

**ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**Departamento de Engenharia de Produção**

**Trabalho de Formatura**

**UMA METODOLOGIA DE GESTÃO DE RISCO DE MERCADO**

**Fabio Mendes Dutra**

**Orientador: João Amato Neto**

**1997**

TF 1997  
J863m

***“It’s the Dad’O”***

## **AGRADECIMENTOS**

Ao professor João Amato Neto pela compreensão e orientação;

A todos os professores pelo desafio que me proporcionaram;

A Roberto Buscariolli e Marcelo Maziero cujos conhecimentos foram valiosos para elaboração deste trabalho;

A todos os funcionários do banco que direta ou indiretamente contribuíram com meu aprendizado;

A minha família pelo apoio em todos os momentos;

A Fernanda pelo carinho e paciência;

Aos amigos da Produção pela inestimável amizade;

Meus agradecimentos,

Fabio Mendes Dutra



## RESUMO

Este trabalho proporciona uma metodologia a partir da qual executivos podem mensurar e controlar as exposições de uma empresa aos riscos de mercado. Para tanto, sua fundamentação teórica está dividida em duas partes principais: Avaliação de Risco e Gestão de Risco. Introdução, Definições importantes e um Exemplo Numérico complementam o corpo do trabalho que pretende facilitar a compreensão dos modelos de Risco.

Ao longo dos capítulos são utilizados pontos e conceitos importantes de Probabilidade, Estatística, Pesquisa Operacional, Produtividade, Sistemas de Informação, Finanças e Engenharia Econômica no desenvolvimento da metodologia e para sustentar as adaptações e simplificações necessárias para sua aplicação à carteira de investimentos de um banco comercial.

Toda a estrutura proposta considera a utilização de recursos disponíveis mesmo em pequenas e médias empresas como microcomputadores e planilhas eletrônicas de cálculo, garantindo assim sua aplicabilidade.



## ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
Empresa.....	2
Diretoria Financeira – Tesouraria.....	3
Definição do Problema.....	4
Histórico.....	4
Ambiente Econômico.....	4
Sistema Produtivo.....	5
Objetivos do Trabalho.....	7
 <b>CAPÍTULO 2 – DEFINIÇÕES</b>	 <b>9</b>
Risco.....	10
Tipos de Risco Financeiro.....	11
Risco de Mercado.....	11
Risco de Crédito.....	12
Risco Legal.....	12
Risco de Liquidez.....	13
Risco Operacional.....	13
Gestão Global de Risco.....	14
Mercado Financeiro.....	15
Equilíbrio de Mercado.....	15
Produtos.....	16
Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI).....	17
Certificado de Depósito Bancário (CDB).....	17
Títulos Públicos.....	17
Swaps.....	18
Contratos Futuros.....	19
Futuro de Taxa de Juros.....	19
Futuro de Taxa de Câmbio.....	20
Opções.....	21

<b>CAPÍTULO 3 – AVALIAÇÃO DE RISCO DE MERCADO</b>	<b>22</b>
Metodologias de Cálculo de Risco.....	23
Introdução.....	23
Metodologias.....	24
Modelo Value-at-Risk (VaR).....	26
Conceito de Consolidação da Carteira.....	27
Vértices.....	27
Fatores de Risco de Mercado dos Ativos.....	28
Conceito e Cálculo de Volatilidades.....	29
Séries de Preços Unitários dos Ativos.....	30
Preços Unitários.....	30
Preços Unitários Sintéticos.....	32
Variações dos Preços Unitários de um Ativo.....	36
Desvio-Padrão da Série de Retornos.....	38
Volatilidade de um Ativo.....	39
Anualização da Volatilidade.....	39
Distribuição Normal.....	40
Teste de Aderência.....	42
Back-Testing.....	43
Cálculos de Consolidação da Carteira.....	44
Fluxo Original.....	44
Consolidação por Fator de Risco.....	44
Valor de Mercado da Carteira.....	45
Consolidação por Vértice.....	47
Cálculo de Risco.....	48
Risco Individual.....	49
Risco Global Não-Diversificado.....	49
Risco Global Diversificado.....	50
<b>CAPÍTULO 4 – GESTÃO DE RISCO DE MERCADO</b>	<b>52</b>
Introdução.....	53
Limites.....	54
Risco.....	55
Resultado.....	56
Controle de Performance.....	57
Modelo.....	57
Carteira, Produtos e Traders.....	59
Alocação Ótima de Recursos.....	60
Métodos de Otimização.....	64
Programação Matemática.....	64
Programação Matemática adaptada às Curvas de Utilidade... ..	66
Simulação.....	67

<b>CAPÍTULO 5 – EXEMPLO NUMÉRICO</b>	<b>70</b>
Avaliação de Risco.....	71
Cálculo de Volatilidades.....	71
Janela.....	71
Série de Preços Unitários Sintéticos.....	71
Série de Retornos.....	73
Desvio-Padrão.....	73
Nível de Confiança.....	73
Volatilidade.....	74
Consolidação da Carteira.....	75
Operações Marked-to-Market.....	75
Split.....	76
Cálculo de Risco.....	79
Risco Individual.....	79
Risco Global Diversificado.....	79
Gestão de Risco.....	81
Limites.....	81
Controle de Performance do Modelo.....	81
Alocação Ótima de Recursos.....	83
 <b>CAPÍTULO 6 - CONCLUSÃO</b>	 <b>85</b>
 <b>ANEXOS</b>	 <b>89</b>
Anexo A – Interpolação dos PU's nos vértices.....	90
Anexo B – Valorização dos ativos.....	92
Anexo C – Dedução de $\alpha$ .....	96
Anexo D – Resumo Volatilidades.....	98
Anexo E – Resumo dados.....	99
Anexo F – Valores presentes da Carteira Original.....	102
 <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	 <b>104</b>



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Organograma da Empresa.....	2
Figura 2.1 – Riscos Financeiros.....	14
Figura 3.1 – Consolidação da Carteira e Vértices.....	28
Figura 3.2 – Interpolação de Preços Unitários.....	33
Figura 3.3 – Interpolação Exponencial de Preços Unitários.....	34
Figura 3.4 – Interpolação Linear de Preços Unitários.....	34
Figura 3.5 – Retornos contínuos.....	36
Figura 3.6 – Intervalos de Confiança.....	41
Figura 3.7 – Distribuição dos Retornos Financeiros.....	42
Figura 3.8 – Kolmogorov – Smirnov.....	43
Figura 3.9 – Backtesting.....	43
Figura 3.10 – Fluxo Original.....	44
Figura 3.11 – <i>Mark-to-Market</i> .....	46
Figura 4.1 – Distribuição Hipotética de Limites.....	54
Figura 4.2 – Controle de Performance do Modelo.....	58
Figura 4.3 – Risco x Retorno.....	60
Figura 4.4 – Fronteira Eficiente.....	61
Figura 4.5 – Curvas de Indiferença.....	62
Figura 4.6 – Portfólio Ótimo.....	63
Figura 4.7 – Escolha de investimentos.....	63
Figura 4.8 – Otimização de Portfólio.....	67
Figura 4.9 – Seleção de Carteiras.....	69
Figura 5.1 – Split de duas operações.....	78

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Comparação entre Metodologias.....	25
Tabela 3.2 – Ativos e seus Fatores de Risco.....	29
Tabela 3.3 – Formadores de taxas e preços em Out/97.....	32
Tabela 3.4 – Fatores de Risco e seus Parâmetros de Mercado.....	33
Tabela 3.5 – Pontos de máximo.....	35
Tabela 3.6 – Consolidação por fator de risco.....	45
Tabela 4.1 – Composição x Cenários.....	68
Tabela 5.1 – Preços Unitários de DI Futuro.....	72
Tabela 5.2 – Preços Unitários nos Vértices.....	73
Tabela 5.3 – Retornos Diários.....	73
Tabela 5.4 – Obtenção da Volatilidade.....	75
Tabela 5.5 – Consolidação da Carteira.....	78
Tabela 5.6 – Risco por Vértice.....	80
Tabela 5.7 – Matriz de Correlações.....	81
Tabela 5.8 – Características dos Ativos.....	84
Tabela 5.9 – Composição, Risco e Retorno das Carteiras .....	84

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 3.3 – Erro % na aproximação da interpolação exponencial pela linear.	35
Gráfico 3.4 – Evolução do erro em função da taxa.....	36
Gráfico 5.1 – Fluxo Original.....	79
Gráfico 5.2 – Fluxo Consolidado.....	79
Gráfico 5.3 – Faixa de Aceitação.....	83
Gráfico 5.4 – Controle de Performance do Modelo.....	83



# CAPÍTULO 1

---

## **INTRODUÇÃO**

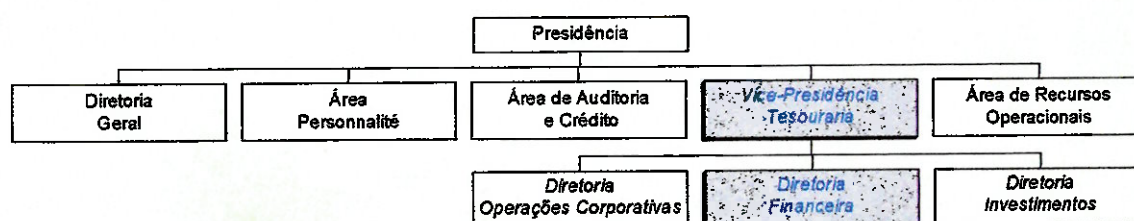
*Breve descrição da empresa, das  
características do problema e  
dos objetivos do trabalho*

## **EMPRESA**

A empresa onde o estágio foi realizado opera como Banco Múltiplo desde 1988 e recentemente teve seu controle acionário adquirido por um grande banco nacional de varejo. Os novos controladores mantêm a empresa como um banco autônomo, preservando sua atuação no mercado de produtos estruturados para financiamento, tanto em moeda nacional como estrangeira. Têm destaque as áreas de crédito, tesouraria e câmbio, junto à clientes de médio e grande portes.

Este ano, um aporte de capital elevou o patrimônio líquido do banco para 500 milhões de reais sobre um total de ativos de aproximadamente 3.500 milhões, solidificando sua posição entre as grandes instituições financeiras do país.

Possui uma rede de 33 agências distribuídas nas principais cidades do país: 26 na região Sudeste, 3 na região Centro-Oeste, 2 na região Sul e 2 na região Nordeste. Atualmente, aproximadamente 1000 funcionários compõe seu organograma, apresentado de forma simplificada na Figura 1.1:



**Figura 1.1 – Organograma da Empresa**  
Fonte: Documentação interna

***DIRETORIA FINANCEIRA - TESOURARIA***

A Tesouraria tem como responsabilidades básicas gerir os recursos próprios do banco e proporcionar liquidez à Área Comercial, utilizando-se, para tanto, de instrumentos financeiros como títulos públicos e privados de renda fixa, derivativos e mercado futuro<sup>1</sup>.

A gestão desses recursos é realizada com o apoio de modelagens que transformam as informações de mercado em informações de caráter gerencial. Deste modo, é necessário estabelecer referências consistentes e confiáveis que sirvam como ferramentas de apoio à decisão dos gestores.

Para tanto, são criados modelos matemáticos que devem retratar fielmente os efeitos financeiros decorrentes de cada operação realizada, de forma que seus impactos possam ser registrados através de indicadores de desempenho.

Outro fator importante é a existência de um sistema de informação capaz de receber os dados brutos, processá-los e produzir novas informações com o grau de agregação adequado a cada nível hierárquico. Isto é, os altos escalões recebem relatórios com alto nível de informação agregada, pois serão utilizados para fins de decisão estratégica, enquanto que, os escalões operacionais trabalham com informações desagregadas e de aplicação direta.

A utilização conjunta e direcionada da capacidade do pessoal, dos modelos matemáticos e dos sistemas de informação deve propiciar condições favoráveis para que novas oportunidades de melhoria sejam criadas ou identificadas dentro da Tesouraria.

---

<sup>1</sup> As propriedades e características de cada uma destas classes de produtos estão descritas no Capítulo 2 em Mercado Financeiro – Produtos.



## ***DEFINIÇÃO DO PROBLEMA***

### **Histórico**

O mercado financeiro mundial vem passando, nas últimas duas décadas, por drásticas modificações com o advento de novos instrumentos de investimento. Produtos complexos, como derivativos, estão produzindo uma nova dinâmica na busca de oportunidades de ganhos, por poderem ser empregados tanto para alavancagem (aumentando o risco) como para *hedge*<sup>2</sup> (diminuindo o risco). A contra-partida é o risco de colapso do mercado, uma vez que, seus participantes vivenciam uma interdependência crescente e problemas isolados podem se disseminar afetando todo o sistema.

Conscientes dessa possibilidade, os órgãos regulamentadores procuram estabelecer regras e procedimentos que assegurem a saúde financeira das instituições e do mercado. Tais exigências legais incluem a divulgação de medidas de avaliação de risco e a manutenção de reservas para cobrir as despesas com eventuais perdas.

Em abril de 1995, o Comitê da Basileia publicou um documento sugerindo uma metodologia de mensuração de risco de mercado, ou seja, risco decorrente de oscilações dos parâmetros de mercado. Essa atitude reflete a obsolescência das ferramentas tradicionais de controle de risco frente a evolução dos produtos financeiros.

### **Ambiente Econômico**

Nos últimos anos, grandes escândalos internacionais protagonizados por instituições como Barings Bank, Orange County, Metallgesellschaft, Procter&Gamble e Bankers Trust conduziram a Gestão de Risco a uma posição de destaque. Algumas das maiores entidades financeiras do mundo perderam bilhões de dólares no mercado financeiro, por não possuírem um monitoramento adequado de sua exposição aos riscos de mercado, em geral, associados à utilização dos derivativos.

---

<sup>2</sup> O *hedge* consiste em realizar operações que limitem as perdas potenciais de alguma outra.

Após a estabilização econômica, propiciada pelo Plano Real, essa polêmica passou a ser relevante no Brasil. As instituições financeiras estão procurando instrumentos de mercado mais sofisticados e complexos em detrimento das operações convencionais que eram apoiadas na ciranda inflacionária e em enormes *spreads*<sup>3</sup>, cada dia mais difíceis de conseguir.

Também é de grande importância a acelerada globalização dos mercados de capitais, onde os *benchmarks* são referências mundiais e não mais locais e, portanto são exigidos índices de comparação de desempenho padronizados. Assim, investidores podem analisar diferentes empresas que atuam em diferentes mercados sob a garantia de empregarem um denominador comum.

As conseqüências práticas das mudanças apontam para a necessidade de avaliar e gerir, consistentemente, as exposições ao risco de mercado a que uma empresa está sujeita.

Por outro lado, os gestores de recursos vêm percebendo que um bom modelo de avaliação e controle de riscos deve se tornar um fator de vantagem competitiva, permitindo maiores exposições a riscos (e conseqüentemente, possibilidade de resultados maiores), sem comprometer a saúde financeira da instituição.

### Sistema Produtivo

O sistema produtivo da Tesouraria é análogo ao de uma indústria:

- os insumos são os recursos próprios do banco e os produtos financeiros;
- o processo produtivo é representado pelas operações de mercado, realizadas segundo modelos matemáticos e procedimentos pré-estabelecidos, que são as ferramentas da produção e;
- o produto final que é o resultado financeiro obtido.

---

<sup>3</sup> Diferença entre o custo do dinheiro para aplicação e captação.

Como em qualquer sistema produtivo, existe uma variabilidade inerente ao processo, que inevitavelmente afetará a qualidade do produto final. O problema se traduz exatamente em controlar essa variabilidade. O objetivo é que o produto final atenda a determinadas especificações e características, satisfazendo, o cliente, seja ele interno ou não.

No caso da Tesouraria, a variabilidade é composta por uma série de fatores que devem ser acompanhados, de forma que se possa obter uma estimativa da variação gerada por sua ação conjunta.

Da mesma forma que se observa em uma indústria, o controle desta variabilidade permite que sejam minimizadas as diferenças entre o resultado planejado e o alcançado. Entretanto, existe uma etapa precedente ao controle que consiste em determinar os patamares vigentes de variabilidade e encontrar pontos falhos no processo.



## ***OBJETIVOS DO TRABALHO***

O objetivo do trabalho é fornecer, às empresas que aplicam seus recursos em instrumentos do mercado financeiro, uma metodologia que possa ser empregada como ferramenta de Gestão de Riscos de Mercado, avaliando sua exposição em termos monetários<sup>4</sup> e auxiliando a tomada de decisão, estratégica ou operacional, proativa ou reativa.

Obras anteriores, tratando do assunto, concentraram-se nos modelos e na mensuração teórica dos riscos e não em sua utilização prática e aplicação como suporte à decisão. Especificamente no caso de uma carteira de investimentos de um banco comercial é de fundamental importância a realização de adaptações que tornem a utilização destes modelos viável.

A contribuição deste trabalho está em tratar a Gestão de Risco de forma aplicada adequando a literatura existente a um banco comercial e propondo formas de gerir seu portfólio.

Em qualquer sistema de produção, em que a partir de certos recursos seja gerado um produto, mediante a realização de certas operações de transformação, é necessário que haja uma administração. Essa administração do sistema é composta por Planejamento e Controle.

No Planejamento será estabelecido como deverá ocorrer o uso dos recursos. Devido à dinâmica e incerteza e à operação do sistema, a execução raramente coincidirá com o que foi planejado.

A função de Controle avalia as diferenças entre planejado e executado e delibera providências, quando preciso. Para a realização do Controle devem ser utilizados Indicadores de Desempenho, monitorados ao longo do tempo (evolução) e comparados com os dados da concorrência (*benchmarking*), uma vez que os números isolados agregam pouca informação.

---

<sup>4</sup> Benefício decorrente do uso do modelo VaR (*Value-at-Risk*)

A metodologia proposta será utilizada diariamente na carteira de recursos próprios do banco, garantindo que os limites de variabilidade estabelecidos sejam respeitados e que as decisões tomadas concorram para que as metas previstas sejam alcançadas ou superadas.

A seguir é descrita brevemente a estrutura e a organização do trabalho que é definida fundamentalmente por 5 grandes blocos: Definições; Avaliação de Risco; Gestão de Risco; Exemplo Numérico e Conclusão.

No Capítulo 2, são caracterizados os principais tipos de risco, ênfase dada aos riscos financeiros, e são descritos os principais instrumentos financeiros utilizados pelo banco na aplicação de seus recursos próprios.

No Capítulo 3, é apresentada a primeira parte da metodologia que consiste em avaliar o Risco de Mercado a que a empresa está exposta. Este procedimento está baseado no modelo conhecido como *RiskMetrics*, proposto em 1994 pelo banco JPMorgan, que é o mais utilizado pelo mercado financeiro internacional, constituindo-se em importante padrão de comparação entre os bancos. Este modelo tem sido constantemente aperfeiçoado e em Novembro de 1995 foi publicada sua quarta e mais recente versão.

No Capítulo 4, é apresentada a segunda parte de metodologia caracterizada pela Gestão de Risco de Mercado, onde são definidos limites que possam garantir a saúde financeira da empresa; são apresentadas medidas de *performance* e estabelecidos os controles. Neste capítulo são elaborados, também, procedimentos que procuram otimizar a alocação de recursos em função do binômio Risco – Retorno.

No Capítulo 5, é realizado um exemplo numérico simplificado de utilização da metodologia com propósito elucidativo e para averiguar sua adequação às condições reais existentes.

Finalmente, no Capítulo 6, são apresentadas considerações finais em relação ao funcionamento e aos pontos críticos da metodologia, além de sugestões para que esse tema complexo possa ser aprofundado e completado, trazendo maior transparência e credibilidade ao mercado financeiro nacional.

# CAPÍTULO 2

---

## **DEFINIÇÕES**

*Caracterização dos diferentes  
tipos de risco e de produtos  
financeiros importantes*



## RISCO

A partir dos conceitos elaborados por diversos autores como SECURATO(1996), DUARTE JÚNIOR(1996), LIMURA(1996), RiskMetrics(1996) e JORION(1997) pode-se definir:

RISCO É QUALQUER VARIAÇÃO POTENCIAL ADVERSA AOS INTERESSES DA EMPRESA.

Ainda segundo esses autores, empresas estão sujeitas a três tipos de risco: de negócios, estratégicos e financeiros.

Risco de Negócio é aquele que a empresa assume deliberadamente para criar vantagem competitiva e agregar valor para os acionistas. Está diretamente relacionado ao mercado de atuação e envolve inovação tecnológica, projeto do produto e marketing. Em qualquer atividade a administração do risco de negócio é uma *core competency*.

Risco Estratégico é resultante de alterações profundas no cenário político-econômico, desviando a economia e o mercado para direções fundamentalmente distintas das previstas na estratégia da empresa. Este tipo de risco, de difícil combate, pode ser amenizado pela diversificação de produtos e de mercados.

Risco Financeiro se refere às possíveis perdas no mercado financeiro. A exposição a este tipo de risco pode ser avaliada, permitindo que seja cuidadosamente controlado e que se possa planejar as perdas em função de inevitáveis movimentos adversos de mercado.

Ao longo deste trabalho serão tratados os aspectos relacionados ao Risco Financeiro que pode ser mensurado quantitativamente através de ferramentas matemático-financeiras. O processo onde esses vários fatores de risco são identificados, medidos e controlados é conhecido como Gestão de Risco.

### ***TIPOS DE RISCO FINANCEIRO***

O Risco Financeiro é consequência de um número indefinido de variáveis que segundo RiskMetrics(1996) e JORION(1997) podem ser agrupadas em 5 categorias principais:

#### ***Risco de Mercado***

Risco de mercado é definido como perdas potenciais ocasionadas por flutuações adversas nos preços de mercado dos ativos financeiros e é decorrente de variações nos preços e nas volatilidades<sup>1</sup>. Portanto, é importante entender a dinâmica do preço do ativo em função das condições do mercado. Esses preços são determinados de duas formas:

- Diretamente pelo mercado, pela lei de oferta e demanda, ou seja, quanto maior a demanda maior o preço ou quanto menor a demanda menor o preço. Como exemplos deste tipo de ativo temos ações, dólar spot e contratos futuros<sup>2</sup>.
- Indiretamente, utilizando-se uma função matemática que leve em consideração fatores de mercado (preços, taxas, volatilidades, prazos, etc). Como exemplos temos opções e títulos de renda fixa sem liquidez.

Quando um fator de mercado tem um comportamento não totalmente previsível, isto é, aleatório, ele é chamado de Fator de Risco. Todo ativo financeiro de risco tem um ou mais fatores de risco influenciando seu preço.

Eventualmente, o fator de risco é o próprio preço do ativo, como é o caso de ativos com preços definidos diretamente pela lei de oferta e demanda (ex.: ações). Podemos dividir os fatores de risco de mercado em quatro grandes categorias: ações, câmbio, juros (locais e internacionais) e *commodities*.

Essas categorias agrupam produtos com características financeiras notadamente diferentes e que devem ser tratados de formas distintas.

---

<sup>1</sup> A própria variabilidade do processo está sujeita à variações.

<sup>2</sup> Contratos Futuros também podem ter seus preços determinados indiretamente devido à problemas de liquidez insuficiente.

### Risco de Crédito

Risco de crédito está relacionado às perdas potenciais decorrentes do não cumprimento das obrigações ou compromissos de uma contraparte. Neste caso, as perdas correspondem aos recursos que não serão recebidos. Pode ser dividido em três grupos:

- Risco do país - devido à moratórias
- Risco político - quando existem restrições ao livre fluxo de capital entre países, estados e municípios. Pode ocorrer após eleições, novas políticas econômicas e golpes militares.
- Risco da falta de pagamento - quando uma das partes de um contrato deixa de honrar os compromissos assumidos.

Somente ativos e *swaps*<sup>3</sup> estão expostos a esse tipo de risco, que pode ser medido pelo nível de taxa que a contraparte aceita pagar ou por informações a respeito da sua qualidade de crédito.

### Risco Legal

Risco Legal se deve às perdas potenciais originadas por operações cuja legalidade possa ser contestada por órgãos reguladores ou clientes, através de processos judiciais. Podem ser incluídos riscos de perdas devido à documentação insuficiente, insolvência, ilegalidade, falta de representatividade e/ou autoridade por parte do negociador, etc. Muitas vezes operações estruturadas e apoiadas em brechas da legislação, ou em interpretações menos conservadoras das leis, podem ser enquadradas como ilegais.

O valor em risco é baseado nos valores das taxas, multas e indenizações que a empresa possa ter que pagar, na hipótese de perder os processos movidos por operações consideradas fora dos padrões.

---

<sup>3</sup> Operações onde cada uma das partes remunera um principal segundo indexadores diferentes. Ver neste Capítulo em Mercado Financeiro – Produtos.



### *Risco de Liquidez*

Risco de Liquidez é caracterizado pela incapacidade da empresa honrar seus compromissos nas datas acordadas em contrato. Pode ocorrer sob duas situações:

- Liquidez de produto/mercado, ou seja, não há liquidez para que determinados contratos sejam negociados a preços de mercado devido a atividade insuficiente.
- Liquidez de fluxo de caixa, isto é, falta de disponibilidade financeira para honrar os compromissos assumidos.

Tais riscos podem ser eliminados através de um bom planejamento, da atribuição de limites de operação de certos produtos e mercados e/ou da diversificação.

### *Risco Operacional*

Risco Operacional está relacionado às perdas potenciais provenientes de sistemas e/ou controles inadequados, falhas de gerenciamento, fraudes e erros humanos. Pode ser dividido em três áreas:

- Risco organizacional - está relacionado a uma organização ineficiente, ou seja, a uma administração inconsistente e sem definição de objetivos de longo prazo, com fluxo de informações deficiente, responsabilidades mal definidas, fraudes, etc
- Risco de operações - se refere a problemas de sobrecarga de sistemas (telefônico, elétrico, computacional, etc), processamento e armazenamento de dados, procedimentos falhos, etc
- Risco de pessoal - diz respeito a problemas com empregados não qualificados e / ou pouco motivados, por exemplo.

### ***GESTÃO GLOBAL DE RISCO***

Atualmente os esforços estão concentrados para medir o risco de mercado, mas segundo o conceito de Gestão Global de Risco<sup>4</sup>, um bom modelo deve ser capaz de apurar todos os tipos de risco financeiro a que uma empresa está exposta. Deste modo, o impacto de qualquer falha no sistema de gerenciamento de recursos poderia ser rastreado e identificado ao longo de toda a empresa.

