alerta

Para determinar-se os valores dos limites de controle e de alerta tal que o comprimento médio de sequência, ARL_0 seja igual a 100, aplicou-se a metodologia descrita no capítulo 6 e exibida na Figura 28, através de uma simulação computacional programada no Microsoft Excel utilizando-se da linguagem VBA.

Um ponto importante a ser salientado na determinação dos limites de controle (LC) e de alerta (LA) é, que existem infinitas combinações de valores de LC e LA que geram um gráfico de controle tal que $ARL_0 = 100$, portanto o autor do presente trabalho

optou em gerar 3 combinações de valores de LC e LA para cada estimador, com o objetivo que buscar alguma solução que fosse próxima da ótima.

Com essa metodologia projetou-se gráficos para cada um dos 4 estimadores em estudo (Clássico, Parkinson, Garman – Klass, Roger – Satchell), em conjunto com cada uma das 4 regras suplementares (p número de pontos entre LC e LA), e para cada combinação, foram gerados 3 possíveis casos, resultando num total de 48 resultados.

Os resultados obtidos através da aplicação da metodologia via programação em VBA estão exibidos na Tabela 11.

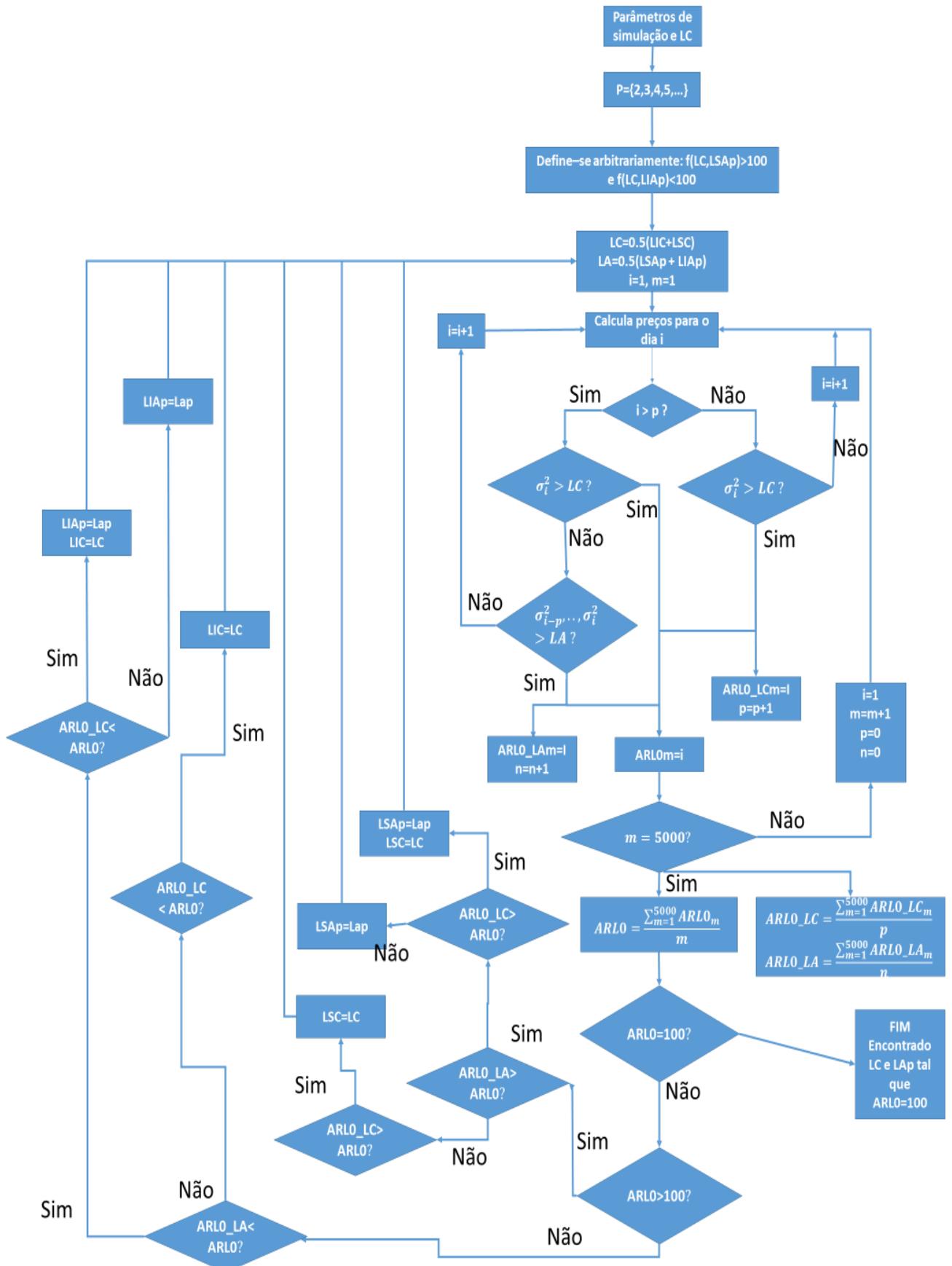


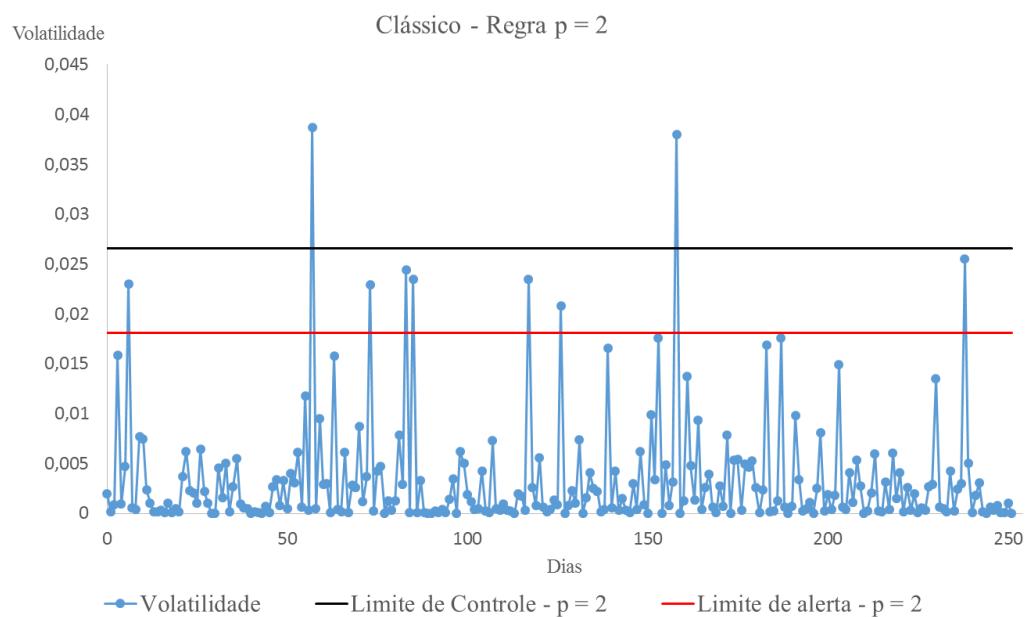
Figura 28 : Algoritmo para determinação de ARL0. Fonte: Autor

Tabela 11: Limites de controle e de alerta para cada estimador e regra suplementar.

Regra suplementar		Clássico		Parkinson		Garman - Klass		Roger - Satchell	
p=2	CASO 1	LC	LA	LC	LA	LC	LA	LC	LA
	CASO 2	0,02657	0,01811	0,01992	0,00699	0,01339	0,00669	0,01415	0,00704
	CASO 3	0,02678	0,01729	0,02988	0,00691	0,01547	0,00657	0,02238	0,00682
p=3	CASO 1	0,02812	0,01383	0,02186	0,00697	0,01151	0,00721	0,01236	0,00764
	CASO 2	0,02804	0,00819	0,01488	0,00549	0,01137	0,00565	0,01216	0,00599
	CASO 3	0,02707	0,01006	0,01998	0,00502	0,01359	0,00510	0,01412	0,00537
p=4	CASO 1	0,02953	0,00703	0,01330	0,00659	0,01101	0,00596	0,01266	0,00571
	CASO 2	0,02933	0,00478	0,01380	0,00492	0,01090	0,00527	0,01153	0,00576
	CASO 3	0,02619	0,01124	0,01805	0,00410	0,01218	0,00449	0,01770	0,00434
p=5	CASO 1	0,02616	0,00816	0,01313	0,00656	0,01162	0,00465	0,01289	0,00470
	CASO 2	0,02648	0,00564	0,01359	0,00431	0,01312	0,00381	0,01147	0,00569
	CASO 3	0,02859	0,00340	0,02186	0,00348	0,01310	0,00381	0,01195	0,00448

Fonte: Autor

As Figuras 29 - 44 ilustram os gráficos de controle com os seus respectivos limites de controle e de alerta para o caso 1 de cada um dos estimadores.

