

**GUSTAVO SACCHI SILVA**

**ANÁLISE INVESTIGATIVA DE MÉTODOS MATEMÁTICOS  
RÁPIDOS PARA AVALIAÇÃO DE ESTABILIDADE A  
PEQUENAS PERTURBAÇÕES EM PROBLEMAS DE  
SEGURANÇA DINÂMICA**

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Luís Fernando Costa Alberto**

São Carlos

2017



**GUSTAVO SACCHI SILVA**

**ANÁLISE INVESTIGATIVA DE MÉTODOS MATEMÁTICOS  
RÁPIDOS PARA AVALIAÇÃO DE ESTABILIDADE A  
PEQUENAS PERTURBAÇÕES EM PROBLEMAS DE  
SEGURANÇA DINÂMICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Escola de  
Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo

Curso de Engenharia Elétrica com Ênfase em Sistemas de Energia e Automação

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. Luís Fernando Costa Alberto

São Carlos

2017

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

S586a Silva, Gustavo Sacchi  
Análise Investigativa de Métodos Matemáticos  
Rápidos Para Avaliação de Estabilidade a Pequenas  
Perturbações em Problemas de Segurança Dinâmica /  
Gustavo Sacchi Silva; orientador Luís Fernando Costa  
Alberto. São Carlos, 2017.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com  
ênfase em Sistemas de Energia e Automação) -- Escola de  
Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo,  
2017.

1. Segurança Dinâmica. 2. Estabilidade a Pequenas  
Perturbações. 3. Sensibilidade de Matrizes. 4. Sistemas  
Elétricos de Potência. I. Título.

# FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Gustavo Sacchi Silva

Título: "Análise investigativa de métodos matemáticos rápidos para avaliação de estabilidade a pequenas perturbações em problemas de segurança dinâmica"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado  
em 23/11/2017,

com NOTA 8,5 (oito, cinco), pela Comissão Julgadora:

**Prof. Associado Luís Fernando Costa Alberto - Orientador -  
SEL/EESC/USP**

**Profa. Dra. Tatiane Cristina da Costa Fernandes - Instituto Federal de  
Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo/campus Piracicaba**

**Dr. Yuri Cândido da Silva Ribeiro - SEL/EESC/USP**

**Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:  
Prof. Associado Rogério Andrade Flauzino**



## **Agradecimentos**

Dedico esse trabalho a Deus! Agradeço a sua presença em minha trajetória, por ensinar-me a superar os obstáculos a fim de alcançar os meus objetivos.

Aos meus pais Sandra Regina Sacchi Silva e Dalton Ricardo Silva, aos meus irmãos Rodrigo e Mariana, que possibilitaram minha educação e me apoiaram ao longo dessa jornada.

Aos meus amigos de faculdade bem como ao meu amigo Flávio Augusto Machado, os quais me ensinaram a acreditar no meu potencial além de contribuírem de diferentes formas com minha formação.

Agradeço à Prof. Dra. Tatiane Cristina da Costa Fernandes pela disponibilidade e dedicação em me auxiliar na realização deste trabalho.

Ao meu coordenador de estágio Denis Antonelli e ao meu orientador Prof. Dr. Luís Fernando Costa Alberto

**Muito Obrigado!**





## Sumário

<b>Lista de Figuras .....</b>	<b>11</b>
<b>Lista de Tabelas.....</b>	<b>13</b>
<b>Resumo .....</b>	<b>15</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>17</b>
<b>1 Introdução .....</b>	<b>19</b>
1.1 Objetivos.....	20
1.2 Organização dos Capítulos .....	21
<b>2 Modelo de Estados do Sistema de Potência.....</b>	<b>23</b>
2.1 Máquina síncrona .....	23
2.2 Rede Elétrica .....	25
2.2.1 Sistema Máquina x Barramento Infinito .....	25
2.2.2 Sistema Multimáquinas .....	26
2.3 Equação Mecânica e elétrica – Gerador Clássico não regulado.....	28
2.3.1 Máquina versus Barramento Infinito .....	28
2.3.2 Sistema Multimáquinas .....	30
2.5 Modelos com geradores regulados .....	33
2.6 Nova matriz de estado .....	35
<b>3 Estabilidade de Sistemas Lineares .....</b>	<b>39</b>
3.1 Autovalores e autovetores.....	39
3.2 Técnicas de cálculo de autovalores .....	42
<b>4 Técnicas para avaliação da sensibilidade e limite de variações dos modos de oscilações devido à variação de parâmetros do sistema .....</b>	<b>47</b>
4.1 Teoria da perturbação.....	47
4.2 Medidas de Matrizes .....	53
<b>5 Desenvolvimento .....</b>	<b>57</b>
5.1 Sistema exemplo para análise inicial .....	57
5.2 Análise aplicada em um sistema de 2 áreas (11 barras 4 geradores) .....	62

5.3 Resultados do sistema de duas áreas.....	65
5.3.1 Simulação do fluxo de carga .....	65
5.3.2 Autovalores do sistema exemplo e seu comportamento – Resultados do PACDYN .....	66
5.3.3 Investigação dos métodos de perturbação para análise da estabilidade transitória de pequenas perturbações.....	80
<b>6 Conclusão .....</b>	<b>95</b>
<b>7 Referências Bibliográficas .....</b>	<b>97</b>
<b>Anexo A – Modelagem Máquina Síncrona de dois eixos .....</b>	<b>99</b>
<b>Anexo B – Constantes da Matriz de estados com Geradores Regulados .....</b>	<b>100</b>
<b>Anexo C – Programa Discos de Gershgorian .....</b>	<b>101</b>
<b>Anexo D – Arquivo de Entrada do ANAREDE e Saída do Fluxo de Potência .....</b>	<b>103</b>
<b>Anexo E – Fluxo de Potência de cada situação de carga Perturbada.....</b>	<b>107</b>
<b>Anexo F – Cartão de Entrada PACDYN ®.....</b>	<b>109</b>
<b>Anexo G – Implementação do Teorema Bauer – Fike .....</b>	<b>111</b>
<b>Anexo H – Matrizes de Estados .....</b>	<b>113</b>

## Lista de Figuras

<b>Figura 1</b> - Modelo de uma máquina síncrona (Fonte: RAMOS, R. A; et al, adaptado).....	23
<b>Figura 2</b> - Circuito de um gerador clássico sem regulação conectado a uma linha de transmissão (Fonte: ANDERSON, P.M. e FOUAD, A. A; 2003). ....	24
<b>Figura 3</b> - Rede multimáquinas (Fonte: ANDERSON, P.M. e FOUAD, A. A; 2003, adaptado). ....	27
<b>Figura 4</b> - Sistema de excitação a tiristor com AVR.....	34
<b>Figura 5</b> - Modelo $E'_q$ do gerador.....	36
<b>Figura 6</b> - Autovalores no plano complexo e a trajetória no espaço de estados. (1), (3) e (5) representam situação de estabilidade local (Fonte: KUNDUR, 1994). ....	41
<b>Figura 7</b> - Resultado da implementação da Teoria dos Discos apresentada no Anexo C....	50
<b>Figura 8</b> - Circuito teste padrão IEEE 9 barras e 3 geradores. (Fonte: ANDERSON, P.M. e FOUAD, A.A.; 2003) .....	57
<b>Figura 9</b> - Sistema no seu estado de operação (todos os fluxos em p.u.). (Fonte: ANDERSON, P.M. e FOUAD, A.A.; 2003) .....	60
<b>Figura 10</b> - Sistema duas áreas. ....	62
<b>Figura 11</b> – Fator de Participação: Gerador 3. ....	75
<b>Figura 12</b> – Fator de Participação: Gerador 4. ....	76
<b>Figura 13</b> – Fator de Participação – Gerador 2. ....	76
<b>Figura 14</b> – Fator de Participação – $E'_q$ gerador 4. ....	77
<b>Figura 15</b> – Fator de Participação – $E'_q$ gerador 2. ....	77
<b>Figura 16</b> – Fator de Participação – $E'_q$ gerador 3. ....	78
<b>Figura 17</b> – Comportamento dos Autovalores. ....	79
<b>Figura 18</b> - Discos de Gershgorin para a situação original. Os autovalores estão representados pelos simbolo "X". Algumas regiões foram ampliadas para melhor visualização e estão indicadas pelas setas. ....	82
<b>Figura 19</b> - Discos de Gershgorin para a situação 1 (-20% de perturbação sobre a potência da carga A). ....	83
<b>Figura 20</b> - Discos de Gershgorin para a situação 2 (-15% de perturbação sobre a potência	

da carga A). .....	83
<b>Figura 21</b> - Discos de Gershgorin para a situação 3 (-10% de perturbação sobre a potência da carga A). .....	84
<b>Figura 22</b> - Discos de Gershgorin para a situação 4 (-5% de perturbação sobre a potência da carga A). .....	84
<b>Figura 23</b> - Discos de Gershgorin para a situação 6 (+5% de perturbação sobre a potência da carga A). .....	85
<b>Figura 24</b> - Discos de Gershgorin para a situação 7 (+10% de perturbação sobre a potência da carga A). .....	85
<b>Figura 25</b> - Discos de Gershgorin para a situação 8 (+15% de perturbação sobre a potência da carga A). .....	86
<b>Figura 26</b> - Discos de Gershgorin para a situação 9 (+20% de perturbação sobre a potência da carga A). .....	86
<b>Figura 27</b> - Gráfico com aproximação linear para determinação da situação crítica para a estabilidade segundo variação percentual na carga.....	92

## Lista de Tabelas

<b>Tabela 1</b> - Dados dos Geradores.....	58
<b>Tabela 2</b> - Dados da rede.....	58
<b>Tabela 3</b> - Modos de oscilação do sistema de 9 barras 3 geradores. ....	60
<b>Tabela 4</b> - Autovalores do sistema para algumas perturbações sobre a carga A.....	61
<b>Tabela 5</b> - Dados da linha de transmissão.....	62
<b>Tabela 6</b> - Parâmetros dos geradores (Fonte: KUNDUR,P.;1994).....	63
<b>Tabela 7</b> - Resultados da simulação do Fluxo de carga. ....	65
<b>Tabela 8</b> - Perturbações iniciais realizadas sobre as cargas. ....	66
<b>Tabela 9</b> - Variáveis do AVR. ....	67
<b>Tabela 10</b> - Arquivo de saída do PACDYN do sistema base. ....	68
<b>Tabela 11</b> - Arquivo de saída do PACDYN do sistema para cada situação de carga.....	68
<b>Tabela 12</b> - Parte real de alguns autovalores segundo a variação % na carga.....	73
<b>Tabela 13</b> - Intervalo dado pelos discos mais próximos do eixo imaginário.....	87
<b>Tabela 14</b> - Resultados do teorema de Bauer-Fike.....	89
<b>Tabela 15</b> - Região dos autovalores dada pela teoria de medidas de matrizes. ....	90
<b>Tabela 16</b> - Fluxo de Carga do Sistema na situação crítica.....	92
<b>Tabela 17</b> - Saída do PACDYN ® para a situação crítica. ....	93
<b>Tabela 18</b> - Barras do sistema de duas áreas (11 Barras 4 Geradores). ....	107
<b>Tabela 19</b> - Resultado do fluxo de carga para cada situação de carga.....	107



## Resumo

Análises de segurança dinâmica em sistemas elétricos de potência requerem a avaliação de estabilidade do sistema para um número grande de contingências (falhas) plausíveis. Este problema exige grande esforço computacional, pois os sistemas elétricos de potência são sistemas de grande dimensão (mais de 3.000 nós elétricos no caso do sistema brasileiro), não lineares e o número de contingências a serem analisadas também é grande (centenas ou milhares). Ferramentas para análise rápida de estabilidade foram desenvolvidas para o problema de análise estática de estabilidade de tensão e para o problema de estabilidade transitória (métodos diretos). Entretanto, o problema de avaliação rápida de estabilidade a pequenas perturbações ainda é um problema em aberto na literatura. Avaliações de estabilidade a pequenas perturbações requerem cálculos repetidos de autovalores de matrizes de grande dimensão. Nesta monografia, investiga-se técnicas para diminuir o esforço computacional de avaliação de estabilidade a pequenas perturbações com o objetivo de viabilizar a implementação de ferramentas de análise de segurança dinâmica que contemplem avaliações da estabilidade do sistema a pequenas perturbações em tempo real. Em particular, as técnicas dos discos de Gershgorin, Bauer - Fike e aproximação linear foram investigadas. Os resultados obtidos indicam que esses métodos não apresentam um limite bem definido para a região de estabilidade para os autovalores que modelam o sistema elétrico. Seriam necessários trabalhos futuros que investiguem a margem de estabilidade dos autovalores definindo regiões de estabilidade bem mais refinadas e bem comportadas.

**Palavras Chave:** Sistemas Elétricos de Potência, Segurança Dinâmica, Estabilidade a Pequenas Perturbações, Autovalores e Sensibilidade de Matrizes.





## **Abstract**

Dynamic safety analysis in electrical power systems requires the evaluation of system stability for a large number of plausible contingencies (failures). This problem requires a great computational effort, since the power systems are large systems (more than 3,000 electric nodes in the case of the Brazilian system), nonlinear and the number of contingencies to be analyzed is also large (hundreds or thousands). Tools for rapid stability analysis were developed for the static analysis of voltage stability problem and for the transient stability problem (direct methods). However, the problem of rapid assessment of small signal stability is still an open problem in the literature. Small signal stability assessment requires repeated calculations of eigenvalues of matrices of high dimension. In this monography we investigate techniques to reduce the computational effort of small signal stability with the objective of enabling the implementation of dynamic security analysis tools that contemplate assessment of small signal stability of power systems in real time. In particular, the techniques of the Gershgorin, Bauer - Fike and linear approximation discs were investigated. The results indicate that these methods do not present a well defined limit for the stability region for the eigenvalues that model the electrical system. Further work would be needed to investigate the stability margin of eigenvalues by defining much more refined and well-behaved regions of stability.

**Keywords:** Electrical Power Systems, Dynamic Safety, Small Signal Stability, Eigenvalues and Matrix Sensitivity.



## 1 Introdução

O desenvolvimento industrial em meados da década de 1950 e 1960 impulsionou a necessidade de crescimento e interligação dos sistemas elétricos (RAMOS; 1999). No sistema elétrico, os diversos dispositivos que formam a rede elétrica devem obrigatoriamente trabalhar de forma harmônica para que haja a estabilidade. Além disso, devido às necessidades crescentes de demanda de energia pelas unidades consumidoras, o sistema passou a operar próximo às condições críticas e, conseqüentemente, pequenas variações no sistema passaram a ser agentes responsáveis por fazer com que o sistema deixe de operar dentro dos limites de segurança.

Devido a essa nova forma de operação da rede, tornaram-se mais frequentes problemas de instabilidade, motivando intensa pesquisa sobre estabilidade em sistemas elétricos de potência.

A complexidade dos sistemas elétricos de potência associada às incertezas operacionais impostas pelos mercados de energia impede que os operadores consigam planejar a operação do sistema de forma antecipada com garantia de estabilidade para grande parte dos cenários possíveis. Existe, portanto, a necessidade cada vez maior de implementação de ferramentas de análise de segurança dinâmica nos centros de operação de sistemas elétricos de potência que sejam capazes de auxiliar o operador em tempo real e garantir a operação segura evitando blecautes ou interrupções de fornecimento de energia.

Na análise de segurança dinâmica, avalia-se a estabilidade de um sistema elétrico de potência não apenas para a situação de operação atual, mas também para uma lista de cenários plausíveis que denominamos contingências. Um sistema elétrico de potência é considerado seguro, do ponto de vista dinâmico, se este se mantém estável a todas as contingências da lista.

A avaliação de segurança de sistemas elétricos de potência exige grande esforço computacional, pois estes sistemas elétricos são sistemas de grande dimensão (mais de 3.000 nós elétricos no caso do sistema brasileiro), não lineares e cujo número de contingências a serem analisadas também é grande (centenas ou milhares). Dado a necessidade de avaliação em tempo real, digamos em uma janela de 5 a 10 minutos após a determinação do estado da rede, verifica-se que a implementação de uma ferramenta de avaliação de segurança dinâmica é ainda um problema desafiador mesmo considerando o grande desenvolvimento da tecnologia de computadores e processamento paralelo.

Análises de estabilidade em sistemas elétricos de potência são comumente divididas em função das variáveis de interesse e da intensidade da perturbação. Neste trabalho estaremos interessados no problema de avaliação de estabilidade a pequenas perturbações (RAMOS *et al.*, 2000).

O problema de avaliação de estabilidade a pequenas perturbações aparece em problemas de avaliação de taxas de amortecimento dos modos de oscilação de sistemas elétricos e também de forma complementar nas análises de estabilidade de tensão para a identificação de ocorrência de bifurcações. A necessidade de avaliação de estabilidade a pequenas perturbações também surge nas avaliações de estabilidade em escalas de tempo propostas em (CHOQUE; 2015) para avaliação de estabilidade do subsistema rápido.

No caso particular de avaliações de estabilidade a pequenas perturbações, o modelo do sistema pode ser aproximado em um modelo linear e a análise de estabilidade exige o cálculo dos autovalores de uma matriz de grande dimensão para cada contingência considerada. Em um sistema com aproximadamente 3.000 barras e uma centena de geradores, teríamos que calcular autovalores de uma matriz de dimensão da ordem de  $10^3$  por um número de vezes igual ao número de contingências consideradas.

Análises de segurança dinâmica em sistemas elétricos de potência requerem a avaliação de estabilidade do sistema para um número grande de contingências. Porém, o grande problema está na complexidade de avaliação da estabilidade da rede. Esta última é representada por meio de matrizes que descrevem a relação entre a tensão, a corrente e a carga, entretanto tais matrizes sofrem alterações mediante as pequenas perturbações que o sistema está sujeito.

Como o ponto de operação do sistema varia de forma contínua com a variação das cargas ao longo do dia e dado à incerteza maior do ponto de operação em função das transações comerciais do mercado de energia, é importante que estas avaliações de segurança sejam feitas em um curto intervalo de tempo. Sendo assim é desejável desenvolver ferramentas de avaliação de estabilidade a pequenas perturbações que sejam adequadas para ferramentas de análise de segurança em tempo real.

## 1.1 Objetivos

Esta monografia investiga a possibilidade da utilização de métodos numéricos rápidos para a avaliação da estabilidade de sistemas elétricos de potência. Para isso investigou-se a modelagem matricial do Modelo de Sensibilidade de Potência presente em (ANDERSON e

FOUAD; 2003) e (RAMOS; 1999), para o estudo de estabilidade a pequenas perturbações em sistemas de potência, avaliando-se os efeitos de variações de parâmetros sobre os autovalores do sistema.

Os objetivos principais desta monografia são:

1. Investigar a estabilidade dos sistemas elétricos de potência frente à pequenas perturbações. Dessa forma, conhecer a modelagem do sistema e a obtenção da matriz de estado que descreve o seu comportamento tanto no ponto de operação quanto na perturbação.
2. Analisar o uso das técnicas de avaliação de sensibilidade e limites de variação dos modos de oscilação devido à variação de parâmetros do sistema. Com base no estudo matemático a respeito da sensibilidade de matrizes, verificar a eficiência do uso de métodos rápidos aqui estudados e que trabalham com a região do movimento dos autovalores no espaço complexo no âmbito de sistemas elétricos de potência.
3. Investigar também os métodos rápidos de avaliação da margem de estabilidade a pequenas perturbações que possam ser traduzidas em termos de limites de transferência de potência.

Dessa forma o trabalho é uma análise investigativa dos métodos matemáticos presentes na literatura a fim de avaliar a eficiência da aplicabilidade dos mesmos na segurança dinâmica de sistemas elétricos de potência submetidos a pequenas perturbações.

## 1.2 Organização dos Capítulos

O texto está organizado de forma que os elementos necessários para a compreensão dos métodos utilizados na abordagem desenvolvida nesta monografia sejam apresentados. Os capítulos que compõem este trabalho são descritos, em sequência:

- **Capítulo 2:** *Modelo de Estados do Sistema de Potência* – Neste capítulo são apresentados fundamentos de Sistemas Elétricos de Potência, apresentando a modelagem da rede elétrica e da matriz que representa a dinâmica do sistema. Nele também são apresentados os equacionamentos dos equipamentos geradores e controladores que farão parte da modelagem aqui apresentada.

- **Capítulo 3:** *Estabilidade de Sistemas Lineares* – Os conceitos teóricos que definem as condições de estabilidade através da análise dos autovalores da matriz de estado modeladora do sistema dinâmico.
- **Capítulo 4:** *Técnicas para avaliação da sensibilidade e limite de variações dos modos de oscilações devido à variação de parâmetros do sistema* – Neste capítulo são apresentados os métodos rápidos de análise matricial, detalhando cada teorema investigado a fim de apresentar ao leitor os fundamentos da aplicação de cada método utilizado nos resultados práticos dessa monografia.
- **Capítulo 5:** *Desenvolvimento* – São apresentados os resultados investigativos da aplicação de cada método apresentado no capítulo 4 sobre um sistema base formado por 4 geradores 11 barras (sistema 2 áreas).
- **Capítulo 6:** *Conclusão* – Considerações finais sobre a análise desenvolvida nesta monografia e perspectivas futuras.

## 2 Modelo de Estados do Sistema de Potência

Este capítulo aborda a modelagem matemática no domínio do tempo dos elementos que constituem o sistema elétrico de potência em estudo, apresentando os equacionamentos que definem a modelagem dos sistemas elétricos de potência no ponto de operação e em seguida o equacionamento para o sistema submetido a uma pequena perturbação.

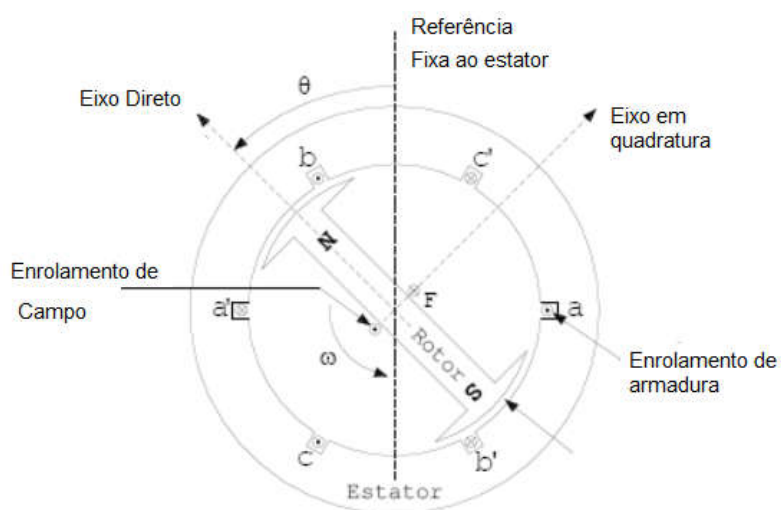
Em cada item será feito tanto uma abordagem para o modelo Máquina x Barramento infinito quanto para o sistema multimáquinas.

### 2.1 Máquina síncrona

Uma máquina síncrona é dotada de um sistema estático denominado de estator e possui também uma parte móvel chamada rotor. Para existir torque no equipamento, deve-se alimentar o circuito de campo (rotor) com corrente contínua. O movimento do rotor em velocidade angular constante induz nos circuitos do estator um campo induzido senoidal.

Na representação do modelo da máquina é bastante comum a utilização da transformação de Park, com a utilização de uma referência girante. A partir dessa transformação as variáveis passam a ser projetadas em dois eixos: eixo direto (d) e eixo em quadratura (q) e está representada na **Figura 1**.

Em (ANDERSON e FOUAD; 2003) detalhes da modelagem da máquina são apresentados, inclusive o modelo de dois eixos, o qual é bastante utilizado em problemas de pequena perturbação.

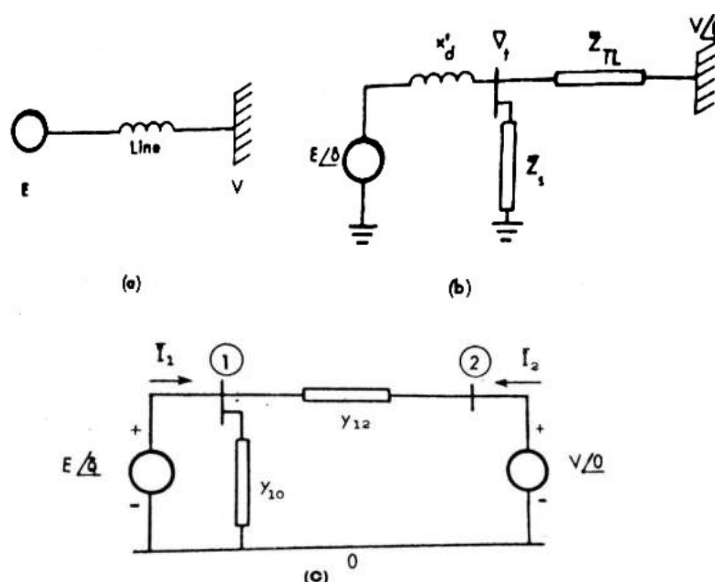


**Figura 1** - Modelo de uma máquina síncrona (Fonte: RAMOS, R. A; *et al*, adaptado).

No estudo de estabilidade, a máquina síncrona pode ser representada pelo modelo clássico, o qual é definido por uma fonte de tensão constante ( $E$ ) e uma reatância série  $x'_d$  (reatância transitória), projetada sobre o eixo direto, devido ao fluxo nos enrolamentos principais da máquina.

A modelagem detalhada do gerador pode ser encontrada em (RAMOS, R. A, *et al.*; 2000) e cujas equações simplificadas são apresentadas no **Anexo A**.

A **Figura 2** mostra essa configuração do gerador inserido na rede elétrica sobre um barramento infinito (a), em uma linha de transmissão com uma referência  $V$  (b) e o circuito equivalente (c) do sistema:



**Figura 2** - Circuito de um gerador clássico sem regulação conectado a uma linha de transmissão (Fonte: ANDERSON, P.M. e FOUAD, A. A; 2003).

A **Figura 2** apresenta o modelo clássico máquina versus barramento infinito. Para esse tipo de modelagem algumas hipóteses serão consideradas:

1. Potência mecânica de entrada constante.
2. Efeito de “*damping*” desconsiderado.
3. Gerador modelado por uma tensão constante em série com uma reatância transitória  $x'_d$ .



4. Ângulo mecânico do rotor coincidente com o ângulo de tensão anterior a reatância transitória
5. Cargas representadas por impedâncias constantes.

A partir dessas considerações podemos desenvolver o modelo do fluxo de potência do sistema.

## 2.2 Rede Elétrica

### 2.2.1 Sistema Máquina x Barramento Infinito

O sistema máquina versus barramento infinito é uma alternativa para o estudo de um sistema multimáquinas de tal forma que simplifica as análises dos problemas de sistemas elétricos. Este sistema é utilizado quando o sistema interligado é maior em termos de potência que o equipamento que se deseja estudar. A representação do modelo pode ser encontrada na **Figura 2**. Pode-se verificar que o sistema é dotado de um gerador e uma barra com capacidade infinita de geração ou absorção de potência.

Na **Figura 2 (b)** temos:  $V_t$  (tensão terminal da máquina síncrona),  $V_{L0}$  (Tensão do barramento infinito),  $x'_d$  (reatância transitória da máquina síncrona),  $Z_{TL}$  (Impedância série da rede de transmissão) e  $Z_s$  (Impedância shunt). Este esquema mostra o modelo do sistema máquina versus barramento infinito.

A rede elétrica pode ser descrita por uma matriz de admitância  $Y$  em cujos elementos estão todas as admitâncias séries e shunts, bem como as reatâncias transitórias de cada gerador, como apresentado no sistema equivalente da **Figura 2 (c)**.

A matriz  $Y$  é obtida por meio da Lei de Kirchoff, ou seja, a corrente que entra em um nó é a soma das correntes que saem do mesmo. Se por exemplo uma rede é descrita por dois terminais. O terminal (a) é por onde a corrente entra e o terminal (b) por onde ela sai. Dessa maneira conhecemos que o terminal (a) tem uma tensão maior que o terminal (b). Se entre eles encontramos uma impedância série  $Z$ , temos que  $I_a = (1/Z_{ab}) V_a$ , ou seja, conhecendo a tensão e a corrente de entrada, conhecemos a admitância  $(1/Z_{ab})$  entre os terminais de entrada e saída. Agora uma rede não apresenta apenas dois nós, mas sim é formada por um conjunto de “ $n$ ” nós. Dessa forma, se estamos analisando um nó “ $k$ ”, a corrente que entra nesse nó “ $k$ ” irá fluir dele para todos os outros nós adjacentes a ele. Assim, este problema é tratado de forma matricial.

Para a análise do fluxo de potência, considera-se que a rede é caracterizada por:

- 1) A carga é conectada entre a barra de carga e o nó terra.
- 2) Quando o sistema é modelado por impedâncias, estas devem ser transformadas em admitâncias.
- 3) Num sistema multimáquinas, um gerador é formado por barras auxiliares internas identificadas pelo subscrito  $n$  (ou seja, 1, 2,...,  $n$ ) e as barras remanescentes na rede com o subscrito  $r$  (ou seja, 1, 2,...,  $r$ ).

Primeiramente, será estudado o modelo equivalente da **Figura 2 (c)**. Levando em consideração a lei dos nós, para o modelo equivalente, tem-se que a rede é representada, por:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ V \end{bmatrix} \quad (1)$$

onde em (1)  $Y_{11} = Y_{11} \angle \theta_{11}^\circ = y_{12} + y_{10}$ ,  $Y_{12} = Y_{21} = Y_{12} \angle \theta_{12}^\circ = -y_{12}$  e  $Y_{22} = y_{22} = 0$ , sendo  $y$  as admitâncias do circuito.

A partir da matriz de admitância (1) e sabendo que a potência ativa em um nó do circuito, por exemplo o nó 1, é dada por  $Re\{E_1 \cdot I_1^*\}$  ou:

$$P_1 = E^2 Y_{11} \cos \theta_{11} + EVY_{12} \cos(\theta_{12} - \delta) \quad (2)$$

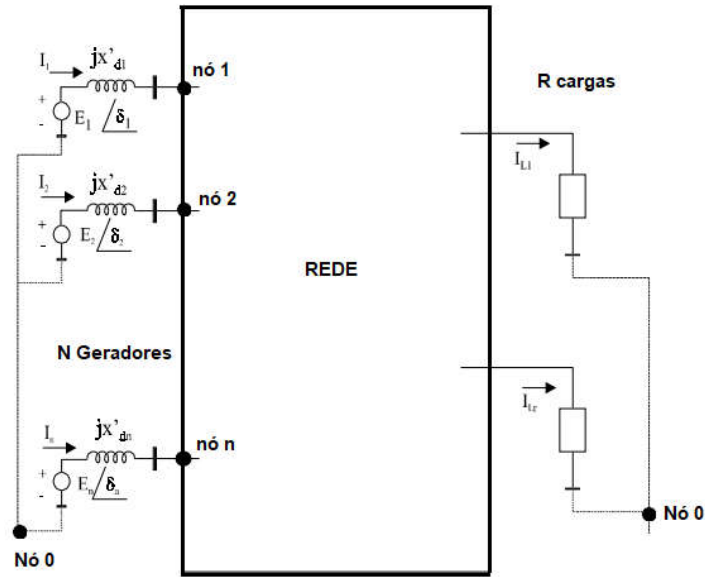
Agora definindo  $G_{11} = Y_{11} \cos \theta_{11}$  e  $\gamma = \theta_{12} - \pi/2$ , então:

$$P_1 = E^2 G_{11} + EVY_{12} \sin(\delta - \gamma) \quad (3)$$

Dessa forma, modelamos o sistema máquina versus barramento infinito.

### 2.2.2 Sistema Multimáquinas

Para o modelo máquina versus barramento infinito teremos uma rede com dimensão menor se comparado ao sistema multimáquinas representado pela **Figura 3**.



