
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

TRABALHO DE FORMATURA

O GERENCIAMENTO DE UMA CARTEIRA DE *BRADY BONDS*

AUTOR: MARIA TEREZA DI RIENZO KATTAR
ORIENTADOR: PROF. REINALDO PACHECO DA COSTA

1998

15/1998
K 15708

**Aos meus pais, Teresa e Jorge
e minha avó Luíza**

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Reinaldo Pacheco da Costa pelo apoio e orientação;

Ao amigo Décio Cunha Junior, pela ajuda, boa vontade e conhecimentos transmitidos, sem os quais não teria sido possível a realização deste trabalho;

Aos amigos Cristian Keller, Adriana Glória Madarás e Leonardo Almeida pela amizade e ajuda com a Bibliografia necessária para a elaboração do trabalho;

Aos colegas do Banco Itaú, em especial a João Henrique Pereira, pela amizade e ensinamentos transmitidos;

Aos colegas da Engenharia de Produção, em especial a Carolina Lago, Fernanda França, Fernanda Corrêa, Luciana Custodio, Marcel Borelli, Guilherme Maradei, João Pedro Castelo Branco e Daniel Almeida, pelo companheirismo e amizade;

A todos os professores que colaboraram para minha formação profissional, desde o colégio até a universidade;

Meus sinceros agradecimentos,

Maria Tereza Kattar

Sumário

Este trabalho foi desenvolvido na mais nova subdivisão da Tesouraria do Banco Itaú, a área de *Asset Trading*.

O trabalho consiste na elaboração de uma metodologia para o gerenciamento de uma carteira de *Brady Bonds*, que correspondem aos produtos negociados pela área. Esta metodologia baseou-se na Teoria Moderna de Análise de *Portfolio* de Henry Markowitz, envolvendo a construção de um modelo matemático de otimização e da curva representativa das composições ótimas da carteira.

O modelo busca minimizar o risco da carteira para um determinado nível de retorno, fornecendo a composição ideal a ser aplicada em um determinado período.

Além do modelo, o trabalho propõe métodos para a construção da curva representativa das combinações ótimas de risco e retorno para a carteira, de forma a auxiliar os administradores no processo de decisão quanto à atribuição do retorno desejado.

O modelo e os métodos apresentados foram simulados de modo a testar a coerência da metodologia proposta, utilizando-se dados reais de dois meses do ano de 1.998.

ÍNDICE

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO,	1
I.1 – A Empresa,	1
I.2 – A Área e o Tema Escolhido,	2
I.3 – Objetivos do Trabalho,	4
 CAPÍTULO II – CARACTERIZAÇÃO DOS <i>BRADY BONDS</i>,	5
II.1 – Histórico do Plano Brady,	5
II.2 – Características do Plano Brady,	7
II.3 – A Renegociação da Dívida Externa Brasileira nos Moldes do Plano Brady,	8
II.3.1 – O Acordo de Reestruturação da Dívida Externa de 1988,	8
II.3.2 – O Acordo sobre Juros Atrasados de 1989 e 1990,	9
II.3.3 – O Plano Brady no Brasil,	9
II.4 – Principais Conceitos,	10
II.5 – Características dos Títulos Brasileiros,	12
II.5.1 – Títulos Pré-Brady,	12
II.5.2 – Títulos Emitidos no Contexto do Plano Brady,	12
 CAPÍTULO III – <i>PRICING</i> DOS PAPÉIS,	17
III.1 – O que é <i>Pricing</i> ,	17
III.2 – Fatores que Afetam o Preço do <i>Brady Bonds</i> ,	17
III.3 – Cálculo do Valor Financeiro,	19
III.3.1 – Definições,	19
III.3.2 – Exemplos Numéricos de Cálculo do Valor Financeiro,	21
III.4 – O Modelo de <i>Pricing</i> ,	31
III.4.1 – Metodologia de Cálculo,	31
A) <i>Bonds</i> com <i>Coupon</i> Fixo e sem Capitalização de Juros,	32
B) <i>Bonds</i> com <i>Coupon</i> Fixo e Capitalização de Juros,	33