**Figura 29: Gráfico de controle estimador clássico e regra suplementar p=2**

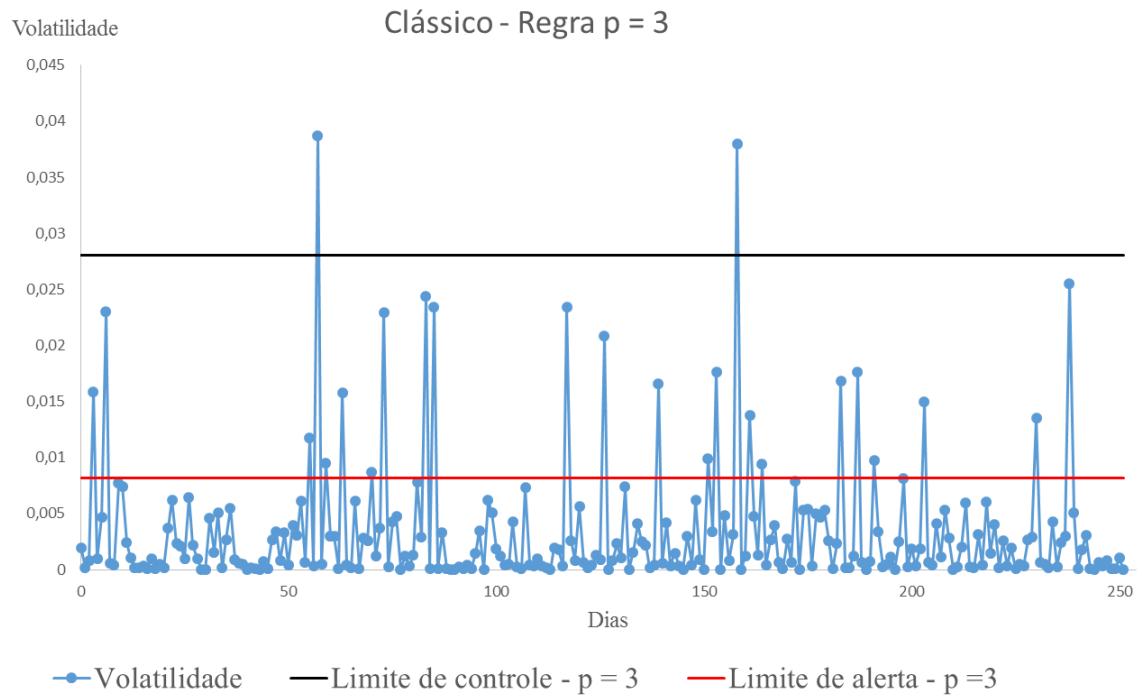


Figura 30: Gráfico de controle estimador clássico e regra suplementar $p=3$

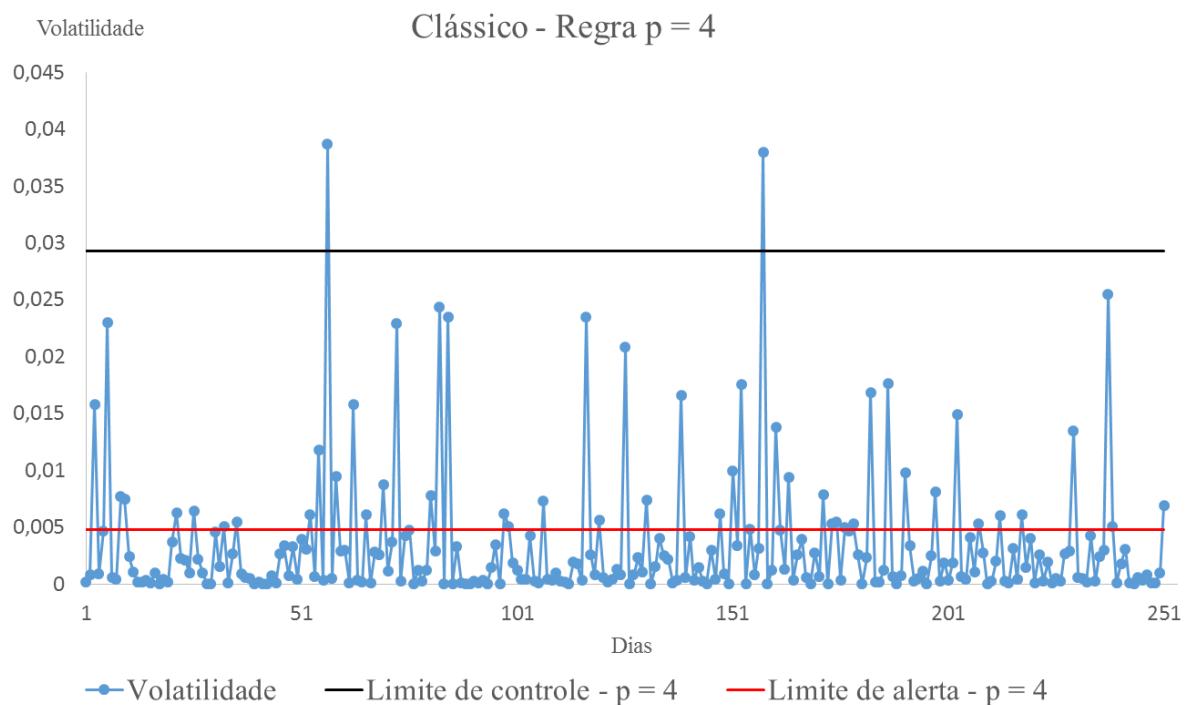


Figura 31: Gráfico de controle estimador clássico e regra suplementar $p=4$

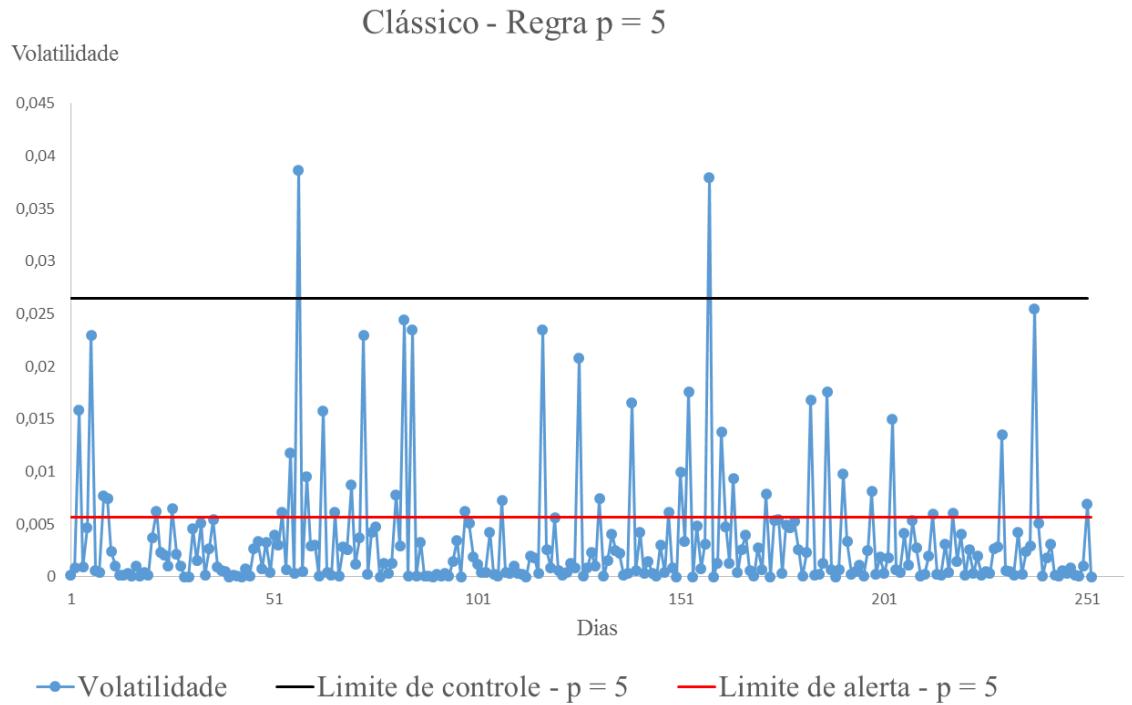


Figura 32: Gráfico de controle estimador clássico e regra suplementar $p=5$

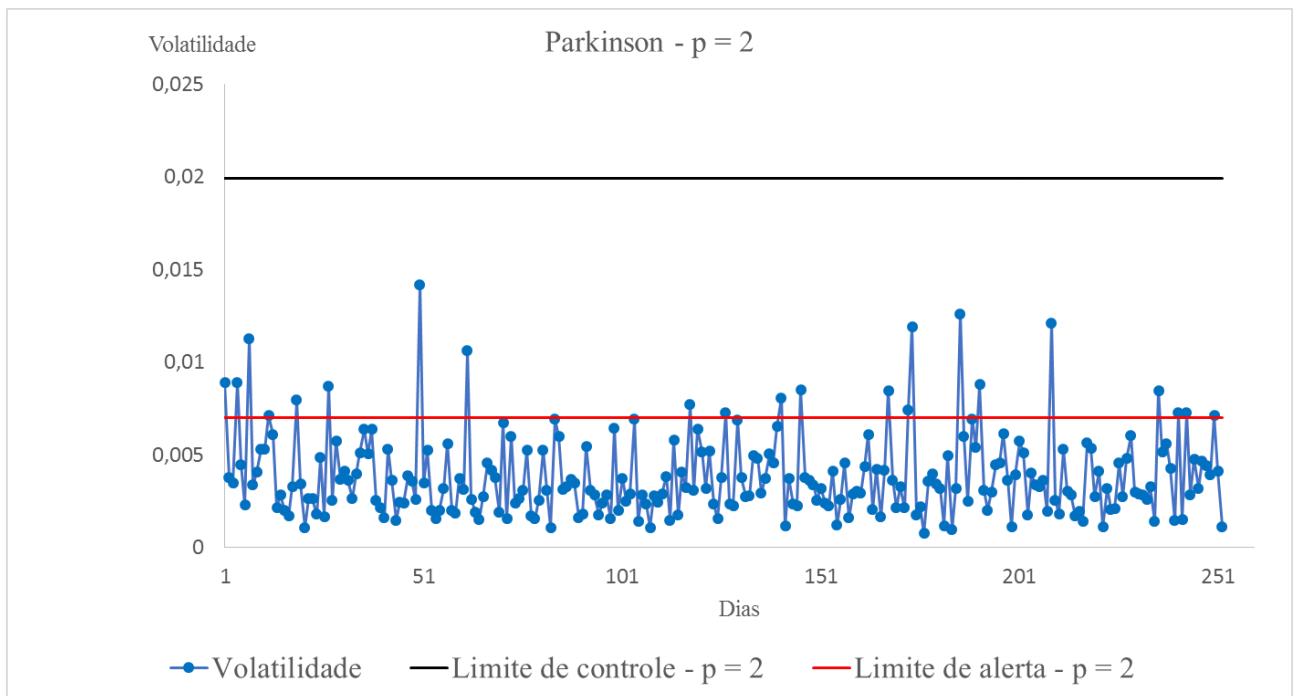


Figura 33: Gráfico de controle estimador Parkinson e regra suplementar $p=2$

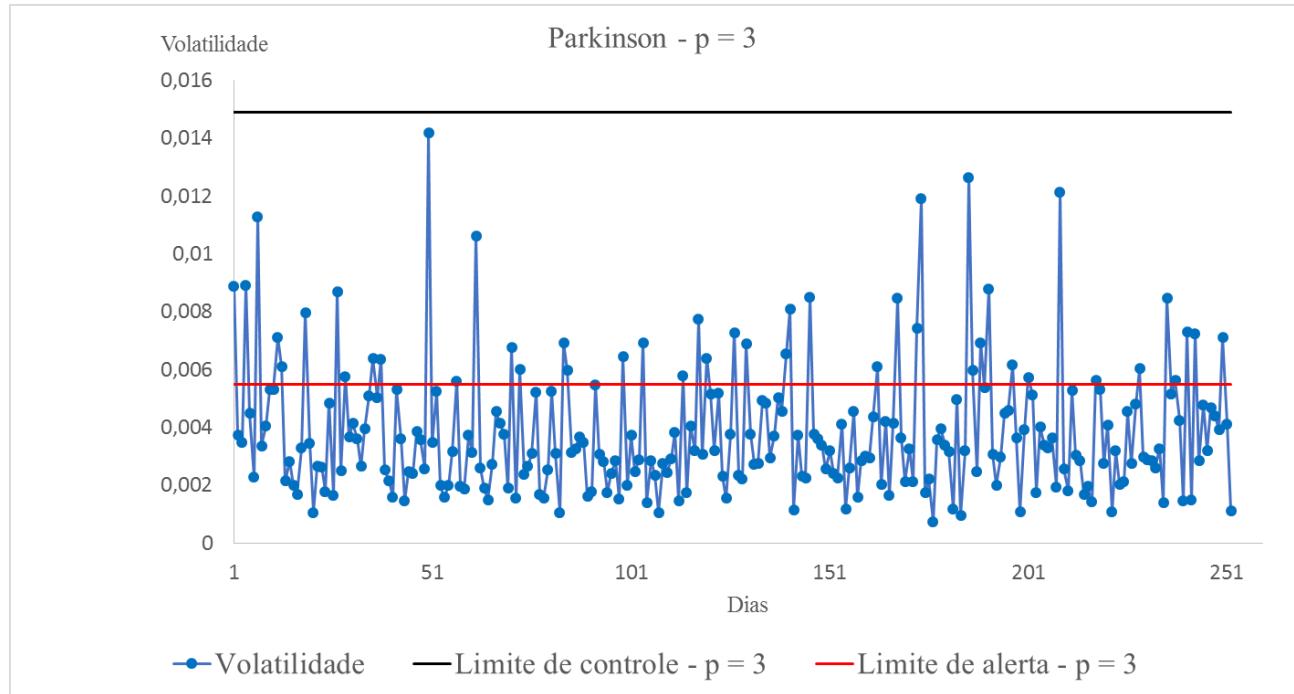


Figura 34: Gráfico de controle estimador Parkinson e regra suplementar p=3

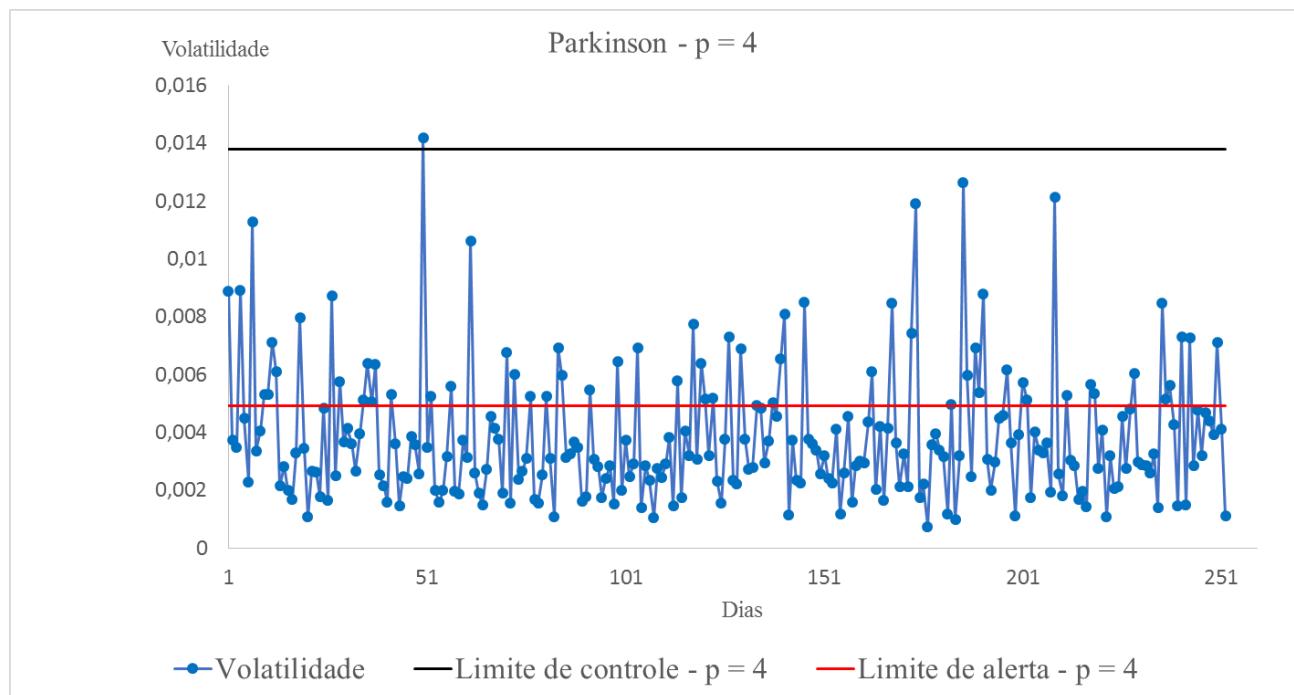


Figura 35: Gráfico de controle estimador Parkinson e regra suplementar p=4

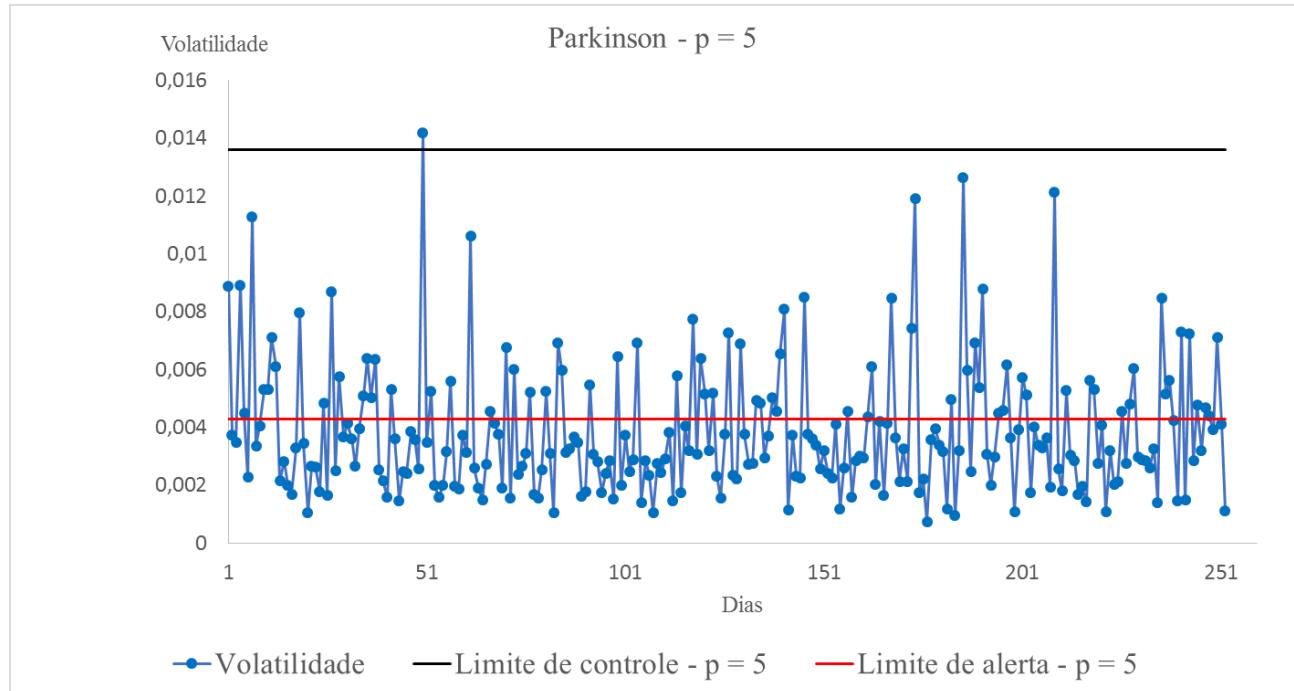


Figura 36: Gráfico de controle estimador Parkinson e regra suplementar $p=5$

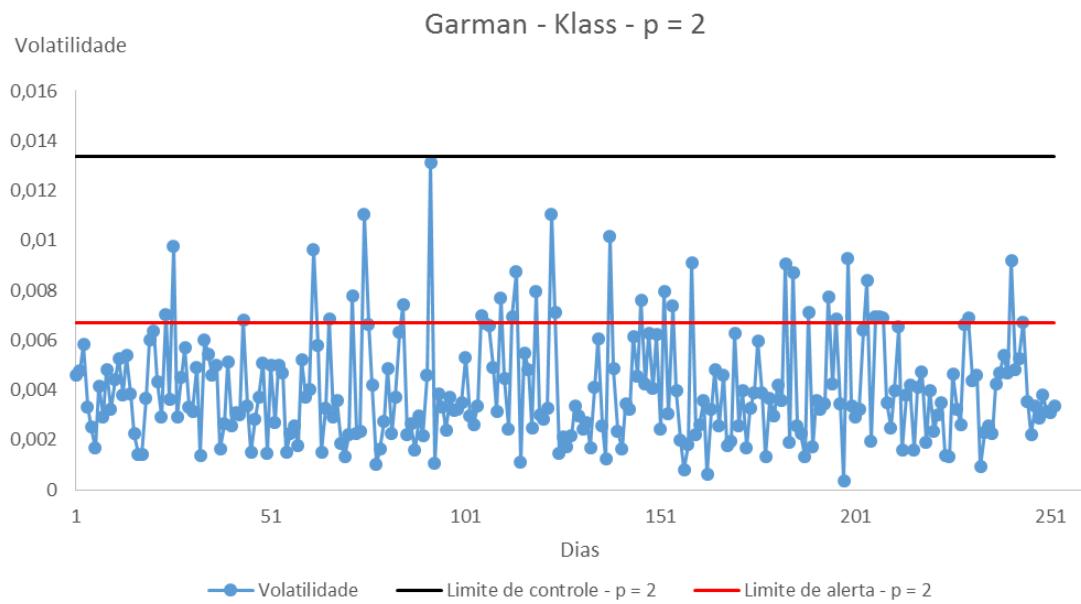


Figura 37: Gráfico de controle estimador Garman - Klass e regra suplementar $p=2$

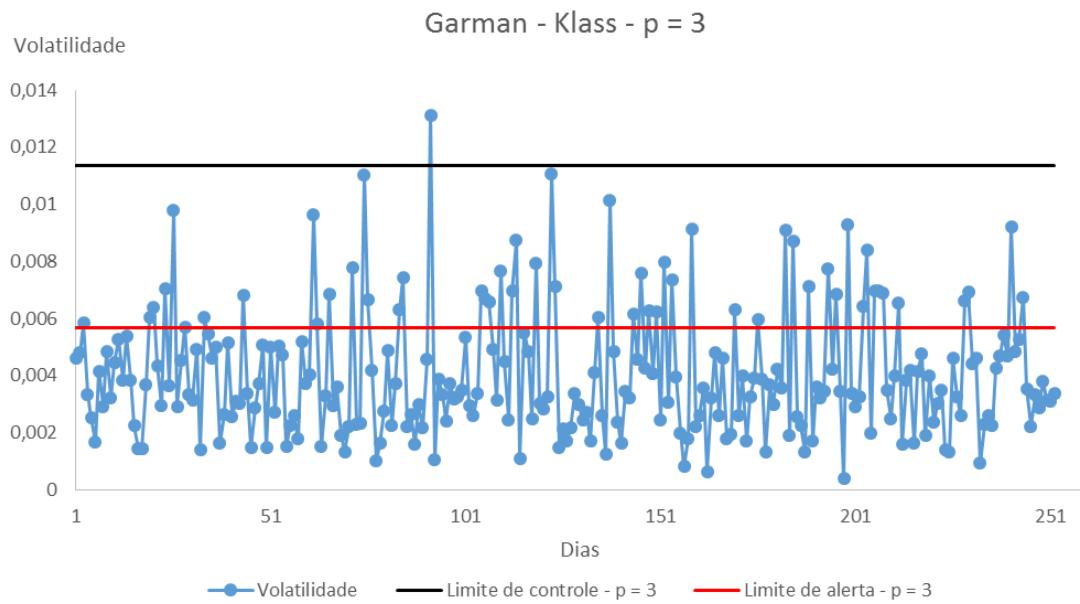


Figura 38: Gráfico de controle estimador Garman - Klass e regra suplementar p=3

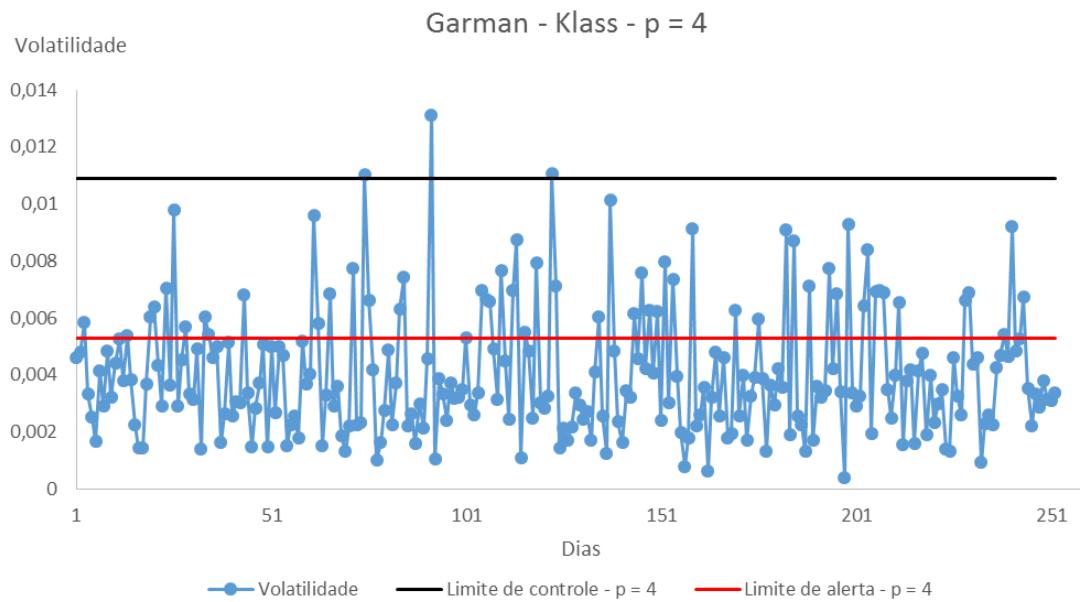


Figura 39: Gráfico de controle estimador Garman - Klass e regra suplementar p=4

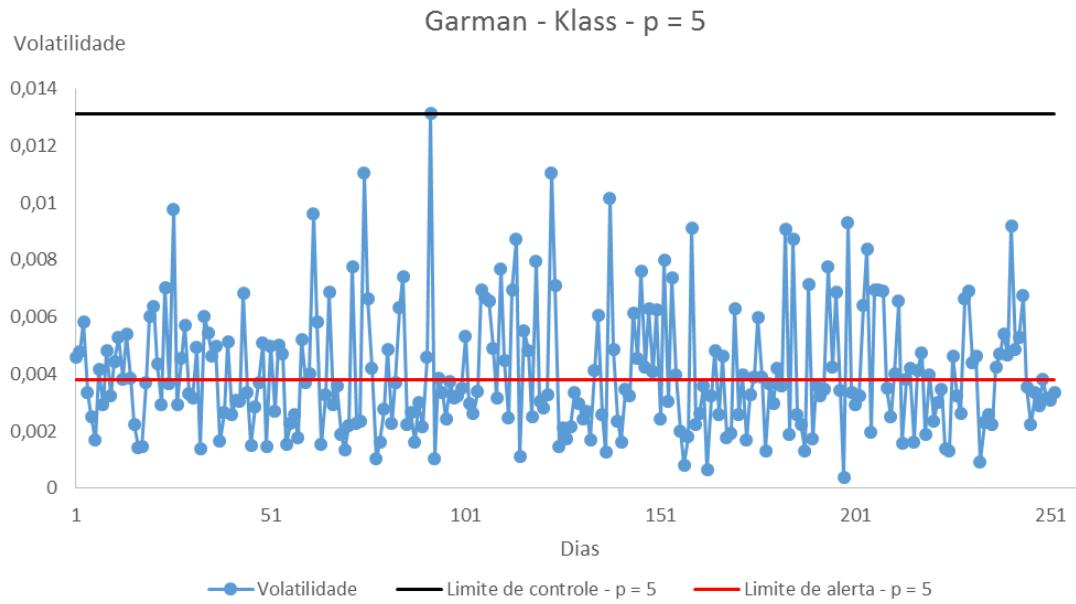


Figura 40: Gráfico de controle estimador Garman - Klass e regra suplementar p=5

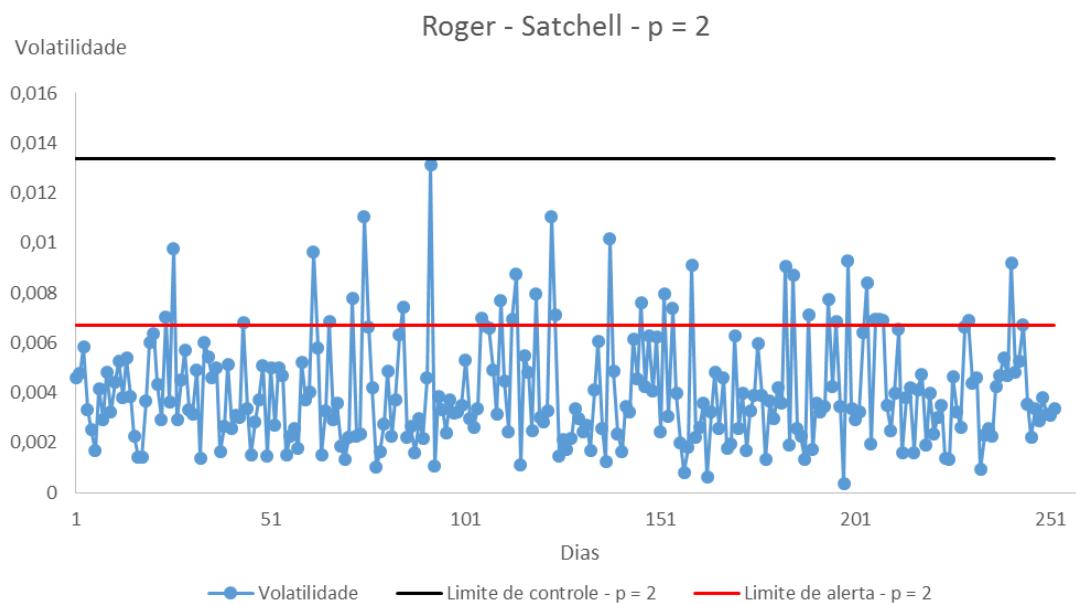


Figura 41: Gráfico de controle estimador Roger - Satchell e regra suplementar p=2

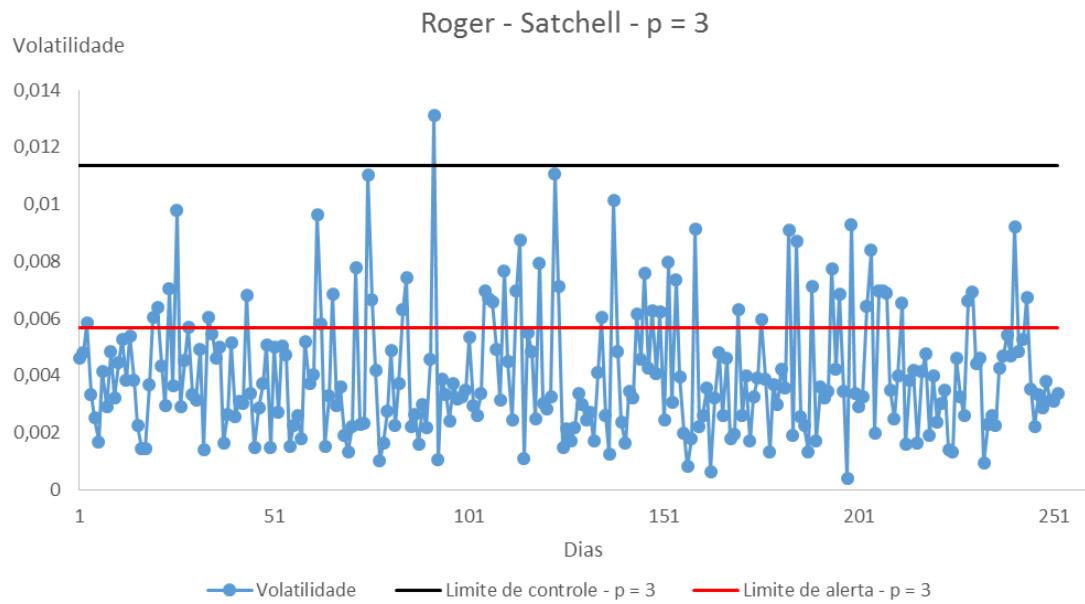


Figura 42 Gráfico de controle estimador Roger - Satchell e regra suplementar $p=3$

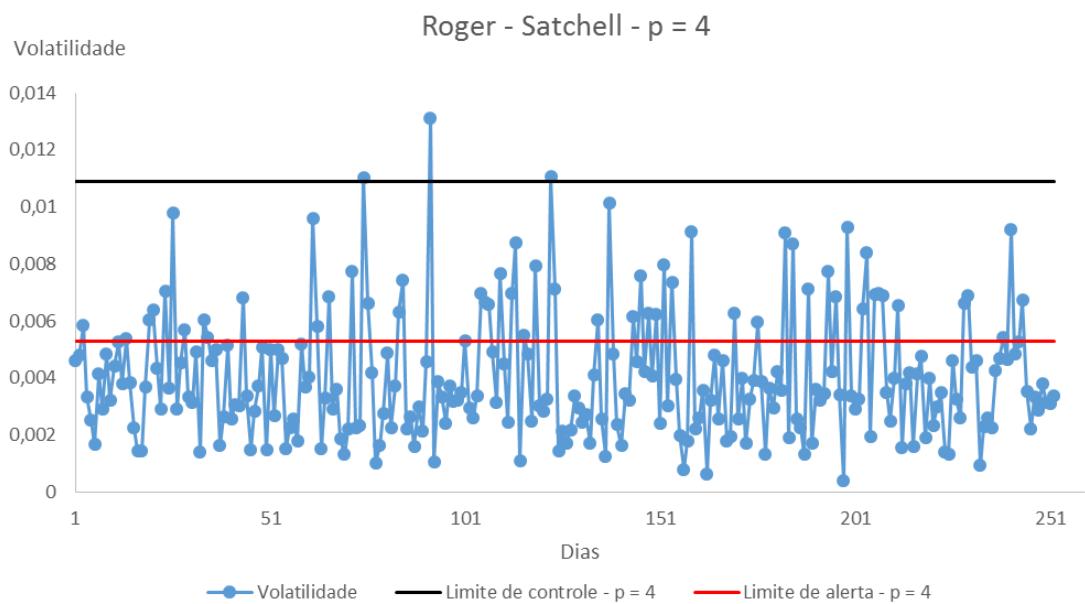


Figura 43: Gráfico de controle estimador Roger - Satchell e regra suplementar $p=4$

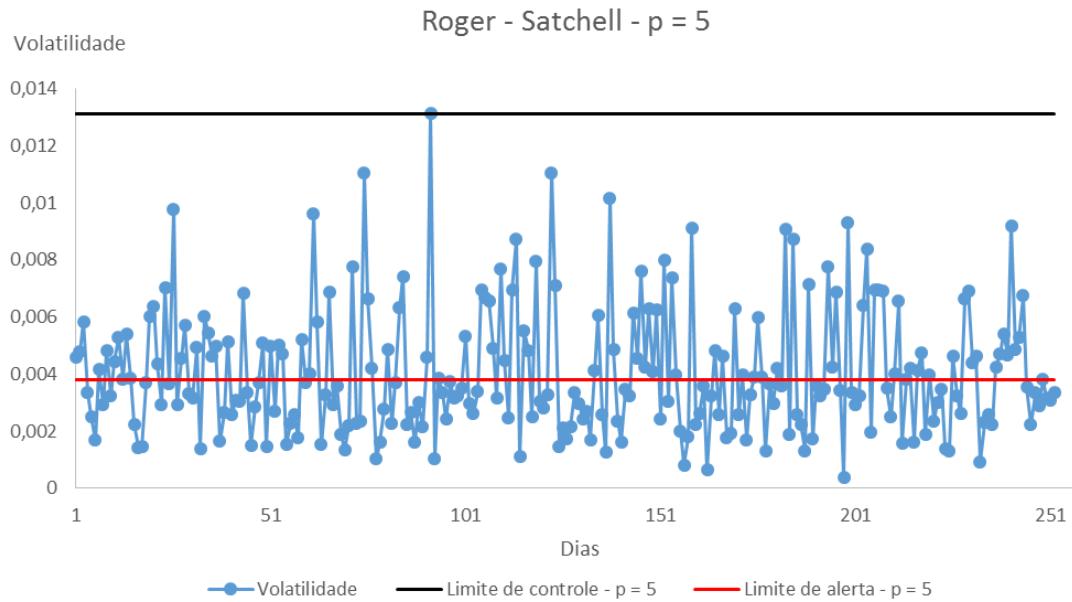


Figura 44: Gráfico de controle estimador Roger - Satchell e regra suplementar $p=5$

Dos resultados apresentados nas Figuras 29 – 44 e na Tabela 11 pode-se salientar alguns pontos relevantes:

- Quanto maior a variabilidade do estimador, mais dispersos os valores das estatísticas, o que justifica o fato de que o Limite de controle do estimador clássico ser o de maior valor, enquanto o de Garman – Klass possui o de menor valor de LC uma vez que, conforme apresentado no histograma presente na Figura 22, é o estimador de menor variabilidade.
- Nota-se também que para estimadores de maior variabilidade, maior a amplitude entre o limite de controle e o de alerta, devido à dispersão das estatísticas já que quanto maiores, maior será a área necessário para detectar p pontos consecutivos na região compreendida entre LC e LA.
- Outro ponto é que para estimador de menor variabilidade, a diferença entre os valores de limites de controle para as diferentes regras suplementares é menor do que para os de maior variabilidade, uma vez que conforme menor a variabilidade de um estimador, menor é necessário o ajuste para se detectar um novo número p de pontos consecutivos devido à menor dispersão dos dados.