Todos os tipos de risco financeiro estão profundamente interrelacionados, podendo em alguns casos ser confundidos, conforme apresentado na figura a seguir:

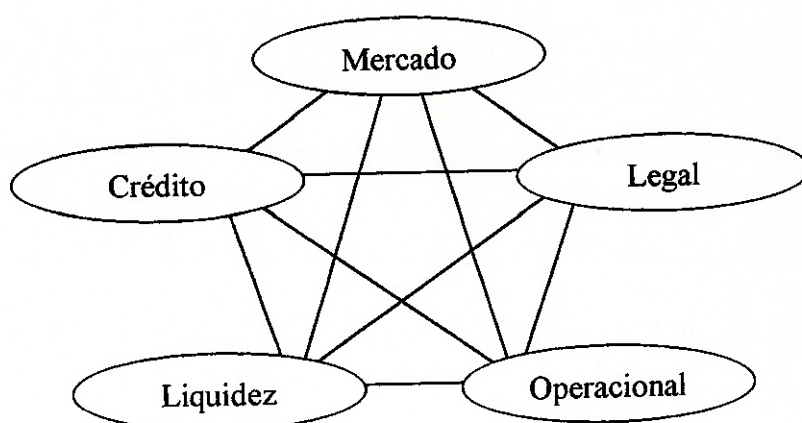


Figura 2.1 – Riscos Financeiros  
Adaptado de DUARTE JÚNIOR(1996)

---

<sup>4</sup> Do original, em inglês, *Firmwide Risk Management*.

## MERCADO FINANCEIRO

### *EQUILÍBRIO DE MERCADO*

O conceito de equilíbrio de mercado, no âmbito financeiro, significa que movimentos nos preços ou taxas de ativos tendem a ser amortecidos ou compensados por movimentos opostos realizados por outros investidores.

Por exemplo, se houver uma oportunidade de ganho devido à subavaliação no preço de um determinado ativo, os investidores comprarão unidades deste mesmo ativo até que seu preço suba o suficiente para que não seja mais atrativo.

O equilíbrio de mercado é importante por evitar que ocorram distorções extremas, onde seja possível obter resultados elevados à níveis de risco baixos ou nulos, durante períodos de tempo consideráveis, garantindo condições de atuação iguais para todos os agentes do mercado

A ocorrência do equilíbrio depende, segundo BRITO *apud* SECURATO(1996), da eficiência dos mercados em três níveis:

- Informacional – quando as informações geradas no ambiente econômico são instantaneamente refletidas sobre os preços, devido à mesma facilidade de acesso por qualquer agente de mercado;
- Alocacional – quando nem investidores nem captadores podem impor preços à outra parte, caracterizando a concorrência perfeita;
- Operacional – quando não existem ou são reduzidos custos de transação, que podem inibir ou inviabilizar uma operação.



## ***PRODUTOS***

O mercado financeiro apresenta uma grande variedade de produtos, porém, apenas parte deles será abordada nesta seção. Serão descritos, a partir de documentação interna e FORTUNA(1997), apenas os instrumentos de maior participação na composição das operações da Tesouraria do banco, são eles:

### ***Renda Fixa***

- Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI)
- Certificado de Depósito Bancário (CDB)
- Títulos Públicos

### ***Derivativos***

- *Swaps*
- Contratos Futuros
- Opções

### ***Câmbio***

- US\$ Spot

### Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI)

O CDI é um título privado de renda fixa, emitido por uma instituição financeira para captar recursos no mercado interbancário. É uma opção de captação ou aplicação de alta liquidez no curto prazo, onde o montante da negociação é corrigido pela taxa pactuada entre as instituições. O CDI é largamente utilizado como ferramenta de ajuste de liquidez pelas instituições que aplicam excedentes de curto prazo ou captam recursos para saldar obrigações.

### Certificado de Depósito Bancário (CDB)

O CDB é um título privado de renda fixa, emitido por uma instituição financeira para captação de recursos com clientes. O emissor utiliza o capital do aplicador, por um período determinado, após o qual o montante será resgatado corrigido pelo indexador acordado. São mais comuns os CDB's pré-fixados, cujo prazo mínimo de depósito é 30 dias e o valor que será resgatado é conhecido quando a operação é realizada.

O objeto de negociação deste produto é a taxa anual de juros, composta, e baseada no ano de 360 dias corridos. O produto deve ser valorizado a taxas de mercado (*marked-to-market*), ou seja, um CDB cuja aplicação rende 20% a.a. enquanto o mercado cota tal produto a 21% a.a. (custo de oportunidade) significa um resultado negativo para o banco em relação ao mercado. O valor presente de mercado é obtido descontando-se o valor futuro do produto à taxas de mercado.

### Títulos Públicos

Títulos Públicos são títulos de renda fixa emitidos pelo governo com a finalidade de captar recursos para controle da política monetária, servindo como ferramenta de ajuste de liquidez do mercado.

As principais diferenças em relação ao CDB são o emissor, a forma de oferta e o objeto de negociação. Esses títulos são ofertados ao mercado através de leilões, divulgados em editais, realizados às terças-feiras pelo Banco Central do Brasil com liquidação financeira às quartas-feiras.

O prazo mínimo desses títulos é de 28 dias e o objeto de negociação é uma taxa *over média*, que é uma taxa de juros ao dia útil multiplicada por 30 (dias corridos do mês comercial).

O valor de resgate de títulos públicos, no vencimento, é R\$ 100.000,00, seu valor de face. Portanto, são comprados por valores inferiores que definem a taxa de juros efetiva até a liquidação. Essa taxa é dada pela diferença percentual entre o valor de face e o preço de compra.

### Swaps

O *Swap* é um contrato realizado entre duas instituições, onde um principal de referência é corrigido por indexadores de mercado diferentes, escolhidos por cada uma delas. No vencimento do contrato, ou na data de ajuste<sup>5</sup>, a parte que obteve maior rendimento recebe a diferença entre os fluxos de caixa imaginários.

Em operações desse tipo, uma das partes assume um ativo (principal de referência), corrigido pelo indexador 1 e um passivo corrigido pelo indexador 2, enquanto a outra parte assume a posição inversa. No vencimento do contrato, o principal corrigido por ambas as taxas é comparado e a diferença é apurada, sendo que, se o valor resultante da correção pelo indexador 1 for maior, a parte que possui o ativo será credora da diferença, caso o valor seja menor esta parte será devedora.

O maior volume de negócios de *swap*, no mercado financeiro nacional, é realizado entre Pré e US\$. O *Swap* é muito utilizado por empresas que praticam comércio exterior, tanto exportação como importação, ou que tenham créditos ou débitos em moeda estrangeira como forma de proteção contra flutuações cambiais.

---

<sup>5</sup> Os ajustes ou acertos de margem são realizados periodicamente para que sejam pagas as variações dos indexadores acumuladas no período. É uma forma de reduzir a possibilidade de que a capacidade de pagamento das partes seja excedida.



Por exemplo, um importador que tenha uma dívida atrelada à variação de US\$ pode se proteger contra uma desvalorização da moeda nacional contratando um *Swap* US\$ x CDI, onde o contratante paga a variação do CDI e recebe a variação cambial. A diferença entre as duas variações é o prêmio a ser pago pelo seguro que o *Swap* representa.

### *Contratos Futuros*

Contratos futuros são acordos de negociação futura de um determinado ativo. Os Contratos Futuros são intermediados pela Bolsa de Valores, que compra os contratos de todos os vendedores e os vende para todos os compradores, de forma que seu saldo seja zero, como se os negócios tivessem sido realizados diretamente.

Para tornar tal processo possível, a Bolsa realiza uma padronização das características do ativo, garantindo que seu preço seja a única variável negociada. Os ativos negociados podem ser desde Boi Gordo até moeda estrangeira. Como na Bolsa é negociado o preço do ativo, podem ser comprados e vendidos contratos futuros de ativos que não existem fisicamente, como índices ou mercadorias que ainda não foram produzidas.

Esses contratos não exigem desembolso de capital no momento do acordo, motivo pelo qual foram criados os mecanismos de depósito de margem e ajuste diário. O depósito de margem consiste na realização de um depósito diretamente proporcional ao valor da posição, garantindo que os compromissos assumidos possam ser honrados. O ajuste diário consiste em atualizar, diariamente, o preço das posições a valor de mercado, como se o contrato vencesse no dia e fosse reaberto no dia seguinte, pagando-se ou recebendo-se a diferença entre o início e o final do dia.

### *Futuro de Taxa de Juros*

Os Contratos de Futuro de Taxa de Juros são mais conhecidos no mercado como futuros de DI, pois nestes contratos negocia-se o Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI) de 1 dia, ou seja, a taxa de juros CDI *over* praticada.

A sua negociação na Bolsa de Valores ocorre em função do preço unitário (PU) definido para cada contrato, sempre igual a 100.000 pontos no vencimento (cada ponto equivale a R\$ 0,50 na Bolsa de Mercadorias e Futuros, BM&F). Os vencimentos são no primeiro dia útil de cada mês e determinam as séries de futuro de DI, por exemplo, o contrato que vence no dia 3 de novembro caracteriza a série de novembro.

O mercado mantém, geralmente, várias séries de futuro de DI em aberto, negociando contratos com diferentes datas de vencimento, desde a mais próxima até 5 ou 6 meses adiante.

O valor presente de mercado de cada contrato é obtido descontando-se o PU de vencimento pelo valor esperado da taxa efetiva acumulada do CDI *over* para o período.

### ***Futuro de Taxa de Câmbio***

Neste contrato negocia-se a taxa de câmbio (valor de conversão) de uma moeda estrangeira para a nacional. Os contratos mais negociados na BM&F são os futuros de Dólar Comercial que tem o PU inicial igual a 1000 pontos (cada ponto equivale a R\$ 20,00) e o PU no vencimento igual ao valor do ativo dólar *spot* (no mercado à vista) multiplicado por 1000.

Os vencimentos destes contratos são no primeiro dia útil de cada mês e determinam as séries de futuro de US\$. O mercado mantém, geralmente, várias séries de futuro de US\$ em aberto, negociando contratos com diferentes datas de vencimento, desde a mais próxima até 2 ou 3 meses adiante, quando o contrato deixa de ter liquidez e, portanto, não é negociado regularmente.

O valor da taxa de câmbio, no mercado à vista, pode ser obtida junto ao Sistema Informatizado do Banco Central (SISBACEN), na transação PTAX800<sup>6</sup>, opção 5L.

---

<sup>6</sup> Daí decorre o fato de o valor do Dólar Comercial do dia ser conhecido, no mercado financeiro, por PTAX

## Opções

No mercado brasileiro são negociadas opções de compra (*call*) e opções de venda (*put*). Uma opção de compra é um contrato onde o titular tem o direito, mas não a obrigação de comprar um ativo pelo preço previamente acertado; enquanto que o lançador da opção (quem vende a opção de compra) tem a obrigação de vender o ativo por aquele preço, caso o portador exerça sua opção (utilize o seu direito de compra). Uma opção de venda é um contrato onde o titular tem o direito, mas não a obrigação de vender um ativo pelo preço previamente acertado; enquanto que o lançador da opção (quem vende a opção de venda) tem a obrigação de comprar o ativo por aquele preço, caso o portador exerça sua opção.

Uma opção é definida por um ativo subjacente, que é o ativo ao qual a opção se refere; por um prêmio, que é valor pago pela aquisição do direito (opção) de compra ou venda; um preço de exercício, que é o valor combinado para a negociação do ativo subjacente, no vencimento; e uma data de exercício, que é a data de vencimento do contrato, quando a opção será exercida ou não.

Uma opção de compra gera lucro para o comprador quando, na data de exercício, o valor de mercado do ativo subjacente for maior que o preço de exercício, permitindo que o portador da opção adquira o ativo adjacente a preço inferior ao de mercado. Obviamente, a opção de venda produz lucro para o comprador sempre que, na data de exercício, o valor de mercado do ativo subjacente for inferior ao preço de exercício.

Nos dois casos, independentemente do valor do ativo adjacente na data de exercício, o comprador da opção teve o prêmio como despesa. Para o lançador da opção os ganhos são limitados ao prêmio, enquanto os prejuízos possíveis são ilimitados. Da mesma maneira, o comprador tem ganhos ilimitados, enquanto, as possíveis perdas são limitadas ao prêmio pago pela aquisição da opção.



# CAPÍTULO 3

---

***AVALIAÇÃO DE RISCO DE MERCADO***  
*Apresentação do modelo VaR*  
*(Value-at-Risk), seus elementos e*  
*adaptações realizadas*

## METODOLOGIAS DE CÁLCULO DE RISCO

### INTRODUÇÃO

Três conceitos importantes sobre um investimento no mercado financeiro são: retorno, incerteza e risco. Retorno pode ser entendido como a apreciação do capital ao final do horizonte de investimento. As incertezas, associadas ao retorno que efetivamente será obtido ao final desse horizonte, têm sua medida numérica dada pelo risco.

Condensando as definições de DUARTE JÚNIOR(1996), RiskMetrics(1996) e JORION(1997) pode-se dizer que:

RISCO DE MERCADO É O VALOR DAS PERDAS POTENCIAIS OCASIONADAS POR FLUTUAÇÕES ADVERSAS NOS PREÇOS DOS ATIVOS FINANCEIROS, DURANTE O *HOLDING PERIOD*<sup>1</sup>.

Estimar o Risco de Mercado a que uma instituição está exposta é importante por uma série de motivos:

*Informação gerencial.* A alta gerência é mantida informada sobre a exposição ao risco de mercado produzido por operações e investimentos, podendo definir a manutenção ou reversão das estratégias adotadas.

*Definição de limites.* O limite das posições em função do risco permite que operações realizadas com diferentes produtos e/ou mercados possam ser comparadas sob um denominador comum.

*Alocação de recursos.* Posições podem ser tomadas, de forma a minimizar o quociente risco/retorno, portanto, pode-se escolher o investimento de melhor retorno que ofereça um determinado risco ou aquele que ofereça o menor risco para um certo retorno.

---

<sup>1</sup> Período necessário até que se consiga imunizar a carteira, através da reversão das posições ou de *hedge*, ou seja, até que a carteira não seja sensível às oscilações que gerariam perda.

*Avaliação de performance.* Pode-se comparar o desempenho de produtos, operações e *traders*<sup>2</sup> a partir das informações fornecidas por indicadores, que relacionam variabilidade estimada e real e ganhos e perdas.

*Exigência legal.* As instituições financeiras deverão manter reservas proporcionais a sua exposição ao risco, para cobrir eventuais despesas com perdas. Devem, portanto, manter os órgãos regulamentadores informados.

### ***METODOLOGIAS***

As metodologias para estimação do risco requerem conhecimentos sobre O funcionamento dos mercados de interesse, alguma sofisticação matemática, sistemas computacionais e informações confiáveis. Existem diferentes formas de medir este risco e o modelo estudado ao longo deste trabalho será o VaR (*Value-at-Risk*, Valor em Risco), que mede risco de mercado absoluto, ou seja, perdas de uma carteira de investimentos.

O VaR de uma carteira é uma medida de quanto esta poderá depreciar-se durante um determinado horizonte de tempo, com certa probabilidade.

Existem três metodologias principais para o cálculo do VaR:

- Analítica;
- Simulação histórica;
- Simulação de Monte Carlo.

Em comum, as três metodologias necessitam de um horizonte para o cálculo do risco, de um nível de significância e dos preços e taxas relacionados aos ativos/passivos da carteira. Uma análise comparativa das vantagens e desvantagens de cada metodologia pode ser vista a seguir, na Tabela 3.1:

---

<sup>2</sup> Operadores das Mesas de Negócios das instituições que investem no mercado financeiro.



	Analítica	Simulação histórica	Simulação Monte Carlo
Dificuldade de implementação	Média	Média	Alta
Dificuldade de assimilação	Média	Média	Alta
Complexidade computacional	Média	Média	Alta
Tempo de execução	Médio	Médio	Alto
Hipóteses simplificadoras	Muitas	Poucas	Algumas
Carteiras com não linearidades	Ruim	Boa	Boa
<i>Stress Testing</i>	Ruim	Boa	Boa

**Tabela 3.1 – Comparação entre Metodologias**  
Adaptado de DUARTE JÚNIOR(1996)

A qualquer instituição que não tenha intimidade com modelos matemáticos de cálculo de risco, recomenda-se a utilização da metodologia analítica. Esta metodologia é vista como primeiro passo no entendimento dos princípios fundamentais do cálculo de risco e como etapa primordial de mudança cultural.

Esse esforço de mudança de cultura exige: envolvimento da alta administração, criação de estrutura específica de gestão de risco, modelo matemático-financeiro para análise de preço e risco, interligação eficiente e completa dos sistemas de informação das instituições financeiras, acesso *on line* a informações de mercado, formas padronizadas de controle de operações, critérios de precificação de ativos a mercado, etc. A metodologia deve ser constantemente refinada, garantindo a evolução do modelo em relação tanto aos conceitos como aos processos.

A reduzida exigência computacional também é um fator que privilegia a adoção da metodologia analítica, uma vez que, os tomadores de decisão exigem informações disponíveis em espaços de tempo reduzidos, a fim de definir suas estratégias de atuação tão logo quanto possível.

A existência de muitas hipóteses simplificadoras na metodologia analítica facilita sobremaneira a compreensão do processo, permitindo que este seja assimilado mais rapidamente, o que é fator determinante na motivação do pessoal e serve como preparação para o desenvolvimento de ferramentas mais sofisticadas.

Em uma etapa subsequente de implantação, devem ser adotados modelos específicos para tratamento de carteiras com não linearidades como opções e, para realização de *Stress Testing*, avançando, desta forma, na direção de um modelo de Gestão de Risco integrado e completo.

## MODELO *VALUE-AT-RISK* (VAR)

O grande destaque do modelo original proposto em RiskMetrics(1996) é a tradução das exposições de uma empresa ao risco para as mesmas grandezas em que é expresso o resultado, ou seja, o risco é dado como perda potencial em unidades financeiras. Deste modo, o trabalho do gestor de recursos passa a ser apoiado por informações palpáveis e comparáveis com os padrões aos quais ele está habituado. Assim, as operações podem ser avaliadas em função do retorno que proporcionariam para uma dada perda potencial.

Esse modelo, de forma geral, utiliza:

- para cálculo dos riscos **individuais** de cada ativo: volatilidades históricas<sup>3</sup> dos preços e;
- para cálculo do risco **global** de uma carteira: Teoria da Diversificação de Carteiras, proposta por Markovitz<sup>4</sup>.

A realização dos cálculos acima pressupõe algumas hipóteses que serão descritas ao longo dos itens seguintes. Tais hipóteses abrangem conceitos estatísticos e financeiros que justificam as adaptações realizadas para estimação do VaR, de forma a permitir seu uso na carteira de um banco comercial.

A aplicação do modelo original sobre uma carteira composta com milhares de ativos (cada operação existente é um ativo) seria inviável, devido à excessiva carga computacional e à complexidade e volume de informações necessárias para alimentar as bases de dados.

Com o intuito de apresentar uma metodologia clara e compreensível, a estrutura do modelo será desenvolvida segundo a ordem cronológica que deve ser obedecida durante sua implementação.

---

<sup>3</sup> Medida de variação de preços baseada no comportamento histórico das séries.

<sup>4</sup> Markovitz, Harry. *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. New York, John Wiley&Sons, 1959.



### **CONCEITO DE CONSOLIDAÇÃO DA CARTEIRA**

O conceito de consolidação da carteira é uma das adaptações realizadas sobre o modelo *RiskMetrics*, com o objetivo de tornar a utilização prática do modelo mais simples. A proposta dessa simplificação é concentrar o fluxo de ativos do banco em pontos equiespaçados no tempo, denominados vértices, resultando em uma carteira consolidada equivalente a carteira original, ou seja, que proporciona ao banco o mesmo risco e o mesmo resultado.

O fluxo de vencimentos é agregado segundo o conceito de Ativo Financeiro Equivalente, que são aqueles que têm exatamente o mesmo comportamento financeiro, ainda que comercialmente ou juridicamente diferentes.

#### **Vértices**

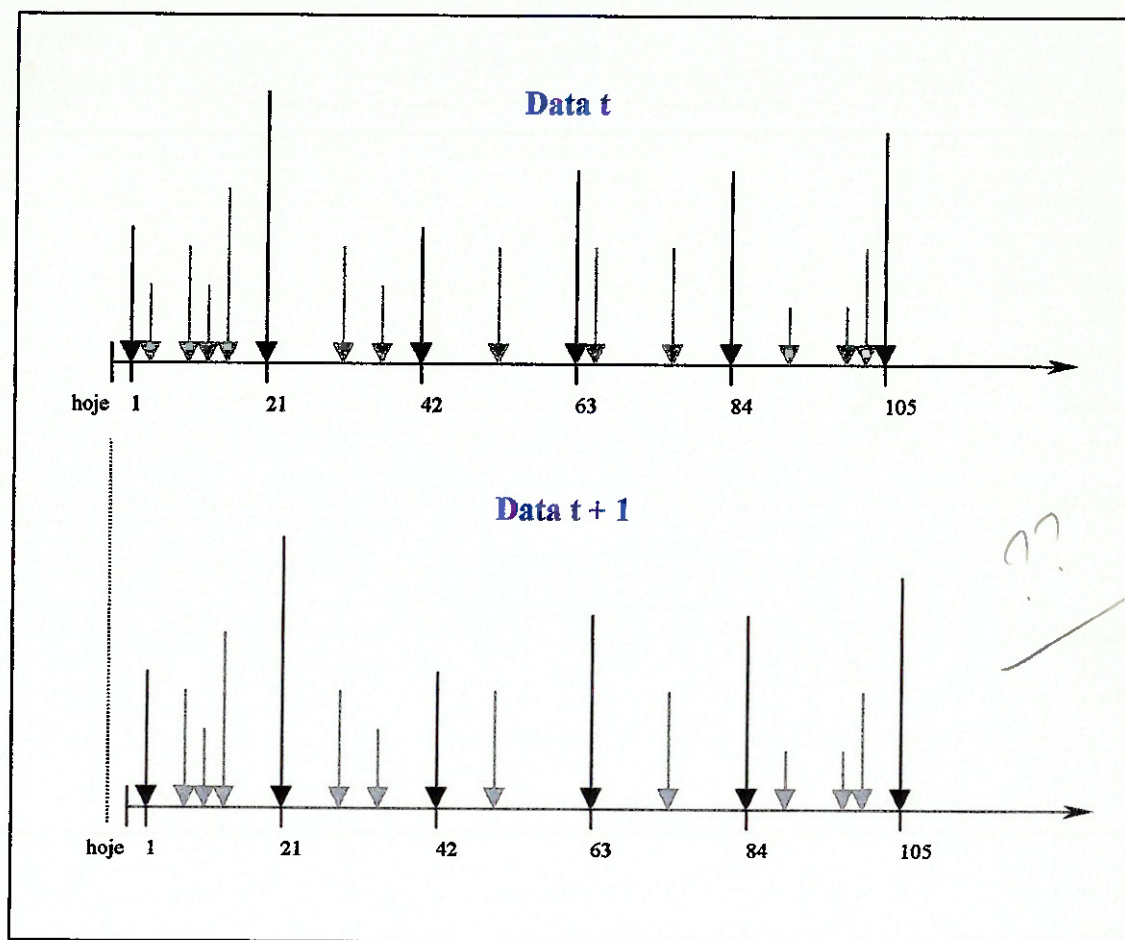
Os vértices são definidos como pontos na reta do tempo com espaçamento uniforme de dias úteis. O número de dias úteis deve ser cuidadosamente escolhido, focando a visão gerencial do processo, para produzir informações que sejam assimiladas intuitivamente.

Na instituição em questão, convencionou-se utilizar intervalos de 21 dias que estão naturalmente associados ao mês comercial de 30 dias corridos, fornecendo horizontes de planejamento palpáveis.

Na reta do tempo proposta, hoje é sempre a data tomada como zero da escala, portanto os vértices estão localizados a um determinado número de dias úteis da data atual.

Os conceitos de Consolidação da Carteira e de Vértices podem ser interpretados a partir da Figura 3.1:





**Figura 3.1 – Consolidação da Carteira e Vértices**  
Elaborado pelo autor

Os cálculos do fluxo financeiro equivalente serão detalhados em itens posteriores<sup>5</sup>.

## Fatores de Risco de Mercado dos Ativos

O preço de um ativo pode depender tanto de variáveis determinísticas quanto de variáveis aleatórias <sup>6</sup>. No cálculo do VaR são consideradas somente as oscilações desfavoráveis decorrentes das variáveis aleatórias que influenciam os preços dos ativos.

As perdas potenciais decorrentes das alterações de variáveis determinísticas não são consideradas, pois são perdas certas e risco é a probabilidade de perda.

<sup>5</sup> Ver neste capítulo, em Cálculos de Consolidação da Carteira, p. 24.

<sup>6</sup> O valor de uma variável aleatória está associado a eventos de um espaço amostral e tem seu comportamento descrito por sua distribuição de probabilidades.

As variáveis aleatórias que afetam a evolução do preço de um ativo são chamadas de Fatores de Risco. A composição do comportamento dos diferentes fatores de risco de um ativo permite determinar suas variações. Portanto, pode-se analisar o comportamento dos ativos através da análise dos seus Fatores de Risco (em menor número). A seguir, na Tabela 3.2, são exemplificados os fatores de risco de alguns ativos:

Ativo	Fatores de Risco de Mercado
Pré-fixado em moeda nacional	Taxa de juros pré para o prazo da operação
US\$ Futuro	Preço US\$ futuro para o vencimento
US\$ Opções	Cupom Cambial <sup>7</sup> Preço US\$ <i>Spot</i> Taxa de juros pré para o prazo da operação Volatilidade do preço US\$ <i>Spot</i>
Linhas Exportação <sup>8</sup>	Libor para o prazo da operação Spread para o prazo da operação

Tabela 3.2 – Ativos e seus Fatores de Risco  
Elaborado pelo autor

### CONCEITO E CÁLCULO DE VOLATILIDADES

O termo Volatilidade é sinônimo de grau de instabilidade de um parâmetro. A volatilidade é um estimador de variações de preços, baseado no desvio-padrão de séries temporais<sup>9</sup>.

No mercado financeiro, a volatilidade é uma medida quantitativa do comportamento de um certo ativo. Seu cálculo consiste em estimar oscilações adversas de preços com determinada confiabilidade durante um determinado período. Usualmente, é dada em unidades monetárias ou em pontos percentuais. Por exemplo, pode-se dizer que:

<sup>7</sup> Diferença entre a taxa de juros local e a variação cambial. Sua obtenção é descrita no Anexo XX.

<sup>8</sup> Linha de crédito com bancos no exterior para financiamento de exportações.

<sup>9</sup> Ao longo deste texto serão empregados diversos conceitos da estatística básica. Para maiores detalhes ver COSTA NETO(1977) e LEVIN et. al.(1994).

- o preço unitário do ativo X varia  $\pm$  R\$ 1,00 (volatilidade) ao dia (período) com 90% de certeza (nível de confiança), ou que
- o preço unitário do ativo Y varia 0,5% (volatilidade) ao dia (período) com 95% de certeza (nível de confiança).

### Séries de Preços Unitários dos Ativos

#### *Preços Unitários*

Os Preços Unitários<sup>10</sup> (PU's) dos ativos são a principal entrada de dados do modelo. Deste modo, exigem especial atenção, antes mesmo da operacionalização de qualquer sistema. O planejamento da entrada dos dados deve ser cuidadoso e considerar pelo menos itens como:

- ↳ *Qualificação dos provedores* – análise criteriosa dos provedores, incluindo histórico de falhas; sistemas *on line*, visando informação em “tempo real”<sup>11</sup> e disponibilidade de acesso à bases históricas.
- ↳ *Qualidade dos dados originais* – comprovadamente livre de erros, pois como matéria-prima do processo comprometeriam a acuidade de todos os resultados obtidos posteriormente.
- ↳ *Interfaces* – coleta dos dados ou interligação entre os provedores e o sistema de risco, podendo ser manual ou automatizada, mas em qualquer caso confiável. Loops de controle<sup>12</sup> devem garantir que dados imprecisos ou que carreguem erros não passem às etapas subsequentes.
- ↳ *Alocação de dados* – as informações coletadas devem ser distribuídas organizadamente, de acordo com um fluxograma que estabeleça as rotas a serem percorridas. Esse procedimento minimiza a ocorrência de falhas, ao mesmo tempo que permite que sejam rastreadas.