C) <i>Bonds</i> com <i>Coupon</i> Variável (com ou sem Capitalização de Juros),.....	33
--	----

CAPÍTULO IV – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA,.....37

IV.1 – Introdução,.....	37
IV.2 – O Conceito de <i>Portfolio</i> ,.....	38
IV.3 – Principais Definições,.....	39
VI.3.1 – Retorno Esperado de um Ativo,.....	39
VI.3.2 – Risco de um Ativo,.....	40
VI.3.3 – Covariância,.....	41
A) Coeficiente de Correlação = 1,.....	44
B) Coeficiente de Correlação = -1,.....	45
C) Coeficiente de Correlação entre -1 e 1,.....	46
IV.4 – O Gerenciamento de <i>Portfolios</i> ,.....	47
IV.5 – O Modelo de Markowitz,.....	48
VI.5.1 – Variáveis do Modelo,.....	49
A) Retorno do <i>Portfolio</i> ,.....	49
B) Risco do <i>Portfolio</i> ,.....	50
IV.5.2 – Diversificação de <i>Portfolios</i> ,.....	51
IV.5.3 – A Fronteira Eficiente,.....	54
IV.5.4 – Posições <i>Short</i> ,.....	56

CAPÍTULO V – O MODELO DE OTIMIZAÇÃO,.....59

V.1 – Introdução,.....	59
V.2 – Equacionamento do Modelo,.....	60
V.2.1 – Função Objetivo,.....	60
V.2.2 – Restrições,.....	61
A) Proibição de Posições <i>Short</i> ,.....	61
B) Proporção dos Ativos,.....	61
C) Retorno Esperado do <i>Portfolio</i> ,.....	62
V.2.3 – Resumo do Modelo,.....	62
A) Posições <i>Short</i> Não Permitidas,.....	63
B) Posições <i>Short</i> Permitidas,.....	63

V.3 – Construção da Fronteira Eficiente,.....	64
V.3.1 – Posições <i>Short</i> Permitidas,.....	64
V.3.2 – Posições <i>Short</i> Não Permitidas,.....	68
V.4 – Simulação do Modelo.....	70
V.4.1 – Considerações Gerais,.....	70
V.4.2 – <i>Inputs</i> do Modelo.....	71
A) Retorno Esperado de um <i>Bond</i> ,.....	71
B) Risco de um <i>Bond</i> ,.....	74
C) Coeficientes de Correlação,.....	74
D) Retorno do <i>Portfolio</i> ,.....	74
V.4.3 – O Sistema para Resolução do Modelo,.....	75
A) Planilhas de Dados,.....	75
B) Planilha do Modelo,.....	76
C) Curva da Fronteira Eficiente,.....	77
V.4.4 – A Simulação,.....	80
CAPÍTULO VI – ANÁLISE DOS RESULTADOS,.....	81
VI.1 – Introdução,.....	81
VI.2 – Análise das Curvas da Fronteira Eficiente,.....	82
VI.3 – Comportamento do Modelo frente Alterações no Retorno do <i>Portfolio</i> ,.....	84
VI.4 – Comparação Real x Previsto,.....	86
VI.4 – Comparação das Carteiras Teóricas com a Administrada ,.....	88
CAPÍTULO VII – CONCLUSÃO,.....	90
BIBLIOGRAFIA,.....	94
ANEXO A: SÉRIES HISTÓRICAS UTILIZADAS,.....	95
ANEXO B: MATRIZES DE CORRELAÇÃO,.....	105
ANEXO C: FRONTEIRAS EFICIENTES E PLANILHAS DO MODELO,.....	107

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

I.1 - A Empresa

A empresa onde o trabalho foi realizado consiste num dos maiores bancos múltiplos nacionais, o Itaú.