7.1.2 Avaliação do desempenho dos gráficos de controle – Cálculo do ARL₁

Após ter-se determinado todos limites de controle e de alerta para os 4 estimadores em estudo, pode-se então testar a performance de cada um deles em detectar mudanças na volatilidade da série de preços simulada. A fim de atingir tal objetivo, novas séries de preços serão simuladas, utilizando-se do mesmo algoritmo utilizado para a simulação dos preços das etapas anteriores, porém a volatilidade será deslocada de diversos valores k , para que então possa-se avaliar o quanto rápido os gráficos detectam mudanças na volatilidade de variadas magnitudes.

$$\sigma_{FC}^2 = k \cdot \sigma_0^2$$

Em que $k = \{1,05; 1,10; 1,25; 1,5; 1,75; 2,00\}$

Para realizar a tarefa de determinar o ARL₁ utilizou-se, novamente, do software Microsoft Excel e a programação em VBA para simular as séries de preços e calcular o comprimento médio de sequência. O algoritmo utilizado para o processo, em forma esquemática, pode ser observado na Figura 45:

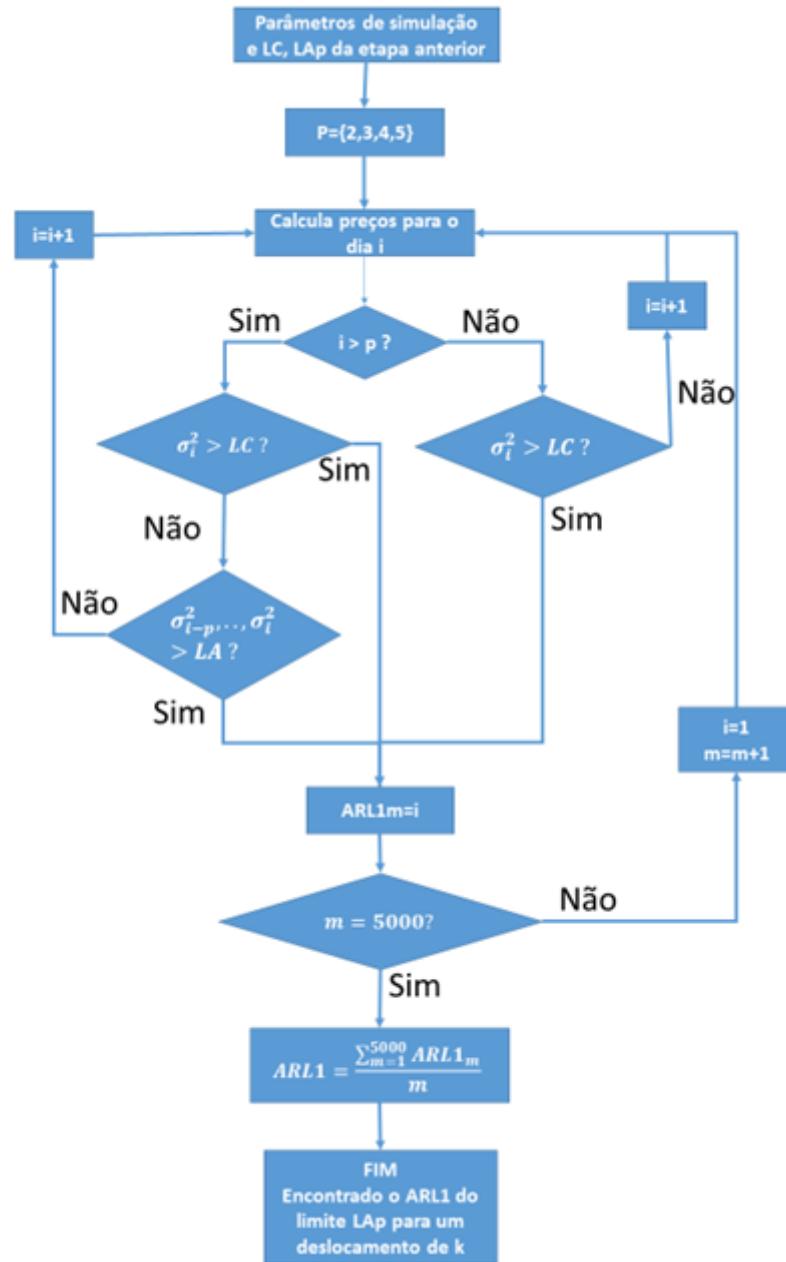


Figura 45: Algoritmo para cálculo de ARL1. Fonte: Autor

Tal processo foi replicado para todos os valores de k (6 valores), para cada uma das combinações entre estimadores e regras suplementares (4 estimadores e 4 regras suplementares) e para um dos 3 casos apresentados nas Tabelas 12-13, resultando num total de 288 valores de ARL_1 .

Tabela 12: Valores de ARL1 para diversos valores de deslocamento k.

k	Regra suplementar	Clássico	Parkinson	Garman - Klass	Roger - Satchell
1,05	p=2	CASO 1	65,41	58,58	51,09
		CASO 2	66,39	58,30	51,01
		CASO 3	65,80	58,85	51,01
	p=3	CASO 1	67,26	59,32	50,29
		CASO 2	66,29	60,06	50,85
		CASO 3	66,29	59,13	50,61
	p=4	CASO 1	67,85	60,15	52,20
		CASO 2	65,51	56,35	51,25
		CASO 3	66,09	61,63	51,01
1,1	p=5	CASO 1	65,12	59,22	48,71
		CASO 2	67,65	59,32	48,87
		CASO 3	65,41	59,50	51,01
	p=2	CASO 1	51,44	35,54	29,24
		CASO 2	51,84	35,67	30,32
		CASO 3	52,09	35,61	30,20
	p=3	CASO 1	49,90	35,28	30,88
		CASO 2	50,95	34,24	28,84
		CASO 3	48,27	38,08	30,94
1,25	p=4	CASO 1	52,01	38,47	32,19
		CASO 2	50,79	33,98	28,95
		CASO 3	50,46	40,75	30,15
	p=5	CASO 1	51,03	37,76	28,38
		CASO 2	41,54	44,27	28,33
		CASO 3	50,55	33,14	30,88
	p=2	CASO 1	24,88	13,41	9,27
		CASO 2	25,21	13,87	9,45
		CASO 3	24,38	13,70	9,41
1,50	p=3	CASO 1	21,96	18,10	13,54
		CASO 2	25,43	12,69	9,16
		CASO 3	24,27	14,25	9,52
	p=4	CASO 1	20,69	13,60	8,98
		CASO 2	24,88	11,72	9,09
		CASO 3	24,71	15,48	8,87
	p=5	CASO 1	25,10	12,37	9,23
		CASO 2	25,21	12,48	9,01
		CASO 3	24,82	12,27	9,45

Fonte: Autor

**Tabela 13: Valores de ARL1 para diversos valores de deslocamento k
(Continuação).**

k	Regra suplementar	Clássico	Parkinson	Garman - Klass	Roger - Satchell
1,5	p=2	11,39	4,49	3,14	3,42
		11,32	4,66	3,28	3,89
		10,50	4,60	3,11	3,39
	p=3	11,01	4,24	3,05	3,42
		11,35	4,24	3,16	3,56
		10,93	4,72	3,16	3,42
	p=4	11,43	4,49	3,33	3,61
		11,62	4,07	3,14	4,14
		11,08	5,40	3,11	3,48
	p=5	11,39	3,31	3,31	3,84
		11,43	3,28	3,28	3,50
		11,51	3,11	3,11	3,78
1,75	p=2	6,76	2,34	1,71	1,93
		6,72	2,46	1,82	2,16
		6,55	2,41	1,71	1,91
	p=3	6,69	2,21	1,69	1,86
		6,83	2,24	1,74	1,98
		6,62	2,49	1,69	1,88
	p=4	7,04	2,29	1,74	1,98
		6,90	2,21	1,74	2,37
		6,79	2,79	1,69	2,01
	p=5	6,79	2,31	1,87	2,11
		6,97	2,41	1,87	1,98
		6,83	2,34	1,71	2,21
2	p=2	4,84	1,60	1,23	1,38
		4,84	1,72	1,31	1,61
		4,57	1,64	1,17	1,38
	p=3	4,71	1,55	1,20	1,36
		4,87	1,60	1,29	1,44
		4,81	1,62	1,20	1,38
	p=4	5,15	1,57	1,23	1,41
		4,98	1,60	1,31	1,83
		4,81	1,84	1,26	1,47
	p=5	4,94	1,60	1,48	1,47
		5,08	1,79	1,48	1,44
		4,98	1,74	1,29	1,80

Fonte: Autor

Conforme discutido no capítulo 6, existem infinitas combinações de limite de controle e de alerta que podem ser geradas tal que $ARL_0 = 100$, e portanto existem infinitos resultados possíveis dentro de um dado intervalo para cada deslocamento do valor da volatilidade. Além disso, como a diferença entre os 3 casos não é grande em nenhum momento, conforme mostra a Tabela 12, para efeitos de comparação a Tabela 13 exibe os valores de ARL_1 médios para cada deslocamento e regra suplementar.

Tabela 14: Valores médios de ARL1 para diversos deslocamentos k.

		Média ARL1				
k	Regra suplementar	Clássico	Parkinson	Garman - Klass	Roger - Satchell	
1,05	Sem regra suplementar	69,01	64,60	55,37	57,02	
	p=2	65,87	58,58	51,03	53,88	
	p=3	66,61	59,50	50,58	54,58	
	p=4	66,48	59,38	51,48	55,11	
	p=5	66,06	59,35	49,53	54,97	
1,1	Sem regra suplementar	52,90	41,47	33,61	35,02	
	p=2	51,79	35,61	29,92	34,37	
	p=3	49,71	35,87	30,22	34,29	
	p=4	51,09	37,74	30,43	34,49	
	p=5	47,71	38,39	29,20	33,06	
1,25	Sem regra suplementar	25,26	16,07	10,63	11,51	
	p=2	24,82	13,66	9,37	10,25	
	p=3	23,89	15,02	10,74	11,72	
	p=4	23,43	13,60	8,98	10,40	
	p=5	25,04	12,37	9,23	10,06	
1,5	Sem regra suplementar	11,78	5,74	3,56	3,89	
	p=2	11,07	4,59	3,17	3,57	
	p=3	11,10	4,40	3,13	3,47	
	p=4	11,38	4,65	3,19	3,74	
	p=5	11,44	3,23	3,23	3,71	
1,75	Sem regra suplementar	6,97	2,99	1,97	2,21	
	p=2	6,68	2,41	1,75	2,00	
	p=3	6,71	2,31	1,71	1,91	
	p=4	6,91	2,43	1,72	2,12	
	p=5	6,86	2,36	1,82	2,10	
2	Sem regra suplementar	5,04	1,98	1,43	1,58	
	p=2	4,75	1,65	1,24	1,46	
	p=3	4,80	1,59	1,23	1,39	
	p=4	4,98	1,67	1,27	1,57	
	p=5	5,00	1,71	1,42	1,57	

Fonte: Autor

As Figuras 46-49 exibem as curvas dos valores médios de ARL₁ dos 3 casos para cada deslocamento k e para cada uma das regras suplementares, conforme Tabela 14.

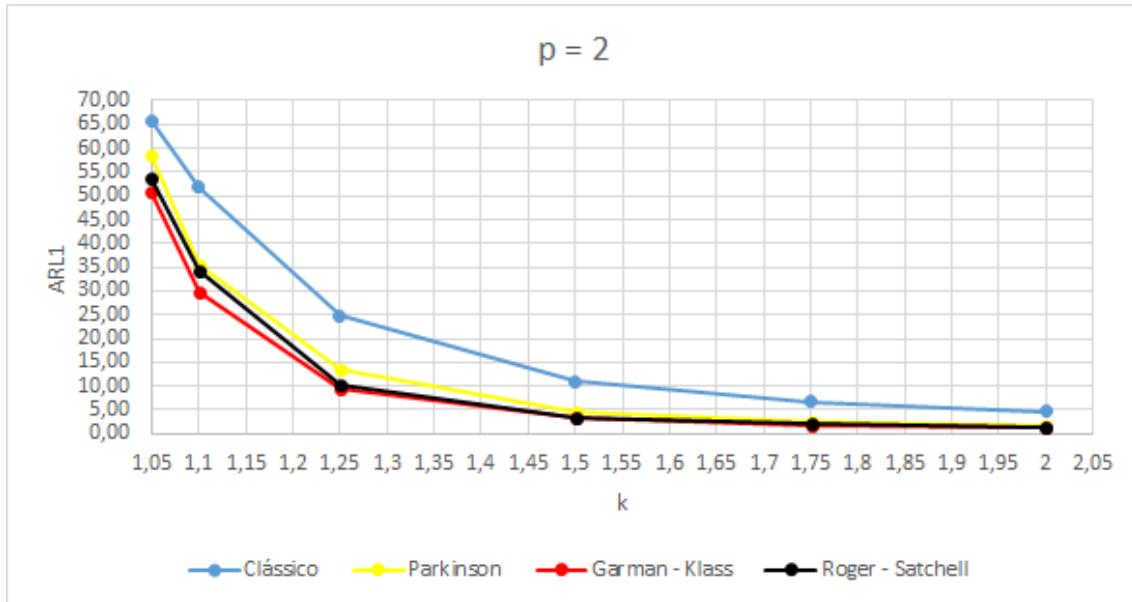


Figura 46: Curva ARL1 x deslocamento k – regra suplementar p=2

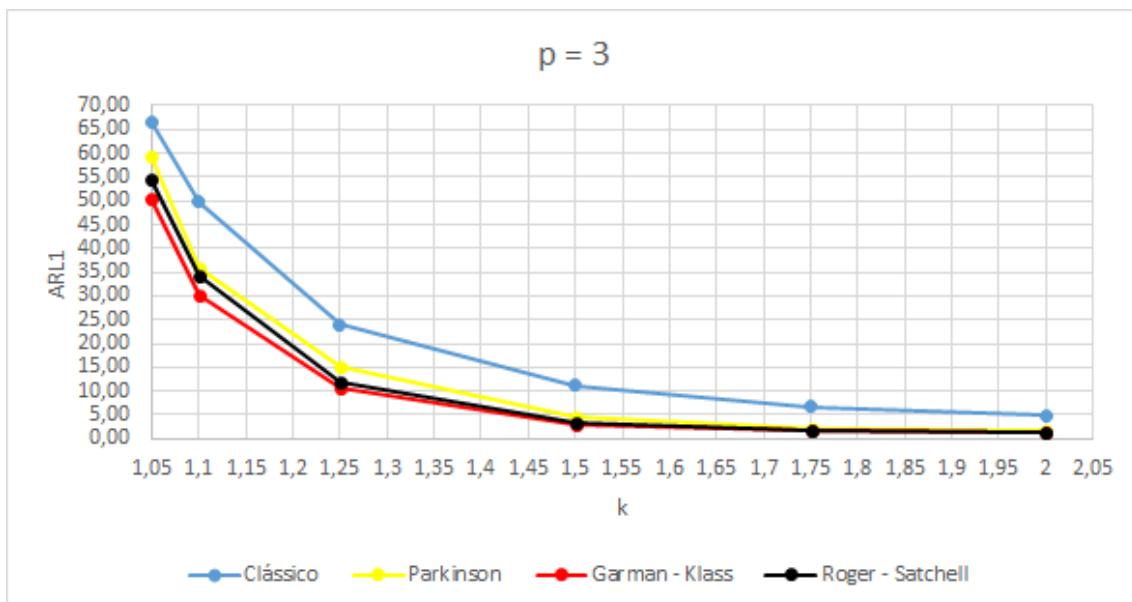


Figura 47: Curva ARL1 x deslocamento k – regra suplementar p=3

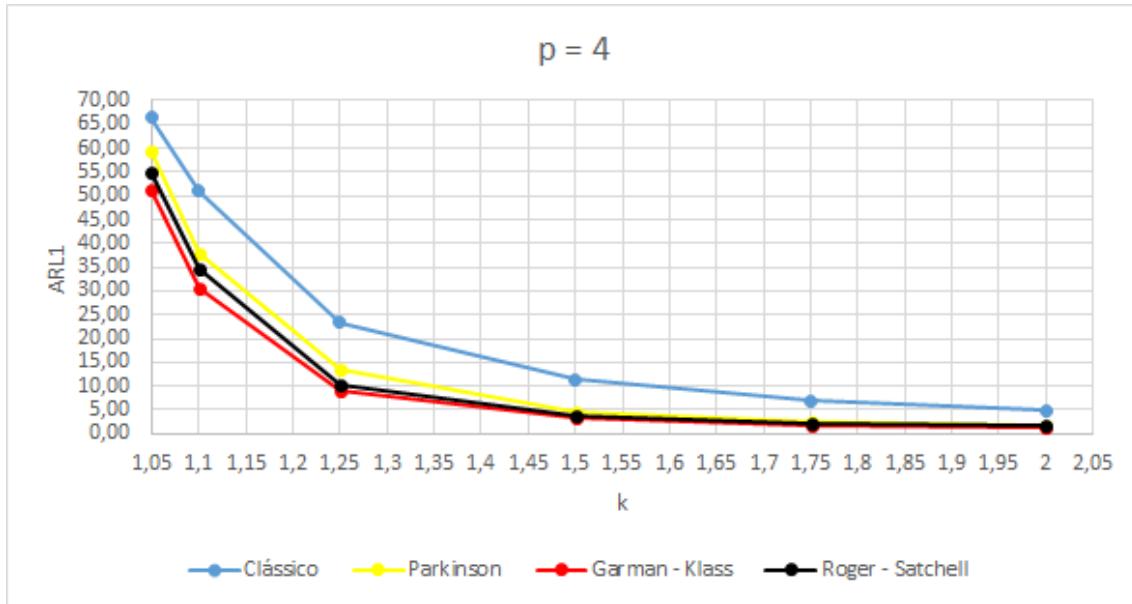


Figura 48: Curva ARL1 x deslocamento k – regra suplementar p=2

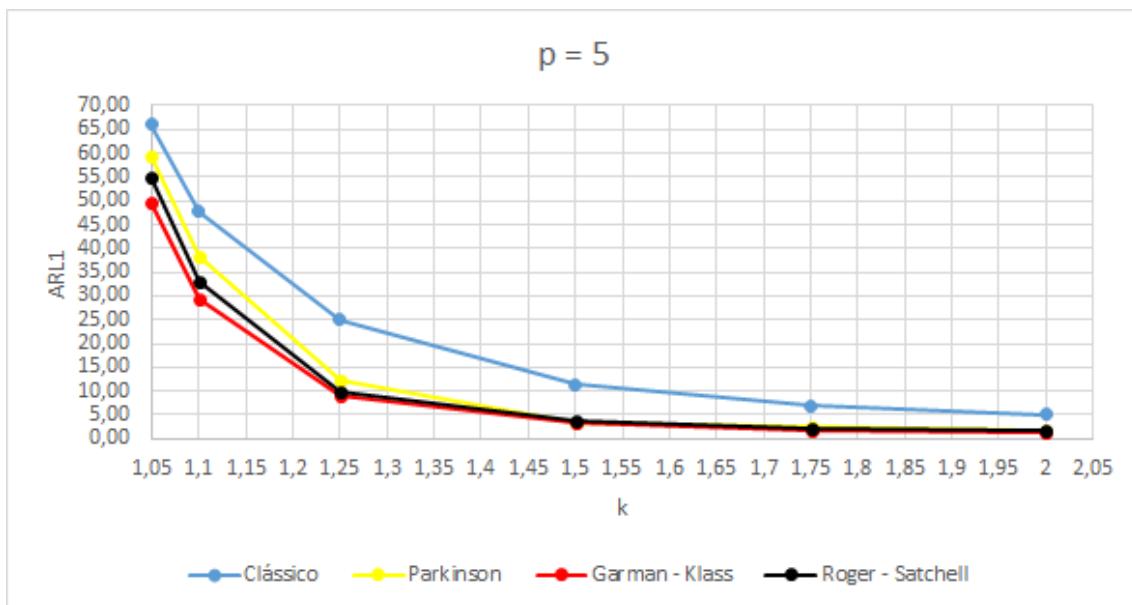


Figura 49: Curva ARL1 x deslocamento k – regra suplementar p=2

Dos resultados obtidos que foram apresentados nas Tabelas 12-14 e nas Figuras 46 - 49, pode-se chegar às seguintes conclusões:

- Não é possível apontar uma regra suplementar que ofereça resultados superiores às demais em todos os casos. Isso pode ser observado ao se observar que para deslocamentos pequenos, ou seja $k = \{1,05; 1,1; 1,25\}$, as regras $p = 4$ e/ou $p = 5$ apresentam melhor performance. Contudo, conforme o deslocamento aumenta de

magnitude, ou seja $k = \{1,5; 1,175; 2\}$ as regras $p = 2$ e/ou $p = 3$ exibem melhores resultados.

- A diferença entre os 3 casos simulados para cada regra suplementar e estimador, não apresentam grandes discrepâncias entre si, já que a diferença entre os resultados obtidos quase nunca é maior que 10%. Além disso, não existe uma combinação de limite de controle e limite de alerta que forneça os melhores resultados de maneira consistente.
- Entre os 4 estimadores estudados (Clássico, Parkinson, Garman-Klass, Roger – Satchell) o estimador de Garman – Klass exibe o melhor resultado em todas as simulações para as situações fora de controle, assim como para todas as regras suplementares, em relação aos outros estimadores. Outro ponto a ser ressaltado é que pode-se notar que quanto menor a variabilidade do estimador, melhor sua performance em detectar mudanças no valor da volatilidade, uma vez que são mais sensíveis às mudanças no valor da volatilidade.
- A diferença de performance entre os estimadores estudados (Clássico, Parkinson, Garman-Klass, Roger – Satchell) diminui conforme aumenta-se o deslocamento k , com exceção do estimador clássico, a diferença de performance reduz-se, havendo quase uma equivalência entre os estimadores.

Com base nos resultados apresentados nas Tabelas 12-14 e Figuras 46-49, pode-se propor uma conclusão preliminar, que será validada através da aplicação do modelo à um caso real:

- Para papéis em que a volatilidade é historicamente instável, pode-se recomendar a utilização das regras suplementares $p = 2$ e/ou $p = 3$, uma vez que para os deslocamentos de grande magnitude essas foram as regras de melhor performance. Já para papéis que possuem volatilidade mais estáveis, as regras $p = 4$ e $p = 5$ podem ser mais vantajosas. Contudo, a partir dos resultados apresentados nesse capítulo, visando a praticidade recomenda-se as regras suplementares $p = 2$ e $p = 3$, uma vez que os resultados obtidos para deslocamentos de pequena magnitude são muito similares às outras duas regras, porém quando se discute deslocamentos grande de volatilidade, as regras $p = 2$ e $p = 3$ são sensivelmente superiores.
- O estimador de Garman – Klass é o que apresenta o melhor resultado entre os 4 estimadores estudados (Clássico, Parkinson, Garman-Klass, Roger – Satchell),

logo recomenda-se utilizá-lo sempre que possível no modelo apresentado no trabalho, porém, a experiência e percepção de mercado do operador que desejar utilizar o modelo apresentado não devem ser descartadas e devem ser levadas em conta.

7.1.3 Performance de gráficos com regras suplementares versus sem regras suplementares em simulações computacionais

Hassin (2013) fez simulações computacionais para a determinação dos limites de controle de séries de preços simuladas para os 4 estimadores em estudo no presente estudados (Clássico, Parkinson, Garman-Klass, Roger – Satchell) sem utilizar regras suplementares, conforme mostra a Tabela 15. Além disso, determinou os valores de ARL₁ para diversos deslocamentos k do valor da volatilidade, que podem vistos na Tabela 16. Conforme apresentado no capítulo 6, os parâmetros utilizados por Hassin (2013) em seu trabalho e os parâmetros usados são os mesmos, logo pode-se comparar os resultados obtidos de forma apropriada.

Tabela 15: Limites de Controle tal que ARL₀ = 100 sem o uso de regras suplementares.