**Figura 3** - Rede multimáquinas (Fonte: ANDERSON, P.M. e FOUAD, A. A; 2003, adaptado).

Realizando-se a mesma análise do modelo máquina versus barramento infinito e projetando para um sistema multimáquinas, deve-se tomar como referência uma máquina com maior potência, assim, a corrente injetada nos nós da rede é determinada pela seguinte equação matricial:

$$I = YE \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{nn} & Y_{nr} \\ Y_{rn} & Y_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_n \\ V_r \end{bmatrix} \quad (5)$$

onde em (5), tem-se que  $Y_{ii} = Y_{ii} \angle \theta_{ii}^\circ = G_{ii} + jB_{ii}$  é a soma das admitâncias ligadas ao nó  $i$  e  $Y_{ij} = Y_{ij} \angle \theta_{ij}^\circ = G_{ij} + jB_{ij}$  é o negativo da admitância entre os nós  $i$  e  $j$ . A partir de (4),  $Y$  pode ser particionada em  $Y_{nn}$ ,  $Y_{rn}$ ,  $Y_{nr}$ ,  $Y_{rr}$ , para a construção da matriz reduzida ( $Y_{red}$ ).

A fim de trabalhar apenas com os nós internos de geração, isto é, como o interesse está em avaliar o ângulo dos geradores, pode-se reduzir a rede e construir uma matriz de admitância reduzida ( $Y_{red}$ ) dada por:

$$Y_{red} = (Y_{nn} - Y_{nr} \cdot Y_{rr}^{-1} \cdot Y_{rn}) \quad (6)$$

Dessa forma, através da matriz de admitâncias, é possível modelar a rede que compõe o circuito elétrico multimáquinas. Agora, quando a rede está em regime permanente há uma configuração de equilíbrio de tensão e fluxos de potência de tal forma que para uma certa barra “ $k$ ” a potência gerada ( $P_{gk}$ ,  $Q_{gk}$ ) deve ser igual a soma das potências transmitidas à

outras barras conectadas à “ $k$ ” ( $\sum_{i \in K} P_{tki}$  e  $\sum_{i \in K} Q_{tki}$ ) mais a potência consumida presente na barra “ $k$ ” ( $P_{ck}$ ,  $Q_{ck}$ ), ou seja, deve satisfazer a seguinte condição de balanço de potência:

$$P_{gk} - \sum_{i \in K} P_{tki} - P_{ck} = 0 \quad (7)$$

$$Q_{gk} - \sum_{i \in K} Q_{tki} - Q_{ck} = 0 \quad (8)$$

Dessa maneira, as equações permitem entender a modelagem da rede elétrica em um sistema máquina versus barramento infinito e desenvolver a teoria para um sistema multimáquinas. Esse desenvolvimento será importante para entender e montar matriz de estado de um sistema elétrico de potência vinculando estas equações com as equações mecânicas do gerador.

## 2.3 Equação Mecânica e elétrica – Gerador Clássico não regulado

### 2.3.1 Máquina versus Barramento Infinito

Numa máquina síncrona existe a conversão da energia mecânica em energia elétrica para ser transmitida à rede. Porém, se parte da energia mecânica não é convertida em energia elétrica, esta irá ser transformada em potência de aceleração do rotor.

A modelagem mecânica da máquina síncrona inicia-se pela equação de torque resultante:

$$T_r = T_m - T_e \quad [\text{Nm}] \quad (9)$$

onde  $T_r$  é o torque resultante,  $T_m$  é o torque mecânico e  $T_e$  o torque elétrico.

Em regime permanente a velocidade do rotor pode ser considerada como muito próxima da velocidade síncrona (60Hz no Brasil), dessa forma tem-se que:

$$\theta(t) = (\omega_s t + \alpha) + \delta_m(t) \quad (10)$$

onde  $(\omega_s t + \alpha)$  é a referência girante à 60 Hz,  $\alpha$  é o ângulo de defasagem entre a referência fixa e a referência girante no tempo  $t = 0$  e  $\delta_m$  é o ângulo mecânico entre o rotor e a referência girante, como pode ser visto na **Figura 1**.

Diferenciando (10) duas vezes e sabendo que  $T_r$  é igual a  $J\ddot{\delta}_m$ , sendo  $J$  o momento de inércia do rotor da máquina, tem-se:

$$\dot{\theta} = \omega_s + \dot{\delta}_m \quad (11)$$

$$\ddot{\theta} = \ddot{\delta}_m \quad (12)$$

$$J\dot{\delta}_m = T_m - T_e \quad (13)$$

Multiplicando o torque pela velocidade angular ( $\omega_m$ ), pode-se escrever a equação (13) na forma de potência da seguinte forma:

$$J\omega_m\ddot{\delta}_m = P_m - P_e \quad (14)$$

A quantidade  $J\omega_m$  é usualmente aproximada por uma constante de inércia e é denotada por  $M$  conforme demonstrado em (ANDERSON e FOUAD; 2003). Ela está relacionada com a energia cinética das massas em rotação ( $W_k$ ), onde  $W_k = (1/2) J\omega_m^2$  joules. Então  $M$  é calculada como:

$$\text{Momento angular} = M = J\omega_m = 2 W_k / \omega_m \quad [\text{J.s}]$$

Substituindo  $J\omega_m$  por  $M$  (constante de inércia da máquina), dividindo toda a equação pela potência base do sistema ( $S_B$ ) e sabendo que  $P_m - P_e = P_a$ , isto é, potência de aceleração que é dada por  $P_a = P_m - P_e = (2H/\omega_r)\dot{\omega}$ , onde  $\omega$  é velocidade angular elétrica e  $\omega_r$  é velocidade angular do rotor e  $H$  é definida como a relação dada por  $W_k/S_B$  [s], isto é, a razão entre a energia cinética na velocidade síncrona pela potência base, tem-se:

$$\frac{2H}{\omega_r} \ddot{\delta} = P_m - P_e \quad (15)$$

A equação (15) é denominada equação de “swing” da máquina síncrona. Ela se trata da equação do movimento da máquina síncrona conectada a um barramento infinito. A potência  $P_e$  é a potência elétrica injetada na rede que é uma função dos ângulos da rede. Realizadas as transformações o ângulo mecânico ( $\delta_m$ ) é escrito em termos de ângulo elétrico ( $\delta$ )

A dedução matemática da relação entre os ângulos e potência elétrica pode ser encontrada com detalhes em (ANDERSON e FOUAD; 2003, pp. 13 – 16).

Aplicando-se o conceito para uma única máquina ligada a um barramento infinito, ao submetê-la a um pequeno distúrbio, sabe-se que o sistema irá se mover em torno do ponto de operação. Assim, pode-se analisar esse sistema dinâmico e obter as respostas a pequenas perturbações aplicando a metodologia de linearização em torno do ponto de operação.

Nesta abordagem, por ser uma pequena perturbação considera-se que o sistema não se afasta significativamente do seu ponto de operação. Assim, é possível aproximar o modelo não linear por equações lineares por meio da expansão em série de Taylor.

Por exemplo, seja um sistema não-linear representado por  $\dot{x}(t) = f(x(t), u)$ , onde  $x(t)$  representa o vetor de estados do sistema e  $u$  é uma variação paramétrica, e seja  $x(0) = x_0$  a condição de equilíbrio do sistema. Ao aplicar um deslocamento  $x_\Delta = x - x_0$ , podemos expandir  $f(x, u)$  em uma série de Taylor em torno do ponto de equilíbrio:

$$f(x, u) \cong f(x_0, u) + \left. \frac{df(x, u)}{dx} \right|_{x_0} (x - x_0) + \dots$$

assim, eliminando-se os termos superiores, pode-se encontrar uma função de 1º grau que aproxima  $f(x, u)$  em uma vizinhança do ponto  $(x_0, u)$ .

A partir de (15) e aplicando as relações:  $P_e = P_c + P_m \sin(\delta - \gamma)$ , sendo  $\delta = \delta_0 + \delta_\Delta$ ,  $P_e = P_{e0} + P_\Delta$ ,  $P_m = P_{m0}$  e, além disso, usando a relação  $\sin(\delta - \gamma) = \sin(\delta_0 - \gamma + \delta_\Delta) \approx \sin(\delta_0 - \gamma) + \cos(\delta_0 - \gamma)\delta_\Delta$  (onde  $\Delta$  refere-se a uma pequena perturbação sobre o ponto de operação), tem-se a linearização da equação *swing*:

$$\frac{2H}{\omega_r} \ddot{\delta}_\Delta + P_s \delta_\Delta = 0 \quad (16)$$

Ressalta-se que para o modelo máquinas versus barramento infinito,  $\left. \frac{dP_e}{d\delta} \right|_{\delta_0} = P_s = P_m \cos(\delta_0 - \gamma)$ ,  $\delta_0$  é o ponto de operação do sistema em regime permanente e  $\delta_\Delta$  é o desvio da variável  $\delta$  mediante a uma perturbação em torno do ponto de operação do ângulo  $\delta_0$ . A equação (16) foi desenvolvida para um sistema de uma máquina versus barramento infinito avaliando o comportamento da potência elétrica mediante a variação do ângulo mecânico entre o rotor e a referência girante.

O sistema descrito tem uma margem de estabilidade para  $P_s > 0$ . Onde a resposta oscilatória, isto é, as raízes da equação característica que modela o sistema  $((2H/\omega_r)s^2 + P_s = 0)$ , são dadas por  $s = \pm j \sqrt{P_s \omega_r / 2H}$ .

### 2.3.2 Sistema Multimáquinas

Como já definido anteriormente a rede é definida pela equação  $(I = YE)$ . Para um sistema multibarras, cada termo da matriz de admitância é descrito por uma parcela real e

imaginária entre as admitâncias da barra em estudo (i) e das barras vizinhas (j):  $\mathbf{Y}_{ii} = \mathbf{G}_{ii} + j\mathbf{B}_{ii}$ ,  $\mathbf{Y}_{ij} = \mathbf{G}_{ij} + j\mathbf{B}_{ij}$ . Além disso, a potência ativa no circuito é dada por  $\text{Re}\{\mathbf{E}_i \cdot \mathbf{I}_i^*\}$ .

A potência de saída da *i-ésima* máquina em um sistema multimáquinas, é:

$$\begin{aligned} P_{ei} &= E_i^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} E_i E_j Y_{ij} \cos(\theta_{ij} - \delta_{ij}) \\ &= E_i^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} E_i E_j [B_{ij} \sin(\delta_{ij}) + G_{ij} \cos(\delta_{ij})] \end{aligned} \quad (17)$$

Onde:  $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j$ ,  $E_i$  é a constante de tensão anterior a reatância transitória da máquina *i*,  $\mathbf{Y}_{ii} = \mathbf{G}_{ii} + j\mathbf{B}_{ii}$  (elementos da diagonal da matriz de admitância  $\mathbf{Y}$  que modela a rede) e  $\mathbf{Y}_{ij} = \mathbf{G}_{ij} + j\mathbf{B}_{ij}$  (elementos fora da diagonal da matriz de admintância  $\mathbf{Y}$ ).

Aplicando o mesmo conceito de pequena perturbação, mas agora para o sistema multimáquinas, ou seja, usando o modelo incremental tal que:  $\delta_{ij} = \delta_{ij0} - \delta_{ij\Delta}$ , temos  $\sin(\delta_{ij}) \approx \sin \delta_{ij0} + \delta_{ij\Delta} \cos(\delta_{ij0})$  e  $\cos(\delta_{ij}) \approx \cos \delta_{ij0} - \sin(\delta_{ij0})$ . Finalmente, para  $P_{ei\Delta}$ ,

$$P_{ei\Delta} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} E_i E_j [-G_{ij} \sin(\delta_{ij0}) + B_{ij} \cos(\delta_{ij0})] \delta_{ij\Delta} \quad (18)$$

Dado que as condições iniciais  $\sin(\delta_{ij0})$  e  $\cos(\delta_{ij0})$  sejam conhecidas e o termo em colchetes de (18) seja constante, tem-se:

$$P_{ei\Delta} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} P_{sij} \delta_{ij\Delta} \quad (19)$$

em que  $P_{sij} \triangleq \frac{dP_{ij}}{d\delta_{ij}} \Big|_{\delta_{ij0}} = E_i E_j [-G_{ij} \sin(\delta_{ij0}) + B_{ij} \cos(\delta_{ij0})]$ . Assim, a mudança na potência

elétrica da máquina *i* deve-se a uma mudança no ângulo  $\delta$  entre máquina *i* e *j*, com todos os outros ângulos mantidos constantes. Ou seja, a mudança na potência elétrica de uma máquina deve-se a mudança no ângulo entre a tensão interna e a barra de saída, desde que todos os outros ângulos sejam mantidos constantes.

Usando o modelo inercial da máquina síncrona, nós temos o seguinte conjunto de equações diferenciais linearizadas,

$$\frac{2H_i}{\omega_r} \frac{d^2 \delta_{i\Delta}}{dt^2} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} E_i E_j [-G_{ij} \sin(\delta_{ij0}) + B_{ij} \cos(\delta_{ij0})] \delta_{ij\Delta} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

Ou

$$\frac{2H_i}{\omega_r} \frac{d^2 \delta_{i\Delta}}{dt^2} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} P_{sij} \delta_{ij\Delta} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (21)$$

Assim, para a *i*-ésima máquinas tem-se:

$$\frac{d^2 \delta_{i\Delta}}{dt^2} + \frac{\omega_r}{2H_i} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}} P_{sij} \delta_{ij\Delta} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (22)$$

Subtraindo a *n*-ésima equação da *i*-ésima equação, tem-se:

$$\frac{d^2 \delta_{i\Delta}}{dt^2} - \frac{d^2 \delta_{n\Delta}}{dt^2} + \frac{\omega_r}{2H_i} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n P_{sij} \delta_{ij\Delta} - \frac{\omega_r}{2H_n} \sum_{j=1}^{n-1} P_{snj} \delta_{nj\Delta} = 0 \quad (23)$$

A fim de encontrar os modos de oscilações do sistema, é necessário montar uma equação do tipo  $\dot{x} = Ax$  e calcular os autovalores de **A**.

Seja o gerador “*n*” uma referência do sistema, ou seja, tomando como constante a tensão e o ângulo desse gerador, subtraindo-se a *n*-ésima equação de oscilação da *i*-ésima equação (22) encontram-se *n-1* equações independentes (23). Após algumas manipulações matemáticas, que podem ser encontradas com mais detalhes em (ANDERSON e FOUAD; 2003), a equação (23) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{d^2 \delta_{in\Delta}}{dt^2} + \frac{\omega_r}{2H_i} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n P_{sij} \delta_{ij\Delta} - \frac{\omega_r}{2H_n} \sum_{j=1}^{n-1} P_{snj} \delta_{nj\Delta} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (24)$$

desde que  $\delta_{ij\Delta} = \delta_{in\Delta} - \delta_{jn\Delta}$ . Logo:

$$\frac{d^2 \delta_{in\Delta}}{dt^2} + \sum_{j=1}^{n-1} \alpha_{ij} \delta_{jn\Delta} = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (25)$$

sendo os coeficientes  $\alpha_{ij}$  dependentes dos coeficientes inerciais da máquina e da potência síncrona. A matriz de estado que modela o sistema multimáquinas é descrito em (26).



$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_{1\Delta} \\ \dot{\delta}_{2\Delta} \\ \vdots \\ \dot{\delta}_{n-1\Delta} \\ \dot{\omega}_{1\Delta} \\ \dot{\omega}_{2\Delta} \\ \vdots \\ \dot{\omega}_{n-1\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \vdots & | & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & | & 0 & 0 & 1 \\ - & - & - & | & - & - & - \\ A_{11} & \cdots & A_{1,n-1} & | & 0 & \cdots & 0 \\ A_{21} & A_{ii} & A_{2,n-1} & | & \vdots & 0 & \vdots \\ A_{n-1,1} & \cdots & A_{n-1,n-1} & | & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta_{1\Delta} \\ \delta_{2\Delta} \\ \cdots \\ \delta_{n-1\Delta} \\ \omega_{1\Delta} \\ \omega_{2\Delta} \\ \cdots \\ \omega_{n-1\Delta} \end{bmatrix} \quad (26)$$

onde

$$A_{ii} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \left( \frac{\omega_r}{2H_i} \right) P_{sij} - \left( \frac{\omega_r}{2H_n} \right) P_{sni} \quad (27)$$

$$A_{ij} = \left( \frac{\omega_r}{2H_i} \right) P_{sij} - \left( \frac{\omega_r}{2H_n} \right) P_{snj} \quad (28)$$

Essa modelagem matemática foi implementada em MATLAB® e os resultados podem ser encontrados no capítulo 5 “*desenvolvimento*”.

## 2.5 Modelos com geradores regulados

A teoria desenvolvida até o momento se baseia no modelo de gerador clássico não regulado, isto é, a matriz de estado trabalha apenas com as equações mecânicas da máquina (ângulo do rotor  $\delta$  e velocidade angular  $\omega$ ) escritas pelas equações (29) e (30):

$$\frac{d\Delta\omega_r}{dt} = \frac{1}{2H} (T_m - T_e - K_D \Delta\omega_r) = \frac{1}{2H} (\Delta T_m - K_s \Delta\delta - K_D \Delta\omega_r) \quad (29)$$

$$\frac{d\Delta\delta}{dt} = \omega_0 \Delta\delta \quad (30)$$

Sendo  $\Delta$  a perturbação sobre um determinado parâmetro,  $H$  a constante de inércia,  $\omega_r$  velocidade do rotor,  $T_m$  é o torque mecânico,  $T_e$  é o torque elétrico,  $K_D$  é o torque de amortecimento e  $K_s$  é o torque sincronizante.

As equações (29) e (30) foram definidas para uma única máquina, descrevendo o comportamento do gerador mediante uma variação do ângulo mecânico  $\delta$ . Quando um sistema elétrico é formado por geradores não regulados e a taxa de amortecimento ( $K_D$ ) é nula, conseqüentemente obtém-se autovalores puramente imaginários como serão observados nos resultados da rede teste 9 Barras 3 Geradores. Alterando-se a carga ocorrerá

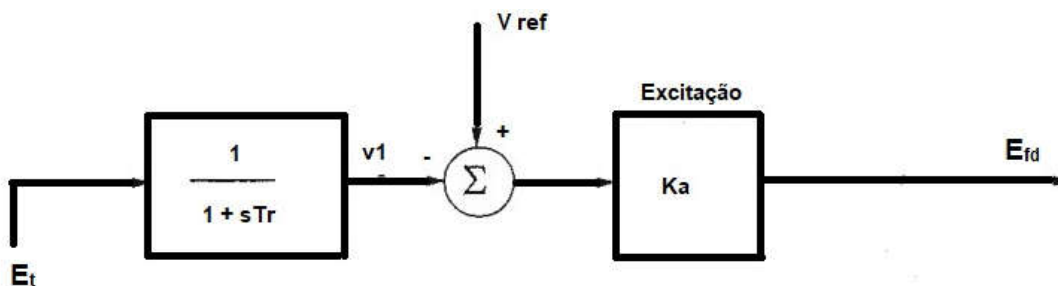
apenas a movimentação da parte imaginária desses autovalores no plano real x imaginário. Dessa forma não traz resultados satisfatórios para o objetivo desta monografia, isto é, não é possível avaliar a reação dos autovalores mediante a alteração na carga do sistema (verificação de estabilidade), já que a parcela real do autovalor é que definirá a estabilidade do sistema.

Assim, serão implementados geradores regulados, ou seja, serão inseridos reguladores de tensão a fim de se obter equações de estado e autovalores com parcelas reais e imaginárias que representem de forma mais exata o comportamento de um sistema elétrico de potência. Dessa forma, será possível analisar o comportamento da parte real dos autovalores mediante a variação na carga do sistema.

Os sistemas de excitação e seus reguladores de tensão têm como finalidade principal estabelecer a função de controle para que seja possível obter um bom desempenho operativo dos geradores e conseqüentemente do sistema de potência.

Dessa forma, avaliou-se a implantação do sistema AVR (Regulador Automático de tensão) que têm como função controlar a tensão terminal dos geradores. Sua ação é desenvolvida através de variações na corrente de campo suprida pelo sistema de excitação. A entrada de controle do sinal de tensão é normalmente a tensão terminal do gerador que agora será representado por meio de variáveis de estado. Dessa forma modelamos o gerador como do tipo 2 (o modelo clássico não regulado é chamado tipo 1, definido pelo manual de instruções do PACDYN programa que será utilizado na determinação do estado do sistema estudado) que introduzirá para cada gerador uma nova equação de estado da máquina ( $E'_q$ ) e uma equação do sistema de controle AVR ( $E_{fd}$ ).

O controle implementado inicialmente é o controle AVR dado por um sistema de excitação a tiristor, descrito pelo diagrama de blocos da **Figura 4**.



**Figura 4** - Sistema de excitação a tiristor com AVR.

$$E_{fd} = K_a(V_{ref} - \frac{1}{1+sT_s}E_t) \quad (31)$$

Em que  $T_R$  é a constante de tempo dos elementos sensores (sinais de entrada do regulador) dado em segundos,  $K_A$  é o ganho do regulador de tensão,  $E_{FD}$  é a tensão de campo do gerador,  $E_t$  é a tensão terminal e  $V_{ref}$  é a tensão de referência de controle obtido do fluxo de carga.

A avaliação dos autovalores do sistema será realizada por meio de simulação computacional utilizando 2 programas disponibilizados pela CEPEL ® (ANAREDE e PACDYN) para facilitar a obtenção e análise dos autovalores do sistema mediante uma perturbação na carga.

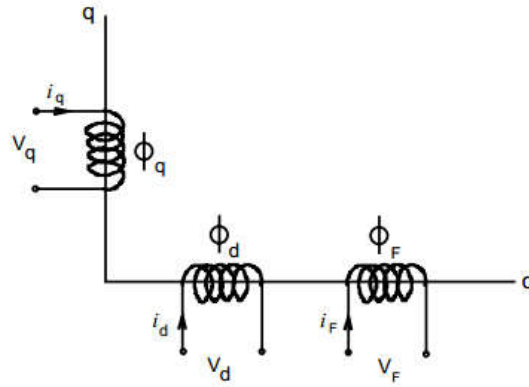
A modelagem a respeito dos reguladores AVR está presente em (KUNDUR, P; 1994) onde pode ser encontrada com maior detalhe.

## 2.6 Nova matriz de estado

A inserção de reguladores nos geradores do sistema faz com que apareçam novas equações de estado no sistema. Para cada gerador no modelo 1 (clássico) temos apenas as equações (29) e (30) para a representação do estado dinâmico do circuito sendo portanto uma matriz de estado 2 x 2 representada pelo equacionamento matricial (32). Porém, agora, com a adição de controladores de tensão surgem para cada gerador mais duas equações de estados: uma advinda do regulador estático e outra representando o gerador ( $E'_q$ ).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_D}{2H} & -\frac{K_S}{2H} \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m \quad (32)$$

O modelo adotado nas simulações e que foram suficientes para se obter resultados conclusivos foi o modelo do gerador de 1 eixo. Nesta modelagem, surge a equação da tensão transitória de eixo em quadratura ( $E'_q$ ) que fará parte do modelo dinâmico do sistema. A **Figura 5** ilustra a transformação dos enrolamentos da máquina síncrona sobre o eixo direto e sobre o eixo em quadratura.



**Figura 5** - Modelo  $E'_q$  do gerador.

Desenvolvendo o equacionamento matemático baseando-se num sistema máquina versus barramento infinito encontramos uma nova equação de estado:

$$\frac{dE'_q}{dt} = \frac{1}{T'_{do}} (E_{FD} - E'_q - (X_d - X'_d)I_d) \quad (33)$$

Onde  $E'_q$  é a tensão transiente de eixo em quadratura,  $T'_{do}$  é a constante de tempo transitória de eixo direto,  $E_{FD}$  é a tensão proporcional à tensão de campo,  $X_d$  e  $X'_d$  são as reatâncias de eixo direto e a reatância transitória de eixo direto.

Assim, além das equações (29) e (30) já enunciadas, teremos a equação (33) fazendo parte da matriz de estado. Além disso, temos também que a inserção do controle AVR aparece na matriz de estados uma nova equação  $E_{FD}$ . Dessa forma, temos que a matriz de estado linearizado pode ser resumida na seguinte forma (KUNDUR, P; 1994, adaptado):

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{E}'_q \\ \Delta \dot{\delta} \\ \Delta \dot{\omega} \\ \Delta \dot{E}_{FD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{K_3 T'_{do}} & -\frac{K_4}{T'_{do}} & 0 & \frac{1}{T'_{do}} \\ 0 & 0 & \omega_0 & 0 \\ -\frac{K_2}{2H} & -\frac{K_1}{2H} & -\frac{K_D}{2H} & 0 \\ -\frac{K_a K_6}{T_a} & -\frac{K_a K_5}{T_a} & 0 & -\frac{1}{T_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E'_q \\ \Delta \delta \\ \Delta \omega \\ \Delta E_{FD} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2H} \\ \frac{K_a}{T_a} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{ref} \\ \Delta T_m \end{bmatrix} \quad (34)$$

Onde  $K_1$  é a variação do conjugado elétrico com relação à variação do ângulo do rotor, admitindo  $E'_q$  constante,  $K_2$  é a variação do conjugado elétrico com relação à variação da tensão  $E'_q$ , admitindo constante o ângulo do rotor,  $K_3$  é o fator de impedâncias,  $K_4$  é o efeito desmagnetizante devido à variação do ângulo do rotor,  $K_5$  é a variação da tensão terminal do gerador devido à variação do ângulo do rotor, admitindo  $E'_q$  constante e  $K_6$  é a variação da

tensão terminal do gerador devido à variação da tensão  $E'_q$ , admitindo constante o ângulo do rotor. As expressões dessas constantes podem ser encontradas no **Anexo B**.

Para um sistema multimáquinas, um sistema formado por “ $n$ ” geradores regulados será composto  $4 \times n$  equações de estados já que para cada máquina síncrona encontramos 4 equações que definem a dinâmica do sistema. Por se tratar de uma modelagem complexa, foi utilizado o programa PacDyn CEPEL® que fornece a matriz de estado do sistema ao se programar os reguladores AVR para cada gerador.



### 3 Estabilidade de Sistemas Lineares

#### 3.1 Autovalores e autovetores

Como esperado, através da modelagem matemática descrita anteriormente, foi possível encontrar uma matriz **A** de estado associado ao sistema linearizado de equações diferenciais  $\dot{x} = Ax$ . Para determinar os autovalores da matriz **A**, podemos empregar técnicas matemáticas como o método do polinômio característico, o método iterativo **QR**, o das potências entre outros que serão abordados no item 3.2.

Seja  $\lambda$  um autovalor de **A** e  $v$  um autovetor associado, a resposta do sistema pode ser descrita conforme uma combinação linear dada por  $x(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{\lambda_i t}$  sendo  $c$  uma constante obtida das condições iniciais do sistema que está sendo investigado (KUNDUR, P; 1994). O autovalor  $\lambda$  que pode ser descrito por uma parcela real ( $\sigma$ ) e uma parcela imaginária ( $\omega$ ), isto é,  $\lambda = \sigma + j\omega$  indicará a estabilidade do sistema, conforme:

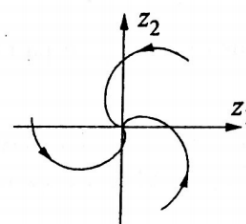
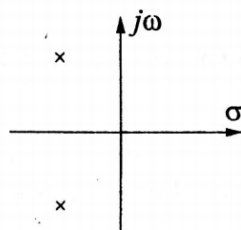
- a) Um autovalor real ( $\sigma \neq 0$  e  $j\omega=0$ ) corresponde a um sistema não oscilatório. Se negativo, o autovalor indica comportamento estável. Caso apresente um autovalor real positivo o sistema apresentará uma instabilidade aperiódica.
- b) Um autovalor complexo ( $\sigma \neq 0$  e  $j\omega \neq 0$ ) corresponde que o sistema possui um par conjugado de autovalores, ou seja,  $\lambda = \sigma \pm j\omega$ . A componente real do autovalor corresponde a taxa de amortecimento do sistema e a parcela imaginária a frequência de oscilação. Para  $\sigma < 0$ , temos que o sistema irá amortecer mediante uma perturbação mantendo-se estável, já para  $\sigma > 0$  irá indicar que o sistema irá ter um incremento na sua amplitude ao longo do tempo perdendo a estabilidade.

Então, se o sistema tiver autovalores no semiplano direito do plano complexo, o sistema será instável, pois o termo  $e^{\lambda t}$  tenderá ao infinito, caso contrário será estável (RAMOS, R. A; 1999). A **Figura 6** demonstra algumas diferentes combinações dos autovalores e as respectivas trajetória no espaço de estados.

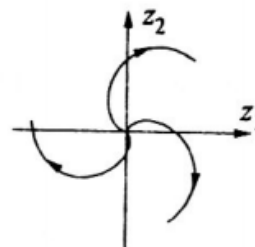
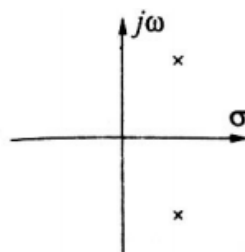
*Eigenvalues ( $\lambda = \sigma \pm j\omega$ )*

*Trajectory*

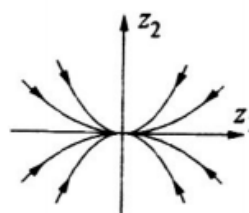
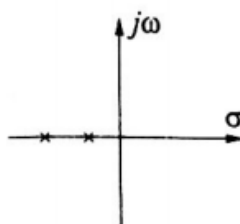
(1)



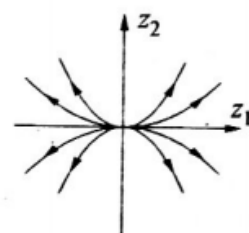
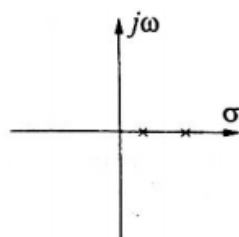
(2)



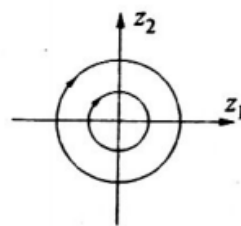
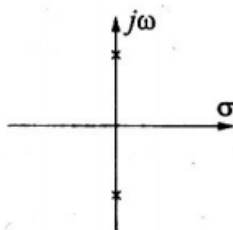
(3)



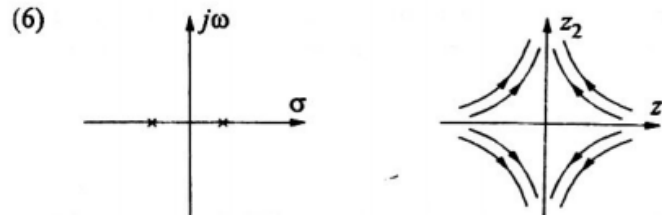
(4)



(5)







**Figura 6** - Autovalores no plano complexo e a trajetória no espaço de estados. (1), (3) e (5) representam situação de estabilidade local (Fonte: KUNDUR,1994).

A frequência de oscilação em *Hz* é dada por  $f = \omega/2\pi$ . O *damping ratio* ( $\xi$ ) ou fator de amortecimento é a taxa de decaimento da amplitude da oscilação é calculado pela expressão:

$$\xi = -\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega^2}} \cdot 100\%$$

Vale mencionar que o fator de amortecimento mínimo aceitável do ponto de vista do sistema de transmissão é usualmente de 5% e será observado nos resultados obtidos. Do ponto de vista prático, o fator de amortecimento de 5% representa como as oscilações se extinguem em tempo satisfatório de modo a evitar possíveis prejuízos ao sistema (desgaste prematuro das máquinas e limitação na transferência de potência).

Uma medida que demonstra a relação entre os modos de resposta e as variáveis de estado do sistema  $\dot{x} = Ax$  é o chamado fator de participação, dada pela matriz de participação **P**. Através dessa ferramenta que combina os autovalores à direita e a esquerda de matriz **A** pode-se medir a contribuição relativa das variáveis de estado na resposta dos modos, assim como identificar a participação dos modos na resposta do sistema. A matriz **P** é dada por:

$$\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_n]$$

$$p_i = \begin{bmatrix} p_{1i} \\ p_{2i} \\ \dots \\ p_{ni} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{1i} \Phi_{i1} \\ v_{2i} \Phi_{i2} \\ \dots \\ v_{ni} \Phi_{in} \end{bmatrix}$$

em que **v** são os autovetores à direita e **Φ** os autovetores à esquerda. O desenvolvimento matemático pode ser encontrado em (KUNDUR, P; 1994).