---

<sup>10</sup> Vide Contratos Futuros – Cap.2, p.11.

<sup>11</sup> Situação ideal onde as informações são recebidas e atualizadas assim que são geradas.

<sup>12</sup> Rotinas de verificação que testam a qualidade das saídas de cada etapa do processo



↳ *Base de dados* – as informações coletadas e processadas devem estar salvaguardadas em sistemas robustos, para posterior consulta ou utilização. O cálculo de volatilidades e de risco, assim como de qualquer outra medida de desempenho, faz sentido somente quando comparado à padrões externos ou de evolução temporal.

Como podemos avaliar o comportamento dos ativos observando seus fatores de risco, não há necessidade de construir a série histórica de todos os ativos, mas sim de seus fatores de risco.

Um benefício colateral deste procedimento será visto adiante, quando do cálculo do risco global de uma carteira, onde é necessário correlacionar todos os ativos que a compõem. A matriz de correlações resultante seria mais um dos pontos que dificultaria o processamento do modelo em microcomputadores.

No modelo adotado no banco em questão são calculadas as volatilidades de quatro Fatores de Risco principais: Pré, US\$ Cambial, US\$ Cupom e Linhas.

As séries de PU's são sintetizadas para cada Fator de Risco e para cada vértice a partir das cotações de mercado dos ativos com liquidez, isto é, com volume negociado suficiente para formação de seu preço justo. Atualmente, para os fatores de risco considerados são utilizados os seguintes parâmetros como formadores de expectativa de taxas e de preços:

Ativo	Parâmetro	Meio de Divulgação
Contrato Futuro DI (até 6º vencimento)	Média dos preços negociados nos últimos 15 min. do pregão	BM&F
Contrato Futuro US\$ (até 3º vencimento)	Idem	BM&F
US\$ <i>Spot</i>	Taxa de câmbio média dos preços negociados no dia	Sisbacen (PTAX 800)
US\$ + Cupom	Cotação dos cupons de <i>swap</i> cambial com prazo de 1 ano	Mesa de Operações do banco
Pré	Cotação das taxas anuais de <i>swap</i> com prazo de 1 ano	Mesa de Operações do banco
Linhas Interbancárias	Cotação dos custos de Linha Interbancária de 1 dia	Mesa de Operações do banco
Libor + Spread	Libor média das operações realizadas em Londres (11:00GMT) Spread das captações realizadas pela (SI) na semana	Reuters Superintendência Internacional (SI)

**Tabela 3.3 – Formadores de taxas e preços em Out/97**  
Elaborado pelo autor

### ***Preços Unitários Sintéticos***

A sintetização dos PU's consiste em obter um PU equivalente à expectativa de taxa para o ativo, no período em questão, isto é, caso o mercado negociasse esse ativo seu preço justo seria igual ao PU sintético.

As séries de PU's são sintetizadas, para cada um dos quatro Fatores de Risco de Mercado que interferem nas carteiras do banco, considerando-se os parâmetros de mercado que melhor representam o preço justo do ativo. Os parâmetros combinados para encontrar as expectativas de taxas e preços para prazos entre hoje e um ano comercial (360 dias corridos), em cada caso, são:

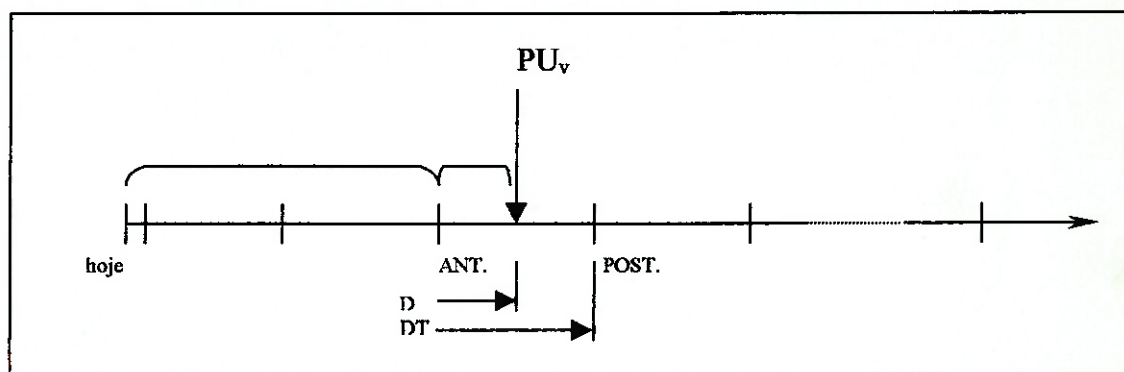
Fator de Risco	Parâmetros	
Pré	Futuro DI (até 6º venc.)	Swap Pré 1 ano
US\$ Cambial	Futuro US\$ (até 3º venc.)	Swap cambial 1 ano
US\$ Cupom	Decorrente dos dois anteriores	
Linhas	Libor + Spread 1, 30, 60, 90, 180, 360 dias corridos	

**Tabela 3.4 – Fatores de Risco e seus Parâmetros de Mercado**  
Elaborado pelo autor

As expressões para obtenção dos PU's <sup>13</sup>, nos vértices, interpolam os PU's dos pontos conhecidos anterior e posterior, da seguinte forma:

- Calcula-se o primeiro membro, que corresponde à taxa esperada para o prazo compreendido entre hoje e o ponto conhecido anterior;
- Esse resultado é composto com o rateio (proporcional à D sobre DT) da taxa esperada para o período entre os pontos conhecidos anterior e posterior.

O PU sintético, no vértice, é obtido interpolando-se os PU's disponíveis, conforme ilustrado a seguir:



**Figura 3.2 – Interpolação de Preços Unitários**  
Elaborado pelo autor

D: número de Dias entre o ponto conhecido anterior e o vértice

DT: número de Dias úteis Totais entre os pontos conhecidos anterior e posterior

<sup>13</sup> As expressões completas são apresentadas no Anexo A.



No caso dos três primeiros fatores de risco (Pré, US\$ Cambial e US\$ Cupom), a interpolação é exponencial, ou seja, é decorrente da utilização de taxa composta<sup>14</sup>. Para o último fator de risco (Linhas) a interpolação é linear, isto é, decorrente da utilização de taxa simples<sup>15</sup>. A diferença pode ser notada pela simples observação das duas figuras, de caráter ilustrativo, a seguir:

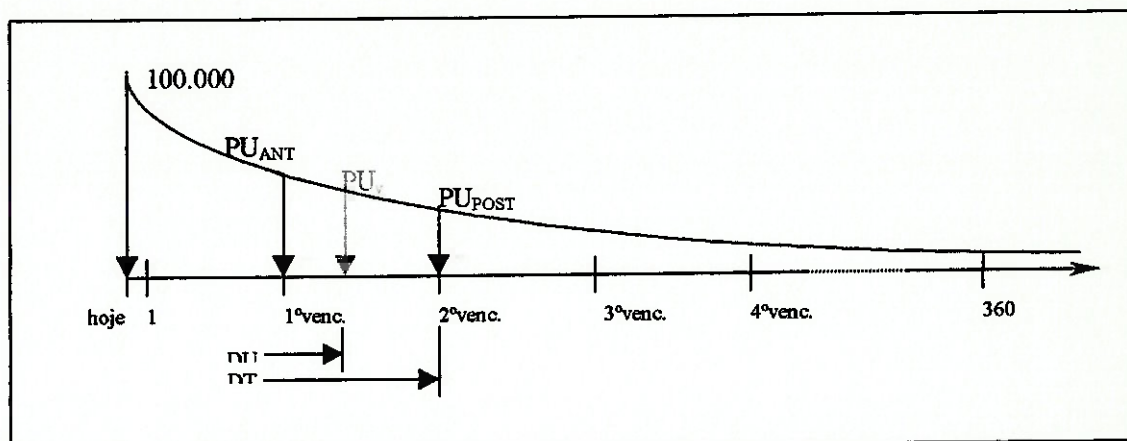


Figura 3.3 – Interpolação Exponencial de Preços Unitários  
Elaborado pelo autor

DU: número de Dias Úteis entre o ponto conhecido anterior e o vértice  
DT: número de Dias úteis Totais entre os pontos conhecidos anterior e posterior

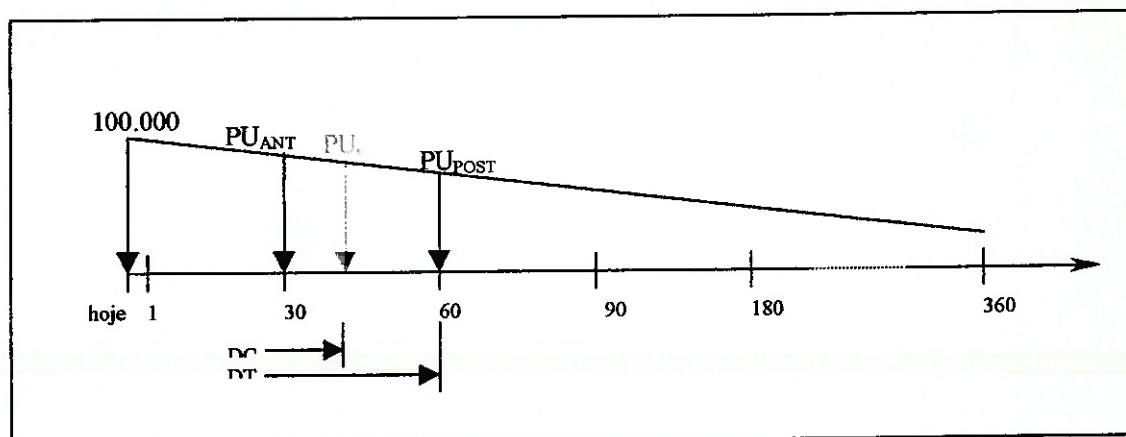


Figura 3.4 – Interpolação Linear de Preços Unitários  
Elaborado pelo autor

DC: número de Dias Corridos entre o ponto conhecido anterior e o vértice  
DT: número de Dias corridos Totais entre os pontos conhecidos anterior e posterior

<sup>14</sup> A taxa é obtida fazendo-se:  $tx = (1 + i)^n$ , onde  $i$  é a taxa no período e  $n$  é o número de períodos.

<sup>15</sup> Neste caso, a composição da taxa vem de:  $tx = (1 + i \cdot n)$

A interpolação exponencial poderia ser aproximada pela linear, considerando que os intervalos de tempo entre vértices são pequenos e que, atualmente, as taxas de valorização dos fatores de risco são reduzidas. Assim, a aproximação seria realizada com erros previamente determinados, uma vez que os mesmos variam parabolicamente, sendo zero junto aos pontos conhecidos e máximos no ponto médio entre eles.

A distribuição de erros, em um cenário com taxa efetiva mensal de 1,0% em um período com 22 dias úteis, é mostrada no gráfico 3.3. Contudo, com o intuito de garantir que o modelo reaja corretamente aos diferentes cenários de mercado, tal simplificação foi descartada.

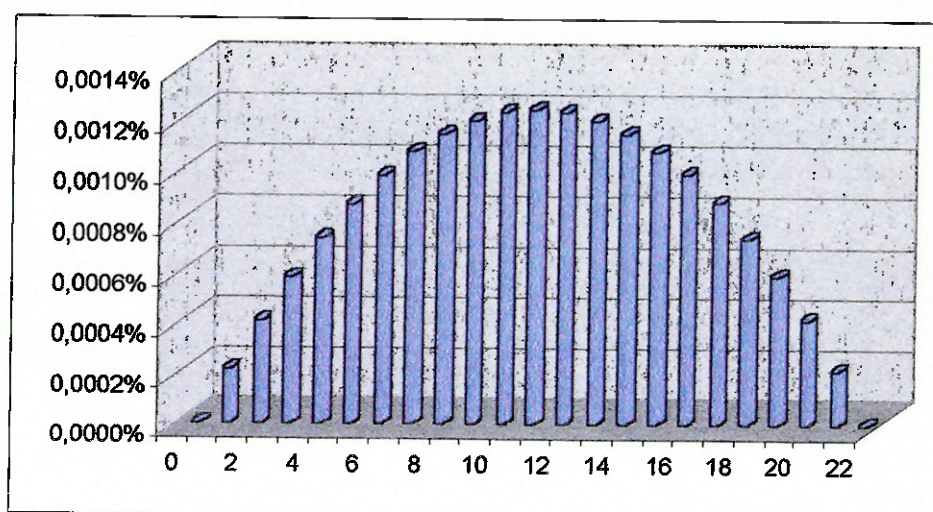


Gráfico 3.3 – Erro % na aproximação da interpolação exponencial pela linear  
Elaborado pelo autor

Mantendo a premissa, que o período em questão é de 22 dias úteis, e aplicando cenários com taxas<sup>16</sup> distintas teríamos os seguintes pontos de máximo na distribuição dos erros:

CENÁRIO								
Taxa	1%	2%	5%	10%	20%	30%	40%	50%
Erro	0,001%	0,005%	0,030%	0,113%	0,414%	0,854%	1,401%	2,028%

Tabela 3.5 – Pontos de máximo  
Elaborado pelo autor

<sup>16</sup> Ao período



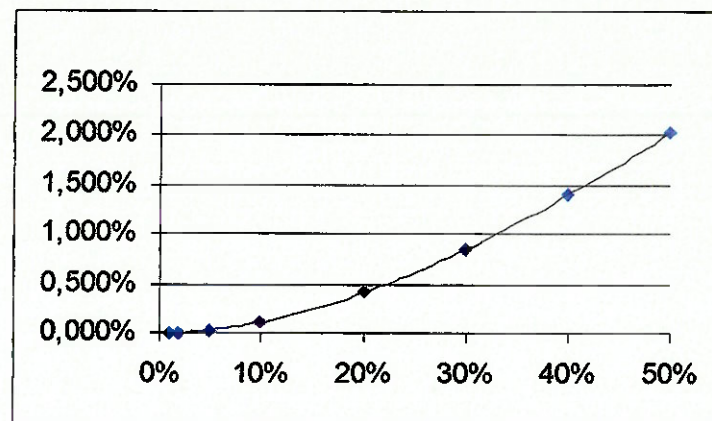


Gráfico 3.4 – Evolução do erro em função da taxa  
Elaborado pelo autor

### Variações dos Preços Unitários de um Ativo

Conhecidos os Preços Unitários nos vértices, pode-se calcular suas variações percentuais, ao longo do dia, que intuitivamente seriam dadas pelo retorno:

$$R = \frac{PU_i - PU_{i-1}}{PU_{i-1}} \quad [3.1]$$

, pois  $PU_i = PU_{i-1}(1 + R)$

Supondo que os retornos são analisados em intervalos de tempo muito reduzidos, essas variações aproximariam-se de uma função contínua<sup>17</sup>, conforme mostrado a seguir:

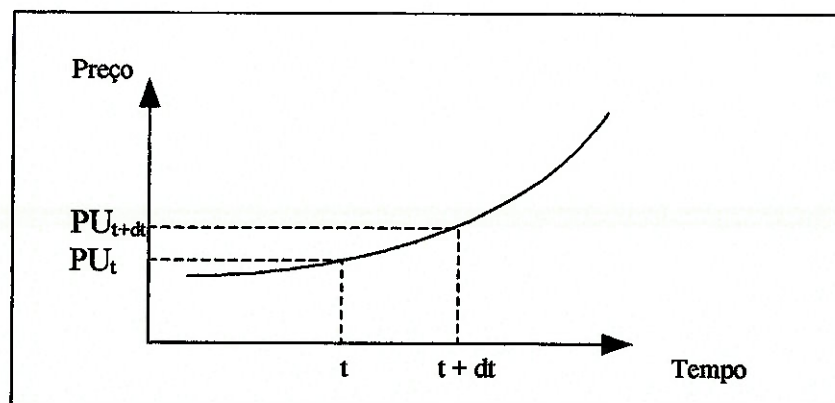


Figura 3.5 – Retornos contínuos  
Elaborado pelo autor

<sup>17</sup> Inspirado em ALMEIDA JÚNIOR(1996).



Sabemos que:

Em um instante  $t = t$  (genérico),  $PU(t) = PU_t$

No instante seguinte  $t = t + dt$ ,  $PU(t + dt) = PU_{t+dt} = PU_t + PU_t R dt = PU_t + dPU_t$

Então,  $dPU_t = PU_t R dt \Rightarrow \frac{dPU_t}{PU_t} = R dt$ , integrando:

$$\int_1^2 \frac{dPU_t}{PU_t} = \int_1^2 R dt \Rightarrow \ln PU_2 - \ln PU_1 = R t, \text{ generalizando:}$$

$\ln PU_i - \ln PU_{i-1} = R t$ , portanto:

$R t = \ln \left( \frac{PU_i}{PU_{i-1}} \right)$ , como consideramos retornos diários,  $t = 1$ , ou seja:

$$R = \ln \left( \frac{PU_i}{PU_{i-1}} \right) \quad [3.2]$$

No banco em questão, são utilizados Preços Unitários de Abertura e de Fechamento para cálculo do retorno, ou seja, do início e do final do dia. Uma alternativa a esta opção seria utilizar os PU's máximo e mínimo negociados no dia como extremos de variação de preço. Porém, tal decisão somente faria sentido em instituições que fazem *day trade*<sup>18</sup>.

Essa escolha foi apoiada no perfil do banco e nos tipos de operações características realizadas, e desconsidera as variações ocorridas *intradia*. Portanto, o retorno calculado reflete, exclusivamente, a variação devida aos patamares de preço observados no começo e no final das negociações, desprezando o caminho percorrido entre esses dois pontos.

<sup>18</sup> Operações caracterizadas pela liquidação no mesmo dia da contratação.

Essa solução é possível, uma vez suposto que sempre é possível tomar ou liquidar uma posição nos períodos de maior liquidez. O quadro obtido retrata o risco de manter as posições ao longo do dia.

A utilização das séries de retornos diários dos ativos, ao invés de preços diretamente, justifica-se por suas características estatísticas. A série de retornos se aproxima melhor à distribuição Normal, portanto, torna a realização dos cálculos mais simples e facilita a interpretação dos resultados. A série de preços geralmente tem tendência de crescimento, mesmo em cenários de economia estável. Além disso, é Lognormal, pois seu limite inferior não é infinito (o menor preço de um ativo é zero), como ocorre em uma série Normal.

#### Desvio-Padrão da Série de Retornos

Os retornos devem ser calculados diariamente e armazenados em uma base histórica para que se possa aplicar o desvio-padrão aos  $n$  últimos elementos da série. Como estamos considerando uma amostra da população, devemos utilizar a estatística:

$$s_x^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad [3.3]$$

$x_i$  : elemento  $i$  da amostra

$\bar{x}$  : média da amostra

$n$  : tamanho da amostra

As planilhas eletrônicas de cálculo executam a operação segundo a expressão análoga:

$$s_x^2 = \frac{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}{n(n-1)} \quad [3.4]$$

Estes  $n$  últimos elementos constituem a chamada janela móvel, onde a cada dia o elemento mais antigo deixa a série, ao mesmo tempo, em que o retorno mais recente passa a integrá-la. Dessa maneira, pode-se definir o período de influência de uma informação sobre a série, apesar de todas terem a mesmo impacto sobre o desvio-padrão.

Em geral, para evitar que dados muito antigos, provenientes de conjunturas econômicas distintas da atual, exerçam demasiada influência sobre a série, os valores de  $n$  são aproximadamente um mês comercial.

Modelos mais sofisticados ponderam de diferentes formas essa influência como, por exemplo, o suavizamento exponencial que considera pesos crescentes quanto mais atuais forem os dados e os ARCH e GARCH<sup>19</sup>.

#### *Volatilidade de um Ativo*

A volatilidade diária é calculada, a partir das informações sobre a média e o desvio-padrão dos retornos retiradas da amostra, segundo a relação:

$$\sigma = \mu_r + k \times \sigma_r \quad [3.5]$$

$\mu_r$ : média dos retornos incluídos na janela

$\sigma_r$ : desvio-padrão dos retornos incluídos na janela

$k$ : coeficiente de confiança

Nos itens a seguir, serão abordadas algumas considerações importantes sobre a volatilidade, hipóteses adotadas e suas consequências.

#### *Anualização da Volatilidade*

A volatilidade é geralmente expressa em base anual (anualizada), através da sua multiplicação pela raiz quadrada de 252 (número médio de dias úteis no ano). Esse procedimento é justificado por algumas premissas:

---

<sup>19</sup> Para maiores informações ver ENDERS(1995).



- Retornos de instantes sucessivos de tempo não são correlacionados, portanto,  $Cov(R_1, R_2) = 0$  e;
- Retornos são identicamente distribuídos ao longo do tempo, portanto,  $\mu(R_1 + R_2) = \mu(R_1) + \mu(R_2) = 2\mu(R)$  e  $\sigma^2(R_1 + R_2) = \sigma^2(R_1) + \sigma^2(R_2) + 2Cov(R_1 + R_2) = 2\sigma^2(R)$

Generalizando, temos:

$$\begin{aligned}\mu(R_1 + R_2 + \dots + R_t) &= t\mu(R) \\ \sigma^2(R_1 + R_2 + \dots + R_t) &= t\sigma^2(R)\end{aligned}$$

Consequentemente, a transformação de volatilidades diárias para volatilidades diárias<sup>20</sup> anualizadas é dada pela expressão que ajusta a volatilidade a diferentes horizontes:

$$\sigma_t = \sigma\sqrt{t} \quad [3.5]$$

### ***Distribuição Normal***

As séries de retornos formam uma distribuição normal, que fica perfeitamente caracterizada pelo conhecimento dos parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$ . Em linhas gerais, pode ser caracterizada por uma grande concentração de observações em torno da média e por observações que conforme se afastam do valor médio, sua frequência diminui.

Do estudo das distribuições normais, sabe-se que os intervalos  $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$ ,  $[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$  e  $[\mu - 1,65\sigma; \mu + 1,65\sigma]$  compreendem, respectivamente 68%, 95,5% e 90% das observações.

---

<sup>20</sup> O termo diária é repetido para enfatizar que essa volatilidade calculada reflete exatamente variações diárias.

Tomando o último intervalo, em 10% dos casos seriam observados pontos fora da faixa considerada, mas 5% dos pontos são menores que  $(\mu - 1,65\sigma)$  e os 5% restantes são maiores que  $(\mu + 1,65\sigma)$ . Como, para cálculo de risco, considera-se somente a probabilidade de ocorrer perda, pode-se afirmar com 95% de confiança que não ocorrerão oscilações de mercado menores que  $(\mu - 1,65\sigma)$ . Assim, pode-se garantir que 95% das observações serão compreendidas pelo intervalo  $[\mu - 1,65\sigma; \infty]$ . Porém, segundo a teoria das finanças, a média dos retornos financeiros ao longo do tempo é zero, ou seja :

$$\text{Probabilidade } (r_{t-1} < -1,65\sigma_t) = 5\%$$

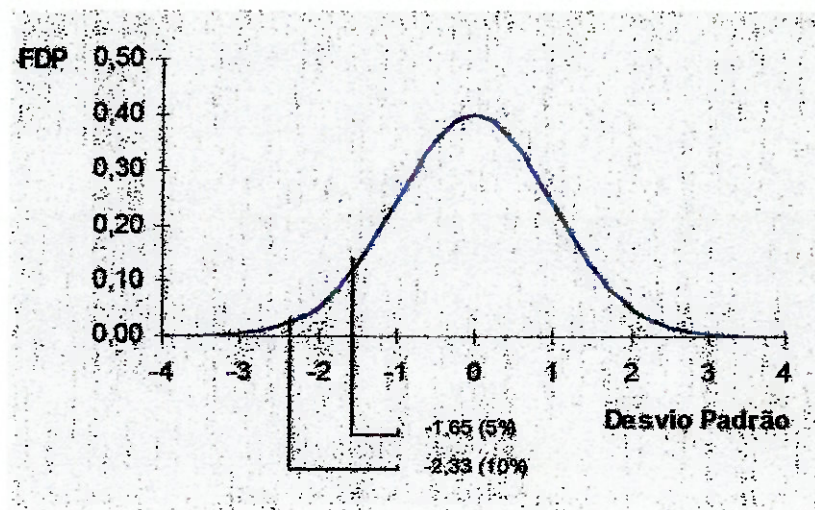


Figura 3.6 – Intervalos de Confiança  
Elaborado pelo autor

Algumas propriedades estatísticas das distribuições de retornos financeiros diferem das descritas pela distribuição normal e devem ser consideradas, a saber:

- Têm *caudas achatadas*, isso significa que movimentos extremos de preço ocorrem com mais frequência e;
- O *pico da distribuição é maior e mais estreito*, portanto, a maioria dos movimentos está concentrada ao redor da média.

Uma distribuição com as características dos retornos financeiros comentadas acima, pode ser vista no gráfico a seguir:

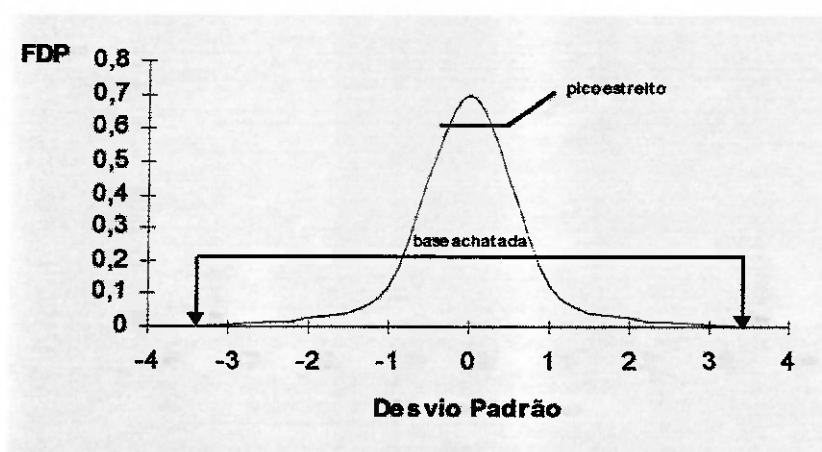


Figura 3.7 – Distribuição dos Retornos Financeiros  
Adaptado de RiskMetrics(1996)

### Teste de Aderência

A escolha da distribuição normal para representar as séries de retornos deve ser justificada pela aplicação de testes de aderência como  $\chi^2$  ou Kolmogorov-Smirnov. Os testes de aderência são uma importante classe de testes de hipóteses não-paramétricos que consistem em tomar, por hipótese  $H_0$ , que a distribuição da variável de interesse na população seja descrita por determinado modelo de distribuição de probabilidades e verificar a boa ou má aderência dos dados observados.