Gráfico	Limite de Controle
Clássico	0,026244
Parkinson	0,013072
Garman-Klass	0,010649
Roger-Satchell	0,011415

Fonte: HASSIN, 2013

Tabela 16: Valores de ARL1 para diversos valores k, sem utilizar regras suplementares

k	Clássico	Parkinson	Garman-Klass	Roger-Satchell
1,05	69,0132	64,5994	55,3702	57,0230
1,10	52,8988	41,4678	33,6148	35,0158
1,25	25,2648	16,0736	10,6310	11,5060
1,50	11,7790	5,7350	3,5570	3,8924
1,75	6,9678	2,9864	1,9736	2,2140
2,00	5,0438	1,9818	1,4252	1,5776

Fonte: HASSIN, 2013

Dos resultados obtidos por Hassin (2013) notam-se dois principais pontos:

- O estimador de melhor performance foi o de Garman – Klass, seguido pelo estimador de Roger – Satchell, Parkinson e Clássico, nessa ordem. Nota-se que quanto menor a variabilidade do estimador mais sensível ele é para se detectar deslocamentos de valor k no valor da volatilidade.
- Conforme aumenta-se o valor do deslocamento k, a performance entre os estimadores complexos (Parkinson, Garman – Klass, Roger-Satchell) é próxima, por outro lado, a performance do estimador clássico deixa muito a desejar em relação aos outros

Nota-se que o comportamento do desempenho dos estimadores de acordo com os deslocamentos k é o mesmo ao se utilizar regras suplementares ou não, logo conclui-se que as regras suplementares não alteram a performance relativa entre os estimadores estudados, ou seja, o melhor estimador para detectar mudanças na volatilidade (Garman – Klass) é o mesmo utilizando-se regras suplementares ou não.

Comparando-se todos os resultados obtidos no presente trabalho, presentes nas Tabelas 12-14 e Figuras 46-49, com os resultados obtidos por Hassin (2013), pode-se calcular a variação relativa entre os dois trabalhos, tomando como base de comparação os resultados de Hassin (2013). As Tabelas 17-18 exibe a variação relativa em porcentual, para todos os casos apresentados, já a Tabela 19 exibe a média da performance relativa.

Tabela 17: Variação relativa dos valores de ARL1.

k	Regra suplementar	Clássico	Parkinson	Garman - Klass	Roger - Satchell
1,05	p=2	CASO 1	-5,2%	-9,3%	-7,7%
		CASO 2	-3,8%	-9,8%	-7,9%
		CASO 3	-4,7%	-8,9%	-7,9%
	p=3	CASO 1	-2,5%	-8,2%	-9,2%
		CASO 2	-3,9%	-7,0%	-8,2%
		CASO 3	-3,9%	-8,5%	-8,6%
	p=4	CASO 1	-1,7%	-6,9%	-5,7%
		CASO 2	-5,1%	-12,8%	-7,4%
		CASO 3	-4,2%	-4,6%	-7,9%
1,1	p=5	CASO 1	-5,6%	-8,3%	-12,0%
		CASO 2	-2,0%	-8,2%	-11,7%
		CASO 3	-5,2%	-7,9%	-7,9%
	p=2	CASO 1	-2,8%	-14,3%	-13,0%
		CASO 2	-2,0%	-14,0%	-9,8%
		CASO 3	-1,5%	-14,1%	-10,2%
	p=3	CASO 1	-5,7%	-14,9%	-8,1%
		CASO 2	-3,7%	-17,4%	-14,2%
		CASO 3	-8,7%	-8,2%	-8,0%
1,25	p=4	CASO 1	-1,7%	-7,2%	-4,2%
		CASO 2	-4,0%	-18,1%	-13,9%
		CASO 3	-4,6%	-1,7%	-10,3%
	p=5	CASO 1	-3,5%	-8,9%	-15,6%
		CASO 2	-21,5%	6,8%	-15,7%
		CASO 3	-4,4%	-20,1%	-8,1%
	p=2	CASO 1	-1,5%	-16,6%	-12,8%
		CASO 2	-0,2%	-13,7%	-11,1%
		CASO 3	-3,5%	-14,7%	-11,5%
1,25	p=3	CASO 1	-13,1%	12,6%	27,4%
		CASO 2	0,7%	-21,1%	-13,9%
		CASO 3	-3,9%	-11,3%	-10,5%
	p=4	CASO 1	-18,1%	-15,4%	-15,5%
		CASO 2	-1,5%	-27,1%	-14,5%
		CASO 3	-2,2%	-3,7%	-16,6%
	p=5	CASO 1	-0,7%	-23,0%	-13,2%
		CASO 2	-0,2%	-22,4%	-15,2%
		CASO 3	-1,7%	-23,7%	-11,1%

Fonte: Autor

Tabela 18: Variação relativa dos valores de ARL1. (Continuação)

k	Regra suplementar	Clássico	Parkinson	Garman - Klass	Roger - Satchell
1,5	p=2	CASO 1	-3,3%	-21,7%	-11,8%
		CASO 2	-3,9%	-18,7%	-7,9%
		CASO 3	-10,8%	-19,7%	-12,6%
	p=3	CASO 1	-6,6%	-26,1%	-14,2%
		CASO 2	-3,6%	-26,1%	-11,0%
		CASO 3	-7,2%	-17,7%	-11,0%
	p=4	CASO 1	-3,0%	-21,7%	-6,3%
		CASO 2	-1,3%	-29,1%	-11,8%
		CASO 3	-5,9%	-5,9%	-12,6%
1,75	p=5	CASO 1	-3,3%	-42,4%	-7,1%
		CASO 2	-3,0%	-42,9%	-7,9%
		CASO 3	-2,3%	-45,8%	-12,6%
	p=2	CASO 1	-3,0%	-21,7%	-13,2%
		CASO 2	-3,5%	-17,5%	-7,9%
		CASO 3	-6,0%	-19,2%	-13,2%
	p=3	CASO 1	-4,0%	-25,8%	-14,5%
		CASO 2	-2,0%	-25,0%	-11,8%
		CASO 3	-5,0%	-16,7%	-14,5%
2	p=4	CASO 1	1,0%	-23,3%	-11,8%
		CASO 2	-1,0%	-25,8%	-11,8%
		CASO 3	-2,5%	-6,7%	-14,5%
	p=5	CASO 1	-2,5%	-22,5%	-5,3%
		CASO 2	0,0%	-19,2%	-5,3%
		CASO 3	-2,0%	-21,7%	-13,2%
	p=2	CASO 1	-4,0%	-19,5%	-13,7%
		CASO 2	-4,0%	-13,4%	-7,8%
		CASO 3	-9,4%	-17,1%	-17,6%
2	p=3	CASO 1	-6,7%	-22,0%	-15,7%
		CASO 2	-3,4%	-19,5%	-9,8%
		CASO 3	-4,7%	-18,3%	-15,7%
	p=4	CASO 1	2,0%	-20,7%	-13,7%
		CASO 2	-1,3%	-19,5%	-7,8%
		CASO 3	-4,7%	-7,3%	-11,8%
	p=5	CASO 1	-2,0%	-19,5%	3,9%
		CASO 2	0,7%	-9,8%	3,9%
		CASO 3	-1,3%	-12,2%	-9,8%

Fonte: Autor

Tabela 19: Variação relativa média dos valores de ARL₁.

k	Regra suplementar	Clássico	Parkinson	Garman - Klass	Roger - Satchell
1,05	p=2	-4,6%	-9,3%	-7,8%	-5,5%
	p=3	-3,5%	-7,9%	-8,6%	-4,3%
	p=4	-3,7%	-8,1%	-7,0%	-3,4%
	p=5	-4,3%	-8,1%	-10,6%	-3,6%
1,1	p=2	-2,1%	-14,1%	-11,0%	-1,8%
	p=3	-6,0%	-13,5%	-10,1%	-2,1%
	p=4	-3,4%	-9,0%	-9,5%	-1,5%
	p=5	-9,8%	-7,4%	-13,1%	-5,6%
1,25	p=2	-1,7%	-15,0%	-11,8%	-10,9%
	p=3	-5,5%	-6,6%	1,0%	1,8%
	p=4	-7,3%	-15,4%	-15,5%	-9,6%
	p=5	-0,9%	-23,0%	-13,2%	-12,5%
1,5	p=2	-6,0%	-20,0%	-10,8%	-8,3%
	p=3	-5,8%	-23,3%	-12,1%	-11,0%
	p=4	-3,4%	-18,9%	-10,3%	-3,8%
	p=5	-2,8%	-43,7%	-9,2%	-4,8%
1,75	p=2	-4,2%	-19,4%	-11,4%	-9,6%
	p=3	-3,7%	-22,5%	-13,6%	-13,8%
	p=4	-0,8%	-18,6%	-12,7%	-4,2%
	p=5	-1,5%	-21,1%	-7,9%	-5,0%
2	p=2	-5,8%	-16,7%	-13,1%	-7,6%
	p=3	-4,9%	-19,9%	-13,7%	-11,7%
	p=4	-1,3%	-15,9%	-11,1%	-0,6%
	p=5	-0,9%	-13,8%	-0,7%	-0,6%

Fonte: Autor

Dos dados apresentados nas Tabelas 19-20 pode-se ressaltar alguns pontos importantes:

- Todos os valores calculados na variação relativa apontam que os valores de ARL₁ obtidos no presente para os diversos deslocamentos k, são menores que os valores de ARL₁ obtidos por Hassin (2013), logo conclui-se que as regras suplementares melhoram a performance dos gráficos de controle no monitoramento da volatilidade de uma série de preços simulada seguindo um movimento browniano geométrico.

- Dos quatro estimadores estudados (Clássico, Parkinson, Garman – Klass, Roger-Satchell), nota-se que a redução no valor de ARL_1 foi mais significativa nos estimadores de menor variabilidade (Parkinson, Garman – Klass, Roger-Satchell).

7.2 Aplicação da metodologia – Caso Prático

Esta seção é dedicada à aplicação da metodologia descrita no capítulo 6 a um papel real, ou seja, negociado em bolsa, ao contrário do que foi feito na seção 7.1 em que aplicou-se a metodologia à uma série de preços simulada computacionalmente.

A aplicação da metodologia, à um caso prático, será dividida em 3 etapas:

1. Seleção de um papel real que não possua sazonalidade e que seja uma série estacionária.
2. Aplicação da metodologia sem o uso de regras suplementares.
3. Aplicação da metodologia utilizando as regras suplementares.

Um ponto bastante importante a ser ressaltado sobre a aplicação da metodologia descrita no capítulo 6 a um caso prático é que, será tomado como situação em controle um ano de negociações qualquer e a situação fora de controle será o ano posterior.

7.2.1 Seleção do papel e teste de série estacionária

O papel selecionado para aplicação da metodologia descrita no capítulo 6, será o *Exchange Traded Fund (ETF) USO:US* que é negociado na bolsa americana, esse índice está indexado ao valor do petróleo negociado nos EUA, logo seu valor varia de acordo com as variações no preço do petróleo e no mercado futuro de petróleo.

Selecionou-se esse papel visando eliminar a sazonalidade inherente aos papéis de empresas que geralmente sofrem oscilações trimestrais, associadas às divulgações dos balanços e resultados do trimestre. Algo que não acontece em no ETF USO:US, uma vez que está indexado à uma *commodity*, no caso petróleo, cujo preço varia de acordo com a necessidade global pelo recurso natural.

Para a aplicação prática, selecionou-se dois anos, 2007 e 2008, de forma arbitrária, em que o ano de 2007 será considerado como processo em controle e 2008, fora de controle.

Os dados dos anos de 2007 e 2008 foram retirados do site <http://finance.yahoo.com/> e encontram-se no anexo do trabalho. A Figura 50 mostra a evolução dos preços do USO:US no período selecionado.

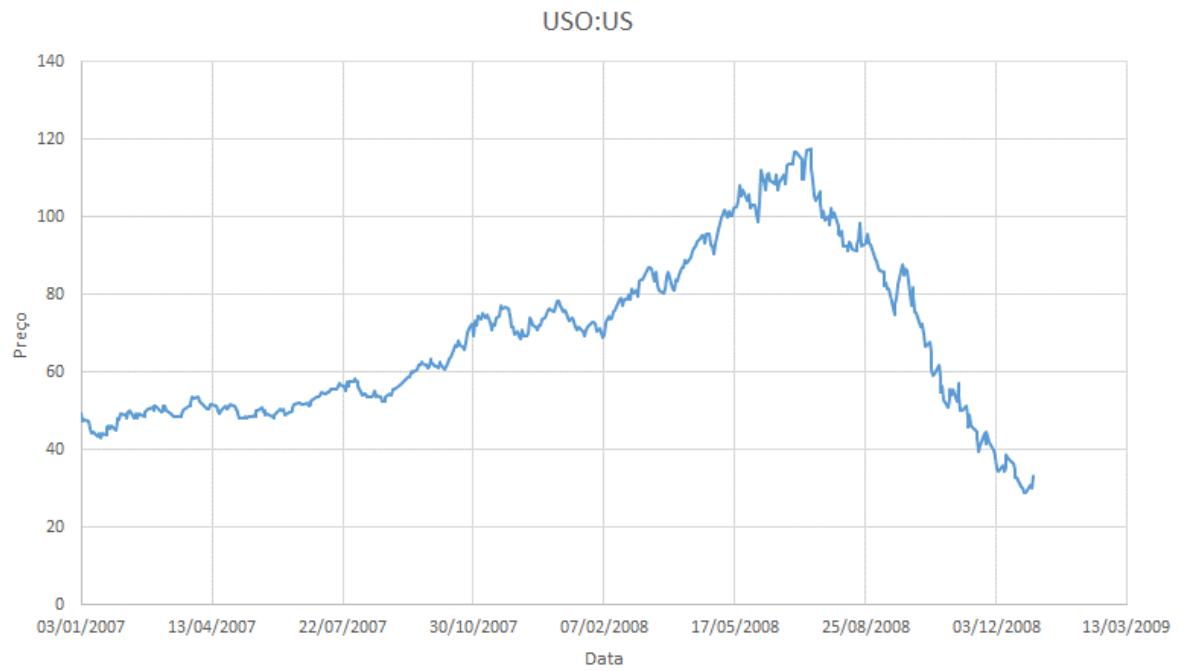


Figura 50: Preços do ETF USO:US período 2007-2008. Fonte: autor

Porém, para testar-se a estacionariedade é necessário transformar a série de preços exibida na Figura 50 numa série de log-retorno, que pode ser vista na Figura 51.

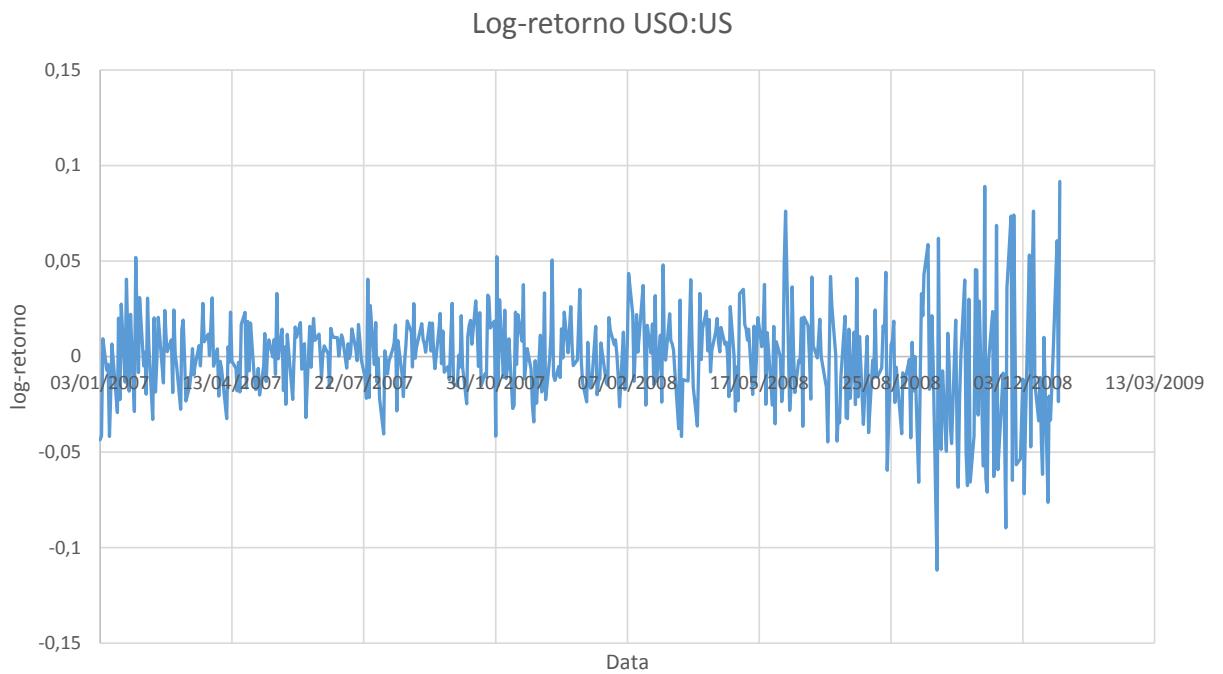


Figura 51: Log-retorno de USO:US. Período 2007-2008. Fonte: autor

Visualmente, a série aparenta ser estacionária, no entanto para confirmar tal hipótese será aplicado o teste aumentado de Dickey-Fuller (ADF) conforme apresentado no capítulo 3. Para aplicação do teste ADF, utilizou-se o software EView 7.0, os resultados obtidos para o teste estão na Tabela 20:

Tabela 20: Resultados do teste ADF para a série de log-retorno de USO:US período de 2007-2008

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on tseries

Null Hypothesis: tseries has a unit root Exogenous: Constand and linear Trend Lag Length: 8 (Automatic Based on AIC, MAXLAG=10)				
	t-Statistic	Prob.*		
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7,665515	0,000000		
Test critical values:				
1% level	-3,976701			
5% level	-3,418969			
10% level	-3,132011			
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(tseries) Method: Least Squares Date: 20/04/2015 Time: 11:15:20 Included observations: 495 after adjusting endpoints				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob
tseries(-1)	-1,131892	0,147660	-7,665515	0,000000
D(tseries(-1))	0,010882	0,137495	0,079142	0,936952
D(tseries(-2))	0,020429	0,127511	0,160211	0,872782
D(tseries(-3))	0,110125	0,117053	0,940808	0,347273
D(tseries(-4))	0,152966	0,107253	1,426213	0,154451
D(tseries(-5))	0,044024	0,098259	0,448038	0,654326
D(tseries(-6))	-0,044157	0,086341	-0,511427	0,609285
D(tseries(-7))	-0,016547	0,068768	-0,240622	0,809950
D(tseries(-8))	-0,095884	0,046047	-2,082302	0,037839
C	0,007009	0,002452	2,857915	0,004448
@trend	-0,000031	0,000009	-3,455856	0,000597
R-squared	0,576718	Mean dependent var	0,000244	
Adjusted R-squared	0,191917	S.D. dependent var	0,038831	
S.E. of regression	0,025523	Akaike info criterion	-4,476469	
Sum squared resid	0,315299	Schwarz criterion	-4,383035	
Log likelihood	1118,926176	F-statistic	65,944701	
Durbin-Watson stat	1,978385	Prob(F-statistic)	0,000000	

Fonte: Autor

Do resultado obtido do teste ADF exibido na Tabela 20, utilizando-se o software EViews 7.0, rejeita-se a hipótese H_0 de que a série é não estacionária, devido ao fato de que a estatística calculada é menor que os valores críticos tabulados, conclui-se então que a série de log-retornos do ETF USO:US é estacionária no período de 2007 a 2008 e pode ser utilizada para aplicação da metodologia descrita no capítulo 6.

**Tabela 21: Principais estatísticas para as séries históricas de preço do papel
USO:US**

Estatística	Ano	
	2007	2008
Média volatilidade	0,0316878	0,1066801
Média Anual volatilidade	0,0795363	0,2699006
Variância	0,2062752	2,8300785

Fonte: Autor

7.2.2 Aplicação Prática – Gráficos de controle sem regras suplementares

Nessa seção será aplicado o algoritmo que não utiliza regras suplementares, desenvolvido por Hassin (2013) que está representado de forma esquemática na Figura 6, ao período de 2007, que será considerado sob controle, para a determinação dos limites de controle tais que $ARL_0 = 20$ para os quatro estimadores em estudo (Clássico, Garman-Klass, Parkinson, Roger-Satchell).

Escolheu-se o valor de 20 dias como valor de referência para ARL_0 pelo fato de um ano de negociação ter entre 246 – 252 dias e logo 20 dias equivale a aproximadamente um mês, então seriam feitas verificações mensalmente na posição que o operador possui.

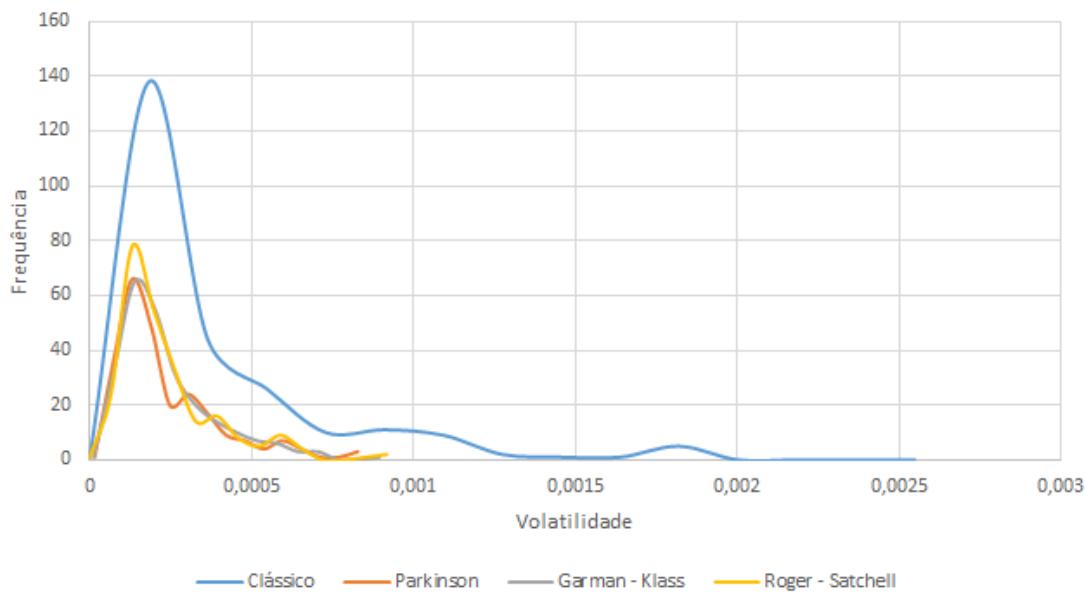


Figura 52: Histograma dos valores das volatilidades dos 4 estimadores para USO:US, 2007. Fonte:
Autor

Tabela 22: Principais estatísticas dos 4 estimadores para USO:US, 2007

	Clássico	Parkinson	Garman - Klass	Roger - Satchell
Média($\times 10^2$)	0,03103	0,02123	0,02109	0,02055
Média Anual	0,07789	0,05329	0,05293	0,05158
Variância($\times 10^6$)	0,19624	0,02939	0,02543	0,02675

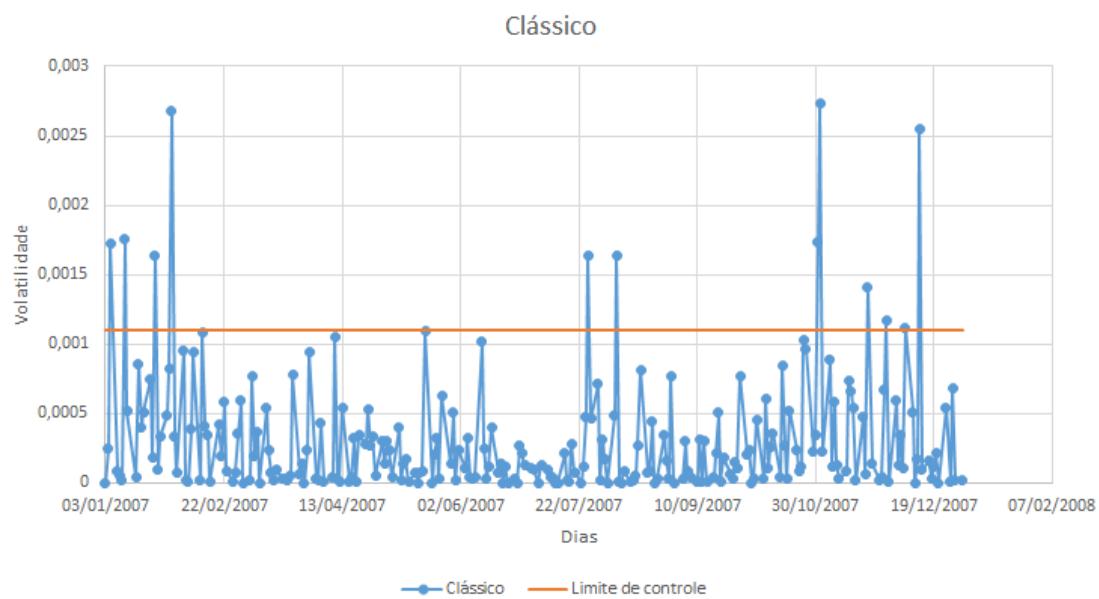
Fonte: Autor

A Figura 52 e a Tabela 22 exibem o comportamento dos 4 estimadores quando aplicados ao ETF USO:US, no 2007, e nota-se que o estimador de Garman – Klass e o clássico, são, respectivamente, o de menor e maior variabilidade.