### 3.2 Técnicas de cálculo de autovalores

No caso particular de avaliações de estabilidade a pequenas perturbações, o modelo do sistema é linear e a análise de estabilidade exige o cálculo dos autovalores de uma matriz de grande dimensão para cada contingência considerada (RAMOS, R. A; 1999).

O sistema linearizado é caracterizado por uma equação de espaços do tipo:

$$\dot{x} = Ax \quad (35)$$

como já apresentado no item 3.1.

A análise das soluções da equação (35) pode ser realizada pelo cálculo dos autovalores ( $\lambda$ ) e autovetores ( $v$ ) de  $A$ . Sendo assim, as soluções da equação (35) podem ser determinadas a partir da resolução não trivial do seguinte problema de autovalores e autovetores:

$$(A - \lambda I)v = 0 \quad (36)$$

O estudo de estabilidade do sistema é realizado por meio do cálculo de autovetores e autovalores dessa matriz  $A$ , logo, no contexto atual (contínuas variações das cargas ao longo do dia), um grande esforço computacional é exigido devido, também, a grande dimensão matricial.

Vários métodos para o cálculo de autovetores e autovalores são encontrados na literatura, dentre os quais citamos: o método do polinômio característico (BURDEN e FAIRES; 2008), o algoritmo QR (BURDEN e FAIRES; 2008), métodos iterativos (de potência, potência inversa e subespaços) (RAMOS, R. A; 1999).

O método do polinômio característico consiste em resolver a função dada por

$$f(\lambda) = \det(A - \lambda I) = \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} - \lambda \end{vmatrix} \quad (37)$$

De (37) as raízes de  $f(\lambda)$  (polinômio de grau  $n$ ) correspondem aos autovalores de  $A$ . Entretanto este método requer grande esforço computacional, devido à complexidade em trabalhar com sistemas polinomiais de grandes dimensões.

O algoritmo QR é um método de auto-análise de grande eficiência. Esse método busca obter uma matriz  $A_k$  em cuja diagonal principal estão presentes os autovalores da matriz  $A$ . O princípio fundamental desse algoritmo consiste na transformação por similaridade, em que  $A$

é transformada em uma matriz **R** (triangular superior) e **Q** (Ortogonal) utilizando, por exemplo, a decomposição de Givens ou Householder (BURDEN e FAIRES; 2008).

O primeiro passo é fazer:

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{Q}_1 \mathbf{R}_1 \quad (38)$$

No passo seguinte uma nova matriz **A**<sub>2</sub> é obtida formada pela multiplicação de **Q**<sub>1</sub> e **R**<sub>1</sub> na ordem reversa, isto é,

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{R}_1 \mathbf{Q}_1 \quad (39)$$

A partir daí, realiza-se o processo sucessivamente *k* vezes de acordo com as equações:

$$\mathbf{A}_k = \mathbf{Q}_k \mathbf{R}_k \quad (40)$$

$$\mathbf{A}_{k+1} = \mathbf{R}_k \mathbf{Q}_k \quad (41)$$

É fácil verificar que cada passo completo é uma transformação por similaridade, pois  $\mathbf{A}_{k+1} = \mathbf{R}_k \mathbf{Q}_k = \mathbf{Q}_k^{-1} \mathbf{A}_k \mathbf{Q}_k$  e, portanto, **A**<sub>k</sub> tem os mesmos autovalores que **A**<sub>k+1</sub>. Nesse caso **A**<sub>k</sub> irá convergir para uma matriz triangular superior, de acordo com:

$$|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_n|$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \lambda_1 & a_k^{12} & \dots & a_k^{1n} \\ 0 & \lambda_2 & \dots & a_k^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (42)$$

Onde a expressão “ $\lim_{k \rightarrow \infty}$ ” simboliza que para um grande número de iterações, os autovalores encontrados tornam-se mais precisos. Um ponto negativo da aplicação deste método deve-se ao fato das diversas transformações destruírem a esparsidade da matriz original que compõe, por exemplo, um sistema elétrico de potência.

Métodos iterativos consistem em encontrar o autovalor por aproximação, isto é, não são necessárias infinitas iterações e sim algumas de tal forma que essa aproximação é refinada para uma determinada precisão.

O método de potências faz parte da classe dos métodos iterativos. Esse algoritmo parte da escolha arbitrária de um vetor **U**<sub>0</sub> e produz uma sequência de vetores **U**<sub>k</sub> definida por:

$$\mathbf{U}_{k+1} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{U}_k \quad , \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (43)$$

com  $\mathbf{U}_k \in \mathbb{C}^n$  e  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ . Se  $\mathbf{A}$  tem autovalores  $\lambda_i \in \mathbb{C}$  e autovetores  $\mathbf{V}_i \in \mathbb{C}^n$  linearmente independente tais que  $|\lambda_1| > |\lambda_2| > \dots > |\lambda_n|$ , pode-se, então, representar um vetor arbitrário  $\mathbf{U}_0$  como combinação linear dos autovalores, isto é:

$$\mathbf{U}_0 = \sum_{i=1}^n \alpha_i \mathbf{V}_i \quad (44)$$

Realizando o seguinte processo  $\mathbf{U}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{U}_k$  iterativo este vetor irá convergir para

$$\mathbf{U}_k = \lambda_1^k [\alpha_1 \mathbf{V}_1 + \alpha_2 (\lambda_2/\lambda_1)^k \mathbf{V}_1 + \dots + \alpha_n (\lambda_n/\lambda_1)^k \mathbf{V}_n] \quad (45)$$

e dessa forma

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{U}_k = \lambda_1^k \alpha_1 \mathbf{V}_1 \quad (46)$$

O autovalor  $\lambda_1$  e o autovetor  $\mathbf{V}_1$  são chamados de dominantes em relação a matriz  $\mathbf{A}$ . Para evitar instabilidade numérica, redefine-se (43) da seguinte forma normalizada:

$$\mathbf{Y}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{U}_k$$

$$\mathbf{U}_{k+1} = \frac{\mathbf{Y}_{k+1}}{\|\mathbf{Y}_{k+1}\|_\infty}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (47)$$

Assim, calculado o autovalor e autovetor dominante, podem-se aplicar deslocamentos para se conhecer o intervalo que contém os autovalores como será explicado.

O método de potência inversa tem como base o mesmo princípio do método anterior, porém com uma modificação: o método consiste em encontrar o autovalor de menor módulo ( $\lambda_n$ ). Se  $\lambda$  é o autovalor de  $\mathbf{A}$ , então  $\lambda^{-1}$  é autovalor de  $\mathbf{A}^{-1}$ . Além disso, se  $\lambda_n$  é o menor autovalor de  $\mathbf{A}$ , então  $\lambda_n^{-1}$  será o maior autovalor de  $\mathbf{A}^{-1}$ . Então, para obter o menor autovalor (em módulo) de  $\mathbf{A}$ , o que fazemos é aplicar o método das potências (que calcula o maior autovalor em módulo) à matriz inversa,  $\mathbf{A}^{-1}$ .

Assim:

$$\mathbf{Y}_{k+1} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{U}_k \quad (48)$$

$$\mathbf{U}_{k+1} = \frac{\mathbf{Y}_{k+1}}{\|\mathbf{Y}_{k+1}\|_\infty}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (49)$$

e dessa forma para obtermos  $\lambda_n^{-1}$ :

$$\lambda_n^{-1} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{Y}_{k+1}}{\mathbf{U}_{k+1}} \quad (50)$$

Logo, obtemos o autovalor com menor módulo de  $\mathbf{A}$ . Porém, notemos que na prática não é necessário calcular  $\mathbf{A}^{-1}$ , pois:

$$\mathbf{Y}_{k+1} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{U}_k \Rightarrow \mathbf{A} \mathbf{Y}_{k+1} = \mathbf{U}_k \quad (51)$$

e assim resolvemos o sistemas usando a **Decomposição LU** (BURDEN e FAIRES, 2008). Este método é particularmente conveniente pois as matrizes L e U são independentes de k e, portanto, basta obtê-las uma única vez.

Os dois métodos anteriores tem uma característica que é descobrir apenas o autovalor dominante e inferior. Se  $\lambda_1 > \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$  são os autovalores de  $\mathbf{A}$ , uma propriedade que pode ser aplicada para encontrar os autovalores intermediários é a propriedade do deslocamento (BURDEN e FAIRES; 2008). Assim,

$$\mathbf{Y}_{k+1} = (\mathbf{A} - s\mathbf{I})\mathbf{U}_k \quad (52)$$

$$\mathbf{U}_{k+1} = \frac{\mathbf{Y}_{k+1}}{\|\mathbf{Y}_{k+1}\|_2}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (53)$$

os autovalores de  $\mathbf{A}$  são deslocados “s” unidades no eixo real.

No método de potência e potência inversa, quando aplicamos um deslocamento para encontrar outros autovalores, corremos o risco de obter novamente o autovalor já calculado. Para evitar a convergência do método para um autovalor já calculado, aplica-se o processo de deflação implícita por ortonormalização ou através da multiplicação por  $(\mathbf{A} - \lambda_1\mathbf{I})$ .

O primeiro consiste em ortonormalizar o vetor obtido ao final de cada passo com relação aos vetores já calculados.

A segunda estratégia consiste em multiplicar o vetor obtido, a cada passo, por  $(\mathbf{A} - \lambda_1\mathbf{I})$ , sendo  $\lambda_1$  o autovalor para o qual a convergência deve ser inibida. Suponhamos que com o método das potências inversas obtemos o par dominante  $\mathbf{V}_1$  e  $\lambda_1$ . Aplicando novamente sem alterar o deslocamento, mas no final de cada passo o vetor obtido será multiplicado por  $(\mathbf{A} - \lambda_1\mathbf{I})$ . Sendo  $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_n$  os autovetores desta matriz e  $\mathbf{U}_k$  o vetor de término do passo k, vemos que (RAMOS; 1999):

$$(\mathbf{A} - \lambda_1\mathbf{I})^k \mathbf{U}_k = \sum_{i=1}^n \alpha_i (\lambda_i - \lambda_1) \mathbf{V}_i = \sum_{i=2}^n \alpha_i (\lambda_i - \lambda_1) \mathbf{V}_i \quad (54)$$

e pode-se ver que esta sequência irá convergir para o autovalor  $\lambda_2$ . Obtido esse autovalor, o processo é reiniciado para obter  $\lambda_3$ .

A grande maioria das pesquisas em estabilidade a pequenas perturbações em sistemas de potência procura calcular autovalores com parte imaginária diferente de zero e próximas do eixo imaginário, identificando tais autovalores como modos críticos do sistema (RAMOS, 1999). O algoritmo de subespaços invariantes toma como base o método de potências, porém vê cada uma das iterações  $\mathbf{AU}_k$  como representante do subespaço  $\text{span}(\mathbf{AU}_k)$ .

A essa ideia, se  $\{\mathbf{U}_0^{(1)}, \mathbf{U}_0^{(2)}, \dots, \mathbf{U}_0^{(m)}\}$  é uma base de  $\mathbf{U}$  é possível mostrar que os vetores  $\mathbf{A}^k \mathbf{U}_0^{(1)}, \mathbf{A}^k \mathbf{U}_0^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^k \mathbf{U}_0^{(m)}$  formam uma base de  $\mathbf{A}^k \mathbf{U}$ .

Dessa forma, o algoritmo final é o seguinte:

1. Calcular  $\mathbf{Y}_k^{(i)}$  a partir de  $(\mathbf{A} - s\mathbf{I}) \mathbf{Y}_k^{(i)} = \mathbf{U}_k^{(i)}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ .
2. Ortonormalizar  $\mathbf{Y}_k^{(i)}$  para obter  $\mathbf{U}_{k+1}^{(i)}$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ .

Logo, através desses métodos podemos obter os autovalores e autovetores de uma determinada matriz. Para determinados tipos de matriz (exemplos matrizes esparsas) um método pode ser mais eficiente que outro, mas esse assunto não é abordado nesse projeto. A avaliação da eficiência bem como implementações de melhoramento dos métodos de cálculo de autovalores e autovetores, pode ser encontrada em (RAMOS, R. A; 1999).

## 4 Técnicas para avaliação da sensibilidade e limite de variações dos modos de oscilações devido à variação de parâmetros do sistema

### 4.1 Teoria da perturbação

Como já discutido, as análises de segurança dinâmica em sistemas elétricos de potência requerem a avaliação de estabilidade do sistema para um número grande de contingências. Além disso, sabe-se que no estudo a pequenas perturbações o sistema elétrico é modelado por meio de equações matriciais resultantes do procedimento de linearização do modelo não linear do sistema em torno de um ponto de operação. Porém o grande problema na análise da estabilidade da rede por meio destas matrizes, deve-se primeiramente ao fato de que as matrizes de estado que descrevem o sistema apresentam grande dimensão e posteriormente ao fato de que pequenas variações no ponto de operação da rede geram uma nova matriz de estado. Assim para cada configuração é necessário calcular novamente os autovalores a fim de identificar a estabilidade do sistema, o que demanda um certo tempo e esforço computacional.

Dessa maneira esta monografia visa estudar e entender a perturbação de matrizes e os possíveis efeitos que estas variações causam nos autovalores e autovetores, a fim de encontrar uma margem de estabilidade para o sistema.

Na literatura, encontram-se métodos e estudos que analisam e tentam estimar os efeitos de perturbações sobre os autovalores e autovetores da matriz perturbada. Essas técnicas fazem parte do assunto *Teoria da Perturbação (Perturbation Theory)* e *Sensibilidade de Autovalores (Eigenvalue Sensitivity)*.

A teoria da perturbação se inicia definindo um problema de autovalores em um espaço vetorial de dimensão finita. O problema típico desta teoria baseia-se na investigação dos autovalores e autovetores de um operador linear  $T$  quando este é submetido a uma pequena perturbação. Para lidar com este problema, é conveniente considerar uma família de operadores lineares da forma:

$$T(\varepsilon) = T + \varepsilon T' \quad (55)$$

em que  $\varepsilon$  é um parâmetro escalar supostamente pequeno,  $T(0) = T$  é chamado de operador não perturbado e  $\varepsilon T'$  a perturbação.

Para melhor entendimento deste problema, deve-se ter um bom conhecimento das propriedades dos autovalores e de subespaços invariantes. Para fins explicativos, toma-se uma matriz  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ . Os autovalores dessa matriz são as raízes do polinômio característico

$f(\lambda) = \det(A - \lambda I)$  e o conjunto destas raízes é chamado de *spectrum* denotado por  $\lambda(A)$ . Duas propriedades importantes são:

- 1) Se  $\lambda(A) = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ , então o  $\det(A) = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n$ .
- 2) Definimos o traço de  $\mathbf{A}$  como  $\text{tr}(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^n a_{ii}$

Além disso, se  $\lambda \in \lambda(\mathbf{A})$ , então o vetor não nulo  $\mathbf{u} \in \mathbb{C}^n$ , que satisfaz  $\mathbf{A}\mathbf{u} = \lambda\mathbf{u}$ , é chamado autovetor associado ao autovalor  $\lambda$ . Além disso, um autovetor define um subespaço unidimensional que é invariante. Um subespaço  $S \subseteq \mathbb{C}^n$  tal que para todo  $\mathbf{x} \in S$  tem-se  $\mathbf{A}\mathbf{x} \in S$  é dito invariante com respeito a  $\mathbf{A}$ .

Muitos problemas computacionais que envolvem cálculos de autovalores são resolvidos quebrando o problema em coleções de pequenos problemas de autovalores, isto é, realiza-se a dissociação do problema original. Logo, Se  $T \in \mathbb{C}^{n \times n}$  é particionado como,

$$T = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0 & T_{22} \end{bmatrix}, \text{ onde } T_{ij} \text{ são blocos de matrizes.}$$

então  $\lambda(T) = \lambda(T_{11}) \cup \lambda(T_{22})$ .

Neste sentido, uma teoria que auxilia o estudo dos problemas de perturbação é a chamada decomposição unitária básica de (GOLUB; 1996). Através da transformação por similaridade, é possível reduzir o problema em uma das formas canônicas encontrada na álgebra linear. As formas canônicas diferem na forma como eles exibem informações dos valores próprios e do tipo de subespaços invariantes que elas fornecem. Devido à sua estabilidade numérica podemos encontrar reduções que podem ser alcançados com similaridade unitária<sup>1</sup>.

A decomposição de Schur é uma das mais importantes decomposições de matrizes em outras por similaridade. Segundo o teorema:

Se  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , então existe uma matriz unitária  $\mathbf{Q} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , tal que:

$$\mathbf{Q}^H \mathbf{A} \mathbf{Q} = \mathbf{T} = \mathbf{D} + \mathbf{N} \quad (56)$$

---

<sup>1</sup> Similaridade Unitária: a propriedade de dois operadores ou matrizes de ser similar via uma matriz unitária:  $\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{B}\mathbf{U}^*$ , com  $\mathbf{U}$  unitária. Qualquer matriz complexa normal é unitariamente similar a uma matriz complexa diagonal, que é real se, e somente se, a matriz é Hermitiana (<sup>H</sup>: uma matriz transporta conjugada). Uma matriz real simétrica é real ortogonalmente similar a uma matriz real diagonal. Exemplo: Teorema de Schur.



em que  $D = \text{diag} (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$  e  $N \in \mathbb{C}^{n \times n}$  é estritamente triangular superior. Além disso,  $Q$  pode ser escolhido de modo que os valores próprios  $\lambda_i$  aparecem em qualquer ordem ao longo da diagonal.

Tomando como base a teoria até aqui discutida, podemos, agora, melhor entender os problemas de perturbação de matrizes e sensibilidade de autovalores.

Diversas rotinas de cálculo de autovalores realizam uma sequência de transformações por similaridade  $X_k$  transformando uma matriz  $\mathbf{A}$  progressivamente em uma “mais diagonal”. Como já discutido, uma matriz diagonal possui como autovalores os seus próprios elementos da diagonal principal. Assim, a questão é saber quão próximos os elementos da diagonal de uma matriz estão de seus valores próprios.

A primeira ferramenta teórica é o importante *Teorema dos Discos de Gershgorin* (GOLUB; 1996) (STOER *et al.*; 1992). Ele decorre da seguinte análise:

Se  $\mathbf{A}$  é uma matriz complexa  $n \times n$ , podemos sempre escrever  $\mathbf{A}$  em  $X^{-1}\mathbf{A}X = D + F$ , onde  $D = \text{diag} (a_{11}, \dots, a_{nn})$  é a matriz diagonal formada pela diagonal principal de  $\mathbf{A}$  e  $F$  consiste dos elementos restantes de  $\mathbf{A}$ , possuindo uma diagonal principal nula. O Teorema de Gershgorin dá uma estimativa precisa e simples de calcular os raios destes discos em função das entradas restantes da matriz  $\mathbf{A}$ . Denote o disco complexo fechado de centro em  $a_{ii}$  e raio  $R$  por:

$$D_R(a_{ii}) = \{\mu \in \mathbb{C} : |\mu - a_{ii}| \leq R\} \quad (57)$$

e seja  $\mu$  raiz do polinômio característico, se,

$$R_i(A) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}| \quad (58)$$

denota a soma dos valores absolutos dos elementos da linha  $i$  de  $\mathbf{A}$ , excetuando o elemento da diagonal principal, então todos os autovalores de  $\mathbf{A}$  estão contidos na união dos  $n$  discos de Gershgorin:

$$\lambda(A) \subseteq \bigcup_{i=1}^n D_{R_i(A)}(a_{ii})$$

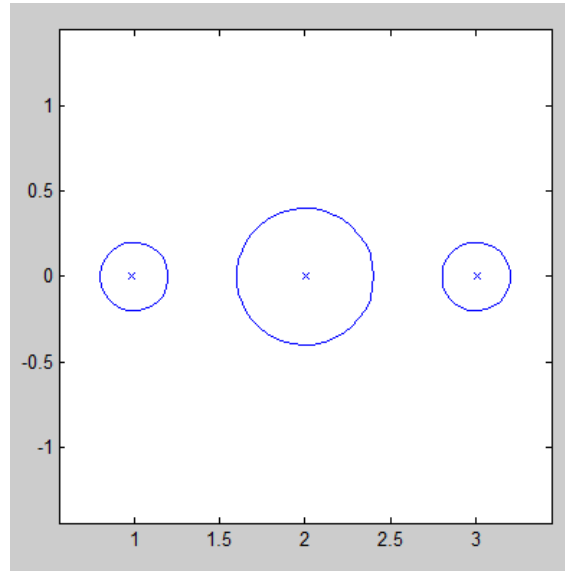
Além disso, se uma união de  $k$  destes discos forma uma região que é disjunta dos  $n-k$  discos restantes, então existem exatamente  $k$  autovalores de  $\mathbf{A}$  nesta região. Para melhor entendimento segue um exemplo dado:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 & -0.1 \\ 0 & 2 & 0.4 \\ -0.2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$D_1 = \{\mu \mid |\mu - 1| \leq 0.2\}$$

$$D_2 = \{\mu \mid |\mu - 2| \leq 0.4\}$$

$$D_3 = \{\mu \mid |\mu - 3| \leq 0.2\}$$



**Figura 7** - Resultado da implementação da Teoria dos Discos apresentada no **Anexo C**.

A teoria dos discos de Gershgorin foi implementada no Matlab® a partir de um código disponibilizado no site da Mathworks® e pode ser encontrado no **Anexo C**.

Desta análise, se considerarmos, agora,  $A_\epsilon = D + \epsilon F$ , então  $A_0 = D$  (sendo  $A_0$  formada pelos elementos da diagonal principal de **A**) e  $A_1 = A = D + F$  (sendo  $A_1$  a própria matriz **A**). Consequentemente, os autovalores de  $D$  são  $a_{11}, \dots, a_{nn}$ , enquanto que os autovalores de  $A_\epsilon$  devem estar localizados nas vizinhanças dos pontos  $a_{11}, \dots, a_{nn}$ , desde que  $\epsilon$  seja suficientemente pequeno.

Assim, a aplicação mais comum desse teorema está na estimativa dos autovalores de uma matriz, permitindo o conhecimento mais preciso da localização dos autovalores da matriz e correspondentemente melhores estimativas para o raio espectral da mesma.

É muito importante saber que rotinas empregadas no cálculo de autovalores buscam exatidão nos resultados de matrizes como  $A + E$ , onde  $E$  denota uma matriz com pequena norma (uma perturbação em  $A$ ). Consequentemente, nós devemos entender como os autovalores da matriz são afetados por pequenas perturbações. O seguinte teorema de Bauer – Fike (GOLUB; 1996) e (STOER *et al.*; 1992) aborda essa questão.

Se  $\mu$  é um autovalor de  $A + E \in \mathbb{C}^{n \times n}$  e  $X^{-1}AX = D = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ , então:

$$\min_{\lambda \in \lambda(A)} |\lambda - \mu| \leq \text{cond}(X) \cdot |E|_p$$

onde  $|\cdot|_p$  denota qualquer norma –  $p$ , e  $\text{cond}(X) = \|X\| \cdot \|X^{-1}\|$ .

Como se pode observar, o condicionamento do problema de autovalores, ou seja, a sensibilidade dos autovalores, não depende do número de condição da matriz  $A$ , mas é controlada pelo fator  $\text{cond}(X)$  da matriz de transformação  $X$ . Por esse teorema, verifica-se que se  $\text{cond}(X)$  é grande, então pequenas mudanças em  $A$  podem induzir largas mudanças nos autovalores. Isso é discutido no livro “*Matrix Computations*” (GOLUB; 1996, p.322, p.323).

Vale ressaltar que para encontrar a matriz  $X$  basta encontrar os autovetores da matriz original e dessa forma obter com eles a matriz  $X$ , já que  $XA = LX$ , onde  $L$  é a matriz diagonal de autovalores e  $A$  a matriz original em estudo.

Para facilitar o entendimento do teorema de Bauer-Fike considere o exemplo:

$$\text{Seja } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 4,001 \end{bmatrix} \text{ a matriz não perturbada e } E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0,001 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ a perturbação}$$

aplicada em  $A$ .

Então,  $\lambda(A + E) = \{1,0001; 4,0582, 3,9427\}$  e  $\text{cond}(X) \approx 1,3548 \cdot 10^4$  e  $|E|_2 = 10^{-3}$ . Logo o intervalo dado será  $\min_{\lambda \in \lambda(A)} |\lambda - \mu| \leq 13,248$ .

A extrema sensibilidade de uma matriz  $A$  não pode ocorrer se  $A$  é normal, isto é,  $AA^* = A^*A$ . Por outro lado, a não normalidade não se faz necessária para concluir sobre a sensibilidade de um autovalor. Na verdade, a não normalidade pode ser uma mistura de autovalores bem e mal condicionados (GOLUB; 1996), isto é, se o algoritmo para encontrar um autovalor irá obter um valor preciso ou apresentará resultados piores onde o erro cresce durante os cálculos. Por essa razão, é vantajoso refinar a teoria da perturbação para um autovalor específico e não para todo o espectro.

Então, vamos considerar a sensibilidade para um autovalor  $\lambda$  de  $\mathbf{A}$  mediante a uma pequena perturbação  $A \rightarrow A + \varepsilon C$ ,  $\varepsilon \rightarrow 0$ . Limitamos a análise para um zero simples do polinômio característico.

Se  $\lambda$  é uma raiz simples do polinômio característico da matriz  $\mathbf{A}_{n \times n}$ , e  $x$  e  $y^H$  correspondem aos autovalores à direita e à esquerda de  $\mathbf{A}$ , respectivamente,  $Ax = \lambda x$ ,  $y^H A = \lambda y^H$ ,  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ .

Se  $C$  é uma matriz  $n \times n$  arbitrária, então, há uma função  $\lambda(\varepsilon)$  que é analítica para  $\varepsilon$  suficientemente pequeno ( $|\varepsilon| < \varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_0 > 0$ ), tal que:

$$\lambda(0) = \lambda, \quad \lambda'(0) = \frac{y^H C x}{y^H x},$$

e  $\lambda(\varepsilon)$  é um zero simples do polinômio característico  $A + \varepsilon C$ . Em verdade, a primeira aproximação para o autovalor perturbado é dada por:

$$\lambda(\varepsilon) \doteq \lambda + \varepsilon \frac{y^H C x}{y^H x}.$$

Denotando, para a norma Euclidiana  $\| \cdot \|_2$ , por:

$$\cos(x, y) := \frac{y^H C x}{\|x\|_2 \|y\|_2}$$

o cosseno do ângulo entre os autovetores  $x$  e  $y$ , o precedente resultado implica na seguinte estimativa:

$$|\lambda'(0)| \leq \frac{lub_2(C)}{|\cos(x, y)|}$$

em que  $lub(C)$  é a norma induzida da matriz  $C$  (STOER *et al.*; 1992).

A sensibilidade de  $\lambda$  irá aumentar com o decremento de  $|\cos(x, y)|$ . A discussão acima indica que um autovalor simples  $\lambda$  de  $A$  é relativamente insensível para perturbações  $A \rightarrow A + \varepsilon C$ , no sentido que para o correspondente autovalor  $\lambda(\varepsilon)$  de  $A + \varepsilon C$  existe uma constante  $K$  e  $\varepsilon_0 > 0$  tal que  $|\lambda(\varepsilon) - \lambda| \leq K \cdot |\varepsilon|$  para  $|\varepsilon| \leq \varepsilon_0$ .

Logo, como se pode verificar o tema que envolve a teoria da perturbação de matrizes e análise de sensibilidade de autovalores é bastante complexo por se tratar de um assunto que ainda está em discussão e em desenvolvimento. Vários autores buscam desvendar métodos pertinentes que possam auxiliar o entendimento desse assunto. Tomando como

base os critérios disponíveis sobre a teoria da perturbação, essa monografia busca estudar a aplicação desses métodos nas análises de segurança dinâmica em sistemas elétricos de potência.

#### 4.2 Medidas de Matrizes

A noção de medida de matrizes ou matricial é baseada nas propriedades de normas induzidas e propriedades de espaço vetorial. Com sua definição, pode-se encontrar uma estimativa para a região onde se encontram os autovalores conhecendo apenas as partes reais dos mesmos. Dessa forma é possível avaliar a estabilidade conhecendo essa região desde que ela não esteja do lado direito do plano real imaginário.

Inicialmente devemos entender o conceito de norma induzida de matrizes. Seja  $C^{n \times n}$  o conjunto de todas as matrizes  $n \times n$  com elementos complexos, então  $C^{n \times n}$  é um espaço vetorial no corpo dos complexos se tomarmos as leis da adição e multiplicação por escalar. Além disso, para cada matriz  $A \in C^{n \times n}$ , há um correspondente operador linear  $\alpha$  de  $C^n$  definido por  $\alpha(x) = Ax, \forall x \in C^n$ . Assim, há uma correspondência unívoca entre matrizes em  $C^{n \times n}$  e operadores lineares de  $C^n$  em si mesmo. Em geral, não distinguimos entre uma matriz em  $C^{n \times n}$  e o operador linear correspondente em  $C^n$ . Esta correspondência é a motivação por trás do conceito da norma induzida de uma matriz.

Seja  $\| \cdot \|$  uma norma em  $C^n$ . Então para cada matriz  $A \in C^{n \times n}$ , a quantidade  $\|A\|$ , definida por:

$$\|A\| = \sup_{x \neq 0, x \in C^n} \frac{\|Ax\|}{\|x\|} = \sup_{\|x\|=1} \|Ax\| = \sup_{\|x\| \leq 1} \|Ax\|$$

que é chamada de norma induzida da matriz  $A$  correspondente à norma do vetor  $\| \cdot \|$ .

Esta teoria é discutida em (VIDYASAGAR, M.; 1993) onde podem ser encontrados mais detalhes do assunto. Em suma, a teoria de matriz induzida pode ser resumida da seguinte forma:

##### Norma em $C^n$

$$\|x\|_{\infty} = \max_i |x_i|$$

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$$

##### Norma induzida em $C^{n \times n}$

$$\|A\|_{i\infty} = \max_i \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$$

$$\|A\|_{i1} = \max_j \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$$

$$\|x\|_2 = \left( \sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right)^{1/2}$$

$$\|A\|_2 = [\lambda_{\max}(A^H A)]^{1/2}$$

Com esse conceito, discute-se a análise de medidas de matrizes. Seja  $\|\cdot\|_i$  uma norma induzida em  $C^{n \times n}$ , então a correspondente medida matricial é a função  $\mu(\cdot): C^{n \times n} \rightarrow R$  definido por:

$$\mu(A) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \frac{\|I + \varepsilon A\|_i - 1}{\varepsilon}$$

A medida matricial  $\mu(A)$  pode ser entendida como uma derivada direcional da norma induzida  $\|\cdot\|_i$ , isto é, avalia a matriz identidade na direção de  $A$ . A função de medida tem várias propriedades úteis, como mostrado em seguida (VIDYASAGAR, M., 1993):

Se  $\|\cdot\|_i$  é uma norma induzida em  $C^{n \times n}$  e  $\mu(\cdot)$  corresponde a medida matricial, então  $\mu(\cdot)$  tem as seguintes propriedades:

(M1) Para cada  $A \in C^{n \times n}$  o limite existe e é bem definido.

(M2)  $-\|A\|_i \leq \mu(A) \leq \|A\|_i$ ,  $\forall A \in C^{n \times n}$ .

(M3)  $\mu(\alpha A) = \alpha \mu(A)$ ,  $\forall \alpha \geq 0, \forall A \in C^{n \times n}$

(M4)  $\max\{\mu(A) - \mu(-B), \mu(B) - \mu(-A)\} \leq \mu(A+B) \leq \mu(A) + \mu(B)$ ,  $\forall A, B \in C^{n \times n}$

(M5)  $\mu(\cdot)$  é uma função convexa, isto é,  $\mu[\alpha A + (1-\alpha)B] \leq \alpha \mu(A) + (1-\alpha)\mu(B)$ ,  $\forall \alpha \in [0,1], \forall A, B \in C^{n \times n}$ .

(M6) Se  $\lambda$  é um autovalor de  $A \in C^{n \times n}$ , então  $-\mu(-A) \leq \text{Re } \lambda \leq \mu(A)$ .