O teste desenvolvido por Kolmogorov e Smirnov tem como variável de teste a maior diferença observada entre as funções distribuição acumulada esperada e observada. As probabilidades acumuladas esperadas  $F(x)$ , em cada ponto, são dadas pela função distribuição acumulada do modelo, enquanto que as probabilidades acumuladas observadas  $G(x)$  são dadas pelas frequências relativas acumuladas da amostra.

A hipótese  $H_0$  é aceita sempre que o valor crítico  $D_{\text{crit}}$ , tabelado<sup>21</sup> em função de valores de tamanho da amostra  $n$  e nível de significância  $\alpha$ , for maior que:

$$D_n = \max |F(x) - G(x)| \quad [3.7]$$

Em outras palavras a hipótese será aceita se a  $F(x)$  for sempre menor que  $G(x) \pm D_{\text{crit}}$ . Portanto, pode-se definir os limites de aceitação como:

<sup>21</sup> Ver COSTA NETO(1977) p.133,134.



$$\text{Lim Sup} = G(x) + D_{\text{crit}}$$

$$\text{Lim Inf} = G(x) - D_{\text{crit}}$$

Uma das possíveis representações gráficas do teste é apresentada a seguir:

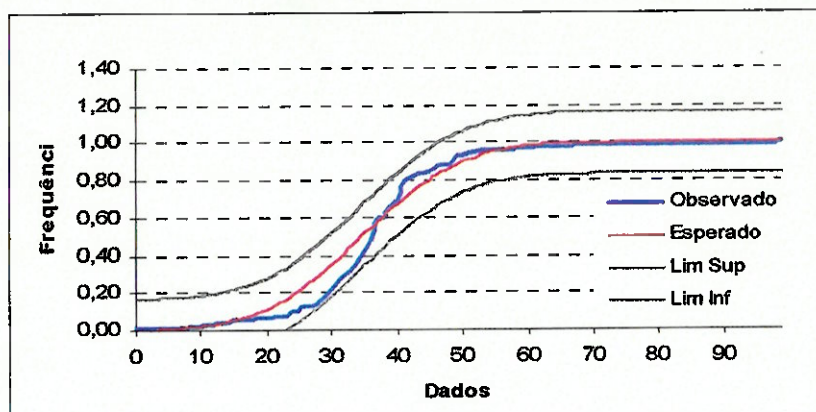


Figura 3.8 – Kolmogorov – Smirnov  
Elaborado pelo autor

### Back-Testing

Finalmente, como forma de validar o modelo adotado e visualizar o desempenho obtido, confronta-se, dia a dia, os valores calculados de volatilidade  $\sigma_{t-1}$  com o retorno  $r_t$ , realizando-se o *backtesting* das volatilidades (estimativas de variação). Avalia-se, assim, se a confiabilidade pretendida está sendo atingida. O *backtesting* permite, ainda, monitorar o índice de acerto real das estimativas.

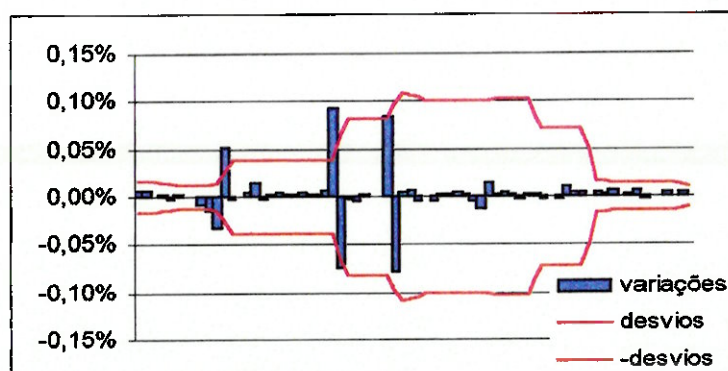
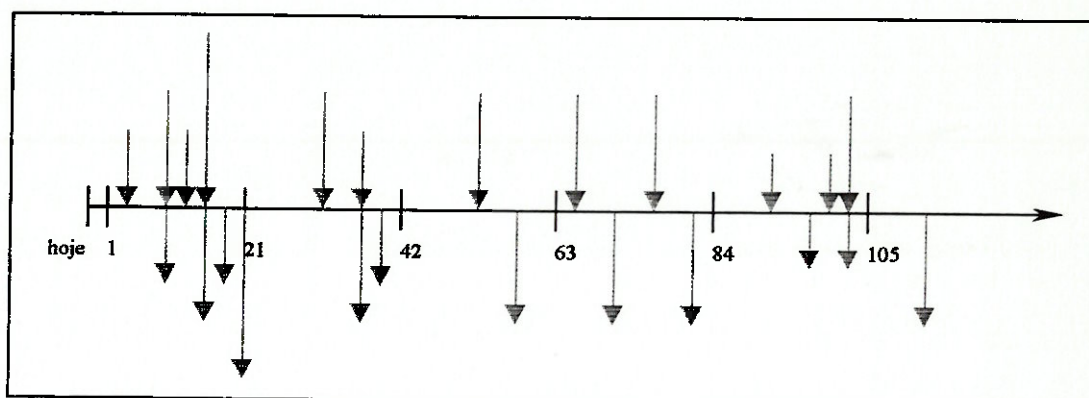


Figura 3.9 – Backtesting  
Elaborado pelo autor

### ***CÁLCULOS DE CONSOLIDAÇÃO DA CARTEIRA***

#### ***Fluxo Original***

O primeiro passo a ser cumprido para proceder a consolidação da carteira é obter o fluxo de caixa diário da empresa com todas suas operações, sejam elas ativos ou passivos, com seus respectivos indexadores e prazos. Entretanto, pode-se considerar que passivos correspondem a quantidades negativas de ativos<sup>22</sup> e portanto, convencionou-se que, em todos os fluxos, os ativos<sup>23</sup> seriam representados com o sinal positivo ou como entradas e os passivos com sinal negativo ou como saída. Um fluxo hipotético poderia ser representado graficamente pela figura a seguir, onde as setas indicam o tipo da operação (Aplicação ou Captação), a data de vencimento e seu valor nesta data<sup>24</sup>:



**Figura 3.10 – Fluxo Original**  
Elaborado pelo autor

#### ***Consolidação por Fator de Risco***

Conhecidas todas as operações vigentes em uma determinada data, a carteira é consolidada primeiro por fator de risco e depois, por vértice. A consolidação por fator de risco é realizada segundo as características financeiras de cada ativo, permitindo que operações aparentemente diferentes sejam agrupadas sob o mesmo fator.

<sup>22</sup> É retomada aqui a idéia de Ativos Financeiros Equivalentes.

<sup>23</sup> Nestes fluxos os ativos correspondem às Aplicações e os passivos às Captações

<sup>24</sup> Decorrente da valorização da operação até o vencimento. É importante frisar tal fato, para evitar equívocos, pois esse valor no vencimento posteriormente será trazido à Valor Presente.



Algumas similaridades entre os ativos devem ser observadas para formar agrupamentos consistentes, considerando-se sempre quais são os fatores de risco responsáveis pelas mudanças de seus preços, como por exemplo:

Tipo	Características	Considerações
Renda Fixa	Mesmo indexador	A carteira pode ser reduzida ao fluxo por indexador / moeda.
Swap DI x Pré	Mesmo indexador	Podem ser tratados como dois ativos de Renda Fixa (captação e aplicação) e portanto, podem ser agregados aos demais
Futuro DI	Mesmo indexador	Tem o mesmo comportamento do Swap DI x Pré e pode ser agregado a eles.

**Tabela 3.6 – Consolidação por fator de risco**  
Elaborado pelo autor

No exemplo anterior, operações com Futuro DI, Swap DI x Pré e Renda Fixa Pré poderiam ser agregadas sob o mesmo fator de risco, pois são sensíveis à variação das expectativas de preço mercado da taxa Pré.

As operações consolidadas sob o mesmo fator de risco passam a ser tratadas como um novo ativo que tem comportamento financeiro equivalente ao da carteira composta pelas operações originais.

### Valor de Mercado da Carteira

Uma vez conhecido o fluxo de caixa gerado pelos vencimentos das operações, deve-se calcular o Valor de Mercado (*Marked-to-Market* ou *MtM*) da carteira, o que significa encontrar o Valor Presente dos ativos, dados os preços e as taxas correntes de mercado.

Vale recordar, da Matemática Financeira<sup>25</sup>, a relação entre Valor Presente e Valor Futuro, função da taxa e do período, que segue:

$$VF = VP \times (1 + i)^n \quad [3.8]$$

<sup>25</sup> Ver HIRSCHFELD(1982).



Neste ponto é importante conhecer o valor que a carteira teria na hipótese da instituição se desfazer das posições que possui, independentemente dos preços e taxas vigentes no ato da contratação, ou seja, o Valor de Vencimento<sup>26</sup> deve ser descontado segundo as expectativas atuais de mercado para o período compreendido entre a data de vencimento e hoje<sup>27</sup>.

A visualização do significado financeiro do Valor de Mercado de um ativo ou de uma carteira, onde o ativo é valorizado da negociação até o vencimento conforme contratado e, descontado até a data atual de acordo com o mercado<sup>28</sup>, é facilitada pelo uso de representações gráficas. Na figura a seguir, é apresentada a situação em que é feita uma aplicação de renda fixa a uma determinada taxa, em uma certa data. Pode-se observar que no momento do cálculo *Marked-to-Market* o mercado sinaliza uma taxa superior:

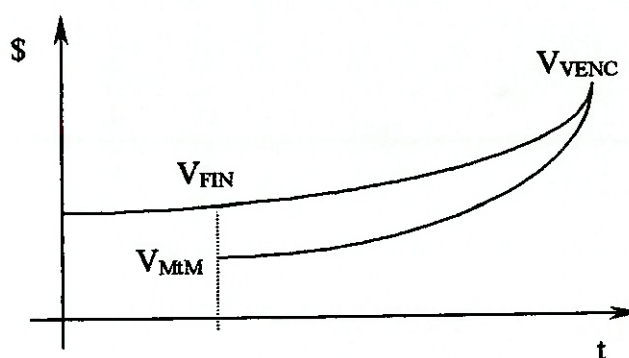


Figura 3.11 – *Mark-to-Market*  
Elaborado pelo autor

A taxa empregada para o cálculo do Valor *Marked-to-Market* da carteira pode ser entendida como Custo de Oportunidade (relativo a cada fator de risco) para a instituição, pois neste instante a alternativa de investimento do capital teria tal remuneração.

Os Valores Presentes calculados ainda estarão associados às datas de vencimento originais e nos fluxos serão representados como setas iguais às originais, exceto pelos comprimentos que traduzem volumes diferentes.

<sup>26</sup> O Valor de Vencimento é encontrado utilizando-se as fórmulas de valorização de cada ativo que podem ser vistas no Anexo B.

<sup>27</sup> Hoje aqui deve ser entendido como o dia tomado para referência dos cálculos, ou data zero.

<sup>28</sup> As expressões usuais são “descontar”, “precificar” ou “marcar” a mercado.

### Consolidação por Vértice

A carteira consolidada por fator de risco deve, então, ser consolidada por vértice, isto é, os volumes distribuídos ao longo do tempo devem ser concentrados em um número limitado de pontos, sem perda de informação. O procedimento original<sup>29</sup> exigiria, para o cálculo de risco, o processamento redundante de uma quantidade muito grande de matéria-prima sem agregar ganhos à qualidade do produto final. Para garantir a integridade do novo fluxo há que se respeitar três condições:

- ✓ O valor de mercado da carteira deve ser mantido;
- ✓ O risco da carteira deve ser mantido;
- ✓ O sinal do fluxo deve ser o mesmo do fluxo original.

Para tanto, propõe-se a utilização do método conhecido como *Split* que prevê a alocação dos volumes concentrados em cada ponto entre o par de vértices adjacentes. É importante destacar também que o *Split* trata separadamente o fluxo de Aplicações e Captações, a fim de satisfazer a condição de igualdade dos sinais do fluxo original e equivalente. O critério de distribuição baseia-se na variância dos retornos financeiros, preservando, dessa forma, as proporções entre os volumes presentes e os respectivos riscos.

A parcela designada a cada vértice é dada por:

$$V_{ant} = \alpha \cdot V \quad [3.9a]$$

$$V_{post} = (1 - \alpha) \cdot V \quad [3.9b]$$

V: uma certa posição numa data t  
V<sub>ant</sub>: posição para o vértice 1  
V<sub>post</sub>: posição para o vértice 2  
 $\alpha$ : fator de distribuição

---

<sup>29</sup>Que pressupõe a utilização direta dos valores *Marked-to-Market* de cada ativo.

Observe-se que  $\alpha$  satisfaz a seguinte relação<sup>30</sup>, que associa as volatilidades:

$$\sigma^2 = \alpha^2 \sigma_{ant}^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_{post}^2 + 2\alpha(1 - \alpha)\sigma_{ant}\sigma_{post}\rho_{ant, post}$$

Tomando o fator de risco Pré como exemplo<sup>31</sup>, temos:

$$\alpha = 1 - \frac{DU}{DT} \quad [3.10]$$

DU: dias úteis entre o vértice anterior e a data t

DT: dias úteis entre o vértice anterior e o vértice posterior

Os volumes, concentrados nos vértices, devem ser somados dando origem ao fluxo equivalente a partir do qual será calculado o risco de mercado da carteira.

### CÁLCULO DE RISCO

O cálculo de risco pressupõe que seja conhecido o *holding period* de cada fator de risco, que indica por quantos dias uma posição será carregada até que se consiga revertê-la por liquidação ou *hedge*. O *holding period* deve ser determinado em função da liquidez de mercado do fator de risco, pois é consequência da facilidade e da rapidez em realizar operações que imunizem a carteira às oscilações que gerariam perda.

Em geral, o *holding period* é expresso como um múltiplo do período em que a volatilidade é dada. Dadas volatilidades diárias podemos ter, por exemplo, *holding periods* de 1 ou 2 dias.

Como será mostrado a seguir, o risco de mercado de um investimento é proporcional ao volume aplicado, à variabilidade do ativo e ao período de tempo necessário para que a posição seja revertida.

<sup>30</sup> Que nada mais é do que a relação estatística entre as variâncias de dois ativos. Sejam os ativos A, B e C, onde  $C = A + B$ , então:

$$\sigma_c^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + 2\sigma_A\sigma_B\rho_{A,B}$$

Sabemos, também, que:  $\sigma^2(k \cdot A) = k^2 \cdot \sigma^2(A)$ , como queremos:  $\sigma(V_1 + V_2) = \sigma(V)$ ,

A relações [X.Xa] e [X.Xb], portanto, decorrem.

<sup>31</sup> A dedução completa da obtenção de  $\alpha$ , para este fator de risco, é apresentada no Anexo C. As deduções para os outros fatores são análogas.



### Risco Individual

Conhecido o *holding period*, calcula-se o VaR individual do fator de risco  $i$ , no vértice  $j$ , segundo a expressão geral:

$$VaR_{i,j} = V_{i,j} \cdot \sigma_{i,j} \cdot \sqrt{hp_{i,j}}$$

$V_{i,j}$ : volume consolidado do fator de risco  $i$  concentrado no vértice  $j$

$\sigma_{i,j}$ : volatilidade do fator de risco  $i$  para o vértice  $j$

$hp_{i,j}$ : *holding period* do fator de risco  $i$  para o vértice  $j$

### Risco Global Não-Diversificado

O risco global não-diversificado pela raiz da soma dos quadrados dos  $VaR_{i,j}$  de cada fator de risco  $i$  em cada vértice  $j$ , isto é:

$$VaR_{Global} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m VaR_{i,j}^2} \quad [3.12]$$

Essa expressão despreza os efeitos das correlações<sup>32</sup> entre os ativos decorrentes da diversificação da carteira e, em geral, superestima o risco real a que a empresa está exposta.

Pode-se também determinar o VaR acumulado por fator de risco ou por vértice, calculado, respectivamente, por:

$$VaR_{fator\ i} = \sqrt{\sum_{j=1}^m VaR_{i,j}^2} \quad [3.13a]$$

$$VaR_{vértice\ j} = \sqrt{\sum_{i=1}^n VaR_{i,j}^2} \quad [3.13b]$$

---

<sup>32</sup> Estes efeitos serão considerados no item seguinte.

### Risco Global Diversificado

O risco global diversificado incorpora as implicações decorrentes da Teoria da Diversificação de Carteiras, proposta por Harry M. Markovitz. Como consequência o risco global da carteira não é igual à somatória de seus riscos individuais sendo, em geral, menor.

Tal fato se justifica porque quando os riscos individuais são calculados, são consideradas as perdas potenciais devidas aos seus fatores de risco. Entretanto, por existir correlação diferente de zero entre os ativos, não é possível a ocorrência simultânea de todas as variações adversas potenciais.

A correlação, ou a tendência de variação conjunta de duas variáveis, é definida pelo coeficiente de correlação linear de Pearson:

$$\rho_{xy} = \frac{\text{cov}(x,y)}{s_x s_y} \quad [3.14]$$

E, como estamos considerando amostras de uma população, a estatística  $\text{cov}(x,y)$  é dada pela seguinte relação:

$$\text{cov}(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} \quad [3.15]$$

O cálculo do risco global diversificado exige que a matriz de correlações entre os diferentes ativos seja conhecida e, como cada par determinado por um fator de risco  $i$  e um vértice  $j$  pode ser considerado um ativo  $k$ , define-se:

- vetor  $VaR_k$  dos ativos:  $VaR_k = [VaR_1, VaR_2, \dots, VaR_n]$ , onde  $k = n(i-1) + j \quad \forall VaR_{i,j}$ , sendo  $n$  o número total de vértices;

- A matriz de correlações dos ativos  $k$  :  $\rho_{p,q} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \dots & \rho_{1,n} \\ \rho_{2,1} & 1 & \dots & \rho_{2,n} \\ \dots & \dots & 1 & \dots \\ \rho_{n,1} & \rho_{n,2} & \dots & 1 \end{bmatrix}$ ,

onde  $p,q = (0, 1, \dots, k)$  e;

- vetor transposto  $VaR_k^T$

Uma vez definidos estes três fatores, o risco global diversificado é sintetizado pela equação a seguir:

$$VaRD_{Global} = \left\{ \begin{bmatrix} VaR_1 & VaR_2 & \dots & VaR_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \dots & \rho_{1,n} \\ \rho_{2,1} & 1 & \dots & \rho_{2,n} \\ \dots & \dots & 1 & \dots \\ \rho_{n,1} & \rho_{n,2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} VaR_1 \\ VaR_2 \\ \dots \\ VaR_n \end{bmatrix} \right\}^{1/2} \quad [3.16]$$

O  $VaRD_{Global}$  representa em um único número o risco total a que a empresa está sujeita dada sua exposição ao mercado financeiro.



# CAPÍTULO 4

---

## ***GESTÃO DE RISCO DE MERCADO***

*Apresentação de Metodologias  
de Gestão de Risco, com ênfase  
em Alocação Ótima de Recursos  
e Controle de Performance*

## INTRODUÇÃO

O benefício adquirido pelo advento dos modelos de avaliação de risco, somente é percebido quando existem ferramentas e artifícios que controlem, tratem e interpretem o conjunto de informações por eles gerados. A avaliação consistente do risco é conseguida pelo *benchmarking* das medidas realizadas na instituição, contra padrões externos (medidas de risco de outras instituições) e padrões temporais internos (acompanhamento ao longo do tempo).

Em geral, a comparação com outras instituições é difícil porque podem ser utilizadas premissas, parâmetros e simplificações distintos em cada etapa do desenvolvimento do modelo e porque muitas vezes não interessa às instituições que suas exposições sejam conhecidas pelo mercado, por receio à possíveis reações e por estratégia de atuação. No entanto, a comparação com a própria evolução histórica é simples e eficiente, o que justifica sua adoção como forma de verificar o desempenho da instituição em relação ao binômio *Risco – Retorno*, referência para qualquer análise de performance de investimentos.

Note-se que o conhecimento das exposições da empresa ao risco de mercado permite que seja adotada uma estratégia, de correção ou manutenção das políticas estabelecidas, coerente com seu perfil<sup>1</sup>. Dessa forma, o gestor de recursos pode intervir, baseado em ferramentas de apoio à decisão, alterando a composição de sua carteira para adaptá-la a mudanças de cenário econômico ou mesmo a oscilações de mercado que afetem somente ativos específicos.

As ferramentas de apoio à decisão propostas estão divididas em três grupos e podem ser adotadas na ordem em que estão descritas por representarem diferentes níveis de atuação sobre a carteira.

---

<sup>1</sup> O perfil de cada empresa indica sua pré-disposição para assumir riscos e pode ser caracterizado como Agressivo, Moderado ou Conservador.

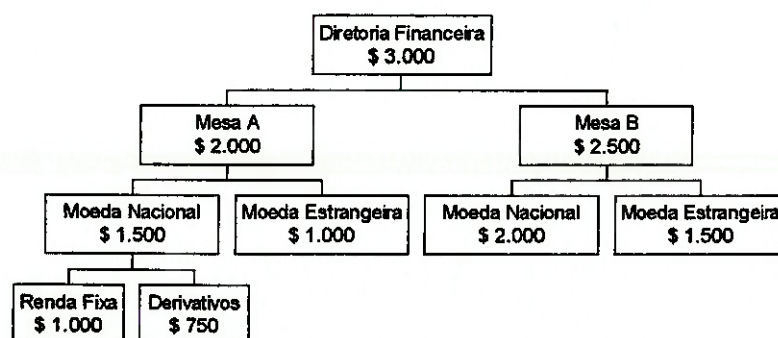
## LIMITES

A alta gerência da instituição, que deve estar engajada durante todo o processo de implantação do Modelo VaR, é responsável pela definição dos limites de risco e de perda e pelo cumprimento dos mesmos.

Esses limites indicam claramente a disposição e a capacidade da instituição em aceitar possíveis perdas, ou seja, refletem qual a dimensão dos prejuízos, em dinheiro, que seria suportada.

Os limites devem ser estabelecidos juntamente com os níveis hierárquicos que estejam em contato direto com o mercado financeiro. Essa ação conjunta determina que sejam escolhidos limites compatíveis tanto com as exigências de retorno e risco como com as possibilidades de realização no mercado. Além disso, podem ser estipuladas diferentes autonomias de ação, definindo limites por áreas e departamentos, de forma que, a partir de certos patamares somente executivos superiores na hierarquia da empresa têm autoridade para permitir que exposições maiores sejam incorridas.

Como a medida do VaR incorpora o efeito gerado pelas correlações dos ativos de uma carteira diversificada é possível que o risco de um nível hierárquico superior seja menor que a soma algébrica dos riscos de todas as áreas subordinadas, como representado no exemplo da figura que segue:



**Figura 4.1 – Distribuição Hipotética de Limites**  
Elaborado pelo autor



Esses limites devem servir como referência para a execução de novas operações, pois conforme variam as características das posições da instituição haverá maior ou menor disponibilidade de recursos para aplicar em determinados instrumentos financeiros. Da mesma forma, alterações de mercado ou na composição da carteira podem exigir a realização de operações de *hedge* ou mesmo a liquidação de posições.

Em certas situações, atender a estas restrições pode ser desconfortável, já que a recuperação de alguns prejuízos poderiam ocorrer naturalmente pela reacomodação de parâmetros de mercado, mas a estratégia adotada pela utilização de limites determina que não ocorram perdas maiores que um valor pré-determinado.

A evolução das duas medidas de maior relevância, risco e resultado, que são consequência, respectivamente, das variações de mercado esperada e observada devem ser acompanhadas.

### Risco

Os limites de risco  $LR$  visam barrar a exposição além da definida como suportável, dentro de um determinado período de tempo e, portanto, não devem ser ultrapassados, a fim de resguardar a saúde financeira da instituição.

Sua forma mais simples é dada pela composição de limites de risco por fator de risco e limite de risco global:

$$VaR_i \leq LR_i \quad \forall i \quad [4.1a]$$

, onde  $i$  representa o fator de risco  $i$

$$VaR_{Global} \leq LR \quad [4.1b]$$

, onde  $LR \leq \sum LR_i$

### Resultado

O limite de perda  $LP$  associado ao controle de resultado existe para impedir que sejam acumuladas perdas efetivamente maiores que as pré-estabelecidas para um certo período. Portanto, o fato de existirem perdas acumuladas  $P$  implica que deve haver menor exposição ao risco, ou seja, o limite de risco é diminuído conforme ocorrem perdas. Na hipótese do limite de perdas, no período, ser totalmente consumido o  $VaR$  deverá ser reduzido à zero.

É uma forma aperfeiçoada do limite de risco, com a adição de mais um tipo de elemento às restrições:

$$VaR_i + P_i \leq LP_i \quad \forall i \quad [4.2a]$$

, onde  $i$  representa o fator de risco  $i$

$$VaR_{Global} + P_{Global} \leq LP_{Global} \quad [4.2b]$$

, onde  $L \leq \sum L_i$

## CONTROLE DE PERFORMANCE

A abordagem do VaR permite que sejam comparados retornos resultantes de mercados com volatilidades diferentes sob uma base comum, de maneira que sejam identificadas as melhores oportunidades de negócio e não as que proporcionam a maior exposição ao risco.

Como forma de validar o modelo e de avaliar o desempenho da carteira, dos produtos e dos *traders*, devem ser desenvolvidas estruturas que possam monitorar os resultados obtidos para as respectivas exposições ao risco.

Dessa forma, pode-se inibir a tendência de assumir riscos desnecessários procurando retornos elevados ou, por outro lado, de rejeitar operações interessantes do ponto de vista financeiro por aversão aos riscos existentes, baseado em critérios e opiniões não formalizados, muitas vezes pessoais. A decisão deve ser tomada com fundamentação no maior número de informações tratadas formalmente.

### Modelo

É muito importante validar as hipóteses assumidas e simplificações adotadas na implementação do modelo, isto é, atestar que na prática nenhuma premissa é violada e que os resultados estão de acordo com os previstos.

Quando o modelo está adequadamente calibrado, ao nível de 95% de confiança, somente 5% das observações podem estar localizadas fora da faixa estabelecida pelo VaR. Caso ocorra uma frequência substancialmente maior de pontos observados fora desta fronteira, deve-se entender que o modelo merece ser reexaminado por apresentar falhas ou erros na modelagem, nas hipóteses, nos parâmetros ou em alguma etapa de cálculo, e que o risco medido está subestimado.

Uma forma simples de testar a acurácia do modelo é contrastar volatilidades e retornos diários. A comparação pode ser realizada através do percentual do número de vezes em que P&L superaram as volatilidades estimadas em um dado horizonte, ou pela utilização de um gráfico de dispersão.



Na primeira solução, nota-se que há perda de informação pois conclui-se somente se a confiabilidade pretendida está sendo atingida ou não, enquanto que, na segunda, são plotados os pares<sup>2</sup>  $(\sigma_{t-1}; r_t)$  permitindo que também se observe a forma como se distribuem as variações tanto esperadas como observadas.