Os valores limites de controle para o papel USO:US, tomando o ano de 2007 como processo sob controle, estão na Tabela 23 e os gráficos de controle estão nas Figuras 53-56.

Tabela 23: Limites de controle para USO:US - ano: 2007 tal que ARL0 = 20

Estimador	Limite de controle
Clássico	0,001102
Parkinson	0,000586
Garman - Klass	0,000545
Roger - Satchell	0,000576

Fonte: Autor**Figura 53: Gráfico de controle para o estimador clássico, ARL0 = 20. Fonte: autor**

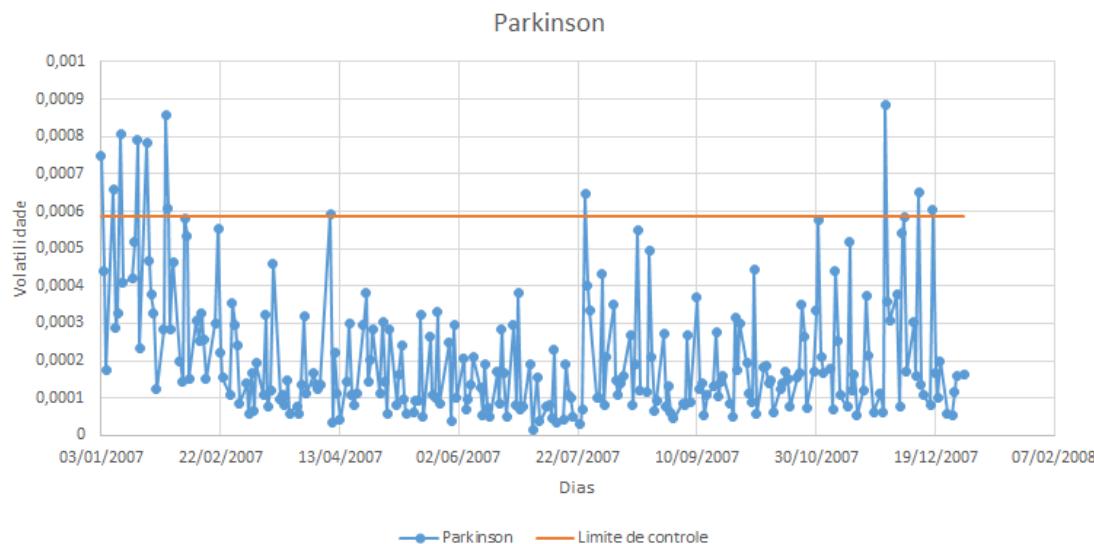


Figura 54: Gráfico de controle para o estimador Parkinson, ARL0 = 20. Fonte: autor

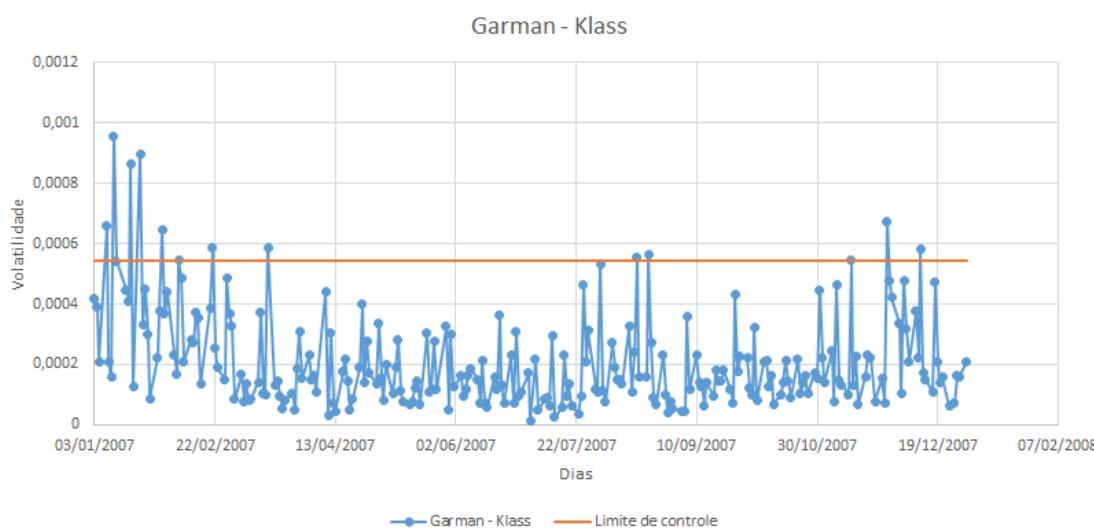


Figura 55: Gráfico de controle para o estimador Garman - Klass, ARL0 = 20. Fonte: autor

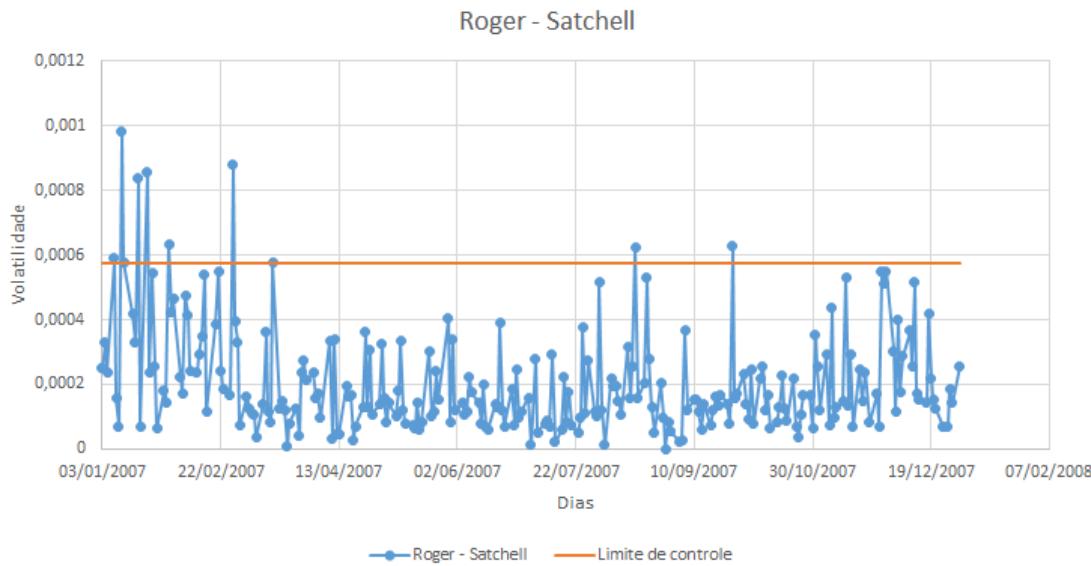


Figura 56: Gráfico de controle para o estimador Roger-Satchell, ARL0 = 20. Fonte: autor

Com os limites de controle determinados para os 4 estimadores em estudo, pode-se então aplicar o algoritmo para o cálculo de ARL_1 . Nessa aplicação prática tomaremos o ano de 2007 como sendo processo sob controle serão avaliados os desempenhos dos gráficos de acordo com os diversos deslocamentos k da volatilidade dessa série de preços de 2007, assim como foi feito na simulação computacional.

O cálculo do ARL_1 para gráficos de controle sem regras suplementares seguirá o algoritmo representado de forma esquemática na Figura 27. Os resultados obtidos para essa etapa estão na Tabela 25.

a série considerada fora de controle será dada pela sequência de preços do ETF USO:US do ano de 2008.

O cálculo do ARL_1 para gráficos de controle sem regras suplementares seguirá o algoritmo representado de forma esquemática na Figura 27. Os resultados obtidos para essa etapa estão na Tabela 24.

Tabela 24: Valores de ARL₁ para deslocamentos k da série de preços USO:US – 2007, sem regras suplementares

k	Clássico	Parkinson	Garman - Klass	Roger - Satchell
1,05	15,933	16,200	15,933	19,250
1,10	14,059	12,789	15,933	13,588
1,25	10,864	11,045	9,000	10,864
1,50	7,469	7,594	5,927	7,594
1,75	6,889	5,651	4,765	5,400
2,00	5,905	3,857	3,797	4,418

Fonte: Autor

Avaliando os vários deslocamentos k, nota-se que o padrão de comportamento é o mesmo observado nas simulações computacionais, ou seja, quanto menor a variabilidade do estimador, melhor seu desempenho.

Agora para o cálculo dos valores ARL₁, a série fora de controle será dada pela sequência de preços do ETF USO:US do ano de 2008. Os resultados obtidos para essa etapa estão na Tabela 25.

Tabela 25: Valores de ARL₁ para o ETF USO:US, sem regras suplementares, ano: 2008

Estimador	ARL ₁
Clássico	3,418919
Parkinson	2,941860
Garman - Klass	2,908046
Roger - Satchell	3,202532

Fonte: Autor

Comparando-se os resultados obtidos para esse caso prático versus os resultados obtidos por Hassin (2013) nas simulações computacionais, pode-se salientar alguns pontos:

- O estimador de melhor performance foi o de Garman-Klass, tanto nas simulações computacionais quanto na aplicação ao caso prático apresentado no presente trabalho, quando não se utilizam regras suplementares. Já o estimador clássico foi o de pior performance no caso prático, assim como nas simulações computacionais.

- Os valores dos limites de controle para o caso prático seguem o mesmo comportamento quando calculados para séries de preços simuladas, os estimadores de menor variabilidade exibem um limite de controle mais estreito enquanto os de maior variabilidade tem um limite mais largo.
- Nas simulações computacionais, o estimador de Roger-Satchell possui um desempenho melhor que o estimador de Parkinson, porém para o caso prático em questão, inverteu-se a ordem, o estimador de Parkinson obteve melhor resultado.

7.2.3 Aplicação Prática – Gráficos de controle com regras suplementares

Essa seção será dedicada ao projeto dos gráficos de controle para os 4 estimadores em estudo (Clássico, Parkinson, Garman – Klass, Roger – Satchell) utilizando as mesmas regras suplementares que foram usadas nas simulações computacionais. (2, 3, 4 ou 5 pontos consecutivos entre limite de alerta e o limite de controle)

Portanto, aplicar-se-á a metodologia descrita no capítulo 6 para o cálculo dos limites de controle e de alerta para cada estimador e cada uma das regras suplementares selecionadas, porém ao invés de simular-se a série de preços, será utilizada a série histórica dos preços do ETF USO:US, tomando como situação em controle o ano de 2007 e posteriormente essa série será deslocada de acordo com diversas magnitudes k, assim como foi feito no capítulo 6. Por fim, testar-se-á a performance dos gráficos utilizando o ano de 2008 como situação fora de controle.

Assim como foi feito nas simulações computacionais, serão gerados 3 casos para cada combinação entre estimador e regra suplementares, uma vez que, conforme discutido no capítulo 6, existem infinitas combinações de limite de controle e de alerta que resultam que possuam um mesmo comprimento médio de sequência, logo ter-se-ão 48 conjuntos de limite de alerta e controle.

Os limites de alerta e controle foram calculados tais que $ARL_0 = 20$, conforme discutido na seção 7.2.2. Os resultados obtidos para essa parte da aplicação prática estão na Tabela 26.

Tabela 26: Valores dos limites de controle e de alerta para USO:US ano 2007, tais que $ARL_0 = 20$.

Regra suplementar		Clássico		Parkinson		Garman - Klass		Roger - Satchell	
		LC	LA	LC	LA	LC	LA	LC	LA
p=2	CASO 1	0,002977	0,000408	0,001500	0,000313	0,000553	0,000480	0,000581	0,000396
	CASO 2	0,003875	0,000408	0,000750	0,000375	0,000900	0,000333	0,001488	0,000255
	CASO 3	0,004375	0,000406	0,001850	0,000325	0,001699	0,000330	0,001190	0,000255
p=3	CASO 1	0,001734	0,000225	0,001734	0,000225	0,000553	0,000360	0,000563	0,000347
	CASO 2	0,001250	0,000400	0,000591	0,000536	0,000898	0,000209	0,001313	0,000197
	CASO 3	0,000750	0,000875	0,002000	0,000199	0,001692	0,000209	0,001445	0,000202
p=4	CASO 1	0,002906	0,000100	0,003750	0,000100	0,000553	0,000210	0,000577	0,000218
	CASO 2	0,003750	0,000100	0,000591	0,000473	0,000800	0,000156	0,001406	0,000158
	CASO 3	0,003270	0,000100	0,000591	0,000394	0,001679	0,000153	0,001692	0,000158
p=5	CASO 1	0,003000	0,000055	0,003000	0,000055	0,000563	0,000168	0,000579	0,000166
	CASO 2	0,003000	0,000055	0,001575	0,000114	0,001313	0,000131	0,001313	0,000117
	CASO 3	0,001111	0,000591	0,000593	0,000199	0,001445	0,000133	0,001445	0,000117

Fonte: autor

Com os limites de alerta e de controle determinados, pode-se calcular os valores de ARL_1 , deslocando a volatilidade da série de preços referente ao ano de 2007 de acordo com diversas magnitudes k, conforme feito no capítulo 6.

Para efetuar o cálculo do ARL_1 utilizar-se-á da metodologia apresentada na Figura 27, as Tabelas 26-27 exibem os resultados obtidos nessa etapa.

**Tabela 27: Valores de ARL1 para diversos deslocamentos k da série de preços
USO:US- 2007, com regras suplementares**

k	Regra suplementar	Clássico	Parkinson	Garman- Klass	Roger - Satchell
1,05	Sem regras suplementares	12,74	10,52	9,33	10,08
	P=2	CASO1	19,38	10,45	10,21
		CASO2	19,38	9,92	10,65
		CASO3	19,38	9,19	9,33
	P=3	CASO1	13,44	11,00	5,53
		CASO2	6,91	5,67	5,66
		CASO3	13,18	5,67	10,18
	P=4	CASO1	15,07	11,00	4,72
		CASO2	15,07	11,00	4,81
		CASO3	15,07	5,53	6,02
	P=5	CASO1	15,73	5,32	5,68
		CASO2	13,44	7,56	5,68
		CASO3	14,69	5,43	5,46
1,1	Sem regras suplementares	11,43	7,64	8,33	11,36
	P=2	CASO1	16,20	8,10	7,35
		CASO2	16,20	7,41	7,81
		CASO3	16,20	6,81	8,62
	P=3	CASO1	11,42	7,64	4,83
		CASO2	6,15	5,58	5,02
		CASO3	12,93	5,58	8,62
	P=4	CASO1	15,14	7,64	4,83
		CASO2	15,14	7,64	5,02
		CASO3	15,14	5,14	4,90
	P=5	CASO1	14,76	5,64	6,05
		CASO2	11,43	6,63	6,05
		CASO3	13,21	5,64	5,10
1,25	Sem regras suplementares	9,96	5,41	4,61	4,98
	P=2	CASO1	13,13	5,53	5,33
		CASO2	13,13	5,83	5,00
		CASO3	12,35	5,33	4,79
	P=3	CASO1	11,86	5,66	4,10
		CASO2	5,66	4,73	4,39
		CASO3	11,90	4,73	4,61
	P=4	CASO1	12,50	5,79	4,15
		CASO2	11,90	5,53	4,50
		CASO3	11,90	5,02	3,51
	P=5	CASO1	12,79	5,39	5,29
		CASO2	9,96	4,61	5,29
		CASO3	11,57	5,39	3,77

Fonte: Autor

**Tabela 28: Valores de ARL1 para diversos deslocamentos k da série de preços
USO:US- 2007, com regras suplementares (continuação).**

k	Regra suplementar	Clássico	Parkinson	Garman- Klass	Roger - Satchell
1,5	Sem regras suplementares	8,62	4,10	3,32	4,06
	CASO1	8,59	4,67	3,54	2,93
	P=2 CASO2	13,13	5,83	5,00	3,40
	CASO3	8,59	3,69	3,19	3,65
	CASO1	9,26	4,17	3,38	3,79
	P=3 CASO2	5,66	4,73	4,39	5,02
	CASO3	10,00	3,60	3,11	3,41
	CASO1	11,95	4,17	3,66	4,81
	P=4 CASO2	15,14	5,53	4,50	5,73
	CASO3	10,91	4,34	2,86	3,23
	CASO1	9,83	4,92	5,08	5,39
	P=5 CASO2	9,96	4,61	5,29	5,63
	CASO3	9,08	5,00	3,04	3,32
1,75	Sem regras suplementares	7,14	3,21	2,42	2,50
	CASO1	13,89	3,01	2,75	2,45
	P=2 CASO2	13,89	3,42	3,01	2,38
	CASO3	13,89	3,21	2,42	2,29
	CASO1	7,72	3,25	3,09	3,38
	P=3 CASO2	4,10	3,39	3,29	3,47
	CASO3	9,30	3,39	2,36	2,36
	CASO1	14,00	3,25	3,29	4,18
	P=4 CASO2	14,00	3,21	4,06	4,25
	CASO3	14,00	4,11	2,25	2,36
	CASO1	12,00	4,67	4,85	4,94
	P=5 CASO2	7,35	2,94	5,04	5,04
	CASO3	10,50	4,75	2,42	2,36
2	Sem regras suplementares	4,82	2,18	1,88	1,95
	CASO1	6,50	2,61	2,26	2,30
	P=2 CASO2	6,50	2,96	2,60	2,21
	CASO3	6,31	2,74	1,84	1,84
	CASO1	5,35	2,20	2,56	3,19
	P=3 CASO2	3,17	3,19	3,07	3,27
	CASO3	5,59	3,19	1,87	1,88
	CASO1	9,07	2,20	2,76	4,25
	P=4 CASO2	8,48	2,20	4,03	4,40
	CASO3	7,94	3,79	1,81	1,87
	CASO1	8,79	4,48	4,56	4,74
	P=5 CASO2	4,82	2,11	4,74	4,92
	CASO3	7,69	4,74	1,92	1,94

Fonte: Autor

Com os limites de alerta e de controle determinados, pode-se calcular os valores de ARL_1 , utilizando a série histórica do papel USO:US do ano de 2008 como situação fora de controle.

Para efetuar o cálculo do ARL_1 utilizar-se-á da metodologia apresentada na Figura 27, a Tabela 35 exibe os resultados obtidos

Tabela 29: Valores de ARL_1 para o papel USO:US, ano:2008

Regra suplementar	Clássico	Parkinson	Garman - Klass	Roger - Satchell
Sem regras suplementares	3,42	2,94	2,91	3,20
$p=2$	CASO 1	5,16	4,02	3,05
	CASO 2	5,38	3,24	3,42
	CASO 3	5,75	4,44	3,09
$p=3$	CASO 1	4,52	4,60	2,98
	CASO 2	3,67	2,98	4,02
	CASO 3	2,88	4,60	4,22
$p=4$	CASO 1	5,27	5,16	2,78
	CASO 2	5,62	2,98	4,69
	CASO 3	5,27	2,98	5,06
$p=5$	CASO 1	5,62	5,50	2,98
	CASO 2	6,33	5,16	4,60
	CASO 3	3,51	2,84	4,87

Fonte: autor

Com os resultados de ARL_1 para os gráficos de controle que utilizam regras suplementares pode-se calcular a variação relativa, tomando como base os resultados obtidos de ARL_1 na ausência das regras suplementares.

Tabela 30: Variação relativa do caso prático para os valores de ARL_1 .

Regra suplementar	Clássico	Parkinson	Garman - Klass	Roger - Satchell
$p=2$	CASO 1	51,0%	37%	-5%
	CASO 2	57,4%	10%	7%
	CASO 3	68,2%	51%	-4%
$p=3$	CASO 1	32,1%	56%	-7%
	CASO 2	7,2%	1%	25%
	CASO 3	-15,9%	56%	32%
$p=4$	CASO 1	54,2%	76%	-2%
	CASO 2	64,4%	1%	46%
	CASO 3	54,2%	1%	58%
$p=5$	CASO 1	64,4%	87%	-7%
	CASO 2	85,0%	76%	44%
	CASO 3	2,8%	-3%	52%

Fonte: autor

Da Tabela 27, nota-se que no caso prático a maior parte dos casos em que utilizam as regras suplementares o desempenho é pior do que quando não se utilizam, porém quando há uma melhoria no desempenho, é em torno de 7%.

8. CONCLUSÃO

Nesse capítulo final do presente trabalho, serão apresentadas as principais análises e conclusões acerca dos resultados obtidos no capítulo 7, com o principal objetivo de concluir se realmente existe uma otimização do desempenho dos gráficos de controle ao se utilizar regras suplementares para monitorar a volatilidade de ativos financeiros.

Por fim serão feitas críticas à metodologia utilizada, comentários finais do autor e a apresentação das principais dificuldades encontradas durante a realização do estudo assim como sugestões para próximos estudos.

8.1 Análise e discussão dos resultados – Simulação computacional

Comparando-se os limites de controle e alerta calculado, exibidos na Tabela 11, versus os limites de controle calculados por Hassin (2013), sem usar regras suplementares, mostrados na Tabela 15, nota-se que os limites de controle calculados na Tabela 11 são maiores que os calculados na Tabela 15 e os limites de alerta sempre são menores que os limites da Tabela 11. Esse comportamento deve-se ao fato de que, conforme apresentado no capítulo 5, utilizar regras suplementares reduz o valor do comprimento médio de sequência, pode-se concluir então que é necessário que os limites de controle ao se utilizar regras suplementares devem ser maiores de tal forma que o ARL_0 seja maior que 100, para que as regras suplementares reduzam o ARL_0 para 100.

As Tabelas 12-14 mostram os valores de ARL_1 para diversos deslocamentos k da volatilidade para os gráficos com regras suplementares, dos dados pode-se concluir alguns principais pontos:

- Nota-se que o desempenho de um estimador de volatilidade (valor de ARL_1) está inversamente correlacionada com a sua variabilidade, ou seja, conforme menor a variabilidade, melhor é o seu desempenho, independentemente do deslocamento k e da regra suplementar utilizada, isso pode ser constatado nos resultados ao observar que o estimador de Garman – Klass sempre exibe a melhor performance, seguido pelos estimadores Roger-Satchell, Parkinson e Clássico, independente do deslocamento k e da regra suplementar utilizada. Logo o estimador de melhor performance é o de Garman – Klass.
- Outro ponto é o fato de que não existe uma combinação entre estimador e regra suplementar que exiba sempre a melhor performance independente do deslocamento k. Porém, nota-se que os desempenhos das regras

suplementares estão inversamente correlacionados com o deslocamento k , em outras palavras, para deslocamento de pequena magnitude (1,05; 1,10; 1,25) as regras que usam muitos pontos ($p=4, p=5$) entre o limite de controle e de alerta tem um desempenho superior, já para deslocamentos de maior magnitude (1,5; 1,75; 2,00), as regras que utilizam poucos pontos ($p=2, p=3$) tem melhor desempenho.