A propriedade (M6) oferece uma estimativa para a região onde estão os autovalores de uma matriz. Em suma, temos:

#### Norma em $C^n$

$$\|x\|_\infty = \max_i |x_i|$$

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$$

$$\|x\|_2 = \left( \sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right)^{1/2}$$

#### Medida matricial em $C^{n \times n}$

$$\mu_\infty(A) = \max_i (a_{ii} + \sum_{j \neq i} |a_{ij}|)$$

$$\mu_1(A) = \max_j (a_{jj} + \sum_{i \neq j} |a_{ij}|)$$

$$\mu_2(A) = [\lambda_{\max}(A^H + A)/2]$$

Com essas definições, podemos encontrar uma estimativa para a parte real dos autovalores como pode-se observar no exemplo seguinte:

$$\text{Seja } \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ e portanto } -\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ -1 & -3 & 0 \end{bmatrix} \text{ utilizando a teoria de medida}$$

matricial calcula-se:

$$\text{Para } j = 1, \mu_1(\mathbf{A}) = -6 + (1 + 0) = -5; \mu_1(-\mathbf{A}) = 6 + (|-1| + 0) = 7.$$

$$\text{Para } j = 2, \mu_1(\mathbf{A}) = -1 + (2 + 3) = 4; \mu_1(-\mathbf{A}) = 1 + (|-2| + |-3|) = 6.$$

$$\text{Para } j = 3, \mu_1(\mathbf{A}) = 0 + (2 + 1) = 3, \mu_1(-\mathbf{A}) = 0 + (|-2| + |-1|) = 3.$$

$$\text{Portanto os máximos são: } \mu_1(\mathbf{A}) = 4 \text{ e } \mu_1(-\mathbf{A}) = 7.$$

$$\text{Para } i = 1, \mu_\infty(\mathbf{A}) = -6 + (2 + 1) = 4; \mu_\infty(-\mathbf{A}) = 6 + (|-2| + |-1|) = 9.$$

$$\text{Para } i = 2, \mu_\infty(\mathbf{A}) = -1 + (2 + 0) = 1; \mu_\infty(-\mathbf{A}) = 1 + (|0| + |-2|) = 3.$$

$$\text{Para } i = 3, \mu_\infty(\mathbf{A}) = 0 + (1 + 3) = 4; \mu_\infty(-\mathbf{A}) = 0 + (|-1| + |-3|) = 4.$$

$$\text{Portanto os máximos são: } \mu_\infty(\mathbf{A}) = 4, \mu_\infty(-\mathbf{A}) = 9.$$

Agora usando a propriedade (M6) para estimar a parcela real dos autovalores de  $\mathbf{A}$ , obtém-se:  $-7 \leq \text{Re } \lambda_i \leq 4$ , para a medida  $\mu_1$ ; e  $-9 \leq \text{Re } \lambda_i \leq 4$ , para a Medida  $\mu_\infty$ . Agora, calculando-se os autovalores exatos de  $\mathbf{A}$  ( $\lambda = \{-6,0426; -3,1271; 2,1698\}$ ) pode-se provar que a estimativa  $[-7; 4]$  é satisfatória.

Vale ressaltar que se fosse aplicado a medida  $\mu_2$  seria encontrado um intervalo mais preciso, porém o esforço computacional seria maior.

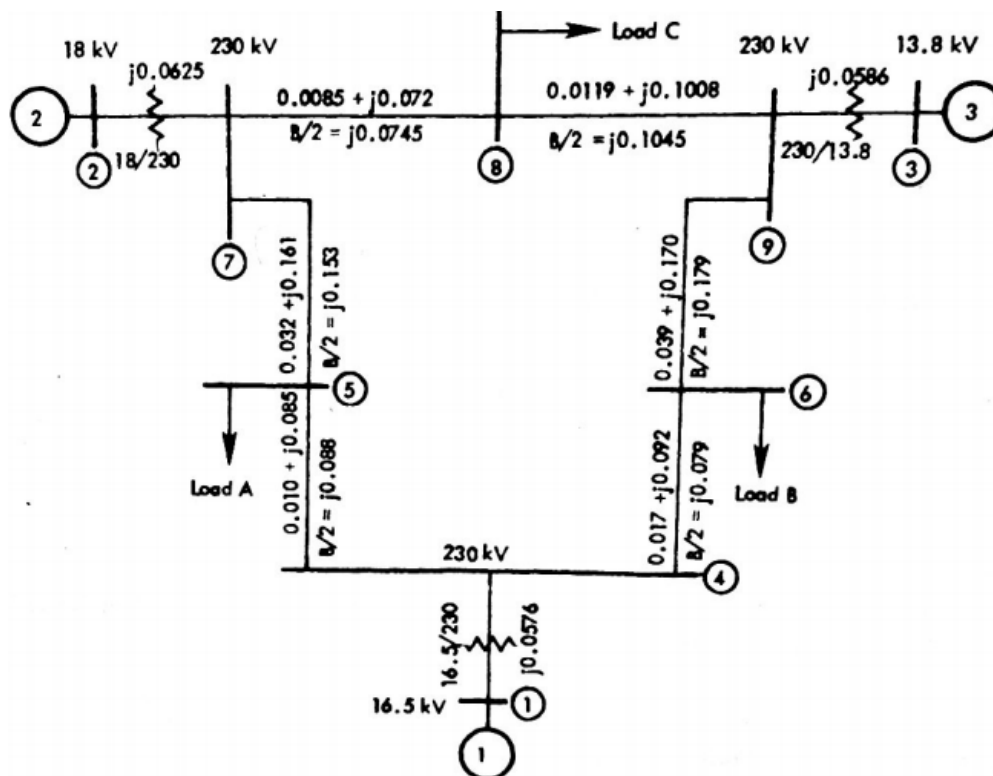




## 5 Desenvolvimento

### 5.1 Sistema exemplo para análise inicial

Seguindo o equacionamento matemático a respeito da análise dos sistemas elétricos de potência a pequenas perturbações que foram desenvolvidas no capítulo 2, foi previamente investigado um caso exemplo de um circuito IEEE 9 barras e 3 geradores conforme a **Figura 8**.



**Figura 8** - Circuito teste padrão IEEE 9 barras e 3 geradores. (Fonte: ANDERSON, P.M. e FOUAD, A.A.; 2003).

Agora como apresentado em (ANDERSON e FOUAD; 2003), pp. 63-64, exemplo 3.2, vamos considerar o sistema de 3 máquinas e 9 barras previamente num estado de operação de equilíbrio como apresentado pela **Figura 8**. Uma pequena carga de 10 MVA (cerca de 3% da carga total do sistema de 315 MW) é subitamente adicionada a barra 8 por adição de uma falta trifásica para a barra 8 através da adição de uma impedância de 10,0 p.u. Agora admitindo como potência base 100 MVA e assumindo que a carga do sistema depois da perturbação é constante e igual à carga original mais a resistência 10 p.u., desenvolveremos o problema.

O circuito da **Figura 8** contém 3 barras com geradores clássicos sem regulação, sendo escolhido um para ser a referência angular do sistema. Dessa maneira, adotou-se o gerador de número 3 como referência a fim de facilitar a montagem da matriz de estados do circuito, para o cálculo dos modos de oscilação (autovalores).

Os dados dos geradores são apresentados na **Tabela 1** e as características das linhas são dadas na **Tabela 2**.

**Tabela 1** - Dados dos Geradores.

Gerador	1	2	3
<b>Potencia Nominal (MVA)</b>	247,5	192,0	128,0
<b>Tensão (kV)</b>	16,5	18,0	13,8
<b>Fator de Potência (pu)</b>	1,0	0,85	0,85
<b><math>X_d</math> (pu)</b>	0,1460	0,8958	1,3125
<b><math>X'_d</math> (pu)</b>	0,0608	0,1198	0,1813
<b><math>X_q</math> (pu)</b>	0,0969	0,8645	1,2578
<b><math>X'_q</math> (pu)</b>	0,0969	0,1969	0,25
<b><math>\tau'_{d0}</math> (s)</b>	8,96	6,00	5,89
<b><math>\tau'_{q0}</math> (s)</b>	0	0,535	0,600
<b>Energia Armazenada à Velocidade Nominal</b>	2364 MW·s	640 MW·s	301 MW·s

**Tabela 2** - Dados da rede.

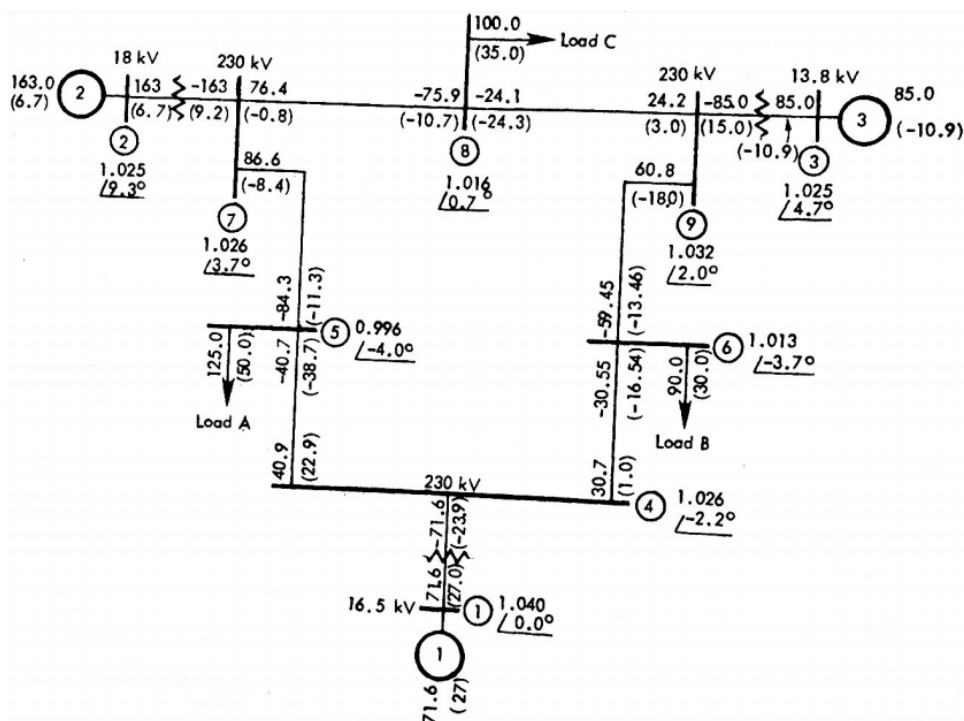
Barra N °	Impedância		Admitância	
	R (p.u.)	X (p.u.)	G (p.u.)	B (p.u.)
<b>Transformador*</b>				
<b>Nº1</b>	1-4	0	0,1184	
<b>Nº2</b>	2-7	0	0,1823	

<b>Nº3</b>	3-9	0	0,2399	
<b>Linha</b>				
	4-5	0,0100	0,0850	
	4-6	0,0170	0,0920	
	5-7	0,0320	0,1610	
	6-9	0,0390	0,1700	
	7-8	0,0085	0,0720	
	8-9	0,0119	0,1008	
<b>Admitância Shunt +</b>				
<b>Carga A</b>	5-0		1,261	-0,2634
<b>Carga B</b>	6-0		0,8777	-0,0356
<b>Carga C</b>	8-0		0,9690	-0,1601
	4-0			0,1670
	7-0			0,2275
	9-0			0,2835

\* Dados da impedância do transformador adicionada a  $x'_d$ .

+A susceptância da linha foi adicionada a admitância da carga.

O circuito se encontra em um estado de operação estável, satisfazendo o fluxo de potência descrita pelas equações (7) e (8) do capítulo 2. Dessa maneira, são conhecidas as condições de tensão e ângulo sobre cada barra. A **Figura 9** apresenta esses dados.



**Figura 9** - Sistema no seu estado de operação (todos os fluxos em p.u.). (Fonte: ANDERSON, P.M. e FOUAD, A.A.; 2003).

Seguindo o raciocínio enunciado no capítulo 2, esse sistema teste foi implementado utilizando o software MATLAB®. A partir da solução da matriz de estado obtida pela linearização das equações elétricas e mecânicas, obtivemos os seguintes modos de oscilação para o estado de operação indicado na **Figura 9**, dados na **Tabela 3**.

**Tabela 3** - Modos de oscilação do sistema de 9 barras 3 geradores.

Resultado	Autovalor 1 e 2	Autovalor 3 e 4
$\lambda$	$\pm 13,360j$	$\pm 8,689j$

Fica evidente que os autovalores do sistema estão sobre o eixo imaginário. Segundo o critério de estabilidade enunciada no capítulo 3, os autovalores estão em condições de estabilidade crítica, isto é, qualquer perturbação capaz de deslocar os autovalores para a parte positiva do eixo real, cria, sobre o sistema, um efeito de oscilação não amortecida. Esse estado pode ser considerado um estado de insegurança do sistema.

Para avaliar o comportamento do sistema representado pela **Figura 8** mediante uma perturbação aplicada sobre as cargas, realizaram-se alguns testes sobre a carga A. Perturbou-se o sistema de -30% a 30% na potência da carga A e calcularam-se os autovalores do sistema. A **Tabela 4** resume estes dados.

**Tabela 4** - Autovalores do sistema para algumas perturbações sobre a carga A.

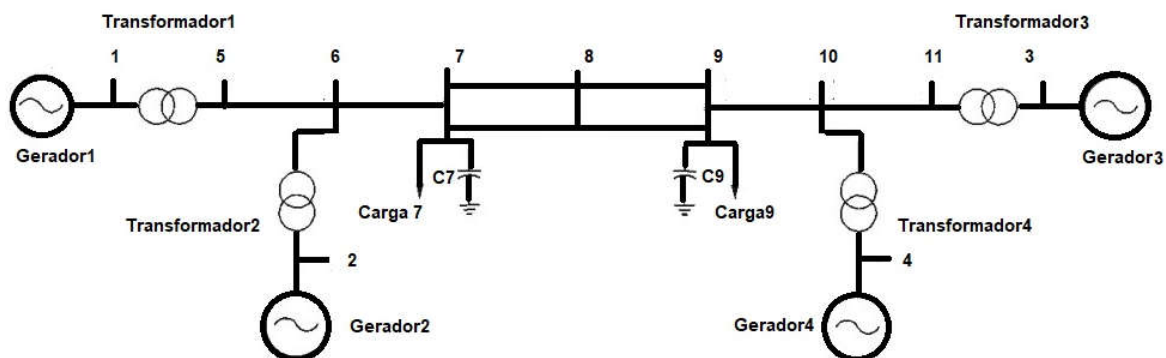
Simulação	Variação % na Carga A	P <sub>a</sub> (pu)	Q <sub>a</sub> (pu)	Autovalores 1 e 2	Autovalores 3 e 4
1	-30	0,875	0,35	$\pm j13,348$	$\pm j8,676$
2	-20	1	0,4	$\pm j13,352$	$\pm j8,681$
3	-10	1,125	0,45	$\pm j13,356$	$\pm j8,686$
Original	0	1,25	0,5	$\pm j13,360$	$\pm j8,689$
5	10	1,375	0,55	$\pm j13,364$	$\pm j8,692$
6	20	1,5	0,6	$\pm j13,368$	$\pm j8,693$
7	30	1,625	0,65	$\pm j13,372$	$\pm j8,692$

Observando-se a **Tabela 4**, vemos que pela existência de geradores clássicos não regulados e sem amortecimento, no sistema em estudo, aparecem apenas autovalores puramente imaginários. Dessa forma, qualquer perturbação aplicada em uma das cargas faz com que os autovalores do sistema caminhem sobre o eixo imaginário, mantendo sua parcela real nula. Com a simulação, pode-se verificar este fato e concluir que serão necessários a aplicação de controladores AVR no sistema a fim de aparecerem autovalores com parcela real e imaginária para que possam ser realizadas as análises de perturbação e avaliações de limites de estabilidade.

A teoria sobre esses tipos de geradores regulados pode ser encontrado no capítulo 2. Com objetivo de se obter uma análise mais realística e efetiva dos dados, além de utilizar um novo tipo de modelo de gerador no sistema, bem como inserir os reguladores AVR, será estudado um novo sistema teste composto por 11 barras e 4 geradores (2 áreas) e que pode ser encontrado com mais detalhes no livro (KUNDUR, P.; 1994).

## 5.2 Análise aplicada em um sistema de 2 áreas (11 barras 4 geradores)

Para a avaliação mais prática e obtenção de resultados mais realísticos, será estudado uma rede um pouco mais complexa, dotada de 11 barras e 4 geradores representada pela **Figura 10**. Esta rede é a padrão 2 áreas dotada de 11 barras e 4 Geradores, cuja característica principal é determinada pela simetria entre essas duas áreas existentes.



**Figura 10** - Sistema duas áreas.

Para esta rede, os parâmetros de todas as linhas de transmissão são  $r = 0,0001 \text{ pu/km}$ ,  $x_l = 0,001 \text{ pu/km}$  e  $b_c = 0,00175 \text{ pu/km}$ , nas bases de 100MVA e 230 kV. As linhas são representadas no modelo  $\pi$  e os detalhes podem ser encontrados na **Tabela 5**.

**Tabela 5** - Dados da linha de transmissão.

Barra de saída	Barra de chegada	Comprimento (km)	R (%)	X(%)	Carregamento (MVar)
5	6	25	0,25	2,5	4,3750
6	7	10	0,10	1,0	1,7500
7	8	110	1,10	11,0	19,2500
7	8	110	1,10	11,0	19,2500
8	9	110	1,10	11,0	19,2500
8	9	110	1,10	11,0	19,2500
9	10	10	0,1	1,0	1,7500
10	11	25	0,25	2,5	4,3750

Cada transformador elevador tem impedância de  $j0,15$  pu na base de 900MVA e 20/230 kV. O sistema é dotado de 4 geradores, 2 cargas e 2 bancos de capacitores. Os dados são:

G1:  $P = 700$  MW;  $Q = 185$ ;  $E_t = 1.03$  ângulo  $20.1^\circ$ ;  $H = 6.5$  MW.s/MVA.

G2:  $P = 700$  MW;  $Q = 234.6$ ;  $E_t = 1.01$  ângulo  $20.1^\circ$ ;  $H = 6.5$  MW.s/MVA.

G3:  $P = 719.1$  MW;  $Q = 176$ ;  $E_t = 1.03$  ângulo  $20.1^\circ$ ;  $H = 6.175$  MW.s/MVA. (referência)

G4:  $P = 700$  MW;  $Q = 202$ ;  $E_t = 1.01$  ângulo  $20.1^\circ$ ;  $H = 6.175$  MW.s/MVA.

Barra 7 (**Carga A**):  $P_{load}$ : 967Mw;  $Q_{Load}$ : 100 MVar;  $Q_{shunt}$ : 200MVar.

Barra 9 (**Carga B**):  $P_{load}$ : 1767Mw;  $Q_{Load}$ : 100 MVar;  $Q_{shunt}$ : 350MVar.

Para cada gerador, temos os parâmetros presentes na **Tabela 6**.

**Tabela 6** - Parâmetros dos geradores (Fonte: KUNDUR,P.;1994).

Parâmetros		Valor	Unidade
Descrição	Símbolo		
Potência nominal aparente	-	900	MVA
Constante de tempo transitória de circuito aberto do eixo d	$T'_{d0}$	8,0	s
Constante de tempo sub - transitória de circuito aberto do eixo d	$T''_{d0}$	0,03	s
Constante de tempo transitória de circuito aberto do eixo q	$T'_{q0}$	0,4	s
Constante de tempo Sub - transitória de circuito aberto do eixo q	$T''_{q0}$	0,05	s
Inércia	H	Informado anteriormente	MW.s/MVA
Coeficiente de amortecimento	D	0	pu
Reatância Síncrona eixo d	$X_d$	1,8	pu
Reatância Síncrona eixo q	$X_q$	1,7	pu
Reatância transitória eixo d	$X'_d$	0,3	pu
Reatância transitória eixo q	$X'_{dq}$	0,55	pu

<b>Reatância sub-transitória</b>	$X_d'' = X_q''$	0,25	pu
<b>Reatância de dispersão</b>	$X_l$	0,20	pu
<b>Parâmetro A de saturação</b>	A	0,015	-
<b>Parâmetro B de saturação</b>	B	9,6	-
<b>Parâmetro C de saturação</b>	C	0,9	-

Além desses parâmetros, como já observado pelos resultados do sistema 9 barras e 3 geradores, com o objetivo de encontrar autovalores que não estejam sobre o eixo imaginário, será inserido um controlador como descrito no capítulo 2, transformando os geradores clássicos em geradores regulados (AVR). Realizando-se essas alterações serão avaliados os autovalores e as matrizes de estado do sistema. Vale ressaltar que a **Tabela 6** apresenta todos os parâmetros que descrevem os geradores de ordem superior, porém serão utilizadas somente aqueles parâmetros que participam da formulação do modelo de 4ª ordem do gerador como apresentado no capítulo 2.

Para avaliar a estabilidade da rede, serão utilizados 2 programas disponibilizados pela CEPEL (o ANAREDE e o PACDYN) que são encarregados de avaliar o fluxo de carga de um sistema e avaliar o estado dinâmico da rede, respectivamente.

O ANAREDE é um programa computacional utilizado no Brasil para o desenvolvimento de estudos em regime permanente em Sistemas Elétricos de Potência. Com ele pode-se obter dados de fluxo de potência, equivalente de redes, pode-se analisar contingências bem como sensibilidade de tensão e de fluxo entre outras análises. O programa tem como objetivo o cálculo do estado da rede elétrica a partir de dados de entradas definidos pelo usuário (condição de carga, geração, dados das linhas e barras). Para solucionar a avaliação do fluxo de potência, o programa dispõe de 3 métodos: Desacoplado Rápido, de Newton ou o Linearizado.

Já o PACDYN é um programa voltado à análise e ao controle de oscilações resultantes de pequenas perturbações em sistemas elétricos de grande porte. Os estudos realizados pelo programa permitem a identificação da natureza das oscilações crescentes, ou pouco amortecidas, e o ajuste dos diversos controladores para aumento dos seus amortecimentos. Através desse programa, podem-se obter os autovalores do sistema segundo os controladores inseridos no código de entrada e os parâmetros conhecidos dos geradores do sistema. Além disso, podemos obter a matriz de estados que será bem útil nesta monografia para avaliação do comportamento da mesma mediante variação na carga do sistema.



A partir do uso desses programas podemos obter os autovalores do sistema, bem como as matrizes de estados no formato descrito no capítulo 2. Com esses resultados podemos investigar os limites de estabilidade do sistema segundo uma dada variação na carga.

### 5.3 Resultados do sistema de duas áreas

#### 5.3.1 Simulação do fluxo de carga

Primeiramente, realizou-se o fluxo de carga do sistema para obter todos os dados de tensão e ângulo das barras do sistema, bem como o fluxo de potência do circuito (utilizando-se as equações de multimáquinas apresentadas no capítulo 2). Usufruindo-se do ANAREDE, obtemos os seguintes dados de simulação para o fluxo de carga da situação original, isto é, sem aplicar qualquer perturbação no sistema. A **Tabela 7** mostra esses dados. O arquivo de saída do programa que mostra o fluxo de potência do sistema de duas áreas pode ser encontrado no **Anexo D**.

**Tabela 7** - Resultados da simulação do Fluxo de carga.

Número da Barra	Nome da Barra	Base kV	Tipo de barra	Tensão (pu)	Ângulo (graus)
1	Gerad-01--	20,0	PV	1,030	20,1
2	Gerad-02--	20,0	PV	1,010	10,3
3	Gerad-03--	20,0	Swing	1,030	-7,0
4	Gerad-04--	20,0	PV	1,010	-17,2
5	Barra01	230,0	PQ	1,006	13,6
6	Barra02	230,0	PQ	0,978	3,5
7	Barra03	230,0	PQ	0,961	-4,9
8	Barra04	230,0	PQ	0,949	-18,8
9	Barra05	230,0	PQ	0,971	-32,3
10	Barra06	230,0	PQ	0,983	-23,9
11	Barra07	230,0	PQ	1,008	-13,6

Para determinar o comportamento dos autovalores do sistema em estudo, realizou-se uma perturbação sobre a carga A isoladamente, isto é, alterou-se a potência da carga A (Barra 7) mantendo-se constante o valor da carga B a fim de simular pequenas perturbações na rede. Para uma primeira análise realizaram-se 8 alterações conforme mostradas na **Tabela 8**. Dessa forma, realizaram-se 9 simulações de fluxo de carga (incluindo a situação original) para obter o estado do circuito sobre esta situação de perturbação. Os resultados dessas simulações podem ser encontrados no **Anexo E**.

**Tabela 8** - Perturbações iniciais realizadas sobre as cargas.

Situação	Variação %	Carga A (Potência Ativa kW)	Carga A (Potência Reativa kVar)
1	-20	773,60	80,00
2	-15	821,95	85,00
3	-10	870,30	90,00
4	-5	918,65	95,00
Original	0	967,00	100,00
6	5	1015,35	105,00
7	10	1063,70	110,00
8	15	1112,05	115,00
9	20	1160,40	120,00

A partir dos dados das simulações será possível realizar o controle de tensão inserindo-se os reguladores AVR (capítulo 2) nos geradores, fazendo com que este mantenha-se dentro da faixa de tensão operacional do sistema. Através do programa PACDYN foi possível simular um sistema *n-barras* com geradores regulados, a fim de obter os autovalores e matrizes de estados do sistema para realizar as análises do comportamento deles sobre o eixo Real x Imaginário. Nos itens seguintes, serão avaliadas as matrizes de estados de cada situação e posteriormente será avaliada uma situação crítica estimando a perturbação que levaria o circuito à instabilidade.

### 5.3.2 Autovalores do sistema exemplo e seu comportamento – Resultados do PACDYN

Os primeiros passos para a determinação dos autovalores do sistema é a simulação do fluxo de carga do sistema como realizado no item anterior. A partir disso, utilizaremos o programa PACDYN para a determinação do estado dinâmico da rede inserindo o regulador

AVR como descrito no capítulo 2. No cartão de entrada do programa são inseridos os dados das máquinas presentes na **Tabela 6**, além dos dados do regulador. O regulador foi determinado a partir de exemplos disponíveis em (KUNDUR, P; 1994), e o modelo de 1ª ordem foi adotado. O ajuste do ganho  $K_a$  do regulador foi realizado de modo que permitisse o sistema flutuar entre a zona de estabilidade e instabilidade. Dessa forma, foram realizados vários estudos de ganhos e concluiu-se que para ganhos elevados como por exemplo  $K_a$  igual a 50, 100, 200, ou valores superiores, o amortecimento do sistema não ocorre de forma adequada deixando a rede instável para qualquer situação de carga. Porém, executando os estudos para valores de ganho  $K_a$  mais baixos, verificou-se que a rede está dentro da estabilidade em certas condições de carga, porém pequenas perturbações podem fazer com que o sistema entre na instabilidade, sendo este o objetivo da investigação. Esta última análise será mais bem detalhada e será base do estudo de perturbação.

A **Tabela 9** resume os dados do AVR inserido no programa de PACDYN criado e que pode ser encontrado no **Anexo F**.

**Tabela 9** - Variáveis do AVR.

Parâmetros	Valores
$T_R$	0,01
$K_a$	10

Agora, contendo os dados dos geradores presentes na **Tabela 6**, do regulador AVR (**Tabela 9**) e do fluxo de potência para cada situação de carga (arquivo de saída do ANAREDE) pode-se realizar a simulação dinâmica do sistema. A simulação foi realizada mantendo constante a geração e alterando apenas o valor da carga isoladamente. Os testes foram realizados alterando a carga A da rede em estudo, a fim de avaliar o comportamento dos autovalores do sistema.

Para o sistema base, foram encontrados os dados presentes na **Tabela 10**. Vale ressaltar algumas informações para os seguintes autovalores: 1 e 2 são relativamente nulos e apareceram devido a referência angular do sistema, 3 e 4 são os modos inter área, 5 e 6 apresentam os modos locais na área 1 e os autovalores 7 e 8 os modos locais na área 2.

**Tabela 10** - Arquivo de saída do PACDYN do sistema base.

Situação de Carga: Original							
Autovalores	Parte Real	Parte Imaginária	Freq. (Hz)	Damp(%)	Part. Factor		
1	7,26E-12	3,59E-06	5,72E-07	-0,0002	WW	Gerad-02-- #	2
2	7,26E-12	-3,59E-06	-5,72E-07	-0,0002			
3	-0,04982	3,4252	0,5451	1,4544	WW	Gerad-03-- #	3
4	-0,04982	-3,4252	-0,5451	1,4544			
5	-0,1606	6,2942	1,0018	2,5501	DELT	Gerad-02-- #	2
6	-0,1606	-6,2942	-1,0018	2,5501			
7	-0,1678	6,51	1,0361	2,5771	WW	Gerad-04-- #	4
8	-0,1678	-6,51	-1,0361	2,5771			
9	-99,556	0.	0.	100	x 0005 AVR3	#	3
10	-99,545	0.	0.	100	x 0005 AVR1	#	1
11	-99,041	0.	0.	100	x 0005 AVR2	#	2
12	-98,638	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
13	-1,5906	0.	0.	100	EQ'	Gerad-02-- #	2
14	-1,1562	0.	0.	100	EQ'	Gerad-03-- #	3
15	-0,5876	0.	0.	100	EQ'	Gerad-01-- #	1
16	-0,5673	0.	0.	100	EQ'	Gerad-04-- #	4

A **Tabela 11** resume os autovalores encontrados para cada situação de carga, mostrando também o estado com maior participação naquele modo, frequência e o *damping*.