Nos gráficos, a seguir, as retas determinadas por  $\sigma_{t-1} = r_t$  definem a fronteira que separa os acertos e os erros do modelo. Como no eixo das abcissas são representadas as variações esperadas (volatilidades) e no eixo das ordenadas as variações observadas (retornos), 95% dos pontos devem estar situados acima dessa reta, na representação a), ou fora do cone na representação b).

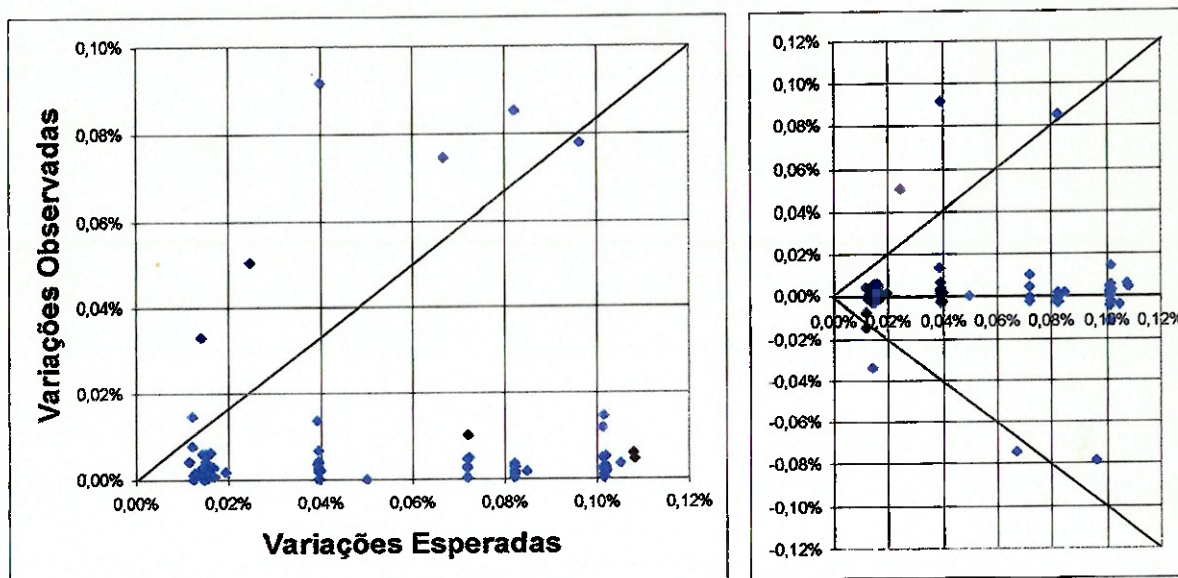


Figura 4.2 – Controle de Performance do Modelo  
Elaborado pelo autor

Intuitivamente, o número aceitável de pontos fora do intervalo, dado um grau de confiança  $c$ , seria  $N = pT$ , onde  $p = 1 - c$  e  $T$  é o número total de observações incluídas na amostra, porém KUPIEC(1995) *apud* JORION(1997) desenvolveu intervalos de confiança para tais valores. As regiões de não-rejeição são definidas pelos pontos extremos que satisfazem a seguinte relação, de distribuição chi-quadrado com um grau de liberdade:

$$1 = -2\ln[(1-p)^{T-N} p^N] + 2\ln[(1-N/T)^{T-N} (N/T)^N] \quad [4.3]$$

<sup>2</sup> Volatilidade x retorno

*Carteira, Produtos e Traders*

Uma das medidas de desempenho é o Índice de Sharpe<sup>3</sup> que é definido como o quociente dado pela diferença entre o retorno médio e a taxa livre de risco, e a volatilidade dos retornos, ou seja:

$$S_i = \frac{\bar{R}_i - R_F}{\sigma(R_i)} \quad [4.4]$$

Tal relação, porém, ao destacar a importância da interdependência entre retorno e risco, quando tomada isoladamente, pode conduzir à conclusões e escolhas errôneas. Isto porque duas operações em mercados diferentes com valores de Índice de Sharpe altos, portanto, teoricamente viáveis, quando realizadas simultaneamente podem expor a instituição a riscos elevados, decorrentes da correlação existente entre os ativos.

Aplicada sobre o portfólio, essa razão absorve a distorção gerada e deve ser entendida como um indicador global de desempenho, que agrega os impactos produzidos por cada um dos elementos que afetam a carteira, como sua composição e parâmetros de mercado.

---

<sup>3</sup> SHARPE, W. F. *Portfolio Theory and Capital Markets*. New York, McGraw-Hill, 1970.



## ALOCÇÃO ÓTIMA DE RECURSOS

A alocação ótima de recursos depende fundamentalmente do perfil do investidor. É função do nível de risco ao qual ele está disposto a se expor ou, por outro lado, do nível de retorno que quer exigir.

Duas importantes hipóteses sobre o comportamento do investidor são assumidas ao longo deste trabalho:

1. *Entre alternativas de mesmo risco o investidor sempre escolherá a de maior retorno;*
2. *Entre alternativas de mesmo retorno o investidor sempre escolherá a de menor risco.*

A partir de cada nível de risco, pode-se obter o portfólio de máximo retorno correspondente e plotando-se estes pares de pontos em um gráfico risco x retorno, obtém-se a curva conhecida como Fronteira Eficiente.

Teoricamente, para determiná-la, deveriam ser consideradas todas as possíveis combinações de ativos, mas na prática como existem infinitas combinações a curva é traçada sobre uma série de pontos calculados. Se fossem plotados os pontos de risco e retorno de todas as possíveis combinações de todos os ativos seria encontrada uma distribuição de portfólios com aspecto semelhante ao apresentado na figura a seguir:

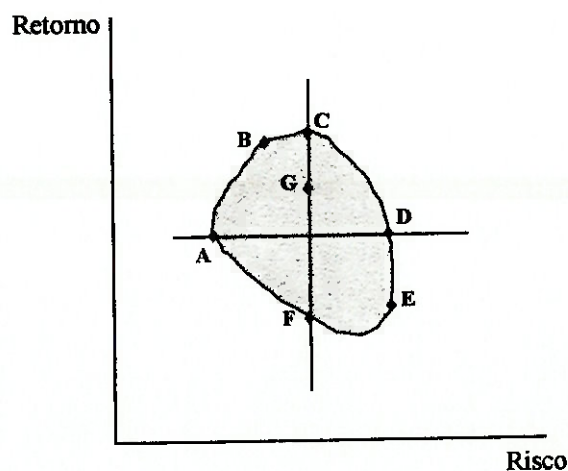


Figura 4.3 – Risco x Retorno  
Adaptado de ALMEIDA JÚNIOR(1995)

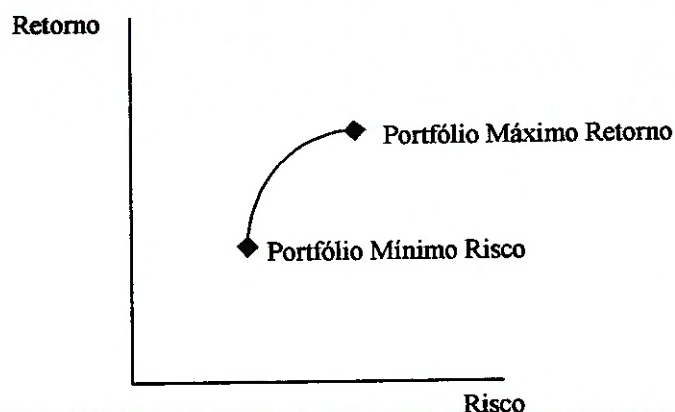


Os portfólios que puderem ser substituídos por outro melhor, segundo as hipóteses anteriores, devem ser descartados, já que não seriam escolhidos pelo investidor.

Tomando-se os portfólios C, F e G deve-se eliminar os pontos F e G pois oferecem menor retorno para o mesmo nível de risco. Pelo mesmo motivo o ponto D descarta o ponto E. O ponto A oferece o mesmo retorno e um nível de risco muito inferior ao do ponto D, portanto D é eliminado. Adotando-se esses critérios, todos os pontos à direita de C ou abaixo de A, assim como todos os pontos interiores à curva, também deverão ser excluídos, pois sempre oferecerão retornos menores que C ou riscos maiores que A.

Os pontos restantes, contidos na linha que une A e C, delimitam a Fronteira Eficiente, onde estão os portfólios de melhor desempenho na relação risco x retorno. Os portfólios A e C são conhecidos respectivamente por Mínimo Risco e Máximo Retorno. Em geral, o portfólio de máximo retorno representa o comportamento de um único ativo.

A Fronteira Eficiente envolve, então, os melhores portfólios desde o de mínimo risco até o de maior retorno, conforme a figura a seguir:



**Figura 4.4 – Fronteira Eficiente**  
Elaborado pelo autor

A escolha do portfólio ótimo entre os que compõe a Fronteira Eficiente depende do perfil do investidor, sendo necessário que a análise seja acompanhada pelo confronto com as Curvas de Indiferença<sup>4</sup>. Essas curvas, também conhecidas como Curvas de Utilidade, indicam o grau de aversão ao risco do investidor, e demonstram a exigência de aumentos de retorno mais que proporcionais assim que cada unidade de risco acrescida deixa de parecer interessante. Na figura a seguir, são apresentadas possíveis curvas para dois investidores hipotéticos.

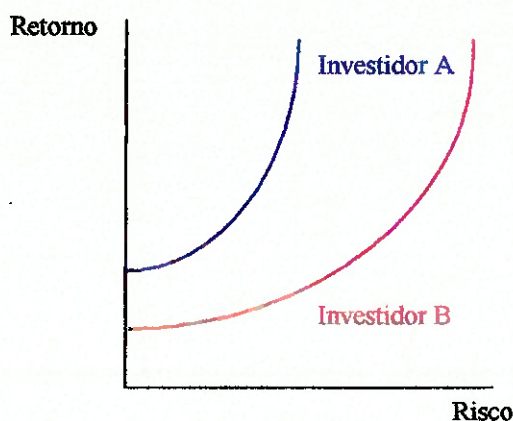


Figura 4.5 – Curvas de Indiferença  
Adaptado de SECURATO(1996)

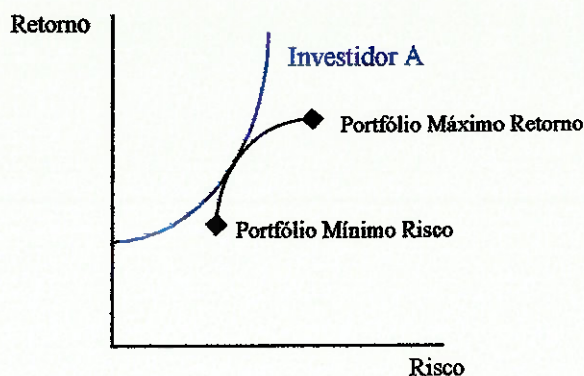
Observando a figura, conclui-se que o grau de aversão ao risco do investidor A é maior que o do investidor B, pois se submete aos mesmos níveis de risco, somente com a possibilidade de retornos consideravelmente mais elevados. Outra característica que pode ser notada é que o investidor B está disposto a se expor a riscos aos quais o investidor A não se submeteria nem em função de retornos esperados maiores. Portanto, estão retratados os perfis de um investidor *conservador* A e um *agressivo* B.

O portfólio ótimo para cada um deles é dado pelo ponto tangente entre a Fronteira Eficiente da carteira e sua Curva de Utilidade, como pode ser visto a seguir:

---

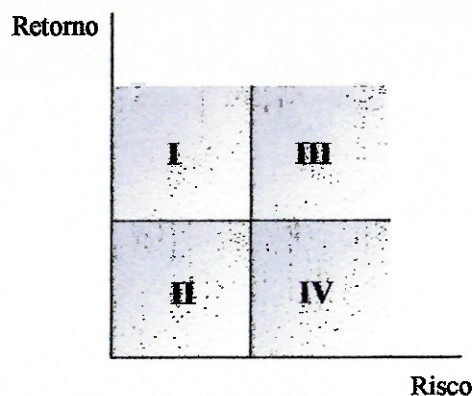
<sup>4</sup> SECURATO(1996)





**Figura 4.6 – Portfólio Ótimo**  
Elaborado pelo autor

A intersecção das duas curvas indicaria que existem Curvas de Utilidade alternativas, para o investidor que segundo as duas hipóteses assumidas no início do capítulo: “entre alternativas de mesmo risco (...) sempre escolherá a de maior retorno” e “entre alternativas de mesmo retorno (...) sempre escolherá a de menor risco”. Ou seja, o investidor terá preferência pelos investimentos situados nos quadrantes I, II, III e IV, nesta ordem, da figura seguinte (que representa o universo de aplicações possíveis) sempre optando por qualquer oportunidade localizada à Noroeste de alguma outra.



**Figura 4.7 – Escolha de investimentos**  
Elaborado pelo autor

Sabendo que o ponto comum às quatro áreas é o ponto de risco médio e retorno médio, das alternativas possíveis, os quadrantes representam as diferentes combinações de Risco e Retorno, para um dado investidor, da seguinte forma:

- I - Retorno Alto, Risco Baixo
- II - Retorno Baixo, Risco Baixo
- III - Retorno Alto, Risco Alto
- IV - Retorno Baixo, Risco Alto



### **MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO**

Uma considerável parcela dos modelos de otimização baseiam-se nas teorias desenvolvidas Harry Markovitz e William Sharpe, cuja idéia central pode ser ilustrada por passagens de obras de dois grandes escritores<sup>5</sup>:

*“Escute o conselho de um sábio para garantir o amanhã, e não coloque todos os ovos na mesma cesta” – Miguel de Cervantes, Don Quijote de la Mancha, 1605.*

*“‘Ouça’, disse o tolo, ‘Não ponha todos os ovos na mesma cesta’ – o que nada mais é que uma maneira de dizer, ‘Diversifique seu dinheiro e sua atenção’; mas o sábio disse ‘Ponha todos seus ovos na mesma cesta e mantenha-a sob vigília.’” – Mark Twain, Pudd’nhead Wilson, 1894.*

Lendo esses trechos pode-se dizer que Cervantes teria sido um melhor investidor, pois utiliza as teorias de diversificação como forma de reduzir o risco de um portfólio. A redução de risco é decorrente de um planejamento estruturado que permita o balanceamento dos *trade-offs* entre risco e retorno dos diferentes ativos, o que nos conduz aos métodos de otimização.

Os métodos de otimização são de extrema importância, pois segundo um estudo recente, liderado pelos analistas de investimento BRINSON, SINGER e BEEBOWER<sup>6</sup>, em mais de 91 % das vezes o fator de maior impacto nos resultados de investimentos foi a forma como os recursos foram alocados. Pressupõe-se que, com uma alocação apropriada, os movimentos negativos de um ativo devem ser mais que compensados pelos movimentos positivos de um outro.

---

<sup>5</sup> Traduzido de INTERNET. The role of asset allocation in portfolio management

<sup>6</sup> Ver INTERNET. Portfolio optimization. e INTERNET. Asset allocation and portfolio performance.

### Programação Matemática

Os modelos de otimização baseados na Diversificação da Carteira e no Índice de Sharpe podem assumir várias formas. Entretanto, o algoritmo de programação matemática que reúne o maior número de vantagens foi publicado em 1987, por William Sharpe. Esse algoritmo tem a virtude de incorporar complexidades do mundo real ao mesmo tempo em que apela para nossa intuição.

O intuito do modelo é maximizar a seguinte função objetivo:

$$\phi = (R_P - R_F) - \lambda \sigma_P \quad [4.5]$$

$R_P$  = retorno esperado do portfólio

$R_F$  = taxa livre de risco

$\lambda$  = coeficiente de aversão ao risco

$\sigma_P$  = volatilidade do portfólio

O coeficiente de aversão ao risco  $\lambda$  indica nossa inclinação de sacrificar uma unidade de retorno esperado para reduzir o risco em uma unidade.

Assumindo um portfólio qualquer composto por dois ativos, teríamos:

$R_P = w_1 R_1 + w_2 R_2$ , onde  $w_i$  é a participação % do ativo  $i$  na carteira

$$\sigma_P^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 \rho_{1,2} (w_1^2 \sigma_1^2)(w_2^2 \sigma_2^2)$$

A taxa livre de risco  $R_F$  deve representar a segurança e a rentabilidade proporcionadas por títulos do governo, podendo, portanto, ser aproximada por 98% CDI. Os Certificados de Depósito Interbancário representam o custo de oportunidade de uma instituição financeira, uma vez que, pode-se obter uma rentabilidade igual a 98% de seu valor com o benefício de negociar um título “livre de risco”<sup>7</sup>.

Neste modelo não são utilizadas as Curvas de Indiferença e a Fronteira Eficiente, pois a estrutura da função objetivo é responsável por construir portfólios adequados ao perfil de cada investidor, caracterizado pelo valor de  $\lambda$ .

<sup>7</sup> O risco do CDI está associado ao colapso do sistema financeiro nacional, hipótese descartada por retratar um quadro tão crítico que qualquer combinação de investimentos poderia trazer prejuízos.

A função objetivo está sujeita a algumas restrições, responsáveis pela consistência dos resultados, impedindo que sejam geradas composições de carteira que não possam ser elaboradas na prática:

$w_i \geq 0$ , pois a participação % de cada ativo é no mínimo igual a zero

$\sum w_i = 1$ , indica que todo o capital disponível deve ser aplicado

A partir das informações de risco e retorno, obtém-se a composição ótima da carteira para um dado grau de aversão ao risco. Dado o mix atual da carteira, determina-se o benefício marginal gerado por cada nova unidade de um ativo calculando-se as derivadas parciais da função  $\phi$  em relação à participação  $w_i$  de cada ativo.

#### *Programação Matemática adaptada às Curvas de Utilidade*

Uma forma de considerar as Curvas de Utilidade, na escolha do portfólio ótimo, é encontrar, dados o risco e o retorno de cada ativo, a composição que propicie o retorno máximo para cada nível de risco (empregando programação matemática).

Os pontos definidos pelas características de cada carteira delimitam a Fronteira Eficiente. Deste modo, o investidor pode selecionar a melhor alternativa através da observação direta do gráfico, uma vez que todos os pontos estão associados a uma composição específica de ativos.

Pela imposição de restrições como máximo risco suportável ou mínimo retorno aceitável é possível selecionar a região que contém as carteiras com alocação ótima de recursos. Na figura a seguir é apresentado um gráfico gerado pela otimização de uma carteira<sup>8</sup> com quatro ativos, para oito níveis de risco (compreendendo desde a carteira de menor risco até a de maior retorno). As regiões hachuradas são desprezadas por não atenderem às exigências de risco e retorno.

---

<sup>8</sup> Os detalhes sobre essa otimização de carteira, realizada utilizando-se o Solver do Excel 8.0, são apresentados no Capítulo 5 em Exemplo Numérico – Alocação Ótima de Recursos.



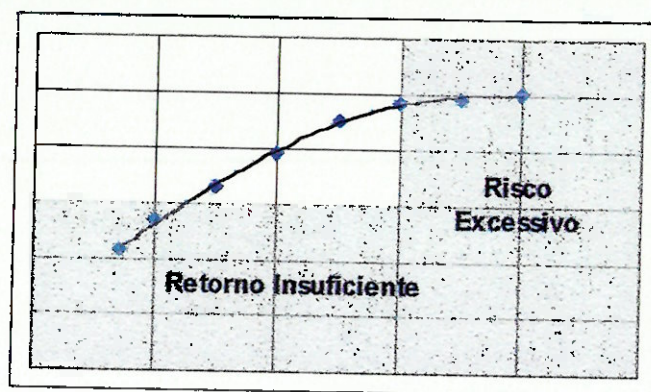


Figura 4.8 – Otimização de Portfólio  
Elaborado pelo autor

### Simulação

No método de Programação Matemática é apresentada uma solução ideal, baseada em dados históricos que podem conter erros sistemáticos. Dessa forma, um ativo que tenha seu retorno superavaliado e seu risco subestimado será favorecido, comprometendo o desempenho da carteira e corrompendo o resultado esperado.

Algumas referências citam, de forma irônica, este problema dos métodos de otimização conhecido como Maximização do Erro.

Uma alternativa é a Simulação, onde são testadas diferentes alternativas de composição de investimento submetidas à uma gama de alterações de cenário econômico.

Neste processo são definidas  $n$  carteiras compostas por quantidades diferentes dos ativos, de forma que se possa calcular risco e retorno, em função dos  $j$  cenários estabelecidos. Cada cenário  $C$ , e sua respectiva probabilidade de ocorrência  $p$ , deve ser sugerido e sustentado por operadores da mesa, pela diretoria e por analistas especializados, em função de suas perspectivas de mercado.

Aqui não é necessário utilizar as correlações entre os ativos, uma vez que seu comportamento conjunto está implícito nos cenários esperados.

O conjunto de cenários sintetiza as expectativas de variação dos ativos considerados. Como dois cenários distintos não podem ocorrer simultaneamente, são mutuamente excludentes e a soma de suas probabilidades é igual a um.

Uma tabela típica onde as informações são consolidadas é apresentada a seguir:

		COMPOSIÇÃO CARTEIRA $n$				
Cenários	Probabilidade	Ativo <sub>1</sub>	Ativo <sub>2</sub>	...	Ativo <sub>i</sub>	
		$w_1$	$w_2$	...	$w_i$	$R_j$
$C_1$	$p_1$	$R_{1,1}$	$R_{1,2}$	...	$R_{1,i}$	$R_1$
$C_2$	$p_2$	$R_{2,1}$	$R_{2,2}$	...	$R_{2,i}$	$R_2$
...	...	...	...	...	...	...
$C_j$	$p_j$	$R_{j,1}$	$R_{j,2}$	...	$R_{j,i}$	$R_j$
						$\bar{R}$

Tabela 4.1 – Composição x Cenários  
Adaptado de SECURATO(1996)

Para cada composição de carteira  $n$ , o retorno decorrente de cada cenário  $j$  é dado pela somatória das parcelas definidas pelo produto da participação de cada ativo pelo respectivo retorno:

$$R_j = \sum_i w_i R_{i,j} \quad [4.6]$$

O retorno dessa carteira  $n$  é obtido fazendo-se a somatória:

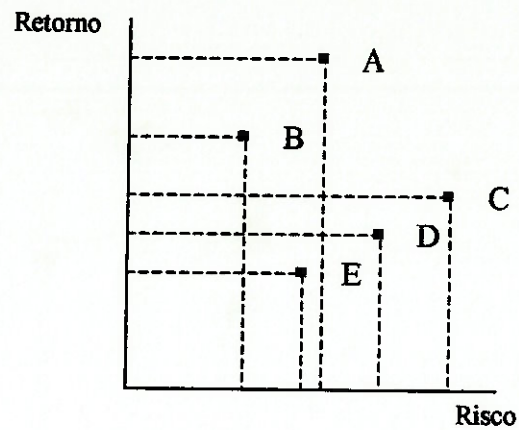
$$\bar{R} = \sum_j p_j R_j \quad [4.7]$$

E a volatilidade será:

$$\sigma = \sqrt{\overline{R^2} - \bar{R}^2} \quad [4.8]$$

, sendo  $\overline{R^2} = \sum_j p_j R_j^2$

Para comparação das  $n$  carteiras, mais uma vez, é utilizado um gráfico Risco x Retorno onde pode ser vista a dispersão dos pontos determinados por cada par  $(\sigma, R)$ . A figura a seguir assume a simulação para cinco carteiras:



**Figura 4.9 – Seleção de Carteiras**  
**Elaborado pelo autor**

Ligando-se cada ponto à origem, escolhe-se o portfólio que determinar o segmento de maior inclinação, que nada mais é que a representação gráfica do Índice de Sharpe.



# CAPÍTULO 5

---

***EXEMPLO NUMÉRICO***  
*Utilização da metodologia  
proposta para solução  
de casos práticos.*

## INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão exemplificados os cálculos de pontos importantes e/ou críticos da metodologia. Dessa forma, possíveis detalhes mal compreendidos poderão ser esclarecidos e será averiguada a adequação da estrutura proposta aos dados reais.

Na primeira parte são abordados os itens pertinentes à Avaliação de Risco desde o cálculo de volatilidades, passando pela consolidação de carteira e obtendo finalmente o risco.

Na segunda parte são utilizadas algumas das ferramentas de Gestão de Risco como limites, controle de performance do modelo e alocação ótima de recursos.

## AVALIAÇÃO DE RISCO

### *CÁLCULO DE VOLATILIDADES*

Para cálculo de volatilidades, em um determinado vértice, devem ser conhecidos:

- O tamanho  $n$  da janela que será utilizada;
- A série de Preços Unitários Sintéticos do ativo;
- A série de retornos dos PU's;
- O desvio-padrão da amostra  $n$ ;
- O nível de confiança que será exigido para cálculo de risco;

#### Janela

O tamanho  $n$  da janela é escolhido arbitrariamente, em função do período que cada dado deve impactar a volatilidade. Neste exemplo consideraremos  $n$  igual a 25, de forma que, para que se obtenha o primeiro valor de volatilidade é necessário que existam preços unitários do ativo nos 25 dias anteriores à data de referência.

### Série de Preços Unitários Sintéticos

Neste exemplo, serão calculadas as volatilidades do ativo equivalente Pré e sua série de preços unitários será sintetizada para o vértice 21 DU<sup>1</sup> a partir das séries de preços de futuro DI. Esse vértice estará sempre localizado entre hoje e o primeiro vencimento de futuro ou entre o primeiro e o segundo vencimentos.

Os PU's são obtidos empregando-se a fórmula a seguir, cuja dedução é apresentada no Anexo A, que segue:

$$PU_v = (DI_t)^{DU/DT} (DI_{t-1})^{1-DU/DT}$$

$DI_t$  : preço do i-ésimo vencimento adjacente de Futuro de DI conhecido

DU : número de Dias Úteis entre o ponto conhecido anterior e o vértice

DT : número de Dias Úteis entre dois pontos conhecidos

Tomaremos os dados dos dias 29/08/97 e 04/09/97, cujos vértices 21 DU estão localizados entre o 1º e o 2º vencimentos de futuro, para ilustrar os cálculos subsequentes:

Data	1º Vencimento			2º Vencimento		
	Vcto	Fechto	Abert.	Vcto	Fechto	Abert.
29/08/97	01/09/97	99928,00	99927,56	01/10/97	98339,22	98344,38
04/09/97	01/10/97	98629,89	98625,63	03/11/97	97034,28	97021,48

Tabela 5.1 – Preços Unitários de DI Futuro  
Fonte: BM&F

Para as duas datas escolhidas, como conhecemos DU e DT, calculamos os PU's de abertura e fechamento nesse vértice:

$$\text{Em 29/08/97: } PU_{Ab} = (98.344,38)^{20/22} (99.927,56)^{1-20/22} = 98.487,26$$

<sup>1</sup> Sempre localizado a 21 Dias Úteis da data de referência.



Fazendo-se cálculos análogos encontra-se a seguinte tabela:

Data	Vértice 21 DU	DU	DT	PU <sub>Ab</sub>	PU <sub>Fech</sub>
29/08/97	29/09/97	20	22	98487,26	98482,60
04/09/97	03/10/97	2	23	98485,09	98490,11

Tabela 5.2 – Preços Unitários nos Vértices  
Elaborado pelo autor

Repetindo-se o procedimento, obtém-se a série de Preços Unitários Sintéticos do ativo Pré 21 DU.