A comparação dos resultados apresentados nas Tabelas 12-14 com os valores de ARL_1 dos gráficos que não usam regras suplementares (Tabela 16), está presente nas Tabelas 17 – 19 em que calcula-se a variação relativa entre os valores de ARL_1 , tomando como base os valores exibidos na Tabela 16. Das Tabelas 17 – 19 conclui-se que:

- As regras suplementares, para séries de preços simuladas de acordo com o movimento browniano geométrico, reduzem o valor de ARL_1 , logo melhoram de fato a performance dos gráficos de controle no monitoramento da volatilidade de ativos financeiros, exibem uma redução que varia entre 4% e 15%.
- Os estimadores de menor variabilidade (Parkinson, Garman – Klass, Roger-Satchell) são os que mais se beneficiam do uso de regras suplementares devido à sua menor variabilidade, o que permite que mudanças na volatilidade da série sejam propagadas de maneira mais uniforme ao longo de toda a série, implicando portanto em um deslocamento global nos valores calculados pelos estimadores o que permite que as regras suplementares detectem de maneira mais eficiente mudanças no valor da volatilidade.
- Observando-se as reduções relativas para cada caso pode-se notar um padrão, que quanto maior o limite de controle, e por consequência, menor o limite de alerta, pior é o desempenho do gráfico, especialmente para deslocamentos de grande magnitude, ou seja $k = \{1,5; 1,75; 2,00\}$.

Dos dados e resultados exibidos nas Tabelas 11 – 19 e das observações referentes aos dados obtidos, pode-se concluir que as regras suplementares melhoram o desempenho dos gráficos de controle no monitoramento da volatilidade de ativos financeiros, para séries de preços simuladas de acordo com o movimento browniano geométrico.

A melhoria de desempenho em relação aos gráficos que não utilizam regras suplementares foi entre 4% - 15%, os estimadores que mais se beneficiaram do uso das regras foram os de menor variabilidade (Parkinson, Garman – Klass, Roger-Satchell), já que são mais sensíveis a mudanças no valor da volatilidade estimada.

Não há uma combinação entre estimador e regra suplementar que apresente os melhores resultados independentemente do deslocamento k contudo, conclui-se que as regras suplementares, $p = 2$ e/ou 3 pontos consecutivos entre limite de controle e limite de alerta, exibem melhores resultados para deslocamentos maiores da volatilidade, já as regras $p = 4$ e/ou 5, para deslocamentos menores tem melhor performance. Porém, de um ponto de vista prático, pode-se argumentar que as regras $p = 2$ e/ou 3 são as que devem ser utilizadas, uma vez que a diferença na performance dessas regras ($p=2$ e/ou 3) é pequena em relação às demais ($p=4$ e/ou 5) para pequenos deslocamentos da volatilidade.

O estimador de Garman – Klass é o que apresenta menor ARL_1 independentemente do uso de regras suplementares e isso se deve a sua menor variabilidade, implicando que é mais sensível a mudanças no valor da volatilidade monitorada, logo é o melhor estimador a ser utilizado em conjunto com gráficos de controle já que é capaz de apontar mais precisamente mudanças no valor da característica em monitoramento.

8.2 Análise e discussão dos resultados – Caso prático

Para a aplicação prática selecionou-se o ativo financeiro real USO:US e aplicou-se a metodologia mostrada no capítulo 6 ao período de 2007 a 2008, tomando-se o ano de 2007 como em situação e controle e o ano posterior, como situação fora de controle.

Em relação aos valores dos limites de controle e de alerta calculados, nota-se o mesmo comportamento observado para as séries simuladas, ao se utilizar regras suplementares os limites de controle serão maiores do que os dos gráficos que não usam e os limites de alerta menores, conforme nas Tabelas 23 e 25.

Por outro lado, analisando-se os resultados das Tabelas 24, 26 e 27, nota-se que os gráficos que não utilizam regras suplementares têm desempenho superior quando se compara com a maior parte dos casos utilizando regras suplementares, porém existem casos de gráficos com regras suplementares que possuem melhor performance e nesses casos os limites de controle são próximos aos dos gráficos que não usam. Logo nota-se

que não é interessante que a área entre os limites de controle e de alerta seja muito grande, pois anula-se o efeito de detecção do limite de controle, deixando a tarefa de monitorar a característica totalmente dependente das regras suplementares, indo contra a proposta de se utilizar tal artifício.

Um outro ponto de vista a ser analisado é o quanto fidedigno são os alertas emitidos pelos gráficos de controle, ou seja, se os dias apontados como fora de controle são alarmes reais ou se são falsos. Para isso é necessário analisar os dias que foram computados como fora de controle pelos gráficos e como estavam distribuídos, formando o comprimento médio de sequência, ARL_1 .

O primeiro passo é observar o comportamento do papel USO:US ao longo do ano de 2008.

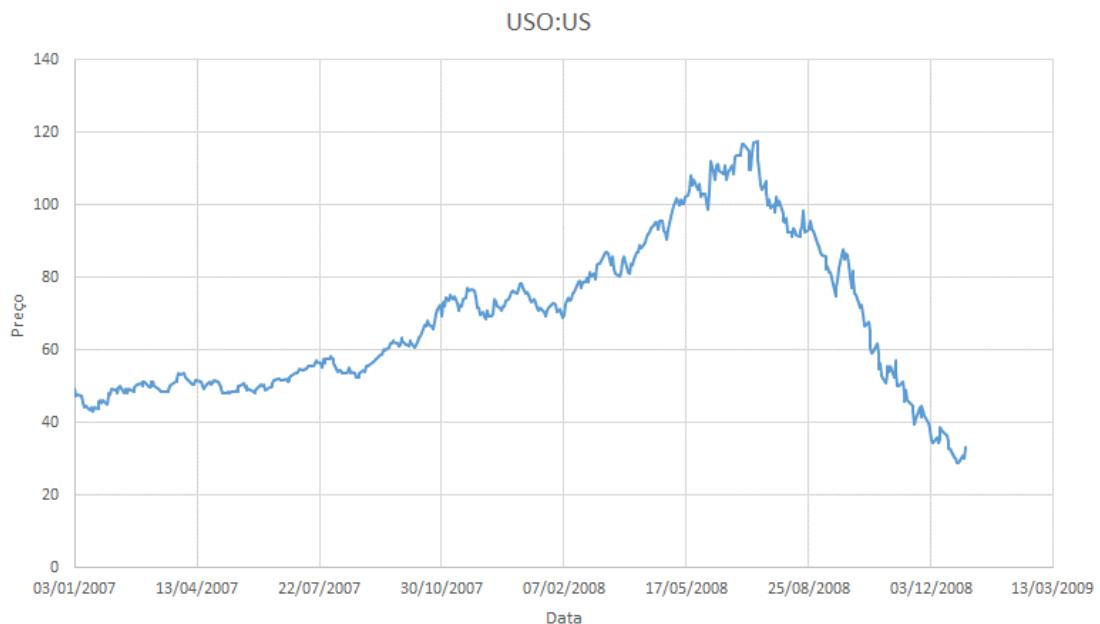


Figura 57: Preços de USO:US – 2007-2008. Fonte: autor

Observando-se a série histórica apresentada na Figura 57, pode-se notar em primeiro lugar que até aproximadamente metade de julho de 2008 a USO:US seguia uma tendência de crescimento linear que era uma extensão do comportamento exibido ao longo de todo 2007, porém em meados de julho de 2008 iniciou-se um declínio muito acentuado no valor do papel, fechando o ano de 2008 no menor valor da série histórica entre 2007 e 2008.

De acordo com Hull (2011), 2008 foi quando começou-se a sentir os efeitos da crise do crédito imobiliário americano, que foram responsáveis pela queda brusca dos índices dos mercados de capitais, como por exemplo a falência dos bancos americanos Bear Stearns e Lehman Brothers. Caracterizando o ano de 2008 como um dos piores na história do mercado financeiro.

O foco do trabalho é no monitoramento da volatilidade, a Figura 58 mostra o comportamento da volatilidade ao longo de 2007 e 2008, pode-se notar que novamente a série apresenta até meados de julho de 2008 um comportamento semelhante ao do ano de 2007 inteiro, porém esse comportamento é alterado e a volatilidade aumenta significativamente, a Tabela 21, mostra também que a média da volatilidade diária e a acumulada em 2008 são aproximadamente 3,4 vezes maiores do que em 2007.

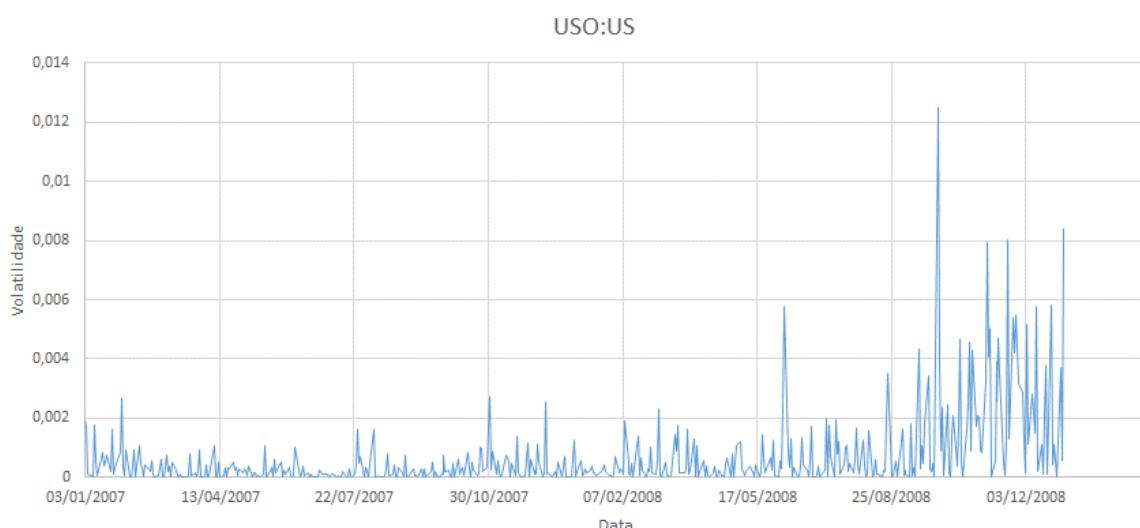


Figura 58: Volatilidade de USO:US - 2008. Fonte: autor

Ao se aplicar a metodologia ao caso da USO:US nota-se que os valores de ARL_1 calculados ficaram entre 2,8 e 3,5, muito abaixo do $ARL_0 = 20$ que foi utilizado para projetar os gráficos, pode-se concluir então que o modelo foi capaz de detectar mudanças futuras na volatilidade do ativo associadas aos acontecimentos macroeconômicos responsáveis pelas variações no preço da USO:US.

Apesar do modelo ter sido bem-sucedido em detectar previamente essas mudanças na volatilidade do ativo, vale ressaltar que após agosto/2008 o modelo perde sua precisão, apontando quase que diariamente que o processo se encontra fora de controle, uma vez que os níveis de volatilidade são muito maiores daqueles do ano de 2007 que serviram

como massa de dados para o projeto dos gráficos, logo pode-se questionar a precisão do modelo. Para isso sugere-se que quando há alterações nos níveis de volatilidade muito bruscas, conforme a do caso apresentado, o modelo seja ajustado para o comportamento dos dados atuais a fim de melhorar a sua precisão e detectar de maneira assertiva se o processo está fora de controle ou não dadas as novas condições macroeconômicas.

Comprando-se o desempenho dos estimadores em estudo (Clássico, Parkinson, Garman – Klass, Roger-Satchell) quando aplicados ao caso prático versus as simulações computacionais nota-se que em ambos os casos o estimador de Garman-Klass foi o que apresentou melhor performance.

Em relação às regras suplementares nota-se que para deslocamento de pequenas magnitudes (até 1,5), há um ganho considerável de desempenho na detecção de mudanças no valor da volatilidade em relação aos gráficos que não usam regras suplementares, conforme mostram as Tabelas 27 e 28.

Porém conforme aumenta-se o deslocamento há uma redução no desempenho dos gráficos que usam regras suplementares em detectar mudanças na volatilidade, inclusive exibindo resultados piores do que aqueles que não as utilizam, conforme pode-se observar nas Tabelas 29-30 quando aplica-se a metodologia tomando como série fora de controle o ano de 2008, que possui uma volatilidade de 3,4 vezes maior do que o ano de 2007.

Os estimadores de menor variabilidade (Garman – Klass, Roger – Satchell), foram os que mais se beneficiaram do seu uso exibindo modestas melhorias na performance, enquanto os demais estimadores apresentaram um detimento na performance ao utilizar as regras suplementares.

Portanto, conclui-se que para deslocamentos de pequena magnitude, ou seja, até 1,5 vezes a volatilidade referência as regras suplementares exibem ganhos de desempenho, ou seja, reduzem o ARL₁, porém para deslocamentos superiores a 1,5 elas exibem pouco ganho ou inclusive detimento de performance.

8.3 Sugestões para próximos estudos

O trabalho desenvolvido aqui abre novas possibilidades de estudo acerca da utilização de ferramentas típicas da Engenharia de Produção para aplicações do mercado financeiro, a primeira sugestão de novos estudos seria o desenvolvimento de um algoritmo mais

eficiente para o cálculo dos limites de controle e de alerta a fim de obter uma solução ótima independentemente das condições iniciais.

Outra possibilidade de estudo seria o uso de outros estimadores menos usuais, como o estimador de Yang-Zhang e o estimador de Garman-Klass estendido (Yang; Zhang,2000).

Além de algoritmos mais eficientes e novos estimadores, pode-se sugerir uma nova forma de mensurar o desempenho dos gráficos, ou seja, ao invés de utilizar o comprimento médio de sequência ARL que apresenta uma distribuição geométrica cuja média não é um valor representativo da sequência, uma alternativa seria o uso da mediana ou moda dos valores do comprimento médio de sequência por fornecerem informações mais precisas sobre os valores mais frequentes do ARL, logo os gráficos seriam projetos de forma a compartilharem o mesmo ARL com base na moda ou mediana.

De acordo com Montgomery (2004) quando as mudanças no processo são de pequena magnitude, em torno de $1,5\sigma$, os gráficos de Shewhart são insensíveis em detectar essas mudanças, pode-se lançar mão de duas alternativas: regras suplementares (abordadas nesse trabalho) ou dois tipos de gráficos de controle que levam em conta eventos anteriores, o gráfico de soma cumulativa (CUSUM) e o gráfico da média móvel exponencialmente ponderada (EWMA).

O gráfico CUSUM é uma alternativa interessante pois leva em conta diretamente toda informação contida na série, somando, de maneira cumulativa, a média de várias amostras e comparando-as com a média alvo do processo em questão. Esse tipo de gráfico é particularmente eficiente quando o tamanho das amostras é de $n=1$ e quando há computadores capazes de monitorar o processo online (MONTGOMERY,2004), logo pode-se notar que provavelmente o gráfico CUSUM seja uma alternativa melhor que o gráfico de Shewhart para o contexto do presente trabalho.

O gráfico EWMA também é uma boa alternativa e de implementação mais simples do que o CUSUM, uma vez que o EWMA pondera as diversas médias móveis do processo de maneira exponencial, atribuindo maior peso às observações mais recentes, aumentando a sua sensibilidade a pequenas mudanças no processo em monitoramento.

8.4 Dificuldades encontradas

A principal dificuldade durante a realização desse trabalho, sem dúvidas, foi em relação a necessidade de tempo e poder de processamento de dados para a realização das simulações realizadas, tanto na determinação dos limites de controle e de alerta assim como para a simulação para as séries fora de controle, sendo necessárias várias semanas e diversos computadores a fim de garantir resultados confiáveis. Somente para ilustrar a magnitude da necessidade de poder computacional, se considerarmos que o ARL médio de 100 dias, repetido 5.000 vezes e que a cada dia 172.800 cálculos foram necessários, considerando ainda que todo esse processo teve que ser repetido 48 vezes para gerar as combinações entre regras suplementares e estimadores nos diferentes casos possíveis, além disso eram necessárias, em média, 5 iterações para se chegar aos limites de controle e de alerta adequados, nota-se então que a demanda por poder computacional foi bastante grande para a realização do trabalho.

Outra dificuldade encontrada pelo autor foi a de se familiarizar com os conceitos de séries temporais, processos estocásticos, econometria e modelagem do comportamento de ativos financeiros, uma vez que não foram abordados em momento algum durante o curso de Engenharia de Produção, por não fazerem parte do escopo do curso de engenharia e assim exigiram esforço do autor em compreendê-los de forma profunda com o objetivo de realizar o presente trabalho de forma adequada, para isso o autor inclusive matriculou-se, utilizando seu créditos para matérias optativas, em disciplinas ministradas em outros departamentos da USP para aprofundar seus conhecimentos finanças quantitativas.

8.5 Comentários finais

A realização desse trabalho revelou-se um grande desafio, contudo uma grande experiência de aprendizagem para o autor, uma vez que foi fundamental resgatar todos os conceitos aprendidos ao longo do curso de engenharia de produção e ir além, estudando conceitos alienígenas ao curso de engenharia o que provou-se uma experiência bastante enriquecedora e que colocou a prova a capacidade analítica e de raciocínio lógico desenvolvidos ao longo do curso.

Contudo, o ponto mais interessante na realização desse trabalho foi poder aplicar as ferramentas típicas de Engenharia de Produção, que foram concebidas inicialmente para serem aplicadas no ambiente industrial, sendo aplicados em um contexto com uma dinâmica completamente diferente, a do mercado de capitais, mostrando que o escopo

desse curso não se limita somente a ambientes industriais e que o leque de áreas de atuação do engenheiro de produção e sua bagagem técnica é maior do que o esperado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BECKERS, S. 1983. Variance of security price returns based on high, low, and closing prices. *Journal of Business* 56:97–112.
- BLACK, F.; SCHOLES, M. **The Pricing of Options and Corporate Liabilities**. *Journal of Political Economy*, v.81, 1973.
- DICKEY, D.A.; FULLER W.A., **Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root**, *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431, 1979.
- GARMAN, M. B.; KLASS, M. J. **On the estimation of security price volatilities from historical data**. *Journal of Business*, 53:67 – 78, 1980.
- HAMILTON, J. D., **Time Series Analysis**, 1st ed, Princeton University Press, 1994, 820p.
- HULL, J., **Options, Futures and Other Derivatives**, 8th ed. Prentice Hall, 2011. 841p.
- ITÔ, K. **On Stochastic Differential Equations**. *Memoirs of the American Mathematical Society*, v.4, pp. 1-51, 1951.
- LUENBERGER, D. G. **Investment Science**, 1st Edition. Oxford University Press, 1998, 512p.
- MONTGOMERY, D. C., **Introdução ao Controle Estatístico da Qualidade**, 4^a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004. 513 p.
- MORETTIN, P.A.; TOLOI, CLÉLIA M C. **Análise de Séries Temporais**. 1^a ed. São Paulo: Blucher, 2004.535p.
- MORETTIN, P.A. **Econometria Financeira**: um curso em séries temporais financeiras. 2^a ed. São Paulo: Blucher, 2011.383p.
- NATANBERG, S., **Options, Volatility & Pricing**, Advanced trading strategies and techniques. 1st ed. McGraw-Hill. 1994. 470 p
- PARKINSON, M. **The extreme value method for estimating the variance of the rate of return**. *Journal of Business* 53:61 – 65, 1980

PESSÔA, T. M. **Modelo para Determinação da Curva de Volatilidade de Ativos.** 2003. 106p. Trabalho de Formatura – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

PINTO, ANDRÉ HASSIN. **Gráficos de controle tipo Shewhart no monitoramento da volatilidade de retornos de ativos financeiros.** 2013. 104p. Trabalho de Formatura – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013.

ROGERS, L. C. G; SATCHELL, S. E. **Estimating variance from high, low and closing prices.** Annals of Applied Probability 1:504 – 12, 1991.

SANTOS, L. H. P. **Uso de modelos autorregressivos combinados a gráficos de controle para monitorar volatilidade de ativos financeiros.** 2012. 136p. Trabalho de Formatura – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

SILVEIRA, T.K.G. **Modelo de previsão com volatilidade estocástica.** 2008. 107p. Trabalho de Formatura – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

TRISUZZI, V. **Análise de volatilidades implícitas através de métodos baysianos.** 2007. 118p. Trabalho de Formatura – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

YANG, D.; ZHANG, Q. **Drift-Independent Volatility Estimation Based on High, Low, Open, and Close prices.** Journal of Business, 73, 477 – 491, 2000

APÊNDICE A – SIMULAÇÃO DE UM ANO

DIA	Hi	Li	Ci	Oi
0			30	
1	32,10605	29,96137	31,34983	30
2	32,80886	30,62852	30,92727	31,34983
3	31,02508	29,32605	30,04411	30,92727
4	34,82659	29,78236	34,07184	30,04411
5	34,37903	30,82424	33,04657	34,07184
6	33,07511	30,33328	30,85822	33,04657
7	36,73975	30,69424	35,91028	30,85822
8	37,84365	34,43695	35,05627	35,91028
9	37,45439	34,82821	35,78261	35,05627
10	36,52158	32,32285	32,77842	35,78261
11	33,29229	29,86348	30,07069	32,77842
12	30,44606	27,78105	28,63432	30,07069
13	29,72461	27,55727	29,57159	28,63432
14	30,58379	28,19768	29,97756	29,57159
15	31,62653	28,72366	29,5646	29,97756
16	31,95785	28,91917	30,09253	29,5646
17	31,01201	29,1522	29,82264	30,09253
18	32,01819	28,46484	28,89268	29,82264
19	29,53746	27,5755	28,6713	28,89268
20	29,18138	26,71699	28,06848	28,6713
21	29,96311	27,16621	27,68096	28,06848
22	28,61182	25,70081	26,04443	27,68096
23	28,9336	25,95391	28,18403	26,04443
24	29,05895	26,49668	26,86252	28,18403
25	28,96588	26,11203	28,11442	26,86252
26	29,63588	27,51303	29,01289	28,11442
27	29,94133	26,48455	26,77039	29,01289
28	28,27972	26,38687	28,05022	26,77039
29	30,25848	27,83759	28,94976	28,05022
30	30,64348	27,67679	28,9741	28,94976
31	30,04176	28,01073	28,98633	28,9741
32	29,50406	26,60669	27,0909	28,98633
33	28,38773	25,44264	26,04809	27,0909
34	26,59541	23,10027	24,25906	26,04809
35	24,90656	23,45563	23,97063	24,25906
36	24,26363	22,66893	22,75809	23,97063
37	25,2493	22,55191	24,50638	22,75809
38	26,30443	24,46688	25,25658	24,50638
39	26,11399	24,79509	25,87015	25,25658
40	25,9958	24,06914	25,29875	25,87015
41	27,10375	24,59398	25,20067	25,29875
42	26,22372	24,19697	24,87355	25,20067