**Tabela 11** - Arquivo de saída do PACDYN do sistema para cada situação de carga.

Situação de Carga: 1 (-20% de Perturbação sobre a Potência da Carga A)							
Autovalores	Parte Real	Parte Imaginária	Freq. (Hz)	Damp(%)	Part. Factor		
1	4,57E-08	0,00007	0,00001	-0,06489	WW	Gerad-01-- #	1
2	4,57E-08	-0,00007	-0,00001	-0,06489			
3	-0,04072	3,0376	0,4835	1,3405	DELT	Gerad-03-- #	3
4	-0,04072	-3,0376	-0,4835	1,3405			
5	-0,1449	6,2229	0,9904	2,3277	WW	Gerad-02-- #	2
6	-0,1449	-6,2229	-0,9904	2,3277			
7	-0,1674	6,3185	1,0056	2,6485	DELT	Gerad-04-- #	4
8	-0,1674	-6,3185	-1,0056	2,6485			
9	-99,533	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4

10	-99,524	0.	0.	100	x 0005 AVR1	#	1
11	-98,971	0.	0.	100	x 0005 AVR2	#	2
12	-98,696	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
13	-1,5819	0.	0.	100	EQ' Gerad-02--	#	2
14	-1,1742	0.	0.	100	EQ' Gerad-03--	#	3
15	-0,6305	0.	0.	100	EQ' Gerad-01--	#	1
16	-0,6102	0.	0.	100	EQ' Gerad-04--	#	4

**Situação de Carga: 2 (-15% de Perturbação sobre a Potência da Carga A)**

Autovalores	Parte Real	Parte Imaginária	Freq. (Hz)	Damp(%)	Part. Factor		
1	2,02E-09	0,00004	5,88E-06	-0,00546	WW	Gerad-01--	# 1
2	2,02E-09	-0,00004	-5,88E-06	-0,00546			
3	-0,04854	3,1944	0,5084	1,5192	DELT	Gerad-03--	# 3
4	-0,04854	-3,1944	-0,5084	1,5192			
5	-0,1503	6,2467	0,9942	2,4061	WW	Gerad-02--	# 2
6	-0,1503	-6,2467	-0,9942	2,4061			
7	-0,1725	6,3891	1,0169	2,6983	DELT	Gerad-04--	# 4
8	-0,1725	-6,3891	-1,0169	2,6983			
9	-99,54	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
10	-99,531	0.	0.	100	x 0005 AVR1	#	1
11	-98,993	0.	0.	100	x 0005 AVR2	#	2
12	-98,673	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
13	-1,5856	0.	0.	100	EQ' Gerad-02--	#	2
14	-1,1561	0.	0.	100	EQ' Gerad-03--	#	3
15	-0,6153	0.	0.	100	EQ' Gerad-01--	#	1
16	-0,5911	0.	0.	100	EQ' Gerad-04--	#	4

**Situação de Carga: 3 (-10% de Perturbação sobre a Potência da Carga A)**

Autovalores	Parte Real	Parte Imaginária	Freq. (Hz)	Damp(%)	Part. Factor		
1	1,74E-10	0,00001	2,32E-06	-0,0012	WW	Gerad-01--	# 1
2	1,74E-10	-0,00001	-2,32E-06	-0,0012			
3	-0,05224	3,3032	0,5257	1,5814	WW	Gerad-03--	# 3
4	-0,05224	-3,3032	-0,5257	1,5814			
5	-0,1546	6,266	0,9973	2,4668	WW	Gerad-02--	# 2
6	-0,1546	-6,266	-0,9973	2,4668			
7	-0,1738	6,4454	1,0258	2,6959	DELT	Gerad-04--	# 4
8	-0,1738	-6,4454	-1,0258	2,6959			
9	-99,547	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
10	-99,537	0.	0.	100	x 0005 AVR1	#	1

11	-99,012	0.	0.	100	x 0005 AVR2	#	2
12	-98,657	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
13	-1,5874	0.	0.	100	EQ' Gerad-02--	#	2
14	-1,1485	0.	0.	100	EQ' Gerad-03--	#	3
15	-0,6037	0.	0.	100	EQ' Gerad-01--	#	1
16	-0,5784	0.	0.	100	EQ' Gerad-04--	#	4

**Situação de Carga: 4 (-5% de Perturbação sobre a Potência da Carga A)**

Autovalores	Parte Real	Parte Imaginária	Freq. (Hz)	Damp(%)	Part. Factor		
1	2,73E-11	6,64E-06	1,06E-06	-0,00041	DELT	Gerad-02--	# 2
2	2,73E-11	-6,64E-06	-1,06E-06	-0,00041			
3	-0,05256	3,3777	0,5376	1,5559	WW	Gerad-03--	# 3
4	-0,05256	-3,3777	-0,5376	1,5559			
5	-0,158	6,2817	0,9998	2,5139	DELT	Gerad-02--	# 2
6	-0,158	-6,2817	-0,9998	2,5139			
7	-0,1721	6,4858	1,0322	2,6533	DELT	Gerad-04--	# 4
8	-0,1721	-6,4858	-1,0322	2,6533			
9	-99,552	0.	0.	100	x 0005 AVR3	#	3
10	-99,541	0.	0.	100	x 0005 AVR1	#	1
11	-99,028	0.	0.	100	x 0005 AVR2	#	2
12	-98,645	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
13	-1,5887	0.	0.	100	EQ' Gerad-02--	#	2
14	-1,1491	0.	0.	100	EQ' Gerad-03--	#	3
15	-0,5946	0.	0.	100	EQ' Gerad-01--	#	1
16	-0,5707	0.	0.	100	EQ' Gerad-04--	#	4

**Situação de Carga: 6 (+5% de Perturbação sobre a Potência da Carga A)**

Autovalores	Parte Real	Parte Imaginária	Freq. (Hz)	Damp(%)	Part. Factor		
1	3,70E-12	2,34E-06	3,73E-07	-0,00016	WW	Gerad-02--	# 2
2	3,70E-12	-2,34E-06	-3,73E-07	-0,00016			
3	-0,0442	3,4494	0,549	1,2812	WW	Gerad-03--	# 3
4	-0,0442	-3,4494	-0,549	1,2812			
5	-0,1613	6,5183	1,0374	2,4731	DELT	Gerad-04--	# 4
6	-0,1613	-6,5183	-1,0374	2,4731			
7	-0,1625	6,3037	1,0033	2,5767	DELT	Gerad-02--	# 2
8	-0,1625	-6,3037	-1,0033	2,5767			
9	-99,558	0.	0.	100	x 0005 AVR3	#	3
10	-99,547	0.	0.	100	x 0005 AVR1	#	1
11	-99,052	0.	0.	100	x 0005 AVR2	#	2

12	-98,635	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
13	-1,5943	0.	0.	100	EQ' Gerad-02--	#	2
14	-1,1683	0.	0.	100	EQ' Gerad-03--	#	3
15	-0,5823	0.	0.	100	EQ' Gerad-01--	#	1
16	-0,5675	0.	0.	100	EQ' Gerad-04--	#	4

**Situação de Carga: 7 (+10% de Perturbação sobre a Potência da Carga A)**

Autovalores	Parte Real	Parte Imaginária	Freq. (Hz)	Damp(%)	Part. Factor		
1	2,20E-12	1,88E-06	2,99E-07	-0,00012	WW	Gerad-02--	# 2
2	2,20E-12	-1,88E-06	-2,99E-07	-0,00012			
3	-0,03564	3,4531	0,5496	1,0322	DELT	Gerad-03--	# 3
4	-0,03564	-3,4531	-0,5496	1,0322			
5	-0,1527	6,5119	1,0364	2,3444	WW	Gerad-04--	# 4
6	-0,1527	-6,5119	-1,0364	2,3444			
7	-0,1638	6,3103	1,0043	2,5947	DELT	Gerad-02--	# 2
8	-0,1638	-6,3103	-1,0043	2,5947			
9	-99,558	0.	0.	100	x 0005 AVR3	#	3
10	-99,549	0.	0.	100	x 0005 AVR1	#	1
11	-99,06	0.	0.	100	x 0005 AVR2	#	2
12	-98,635	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
13	-1,6009	0.	0.	100	EQ' Gerad-02--	#	2
14	-1,1842	0.	0.	100	EQ' Gerad-03--	#	3
15	-0,5784	0.	0.	100	EQ' Gerad-01--	#	1
16	-0,5711	0.	0.	100	EQ' Gerad-04--	#	4

**Situação de Carga: 8 (+15% de Perturbação sobre a Potência da Carga A)**

Autovalores	Parte Real	Parte Imaginária	Freq. (Hz)	Damp(%)	Part. Factor		
1	-1,76E-12	1,84E-06	2,94E-07	0,0001	WW	Gerad-02--	# 2
2	-1,76E-12	-1,84E-06	-2,94E-07	0,0001			
3	-0,02373	3,4372	0,5471	0,6905	DELT	Gerad-03--	# 3
4	-0,02373	-3,4372	-0,5471	0,6905			
5	-0,1423	6,4913	1,0331	2,1917	DELT	Gerad-04--	# 4
6	-0,1423	-6,4913	-1,0331	2,1917			
7	-0,1645	6,3144	1,005	2,6041	WW	Gerad-02--	# 2
8	-0,1645	-6,3144	-1,005	2,6041			
9	-0,5769	0,00188	0,0003	99,999	EQ'	Gerad-04--	# 4
10	-0,5769	-0,00188	-0,0003	99,999			
11	-99,557	0.	0.	100	x 0005 AVR3	#	3
12	-99,55	0.	0.	100	x 0005 AVR1	#	1

13	-99,067	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
14	-98,639	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
15	-1,612	0.	0.	100	EQ' Gerad-02--	#	2
16	-1,2034	0.	0.	100	EQ' Gerad-03--	#	3
<b>Situação de Carga: 9 (+20% de Perturbação sobre a Potência da Carga A)</b>							
<b>Autovalores</b>	<b>Parte Real</b>	<b>Parte Imaginária</b>	<b>Freq. (Hz)</b>	<b>Damp(%)</b>	<b>Part. Factor</b>		
1	-1,90E-12	2,14E-06	3,41E-07	0,00009	DELT Gerad-02--	#	2
2	-1,90E-12	-2,14E-06	-3,41E-07	0,00009			
3	-0,00873	3,4033	0,5416	0,2564	DELT Gerad-03--	#	3
4	-0,00873	-3,4033	-0,5416	0,2564			
5	-0,1309	6,4588	1,028	2,0266	DELT Gerad-04--	#	4
6	-0,1309	-6,4588	-1,028	2,0266			
7	-0,1643	6,3156	1,0052	2,6013	DELT Gerad-02--	#	2
8	-0,1643	-6,3156	-1,0052	2,6013			
9	-99,554	0.	0.	100	x 0005 AVR3	#	3
10	-99,551	0.	0.	100	x 0005 AVR1	#	1
11	-99,072	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
12	-98,645	0.	0.	100	x 0005 AVR4	#	4
13	-1,6284	0.	0.	100	EQ' Gerad-02--	#	2
14	-1,2236	0.	0.	100	EQ' Gerad-03--	#	3
15	-0,5863	0.	0.	100	EQ' Gerad-04--	#	4
16	-0,576	0.	0.	100	EQ' Gerad-02--	#	2

Algumas conclusões a respeito das **Tabelas 10 e 11**:

- 1) Como esperado foram obtidos 16 autovalores, pois existem 4 variáveis de estado para cada gerador. Como já descrito pelo equacionamento matricial no capítulo 2, onde a matriz de estado para um gerador é 4x4.
- 2) Existem autovalores praticamente nulos. Isso se deve a referência angular do sistema. Além disso, pode-se observar que ele não se movimenta relativamente a ponto de perder a estabilidade, isto é, ele fica praticamente fixo sobre a origem. No PacDyn estes autovalores indicam quem é a referência angular do sistema.
- 3) O sistema com a inserção do regulador AVR apresenta autovalores tanto puramente reais quanto mistos.



- 4) Em todas as situações os modos eletromecânicos estão com amortecimento abaixo de 5%.

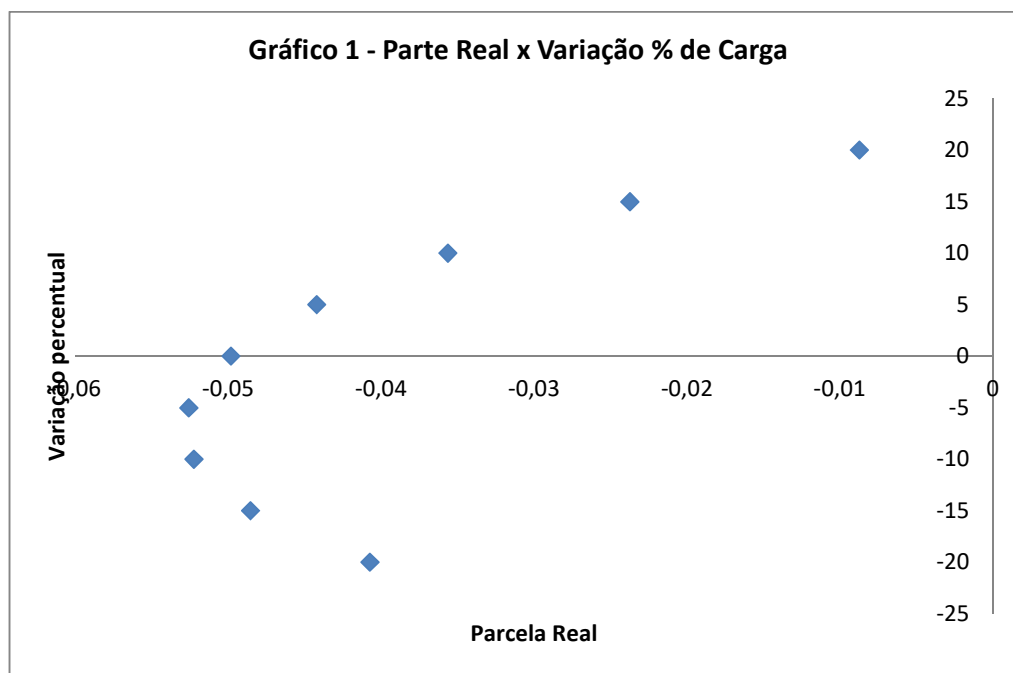
Como já enunciado, a estabilidade do sistema é dada a partir da parcela real dos autovalores. Para uma melhor análise do comportamento dos autovalores, foram realizados a construção de gráficos das parcelas reais dos autovalores para cada situação (%) de carga alterada. A **Tabela 12** organiza alguns dados para a construção dos gráficos das **Figuras 11 a 17**.

**Tabela 12** - Parte real de alguns autovalores segundo a variação % na carga.

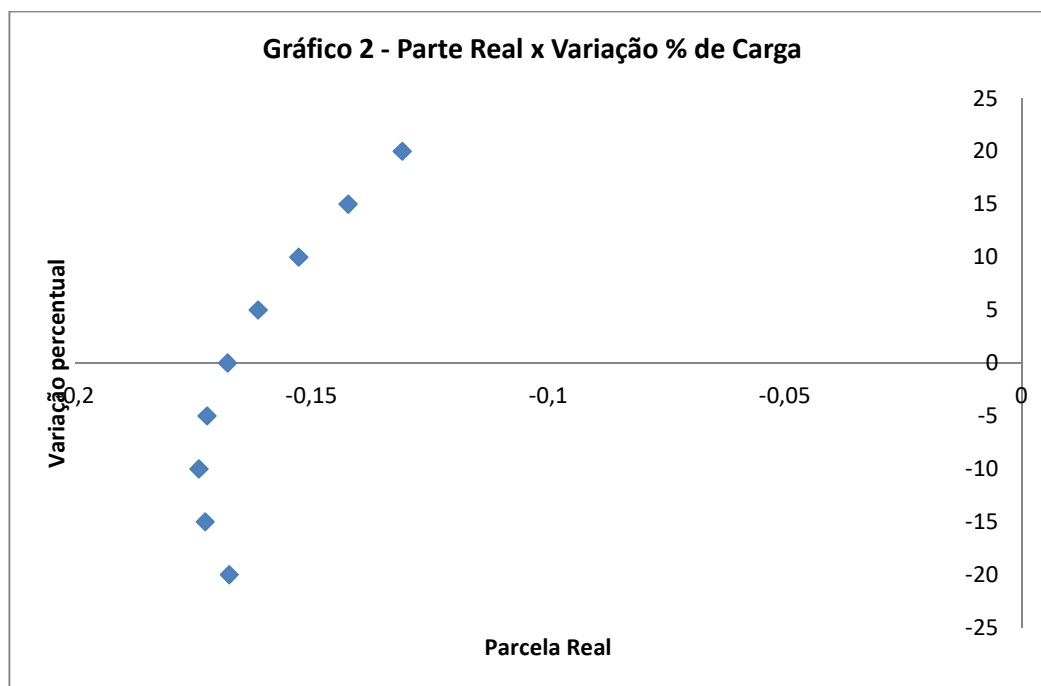
Autovalor / Situação	Parte real	Alteração na Carga (%)	Damp(%)	Fator de Participação	Gráfico
1	-0,04072	-20	1,3405	Variáveis mecânicas do Gerador 3	1
2	-0,04854	-15	1,5192		
3	-0,05224	-10	1,5814		
4	-0,05256	-5	1,5559		
Original	-0,04982	0	1,4544		
6	-0,0442	5	1,2812		
7	-0,03564	10	1,0322		
8	-0,02373	15	0,6905		
9	-0,00873	20	0,2564		
Autovalor / Situação	Parte real	Alteração na Carga (%)	Damp(%)	Fator de Participação	Gráfico
1	-0,1674	-20	2,6485	Variáveis mecânicas do Gerador 4	2
2	-0,1725	-15	2,6983		
3	-0,1738	-10	2,6959		
4	-0,1721	-5	2,6533		
Original	-0,1678	0	2,5771		
6	-0,1613	5	2,4731		
7	-0,1527	10	2,3444		
8	-0,1423	15	2,1917		
9	-0,1309	20	2,0266		
Autovalor / Situação	Parte real	Alteração na Carga (%)	Damp(%)	Fator de Participação	Gráfico
1	-0,1449	-20	2,3277	Variáveis mecânicas do Gerador 2	3
2	-0,1503	-15	2,4061		
3	-0,1546	-10	2,4668		
4	-0,158	-5	2,5139		

Original	-0,1606	0	2,5501		
6	-0,1625	5	2,5767		
7	-0,1638	10	2,5947		
8	-0,1645	15	2,6041		
9	-0,1643	20	2,6013		
<b>Autovalor / Situação</b>	<b>Parte real</b>	<b>Alteração na Carga (%)</b>	<b>Damp(%)</b>	<b>Fator de Participação</b>	<b>Gráfico</b>
1	-0,6102	-20	100		
2	-0,5911	-15	100		
3	-0,5784	-10	100		
4	-0,5707	-5	100		
Original	-0,5673	0	100	EQ' gerador 4	4
6	-0,5675	5	100		
7	-0,5711	10	100		
8	-0,5769	15	100		
9	-0,5863	20	100		
<b>Autovalor / Situação</b>	<b>Parte real</b>	<b>Alteração na Carga (%)</b>	<b>Damp(%)</b>	<b>Fator de Participação</b>	<b>Gráfico</b>
1	-1,5819	-20	100		
2	-1,5856	-15	100		
3	-1,5874	-10	100		
4	-1,5887	-5	100		
Original	-1,5906	0	100	EQ' gerador 2	5
6	-1,5943	5	100		
7	-1,6009	10	100		
8	-1,612	15	100		
9	-1,6284	20	100		
<b>Autovalor / Situação</b>	<b>Parte real</b>	<b>Alteração na Carga (%)</b>	<b>Damp(%)</b>	<b>Fator de Participação</b>	<b>Gráfico</b>
1	-1,1742	-20	100		
2	-1,1561	-15	100		
3	-1,1485	-10	100		
4	-1,1491	-5	100		
Original	-1,1562	0	100	EQ' gerador 3	6
6	-1,1683	5	100		
7	-1,1842	10	100		
8	-1,2034	15	100		
9	-1,2236	20	100		

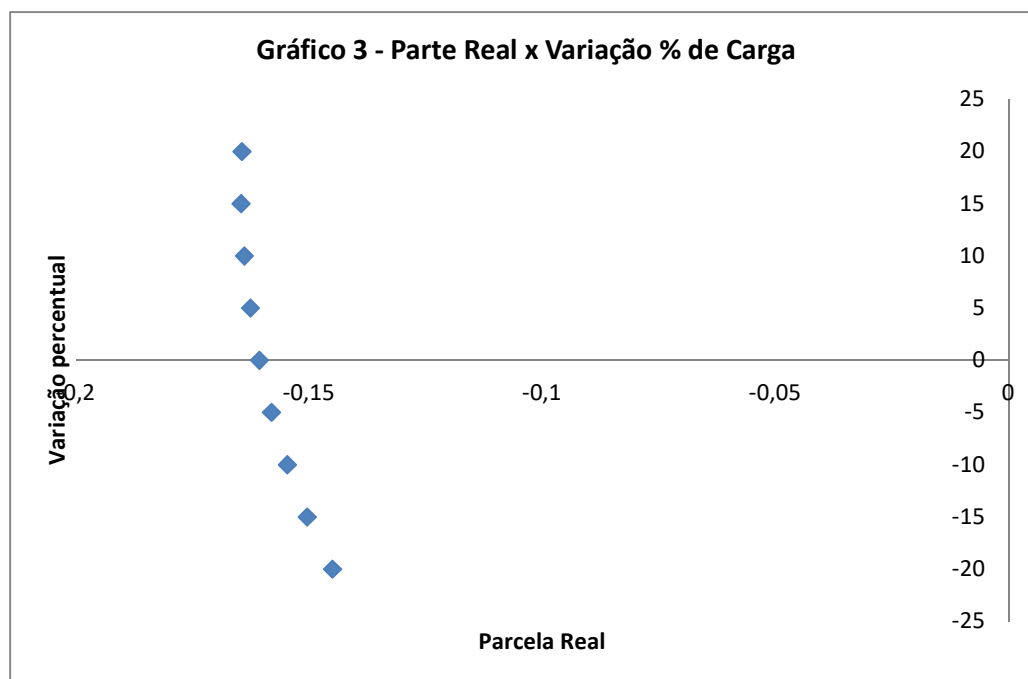
Segue as **Figuras 11 a 17** apresentando os gráficos para cada um dos autovalores organizados na **Tabela 12**. Em algumas figuras a escala do eixo horizontal foi aproximada para melhor visualização do caminhar da parcela real do autovalor mediante a perturbações causadas no sistema.



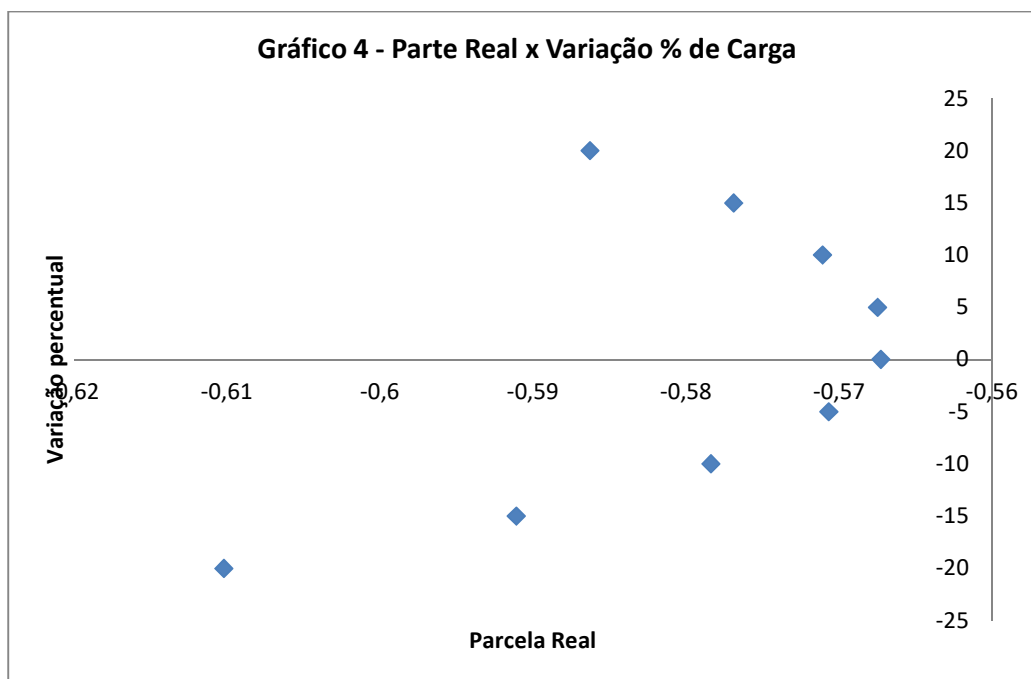
**Figura 11** – Fator de Participação: Gerador 3.



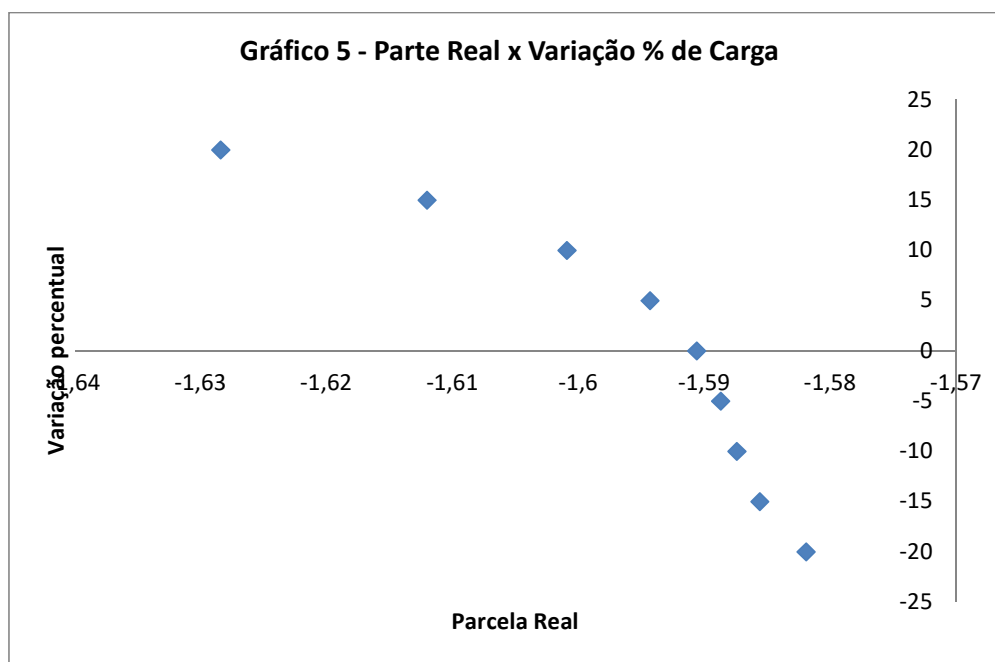
**Figura 12** – Fator de Participação: Gerador 4.



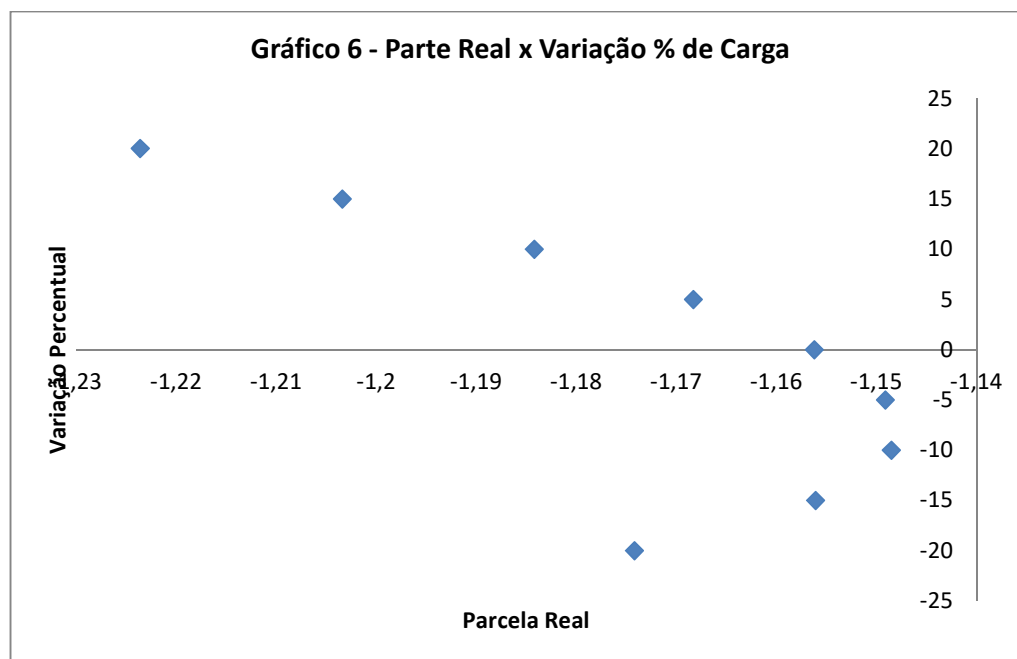
**Figura 13** – Fator de Participação – Gerador 2.



**Figura 14** – Fator de Participação – EQ' gerador 4.

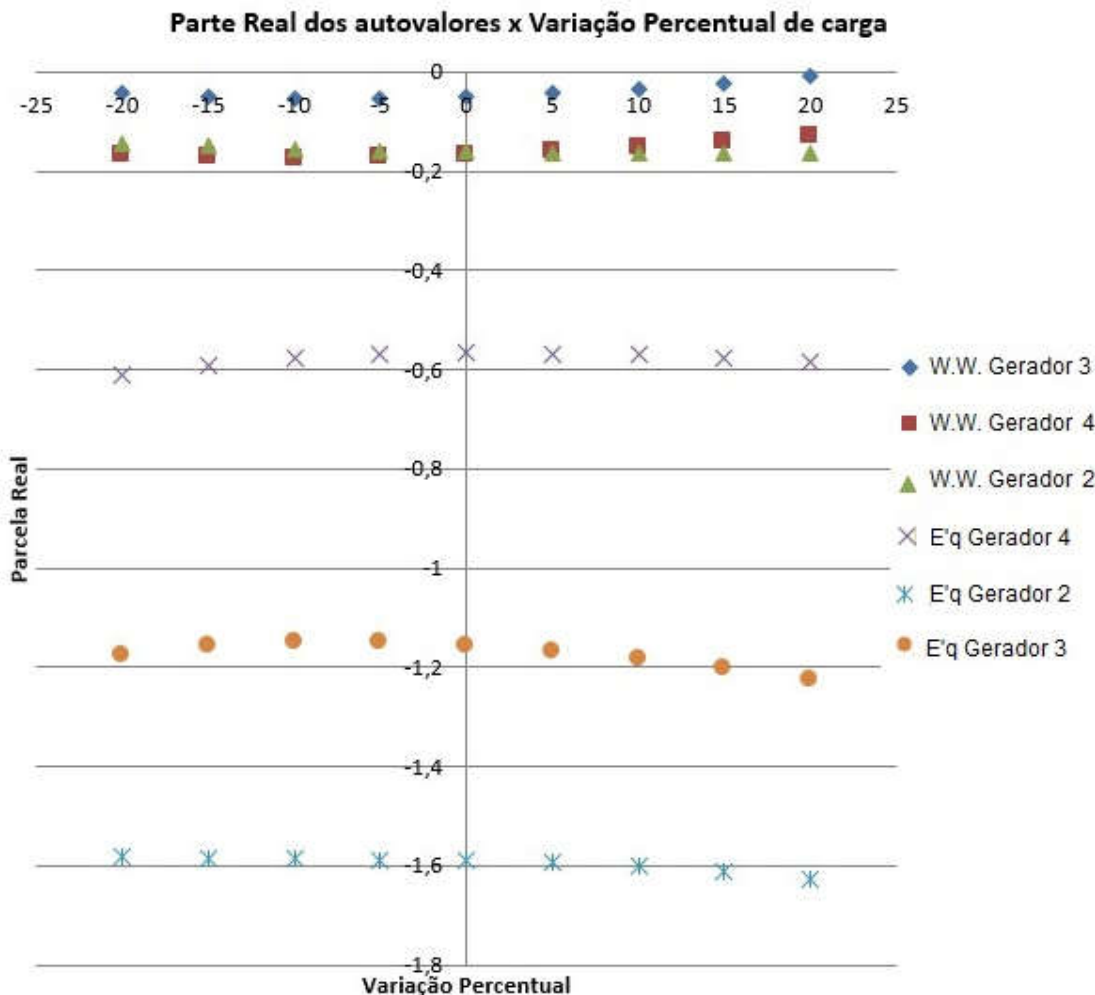


**Figura 15** – Fator de Participação – EQ' gerador 2.



**Figura 16** – Fator de Participação – EQ' gerador 3.

O gráfico da **Figura 17** mostra os cinco gráficos anteriores unidos.



**Figura 17** – Comportamento dos Autovalores.

Algumas conclusões dos gráficos das **Figuras 11 a 17**:

- 1) Observando os gráficos das **Figuras 11 a 16** vemos que cada autovalor tem um comportamento específico, sendo que um deles se move mais rapidamente para o lado positivo do eixo real (instabilidade). Este autovalor se trata do modo inter área e irá praticamente determinar quando o sistema estará estável ou não.
- 2) Pela observação do gráfico da **Figuras 11**, verifica-se que este demonstra o comportamento do autovalor mais crítico, isto é, aquele que dependendo da carga perturbada, ele tende a passar o eixo real mais rapidamente que os outros e indicar instabilidade do sistema.

3) Outro autovalor que vale destacar é aquele apresentado pelas **Figuras 14 e 16**.

Para uma determinada perturbação de carga próxima do estado original do sistema, seus autovalores ficam próximos do eixo real (não ultrapassando a estabilidade) e, além disso, com o aumento ou diminuição significativa de carga, ele tende a se afastar do eixo real mantendo-se estável. Isso ocorre pelo fato desses autovalores estarem ligados às variáveis elétricas do gerador 3 e 4.

A partir dos dados obtidos serão realizadas mais algumas análises com objetivo de determinar a variação crítica de carga do sistema que leva o sistema a instabilidade. Além disso, este exemplo será utilizado para avaliar os métodos de perturbação de matrizes para descobrir se é possível adotar tais métodos para a verificação de estabilidade dos sistemas de potência.

### **5.3.3 Investigação dos métodos de perturbação para análise da estabilidade transitória de pequenas perturbações**

Nesta seção serão aplicados alguns dos teoremas estudados a respeito de perturbação de matrizes e sensibilidade de autovalores. Dessa maneira será possível avaliar se tais métodos são adequados para serem aplicados no problema de avaliação rápida de Estabilidade a Pequenas Perturbações em Sistema Elétricos de Potência.