#### Observação:

Vale ressaltar que, no caso de haver vértices com prazos inferiores à 20 dias úteis, pode ser necessário que haja um vencimento de futuro anterior ao primeiro. Nestas situações, utiliza-se o valor de vencimento  $PU_0 = 100.000$ . Por exemplo, tomando-se novamente o dia 04/09/97 como referência teríamos um vértice 15 DU localizado em 25/09/97, portanto, antes do 1º vencimento em 01/10/97. O PU de abertura neste vértice seria sintetizado fazendo-se:

$$PU_{Ab} = (98625,63)^{15/23} (100000)^{1-15/23} = 99.101,52$$

#### Série de Retornos

Como os retornos diários são dados por  $R = \ln \left( \frac{PU_{Fech}}{PU_{Ab}} \right)$ , podemos montar a tabela:

Data	Vértice 21 DU	PU <sub>Ab</sub>	PU <sub>Fech</sub>	Retorno
29/08/97	29/09/97	98487,26	98482,60	-0,0047%
04/09/97	03/10/97	98485,09	98490,11	0,0051%

Tabela 5.3 – Retornos Diários  
Elaborado pelo autor

A série de retornos é obtida da mesma forma, fazendo-se os cálculos a partir da série de Preços Unitários disponíveis.

### Desvio-Padrão

O último passo para cálculo de volatilidades é a obtenção do desvio-padrão da amostra  $n$  de retornos passados. O desvio-padrão dos 25 últimos elementos, para o dia 06/10/97, inclui as variações do dia 02/09/97 até o próprio dia 06/10/97, inclusive, e é igual a 0,0040%.

### Nível de Confiança

Os níveis de confiança usualmente empregados no modelo VaR são 95%, 97.5% e 99%. No exemplo será considerada uma confiabilidade de 95%, ou um erro em cada 20 estimativas. Assim, após o primeiro mês já pode ser realizado o Controle de Performance do Modelo, verificando sua acurácia.

Para o cálculo de Risco, a confiabilidade de 95% em uma distribuição Normal é conseguida tomando-se a área sob a curva delimitada pelo intervalo  $[\mu - 1,65\sigma; \infty]^2$ . Dessa maneira, o desvio-padrão obtido deverá ser multiplicado pelo coeficiente de confiança  $k$  igual a 1,65 para que seja atingida a confiabilidade pretendida.

---

<sup>2</sup> Ver Capítulo 3, p. 20- 21.

### Volatilidade

A volatilidade é dada pelo produto do desvio-padrão pelo coeficiente de confiança. Sua obtenção é ilustrada na tabela a seguir:

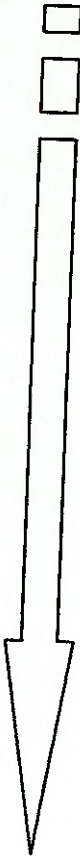
Variações	Volatilidade
0,0144%	
0,0015%	
0,0051%	
0,0021%	
-0,0022%	
0,0028%	
0,0017%	
-0,0027%	
-0,0002%	
-0,0024%	
0,0099%	
0,0046%	
0,0048%	
0,0002%	
0,0042%	
0,0015%	
0,0060%	
-0,0003%	
0,0023%	
0,0058%	
-0,0022%	
0,0001%	
0,0001%	
0,0031%	
-0,0007%	
	0,0065%
	<b>Volatilidade Anualizada</b> 0,1028%

Tabela 5.4 – Obtenção da Volatilidade  
Elaborado pelo autor

No Anexo D é apresentada uma tabela que resume os dados utilizados e os dados gerados para o cálculo de volatilidades nos dias 06/10/97 e 07/10/97. Foram tomados os Preços Unitários de Abertura e de Fechamento de contratos futuros de DI como referências de variação e o nível de confiança exigido foi 95%, portanto  $k$  igual a 1,65.



### CONSOLIDAÇÃO DA CARTEIRA

Para exemplificar a consolidação por vértices, suponha uma carteira original composta por ativos e passivos consolidados sob o fator de risco Pré e distribuídos ao longo do tempo. As aplicações (ativos) e as captações (passivos) deveriam ser tratadas como duas carteiras separadas mas, para simplificar o exemplo, considerou-se que os dois casos não ocorrem no mesmo dia. Dessa forma, em uma determinada data, haverá somente uma captação ou uma aplicação.

No horizonte considerado estão incluídos 101 dias úteis, divididos entre 6 vértices com espaçamento de 20 dias entre eles (1DU, 21DU, 41DU, 61DU, 81DU, 101DU). A data de referência é a data atual ou hoje e, portanto, o vértice 1DU está localizado a 1 dia útil de hoje, isto é, amanhã. A localização dos outros vértices no eixo do tempo é análoga.

Os valores indicados nessa carteira são os valores *marked-to-market* das operações no vencimento, não sendo necessário calcular seu Valor Presente. Essas operações foram marcadas a mercado, ou seja, descontadas às taxas de mercado vigentes para cada prazo e indexador.

#### Operações Marked-to-Market

Para elucidar esta etapa é apresentada uma operação *marked-to-market* onde é realizada a aplicação de R\$ 1.000.000,00 a uma taxa pré-fixada de 2% a.m. durante 6 meses. O valor de resgate seria dado por:

$$V_{Venc} = 1.000.000 \times (1 + 0,02)^6 = 1.126.162,42$$

Mas, após um mês, o mercado está praticando a taxa de 3% a.m. para este tipo de operação. Nesta data, restando 5 meses para o resgate, o valor financeiro da aplicação seria:

$$V_{Fin} = \frac{1.126.162,00}{(1 + 0,02)^5} = 1.020.000$$

No entanto, seu valor MtM seria dado por:

$$V_{MtM} = \frac{1.126.162,00}{(1+0,03)^5} = 971.437,60$$

O valor MtM desta operação retrata o prejuízo potencial caso a posição fosse liquidada no cenário vigente. Por outro lado, um cenário com taxas menores que as contratadas deveria ser refletida como um lucro potencial, como realmente ocorre tomando uma taxa mensal de 1%, pois seu valor MtM seria igual a R\$ 1.071.504,90.

Essas colocações são importantes porque no cálculo de risco são determinados os valores das perdas potenciais, na hipótese de liquidação das posições, que necessariamente ocorreria conforme as expectativas do mercado.

### Split

O *Split* determina a distribuição dos volumes financeiros concentrados em cada ponto entre o par de vértices adjacentes. Retomando as expressões [3.9a], [3.9b] e [3.10] do Capítulo 3:

$$\begin{aligned} V_{ant} &= \alpha \cdot V \\ V_{post} &= (1 - \alpha) \cdot V \\ \alpha &= 1 - \frac{DU}{DT} \end{aligned}$$

Aplicando as relações a um volume de R\$ 1.000.000 concentrado em uma data  $t$  localizada a 37 dias úteis de hoje, a distribuição ocorreria entre os vértices 21 DU e 41DU. A diferença DU entre a data  $t$  e o vértice anterior é igual a 16.

Portanto, o volume alocado em cada vértice é igual a:

$$V_{Ant} = 0,2 \times 1.000.000 = 200.000$$

$$V_{Post} = 0,8 \times 1.000.000 = 800.000$$

Esse procedimento deve ser repetido, observando-se que parcelas tanto de operações localizadas antes de um determinado vértice como as localizadas depois serão somadas para a obtenção do volume total concentrado neste vértice. O resultado do *split* de duas operações entre os pares de vértices adjacentes é ilustrado na figura a seguir:

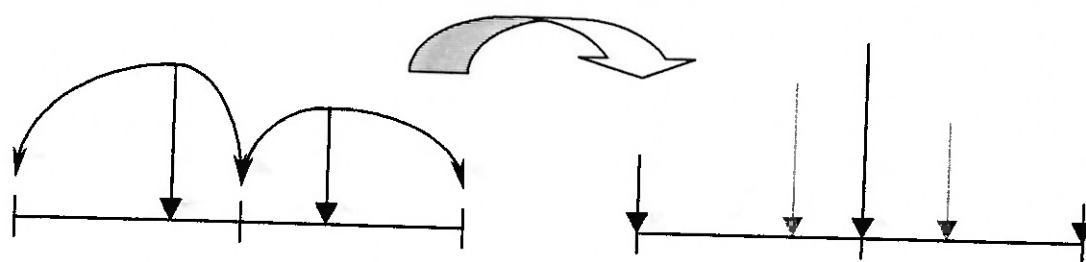


Figura 5.1 – Split de duas operações  
Elaborado pelo autor

Somando as parcelas geradas pelo *split* de todas as operações obtém-se a carteira consolidada equivalente na qual o fluxo original é representado por volumes concentrados nos vértices.

Voltando à carteira original<sup>3</sup> descrita em **Consolidação da Carteira**, os volumes resultantes da consolidação estão relacionados na tabela seguinte:

Vértice	Captação	Aplicação	Saldo
1	626.827,74	-208.986,88	417.840,87
21	825.036,87	-762.942,71	62.094,16
41	669.448,61	-760.623,79	-91.175,18
61	661.121,77	-779.060,00	-117.938,23
81	853.452,68	-841.564,10	11.888,58
101	488.684,99	-413.149,65	75.535,34
<b>TOTAL</b>	<b>4.124.572,65</b>	<b>-3.766.327,12</b>	<b>358.245,53</b>

Tabela 5.5 – Consolidação da Carteira  
Elaborado pelo autor

<sup>3</sup> Os volumes utilizados nesta carteira hipotética podem ser vistos no AnexoF.



O saldo consolidado em cada vértice é resultado da soma direta dos valores de aplicação e captação. A existência de saldos positivos e negativos indica que os volumes concentrados nestes pontos são sensíveis à oscilações opostas dos parâmetros de mercado. Isto é, se uma aplicação pré-fixada gera prejuízo quando ocorre uma alta das taxas de mercado, uma captação gera ganhos.

A consolidação da carteira promove uma drástica redução no número de pontos para os quais deverá ser calculada a volatilidade. Pode-se observar esse efeito pela comparação dos dois gráficos seguintes onde as operações de 100 dias foram agregadas em 6 vértices. Nos gráficos, as barras positivas indicam as aplicações enquanto as negativas indicam captações. O segundo gráfico apresenta os saldos da carteira consolidada que serão utilizados para cálculo de risco.

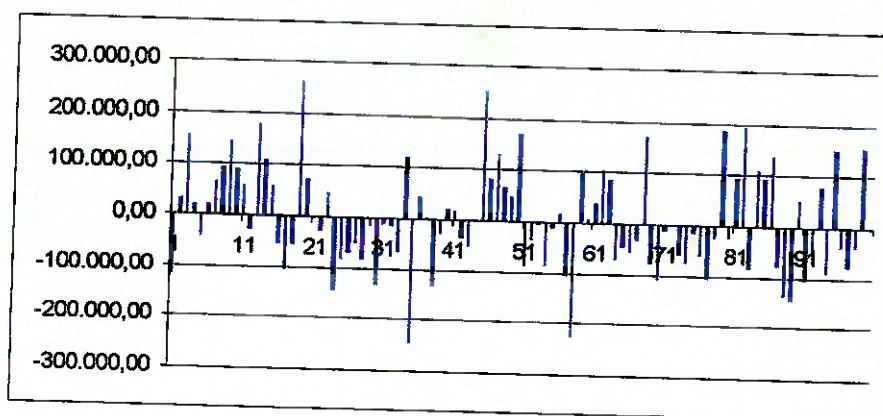


Gráfico 5.1 – Fluxo Original  
Elaborado pelo autor

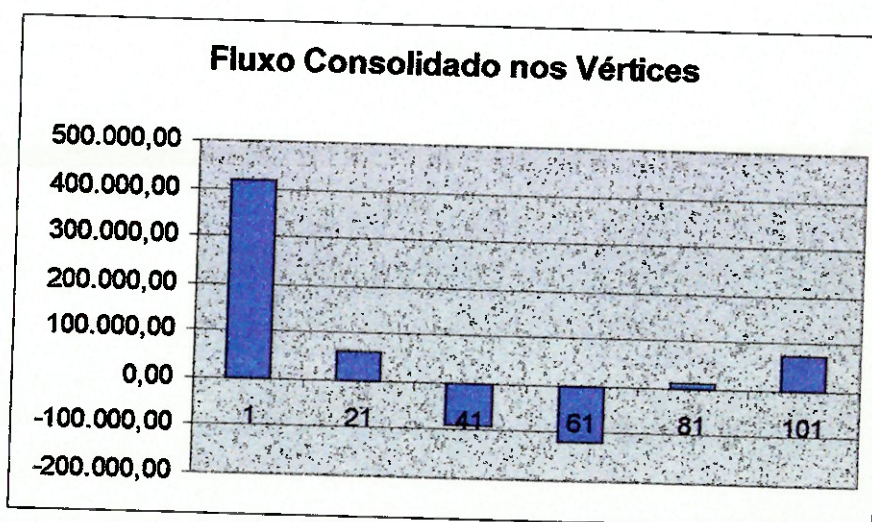


Gráfico 5.2 – Fluxo Consolidado  
Elaborado pelo autor

### CÁLCULO DE RISCO

Uma vez conhecidos os volumes concentrados em cada vértice resta determinar o *holding period* dos vértices para que o VaR possa ser calculado. Para um mesmo fator de risco, devido a liquidez de mercado, podem haver diferentes *holding periods* para os diferentes prazos considerados. Ao longo deste exemplo, assumiremos que é possível reverter ou fazer *hedge* de uma posição em 1 dia, independentemente do prazo.

Assim, como conhecemos todos os elementos que compõe o VaR podemos proceder seu cálculo pela simples aplicação da expressão 3.11.

#### Risco Individual

A partir dos resultados anteriores podemos, por exemplo, calcular o risco do fator de risco Pré para o vértice 21 DU no dia 06/10/97 que é igual a:

$$VaR_{Pré,21} = 62.094,16 \times 0,1028\% \times 1 = 63,82$$

O VaR para cada um dos vértices é obtido da mesma forma, de modo que são encontrados os valores apresentados na tabela 5.6:

Vértice	Volume	Volatilidade	Risco
1	417.840,87	0,0420%	175,51
21	62.094,16	0,1028%	63,82
41	-91.175,18	0,2078%	-189,50
61	-117.938,23	0,5108%	-602,45
81	11.888,58	0,7469%	88,80
101	75.535,34	0,8968%	677,44

Tabela 5.6 – Risco por Vértice  
Elaborado pelo autor

#### Risco Global Diversificado

A última etapa da avaliação de risco de mercado consiste em reduzir todas as informações geradas a um único número, o risco global diversificado. Para tanto, as parcelas decorrentes do VaR individual, calculado para cada par fator de risco e vértice, serão multiplicadas pela matriz de correlações.



A matriz é definida pela aplicação do coeficiente de correlação linear aos pares de séries de retornos. Para simplificar a notação, os ativos foram organizados colocando-se os vértices  $j$  em ordem crescente dentro de um fator de risco e depois os fatores de risco  $i$  também em ordem crescente, sendo assim renumerados de 1 até  $(i \times j)$ , conforme ilustra a figura:

			Ativo <sub>1,1</sub>	Ativo <sub>1,21</sub>	...	Ativo <sub>ij</sub>
			↓	↓		↓
			Ativo <sub>1</sub>	Ativo <sub>2</sub>	...	Ativo <sub>ixj</sub>
Ativo <sub>1,1</sub>	⇒	Ativo <sub>1</sub>	1	$\rho_{1,2}$	...	$\rho_{1,ixj}$
Ativo <sub>1,21</sub>	⇒	Ativo <sub>2</sub>	$\rho_{2,1}$	1	...	$\rho_{2,ixj}$
...		...	...	...	1	...
Ativo <sub>ij</sub>	⇒	Ativo <sub>ixj</sub>	$\rho_{ixj,1}$	$\rho_{ixj,2}$	...	1

Tabela 5.7 – Matriz de Correlações  
Elaborado pelo autor

A substituição dos dados da Tabela 5.6 e da matriz de correlações entre os vértices, apresentada no Anexo XX, na expressão [3.16] nos conduz ao seguinte resultado:

$$VaRD_{Global} = 223,56$$

Para simples observação do efeito da diversificação é apresentado o valor que seria encontrado caso não fossem consideradas as correlações entre os ativos:

$$VaR_{Global} = 948,97$$

Ou seja, o risco seria superestimado em mais de 4 vezes limitando assim a autonomia da instituição para aumentar suas exposições.



## GESTÃO DE RISCO

### *LIMITES*

Para ilustrar o uso de limites, suponhamos que no dia para o qual foi calculado o  $VaRD_{Global}$  de 223,56 houvesse um volume de perdas acumuladas igual a 100 e que o  $LR$  para o mês fosse igual a 500. Nesta situação o  $LR$  disponível seria igual a 176,44. Consideremos que no dia seguinte devido à oscilações de taxa de juros as volatilidades para todos os vértices dobrassem.

Neste novo cenário teríamos um  $VaRD_{Global}$  de 447,12 e, portanto, o  $LR$  disponível negativo em 47,12, indicando que o limite foi ultrapassado e que as perdas potenciais são maiores que as estipuladas como toleráveis.

A redução do  $VaRD_{Global}$  para patamares compatíveis com os limites estabelecidos seria conseguida com a diminuição do saldo nos vértices, por exemplo, aumentando aplicação ou diminuindo a captação. Uma redução de 20.000 nos saldos resultaria em um novo  $VaRD_{Global}$  igual a 200. Dessa forma, desprezando as novas perdas e ganhos, haveria um  $LR$  disponível da ordem do original.

### *CONTROLE DE PERFORMANCE DO MODELO*

O controle do modelo será exemplificado tomando-se os retornos do PU sintético para o fator de risco Pré, vértice de 21 DU, entre 25/06/97 e 07/10/97. Em um total de 75 dias úteis de observação<sup>4</sup> e grau de confiança igual a 95%, obtém-se que  $1 < N < 9$ , conforme apresentado no gráfico 5.3 a seguir.

---

<sup>4</sup> As observações referem-se às variações do PU sintético para o fator de risco Pré, vértice de 21 DU, entre 25/06/97 e 07/10/97.

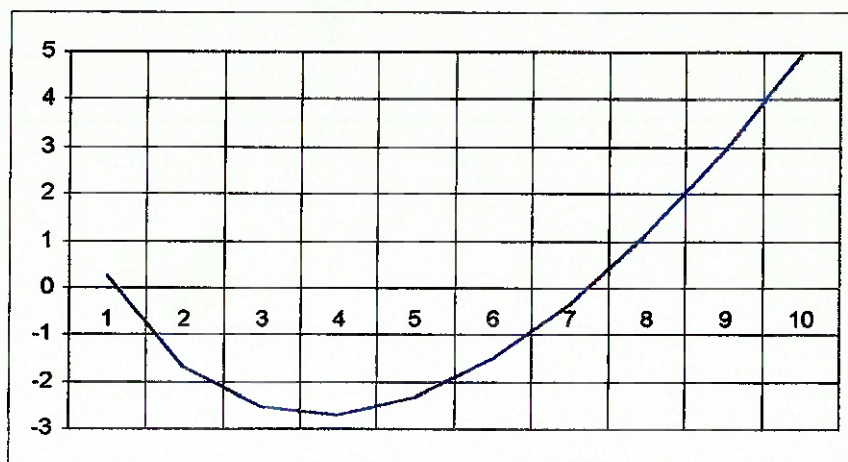


Gráfico 5.3 – Faixa de Aceitação  
Elaborado pelo autor

Em outras palavras o intervalo  $1 < N < 9$  define que o índice de acertos observado deve estar entre 88,00% e 98,67%. Portanto, se durante o controle de desempenho do modelo forem observados valores de  $N$  compreendidos por este intervalo, a hipótese de 95% de confiança deve ser aceita.

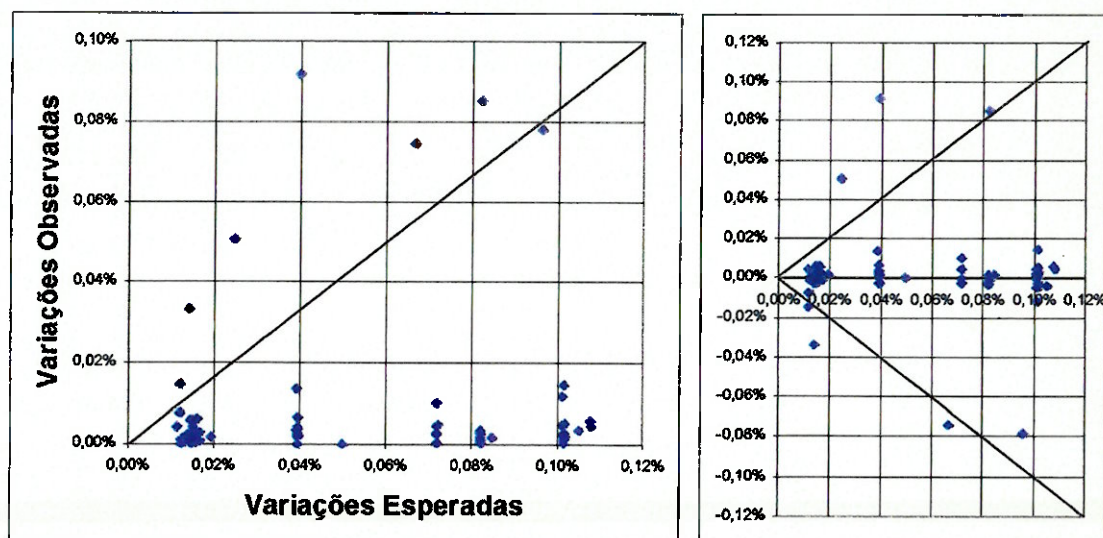


Gráfico 5.4 – Controle de Performance do Modelo  
Elaborado pelo autor

No período observado, constata-se que houveram seis variações maiores que as volatilidades esperadas, e como esse valor é maior que um e menor que nove pode-se dizer que o modelo está calibrado. Deve-se salientar que o fato do modelo falhar não significa que seja inadequado. Sua inadequação será determinada somente quando houver falha sistemática.



### ALOCÇÃO ÓTIMA DE RECURSOS

Ao longo deste exemplo utilizaremos uma carteira composta por quatro alternativas de investimento hipotéticas A, B, C e D. Sua alocação ótima será dada por um modelo de Programação Matemática adaptado às Curvas de Utilidade. O primeiro passo é conhecer as características dos ativos considerados:

Alternativa	Retorno	Desvio
A	4,698%	5,336%
B	5,863%	2,615%
C	10,188%	19,092%
D	15,015%	3,997%

Tabela 5.8 – Características dos Ativos  
Elaborado pelo autor

A otimização está baseada em maximizar a função objetivo  $\phi = R_p$  sujeita às restrições  $\sum w_i = 1$  e  $\sigma_p \leq S$ , onde  $S$  é um determinado nível de risco. Dessa forma, obtém-se a Fronteira Eficiente, ou seja, o maior retorno para um dado nível de risco e a respectiva composição da carteira, conforme apresentado na tabela 5.7:

Portfólio	A	B	C	D	Risco	Retorno
Min Risco	17,09%	42,62%	0,00%	40,29%	0,72%	9,35%
1	16,80%	31,08%	0,75%	51,37%	1,00%	10,40%
2	15,20%	17,45%	4,27%	63,08%	1,50%	11,64%
3	13,73%	3,64%	7,85%	74,78%	2,00%	12,89%
4	4,21%	0,00%	11,14%	84,65%	2,50%	14,04%
5	0,00%	0,00%	7,35%	92,65%	3,00%	14,66%
6	0,00%	0,00%	3,26%	96,74%	3,50%	14,86%
Max Retorno	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	4,00%	15,02%

Tabela 5.9 – Composição, Risco e Retorno das Carteiras  
Elaborado pelo autor

Portanto, o investidor pode escolher o portfólio ótimo em função da sua aversão ao risco diretamente a partir do gráfico Risco x Retorno determinado pela tabela anterior. Escolhido um ponto qualquer da curva, procede-se novamente a otimização para o nível de risco definido e determina-se o retorno e a composição da carteira ótima.



# CAPÍTULO 6

---

*CONCLUSÃO*

## CONCLUSÃO

Os testes realizados durante a elaboração desta metodologia atestaram sua eficácia em traduzir oscilações de parâmetros de mercado em um modelo, considerando as premissas assumidas. Assim, testes como Kolmogorov-Smirnov e os controles de performance do modelo conduziram à aceitação das hipóteses de série normal e nível de confiança igual a 95%, respectivamente.

Nota-se, ao longo do trabalho, que nenhuma das adaptações e simplificações introduzidas pelo autor trouxe qualquer tipo de repercussão indesejada, pois o modelo teve sua eficácia mantida e sua eficiência melhorada. Isto é, produz com a mesma qualidade com custos menores.

Uma rápida retomada da idéia de analogia com o processo produtivo de uma indústria permitiria dizer que o produto final está sendo produzido com a mesma qualidade com menor utilização de recursos como matéria-prima (dados brutos) e mão-de-obra (tempo).

Entretanto deve-se lembrar que modelos são representações da realidade e, portanto, estão sujeitos à falhas em situações onde certos pressupostos não sejam respeitados. Para sanar tais problemas, em relação a metodologia proposta, é necessário o desenvolvimento de modelos específicos para cenários de *stress* e utilização de análises econômicas nacionais e internacionais.

Como sinal dessa necessidade, recentes eventos no Sudeste Asiático<sup>1</sup> desencadearam uma forte crise nos mercados internacionais globalizados e distorceram os padrões de referência vigentes.

---

<sup>1</sup> Sucessão de quedas nas bolsas e desvalorização das moedas de países como Tailândia, Indonésia, Malásia e Hong Kong.

Neste contexto, o modelo tende a reagir de forma falha, uma vez que é alimentado com dados históricos e não se pode prever o futuro, pode-se tentar estimá-lo. Dessa forma, fica destacada a importância inestimável do *Risk Manager* ou Gestor de Risco, responsável por utilizar as informações geradas pelo modelo – que nada mais é que uma ferramenta de apoio à decisão – e interpretá-las segundo a sua leitura do cenário econômico.

Ou seja, durante a elaboração de qualquer metodologia deve-se atentar para que os métodos e modelos utilizados não sejam vistos como ‘caixas pretas’ responsáveis pela solução de problemas. A solução de problemas cabe ao homem que suportado pelas informações geradas por tais modelos e de posse de seu senso crítico deve ser capaz de avaliar quais ações deverão ser tomadas.

Por outro lado, é importante que o modelo seja constantemente testado e refinado garantindo que se proporcione, ao processo decisório, informações apresentadas de forma cada vez mais ágil e confiável.

As modificações, aqui descritas, em relação à literatura existente tem exatamente o propósito de tornar o processo e os procedimentos mais enxutos sem perda de qualidade nos resultados obtidos.