43	26,44886	24,32155	25,07852	24,87355
44	26,02209	24,1339	24,97886	25,07852
45	26,02275	24,04751	24,31095	24,97886
46	25,59683	23,57465	24,55874	24,31095
47	25,03767	23,20126	23,31759	24,55874
48	24,03148	21,86967	22,00336	23,31759
49	22,62027	21,09235	21,39826	22,00336
50	21,57997	19,47883	20,20664	21,39826
51	21,35252	19,86787	20,63387	20,20664
52	23,07454	20,31776	21,97843	20,63387
53	23,32118	20,66469	20,79831	21,97843
54	23,19601	20,70796	22,49102	20,79831
55	24,03894	22,20342	23,07511	22,49102
56	27,1435	22,92824	25,71856	23,07511
57	26,39543	24,87775	26,18893	25,71856
58	26,19774	21,54497	21,5133	26,18893
59	21,99078	20,28381	21,03918	21,5133
60	23,77186	20,83083	23,19257	21,03918
61	24,81514	22,76964	24,48545	23,19257
62	25,52229	22,75016	23,18518	24,48545
63	23,59943	21,88184	23,40664	23,18518
64	23,70273	19,80769	20,64203	23,40664
65	21,89873	20,34306	21,04752	20,64203
66	22,72695	20,79617	21,33545	21,04752
67	23,19396	20,9197	23,07001	21,33545
68	24,83856	22,86481	23,26136	23,07001
69	23,53765	21,50558	22,0549	23,26136
70	22,68374	20,88005	20,95494	22,0549
71	21,17304	18,71926	19,08571	20,95494
72	19,55919	17,83443	18,44204	19,08571
73	19,24452	17,27382	17,35497	18,44204
74	20,33812	17,32904	20,1931	17,35497
75	20,8466	18,61341	20,51437	20,1931
76	20,82083	18,93531	19,21609	20,51437
77	19,45517	17,41045	17,93945	19,21609
78	18,64102	17,66287	18,00426	17,93945
79	18,83737	17,48765	18,65261	18,00426
80	19,72655	18,30652	18,97576	18,65261
81	20,06419	18,07633	18,31495	18,97576
82	20,27855	18,25247	20,00852	18,31495
83	20,27117	18,57391	18,95962	20,00852
84	19,27775	16,02948	16,21763	18,95962
85	16,71874	15,66715	16,09092	16,21763
86	16,46949	13,78436	13,8064	16,09092
87	14,57697	13,4662	13,90963	13,8064

88	14,0288	13,08359	13,13248	13,90963
89	13,94397	13,03741	13,25605	13,13248
90	13,55912	12,77806	13,18106	13,25605
91	13,63725	12,53343	13,12515	13,18106
92	13,47738	12,42874	13,32685	13,12515
93	13,44312	12,81785	13,19043	13,32685
94	13,71183	12,52756	12,9383	13,19043
95	13,44646	12,02757	13,03473	12,9383
96	13,74934	12,64999	13,53764	13,03473
97	13,93005	12,53332	12,76074	13,53764
98	12,99906	12,31348	12,77039	12,76074
99	12,77371	11,48517	11,80358	12,77039
100	12,77566	11,64782	12,67442	11,80358
101	13,05798	11,7913	12,13879	12,67442
102	12,87242	11,82448	12,56831	12,13879
103	12,87921	11,51093	12,31976	12,56831
104	12,48706	11,6193	12,05969	12,31976
105	13,29348	11,67488	12,87241	12,05969
106	13,79262	12,66556	13,0832	12,87241
107	13,76121	12,82603	13,20387	13,0832
108	14,64808	13,03929	14,38106	13,20387
109	14,5124	13,01616	14,08206	14,38106
110	14,31135	13,30285	13,83376	14,08206
111	15,20045	13,82162	14,274	13,83376
112	14,9865	13,66439	14,52472	14,274
113	14,8984	14,16242	14,73228	14,52472
114	15,235	13,95056	14,7115	14,73228
115	15,07057	13,81113	14,07323	14,7115
116	14,63443	13,3362	13,49434	14,07323
117	13,85485	13,0956	13,74271	13,49434
118	15,98274	13,43118	16,01701	13,74271
119	17,05684	15,43659	16,85287	16,01701
120	17,51653	16,62229	17,34407	16,85287
121	17,34785	15,45241	16,09389	17,34407
122	16,13518	14,43726	15,70128	16,09389
123	16,20818	15,04996	15,50076	15,70128
124	16,22722	15,26352	15,80976	15,50076
125	15,9389	14,26624	15,24496	15,80976
126	15,46411	14,27606	14,80425	15,24496
127	14,8434	12,64052	12,81475	14,80425
128	13,36471	12,42154	12,89984	12,81475
129	13,52777	12,32202	13,27612	12,89984
130	13,43603	12,38566	12,6529	13,27612
131	13,36143	12,44499	13,06603	12,6529
132	14,16073	12,98412	14,23975	13,06603

133	14,61447	13,8259	14,14943	14,23975
134	14,25012	13,31501	13,60559	14,14943
135	14,57882	13,1659	14,50179	13,60559
136	15,97687	14,48724	15,24753	14,50179
137	16,75965	15,08854	15,9804	15,24753
138	17,31103	15,76953	16,17053	15,9804
139	16,82883	15,00106	15,86146	16,17053
140	18,11434	15,28216	18,03998	15,86146
141	19,07263	17,55536	18,47433	18,03998
142	20,62506	18,34183	19,71414	18,47433
143	20,87322	19,14473	20,08434	19,71414
144	21,25789	20,00995	20,86986	20,08434
145	22,04873	20,36766	21,23129	20,86986
146	22,27936	20,62783	21,37351	21,23129
147	22,86125	20,83765	22,57565	21,37351
148	23,98595	21,75386	23,03648	22,57565
149	23,25153	20,86558	21,29576	23,03648
150	21,89537	19,69427	20,67142	21,29576
151	21,58225	19,75172	20,71299	20,67142
152	21,14837	18,54204	18,7488	20,71299
153	19,22791	17,51096	17,68881	18,7488
154	20,11881	17,49569	20,19791	17,68881
155	21,11335	19,21223	20,20943	20,19791
156	21,82019	19,50724	21,66794	20,20943
157	22,67178	21,19212	22,28695	21,66794
158	23,86984	21,51221	23,57165	22,28695
159	23,81768	19,04307	19,39801	23,57165
160	19,78722	18,11624	19,47873	19,39801
161	20,66588	18,93882	20,17803	19,47873
162	20,41596	17,8566	17,94333	20,17803
163	19,23784	17,25507	19,22927	17,94333
164	20,53509	18,74238	19,93758	19,22927
165	20,29164	18,0102	18,09703	19,93758
166	18,28963	17,12113	17,74805	18,09703
167	17,75532	16,62107	16,86252	17,74805
168	18,08767	16,49675	17,95494	16,86252
169	19,1791	17,80567	18,40928	17,95494
170	19,21081	18,01771	18,27914	18,40928
171	19,48934	17,96555	19,26711	18,27914
172	20,86829	18,76151	18,77365	19,26711
173	19,07486	17,18943	17,18163	18,77365
174	17,95447	16,98441	17,19827	17,18163
175	17,38017	15,66819	15,98509	17,19827
176	17,2268	15,67721	17,20771	15,98509
177	17,55504	16,55825	16,88774	17,20771

178	18,54285	16,52586	18,12035	16,88774
179	18,46356	16,67631	16,9234	18,12035
180	18,45884	16,65422	18,19916	16,9234
181	20,20142	17,88357	19,14667	18,19916
182	19,8022	18,3624	19,29554	19,14667
183	19,4334	17,86894	18,38518	19,29554
184	21,14396	18,29135	20,9332	18,38518
185	22,6144	20,61189	21,21975	20,9332
186	21,34971	20,1784	20,91956	21,21975
187	21,43823	19,27369	20,1939	20,91956
188	23,78825	20,19208	23,05896	20,1939
189	24,631	22,62146	23,6542	23,05896
190	24,3088	22,83956	23,5547	23,6542
191	25,39193	23,47525	24,19368	23,5547
192	24,73455	21,51338	21,91588	24,19368
193	22,20643	20,64974	20,68169	21,91588
194	21,56636	19,54251	21,02902	20,68169
195	22,2656	20,53023	21,48918	21,02902
196	22,41977	20,59134	20,77514	21,48918
197	21,05674	19,79563	20,91103	20,77514
198	21,7368	19,81937	19,88961	20,91103
199	20,07193	18,0874	18,17519	19,88961
200	18,39842	17,24251	17,89337	18,17519
201	18,09308	16,4204	17,13294	17,89337
202	17,7073	16,38495	16,81079	17,13294
203	17,00951	15,82758	16,10492	16,81079
204	16,1121	14,18289	14,25134	16,10492
205	14,36654	13,56588	13,89482	14,25134
206	14,10844	13,00587	13,6129	13,89482
207	14,97974	13,59905	14,51455	13,6129
208	15,37567	14,09933	15,00284	14,51455
209	15,14624	13,69979	13,94453	15,00284
210	14,93734	13,76477	14,70062	13,94453
211	14,86131	13,85491	14,78912	14,70062
212	15,25576	14,29106	14,56377	14,78912
213	14,9812	13,74106	13,92447	14,56377
214	15,48172	13,91142	15,0456	13,92447
215	16,26038	14,9817	15,2851	15,0456
216	16,15346	14,93676	15,46722	15,2851
217	17,11388	15,44364	16,35447	15,46722
218	16,73727	15,65539	16,03041	16,35447
219	17,4092	15,96703	17,32954	16,03041
220	18,28454	17,07167	18,0078	17,32954
221	18,61727	15,82813	16,89689	18,0078
222	17,43197	16,17474	16,70096	16,89689

223	17,78003	16,41649	17,56908	16,70096
224	17,8915	16,96534	17,87041	17,56908
225	19,39859	17,83225	18,67443	17,87041
226	19,34137	17,87864	18,47036	18,67443
227	18,59359	17,20094	18,05528	18,47036
228	18,99939	17,53696	18,37283	18,05528
229	18,77208	17,25783	17,44697	18,37283
230	18,47566	17,01945	18,40721	17,44697
231	18,46621	16,27757	16,38749	18,40721
232	16,86928	15,508	15,98477	16,38749
233	16,65043	15,21665	15,62786	15,98477
234	16,08326	14,88194	15,42072	15,62786
235	15,93967	14,36511	14,44945	15,42072
236	15,19674	14,12657	14,21949	14,44945
237	14,25012	13,00963	13,53342	14,21949
238	14,36887	12,42857	12,8157	13,53342
239	15,11882	12,63914	15,03432	12,8157
240	15,30153	13,31015	14,00169	15,03432
241	15,12165	13,80617	13,87302	14,00169
242	13,89978	12,8427	13,29724	13,87302
243	13,86781	12,09157	12,57952	13,29724
244	13,03701	12,05561	12,44088	12,57952
245	13,46546	12,42492	12,5119	12,44088
246	13,08334	11,79919	12,82699	12,5119
247	13,44183	12,45311	12,59161	12,82699
248	13,03701	11,88369	12,23854	12,59161
249	12,75445	11,94818	12,37153	12,23854
250	13,01243	12,04644	12,26407	12,37153
251	12,79733	11,85694	11,87856	12,26407
252	13,337	11,77856	12,91007	11,87856

ANEXO A – DADOS DO ETF USO:US DE 2007 ATÉ 2008

Date	Open	High	Low	Close	Volume	Adj Close
03/01/2007	51,42	51,42	49,13	49,4	3213700	49,4
04/01/2007	48,54	48,9	47,22	47,39	4459900	47,39
05/01/2007	47,4	47,93	46,89	47,83	3632800	47,83
08/01/2007	48,72	49,05	47	47,49	3949200	47,49
09/01/2007	46,27	47,5	46,18	47,3	4019700	47,3
10/01/2007	46,64	46,75	45,36	45,36	6345800	45,36
11/01/2007	45,25	46,14	44,01	44,34	9009400	44,34
12/01/2007	44,28	45	43,51	44,63	10068600	44,63
16/01/2007	44,16	44,4	42,91	43,34	9184900	43,34
17/01/2007	42,99	44,35	42,7	44,22	11334000	44,22
18/01/2007	44,3	44,6	42,56	43,23	13502000	43,23
19/01/2007	43,44	44,5	43,38	44,43	6014000	44,43
22/01/2007	44,82	45,51	43,44	43,84	10605300	43,84
23/01/2007	44,36	45,83	44,21	45,65	7728800	45,65
24/01/2007	45,47	46,18	44,71	46,1	5369600	46,1
25/01/2007	46,19	46,48	45,1	45,27	3792800	45,27
26/01/2007	45,6	46,4	45,55	46,28	4386000	46,28
29/01/2007	45,93	46,18	44,9	44,97	3129600	44,97
30/01/2007	45,24	47,5	45,24	47,36	5706500	47,36
31/01/2007	47,16	48,45	46,5	48,24	5909700	48,24
01/02/2007	48,25	49	47,64	47,84	5277700	47,84
02/02/2007	48,22	49,34	47,6	49,34	4689300	49,34
05/02/2007	49,62	49,95	48,79	49,1	5723900	49,1
06/02/2007	49,65	49,79	48,81	49,21	4835400	49,21
07/02/2007	49,52	49,8	47,84	48,25	5137600	48,25
08/02/2007	48,49	50,02	48,13	49,75	5200500	49,75
09/02/2007	50,05	50,74	49,71	49,99	5946400	49,99
12/02/2007	49,33	49,55	48,12	48,37	4649400	48,37
13/02/2007	48,68	49,89	48,59	49,36	2670000	49,36
14/02/2007	49,15	49,55	48,08	48,45	4835200	48,45
15/02/2007	48,45	48,58	47,3	48,35	3488400	48,35
16/02/2007	48,66	49,55	48,54	49,35	2927800	49,35
20/02/2007	48,26	49,24	47,84	48,67	2740000	48,67
21/02/2007	48,79	50,17	48,24	49,86	4245400	49,86
22/02/2007	49,75	50,7	49,46	50,33	3443900	50,33
23/02/2007	50,85	51,18	50,13	50,46	3822400	50,46
26/02/2007	50,81	51,15	50,27	50,9	2579800	50,9
27/02/2007	50,11	51,54	49,95	49,95	5083800	49,95
28/02/2007	50,64	51,4	49,95	51,18	3313200	51,18
01/03/2007	50,99	51,68	50,36	51,24	2743800	51,24
02/03/2007	51,5	51,64	50,85	51,01	2605000	51,01
05/03/2007	50,03	50,36	49,38	49,62	3681200	49,62
06/03/2007	50,25	50,36	49,73	50,32	1533400	50,32

07/03/2007	50,5	51,49	50,4	51,29	3344300	51,29
08/03/2007	51,56	51,59	50,89	51,29	1617500	51,29
09/03/2007	51,2	51,24	50,07	50,11	1836400	50,11
12/03/2007	49,6	49,86	49	49,35	3333000	49,35
13/03/2007	49,63	50,15	48,67	48,94	2956900	48,94
14/03/2007	49,02	49,32	48,61	49,14	1974900	49,14
15/03/2007	49,32	49,41	48,51	48,67	1378200	48,67
16/03/2007	48,98	49,52	47,78	48,42	2309000	48,42
19/03/2007	48,5	49	48,2	48,7	1887100	48,7
20/03/2007	48,6	48,91	48,07	48,46	1924900	48,46
21/03/2007	48,5	48,82	48,1	48,8	2553500	48,8
22/03/2007	49,2	50,2	49,2	50,18	2511900	50,18
23/03/2007	50,49	50,89	50,25	50,57	2266200	50,57
26/03/2007	51,31	51,45	50,7	51,17	2889100	51,17
27/03/2007	50,75	51,27	50,63	51,2	2692000	51,2
28/03/2007	51,99	52,76	51,75	52	6121700	52
29/03/2007	52,64	53,98	52,4	53,62	6817500	53,62
30/03/2007	53,51	54,2	53,25	53,35	5669800	53,35
02/04/2007	53,55	54,22	53,07	53,56	3704900	53,56
03/04/2007	52,98	53,07	52,05	52,46	4397900	52,46
04/04/2007	52,14	52,61	51,65	52,33	4303000	52,33
05/04/2007	52,75	52,77	51,76	52,01	3198400	52,01
09/04/2007	51,96	52,09	50,02	50,35	4718400	50,35
10/04/2007	50,28	50,78	50,28	50,61	2359700	50,61
11/04/2007	50,33	51,25	50	50,46	3231600	50,46
12/04/2007	50,89	51,71	50,8	51,65	2192400	51,65
13/04/2007	51,83	52,04	51,49	51,52	1530900	51,52
16/04/2007	51,6	51,73	50,71	51,2	2223200	51,2
17/04/2007	51,44	51,67	50,2	50,29	2243900	50,29
18/04/2007	50,05	50,36	49,5	50,14	2836600	50,14
19/04/2007	49,87	49,9	49,15	49,22	2304700	49,22
20/04/2007	49,4	50,11	49,24	50,05	1862400	50,05
23/04/2007	50,01	51,42	49,97	51,22	3204100	51,22
24/04/2007	51,31	51,69	50,04	50,39	2997100	50,39
25/04/2007	50,7	51,42	50,41	51,32	2473400	51,32
26/04/2007	51,02	51,78	50,57	50,94	1656900	50,94
27/04/2007	50,61	51,97	50,53	51,84	2063100	51,84
30/04/2007	51,6	51,96	51,05	51,24	1815600	51,24
01/05/2007	51,12	51,63	50,15	50,36	2560100	50,36
02/05/2007	50,12	50,22	49,23	49,59	5218500	49,59
03/05/2007	49,35	49,61	48,98	49,28	3300700	49,28
04/05/2007	49,4	49,48	48,11	48,3	4154600	48,3
07/05/2007	47,85	48,25	47,54	48,06	4086400	48,06
08/05/2007	48,16	48,84	47,81	48,64	3427100	48,64
09/05/2007	48,56	48,63	47,39	48,01	3517700	48,01

10/05/2007	48,5	48,61	47,82	48,15	2403100	48,15
11/05/2007	48,52	48,83	48,22	48,57	2340700	48,57
14/05/2007	48,86	48,93	48,3	48,56	1531000	48,56
15/05/2007	48,41	49,18	48,39	48,99	2100600	48,99
16/05/2007	48,71	48,83	48,06	48,53	2720100	48,53
17/05/2007	48,78	50,22	48,74	50,16	3178500	50,16
18/05/2007	50,14	50,56	49,97	50,1	1904100	50,1
21/05/2007	50,18	51,03	49,67	50,82	3752800	50,82
22/05/2007	50,43	50,66	49,79	49,92	2507200	49,92
23/05/2007	49,81	50,34	49,51	50,17	2299900	50,17
24/05/2007	49,99	50,08	48,59	48,93	2508900	48,93
25/05/2007	49,46	49,66	48,9	49,5	1315100	49,5
29/05/2007	48,75	48,9	47,63	48,4	4249100	48,4
30/05/2007	48,2	48,65	48,16	48,21	2426700	48,21
31/05/2007	48,15	48,96	47,58	48,96	3845200	48,96
01/06/2007	49,13	49,69	48,86	49,46	1840500	49,46
04/06/2007	49,45	50,65	49,45	50,35	6344800	50,35
05/06/2007	49,91	50,43	49,73	50,02	2386900	50,02
06/06/2007	49,99	50,52	49,7	50,31	2473700	50,31
07/06/2007	50,26	51,24	50,26	50,65	3111100	50,65
08/06/2007	49,88	50,24	49,04	49,06	3470400	49,06
11/06/2007	49,4	50,05	49,11	49,84	2661600	49,84
12/06/2007	49,75	49,84	49,23	49,56	1160200	49,56
13/06/2007	49,51	50,41	49,26	50,09	3110300	50,09
14/06/2007	50,65	51,32	50,59	51,1	4544100	51,1
15/06/2007	51,26	51,66	51,05	51,53	3664200	51,53
18/06/2007	51,42	52,31	51,19	52,14	2208600	52,14
19/06/2007	51,97	52,58	51,77	52,12	1995400	52,12
20/06/2007	52,01	52,3	50,85	51,55	4260000	51,55
21/06/2007	52,42	52,42	51,31	51,6	2465500	51,6
22/06/2007	51,96	52,23	51,61	51,89	2006300	51,89
25/06/2007	50,86	52,23	50,76	51,96	4533900	51,96
26/06/2007	51,62	51,63	50,87	51,12	4022900	51,12
27/06/2007	50,66	52,15	50,48	51,88	4827000	51,88
28/06/2007	52,65	52,99	52,25	52,47	3861800	52,47
29/06/2007	52,9	53,45	52,67	53	3391100	53
02/07/2007	52,7	53,58	52,36	53,53	1528400	53,53
03/07/2007	53,29	53,54	53,2	53,54	689000	53,54
05/07/2007	54,2	54,43	53,31	54,15	2222000	54,15
06/07/2007	54,66	54,9	54,35	54,68	1342300	54,68
09/07/2007	54,75	55,01	54,22	54,35	2306900	54,35
10/07/2007	54,3	55	54,18	54,72	1723500	54,72
11/07/2007	54,55	55	54,37	54,66	1705700	54,66
12/07/2007	55,17	55,6	54,21	54,74	2644800	54,74
13/07/2007	55,14	55,63	55,1	55,54	1905100	55,54

16/07/2007	55,67	55,96	55,36	55,76	1799600	55,76
17/07/2007	56,15	56,56	55,28	55,64	2394500	55,64
18/07/2007	55,9	56,65	55,67	56,58	2450700	56,58
19/07/2007	56,85	57,17	56,22	57,08	1830900	57,08
20/07/2007	57,13	57,29	56,63	57	1122900	57
23/07/2007	56,2	56,39	55,89	56,38	2321400	56,38
24/07/2007	55,34	55,54	54,77	55,16	2831900	55,16
25/07/2007	55,55	57,44	55,06	57,44	3153400	57,44
26/07/2007	57,93	57,94	56,04	56,22	4434600	56,22
27/07/2007	56,6	57,94	56,2	57,74	3223800	57,74
30/07/2007	57,95	58,11	57,14	57,5	1868300	57,5
31/07/2007	58	58,83	57,85	58,53	2270800	58,53
01/08/2007	58,5	59,2	57,19	57,76	4578600	57,76
02/08/2007	57,57	58,21	57,34	57,7	3124000	57,7
03/08/2007	57,79	57,82	56,44	56,44	2141500	56,44
06/08/2007	55,5	55,59	53,88	54,2	4020900	54,2
07/08/2007	54,04	54,62	53,53	54,36	3627400	54,36
08/08/2007	54,16	54,95	54,01	54,27	3326800	54,27
09/08/2007	53,23	54,14	53,09	53,78	2186300	53,78
10/08/2007	52,84	53,81	52,69	53,64	2054000	53,64
13/08/2007	54,45	54,85	53,37	53,85	2403800	53,85
14/08/2007	54,18	54,34	53,54	54,23	2373500	54,23
15/08/2007	54,71	55,74	54,48	55,13	2154800	55,13
16/08/2007	54,83	54,83	52,73	53,58	4448900	53,58
17/08/2007	54,3	54,74	53,75	54,03	4869200	54,03
20/08/2007	53,39	53,68	52,73	53,54	2456000	53,54
21/08/2007	53,36	53,92	51,96	52,43	4057800	52,43
22/08/2007	52,7	53,02	51,76	52,35	3175800	52,35
23/08/2007	52,63	52,77	52,06	52,65	1480100	52,65
24/08/2007	52,97	53,77	52,91	53,64	2194000	53,64
27/08/2007	53,3	54,43	52,96	54,33	1507100	54,33
28/08/2007	54,27	54,51	53,72	54,03	1920400	54,03
29/08/2007	54,5	55,55	54,5	55,55	2160000	55,55
30/08/2007	55,25	55,64	54,92	55,5	1291400	55,5
31/08/2007	56,03	56,16	55,54	55,78	1028600	55,78
04/09/2007	55,96	56,8	55,93	56,75	1022300	56,75
05/09/2007	56,51	57,31	56,46	57,26	1132300	57,26
06/09/2007	57,95	58,44	56,87	57,63	4185000	57,63
07/09/2007	57,55	58	57,1	57,76	4277900	57,76
10/09/2007	57,22	59,03	57,17	58,79	3097600	58,79
11/09/2007	58,43	59,03	57,95	58,96	4739600	58,96
12/09/2007	59,21	60,3	59,12	60	3987600	60
13/09/2007	59,83	60,37	59,63	60,17	1768300	60,17
14/09/2007	60,12	60,57	59,53	59,79	3567000	59,79
17/09/2007	59,77	60,84	59,69	60,67	2157300	60,67