Como já esclarecido, alguns dos métodos fornecem uma região de localização dos autovalores, não fornecendo o valor exato dos mesmos. Porém, quando possível, serão computados os autovalores exatos dentro das regiões encontradas para os autovalores do sistema para ilustrar o resultado de cada um dos teoremas que serão investigados.

O nosso objetivo é a investigação de métodos rápidos para avaliação de estabilidade a pequenas perturbações em problemas de análise de segurança dinâmica. Como se sabe, o modelo linearizado de um sistema elétrico é descrito por meio de matrizes. Perturbações na rede resultam em alterações nos elementos dessas matrizes. Dessa maneira, será avaliado se os métodos de perturbação e medidas de matrizes são aplicáveis no problema de avaliação de estabilidade de sistemas elétricos.

O sistema teste é o sistema de duas áreas composto por 11 barras, 4 geradores regulados com AVR como já apresentado. Novamente, para o estudo do sistema foi utilizado o programa disponibilizado pelo CEPEL o PACDYN ®. Por meio deste, foi possível obter a matriz de estado do sistema. As variáveis para cada gerador foram apresentadas no capítulo 2, na matriz de estado apresentada em (34). Porém, o PACDYN fornece uma matriz de estado com variáveis de estado em uma ordem diferente da apresentada na matriz do



equacionamento (34). A ordem do programa é:  $[E'_{q1}, \omega_1, \delta_1, E'_{q2}, \omega_2, \delta_2, \dots, E_{fd1}, \dots, E_{fdn}]$ , ou seja, as equações dos controladores são alocadas no final.

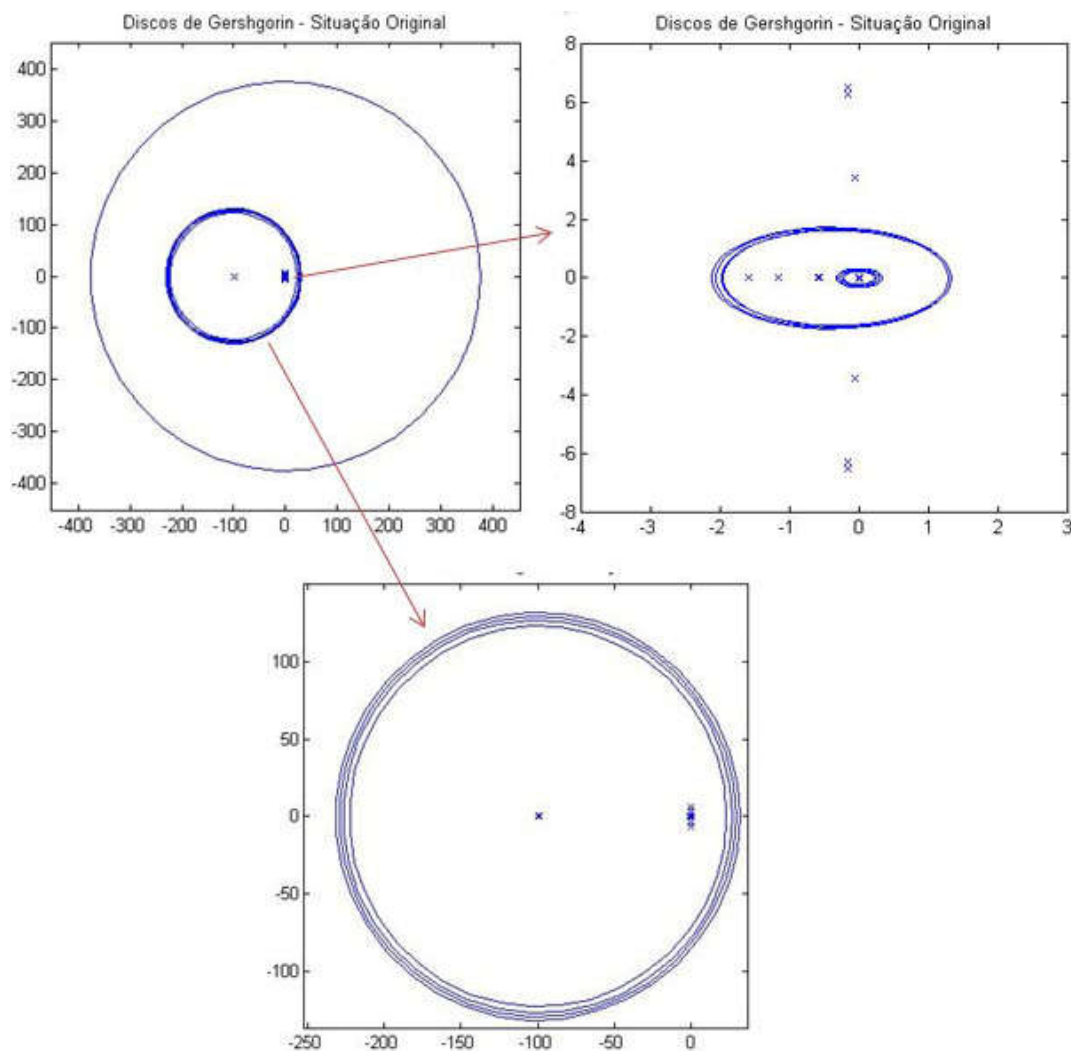
Após realizar a simulação, as matrizes de estado da situação não perturbada bem como as matrizes para a situação perturbada estão apresentadas no **Anexo H**.

Essas matrizes serão importantes para avaliar os métodos de perturbação e tirar conclusões sobre eles.

### **Método 1 – Discos de Gershgorin**

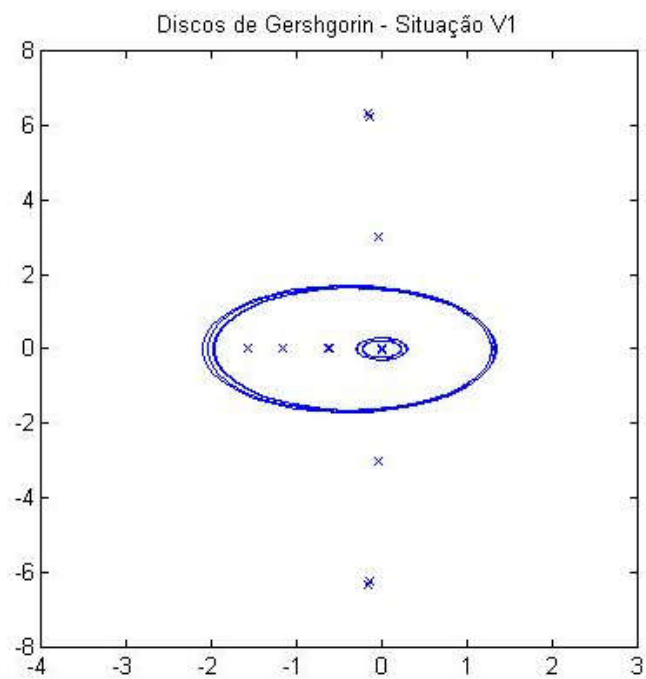
A discussão teórica deste teorema está presente no capítulo 4. Aqui foram realizados os testes sobre a matriz original do sistema e sobre o sistema perturbado. Vale ressaltar que as mesmas perturbações aplicadas pelo PacDyn foram utilizadas para a análise do método dos Discos de Gershgorin.

Inicialmente realizou-se o teste sobre o sistema original como apresentado na **Figura 18**. Vemos que o círculo maior externo deve-se ao elemento de valor de 376,9911 que está presente na matriz de estado (valor de  $\omega_0$  que não irá se alterar com a inclusão de perturbação na carga). Para melhor visualização e análise dos resultados, os discos relativos aos autovalores próximos da origem foram enfatizados.

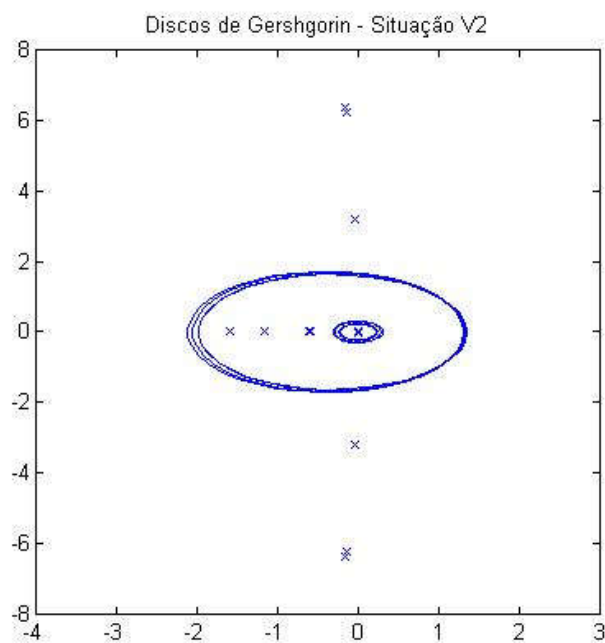


**Figura 18** - Discos de Gershgorin para a situação original. Os autovalores estão representados pelos símbolo "X". Algumas regiões foram ampliadas para melhor visualização e estão indicadas pelas setas.

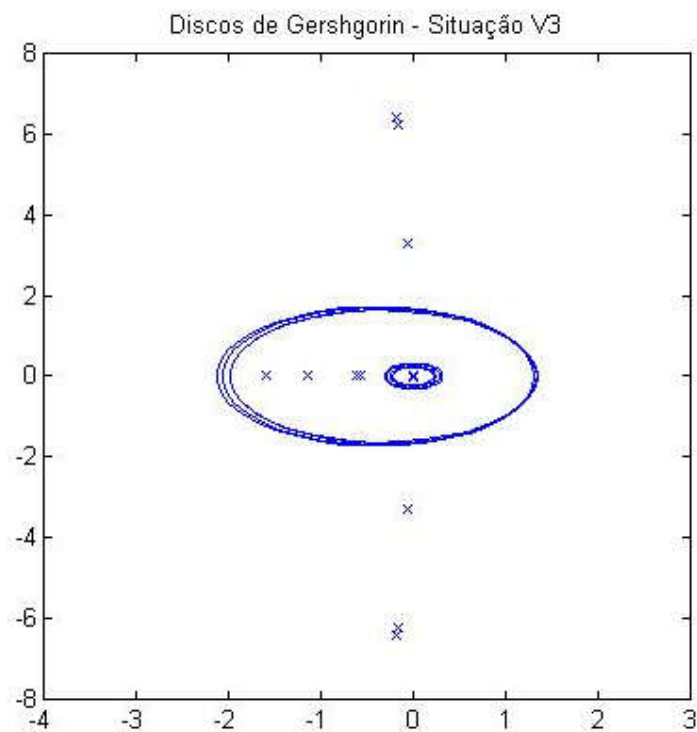
As **Figuras 19 a 26** apresentam os resultados para cada uma das 9 situação de perturbação simuladas na carga A (-20% a +20%).



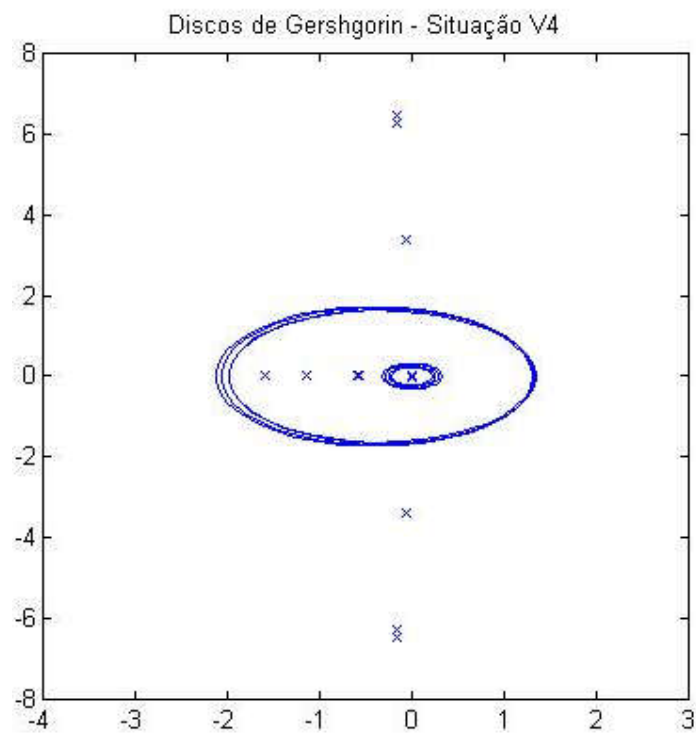
**Figura 19** - Discos de Gershgorin para a situação 1 (-20% de perturbação sobre a potência da carga A).



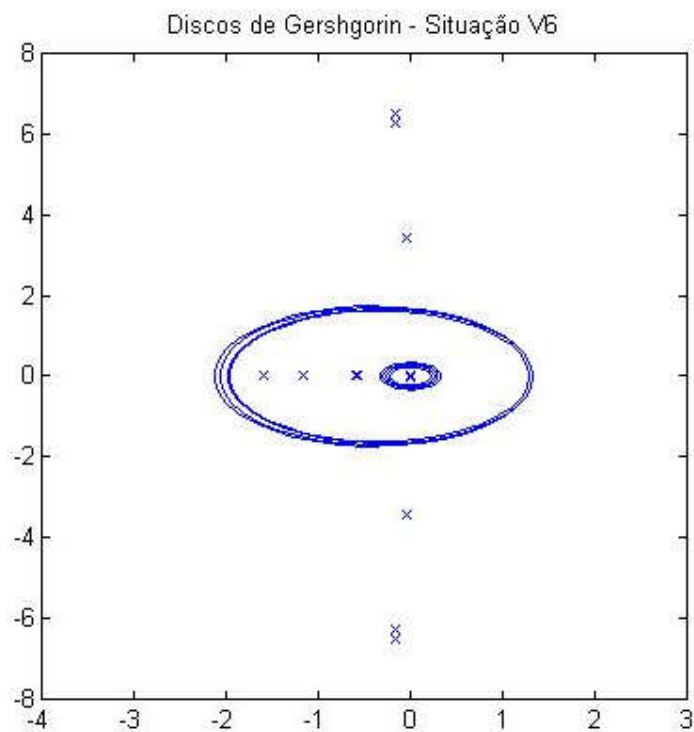
**Figura 20** - Discos de Gershgorin para a situação 2 (-15% de perturbação sobre a potência da carga A).



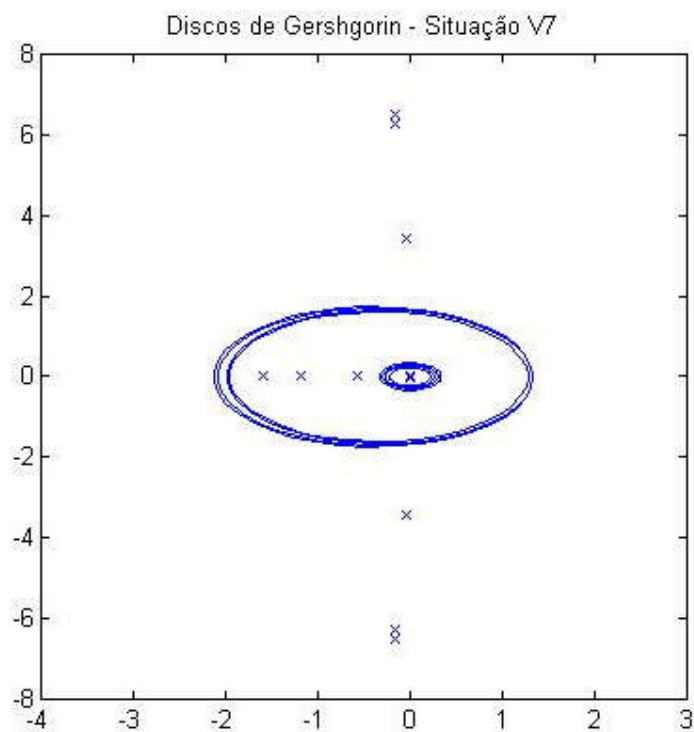
**Figura 21** - Discos de Gershgorin para a situação 3 (-10% de perturbação sobre a potência da carga A).



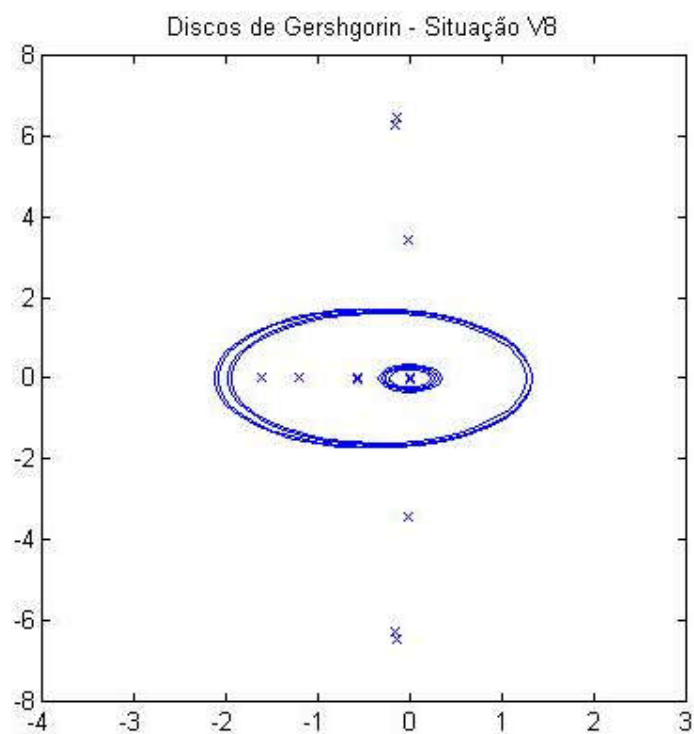
**Figura 22** - Discos de Gershgorin para a situação 4 (-5% de perturbação sobre a potência da carga A).



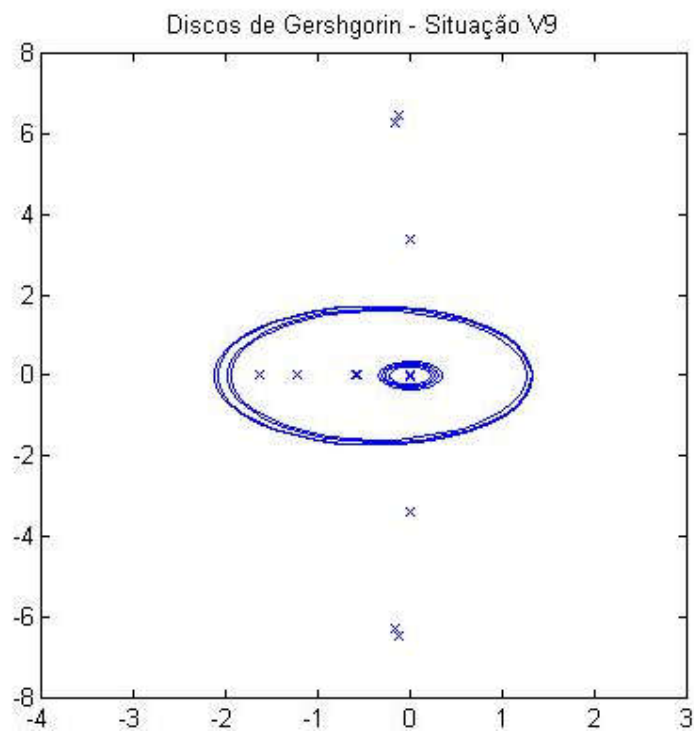
**Figura 23** - Discos de Gershgorin para a situação 6 (+5% de perturbação sobre a potência da carga A).



**Figura 24** - Discos de Gershgorin para a situação 7 (+10% de perturbação sobre a potência da carga A).



**Figura 25** - Discos de Gershgorin para a situação 8 (+15% de perturbação sobre a potência da carga A).



**Figura 26** - Discos de Gershgorin para a situação 9 (+20% de perturbação sobre a potência da carga A).

Vale ressaltar que os discos criados são centralizados nos elementos da diagonal principal da matriz em estudo. Dessa maneira, observando a **Figura 18** que apresenta o modelo base (sem perturbação) do nosso sistema, verifica-se que o intervalo dado pelos discos será  $[-375,8 ; +377]$  independente da perturbação, uma vez que os elementos fora da diagonal principal e que participam da construção do raio dos discos apresentam grande magnitude.

Porém a fim de avaliar os autovalores mais próximos do eixo imaginário, a **Tabela 13** apresenta os intervalos dados pelos discos mais próximos deste eixo. Através dessa tabela será possível avaliar o comportamento da região dos discos críticos.

**Tabela 13** - Intervalo dado pelos discos mais próximos do eixo imaginário.

Situação	Perturbação sobre a Potência da carga A	Intervalo $\text{Re}(\lambda)$
1	-20%	$[-2,105; 1,293]$
2	-15%	$[-2,118 ; 1,308]$
3	-10%	$[-2,127; 1,318]$
4	-5%	$[-2,133 ; 1,325]$
Original	0	$[-2,135; 1,330]$
6	+5%	$[-2,132; 1,332]$
7	+10%	$[-2,133; 1,331]$
8	+15%	$[-2,128; 1,328]$
9	+20%	$[-2,121; 1,323]$

Observando-se as **Figuras 19 a 26** e a **Tabela 13**, pode-se tirar algumas conclusões:

- 1) As pequenas perturbações na carga quase não alteram a região dos discos de Gershgorin e por sua vez os autovalores não saem da região se tomarmos como referência a região dos discos da situação original. Ou seja, prova que pequenas perturbações fazem com que os autovalores mudem pouco.
- 2) A Teoria dos Discos fornece uma região onde estão situados os autovalores, muitas vezes, elementos com grande magnitude geram grandes regiões de localização dos autovalores (conclui-se pela **Figura 18**). Dessa forma, o resultado obtido através do teorema, embora permita concluir que pequenas perturbações não implicam em grandes mudanças nos autovalores e na região de localização dos mesmos, o teorema apresenta grande imprecisão sobre instabilidade, uma vez que esse elemento de grande magnitude faz com que os círculos tenham intersecção não vazia com o semiplano direito do plano complexo.

- 3) Pode-se dizer que quando o círculo está com maior área dentro da zona estável (esquerda do plano complexo), temos que o sistema necessitaria de grandes perturbações para que entre em instabilidade. Se após uma perturbação, realizam-se os cálculos da nova matriz de estados (**A**), e os discos aparecessem completamente à esquerda do eixo real, é garantido que o sistema seria estável após a perturbação.
- 4) Por meio da **Tabela 13**, verifica-se que mesmo para os autovalores que estão próximos do eixo imaginário, a região dos discos abrange parte do semiplano direito, informando que os autovalores críticos possam caminhar para dentro da zona de instabilidade. Mesmo apresentando uma região pequena e bem definida, esta região não fornece garantia para a estabilidade do sistema.

Conclui-se que este método é pouco eficaz para a determinação da instabilidade do sistema, porém apresenta uma estimativa da região possível dos autovalores mesmo quando o sistema esteja perturbado conhecendo apenas a situação original. No **Anexo C**, tem-se o algoritmo de Matlab ® implementado.

### Método 2 – Bauer - Fike

O teorema de Bauer – Fike foi descrito no capítulo 4. Dada uma matriz  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{n \times n}$  que no caso seria a matriz na situação original sem perturbação e considerando que os autovalores dela sejam  $\lambda$ , quando inserimos uma perturbação  $\mathbf{A} + \mathbf{E} \in \mathbb{C}^{n \times n}$  cujos autovalores sejam  $\mu$ , tem-se que:

$$\min_{\lambda \in \lambda(\mathbf{A})} |\lambda - \mu| \leq \|\mathbf{X}\|_p \|\mathbf{X}^{-1}\|_p \|\mathbf{E}\|_p$$

em que  $\|\cdot\|_p$  é qualquer norma matricial e  $\|\mathbf{X}\|_p \|\mathbf{X}^{-1}\|_p$  é o número de condicionamento do problema de autovalores de **A**.

Para o problema em consideração, adotou-se a norma de *Frobenius* ( $p=2$ ). Pela **Tabela 10** e **11**, vemos que esses autovalores não sofrem alterações consideráveis e se mantêm praticamente parados no plano complexo. Aplicando-se Bauer-Fike sobre cada situação simulada, encontrou-se os resultados apresentados pela **Tabela 14**.



**Tabela 14** - Resultados do teorema de Bauer-Fike.

Situação	Perturbação sobre a Potência da carga A	$\min_{\lambda \in \lambda(A)}  \lambda - \mu  \leq \ X\ _p \ X^{-1}\ _p \ E\ _p$
1	-20%	$3,1816 \cdot 10^9$
2	-15%	$2,4911 \cdot 10^9$
3	-10%	$1,7159 \cdot 10^9$
4	-5%	$8,7928 \cdot 10^8$
Original*	0	0
6	+5%	$8,9094 \cdot 10^8$
7	+10%	$1,7810 \cdot 10^9$
8	+15%	$2,6707 \cdot 10^9$
9	+20%	$3,5084 \cdot 10^9$

\*Situação não perturbada, implica distância mínima nula.

Observando-se os resultados da **Tabela 14**, pode-se tirar algumas conclusões:

- 1) Embora pelos dados da **Tabela 10** e **11** seja possível concluir que pequenas perturbações sobre o sistema implica que os autovalores perturbados estarão na proximidade dos autovalores não perturbados, de fato pela **Tabela 14**, observa-se que a estimativa para a possível região compreendida entre os autovalores originais e perturbados é muito grande, dificultando a utilização exclusiva desta teoria para garantir a estabilidade do sistema elétrico em estudo. Isso deve-se ao comportamento mal condicionado dessa matriz. Espera-se que para sistemas modelados com maior número de controle e equações dinâmicas, este teorema possa apresentar resultados significativos.
- 2) Um dos problemas deste teorema está em conhecer como cada elemento da matriz foi perturbado, ou seja, é necessário conhecer “**E**”. Porém, nos problemas de sistemas de potência a perturbação sobre a matriz **A** é conhecida após a simulação do fluxo de potência e das características dos geradores e reguladores.
- 3) Conhecendo a matriz **A**, podemos determinar os limites dos módulos dos novos autovalores se descobirmos a perturbação sobre cada elemento da matriz **A** (matriz **E**). Ou seja, deve-se para cada alteração na carga determinar a nova matriz **A** e dela retirar a matriz **E** de acordo com a variação ocorrida em cada elemento. Após isso, calcula-se a parcela  $\|X\|_p \|X^{-1}\|_p \|E\|_p$ , e com isso obtém-se a diferença entre os autovalores originais e perturbados.

Para problemas que apresentem matrizes “mais diagonais”, o teorema de Bauer-Fike apresentará resultados mais eficientes, capazes de tirar conclusões e análises mais seguras.

Este teorema foi implementado via Matlab® e pode ser encontrado no **Anexo G**.

### Método 3 – Medidas de Matrizes

O conceito de medidas de matrizes foi apresentado no capítulo 4. Como já foi explicado, este conceito trabalha com a estimativa da parcela real dos autovalores, sem calculá-los diretamente. Ou seja, os autovalores de uma matriz **A** podem ser encontrados em uma região tal que se  $\lambda$  é um autovalor de **A**  $\in C^{n \times n}$ , então  $-\mu(-\mathbf{A}) \leq \text{Re } \lambda \leq \mu(\mathbf{A})$ .

Dessa forma, conhecemos algumas informações sobre a estabilidade de um sistema conhecendo a região onde estão os autovalores. Aplicando-se o método já enunciado encontramos algumas regiões possíveis dos autovalores para cada situação de carga, a **Tabela 15** resume estes dados.

**Tabela 15** - Região dos autovalores dada pela teoria de medidas de matrizes.

Situação de carga	Perturbação sobre a Potência da carga A	$-\mu_1(-\mathbf{A}) \leq \text{Re } \lambda \leq \mu_1(\mathbf{A})$
1	-20%	$-116,6687 \leq \text{Re } \lambda \leq +115,9529$
2	-15%	$-117,7034 \leq \text{Re } \lambda \leq +116,9820$
3	-10%	$-119,0599 \leq \text{Re } \lambda \leq +118,2455$
4	-5%	$-121,8907 \leq \text{Re } \lambda \leq +121,0778$
Original	0	$-124,2467 \leq \text{Re } \lambda \leq +123,4354$
6	+5%	$-126,1485 \leq \text{Re } \lambda \leq +152,3390$
7	+10%	$-127,6403 \leq \text{Re } \lambda \leq +126,8327$
8	+15%	$-128,7543 \leq \text{Re } \lambda \leq +127,9488$
9	+20%	$-129,4400 \leq \text{Re } \lambda \leq +128,6367$

Vale ressaltar que como as matrizes de estado apresentam um elemento com valor de 376,9911 referente ao  $\omega_o$ , a região dos autovalores seria -376,9911 e +376,9911 independente dos outros elementos da matriz, já que este fator tem grande magnitude. Porém, este elemento não sofre modificação com a variação na carga, dessa forma decidiu-se excluir este ponto durante a construção da região  $-\mu(-\mathbf{A}) \leq \text{Re } \lambda \leq \mu(\mathbf{A})$ , refinando mais os dados.

Outro fato que deve ser ressaltado é que foi utilizado a aplicação da aproximação " $\mu_1$ " para encontrar a região dos autovalores já que segundo o livro do (VIDYASAGAR,M; 1993) está é uma boa aproximação.

De fato vemos que com o aumento da carga, a faixa da região de localização dos autovalores aumenta, porém os autovalores desse sistema como já calculado estão perfeitamente antes do eixo real. Porém, pela aplicação desse teorema vemos que a faixa obtida é muito grande e prejudica ainda a determinação da estabilidade de sistema de potência apenas com a aplicação deste método. Seria efetivo se toda a região encontrada estivesse com limites negativos ou bem próximos de zero.

Vale ressaltar que dentre os 3 teoremas que investigam a área de deslocamento dos autovalores da matriz perturbada, este apresenta resultados mais satisfatórios. Mas ainda está longe do resultado esperado cuja região limitante de deslocamento dos autovalores seja a menor e mais exata possível, isto é, com um melhor refino para uma dada perturbação matricial conhecida.

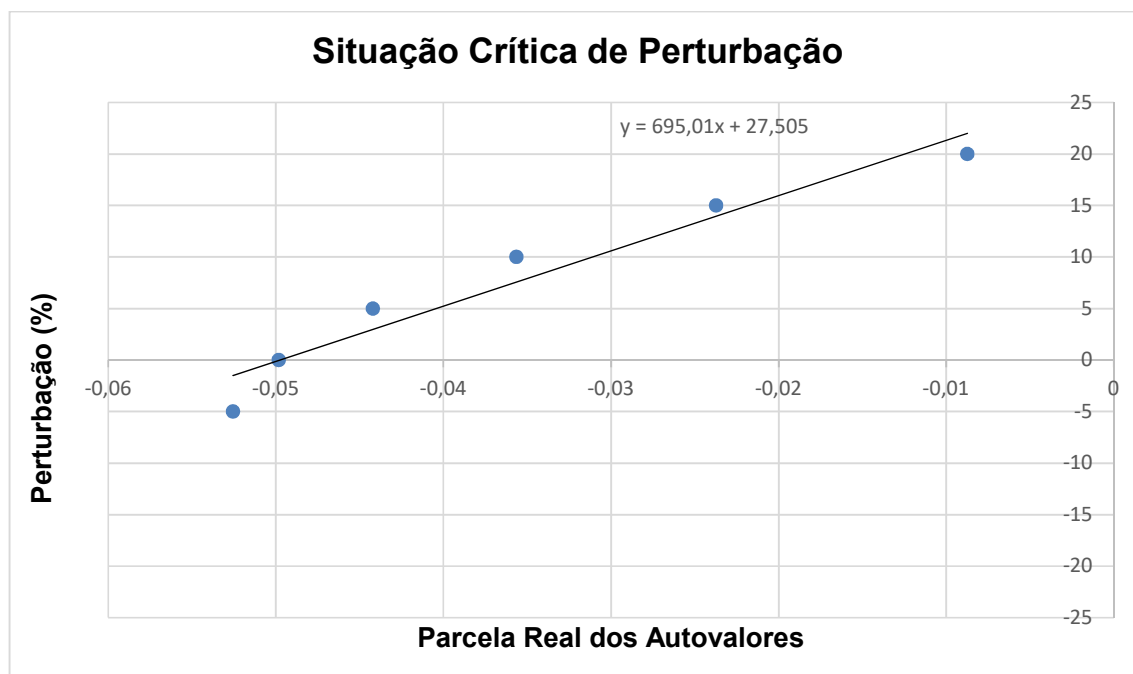
#### **Método 4 – Determinação do caminho dos autovalores por aproximação linear**

Como observado a maioria dos métodos apresentam uma região de localização dos autovalores, principalmente da sua parte real, mas quanto a possibilidade de utilização desses métodos para a verificação de estabilidade da rede é baixa.