Ainda com o intuito de aperfeiçoar a metodologia poderiam ser incluídas melhorias em algumas de suas etapas. Por exemplo:

1. O cálculo das volatilidades está baseado no modelo de médias móveis que poderia ser substituído pelo modelo de suavizamento exponencial ou pelos modelos da família ARCH e GARCH;
2. Poderia ser desenvolvido um modelo de *stress testing* com o objetivo de simular o comportamento das posições financeiras da empresa sob cenários econômicos extremos;
3. Nos modelos de otimização seria possível a alteração da função objetivo para considerar os custos envolvidos em cada transação.



É importante dizer que nem a mais perfeita metodologia está imune a falhas decorrentes do processo, portanto, alguns pontos críticos do processo merecem atenção especial. Entre eles estão a consolidação de carteira e o cálculo de volatilidades. O primeiro ponto crítico é facilmente controlável através de comparações entre os totais dos valores presentes, da carteira original e da consolidada, que necessariamente devem ser iguais. Já o segundo exige um acompanhamento detalhado e análise dos dados originais e resultantes procurando identificar desde erros durante a entrada de dados até falhas sistemáticas produzidas por deficiências conceituais ou cálculos equivocados.

Visando privilegiar a visão de conjunto da exposição do banco ao risco de mercado, a metodologia foi planejada e desenvolvida procurando ser o mais ampla e o menos restritiva possível. Dessa maneira, inovações poderiam ser incluídas em módulos sem invalidar o restante do modelo.

Convém ressaltar que dados os níveis de confiança escolhidos, que estipulam um número limite de ocorrências diferentes das previstas pelo modelo, não foram discutidas as grandezas dessas diferenças. Ou seja, é controlado o número de estimativas erradas, mas não a magnitude de cada um destes erros.

A preocupação decorrente desta consideração pode ser notada na frase do executivo do Morgan Stanley, Richard Felix:

*“A Gestão de Risco está perguntando o que poderia acontecer no outro 1 por cento do tempo.”*

Numa clara referência ao nível de confiança de 99%, esse executivo demonstra o temor causado pela falta de conhecimento sobre a dimensão das variações que excedem o Valor em Risco calculado. O problema apresentado é uma constante no cálculo do risco onde as fronteiras definidas pelas variações estimadas são maiores que as observadas a grande parte do tempo e localizadamente ocorrem variações observadas muito maiores que as estimadas. Como forma de complementar este estudo seria interessante que novos trabalhos fossem realizados buscando solucionar esta questão.

# ANEXOS

---

## ANEXO A

### INTERPOLAÇÃO DOS PREÇOS UNITÁRIOS NOS VÉRTICES

Pré

$$PU_v = \frac{100.000}{\left(\frac{100.000}{DI_{t-1}}\right)\left(\frac{DI_{t-1}}{DI_t}\right)^{DU/DT}} = (DI_t)^{DU/DT} (DI_{t-1})^{1-DU/DT}, \text{ onde:}$$

$DI_t$  : preço do i-ésimo vencimento de Futuro de DI conhecido

DU : número de Dias Úteis entre o ponto conhecido anterior ao vértice e o próprio

DT : número de Dias Úteis entre dois pontos conhecidos

US\$-Câmbio

$$PU_v = P_{tax} \times \left(\frac{US\$_{t-1}}{P_{tax}}\right)\left(\frac{US\$_t}{US\$_{t-1}}\right)^{DU/DT} = (US\$_t)^{DU/DT} (US\$_{t-1})^{1-DU/DT}, \text{ onde:}$$

$US\$_t$  : preço do i-ésimo vencimento de Futuro de US\$ conhecido

DU : número de Dias Úteis entre o ponto conhecido anterior ao vértice e o próprio

DT : número de Dias Úteis entre dois pontos conhecidos



## US\$-Cupom

$$Cupom = \frac{1 + Tx_{PRE}}{1 + Tx_{US\$}}$$

$$PU_V = \frac{100.000}{\left( \frac{\left( \frac{100.000}{DI_V} \right)}{\left( \frac{US\$_V}{Ptax_{t-1}} \right)} \right)} = Ptax_{t-1} \frac{DI_V}{US\$_V}, \text{ onde:}$$

$DI_V$ : preço de DI interpolado para o vértice V

$US\$_V$ : preço de US\$ interpolado para o vértice V

$Ptax_{t-1}$ : valor do US\$ comercial venda no instante (t-1)

## Linha

$$PU = \frac{100.000}{\left( 1 + \frac{tx \times pz}{360} \right)}, \text{ onde:}$$

$tx$  é uma taxa ao ano

$$Tx_V = Tx_1 + (Tx_2 - Tx_1) \left( \frac{pz_V - pz_1}{pz_2 - pz_1} \right), \text{ onde:}$$

$Tx_1$ : taxa ao ano para o ponto conhecido anterior ao vértice

$Tx_2$ : taxa ao ano para o ponto conhecido posterior ao vértice

$pz_V$ : prazo a decorrer entre hoje e o vértice

$pz_1$ : prazo a decorrer entre hoje e o ponto conhecido anterior

$pz_2$ : prazo a decorrer entre hoje e o ponto conhecido posterior

## ANEXO B

## VALORIZAÇÃO DOS ATIVOS

## PRÉ-FIXADOS

$$\text{Preço}_{\text{abert}} = V_{\text{vcto}} * \frac{1}{\text{ACUM}_{\text{abert}}}$$

Preço <sub>abert</sub> ....	Preço de mercado do ativo, em reais
V <sub>vcto</sub> .....	Valor do ativo na sua data de vencimento
ACUM <sub>abert</sub> ..	Fator de desconto p/ ativo com prazo Du <sub>ativo</sub> (vide abaixo)

Para ativos com prazos até 1º vcto de Futuro DI:

$$\text{ACUM}_{\text{abert}} = \left( \frac{100.000}{\text{DI}_1} \right)^{\frac{\text{DU}_{\text{ativo}}}{\text{DU}_{\text{DI}}}}$$

ACUM <sub>abert</sub> ..	Fator de desconto p/ ativo com prazo
Du <sub>ativo</sub> .....	
DI <sub>1</sub> .....	PU Abertura do Futuro DI - 1º vencimento
Du <sub>ativo</sub> .....	Prazo a decorrer em dias úteis, do ativo
DU <sub>DI</sub> .....	Prazo em dias úteis até 1º vcto do Futuro DI

Para ativos com prazos entre 1º e 6º vcto de Futuro DI:

$$\text{ACUM}_{\text{abert}} = \left( \frac{100.000}{\text{DI}_{N-1}} \right) * \left( \frac{\text{DI}_{N-1}}{\text{DI}_N} \right)^{\frac{\text{DU}_{\text{ativo}}}{\text{DU}_{\text{DI}}}}$$

ACUM <sub>abert</sub> ..	Fator de desconto p/ ativo com prazo
Du <sub>ativo</sub> .....	
DI <sub>N</sub> .....	PU Abertura do Futuro DI - Nº vencimento
Du <sub>ativo</sub> .....	Prazo em dias úteis entre o (N-1)º vcto do Futuro DI e o vcto ativo
DU <sub>DI</sub> .....	Prazo em dias úteis entre o (N-1)º e o Nº vcto do Futuro DI

Obs.: O vcto do ativo está entre o (N-1)º e o Nº vcto de futuro

Para ativos com prazos entre 6º vcto de Futuro DI e prazo padrão para swap de 1 ano:

$$\text{ACUM}_{\text{abert}} = \left( \frac{100.000}{\text{DI}_6} \right) * \left( \frac{\text{Pré}_{360}}{100.000} \right)^{\frac{\text{DU}_{\text{ativo}}}{\text{DU}_{\text{DI}}}}$$

$$\text{Pré}_{360} = \frac{\left( 1 + \text{Taxa}_{\text{pré}} \right)^{\frac{\text{DC}_{\text{fech}}}{360}}}{\left( 1 + \frac{\text{CDI}_{D-1}}{3000} \right)}$$

ACUM <sub>abert</sub> ..	Fator de desconto p/ ativo com prazo Du <sub>ativo</sub>
DI <sub>6</sub> .....	PU Abertura do Futuro DI - 6º vencimento
Du <sub>ativo</sub> .....	Prazo em dias úteis entre o 6º vcto do Futuro DI e o vcto ativo
Du <sub>DI</sub> .....	Prazo em dias úteis entre o 6º vcto do Futuro DI e a data de vcto do ativo de ano (depende do prazo padrão)
Taxa <sub>pré</sub> .....	Taxa ao ano, no fechamento do dia anterior, p/ swaps de 1 ano (prazo padrão)
DC <sub>fech</sub> .....	Prazo (dias corridos) do swap de 1 ano em D-I
D-I	

**Para ativos com prazos superiores ao prazo padrão do swap de 1 ano:**

$$ACUM_{abert} = \left( \text{Pré}_{360} \right)^{\frac{DU_{ativo}}{DU_{fech}}}$$

ACUM <sub>abert</sub> .....	Fator de desconto p/ ativo com prazo Du <sub>ativo</sub>
Pré <sub>360</sub> .....	Taxa pré-fixada de Swap de ano
Du <sub>ativo</sub> .....	Prazo em dias úteis do ativo
Du <sub>fech</sub> .....	Prazo em dias úteis do swap de 1 ano, em "D-1" (depende do prazo padrão)

### US\$ + CUPOM CAMBIAL

$$\text{Preço}_{abert} = V_{vcto} * PTAX_{D-1} * \frac{1}{ACUM_{abert}}$$

Preço <sub>abert</sub> .....	Preço de mercado do ativo em R\$
V <sub>vcto</sub> .....	Valor do ativo na sua data de vencimento, em US\$
ACUM <sub>abert</sub> .....	Fator de desconto p/ ativo com prazo Du <sub>ativo</sub> (vide abaixo)

**Para ativos com prazos até 1º vcto de Futuro US\$:**

$$ACUM_{abert} = \left( \frac{\left( \frac{100.000}{DI_1} \right)}{\left( \frac{US_1}{Ptax_{D-1}} \right)} \right)^{\frac{DU_{ativo}}{DU_{DI}}}$$

ACUM <sub>abert</sub> .....	Fator de desconto p/ ativo com prazo Du <sub>ativo</sub>
DI <sub>1</sub> .....	PU Abertura do Futuro DI - 1º vencimento
US <sub>1</sub> .....	PU Abertura do Futuro US\$ - 1º vencimento
PTAX <sub>D-1</sub> .....	Cotação do US\$ no fechamento do dia anterior ao do cálculo do preço
Du <sub>ativo</sub> .....	Prazo a decorrer em dias úteis, do ativo
Du <sub>DI</sub> .....	Prazo em dias úteis até 1º vcto do Futuro DI ou US\$ (são iguais)

**Para ativos com prazos entre 1º e 6º vcto de Futuro US\$:**

$$ACUM_{abert} = \left( \frac{\left( \frac{100.000}{DI_{N-1}} \right)}{\left( \frac{US_{N-1}}{Ptax_{D-1}} \right)} \right) * \left( \frac{\left( \frac{DI_{N-1}}{DI_N} \right)}{\left( \frac{US_N}{US_{N-1}} \right)} \right)^{\frac{DU_{ativo}}{DU_{DI}}}$$

ACUM <sub>abert</sub> .....	Fator de desconto p/ ativo com prazo Du <sub>ativo</sub>
US <sub>N</sub> .....	PU Abertura do Futuro US\$ - Nº vencimento
PTAX <sub>D-1</sub> .....	Cotação do US\$ no fechamento do dia anterior ao do cálculo do VP
Du <sub>ativo</sub> .....	Prazo em dias úteis entre o (N-1)º vcto do Futuro DI/US\$ e o vcto ativo
Du <sub>DI</sub> .....	Prazo em dias úteis entre o (N-1)º e o Nº vcto do Futuro DI/US\$

**Para ativos com prazos entre 6º vcto de Futuro US\$ e prazo padrão para swap de 6 meses:**

$$ACUM_{abert} = \left( ACUM_6 \right) * \left( \frac{US_{180}}{ACUM_6} \right)^{\frac{DU_{ativo}}{DU_{US}}}$$

ACUM <sub>abert</sub> .....	Fator de desconto p/ ativo com prazo Du <sub>ativo</sub>
ACUM <sub>6</sub> .....	Fator de desconto p/ ativo com prazo igual ao 6º vcto de Futuro US\$ (vide fórmula)
DI <sub>6</sub> .....	PU do 6º vencimento de Futuro DI



$$US_{180} = \frac{\left(1 + \frac{\text{Cupom}_{180} * DC_{\text{fech}}}{360}\right)}{\left(1 + \frac{CDI_{D-1}}{3000}\right)}$$

$$ACUM_6 = \frac{\frac{100.000}{DI_6}}{\frac{US_6}{Ptax_{D-1}}}$$

US <sub>6</sub> .....	PU do 6º vencimento de Futuro US\$
DU <sub>ativo</sub> .....	Prazo em dias úteis entre o 6º vcto do Futuro US\$ e o vcto ativo
DU <sub>US</sub> .....	Prazo em dias úteis entre 6º e o vcto do Swap de 6 meses (em D-1)
Cupom <sub>180</sub> ..	Cupom ao ano no fechamento do dia anterior, p/ prazo padrão de 6 meses
DC <sub>fech</sub> .....	Prazo (dias corridos) do swap de 6 meses em D-1

**Para ativos com prazos entre prazo padrão de 6 meses e 1 ano:**

$$ACUM_{\text{abert}} = \left(\frac{1}{US_{180}}\right) * \left(\frac{US_{360}}{US_{180}}\right)^{\frac{DU_{\text{ativo}}}{DU_{US}}}$$

$$US_{360} = \frac{\left(1 + \frac{\text{Cupom}_{360} * DC_{\text{fech}}}{360}\right)}{\left(1 + \frac{CDI_{D-1}}{3000}\right)}$$

ACUM <sub>abert</sub> .	Fator de desconto p/ ativo com prazo
DU <sub>ativo</sub>	
ACUM <sub>6</sub> ....	Fator de desconto p/ ativo com prazo igual ao 6º vcto de Futuro US\$ (vide anterior)
DU <sub>ativo</sub> .....	Prazo em dias úteis entre o vcto do Swap de 6 meses e o vcto ativo
DU <sub>US</sub> .....	Prazo em dias úteis entre os vctos dos Swaps de 6 meses e de 1 ano em D-1
Cupom <sub>360</sub> ..	Cupom ao ano no fechamento do dia anterior, p/ prazo padrão de 1 ano
DC <sub>fech</sub> .....	Prazo (dias corridos) do swap de 1 ano em D-1

**Para ativos com prazos maiores do que o prazo padrão de 1 ano:**

$$ACUM_{\text{abert}} = \left(US_{360}\right)^{\frac{DU_{\text{ativo}}}{DU_{US}}}$$

ACUM <sub>abert</sub> .	Fator de desconto p/ ativo com prazo
DU <sub>ativo</sub>	
DU <sub>ativo</sub> .....	Prazo em dias úteis entre o vcto do Swap de 1 ano em D-1 e o vcto ativo
DU <sub>US</sub> .....	Prazo em dias úteis do Swap de 1 ano

## LINHAS

$$\text{Preço}_{\text{abert}} = \frac{V_{\text{vcto}}}{\left(1 + \frac{\text{Taxa}_{\text{ativo}} * \text{DC}_{\text{ativo}}}{360}\right)}$$

Preço<sub>abert</sub>.... Preço de mercado do ativo em US\$  
 V<sub>vcto</sub> ..... Valor do ativo na sua data de vencimento em US\$  
 Taxa<sub>ativo</sub> .... Fator de desconto p/ ativo com prazo DC<sub>ativo</sub> (vide abaixo)

$$\text{Taxa}_{\text{ativo}} = \text{Taxa}_{N-1} + \left( \frac{\text{DC}_{\text{ativo}} - \text{DC}_{N-1}}{\text{DC}_N - \text{DC}_{N-1}} \right) * (\text{Taxa}_N - \text{Taxa}_{N-1}) \quad (\text{Interpolação Linear})$$

Ativo<sub>N</sub>..... Ativo líquido (1, 30, 60...) cujo prazo é imediatamente maior do que o do ativo a calcular

Ativo<sub>N-1</sub>.... Ativo líquido (1, 30, 60...) cujo prazo é imediatamente menor do que o do ativo a calcular

Exemplo: Se o ativo a calcular tem 48 dias, ATIVO<sub>N-1</sub> tem 30 dias e ATIVO<sub>N</sub> tem 60 dias

Taxa<sub>ativo</sub> ... Taxa de juros para o ativo a calcular

Taxa<sub>N-1</sub> .... Taxa de juros para o ATIVO<sub>N-1</sub>

Taxa<sub>N</sub> ..... Taxa de juros para o ATIVO<sub>N</sub>

DC<sub>ativo</sub>..... Prazo em dias corridos do ativo a calcular

DC<sub>N-1</sub>..... Prazo em dias corridos do ATIVO<sub>N-1</sub>

DC<sub>N</sub>..... Prazo em dias corridos do ATIVO<sub>N</sub>

## OPÇÕES

Fórmula de Black & Scholes:

$$\text{Prêmio} = S \cdot N(d_1) - VP(K) \cdot N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(R_f + \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(R_f - \frac{\sigma^2}{2}\right)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

R<sub>f</sub>.....Taxa de juros anual sem risco

t ..... Fração anual do prazo de vencimento da opção

N(d<sub>i</sub>).....Área sob a curva normal (vide fórmulas ao lado)

VP(K).....Valor presente do preço de exercício, com taxa de desconto R<sub>f</sub>

S.....Preço 'spot' do ativo objeto

## ANEXO C

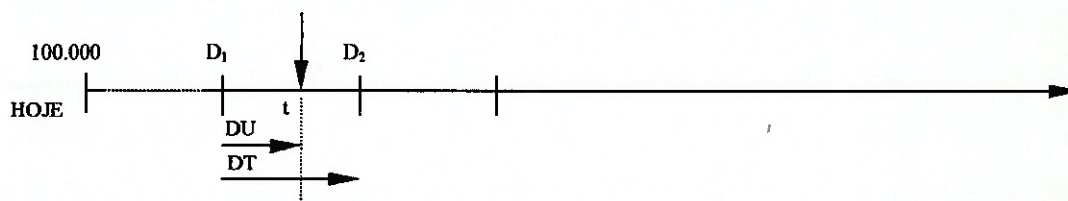
### DEDUÇÃO DE $\alpha$ PARA O FATOR DE RISCO PRÉ

Partindo da taxa, dada pelos preços unitários, em um instante  $t$ :

$$1 + tx = \left( \frac{100.000}{D_1} \right) \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^{DU/DT}, \text{ onde:}$$

DU: dias úteis entre o vértice anterior (índice 1) e o instante  $t$

DT: dias úteis entre o vértice anterior (índice 1) e o vértice posterior (índice 2)



E sabendo que seu PU é dado por:

$$P_i = \frac{100.000}{1 + tx}$$

A sua variação será dada pela aproximação:

$$\Rightarrow \ln \left( \frac{P_i^F}{P_i^A} \right) = \ln \left[ \frac{\frac{100.000}{\left( \frac{100.000}{D_1^F} \right) \left( \frac{D_1^F}{D_2^F} \right)^{DU/DT}}}{\frac{100.000}{\left( \frac{100.000}{D_1^A} \right) \left( \frac{D_1^A}{D_2^A} \right)^{DU/DT}}} \right] = \ln \left( \frac{D_1^F}{D_1^A} \right) + \frac{DU}{DT} \left[ \ln \left( \frac{D_2^F}{D_2^A} \right) - \ln \left( \frac{D_1^F}{D_1^A} \right) \right] =$$



$$= \left(1 - \frac{DU}{DT}\right) \text{Ln} \left( \frac{D_1^F}{D_1^A} \right) + \frac{DU}{DT} \text{Ln} \left( \frac{D_2^F}{D_2^A} \right)$$

Como queremos  $\sigma_i = \sigma \left[ \text{Ln} \left( \frac{P_i^F}{P_i^A} \right) \right]$ ,

e sabemos, ainda, que  $\sigma_1 = \sigma \left[ \text{Ln} \left( \frac{D_1^F}{D_1^A} \right) \right]$  e que  $\sigma_2 = \sigma \left[ \text{Ln} \left( \frac{D_2^F}{D_2^A} \right) \right]$ , temos:

$$\Rightarrow \sigma_i = \sqrt{\left(1 - \frac{DU}{DT}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{DU}{DT}\right)^2 \sigma_2^2 - 2 \cdot \left(1 - \frac{DU}{DT}\right) \left(\frac{DU}{DT}\right) \sigma_1 \sigma_2 \rho_{1,2}}$$

Comparando, membro a membro, com a relação original de  $\alpha$ :

$$\sigma = \sqrt{\alpha^2 \sigma_{ant}^2 + (1 - \alpha)^2 \sigma_{post}^2 + 2\alpha(1 - \alpha) \sigma_{ant} \sigma_{post} \rho_{ant, post}}$$

Encontramos:

$$\alpha = 1 - \frac{DU}{DT}$$

$$1 - \alpha = \frac{DU}{DT}$$

As deduções para os indexadores US\$-Câmbio e US\$-Cupom são análogas.

## ANEXO D

**TABELA – RESUMO PARA CÁLCULO DE VOLATILIDADES**  
**Em 06/10/97 e 07/10/97; NÍVEL DE CONFIANÇA DE 95%**

Data	1º Vencimento				2º Vencimento				Preços Sintéticos		Variações	Desvios* k
	Vcto	Fechto	Abert.	Vcto	Fechto	Abert.	Vcto	Fechto	PU-Fechto	PU-Abert		
02/09/97	01/10/97	98483,00	98468,85	03/11/97	98872,00	96853,68	01/10/97	98483,00	98468,85		0,0144%	
03/09/97	01/10/97	98555,00	98553,91	03/11/97	98952,00	96941,75	01/10/97	98484,76	98483,26		0,0015%	
04/09/97	01/10/97	98629,89	98625,63	03/11/97	97034,28	97021,48	01/10/97	98490,11	98485,09		0,0051%	
05/09/97	01/10/97	98702,33	98700,57	03/11/97	97108,29	97103,82	01/10/97	98492,94	98490,82		0,0021%	
08/09/97	01/10/97	98770,00	98773,07	03/11/97	97180,19	97177,88	01/10/97	98491,65	98493,77		-0,0022%	
09/09/97	01/10/97	98843,06	98840,79	03/11/97	97254,50	97249,84	01/10/97	98495,53	98492,73		0,0028%	
10/09/97	01/10/97	98917,00	98913,90	03/11/97	97322,00	97324,20	01/10/97	98498,41	98496,71		0,0017%	
11/09/97	01/10/97	98987,00	98987,89	03/11/97	97385,00	97391,75	01/10/97	98496,66	98499,36		-0,0027%	
12/09/97	01/10/97	99056,00	99057,94	03/11/97	97454,00	97454,79	01/10/97	98497,11	98497,35		-0,0002%	
15/09/97	01/10/97	99127,00	99128,99	03/11/97	97521,00	97523,84	01/10/97	98495,44	98497,77		-0,0024%	
16/09/97	01/10/97	99205,00	99198,37	03/11/97	97605,00	97591,22	01/10/97	98506,15	98496,38		0,0099%	
17/09/97	01/10/97	99278,00	99276,43	03/11/97	97683,00	97675,28	01/10/97	98511,95	98507,41		0,0046%	
18/09/97	01/10/97	99358,00	99349,15	03/11/97	97754,00	97753,01	01/10/97	98517,87	98513,15		0,0048%	
19/09/97	01/10/97	99427,00	99429,21	03/11/97	97826,00	97824,06	01/10/97	98518,89	98518,74		0,0002%	
22/09/97	01/10/97	99498,00	99498,26	03/11/97	97903,00	97896,11	01/10/97	98524,06	98519,94		0,0042%	
23/09/97	01/10/97	99570,00	99569,31	03/11/97	97975,00	97973,16	01/10/97	98526,86	98525,42		0,0015%	
24/09/97	01/10/97	99643,00	99641,36	03/11/97	98053,00	98045,22	01/10/97	98534,21	98528,27		0,0060%	
25/09/97	01/10/97	99717,00	99714,41	03/11/97	98122,00	98123,27	01/10/97	98535,61	98535,89		-0,0003%	
26/09/97	01/10/97	99790,00	99787,80	03/11/97	98194,00	98191,67	01/10/97	98538,77	98536,47		0,0023%	
29/09/97	01/10/97	99862,00	99860,52	03/11/97	98270,00	98263,39	01/10/97	98545,03	98539,31		0,0058%	
30/09/97	01/10/97	99930,00	99932,24	03/11/97	98337,00	98339,12	01/10/97	98543,33	98545,47		-0,0022%	
01/10/97	03/11/97	98405,00	98404,85	01/12/97	96837,00	96826,76	01/10/97	98542,68	98542,55		0,0001%	
02/10/97	03/11/97	98473,00	98472,90	01/12/97	96904,00	96903,82	01/10/97	98538,90	98538,81		0,0001%	
03/10/97	03/11/97	98544,00	98540,95	01/12/97	96966,00	96970,86	01/10/97	98544,00	98540,95		0,0031%	
06/10/97	03/11/97	98611,00	98611,67	01/12/97	97032,00	97032,58	01/10/97	98531,44	98532,11		-0,0007%	0,0065%
07/10/97	03/11/97	98682,00	98676,38	01/12/97	97108,00	97098,31	01/10/97	98523,46	98519,23		0,0043%	0,0052%