18/09/2007	60,64	62,16	60,46	62,05	3003500	62,05
19/09/2007	61,93	62,24	61,18	61,82	3881000	61,82
20/09/2007	61,91	62,78	61,54	62,65	1652000	62,65
21/09/2007	62,78	63,11	61,8	62,14	2819200	62,14
24/09/2007	61,98	62,6	61,64	61,82	1545600	61,82
25/09/2007	61,06	61,31	60,59	61,07	2291600	61,07
26/09/2007	61,66	61,98	60,18	61,7	3261600	61,7
27/09/2007	62,63	63,72	62,34	63,44	2837200	63,44
28/09/2007	63,96	64,25	62,42	62,55	2677700	62,55
01/10/2007	62,27	62,44	61,01	61,59	2470800	61,59
02/10/2007	61,05	61,65	60,57	61,63	1912700	61,63
03/10/2007	61,79	62,07	61,1	61,29	1323000	61,29
04/10/2007	60,92	62,75	60,59	62,61	1986100	62,61
05/10/2007	62,1	62,64	61,84	62,28	1350700	62,28
08/10/2007	61,42	61,56	60,19	60,76	1448000	60,76
09/10/2007	60,74	62,09	60,7	61,4	3109500	61,4
10/10/2007	61,57	62,42	61,2	62,4	1521900	62,4
11/10/2007	62,96	64,08	62,8	63,59	2076400	63,59
12/10/2007	63,58	64,24	63,41	64	1407000	64
15/10/2007	65	65,98	64,77	65,89	2094800	65,89
16/10/2007	66,21	67,31	66	66,98	3998300	66,98
17/10/2007	67,16	67,84	66,38	66,63	6012100	66,63
18/10/2007	67,28	68,4	67,01	68,17	2529900	68,17
19/10/2007	67,59	67,81	66,82	67,14	5451000	67,14
22/10/2007	66,66	67,36	65,97	66,54	5007600	66,54
23/10/2007	67,03	67,15	65,72	65,83	2286500	65,83
24/10/2007	65,97	67,99	65,9	67,98	2493400	67,98
25/10/2007	68,54	70,18	68,31	70,12	3230200	70,12
26/10/2007	71,15	71,27	70,25	71,17	2909400	71,17
29/10/2007	71,57	72,65	71,08	72,5	3331900	72,5
30/10/2007	71,54	71,69	69,54	69,54	4123500	69,54
31/10/2007	71,08	73,43	70,55	73,27	6360400	73,27
01/11/2007	73,16	73,17	71,42	72,17	5060800	72,17
02/11/2007	73,22	74,42	72,84	74,35	2714900	74,35
05/11/2007	73,29	74,6	72,95	73,54	2397900	73,54
06/11/2007	74,75	75,42	74,37	75,34	2910100	75,34
07/11/2007	75,94	76,32	73,7	74,48	5368900	74,48
08/11/2007	75,78	76,06	74,08	74,08	2887300	74,08
09/11/2007	74,29	75,1	73,82	74,77	3765800	74,77
12/11/2007	73,06	73,81	72,74	72,77	3762700	72,77
13/11/2007	72,46	72,74	70,03	70,93	5001800	70,93
14/11/2007	71,89	73,1	71,77	72,6	2520800	72,6
15/11/2007	72,22	72,61	71,08	72,3	3413100	72,3
16/11/2007	73,56	74,13	73,22	73,9	3413700	73,9
19/11/2007	74,25	74,56	73,22	74,49	2734000	74,49

20/11/2007	75,26	77,5	75,04	77,34	3139000	77,34
21/11/2007	77,5	77,59	75,72	76,44	3865700	76,44
23/11/2007	76,4	77,22	76,21	76,76	618600	76,76
26/11/2007	76,41	77,24	75,89	76,25	2406500	76,25
27/11/2007	74,73	75,04	74,06	74,3	4188100	74,3
28/11/2007	74,57	74,68	71,07	71,8	5160600	71,8
29/11/2007	72,17	73,38	71,1	71,64	4117200	71,64
30/11/2007	70,16	71,64	69,58	69,91	5812900	69,91
03/12/2007	69,16	70,81	68,56	70,7	4976800	70,7
04/12/2007	69,31	69,7	68,69	69,4	2795100	69,4
05/12/2007	70,54	71	68,3	68,69	5235100	68,69
06/12/2007	68,53	71,29	68,48	71,02	4124200	71,02
07/12/2007	70,03	70,03	68,52	69,43	3404200	69,43
10/12/2007	70,11	70,67	68,65	69,36	3544200	69,36
11/12/2007	70,27	71,29	69,8	70,26	3206600	70,26
12/12/2007	71,79	74,69	71,58	73,9	5383200	73,9
13/12/2007	73,66	74,01	72,59	73,17	4370500	73,17
14/12/2007	72,35	72,94	71,68	72,26	2164500	72,26
17/12/2007	71,61	71,98	70,91	71,89	1999900	71,89
18/12/2007	73,33	73,33	70,39	71,11	2779800	71,11
19/12/2007	71,6	72,85	71,3	72,15	2304600	72,15
20/12/2007	71,98	72,85	71,64	72,1	1539900	72,1
21/12/2007	72,52	74,04	72,32	73,8	2455200	73,8
24/12/2007	73,43	73,97	73,04	73,95	483500	73,95
26/12/2007	75,6	76,22	75,28	75,91	2047600	75,91
27/12/2007	76,27	77,22	75,84	76,25	2646200	76,25
28/12/2007	76,88	77,32	75,71	75,89	2408100	75,89
31/12/2007	76,21	76,41	74,81	75,76	2533700	75,76
02/01/2008	77,38	78,81	77,21	78,47	4439000	78,47
03/01/2008	78,63	79,09	77,79	78,37	5008100	78,37
04/01/2008	77,7	77,81	76,71	77,31	4145400	77,31
07/01/2008	77,07	77,07	74,67	75,5	4393500	75,5
08/01/2008	76,71	77,07	75,77	76,06	2604800	76,06
09/01/2008	75,65	77,27	75,25	75,25	4939600	75,25
10/01/2008	74,12	74,66	73,51	74,02	4402900	74,02
11/01/2008	73,37	73,74	72,75	73,09	3173900	73,09
14/01/2008	74,07	74,47	73,4	74,25	2238500	74,25
15/01/2008	73,04	73,17	72,01	72,78	4908600	72,78
16/01/2008	72,08	72,3	70,49	71,85	4150900	71,85
17/01/2008	72,26	72,56	70,56	71,03	4131400	71,03
18/01/2008	71,53	71,89	70,71	71,54	2212900	71,54
22/01/2008	69,45	71,04	69,1	70,55	4624300	70,55
23/01/2008	69,45	70,08	68,63	69,5	5305700	69,5
24/01/2008	69,75	71,17	69,01	70,93	5021400	70,93
25/01/2008	72	72,46	71,11	71,91	5043400	71,91

28/01/2008	71,13	72,47	70,4	72,35	3155900	72,35
29/01/2008	71,63	72,98	71,63	72,98	1791100	72,98
30/01/2008	73,14	73,43	72,37	73,08	2666300	73,08
31/01/2008	71,82	73,2	71,07	72,35	2544100	72,35
01/02/2008	72,17	72,25	70,17	70,47	3357800	70,47
04/02/2008	70,65	72,05	70,35	71,37	3343000	71,37
05/02/2008	70,43	70,52	69,43	70,15	5367900	70,15
06/02/2008	70,48	70,5	68,75	69,02	4077900	69,02
07/02/2008	68,62	70,07	68,57	69,8	3269000	69,8
08/02/2008	70,78	72,9	70,66	72,9	6678200	72,9
11/02/2008	72,67	75,09	72,1	74,55	5019100	74,55
12/02/2008	73,69	74,64	73,22	73,59	2551800	73,59
13/02/2008	73,3	74,53	73	74,11	2220000	74,11
14/02/2008	74,87	75,87	74,74	75,76	2626200	75,76
15/02/2008	76,44	76,6	75,03	75,93	3359200	75,93
19/02/2008	77,96	79,16	77,42	78,81	4285700	78,81
20/02/2008	78,14	79,89	77,72	79,32	3806400	79,32
21/02/2008	78,45	79,27	76,86	77,33	6123200	77,33
22/02/2008	78,38	78,76	77,14	78,6	4610400	78,6
25/02/2008	78,36	79,08	77,58	78,74	2598400	78,74
26/02/2008	78,55	80,28	78,34	80,1	4259300	80,1
27/02/2008	79,91	80,36	78,92	78,92	3737400	78,92
28/02/2008	79,74	81,71	79,61	81,48	3262000	81,48
29/02/2008	81,13	81,48	80,42	80,42	3117100	80,42
03/03/2008	81,48	82,48	80,61	81,32	5044500	81,32
04/03/2008	81,73	82	78,5	79,4	6189500	79,4
05/03/2008	80,49	83,3	80,33	83,3	7568600	83,3
06/03/2008	82,79	83,89	81,63	83,89	5701500	83,89
07/03/2008	83,31	84,53	82,53	83,73	5385600	83,73
10/03/2008	83,07	85,63	82,53	85,63	6139800	85,63
11/03/2008	85,5	86,34	84,29	86,34	9790700	86,34
12/03/2008	86,01	87,01	84,75	86,92	9246100	86,92
13/03/2008	87,02	87,79	85,98	87,21	7697500	87,21
14/03/2008	86,99	87,76	86,06	86,51	8580400	86,51
17/03/2008	83,92	85,85	81,48	83,3	11640800	83,3
18/03/2008	84,78	87,04	84,19	85,8	8667700	85,8
19/03/2008	84,57	86	81,81	82,29	10950600	82,29
20/03/2008	79,7	81,96	79,59	81,3	11747800	81,3
24/03/2008	80,96	82,02	80,08	80,26	4252100	80,26
25/03/2008	80,75	81,62	79,4	81,47	4740600	81,47
26/03/2008	82,03	85,23	81,98	84,81	6166000	84,81
27/03/2008	85,07	86,64	84,64	85,73	4721100	85,73
28/03/2008	85,01	85,01	83,87	84,37	4898600	84,37
31/03/2008	84,72	85,5	80,36	81,36	7804100	81,36
01/04/2008	80	82,09	79,77	81,06	5367700	81,06

02/04/2008	80,8	84,1	79,96	83,78	6182400	83,78
03/04/2008	82,9	85,2	82,64	83,65	5411500	83,65
04/04/2008	84,44	85,12	83,85	84,88	4424600	84,88
07/04/2008	86,49	87,63	86,49	86,93	4270300	86,93
08/04/2008	87	87,58	86,2	87,19	3527900	87,19
09/04/2008	87,09	89,7	86,94	88,9	8202900	88,9
10/04/2008	89,08	89,09	87,14	88,18	6419900	88,18
11/04/2008	87,65	88,57	87,37	88,48	3831100	88,48
14/04/2008	88,85	89,71	88,45	89,64	4317500	89,64
15/04/2008	91,01	91,44	90,67	91,44	5075500	91,44
16/04/2008	91,22	92,3	90,02	92,15	7894000	92,15
17/04/2008	92,17	92,61	91,62	92,37	4772500	92,37
18/04/2008	90,98	93,84	90,9	93,79	9202600	93,79
21/04/2008	93,47	94,38	92,69	94,38	4681800	94,38
22/04/2008	93,68	95,83	93,6	95,08	7158900	95,08
23/04/2008	94,4	95,51	93,81	95,18	8478900	95,18
24/04/2008	93,4	94,85	92,06	93,2	11110000	93,2
25/04/2008	94,94	96,28	94,55	95,66	9001700	95,66
28/04/2008	95,87	96,24	95,25	95,69	4849200	95,69
29/04/2008	93,92	94,53	92,65	92,99	7601800	92,99
30/04/2008	93,58	94,34	91,31	92,5	9530700	92,5
01/05/2008	90,78	91,1	88,89	90,38	7819200	90,38
02/05/2008	91,1	93,84	91,1	93,4	6891900	93,4
05/05/2008	95,23	96,92	95,11	96,74	7337700	96,74
06/05/2008	96,97	98,84	96,9	98,38	7575600	98,38
07/05/2008	98,23	99,92	97,12	99,8	13538700	99,8
08/05/2008	99,5	100,8	98,3	100,7	9807100	100,66
09/05/2008	101,8	102,1	100,7	102,1	12196700	102,12
12/05/2008	100,8	102,2	100,1	100,1	10050200	100,11
13/05/2008	100,1	102,5	99,98	101,7	11976000	101,71
14/05/2008	101,2	102	100	100,2	9105500	100,22
15/05/2008	102	102,2	97,69	100,2	16247000	100,21
16/05/2008	102,9	103	101,3	102,3	17668000	102,27
19/05/2008	102,5	103	101,3	102,8	7682400	102,8
20/05/2008	103,9	104,6	103,7	104,3	10140200	104,3
21/05/2008	104,6	108,3	104,1	108,3	17164900	108,31
22/05/2008	107,8	108,4	105,3	105,6	20087900	105,63
23/05/2008	107,9	108,2	105,4	107	13826800	106,95
27/05/2008	105,3	105,9	103,8	104,3	10872700	104,26
28/05/2008	103	106,5	102,5	105,9	13436600	105,92
29/05/2008	104,4	107,8	102,1	102,3	21830400	102,26
30/05/2008	103,2	103,9	101,3	103,1	10790000	103,06
02/06/2008	101,9	104,7	101,7	103,1	8143200	103,05
03/06/2008	102,2	102,7	99	100,7	9774000	100,65
04/06/2008	99,87	103	98,62	98,98	11806500	98,98

05/06/2008	100,1	104	99,24	104	12469100	103,95
06/06/2008	108,4	113	107,3	112,2	33134200	112,17
09/06/2008	110	111,6	107,9	109,1	13718500	109,05
10/06/2008	110,1	111,4	106,2	107	19723800	107,02
11/06/2008	108,8	112,3	108,3	111	17915800	110,99
12/06/2008	108	111,7	107	111,3	14148600	111,27
13/06/2008	108,9	110,3	108,5	109,2	9940600	109,2
16/06/2008	112,8	112,8	108,1	109	12188200	108,99
17/06/2008	108,3	109,9	108	108,7	12223500	108,68
18/06/2008	108,8	111,1	107,1	110,9	12529100	110,89
19/06/2008	110,8	110,8	106,9	106,9	17866000	106,91
20/06/2008	109,7	111,2	108,6	109,1	16009200	109,14
23/06/2008	109,5	111,8	109,4	110,9	12108000	110,92
24/06/2008	110,4	111,7	110	111	9549000	110,95
25/06/2008	110,3	110,4	106,8	108,5	13947500	108,5
26/06/2008	111,4	113,6	110,8	113,1	15274200	113,12
27/06/2008	113,9	115,8	113,2	113,8	14191600	113,75
30/06/2008	115,2	115,3	112,7	113,7	11950800	113,66
01/07/2008	115,7	116	113,4	114,6	13188100	114,59
02/07/2008	113,8	117,2	113,7	116,8	18135900	116,84
03/07/2008	116,8	117,5	115,9	116,8	9268000	116,82
07/07/2008	114,3	116,1	113	115	13676200	114,95
08/07/2008	111,5	111,7	109,5	109,9	16863200	109,92
09/07/2008	110,9	111,8	109,6	109,7	18559600	109,65
10/07/2008	111,4	114,9	110,5	114,3	12343000	114,34
11/07/2008	119,1	119,2	115,6	117,4	14879300	117,39
14/07/2008	117,5	118,5	116,5	117,5	7526700	117,48
15/07/2008	117,7	118	110,1	112,4	27607600	112,39
16/07/2008	111,5	111,9	107	109,3	21073000	109,25
17/07/2008	108,9	110,7	104,7	105,5	22206700	105,53
18/07/2008	105,8	106,6	103,9	104,4	13823400	104,44
21/07/2008	105,1	107	104,1	106,7	9551200	106,67
22/07/2008	105,2	105,3	101,9	103,3	13578000	103,32
23/07/2008	102,4	103,7	100	100	17914000	100,02
24/07/2008	101,4	101,9	99,55	101,5	12059600	101,46
25/07/2008	100,3	100,4	98,76	99,27	14275400	99,27
28/07/2008	99,8	100,7	98,83	100,5	9691400	100,54
29/07/2008	99,97	99,99	97,03	98,04	15021500	98,04
30/07/2008	98,25	102,7	97,35	102,1	19932300	102,13
31/07/2008	102,2	102,2	98,99	99,99	13797600	99,99
01/08/2008	99,62	103,6	99,5	101	12430600	101,04
04/08/2008	100,2	101,6	96,35	97,52	15594500	97,52
05/08/2008	96,63	97,75	95,43	95,59	11885600	95,59
06/08/2008	96,3	97,11	94,45	95,42	16471900	95,42
07/08/2008	97,17	97,48	95,03	96,44	11315900	96,44

08/08/2008	95,13	95,38	92,52	92,68	10623100	92,68
11/08/2008	93,55	93,77	91,08	92,51	12901200	92,51
12/08/2008	92,95	93,06	90,8	91,49	13492400	91,49
13/08/2008	91,74	94,77	91,62	93,75	16512000	93,75
14/08/2008	93,2	94,32	91,04	92,74	9891000	92,74
15/08/2008	91,47	92,2	90,04	91,8	14136200	91,8
18/08/2008	92,64	93,13	90,47	91,26	10112000	91,26
19/08/2008	91,06	94,25	89,83	92,74	14101700	92,74
20/08/2008	93,68	94,46	90,95	93,98	14624200	93,98
21/08/2008	96,83	98,54	95,8	98,21	17516500	98,21
22/08/2008	96,82	96,83	92,25	92,54	16809900	92,54
25/08/2008	92,66	93,39	91,82	93,1	9848900	93,1
26/08/2008	94,16	95,18	92,91	93,9	11320600	93,9
27/08/2008	96,02	96,45	94,25	95,66	13548300	95,66
28/08/2008	97,09	97,09	92,2	93,39	14489600	93,39
29/08/2008	95,45	95,69	92,87	92,87	8794400	92,87
02/09/2008	86,88	89,3	86,78	89,19	21964500	89,19
03/09/2008	87,35	88,5	86,65	88,44	12944700	88,44
04/09/2008	88,31	88,58	86,04	87,02	15471900	87,02
05/09/2008	86,9	87,23	84,97	86,06	12533300	86,06
08/09/2008	87,37	87,72	84,62	85,93	10940300	85,93
09/09/2008	84,33	84,61	82,18	82,35	19892700	82,35
10/09/2008	83,78	84,68	81,7	82,97	14561700	82,97
11/09/2008	82,89	82,96	80,76	81,49	17696900	81,49
12/09/2008	82,16	83	80,71	81,49	18220100	81,49
15/09/2008	77,21	79,05	75,91	76,3	17228300	76,3
16/09/2008	73,76	75,71	72,95	74,99	21527700	74,99
17/09/2008	75,23	78,49	73,46	77,5	20315400	77,5
18/09/2008	79,63	80,82	77,15	79,17	16920400	79,17
19/09/2008	82,61	83,25	79,4	82,63	12937000	82,63
22/09/2008	85,02	89,16	84,97	87,62	18555300	87,62
23/09/2008	88,1	88,33	83,91	86,13	13949800	86,13
24/09/2008	87,82	88,26	84,55	84,86	11029000	84,86
25/09/2008	84,2	87,57	84,07	86,69	9173800	86,69
26/09/2008	84,53	86,67	84,31	86,21	7127200	86,21
29/09/2008	81,74	82,17	76,65	77,09	11826000	77,09
30/09/2008	79,1	82,08	78,61	82,01	6699500	82,01
01/10/2008	79,57	81,44	77,4	79,59	10392600	79,59
02/10/2008	77,96	78,06	75,43	75,82	10259600	75,82
03/10/2008	74,28	77,47	74,28	75,25	12916500	75,25
06/10/2008	73,29	74,15	70,59	71,61	13543600	71,61
07/10/2008	73,48	74,13	70,78	72,49	10760700	72,49
08/10/2008	71,18	73,1	69,69	72,26	12743900	72,26
09/10/2008	72,34	72,8	68,95	69,6	9254300	69,6
10/10/2008	65,15	68,04	63,32	66,5	16123900	66,5

13/10/2008	67,2	67,78	65,55	67,78	6046100	67,78
14/10/2008	68,48	68,84	64,45	65,03	8968800	65,03
15/10/2008	62,21	62,89	60,73	60,73	8621400	60,73
16/10/2008	60,33	60,95	56,48	59,34	15709600	59,34
17/10/2008	58,12	61,1	57,66	59,37	12822100	59,37
20/10/2008	60,38	62,5	59,01	61,8	11084600	61,8
21/10/2008	59,3	59,6	57,64	58,77	9658300	58,77
22/10/2008	56,51	56,66	54,27	54,93	9624100	54,93
23/10/2008	55,53	56,85	54,76	56,6	10026900	56,6
24/10/2008	51,37	53,64	51,31	53	7651100	53
27/10/2008	51,44	53,92	50,85	50,85	9386500	50,85
28/10/2008	52,85	53,33	50,44	53,22	7912900	53,22
29/10/2008	54,39	56,71	53,94	55,68	12915800	55,68
30/10/2008	55,57	55,86	52,5	54	10179600	54
31/10/2008	52,99	56,19	52,02	55,59	9764400	55,59
03/11/2008	53,8	55,14	52,16	52,49	8992400	52,49
04/11/2008	54,34	58,78	53,93	57,38	15197600	57,38
05/11/2008	55,9	56,88	53,28	53,84	12073400	53,84
06/11/2008	52,13	52,43	49,31	50,15	15989600	50,15
07/11/2008	50,5	51,25	49,64	50,04	7614000	50,04
10/11/2008	52,93	53,3	49	51,23	12827800	51,23
11/11/2008	49,85	49,95	47,97	48,11	9517900	48,11
12/11/2008	47,34	47,61	45,74	45,75	10185500	45,75
13/11/2008	46,71	49	45,24	49	15215700	49
14/11/2008	46,61	47,68	45,72	46,18	13781700	46,18
17/11/2008	46,55	48,18	44,8	45,16	11173800	45,16
18/11/2008	45,31	45,69	44,02	44,77	8070100	44,77
19/11/2008	44,72	45,16	43,26	43,26	11321700	43,26
20/11/2008	41,64	42,3	39,36	39,55	14655000	39,55
21/11/2008	40,81	41,04	39,16	41	11462000	41
24/11/2008	41,57	44,78	40,65	44,13	13233300	44,13
25/11/2008	42,79	42,91	40,95	41,36	13768200	41,36
26/11/2008	42,42	44,6	40,97	44,54	17714800	44,54
28/11/2008	42,81	43,11	41,42	42,09	4555700	42,09
01/12/2008	41,09	41,64	39,75	39,89	9143400	39,89
02/12/2008	40,5	40,69	37,96	38,5	15771300	38,5
03/12/2008	38,01	38,88	37,5	38,05	18315200	38,05
04/12/2008	37,26	38,19	35,13	35,41	23531500	35,41
05/12/2008	34,75	35,18	33,08	34,25	24581400	34,25
08/12/2008	35,11	36,24	34,63	36,12	20796400	36,12
09/12/2008	35,41	36,12	34,22	34,45	16254700	34,45
10/12/2008	35,84	37,25	34,07	35,81	37329800	35,81
11/12/2008	37,18	39,82	36,97	38,64	30178200	38,64
12/12/2008	36,21	38,62	35,96	38,1	23643600	38,1
15/12/2008	40,12	40,39	36,25	36,84	22808300	36,84

16/12/2008	36,44	38,11	35,31	36,44	25885800	36,44
17/12/2008	36,05	37,04	34,26	34,81	41032800	34,81
18/12/2008	34,02	34,14	32,1	32,73	40836700	32,73
19/12/2008	32,14	33,31	31,93	33,06	38490200	33,06
22/12/2008	32,84	33,14	30,52	30,63	27283500	30,63
23/12/2008	30,86	31,06	29,13	30	27965300	30
24/12/2008	28,98	29,34	28,58	29,02	13790000	29,02
26/12/2008	27,78	29,25	27,73	29,1	20957200	29,1
29/12/2008	30,43	30,95	28,92	30,92	24133700	30,92
30/12/2008	29,88	30,53	29,19	30,2	21673100	30,2
31/12/2008	29,19	34,87	29,15	33,1	48815200	33,1

Fonte: yahoo.com