Observando-se os dados dos gráficos das **Figuras 11 a 16** optou-se em realizar aqui o estudo dos autovalores obtidos pela perturbação do sistema, realizando uma aproximação linear dos dados: parcela real x percentual de perturbação na carga.

Vemos pelos resultados gráficos que um dos autovalores se aproxima mais rapidamente do eixo real do que os outros autovalores (ver **Figura 11**). Assim foi verificado por aproximação linear o caso mais crítico quando este autovalor caminha e toca o eixo real.

Realizando-se este estudo sobre este autovalor mais crítico, obtiveram-se os seguintes resultados:



**Figura 27** - Gráfico com aproximação linear para determinação da situação crítica para a estabilidade segundo variação percentual na carga.

Adicionando-se uma linha de tendência linear sobre o gráfico, observa-se que para se obter uma parcela real do autovalor mais crítico (aquele apresentado pela **Figura 27**) que passe para a direita do eixo, isto é, fique positivo adquirindo instabilidade seria quando ocorresse uma perturbação de aproximadamente 27,505% sobre a carga A. Dessa forma foi analisado o fluxo de potência dessa situação e os autovalores desse instante. As **Tabelas 16** e **17** resume estes dados.

**Tabela 16** - Fluxo de Carga do Sistema na situação crítica.

Situação Número da barra	Crítica (27,505% de perturbação)	
	Tensão (pu)	Ângulo (graus)
1	1,030	-7,1
2	1,010	-16,9
3	1,030	-7,0
4	1,010	-24,0
5	1,008	-13,6
6	0,981	-23,6
7	0,967	-32,0
8	0,973	-36,5
9	0,965	-41,0

<b>10</b>	0,973	-30,8
<b>11</b>	0,997	-16,2

**Tabela 17** - Saída do PACDYN ® para a situação crítica.

<b>Situação de Carga: Crítica (Perturbação de 27,505% sobre a Potência da Carga A)</b>						
<b>Autovalores</b>	<b>Parte Real</b>	<b>Parte Imaginária</b>	<b>Freq. (Hz)</b>	<b>Damp(%)</b>	<b>Part. Factor</b>	
<b>1</b>	0,02115	3,3172	0,5279	-0,6377	WW	Gerad-03-- # 3
<b>2</b>	0,02115	-3,3172	-0,5279	-0,6377		
<b>3*</b>	9,19E-13	3,46E-06	5,51E-07	-0,00003	DELT	Gerad-02-- # # 2
<b>4*</b>	9,19E-13	-3,46E-06	-5,51E-07	-0,00003		
<b>5</b>	-0,1137	6,3897	1,0169	1,7786	WW	Gerad-04-- # 4
<b>6</b>	-0,1137	-6,3897	-1,0169	1,7786		
<b>7</b>	-0,1608	6,3122	1,0046	2,5468	DELT	Gerad-02-- # # 2
<b>8</b>	-0,1608	-6,3122	-1,0046	2,5468		
<b>9</b>	-99,549	0,0011	0,00017	100	x 0005 AVR3	# 3
<b>10</b>	-99,549	-0,0011	-0,00017	100		
<b>11</b>	-99,075	0.	0.	100	x 0005 AVR4	# 4
<b>12</b>	-98,66	0.	0.	100	x 0005 AVR4	# 4
<b>13</b>	-1,6678	0.	0.	100	EQ'	Gerad-03-- # 3
<b>14</b>	-1,2543	0.	0.	100	EQ'	Gerad-01-- # 1
<b>15</b>	-0,6062	0.	0.	100	EQ'	Gerad-04-- # 4
<b>16</b>	-0,5771	0.	0.	100	EQ'	Gerad-02-- # 2

\*Referência angular.

Pela observação da tabela se justifica a conclusão da estimativa linear presente no gráfico da **Figura 27** sobre a instabilidade do sistema. Nessa situação, a simulação mais realística promovida pelo programa computacional nos informa observando os autovalores 1 e 2 a presença de instabilidade pela parcela real positiva desses autovalores.

Dessa forma conhecendo-se alguns pontos de operação do sistema segundo uma variação na carga é possível determinar o caminhar dos autovalores no plano Real x Imaginário e calcular uma estimativa para a situação crítica de perturbação do sistema.



## 6 Conclusão

Os estudos da modelagem dos sistemas elétricos de potência permitiram entender o funcionamento básico do gerador síncrono clássico, o fundamento matemático por trás desse dispositivo e também a importância de inserir reguladores de tensão sobre o circuito para melhorar o amortecimento dos geradores, permitindo com que a rede permaneça mais estável. A linearização das equações elétricas e mecânicas que descreve o gerador permitiu dar início à investigação da análise dos efeitos de pequenas perturbações sobre o circuito.

A investigação começou com a avaliação de um sistema básico dotado de 9 barras e 3 geradores clássicos não regulados. Depois investigou-se novos tipos de redes, geradores e reguladores, obtendo-se alguns resultados mais realísticos e satisfatórios.

A análise dos métodos numéricos para cálculo de autovalores é essencial para auxiliar a investigação dos modos de resposta do sistema em operação. Dessa maneira é possível descobrir o estado de funcionamento da rede, isto é, determinar se ela está estável ou não, bem como sua importância para o estudo de sensibilidade de matrizes. Com esse estudo foi possível avaliar os efeitos que uma pequena variação nos parâmetros provoca sobre os autovalores do sistema. Foi possível estimar o caminho que os autovalores seguem dentro do plano Real x Imaginário além de verificar a existência de um autovalor crítico, isto é, aquele que caminha mais rapidamente para a instabilidade dada uma variação na carga.

Através da investigação da sensibilidade dos autovalores com relação a parâmetros do sistema que foi realizada, bem como a investigação dos principais métodos de perturbação de matrizes encontrou-se que a maioria dos métodos estabelecem uma determinada região limitante para a presença dos autovalores. Conhecendo que pequenas perturbações fazem os autovalores caminharem em torno dos autovalores originais, pode-se utilizar as mesmas regiões calculadas para o ponto de operação original. Mas, grande parte destes métodos não deixam de forma clara a localização dos autovalores no plano dificultando o processo de determinação do estado do sistema, porém em casos que a região estimada está no lado de estabilidade (esquerda do plano Real x Complexo) pode-se afirmar com certeza que o sistema será estável.

Embora esta monografia aborde uma análise investigativa dos métodos matemáticos encontrados na literatura que descrevem o comportamento dos autovalores de uma matriz e a sua possível aplicação no âmbito de sistemas elétricos de potência, sugere-se possíveis continuidades para futuros estudos, que seguem a mesma linha de pesquisa, como: explorar

especificadamente a teoria dos Discos de Gershgorian onde seria possível implementar esta ferramenta dentro do processo iterativo QR. Dessa forma, seria possível a cada iteração obter os discos da matriz  $A_k$  e comparar os limites da região definida por eles com o plano Real x Imaginário. Assim o processo iterativo pararia quando os discos da iteração estivessem contidos todos no lado esquerdo do plano (região de estabilidade). Esse processo diminuiria o esforço computacional do processo de cálculo do autovalor, já que não trabalharia com a obtenção do valor exato do autovalor e ao mesmo tempo garantiria que o sistema estaria estável.

De fato, o objetivo de investigação dos métodos de sensibilidade de matrizes sendo aplicada nos problemas de Sistemas Elétricos de Potência foi realizado.



## 7 Referências Bibliográficas

ANDERSON, P. M; FOUAD, A. A., **Power System Control and Stability**, IEEE Power Enineering Society, 2nd Edition. ISBN: 0-47-23862-7. United States of America, 2003.

BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C., **Estabilidade Transitória em Sistemas Eletroenergéticos**, Projeto REENGE, EESC-USP, ISBN: 85-85205-31-8, 2000.

BUDERN, R. L.; FAIRES, J. D.; **Análise Numérica**, CENGAGE Learning, 8ed Edition, ISBN: 978-85-221-0601-1, 2008.

CHOW, J. H. **Time Scale Modeling of Dynamic Networks with Applications to Power Systems**, volume 46, 1982.

CHEN, C. **Linear System Theory and Design**, Oxford University Press, 1999.

CHOQUE, P. E.. **On the Foundations of Stability Analysis of Power Systems in Time Scales**. IEEE Transactions On Circuits and Systems I, Vol. 62, 2015.

GOLUB, G. H.; LOAN, C. F. V. **Matrix Computations**, Johns Hopkins University Press, **Baltimore**. 3<sup>a</sup> th. Estados Unidos. 1996. 694 p.

KATO, T. **Perturbation Theory for Linear Operators**. 2nd Edition. New York. ISBN 0-387-07558-5 1980. 619 p.

KHALIL, H. K. **Nonlinear Systems**, Prentice-Hall, 2nd Edition, ISBN: 0-13-228024-8. United States of America, 1996

KUNDUR, P. **Power System Stability and Control**, McGraw-Hill, 1st Edition. ISBN: 0-07-035958-x. Nova Iorque, 1994.

RAMOS, R. A, **Métodos de Cálculo de Autovalores Aplicados ao Estudo de Estabilidade a Pequenas Perturbações em Sistemas Elétricos de Potência**. 1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, São Paulo.

RAMOS, R. A.; ALBERTO, L. F. C.; BRETAS, N. G. **Modelagem de máquinas síncronas aplicada ao estudo de estabilidade de sistemas elétricos de potência**. Apostila. 2000. São Carlos: EESC – USP.

STOER, J.; BULIRSCH, R. **Introduction to Numerical Analysis**. 2nd Edition. New York. ISBN 0-13-623463-1, 1993. 619 p.

Universidade Federal de Ouro Preto, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (UFOP), Departamento de Computação. **Material de apoio - Notas de aulas**. p 205. Disponível em: <[http://www.decom.ufop.br/bcc760/material\\_de\\_apoio/livros/livro\\_port.pdf](http://www.decom.ufop.br/bcc760/material_de_apoio/livros/livro_port.pdf)>.

VIDYASAGAR, M., **Nonlinear Systems Analysis**, 2nd Edition. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. 1993. 498p.

## Anexo A – Modelagem Máquina Síncrona de dois eixos

Neste anexo segue as equações que modelam a máquina síncrona em dois eixos (direto e quadratura):

$$\begin{aligned}\dot{E}'_q &= \frac{1}{\tau'_{do}} [E_{FD} - E'_q - (x_d - x'_d)I_d] \\ \dot{E}'_d &= \frac{1}{\tau'_{qo}} [E'_d + (x_q - x'_q)I_q] \\ \dot{\omega}_e &= \frac{1}{2H} [P_m - E'_q I_q - E'_d I_d] \\ \dot{\delta} &= \omega_e \\ V_q &= E'_q - rI_q + x'_d I_d \\ V_d &= E'_d - rI_d - x'_q I_q\end{aligned}$$

Em que  $E'_q$  é a tensão transiente do eixo em quadratura,  $E'_d$  a tensão transiente do eixo direto,  $\omega_e$  é a velocidade angular da referência girante,  $\delta$  ângulo elétrico de defasagem entre rotor e referência girante,  $V_q$  é a tensão sobre os enrolamentos do eixo direto,  $V_d$  é a tensão sobre os enrolamentos do eixo em quadratura,  $\tau'_{do}$  é a constante de tempo transitória de circuito aberto do eixo direto,  $\tau'_{qo}$  é a constante de tempo transitória de circuito aberto do eixo em quadratura,  $x_d$  é a reatância síncrona do eixo direto,  $x'_d$  é a reatância transitória do eixo direto,  $x_q$  é a reatância síncrona de eixo em quadratura,  $x'_q$  é a reatância transitória do eixo em quadratura,  $H$  é a constante de inércia,  $E_{fd}$  é a tensão de campo,  $I_d$  é a corrente circulante nos enrolamentos do eixo direto,  $I_q$  é a corrente circulante nos enrolamentos do eixo em quadratura,  $P_m$  é a potência mecânica,  $r$  é a resistência dos enrolamentos.

## Anexo B – Constantes da Matriz de estados com Geradores Regulados

Como já enunciado, o modelo de gerador que será utilizado para realizar simulações mais reais do sistema teste estudado, será o modelo de 1 eixo. A dedução matemática das equações pode ser encontrada em qualquer livro de Estabilidade de Sistemas de Potência e por se tratar de manipulações bastante complicadas não se vê necessário a transcrição dessa dedução no projeto. Porém, devem-se conhecer as constantes  $K_1$  a  $K_6$  que formam a matriz de estado equacionada por (34). Assim temos:

$$K_1 = \left( \frac{E_{q0}}{X_q + X_e} \right) V \cos(\delta_0) + \left( \frac{X_q - X'_d}{X'_d + X_e} \right) V \sin(\delta_0) I_{q0}$$

$$K_2 = \left( \frac{X_q + X_e}{X'_d + X_e} \right) I_{q0} = \frac{V \sin(\delta_0)}{X'_d + X_e}$$

$$K_3 = \frac{X'_d + X_e}{X_d + X_e}$$

$$K_4 = \frac{X_d - X'_d}{X'_d + X_e} V \sin(\delta_0)$$

$$K_5 = \frac{X_q}{X_q + X_e} \frac{V_{td0} V \cos(\delta_0)}{V_{t0}} - \frac{X'_d}{X'_d + X_e} \frac{V_{td0} V \sin(\delta_0)}{V_{t0}}$$

$$K_6 = \frac{X_e}{X'_d + X_e} \frac{V_{tq0}}{V_{t0}}$$

onde  $X_e$  é a reatância equivalente de um sistema radial, isto é, relacionando a reatância do transformador elevador e a reatância série da linha.

## Anexo C – Programa Discos de Gershgorian

Função adaptada no Matlab® a partir de uma implementação disponível na central de arquivos da Mathworks® para a determinação dos discos de Gershgorian dado uma matriz quadrada como entrada. Como resultado obtém-se de forma gráfica a região possível para os autovalores do sistema.

- **Função Principal**

```
function [G, e] = gersh(A, noplot)
%GERSH    Discos de Gershgorin.
%         gersh(A) desenha os disco de Gershgorin para uma matriz quadrada
A.
%         Os autovalores são plotados com o simbolo 'x'.
%         Uso Alternativo: [G, E] = GERSH(A, 1) evita plotar o gráfico.
%         Mas retorna os dados em G, com autovalores de A em E.
%

% Testa se a matriz é quadrada ou não:
% size (A) = retorna um vetor com a dimensão da matriz.
% diff(size(A)) = retorna a diferença entre o segundo elemento e o
% primeiro.

if diff(size(A)), error('Erro! A matriz deve ser quadrada.'), end

n = length(A);
m = 40;
G = zeros(m,n);

d = diag(A); % cria um vetor coluna com os elementos diagonais de A
r = sum( abs( A-diag(d) )' )';
% Primeiro criou-se uma matriz quadrada com os elementos da diagonal de A.
% Depois Subtraiu A dessa matriz criada (diag(d)). A cada subtação pega seu
% valor absoluto e cria um vetor r (raio) com a soma dos elementos de
% cada coluna.

e = eig(A);
% A fim de verificar se o autovalor está dentro do Disco de Gershgorin,
% iremos plotá-los também.

radvec = exp(i * linspace(0,2*pi,m)');
% linspace(0,2*pi,m) -> retorna um vetor linha de m pontos uniformemente
% espaçados entre 0 e 2pi.

for j=1:n
    G(:,j) = d(j)*ones(m,1) + r(j)*radvec;
end

if nargin < 2
```

```

    ax = cpltaxes(G(:)); % função extra para plotar um gráfico com eixos
    quadrados
                                % encontrado na internet!
    for j=1:n
        plot(real(G(:,j)), imag(G(:,j)), '-') % Plota o Disco.
        hold on
    end
    plot(real(e), imag(e), 'x') % Plota os autovalores também.
    axis(ax)
    axis('square')
    hold off

end

```

### • Função adicional

```

function x = cpltaxes(z)
%CPLTAXES Determine suitable AXIS for plot of complex vector.
%          X = CPLTAXES(Z), where Z is a complex vector,
%          determines a 4-vector X such that AXIS(X) sets axes for a plot
%          of Z that has axes of equal length and leaves a reasonable
amount
%          of space around the edge of the plot.

%          Called by FV, GERSH, PS and PSCONT.

% Set x and y axis ranges so both have the same length.

xmin = min(real(z)); xmax = max(real(z));
ymin = min(imag(z)); ymax = max(imag(z));

% Fix for rare case of `trivial data'.
if xmin == xmax, xmin = xmin - 1/2; xmax = xmax + 1/2; end
if ymin == ymax, ymin = ymin - 1/2; ymax = ymax + 1/2; end

if xmax-xmin >= ymax-ymin
    ymid = (ymin + ymax)/2;
    ymin = ymid - (xmax-xmin)/2; ymax = ymid + (xmax-xmin)/2;
else
    xmid = (xmin + xmax)/2;
    xmin = xmid - (ymax-ymin)/2; xmax = xmid + (ymax-ymin)/2;
end
axis('square')

% Scale ranges by 1+2*alpha to give extra space around edges of plot.

alpha = 0.1;
x(1) = xmin - alpha*(xmax-xmin);
x(2) = xmax + alpha*(xmax-xmin);
x(3) = ymin - alpha*(ymax-ymin);
x(4) = ymax + alpha*(ymax-ymin);

if x(1) == x(2), x(2) = x(2) + 0.1; end
if x(3) == x(4), x(4) = x(3) + 0.1; end

```

## Anexo D – Arquivo de Entrada do ANAREDE e Saída do Fluxo de Potência

Segue o arquivo .pwf de entrada do ANAREDE CEPEL ® para a simulação base.

```

1 TITU
2 4 Geradores 11 Barras
3 DCTE
4 (Mn) ( Val) (Mn) ( Val) (Mn) ( Val) (Mn) ( Val) (Mn) ( Val) (Mn) ( Val)
5 BASE 100. DASE 100. TEPA .0001 EXST .0004 TETP 5. TBPA 5.
6 TLPP 1. TEPR .0001 QLST .0004 TLPR 1. TLPQ 2. TSBZ .01
7 TSBA 5. ASTP .05 VSTP 5. TLVC .5 TLTC .01 TSFR .1E-7
8 ZMAX 500. TLPV .5 VDVM 200. VDVN 40. TUDC .001 TADC .01
9 PGER 30. TPST .0002 VFLD 70. ZMIN .001 HIST 470 LFIT 10
10 ACIT 30 LFCV 1 DCIT 10 VSIT 10 LPIT 50 LFLP 10
11 PDIT 10 LCRT 24 LPRT 60 CSTP 500.
12 ICIT 30 DMAX 5 FDIV 2. ICMN .05 VART 5. TSTP 33
13 ICMV .5 APAS 90. CPAR 70. VAVT 2. VAVF 5. VMVF 15.
14 VPVT 2. VPVF 5. VPMF 10. VSVF 20. VINP 1. VSUP 1.
15 99999
16 DBAR
17 (Num)OETGb( nome )G1( V) ( A) ( Pg) ( Qg) ( Qn) ( Qm) (Bc ) ( P1) ( Q1) ( Sh)Are(Vf)
18 1 L1 1Gerad-01-- 1103020.1 700.185.0-999999999 11000
19 2 L1 1Gerad-02-- 1101010.3 700.234.6-999999999 11000
20 3 L2 1Gerad-03-- 11030-7.0 719.176.0-999999999 11000
21 4 L1 1Gerad-04-- 11010-17. 700.202.0-999999999 11000
22 5 L0 2Barra-01-- 11000 0.0 11000
23 6 L0 2Barra-02-- 11000 0.0 11000
24 7 L0 2Barra-03-- 11000 0.0 967. 100. 200. 11000
25 8 L0 2Barra-04-- 11000 0.0 11000
26 9 L0 2Barra-05-- 11000 0.0 1767. 100. 350. 11000
27 10 L0 2Barra-06-- 11000 0.0 11000
28 11 L0 2Barra-07-- 11000 0.0 11000
29 99999
30 DLIN
31 (De )d O d(Pa )NcEP ( R% ) ( X% ) (Mvar) (Tap) (Tmn) (Tmx) (Phs) (Bc ) (Cn) (Ce)Ns
32 1 5 1 0.000 1.666 1.0 900.
33 2 6 1 0.000 1.666 1.0 900.
34 3 11 1 0.000 1.666 1.0 900.
35 4 10 1 0.000 1.666 1.0 900.
36 6 5 1 0.250 2.500 4.375 900.
37 6 7 1 0.100 1.000 1.750 1800
38 7 8 1 1.100 11.00 19.25 900.
39 7 8 2 1.100 11.00 19.25 900.
40 8 9 1 1.100 11.00 19.25 900.
41 8 9 2 1.100 11.00 19.25 900.
42 9 10 1 0.100 1.000 1.750 1800
43 10 11 1 0.250 2.500 4.375 900.
44 99999

```

```

30 DLIN
31 (De) d O d(Pa) NcEP ( R% ) ( X% ) (Mvar) (Tap) (Tmn) (Tmx) (Phs) (Bc) ) (Cn) (Ce)Ns
32 1 5 1 0.000 1.666 1.0 900.
33 2 6 1 0.000 1.666 1.0 900.
34 3 11 1 0.000 1.666 1.0 900.
35 4 10 1 0.000 1.666 1.0 900.
36 6 5 1 0.250 2.500 4.375 900.
37 6 7 1 0.100 1.000 1.750 1800
38 7 8 1 1.100 11.00 19.25 900.
39 7 8 2 1.100 11.00 19.25 900.
40 8 9 1 1.100 11.00 19.25 900.
41 8 9 2 1.100 11.00 19.25 900.
42 9 10 1 0.100 1.000 1.750 1800
43 10 11 1 0.250 2.500 4.375 900.
44 99999
45 DGBT
46 (G ( kv)
47 2 230.
48 1 20.
49 99999
50 exlf newt
51 FIM

```

Abaixo encontramos o arquivo de saída da simulação da rede de duas áreas montada no ANAREDE CEPEL®. Nele pode-se observar a tensão e ângulo de cada barra do sistema bem como o fluxo de potência sobre elas.

CEPEL - CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELETICA - PROGRAMA DE ANALISE DE REDES - V10.00.01																	PAG. 1										
4 Geradores 11 Barras																											
RELATORIO COMPLETO DO SISTEMA * AREA 1 *																											
X-----D A D O S - B A R R A-----X-----F L U X O S - C I R C U I T O S-----X-----X-----X-----X-----																											
DA BARRA		TENSAO	GERACAO	INJ	EQV	CARGA	ELO CC	SHUNT	MOTOR								P E R D A S		TENSAO								
NUM.	KV TIPO	MOD/	MW/	MW/	MW/	MW/	MW/	Mvar/	MW/								MW	REATIVA	CIR. ABERTO								
NOME		ANG	Mvar	Mvar	Mvar	Mvar	FLUXO %	SHUNT L	Mvar	PARA BARRA			FLUXOS	MVA/V_d	TAP	DEFAS	TIE	MW	Mvar	MOD	ANG						
			MVA	NOM	MVA	EMR				NUM.	NOME	NC	MW	Mvar	MVA/V_d	TAP	DEFAS	TIE	MW	Mvar	MOD	ANG					
X-----		X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----					
1	20	1	1.030	700.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
Gerad-01--			20.1	185.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
				900.0	900.0			76.1%		5 Barra-01--		1	700.0	185.0	702.9	1.000F			0.00	82.32							
2	20	1	1.010	700.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
Gerad-02--			10.3	234.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
				900.0	900.0			81.2%		6 Barra-02--		1	700.0	234.5	730.9	1.000F			0.00	89.01							
CEPEL - CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELETICA - PROGRAMA DE ANALISE DE REDES - V10.00.01																	PAG. 2										
4 Geradores 11 Barras																											
RELATORIO COMPLETO DO SISTEMA * AREA 1 *																											
X-----D A D O S - B A R R A-----X-----F L U X O S - C I R C U I T O S-----X-----X-----X-----X-----																											
DA BARRA		TENSAO	GERACAO	INJ	EQV	CARGA	ELO CC	SHUNT	MOTOR								P E R D A S		TENSAO								
NUM.	KV TIPO	MOD/	MW/	MW/	MW/	MW/	MW/	Mvar/	MW/								MW	REATIVA	CIR. ABERTO								
NOME		ANG	Mvar	Mvar	Mvar	Mvar	FLUXO %	SHUNT L	Mvar	PARA BARRA			FLUXOS	MVA/V_d	TAP	DEFAS	TIE	MW	Mvar	MOD	ANG						
			MVA	NOM	MVA	EMR				NUM.	NOME	NC	MW	Mvar	MVA/V_d	TAP	DEFAS	TIE	MW	Mvar	MOD	ANG					
X-----		X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----	X-----					
3	20	2	1.030	719.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
Gerad-03--			-7.0	175.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
				900.0	900.0			79.9%		11 Barra-07--		1	719.1	175.9	718.7	1.000F			0.00	86.06							
4	20	1	1.010	700.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
Gerad-04--			-17.2	202.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
				900.0	900.0			80.1%		10 Barra-06--		1	700.0	202.0	721.3	1.000F			0.00	86.69							



CEPEL - CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELETRICA - PROGRAMA DE ANALISE DE REDES - V10.00.01

PAG. 3

4 Geradores 11 Barras

RELATORIO COMPLETO DO SISTEMA \* AREA 1 \*

D A D O S - B A R R A										F L U X O S - C I R C U I T O S										P E R D A S				T E N S A O		
DA BARRA	TENSAO	GERACAO	INJ	EQV	CARGA	ELO CC	SHUNT	MOTOR													ATIVA	REATIVA	CIR.	ABERTO		
NUM. KV TIPO	MOD/	MW/	MW/	MW/	MW/	Mvar	Mvar/	MW/												MW	Mvar	MOD	ANG			
NOME	ANG	MVA_NOM	MVA_EMR			FLUXO %	SHUNT L		NUM.	NOME	NC	MW	Mvar	MVA/V_d	TAP	DEFAS	TIE									
5 230 0	1.006	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
Barra-01--	13.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
		900.0	900.0			78.1%			1 Gerad-01--	1	-700.0	-102.6	702.9							0.00	82.32					
		900.0	900.0			78.1%			6 Barra-02--	1	700.0	102.6	702.9							12.36	119.33					
6 230 0	0.978	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
Barra-02--	3.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
		900.0	900.0			81.2%			2 Gerad-02--	1	-700.0	-145.5	730.9							0.00	89.01					
		900.0	900.0			78.1%			5 Barra-01--	1	-687.6	16.7	703.2							12.36	119.33					
		1800.0	1800.0			79.2%			7 Barra-03--	1	1387.6	128.8	1424.7							20.30	201.36					

CEPEL - CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELETRICA - PROGRAMA DE ANALISE DE REDES - V10.00.01

PAG. 4

4 Geradores 11 Barras

RELATORIO COMPLETO DO SISTEMA \* AREA 1 \*

D A D O S - B A R R A										F L U X O S - C I R C U I T O S																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																	
DA BARRA	TENSAO	GERACAO	INJ	EQV	CARGA	ELO CC	SHUNT	MOTOR																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																			</

CEPEL - CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELETRICA - PROGRAMA DE ANALISE DE REDES - V10.00.01

PAG. 5

4 Geradores 11 Barras

RELATORIO COMPLETO DO SISTEMA \* AREA 1 \*

D A D O S - B A R R A										F L U X O S - C I R C U I T O S																
DA BARRA	TENSAO	GERACAO	INJ	EQV	CARGA	ELO CC	SHUNT	MOTOR																		
NUM. KV TIPO	MOD/	MW/	MW/	MW/	MW/	Mvar/	Mvar/	MW/																		
NOME	ANG	Mvar	Mvar	Mvar	Mvar	EQUIV				PARA BARRA				FLUXOS												
		MVA_NOM	MVA_EMR			FLUXO %	SHUNT L			NUM.	NOME	NC	MW	Mvar	MVA/V_d	TAP	DEFAS	TIE								
8 230 0	0.949	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																	
Barra-04--	-18.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																	
		900.0	900.0			23.1%				7 Barra-03--	1	-195.4	24.3	207.5						4.80	30.44					
		900.0	900.0			23.1%				7 Barra-03--	2	-195.4	24.3	207.5						4.80	30.44					
		900.0	900.0			23.1%				9 Barra-05--	1	195.4	-24.3	207.5						4.70	29.21					
		900.0	900.0			23.1%				9 Barra-05--	2	195.4	-24.3	207.5						4.70	29.21					

CEPEL - CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELETRICA - PROGRAMA DE ANALISE DE REDES - V10.00.01

PAG. 6

4 Geradores 11 Barras

RELATORIO COMPLETO DO SISTEMA \* AREA 1 \*

D A D O S - B A R R A										F L U X O S - C I R C U I T O S										P E R D A S				T E N S A O		
DA BARRA	TENSAO	GERACAO	INJ	EQV	CARGA	ELO CC	SHUNT	MOTOR													ATIVA	REATIVA	CIR.	ABERTO		
NUM. KV TIPO	MOD/	MW/	MW/	MW/	Mvar	Mvar/	EQUIV	MW/													MW	Mvar	MOD	ANG		
NOME	ANG	MVA_NOM	MVA_EMR			FLUXO %	SHUNT L		NUM.	NOME	NC	MW	Mvar	MVA/V_d	TAP	DEFAS	TIE									
9 230 0	0.971	0.0	0.0	1767.0	0.0	330.3	0.0	0.0																		
Barra-05--	-32.3	0.0	0.0	100.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
		900.0	900.0			22.7%			8 Barra-04--	1	-190.7	53.6	203.9								4.70	29.21				
		900.0	900.0			22.7%			8 Barra-04--	2	-190.7	53.6	203.9								4.70	29.21				
		1800.0	1800.0			79.6%			10 Barra-06--	1	-1385.7	123.2	1432.1								20.51	203.44				
10 230 0	0.983	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
Barra-06--	-23.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0																		
		900.0	900.0			80.1%			4 Gerad-04--	1	-700.0	-115.3	721.3								0.00	86.69				
		1800.0	1800.0			79.6%			9 Barra-05--	1	1406.2	80.3	1432.1								20.51	203.44				
		900.0	900.0			79.9%			11 Barra-07--	1	-706.2	35.0	718.9								12.92	124.91				

CEPEL - CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELETRICA - PROGRAMA DE ANALISE DE REDES - V10.00.01

PAG. 7

4 Geradores 11 Barras

RELATORIO COMPLETO DO SISTEMA \* AREA 1 \*

DADOS - BARRA										FLUXOS - CIRCUITOS															
DA BARRA		TENSÃO		GERAÇÃO		INJ EQV		CARGA		ELO CC		SHUNT		MOTOR		PARA BARRA		FLUXOS		PERDAS		TENSÃO			
NUM.	KV	TIPO	MOD/	Mt/	Mt/	Mt/	Mt/	Mt/	Mvar/	Mvar/	Mvar/	EQUIV	Mvar/	NUM.	NOME	NC	MW	Mvar	MVA/V_d	TAP	DEFAS	TIE	MW	Mvar	
NOME			MVA_NOM		MVA_EMR		FLUXO %		SHUNT L																
11	230	0	1.008	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0												
Barra-07--			-13.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0												
				900.0	900.0			79.9%														0.00	86.06		
				900.0	900.0			79.9%														12.92	124.91		
														3	Gerad-03--	1	-719.1	-89.9	718.7						
														10	Barra-06--	1	719.1	89.9	718.7						

CEPEL - CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELETRICA - PROGRAMA DE ANALISE DE REDES - V10.00.01

PAG. 8

4 Geradores 11 Barras

TOTAIS DA AREA	1
----------------	---

X-GERACAD	X-INJ EQV	X-CARGA	X-ELO CC	X-SHUNT	X-EXPORT	X-IMPORT	X-PERDAS
M\$/Mvar	M\$/Mvar	M\$/Mvar	M\$/Mvar	Mvar/Mvar	M\$/Mvar	M\$/Mvar	M\$/Mvar
2819.1	0.0	2734.0	0.0	515.0	0.0	0.0	85.1
797.4	0.0	200.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1112.4

## Anexo E – Fluxo de Potência de cada situação de carga Perturbada

Como já enunciado, foi descrito que as simulações de fluxo de potência foram realizadas através do programa computacional ANAREDE da CEPEL®. As **Tabelas 18 e 19** resumem esses dados.