## ANEXO E

## RESUMO DOS DADOS

PERÍODO ENTRE 20/05/97 E 07/10/97

Data	1º Vencimento				2º Vencimento				Preços Sintéticos		Variações 21 DU	Desvios*k 21 DU
	Vcto	Fechto	Abert.	Vcto	Fechto	Abert.	Vcto	Fechto	PU-Fechto	PU-Abert		
20/05/97	02/06/97	99365,00	99356,64	01/07/97	97761,09	97735,70			98369,03	98350,06	0,0193%	
21/05/97	02/06/97	99442,96	99443,50	01/07/97	97849,00	97838,32			98377,46	98370,48	0,0071%	
22/05/97	02/06/97	99523,01	99521,52	01/07/97	97919,88	97926,30			98375,26	98379,45	-0,0043%	
23/05/97	02/06/97	99610,00	99601,63	01/07/97	98004,62	97997,24			98384,49	98376,88	0,0077%	
26/05/97	02/06/97	99689,50	99688,36	01/07/97	98094,00	98081,72			98395,92	98385,73	0,0104%	
27/05/97	02/06/97	99770,00	99767,59	01/07/97	98171,43	98170,84			98398,22	98397,37	0,0009%	
28/05/97	02/06/97	99848,00	99846,49	01/07/97	98238,07	98246,69			98390,27	98397,95	-0,0078%	
30/05/97	02/06/97	99926,00	99922,89	01/07/97	98318,33	98311,75			98394,30	98387,88	0,0065%	
02/06/97	01/07/97	98405,00	98391,74	01/08/97	96789,83	96761,47			98405,00	98391,74	0,0135%	
03/06/97	01/07/97	98484,12	98478,48	01/08/97	96871,17	96862,10			98413,44	98407,64	0,0059%	
04/06/97	01/07/97	98561,51	98557,98	01/08/97	96957,81	96943,82			98421,01	98416,56	0,0045%	
05/06/97	01/07/97	98631,00	98635,43	01/08/97	97027,00	97030,53			98420,29	98424,60	-0,0044%	
06/06/97	01/07/97	98697,23	98705,30	01/08/97	97095,74	97100,09			98416,82	98424,24	-0,0075%	
09/06/97	01/07/97	98782,97	98772,57	01/08/97	97184,00	97169,86			98433,14	98421,92	0,0114%	
10/06/97	01/07/97	98858,80	98858,05	01/08/97	97254,80	97257,86			98437,83	98438,08	-0,0003%	
11/06/97	01/07/97	98937,75	98933,93	01/08/97	97328,53	97328,71			98445,19	98442,61	0,0026%	
12/06/97	01/07/97	99013,94	99012,94	01/08/97	97408,50	97402,50			98452,55	98449,79	0,0028%	
13/06/97	01/07/97	99090,73	99089,52	01/08/97	97495,00	97482,86			98463,23	98457,70	0,0056%	
16/06/97	01/07/97	99171,73	99166,04	01/08/97	97578,31	97569,10			98475,77	98468,53	0,0073%	
17/06/97	01/07/97	99251,00	99247,43	01/08/97	97652,90	97652,79			98483,45	98481,56	0,0019%	
18/06/97	01/07/97	99331,57	99326,76	01/08/97	97736,27	97727,44			98496,02	98489,10	0,0070%	
19/06/97	01/07/97	99400,80	99407,06	01/08/97	97804,88	97810,55			98495,59	98501,51	-0,0060%	
20/06/97	01/07/97	99478,10	99476,34	01/08/97	97880,79	97879,21			98502,75	98501,10	0,0017%	
23/06/97	01/07/97	99553,06	99553,37	01/08/97	97953,93	97954,85			98507,21	98507,93	-0,0007%	
24/06/97	01/07/97	99629,62	99628,39	01/08/97	98029,81	98028,05			98513,97	98512,37	0,0016%	0,01091%
25/06/97	01/07/97	99706,05	99705,01	01/08/97	98106,00	98103,99			98520,91	98519,15	0,0018%	0,00946%
26/06/97	01/07/97	99782,09	99780,50	01/08/97	98182,08	98179,25			98527,71	98525,15	0,0026%	0,00934%
27/06/97	01/07/97	99857,00	99855,93	01/08/97	98253,66	98254,73			98530,64	98531,35	-0,0007%	0,00912%
30/06/97	01/07/97	99931,00	99931,23	01/08/97	98330,02	98326,70			98537,38	98534,51	0,0029%	0,00896%
01/07/97	01/08/97	98404,34	98397,54	01/09/97	98833,75	98819,60			98542,08	98535,86	0,0063%	0,00865%
02/07/97	01/08/97	98477,76	98471,91	01/09/97	96909,55	96900,24			98543,46	98537,86	0,0057%	0,00870%
03/07/97	01/08/97	98544,88	98545,38	01/09/97	96971,08	96976,09			98544,88	98545,38	-0,0005%	0,00802%
04/07/97	01/08/97	98614,18	98612,55	01/09/97	97036,00	97037,67			98538,45	98536,98	0,0015%	0,00793%
07/07/97	01/08/97	98679,66	98682,22	01/09/97	97100,49	97102,95			98528,16	98530,72	-0,0026%	0,00718%



**RESUMO DOS DADOS**  
**PERÍODO ENTRE 08/07/97 E 25/08/97**

Data	1º Vencimento				2º Vencimento				Preços Sintéticos		Variações	Desvios*k
	Vcto	Fecho	Abert.	Vcto	Fecho	Abert.	PU-Fecho	PU-Abert	21 DU	21 DU		
08/07/97	01/08/97	98748,73	98747,75	01/09/97	97171,08	97167,49	98521,79	98520,43	0,0014%	0,00706%		
09/07/97	01/08/97	98817,52	98817,52	01/09/97	97238,78	97238,78	98514,85	98514,85	0,0000%	0,00702%		
10/07/97	01/08/97	98883,00	98886,04	01/09/97	97312,00	97306,19	98506,67	98507,57	-0,0009%	0,00678%		
11/07/97	01/08/97	98945,31	98951,56	01/09/97	97368,42	97379,47	98492,18	98499,82	-0,0078%	0,00681%		
14/07/97	01/08/97	99003,62	99014,24	01/09/97	97415,00	97436,25	98471,22	98485,43	-0,0144%	0,00792%		
15/07/97	01/08/97	99062,03	99072,59	01/09/97	97414,40	97482,87	98431,10	98463,95	-0,0334%	0,01377%		
16/07/97	01/08/97	99160,00	99131,04	01/09/97	97559,00	97482,27	98470,66	98421,04	0,0504%	0,02175%		
17/07/97	01/08/97	99227,00	99228,75	01/09/97	97624,02	97626,64	98460,42	98462,59	-0,0022%	0,02177%		
18/07/97	01/08/97	99291,01	99295,80	01/09/97	97696,03	97691,71	98452,32	98452,30	0,0000%	0,02172%		
21/07/97	01/08/97	99365,08	99359,52	01/09/97	97765,00	97763,44	98447,57	98444,31	0,0033%	0,02163%		
22/07/97	01/08/97	99437,00	99433,64	01/09/97	97851,95	97832,46	98452,78	98439,37	0,0136%	0,02204%		
23/07/97	01/08/97	99505,00	99505,28	01/09/97	97916,00	97919,14	98442,83	98445,03	-0,0022%	0,02197%		
24/07/97	01/08/97	99578,00	99573,33	01/09/97	97984,27	97983,24	98437,00	98434,94	0,0021%	0,02185%		
25/07/97	01/08/97	99645,00	99646,38	01/09/97	98057,00	98051,55	98432,78	98428,94	0,0039%	0,02187%		
28/07/97	01/08/97	99715,00	99713,42	01/09/97	98127,00	98124,33	98427,51	98425,05	0,0025%	0,02186%		
29/07/97	01/08/97	99785,00	99783,47	01/09/97	98197,23	98194,38	98422,50	98419,83	0,0027%	0,02186%		
30/07/97	01/08/97	99856,00	99853,52	01/09/97	98269,00	98264,66	98419,05	98414,88	0,0042%	0,02188%		
31/07/97	01/08/97	99925,00	99924,57	01/09/97	98339,00	98336,48	98413,95	98411,53	0,0025%	0,02188%		
01/08/97	01/09/97	98414,21	98412,43	01/10/97	98329,70	98329,25	98414,21	98412,43	0,0018%	0,02187%		
04/08/97	01/09/97	98493,77	98487,69	01/10/97	96919,72	96902,00	98421,67	98415,06	0,0067%	0,02193%		
05/08/97	01/09/97	98657,00	98666,98	01/10/97	97083,00	96991,76	98512,86	98422,73	0,0915%	0,03687%		
06/08/97	01/09/97	98657,00	98730,34	01/10/97	97083,00	97155,17	98440,87	98514,04	-0,0743%	0,04525%		
07/08/97	01/09/97	98727,00	98730,34	01/10/97	97156,00	97155,17	98439,49	98442,05	-0,0026%	0,04526%		
08/08/97	01/09/97	98798,00	98800,06	01/10/97	97220,00	97227,90	98437,13	98440,53	-0,0035%	0,04530%		
11/08/97	01/09/97	98875,00	98871,44	01/10/97	97288,89	97292,27	98439,88	98438,23	0,0017%	0,04527%		
12/08/97	01/09/97	98947,08	98949,16	01/10/97	97363,58	97361,86	98440,47	98441,32	-0,0009%	0,04528%		
13/08/97	01/09/97	99019,57	99021,95	01/10/97	97440,32	97437,25	98442,36	98442,74	-0,0004%	0,04529%		
14/08/97	01/09/97	99174,00	99094,49	01/10/97	97604,00	97514,05	98528,70	98444,88	0,0851%	0,05295%		
15/08/97	01/09/97	99174,00	99248,71	01/10/97	97598,25	97677,53	98454,62	98531,43	-0,0780%	0,05956%		
18/08/97	01/09/97	99251,50	99248,71	01/10/97	97678,02	97671,77	98461,62	98457,09	0,0046%	0,05928%		
19/08/97	01/09/97	99328,00	99325,94	01/10/97	97759,88	97751,28	98469,57	98463,91	0,0057%	0,05794%		
20/08/97	01/09/97	99401,34	99402,50	01/10/97	97828,00	97833,20	98468,61	98472,17	-0,0036%	0,05581%		
21/08/97	01/09/97	99477,00	99475,89	01/10/97	97900,00	97901,37	98470,54	98471,02	-0,0005%	0,05580%		
22/08/97	01/09/97	99553,00	99551,61	01/10/97	97966,00	97973,43	98468,19	98472,84	-0,0047%	0,05585%		
25/08/97	01/09/97	99628,00	99627,66	01/10/97	98042,03	98039,47	98472,05	98470,09	0,0020%	0,05585%		

**RESUMO DOS DADOS**  
**PERÍODO ENTRE 26/08/97 E 07/10/97**

Data	1º Vencimento			2º Vencimento			Preços Sintéticos		Variações 21 DU	Desvios*k 21 DU
	Vcto	Fecho	Abert.	Vcto	Fecho	Abert.	PU-Fecho	PU-Abert		
26/08/97	01/09/97	99703,97	99702,39	01/10/97	98116,18	98115,23	98474,81	98473,72	0,0011%	0,05571%
27/08/97	01/09/97	99779,00	99778,42	01/10/97	98195,00	98189,44	98481,12	98476,45	0,0047%	0,05570%
28/08/97	01/09/97	99853,00	99853,50	01/10/97	98271,00	98268,32	98485,24	98482,99	0,0023%	0,05570%
29/08/97	01/09/97	99928,00	99927,56	01/10/97	98339,22	98344,38	98482,60	98487,26	-0,0047%	0,05574%
01/09/97	01/10/97	98398,00	98410,02	03/11/97	96784,00	96812,04	98470,26	98481,74	-0,0117%	0,05592%
02/09/97	01/10/97	98483,00	98468,85	03/11/97	96872,00	96853,68	98483,00	98468,85	0,0144%	0,05609%
03/09/97	01/10/97	98555,00	98553,91	03/11/97	96952,00	96941,75	98484,76	98483,26	0,0015%	0,05608%
04/09/97	01/10/97	98629,89	98625,63	03/11/97	97034,28	97021,48	98490,11	98485,09	0,0051%	0,05609%
05/09/97	01/10/97	98702,33	98700,57	03/11/97	97108,29	97103,82	98492,94	98490,82	0,0021%	0,05609%
08/09/97	01/10/97	98770,00	98773,07	03/11/97	97180,19	97177,88	98491,65	98493,77	-0,0022%	0,05608%
09/09/97	01/10/97	98843,06	98840,79	03/11/97	97254,50	97249,84	98495,53	98492,73	0,0028%	0,04677%
10/09/97	01/10/97	98917,00	98913,90	03/11/97	97322,00	97324,20	98498,41	98496,71	0,0017%	0,03966%
11/09/97	01/10/97	98987,00	98987,89	03/11/97	97385,00	97391,75	98496,66	98499,36	-0,0027%	0,03966%
12/09/97	01/10/97	99058,00	99057,94	03/11/97	97454,00	97454,79	98497,11	98497,35	-0,0002%	0,03963%
15/09/97	01/10/97	99127,00	99128,99	03/11/97	97521,00	97523,84	98495,44	98497,77	-0,0024%	0,03965%
16/09/97	01/10/97	99205,00	99198,37	03/11/97	97605,00	97591,22	98506,15	98496,38	0,0099%	0,03975%
17/09/97	01/10/97	99278,00	99276,43	03/11/97	97683,00	97675,28	98511,95	98507,41	0,0046%	0,03976%
18/09/97	01/10/97	99358,00	99349,15	03/11/97	97754,00	97753,01	98517,87	98513,15	0,0048%	0,02757%
19/09/97	01/10/97	99427,00	99429,21	03/11/97	97826,00	97824,06	98518,89	98518,74	0,0002%	0,00854%
22/09/97	01/10/97	99498,00	99498,26	03/11/97	97903,00	97896,11	98524,06	98519,94	0,0042%	0,00852%
23/09/97	01/10/97	99570,00	99569,31	03/11/97	97975,00	97973,16	98526,86	98525,42	0,0015%	0,00839%
24/09/97	01/10/97	99643,00	99641,36	03/11/97	98053,00	98045,22	98534,21	98528,27	0,0060%	0,00837%
25/09/97	01/10/97	99717,00	99714,41	03/11/97	98122,00	98123,27	98535,61	98535,89	-0,0003%	0,00836%
26/09/97	01/10/97	99790,00	99787,80	03/11/97	98194,00	98191,67	98538,77	98536,47	0,0023%	0,00807%
29/09/97	01/10/97	99862,00	99860,52	03/11/97	98270,00	98263,39	98545,03	98539,31	0,0058%	0,00818%
30/09/97	01/10/97	99930,00	99932,24	03/11/97	98337,00	98339,12	98543,33	98545,47	-0,0022%	0,00829%
01/10/97	03/11/97	98405,00	98404,85	01/12/97	96837,00	96826,76	98542,68	98542,55	0,0001%	0,00825%
02/10/97	03/11/97	98473,00	98472,90	01/12/97	96904,00	96903,82	98538,90	98538,81	0,0001%	0,00827%
03/10/97	03/11/97	98544,00	98540,95	01/12/97	96966,00	96970,86	98544,00	98540,95	0,0031%	0,00798%
06/10/97	03/11/97	98611,00	98611,67	01/12/97	97032,00	97032,58	98531,44	98532,11	-0,0007%	0,00655%
07/10/97	03/11/97	98682,00	98678,38	01/12/97	97108,00	97098,31	98523,46	98519,23	0,0043%	0,00515%



## ANEXO F

## VALORES PRESENTES DA CARTEIRA ORIGINAL

Data	Valores Presentes			Captação no Vértice		Aplicação no Vértice	
	Fluxo	Captação	Aplicação	Anterior	Posterior	Anterior	Posterior
0	49.118,84	49.118,84	0,00				
1	-118.238,65	0,00	-118.238,65	0,00	0,00	-118.238,65	0,00
2	30.617,21	30.617,21	0,00	29.086,35	1.530,86	0,00	0,00
3	156.378,73	156.378,73	0,00	140.740,86	15.637,87	0,00	0,00
4	17.691,25	17.691,25	0,00	15.037,56	2.653,69	0,00	0,00
5	-43.932,48	0,00	-43.932,48	0,00	0,00	-35.145,98	-8.786,50
6	18.493,19	18.493,19	0,00	13.869,90	4.623,30	0,00	0,00
7	65.556,82	65.556,82	0,00	45.889,77	19.667,05	0,00	0,00
8	92.400,89	92.400,89	0,00	60.060,58	32.340,31	0,00	0,00
9	143.571,00	143.571,00	0,00	86.142,60	57.428,40	0,00	0,00
10	91.302,34	91.302,34	0,00	50.216,29	41.086,05	0,00	0,00
11	57.173,55	57.173,55	0,00	28.586,77	28.586,77	0,00	0,00
12	-28.226,64	0,00	-28.226,64	0,00	0,00	-12.701,99	-15.524,65
13	178.439,89	178.439,89	0,00	71.375,96	107.063,93	0,00	0,00
14	110.732,90	110.732,90	0,00	38.756,51	71.976,38	0,00	0,00
15	57.499,38	57.499,38	0,00	17.249,81	40.249,56	0,00	0,00
16	-55.841,63	0,00	-55.841,63	0,00	0,00	-13.960,41	-41.881,22
17	-103.704,47	0,00	-103.704,47	0,00	0,00	-20.740,89	-82.963,57
18	-54.659,74	0,00	-54.659,74	0,00	0,00	-8.198,96	-46.460,78
19	260.459,49	260.459,49	0,00	26.045,95	234.413,54	0,00	0,00
20	75.376,63	75.376,63	0,00	3.768,83	71.607,80	0,00	0,00
21	-4.631,39	0,00	-4.631,39	0,00	0,00	0,00	-4.631,39
22	-26.040,21	0,00	-26.040,21	0,00	0,00	-24.738,20	-1.302,01
23	46.370,34	46.370,34	0,00	41.733,31	4.637,03	0,00	0,00
24	-142.456,67	0,00	-142.456,67	0,00	0,00	-121.088,17	-21.368,50
25	-80.640,82	0,00	-80.640,82	0,00	0,00	-64.512,65	-16.128,16
26	-69.680,04	0,00	-69.680,04	0,00	0,00	-52.260,03	-17.420,01
27	-51.751,40	0,00	-51.751,40	0,00	0,00	-36.225,98	-15.525,42
28	-80.675,61	0,00	-80.675,61	0,00	0,00	-52.439,14	-28.236,46
29	-14.724,28	0,00	-14.724,28	0,00	0,00	-8.834,57	-5.889,71
30	-131.506,36	0,00	-131.506,36	0,00	0,00	-72.328,50	-59.177,86
31	-9.875,76	0,00	-9.875,76	0,00	0,00	-4.937,88	-4.937,88
32	-15.644,01	0,00	-15.644,01	0,00	0,00	-7.039,80	-8.604,20
33	-67.204,17	0,00	-67.204,17	0,00	0,00	-26.881,67	-40.322,50
34	120.250,42	120.250,42	0,00	42.087,65	78.162,77	0,00	0,00
35	-244.284,61	0,00	-244.284,61	0,00	0,00	-73.285,38	-170.999,23
36	41.390,41	41.390,41	0,00	10.347,60	31.042,80	0,00	0,00
37	5.589,74	5.589,74	0,00	1.117,95	4.471,79	0,00	0,00
38	-132.484,06	0,00	-132.484,06	0,00	0,00	-19.872,61	-112.611,45
39	-28.813,94	0,00	-28.813,94	0,00	0,00	-2.881,39	-25.932,55
40	17.696,93	17.696,93	0,00	884,85	16.812,09	0,00	0,00
41	16.500,15	16.500,15	0,00	0,00	16.500,15	0,00	0,00
42	-33.211,12	0,00	-33.211,12	0,00	0,00	-31.550,57	-1.660,56
43	-51.478,78	0,00	-51.478,78	0,00	0,00	-46.330,90	-5.147,88
44	798,52	798,52	0,00	678,74	119,78	0,00	0,00
45	251.777,45	251.777,45	0,00	201.421,96	50.355,49	0,00	0,00
46	83.025,25	83.025,25	0,00	62.268,94	20.756,31	0,00	0,00
47	131.453,12	131.453,12	0,00	92.017,18	39.435,94	0,00	0,00
48	65.156,18	65.156,18	0,00	42.351,52	22.804,66	0,00	0,00
49	46.314,30	46.314,30	0,00	27.788,58	18.525,72	0,00	0,00
50	170.003,42	170.003,42	0,00	93.501,88	76.501,54	0,00	0,00



**VALORES PRESENTES DA CARTEIRA ORIGINAL**  
(CONTINUAÇÃO)

Data	Valores Presentes			Captação no Vértice		Aplicação no Vértice	
	Fluxo	Captação	Aplicação	Anterior	Posterior	Anterior	Posterior
51	-86.934,29	0,00	-86.934,29	0,00	0,00	-43.467,15	-43.467,15
52	-36.768,84	0,00	-36.768,84	0,00	0,00	-16.545,98	-20.222,86
53	-4.189,03	0,00	-4.189,03	0,00	0,00	-1.675,61	-2.513,42
54	-86.704,19	0,00	-86.704,19	0,00	0,00	-30.346,47	-56.357,72
55	-9.979,22	0,00	-9.979,22	0,00	0,00	-2.993,77	-6.985,45
56	16.231,74	16.231,74	0,00	4.057,93	12.173,80	0,00	0,00
57	-104.156,49	0,00	-104.156,49	0,00	0,00	-20.831,30	-83.325,19
58	-225.298,00	0,00	-225.298,00	0,00	0,00	-33.794,70	-191.503,30
59	97.558,98	97.558,98	0,00	9.755,90	87.803,08	0,00	0,00
60	9.589,70	9.589,70	0,00	479,48	9.110,21	0,00	0,00
61	38.172,39	38.172,39	0,00	0,00	38.172,39	0,00	0,00
62	107.098,21	107.098,21	0,00	101.743,30	5.354,91	0,00	0,00
63	84.128,47	84.128,47	0,00	75.715,62	8.412,85	0,00	0,00
64	-71.023,37	0,00	-71.023,37	0,00	0,00	-60.369,86	-10.653,50
65	-48.291,91	0,00	-48.291,91	0,00	0,00	-38.633,53	-9.658,38
66	-53.742,06	0,00	-53.742,06	0,00	0,00	-40.306,54	-13.435,51
67	-32.838,12	0,00	-32.838,12	0,00	0,00	-22.986,68	-9.851,44
68	169.613,24	169.613,24	0,00	110.248,61	59.364,63	0,00	0,00
69	-77.229,99	0,00	-77.229,99	0,00	0,00	-46.337,99	-30.891,99
70	-107.285,60	0,00	-107.285,60	0,00	0,00	-59.007,08	-48.278,52
71	-9.847,23	0,00	-9.847,23	0,00	0,00	-4.923,61	-4.923,61
72	1.817,15	1.817,15	0,00	817,72	999,44	0,00	0,00
73	-60.199,47	0,00	-60.199,47	0,00	0,00	-24.079,79	-36.119,68
74	-73.677,50	0,00	-73.677,50	0,00	0,00	-25.787,12	-47.890,37
75	-15.779,52	0,00	-15.779,52	0,00	0,00	-4.733,86	-11.045,67
76	-59.534,86	0,00	-59.534,86	0,00	0,00	-14.883,71	-44.651,14
77	-106.319,04	0,00	-106.319,04	0,00	0,00	-21.263,81	-85.055,23
78	-23.266,82	0,00	-23.266,82	0,00	0,00	-3.490,02	-19.776,80
79	185.098,30	185.098,30	0,00	18.509,83	166.588,47	0,00	0,00
80	-21.457,04	0,00	-21.457,04	0,00	0,00	-1.072,85	-20.384,19
81	93.636,10	93.636,10	0,00	0,00	93.636,10	0,00	0,00
82	196.115,46	196.115,46	0,00	186.309,69	9.805,77	0,00	0,00
83	-82.408,65	0,00	-82.408,65	0,00	0,00	-74.167,78	-8.240,86
84	109.778,72	109.778,72	0,00	93.311,91	16.466,81	0,00	0,00
85	92.865,53	92.865,53	0,00	74.292,43	18.573,11	0,00	0,00
86	135.162,49	135.162,49	0,00	101.371,87	33.790,62	0,00	0,00
87	-77.231,58	0,00	-77.231,58	0,00	0,00	-54.062,10	-23.169,47
88	-134.494,96	0,00	-134.494,96	0,00	0,00	-87.421,72	-47.073,23
89	-144.648,10	0,00	-144.648,10	0,00	0,00	-86.788,86	-57.859,24
90	49.236,84	49.236,84	0,00	27.080,26	22.156,58	0,00	0,00
91	-106.383,84	0,00	-106.383,84	0,00	0,00	-53.191,92	-53.191,92
92	-67.958,14	0,00	-67.958,14	0,00	0,00	-30.581,16	-37.376,98
93	76.113,89	76.113,89	0,00	30.445,56	45.668,33	0,00	0,00
94	-91.113,42	0,00	-91.113,42	0,00	0,00	-31.889,70	-59.223,72
95	153.573,39	153.573,39	0,00	46.072,02	107.501,38	0,00	0,00
96	-37.196,30	0,00	-37.196,30	0,00	0,00	-9.299,08	-27.897,23
97	-76.204,53	0,00	-76.204,53	0,00	0,00	-15.240,91	-60.963,62
98	-40.819,05	0,00	-40.819,05	0,00	0,00	-6.122,86	-34.696,19
99	156.762,54	156.762,54	0,00	15.676,25	141.086,28	0,00	0,00
100	-3.639,13	0,00	-3.639,13	0,00	0,00	-181,96	-3.457,17
<b>Total</b>	<b>358.245,53</b>	<b>4.124.572,65</b>	<b>-3.766.327,12</b>	<b>2.138.916,29</b>	<b>1.985.656,36</b>	<b>-1.820.673,82</b>	<b>-1.945.653,30</b>

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA JÚNIOR, A. F. **Um modelo de otimização de portfólio de ações**. São Paulo, 1996. 194p. Trabalho de Formatura – EPUSP / Departamento de Engenharia de Produção.
- BERNSTEIN, P. L. A nova religião do gerenciamento de risco. **Resenha BM&F**. São Paulo, n.111, p.27-32, 1996.
- COSTA NETO, P. L. O. **Estatística**. São Paulo, Edgard Blücher, 1977.
- COSTA NETO, P. L. O.; Cymbalista, M. **Probabilidades**. São Paulo, Edgard Blücher, 1974.
- DUARTE JÚNIOR, A. M. Risco: definições, tipos, medições e recomendações para seu gerenciamento. **Resenha BM&F**. São Paulo, n.114, p.25-33, 1996.
- ENDERS, W. **Applied Econometric Time Series**. New York, John Wiley & Sons, 1995.
- FORTUNA, E. **Mercado Financeiro – Produtos e Serviços**. 10.ed. Rio de Janeiro, Qualitymark Editora, 1997.
- HIRSHFELD, H. **Engenharia Econômica**. São Paulo, Atlas, 1982.
- HULL, J. **Introdução aos mercados de futuros e opções**. 2.ed. São Paulo, Cultura Editores Associados, 1997.
- HULL, J. **Introduction to futures and options markets**. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1991.
- INTERNET. Business to Business Magazine. **Asset allocation and portfolio performance**. [http://www.business2business.on.ca/magazine/dec95/b2b\\_doll.html](http://www.business2business.on.ca/magazine/dec95/b2b_doll.html).
- INTERNET. Ibbotson Associates. **The role of asset allocation in portfolio management**. [http://www.ibbotson.com/Research/to\\_intro.htm](http://www.ibbotson.com/Research/to_intro.htm).
- INTERNET. **Portfolio optimization**. <http://www.valic.com/24d6.html>.
- JORION, P. **Value at Risk**. Irvine, Mc Graw-Hill, 1997.
- KRITZMAN, M. What practitioners need to know...about optimization. **Financial Analysts Journal**. p.10-13, september-october 1992.



LEVIN, R. I.; RUBIN, D. S. **Statistics for Management**. 6<sup>th</sup> ed. New Jersey, Prentice Hall, 1994.

LIMURA, H. Value-at-Risk: Revolução na gestão de riscos de mercado em instituições financeiras. **Revista Trevisan**. s.n.t.

MORGAN GUARANTY TRUST COMPANY. **RiskMetrics – Technical Document**. 4.ed. New York, 1996.

MUSCAT, A. R. N. **Controle e indicadores de desempenho**. Fundação Carlos Alberto Vanzolini. s.n.t.

MUSCAT, A. R. N. **O conceito de produtividade**. Fundação Carlos Alberto Vanzolini. s.n.t.

SECURATO, J. R. **Decisões financeiras em condições de risco**. São Paulo, Atlas, 1996.

SHIMKO, D. See Sharpe or be flat. **Risk**. n.6, v.10, june 1997.