**Tabela 18** - Barras do sistema de duas áreas (11 Barras 4 Geradores).

Número da Barra	Nome da Barra	Base Kv	Tipo de barra
1	Gerad-01--	20.0	PV
2	Gerad-02--	20.0	PV
3	Gerad-03--	20.0	Swing
4	Gerad-04--	20.0	PV
5	Barra01	230.0	PQ
6	Barra02	230.0	PQ
7	Barra03	230.0	PQ
8	Barra04	230.0	PQ
9	Barra05	230.0	PQ
10	Barra06	230.0	PQ
11	Barra07	230.0	PQ

Vale ressaltar que na barra 7 está localizada a carga A cuja sua potência será alterada para realizar simulações de pequenas perturbações sobre o sistema estudado e na barra 9 está conectada a carga B.

**Tabela 19** - Resultado do fluxo de carga para cada situação de carga.

Situação	1		2		3	
Número da barra	Tensão (pu)	Ângulo (graus)	Tensão (pu)	Ângulo (graus)	Tensão (pu)	Ângulo (graus)
1	1,030	43,4	1,030	36,8	1,030	30,8
2	1,010	33,6	1,010	26,9	1,010	21,0
3	1,030	-7,0	1,030	-7,0	1,030	-7,0
4	1,010	-13,1	1,010	-14,0	1,010	-15,0
5	1,000	36,9	1,002	30,3	1,004	24,3
6	0,961	26,7	0,968	20,1	0,972	14,2

	7	0,931	17,9	0,942	11,5	0,950	5,7
	8	0,874	-5,0	0,901	-8,8	0,921	-12,2
	9	0,944	-27,5	0,955	-28,6	0,963	-29,7
	10	0,972	-19,9	0,977	-20,8	0,981	-21,8
	11	1,006	-12,0	1,008	-12,4	1,009	-12,8
<b>Situação</b>	4		Original			6	
<b>Número da barra</b>		Tensão (pu)	Ângulo (graus)	Tensão (pu)	Ângulo (graus)	Tensão (pu)	Ângulo (graus)
	1	1,030	25,3	1,030	20,1	1,030	15,0
	2	1,010	15,5	1,010	10,3	1,010	5,3
	3	1,030	-7,0	1,030	-7,0	1,030	-7,0
	4	1,010	-16,1	1,010	-17,2	1,010	-18,3
	5	1,005	18,8	1,006	13,6	1,007	8,6
	6	0,976	8,7	0,978	3,5	0,980	-1,5
	7	0,956	0,3	0,961	-4,9	0,964	-9,8
	8	0,936	-15,5	0,949	-18,8	0,958	-21,9
	9	0,968	-31,0	0,971	-32,3	0,973	-33,7
	10	0,983	-22,8	0,983	-23,9	0,983	-25,1
	11	1,009	-13,2	1,008	-13,6	1,007	-14,1
<b>Situação</b>	7		8			9	
<b>Número da barra</b>		Tensão (pu)	Ângulo (graus)	Tensão (pu)	Ângulo (graus)	Tensão (pu)	Ângulo (graus)
	1	1,030	10,1	1,030	5,2	1,030	0,3
	2	1,010	0,4	1,010	-4,6	1,010	-9,4
	3	1,030	-7,0	1,030	-7,0	1,030	-7,0
	4	1,010	-19,5	1,010	-20,7	1,010	-22,0
	5	1,008	3,7	1,008	-1,3	1,008	-6,1
	6	0,981	-6,4	0,982	-11,3	0,982	-16,2
	7	0,967	-14,7	0,968	-19,6	0,968	-24,5
	8	0,965	-25,1	0,970	-28,3	0,973	-31,5
	9	0,974	-35,2	0,973	-36,8	0,971	-38,4
	10	0,983	-26,2	0,981	-27,5	0,978	-28,8
	11	1,006	-14,5	1,004	-15,0	1,001	-15,5

## Anexo F – Cartão de Entrada PACDYN ®

Como citado no projeto, foi necessário utilizar geradores regulados. Dessa forma, a implementação matemática torna-se muito difícil. Dessa maneira, optou-se em utilizar o programa de simulação PACDYN disponibilizado pela CEPEL® para executar os cálculos e realizar as simulações dos Sistemas de Potências estudados, a fim de obter os dados necessários para o projeto. Isso elimina diversos esforços e permite obter uma resposta mais precisa e real. Os geradores regulados foram descritos neste projeto e para a simulação dos mesmos, foi criado o arquivo para controle dos geradores e obtenção dos autovalores e matrizes de estado do sistema em questão.

```

01 TITU
02     ///      IEEE 11 Barras 4 Geradores      ///
03     ///
04
05 DSYS
06 # N = Network File: A = ANAREDE Formatted File
07 #                               H = ANAREDE History File
08 #                               P = PACDYN Formatted File (DEFAULT)
09 # P = Network printout | T = Initial conditions test | V = Voltstab analysis
10 # (freq) (base) (no) N P T V I S E
11 60.000 100.00 0001 H N N N A 1 N
12 DGEN
13 #
14 # (Nb1) noRM (base) (-HH-) (-X'd) (-X'q) (-Xd-) (-Xq-) (-Ra-) (T'd0) (T'q0) (Xp-) (-Sat-) (--D-)
15 # (Nb1) no (-X'd) (-X'q) (T"d0) (T"q0) (-Xl-) (-A--) (-B--) (-C--) (-Xt-)
16 1 2 900.0 6.500 0.3 0.55 1.8 1.7 0.0025 8.0 0.4
17 # 1 1 1 0.25 0.25 0.03 0.05 0.2 0.015 9.6 0.9
18 2 2 900.0 6.500 0.3 0.55 1.8 1.7 0.0025 8.0 0.4
19 # 2 1 1 0.25 0.25 0.03 0.05 0.2 0.015 9.6 0.9
20 3 2 900.0 6.175 0.3 0.55 1.8 1.7 0.0025 8.0 0.4
21 # 3 1 1 0.25 0.25 0.03 0.05 0.2 0.015 9.6 0.9
22 4 2 900.0 6.175 0.3 0.55 1.8 1.7 0.0025 8.0 0.4
23 # 4 1 1 0.25 0.25 0.03 0.05 0.2 0.015 9.6 0.9
24 -999
25 DUDC
26 # (NUDC) (---Name---)
27 0001 AVR1
28 #Flag (Nb) (Type) S(Vinp) (Vout) (---A---) (---B---) (---C---) (---D---) (---E---)
29 1 OUT EFD EFD #BUS
30 2 IN VB VT #BUS
31 3 IN VREF VREF #BUS
32 #Flag (Nb) (Type) S(Vinp) (Vout) (---A---) (---B---) (---C---) (---D---) (---E---)
33 5 LDLG VT X1 1 0 1 #Tr
34 6 SUM +VREF X2
35 -X1 X2
36 7 GAIN X2 EFD #Ka
37 # DPAR (---Par---) (---Value---)

```

```

38      DPAR      #BUS      1
39      DPAR      #Tr       0.01
40      DPAR      #Ka       10
41  - STOP
42  # (NUDC) (---Name---)
43  0002 AVR2
44  #Flag  (Nb) (Type) S (Vinp) (Vout) (---A---) (---B---) (---C---) (---D---) (---E---)
45      1 OUT    EFD    EFD    #BUS
46      2 IN     VB     VT     #BUS
47      3 IN     VREF   VREF   #BUS
48  #Flag  (Nb) (Type) S (Vinp) (Vout) (---A---) (---B---) (---C---) (---D---) (---E---)
49      5 LDLG   VT     X1     1      0      1      #Tr
50      6 SUM    +VREF  X2
51      7 GAIN   X2     EFD    #Ka
52  #      DPAR      (---Par---) (---Value---)
53      DPAR      #BUS      2
54      DPAR      #Tr       0.01
55      DPAR      #Ka       10
56  - STOP
57  # (NUDC) (---Name---)
58  0003 AVR3
59  #Flag  (Nb) (Type) S (Vinp) (Vout) (---A---) (---B---) (---C---) (---D---) (---E---)
60      1 OUT    EFD    EFD    #BUS
61      2 IN     VB     VT     #BUS
62      3 IN     VREF   VREF   #BUS
63  #Flag  (Nb) (Type) S (Vinp) (Vout) (---A---) (---B---) (---C---) (---D---) (---E---)
64      5 LDLG   VT     X1     1      0      1      #Tr
65      6 SUM    +VREF  X2
66      7 GAIN   X2     EFD    #Ka
67  #      DPAR      (---Par---) (---Value---)
68      DPAR      #BUS      3
69      DPAR      #Tr       0.01
70      DPAR      #Ka       10
71  - STOP
72  # (NUDC) (---Name---)
73  0004 AVR4
74  #Flag  (Nb) (Type) S (Vinp) (Vout) (---A---) (---B---) (---C---) (---D---) (---E---)
75      1 OUT    EFD    EFD    #BUS
76      2 IN     VB     VT     #BUS
77      3 IN     VREF   VREF   #BUS
78  #Flag  (Nb) (Type) S (Vinp) (Vout) (---A---) (---B---) (---C---) (---D---) (---E---)
79      5 LDLG   VT     X1     1      0      1      #Tr
80      6 SUM    +VREF  X2
81      7 GAIN   X2     EFD    #Ka
82  #      DPAR      (---Par---) (---Value---)
83      DPAR      #BUS      4
84      DPAR      #Tr       0.01
85      DPAR      #Ka       10
86  - STOP
87  -999
88  END

```

## Anexo G – Implementação do Teorema Bauer – Fike

Foi realizada a implementação de Matlab® do teorema de Bauer – Fike para cada simulação de carga. Cada uma dessas simulações geram uma dada matriz de estado A que foi armazenada nos vetores  $A_i$  que são as saídas do programa PACDYN® e correspondem as matrizes presentes no **Anexo H**.

```
clear all
clc
format long

[Ao,bo,co,do] = pacstat('matlab_original.out');
[A1,b1,c1,d1] = pacstat('matlab_v1.out');
[A2,b2,c2,d2] = pacstat('matlab_v2.out');
[A3,b3,c3,d3] = pacstat('matlab_v3.out');
[A4,b4,c4,d4] = pacstat('matlab_v4.out');
[A6,b6,c6,d6] = pacstat('matlab_v6.out');
[A7,b7,c7,d7] = pacstat('matlab_v7.out');
[A8,b8,c8,d8] = pacstat('matlab_v8.out');
[A9,b9,c9,d9] = pacstat('matlab_v9.out');

E1 = A1 - Ao;
E2 = A2 - Ao;
E3 = A3 - Ao;
E4 = A4 - Ao;
E6 = A6 - Ao;
E7 = A7 - Ao;
E8 = A8 - Ao;
E9 = A9 - Ao;

% Teorema de Bauer - Fike: Considerando que exista uma matriz A não
% perturbada pertencente ao conjunto  $C_{n \times n}$ , que satisfaz  $X^{-1}AX$ 
% e que seus autovalores sejam dados por L. Se esta for perturbada R+E
% e os autovalores dessa nova matriz seja "mu", temos que
%
% 
$$\min |L-\mu| < ||X|| \ ||X^{-1}|| \ ||E||$$

%
% Considere no programa (X,L) os autovetores e autovalores de A.
% "mu" os autovalores da matriz perturbada.
% Saida Gráfica demonstrando teorema.

% Matrizes R e Matriz E. Considere A a matriz original sem perturbação,
% e a matriz E a matriz perturbação da matriz A.

% Dados de Entrada

A=Ao; %Alterar manualmente para cada situação de carga (A1...A9)
E = E9; %Alterar manualmente para cada situação de carga (E1...E9)
      % Matriz perturbação. (A situação - A original)

% Manipulação Matemática
```

```

[X,L]=eig(A); % Decomposição em autovalores e
               % autovetores, X é o conjunto de
               % eigenectors XiR=LiA.

mu=eig(E+A); % mu é os autovalores da matriz
              % original mais a perturbada

r=norm(X,'fro')*norm(inv(X),'fro'); % Condition number, r pode ser usada
T=norm(E,'fro'); % a função 'cond'.
                  % Utilizou-se a norma de Frobenius
                  % como no teorema.

[q1,a]=min(abs(diag(L)-mu));

q2=r*T;

logical_verfification=q1<q2

figure,
stem(abs(mu))
hold on, stem(abs(diag(L)),'r'),
legend('\mu','\lambda');
xlabel(' Autovalores');
ylabel(' Spectrum');

title('Teorema de Bauer-Fike. Situação: Original');

```



## Anexo H – Matrizes de Estados

Neste anexo está apresentado as matrizes de estado para cada situação de carga perturbada.

Situação 1																
E'_{q1}	-0,31668	0	-0,1335	0,100465	0	0,120444	-0,01696	0	0,007381	-0,02747	0	0,00568	-1,25	0	0	0
\omega_1	-0,08515	0	-0,03996	-0,00576	0	0,050945	-0,01241	0	-0,00365	-0,01892	0	-0,00734	0	0	0	0
\delta_1	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E'_{q2}	0,135554	0	0,099396	-0,35793	0	-0,13591	-0,01454	0	0,017478	-0,025	0	0,019035	0	-1,25	0	0
\omega_2	0,025533	0	0,061594	-0,10706	0	-0,05353	-0,01421	0	-0,00219	-0,02192	0	-0,00588	0	0	0	0
\delta_2	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E'_{q3}	0,01576	0	0,016985	0,018354	0	0,022192	-0,34232	0	-0,13694	0,085559	0	0,097761	0	0	-1,25	0
\omega_3	0,003973	0	0,014534	-0,00106	0	0,014777	-0,09569	0	-0,06167	-0,008	0	0,032361	0	0	0	0
\delta_3	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0
E'_{q4}	0,023562	0	0,023688	0,028389	0	0,03165	0,093183	0	0,098045	-0,40888	0	-0,15338	0	0	0	-1,25
\omega_4	0,006249	0	0,020092	-0,00014	0	0,020764	0,000264	0	0,038382	-0,13438	0	-0,07924	0	0	0	0
\delta_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0
E_{fd1}	59,19549	0	-9,24784	34,02262	0	-2,91024	4,366025	0	4,935659	6,179702	0	7,222423	-100	0	0	0
E_{fd2}	19,28235	0	-13,906	67,75366	0	-1,06131	5,433471	0	6,070446	7,699958	0	8,896846	0	-100	0	0
E_{fd3}	1,649311	0	-5,88544	6,17429	0	-4,54123	66,01957	0	5,96311	31,05555	0	4,46356	0	0	-100	0
E_{fd4}	2,391327	0	-6,99644	8,099034	0	-5,20779	26,1012	0	1,525048	65,83615	0	10,67918	0	0	0	-100
Situação 2																
E'_{q1}	-0,31812	0	-0,13665	0,099868	0	0,119202	-0,01491	0	0,010062	-0,02623	0	0,007392	-1,25	0	0	0
\omega_1	-0,08672	0	-0,04133	-0,00513	0	0,049569	-0,01241	0	-0,00218	-0,0195	0	-0,00606	0	0	0	0
\delta_1	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E'_{q2}	0,133782	0	0,101853	-0,36073	0	-0,14211	-0,01154	0	0,020186	-0,02305	0	0,020073	0	-1,25	0	0
\omega_2	0,025015	0	0,060623	-0,10931	0	-0,05595	-0,01381	0	-0,00034	-0,02217	0	-0,00434	0	0	0	0
\delta_2	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E'_{q3}	0,014746	0	0,020166	0,015193	0	0,024514	-0,34207	0	-0,14355	0,081909	0	0,098871	0	0	-1,25	0

$\omega_3$	0,002821	0	0,015091	-0,00307	0	0,014634	-0,09957	0	-0,06221	-0,00986	0	0,032488	0	0	0	0
$\delta_3$	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q4}$	0,022333	0	0,026272	0,025283	0	0,033347	0,096959	0	0,100991	-0,40796	0	-0,16061	0	0	0	-1,25
$\omega_4$	0,004805	0	0,019945	-0,00217	0	0,019828	0,003332	0	0,040972	-0,13646	0	-0,08075	0	0	0	0
$\delta_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0
$E_{fd1}$	59,01734	0	-9,10619	33,95881	0	-2,504	5,113934	0	4,704575	7,192538	0	6,905617	-100	0	0	0
$E_{fd2}$	19,51616	0	-13,8381	67,2557	0	-0,45721	6,361417	0	5,784057	8,962159	0	8,511279	0	-100	0	0
$E_{fd3}$	2,29393	0	-5,50106	6,959838	0	-3,834	64,92792	0	4,394316	32,37244	0	4,940751	0	0	-100	0
$E_{fd4}$	3,081294	0	-6,56157	8,908321	0	-4,41723	25,86859	0	0,218864	66,40163	0	10,75994	0	0	0	-100

### Situação 3

$E'_{q1}$	-0,31959	0	-0,13926	0,098917	0	0,117951	-0,01267	0	0,012645	-0,02504	0	0,008665	-1,25	0	0	0
$\omega_1$	-0,08812	0	-0,0426	-0,0049	0	0,04829	-0,01206	0	-0,00068	-0,01981	0	-0,00501	0	0	0	0
$\delta_1$	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q2}$	0,131954	0	0,103525	-0,36351	0	-0,14714	-0,00852	0	0,022838	-0,02138	0	0,02078	0	-1,25	0	0
$\omega_2$	0,024356	0	0,059692	-0,11136	0	-0,05807	-0,01308	0	0,001496	-0,0222	0	-0,00311	0	0	0	0
$\delta_2$	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q3}$	0,013341	0	0,022685	0,011744	0	0,02605	-0,34179	0	-0,14843	0,077377	0	0,099699	0	0	-1,25	0
$\omega_3$	0,001569	0	0,015373	-0,00514	0	0,014231	-0,10291	0	-0,06208	-0,01239	0	0,032472	0	0	0	0
$\delta_3$	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q4}$	0,020952	0	0,027945	0,022389	0	0,03416	0,100744	0	0,103582	-0,4072	0	-0,16569	0	0	0	-1,25
$\omega_4$	0,003425	0	0,019497	-0,00401	0	0,018706	0,006376	0	0,043757	-0,13796	0	-0,08196	0	0	0	0
$\delta_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0
$E_{fd1}$	58,94857	0	-8,87584	33,92903	0	-2,07413	5,619216	0	4,376949	7,946363	0	6,57302	-100	0	0	0
$E_{fd2}$	19,78088	0	-13,6227	66,89627	0	0,141597	6,987702	0	5,376557	9,902595	0	8,104591	0	-100	0	0
$E_{fd3}$	2,900921	0	-4,96504	7,635077	0	-3,03531	63,66836	0	2,483825	33,56417	0	5,516532	0	0	-100	0
$E_{fd4}$	3,721595	0	-5,99409	9,60224	0	-3,5639	25,29998	0	-1,29116	66,92346	0	10,84915	0	0	0	-100

### Situação 4

$E'_{q1}$	-0,32104	0	-0,14148	0,097756	0	0,116679	-0,01036	0	0,015143	-0,02391	0	0,009658	-1,25	0	0	0
-----------	----------	---	----------	----------	---	----------	----------	---	----------	----------	---	----------	-------	---	---	---

$\omega_1$	-0,08937	0	-0,04381	-0,00493	0	0,047061	-0,01145	0	0,000864	-0,01993	0	-0,00412	0	0	0	0
$\delta_1$	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q2}$	0,130135	0	0,104616	-0,36623	0	-0,15132	-0,00554	0	0,02541	-0,01987	0	0,021295	0	-1,25	0	0
$\omega_2$	0,023625	0	0,058761	-0,11321	0	-0,06	-0,01213	0	0,00334	-0,0221	0	-0,0021	0	0	0	0
$\delta_2$	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q3}$	0,011632	0	0,024583	0,008096	0	0,026892	-0,34138	0	-0,15171	0,072293	0	0,100239	0	0	-1,25	0
$\omega_3$	0,000237	0	0,015383	-0,00725	0	0,01357	-0,10569	0	-0,06123	-0,01542	0	0,03228	0	0	0	0
$\delta_3$	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q4}$	0,019526	0	0,029004	0,019701	0	0,034413	0,10439	0	0,105677	-0,40645	0	-0,16909	0	0	0	-1,25
$\omega_4$	0,002122	0	0,018837	-0,00567	0	0,017464	0,009337	0	0,04661	-0,13897	0	-0,08291	0	0	0	0
$\delta_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0
$E_{fd1}$	58,95	0	-8,57692	33,92255	0	-1,62368	5,929944	0	3,960573	8,519811	0	6,240034	-100	0	0	0
$E_{fd2}$	20,05446	0	-13,2987	66,63836	0	0,744947	7,37181	0	4,857753	10,61834	0	7,695954	0	-100	0	0
$E_{fd3}$	3,451308	0	-4,31207	8,18502	0	-2,17636	62,32958	0	0,328179	34,62191	0	6,160249	0	0	-100	0
$E_{fd4}$	4,301603	0	-5,32583	10,17734	0	-2,67002	24,49546	0	-2,95639	67,41168	0	10,95223	0	0	0	-100

#### Situação Original

$E'_{q1}$	-0,32245	0	-0,1434	0,096452	0	0,115382	-0,00803	0	0,01755	-0,0228	0	0,010466	-1,25	0	0	0
$\omega_1$	-0,09048	0	-0,04497	-0,00512	0	0,045857	-0,01067	0	0,002442	-0,01994	0	-0,00333	0	0	0	0
$\delta_1$	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q2}$	0,128351	0	0,10526	-0,36888	0	-0,15483	-0,00263	0	0,027872	-0,01844	0	0,021698	0	-1,25	0	0
$\omega_2$	0,022857	0	0,057812	-0,11486	0	-0,06178	-0,01101	0	0,005195	-0,0219	0	-0,00123	0	0	0	0
$\delta_2$	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q3}$	0,009687	0	0,02591	0,004308	0	0,027121	-0,34077	0	-0,15355	0,066807	0	0,100518	0	0	-1,25	0
$\omega_3$	-0,00116	0	0,015121	-0,00937	0	0,012656	-0,10796	0	-0,05968	-0,01886	0	0,031905	0	0	0	0
$\delta_3$	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q4}$	0,018103	0	0,029637	0,017185	0	0,034295	0,107832	0	0,10718	-0,40564	0	-0,17111	0	0	0	-1,25
$\omega_4$	0,000897	0	0,01802	-0,0072	0	0,016141	0,012192	0	0,049463	-0,13955	0	-0,08362	0	0	0	0
$\delta_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0
$E_{fd1}$	58,99748	0	-8,22092	33,92846	0	-1,15394	6,082838	0	3,464055	8,958151	0	5,9108	-100	0	0	0

$E_{fd2}$	20,32306	0	-12,8879	66,45399	0	1,358794	7,55921	0	4,238499	11,16531	0	7,290653	0	-100	0	0
$E_{fd3}$	3,93208	0	-3,56923	8,598871	0	-1,28206	60,96891	0	-1,99998	35,54058	0	6,851273	0	0	-100	0
$E_{fd4}$	4,81417	0	-4,57889	10,62949	0	-1,75201	23,52053	0	-4,73571	67,86874	0	11,06661	0	0	0	-100

**Situação 6**

$E'_{q1}$	-0,32381	0	-0,14504	0,095055	0	0,114079	-0,00575	0	0,019817	-0,02174	0	0,011142	-1,25	0	0	0
$\omega_1$	-0,09147	0	-0,04607	-0,00545	0	0,044684	-0,00976	0	0,004021	-0,01984	0	-0,00263	0	0	0	0
$\delta_1$	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q2}$	0,12664	0	0,105541	-0,37142	0	-0,15772	0,000171	0	0,030152	-0,01707	0	0,022032	0	-1,25	0	0
$\omega_2$	0,022084	0	0,056852	-0,1163	0	-0,0634	-0,0098	0	0,007021	-0,02163	0	-0,00047	0	0	0	0
$\delta_2$	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q3}$	0,007592	0	0,026697	0,000486	0	0,026809	-0,33996	0	-0,15408	0,061082	0	0,100571	0	0	-1,25	0
$\omega_3$	-0,00256	0	0,014601	-0,01144	0	0,011517	-0,10975	0	-0,05748	-0,0226	0	0,031358	0	0	0	0
$\delta_3$	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q4}$	0,016726	0	0,029959	0,014846	0	0,033927	0,110988	0	0,107993	-0,40475	0	-0,17188	0	0	0	-1,25
$\omega_4$	-0,00023	0	0,017096	-0,00857	0	0,014782	0,014892	0	0,052222	-0,13973	0	-0,0841	0	0	0	0
$\delta_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0
$E_{fd1}$	59,07363	0	-7,82144	33,93563	0	-0,67465	6,1051	0	2,906224	9,282199	0	5,58987	-100	0	0	0
$E_{fd2}$	20,57159	0	-12,4118	66,32375	0	1,97499	7,583647	0	3,542408	11,56916	0	6,894423	0	-100	0	0
$E_{fd3}$	4,326521	0	-2,77228	8,862826	0	-0,38882	59,6496	0	-4,4016	36,30238	0	7,562697	0	0	-100	0
$E_{fd4}$	5,245895	0	-3,78356	10,94768	0	-0,83918	22,43925	0	-6,56098	68,28631	0	11,18372	0	0	0	-100

**Situação 7**

$E'_{q1}$	-0,32511	0	-0,14644	0,093574	0	0,112769	-0,00354	0	0,021935	-0,02069	0	0,011732	-1,25	0	0	0
$\omega_1$	-0,09233	0	-0,04713	-0,00587	0	0,043532	-0,00878	0	0,005592	-0,01966	0	-0,00199	0	0	0	0
$\delta_1$	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q2}$	0,124999	0	0,105532	-0,37387	0	-0,16008	0,002852	0	0,032223	-0,01569	0	0,022329	0	-1,25	0	0
$\omega_2$	0,021315	0	0,055875	-0,11756	0	-0,0649	-0,00852	0	0,008811	-0,02129	0	0,000218	0	0	0	0
$\delta_2$	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q3}$	0,005389	0	0,026998	-0,00334	0	0,026024	-0,33893	0	-0,15346	0,055135	0	0,100443	0	0	-1,25	0

$\omega_3$	-0,00397	0	0,013831	-0,01343	0	0,010169	-0,1111	0	-0,05465	-0,0266	0	0,030652	0	0	0	0
$\delta_3$	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q4}$	0,015397	0	0,03006	0,012636	0	0,03339	0,113854	0	0,108058	-0,40379	0	-0,17151	0	0	0	-1,25
$\omega_4$	-0,00128	0	0,016091	-0,00981	0	0,0134	0,017445	0	0,054869	-0,13955	0	-0,08436	0	0	0	0
$\delta_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0
$E_{fd1}$	59,16704	0	-7,38465	33,93531	0	-0,18758	6,021988	0	2,297943	9,512361	0	5,274287	-100	0	0	0
$E_{fd2}$	20,79372	0	-11,8812	66,22972	0	2,594233	7,476482	0	2,783192	11,85515	0	6,503746	0	-100	0	0
$E_{fd3}$	4,630213	0	-1,94056	8,973677	0	0,486489	58,39971	0	-6,83042	36,90734	0	8,284483	0	0	-100	0
$E_{fd4}$	5,594884	0	-2,95389	11,13024	0	0,05789	21,28696	0	-8,39943	68,66301	0	11,29543	0	0	0	-100

#### Situação 8

$E'_{q1}$	-0,32639	0	-0,14763	0,09199	0	0,111435	-0,00137	0	0,02392	-0,01964	0	0,012278	-1,25	0	0	0
$\omega_1$	-0,09309	0	-0,04817	-0,00637	0	0,04238	-0,00771	0	0,007164	-0,01941	0	-0,00138	0	0	0	0
$\delta_1$	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q2}$	0,123404	0	0,105282	-0,37629	0	-0,16198	0,005449	0	0,034079	-0,01428	0	0,022614	0	-1,25	0	0
$\omega_2$	0,020544	0	0,054868	-0,11865	0	-0,06631	-0,00719	0	0,010575	-0,02088	0	0,00087	0	0	0	0
$\delta_2$	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q3}$	0,003079	0	0,026845	-0,00719	0	0,024796	-0,33769	0	-0,15181	0,04888	0	0,100171	0	0	-1,25	0
$\omega_3$	-0,00538	0	0,012805	-0,01534	0	0,008605	-0,1121	0	-0,0512	-0,03092	0	0,029786	0	0	0	0
$\delta_3$	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q4}$	0,014093	0	0,03	0,010488	0	0,032724	0,116455	0	0,107291	-0,40273	0	-0,17001	0	0	0	-1,25
$\omega_4$	-0,00226	0	0,015003	-0,01095	0	0,011983	0,019887	0	0,057421	-0,13902	0	-0,08441	0	0	0	0
$\delta_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0
$E_{fd1}$	59,27156	0	-6,90887	33,91994	0	0,311618	5,849631	0	1,640608	9,662936	0	4,956645	-100	0	0	0
$E_{fd2}$	20,98732	0	-11,296	66,15768	0	3,22363	7,257713	0	1,962782	12,04096	0	6,109555	0	-100	0	0
$E_{fd3}$	4,840956	0	-1,07931	8,924843	0	1,339548	57,22846	0	-9,2796	37,35561	0	9,019361	0	0	-100	0
$E_{fd4}$	5,861433	0	-2,09025	11,17246	0	0,940585	20,07472	0	-10,244	68,99902	0	11,39368	0	0	0	-100

#### Situação 9

$E'_{q1}$	-0,32759	0	-0,14857	0,090359	0	0,110129	0,000659	0	0,025664	-0,01862	0	0,012781	-1,25	0	0	0
-----------	----------	---	----------	----------	---	----------	----------	---	----------	----------	---	----------	-------	---	---	---

$\omega_1$	-0,09372	0	-0,04913	-0,00692	0	0,041278	-0,00663	0	0,008649	-0,01909	0	-0,0008	0	0	0	0
$\delta_1$	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q2}$	0,121918	0	0,104821	-0,3786	0	-0,16331	0,007846	0	0,035599	-0,01287	0	0,022892	0	-1,25	0	0
$\omega_2$	0,019808	0	0,053875	-0,11952	0	-0,06757	-0,00587	0	0,012216	-0,02042	0	0,001478	0	0	0	0
$\delta_2$	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q3}$	0,000801	0	0,02628	-0,01087	0	0,023229	-0,33629	0	-0,14933	0,042593	0	0,099818	0	0	-1,25	0
$\omega_3$	-0,0067	0	0,011579	-0,01705	0	0,006916	-0,11275	0	-0,04731	-0,03533	0	0,028819	0	0	0	0
$\delta_3$	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0	0	0	0
$E'_{q4}$	0,012864	0	0,029824	0,008457	0	0,031991	0,118665	0	0,105664	-0,40163	0	-0,16748	0	0	0	-1,25
$\omega_4$	-0,00315	0	0,013892	-0,01195	0	0,010599	0,022115	0	0,059755	-0,13818	0	-0,08425	0	0	0	0
$\delta_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	376,9911	0	0	0	0	0
$E_{fd1}$	59,37624	0	-6,41915	33,88026	0	0,795971	5,610995	0	0,976094	9,733165	0	4,647081	-100	0	0	0
$E_{fd2}$	21,13622	0	-10,6879	66,09848	0	3,82979	6,956086	0	1,133643	12,12556	0	5,724491	0	-100	0	0
$E_{fd3}$	4,946089	0	-0,24393	8,715364	0	2,116649	56,20982	0	-11,6006	37,62005	0	9,727904	0	0	-100	0
$E_{fd4}$	6,030745	0	-1,24359	11,06805	0	1,75805	18,88192	0	-11,9779	69,27246	0	11,46344	0	0	0	-100