O Banco Itaú faz parte do Conglomerado Itaú, fundado em 1974 como resultado da fusão de quatro bancos, sendo atualmente administrado pela empresa holding ITAÚSA Investimentos.

O Banco é a maior das empresas da holding em número de funcionários e de ativos financeiros.

Como banco múltiplo desde 01/02/1989, opera as seguintes carteiras:

- comercial
- de investimentos
- de crédito ao consumidor
- de crédito imobiliário

Atua também nas áreas de seguros, *leasing*, câmbio, financiamento ao comércio exterior, *underwriting*, corretagem de valores imobiliários, administração de fundos de investimento e em capitalização e previdência privada.

Como Banco Internacional tem estendido seus interesses na Europa, através do Banco Itaú Europa, na Argentina, através do Banco Itaú Argentina, além de contar com agências ou representações em Nova Iorque e Cayman.

Completam o conjunto das empresas controladas ou coligadas ao Banco Itaú:

- Itaú Leasing
- Itaú Corretora
- Itaú Seguros
- Itaú Previdência
- Itaú Capitalização
- Banco Francês e Brasileiro
- Itaú Bankers Trust
- Banco Itaú Argentina
- Banco Itaú Europa
- Credicard
- Banerj

- Bemge

Esse conjunto evidencia a estratégia mercadológica do Itaú: atuação em múltiplos mercados, com flexibilidade na operação de cada unidade e voltado ao desenvolvimento de competências corporativas.

O Banco tem atuação prioritária no varejo, contando com mais de 1.700 agências e postos de atendimento bancário, distribuídos em todo o território nacional.

A Visão Itaú:

“ Ser o Banco líder em performance, reconhecidamente sólido e confiável, destacando-se pelo uso agressivo do marketing, tecnologia avançada e por equipes capacitadas, comprometidas com a qualidade total e a satisfação dos clientes.”

I.2 – A Área e o Tema Escolhido

O trabalho foi realizado na Tesouraria do Banco, com ênfase na questão do gerenciamento de risco.

A Tesouraria tem como responsabilidade o gerenciamento dos ativos (aplicações) e passivos (captações) financeiros do Banco, bem como a manutenção de um nível apropriado de liquidez através do controle do caixa.

A gestão destes recursos tem sido ultimamente realizada com base em modelos matemáticos, que transformam as informações de mercado em informações de caráter técnico. Tais modelos devem representar os efeitos financeiros decorrentes de cada operação realizada, de forma que seus impactos possam ser calculados através de indicadores de desempenho.

O gerenciamento do risco é uma questão vital para a Tesouraria na tomada de decisão quanto à gestão dos recursos, especialmente em meio a um cenário de globalização e crises econômicas de caráter mundial.

Entretanto, no início do estágio, detectou-se que a Tesouraria do Banco não se utilizava deste tipo de ferramenta, embora seu principal objetivo formalmente definido fosse a “realização de operações com elevado retorno e baixo risco”.

Até janeiro de 1998, a Tesouraria do Banco era subdividida em 3 áreas:

Área	Características das Operações
Moeda Nacional	operações com taxas de juros
Moeda Estrangeira	operações relacionadas à taxa de câmbio de uma moeda estrangeira para o real
Renda Variável	operações com ações

Tabela 1.1: Elaborada pelo Autor

Em fevereiro de 1998, iniciou-se a implantação de uma nova área dentro da Tesouraria: a área de *Asset Trading*, cujos principais produtos negociados são títulos emitidos por vários países emergentes em troca de suas dívidas externas, os chamados *Brady Bonds*.

Desde sua emissão pelos países emergentes, os *Bradies* vem se tornando um importante instrumento provedor de lucros para as tesourarias de todo o mundo, dada sua liquidez e as inúmeras possibilidades de arbitragem com outros ativos financeiros.

Aproveitando-se a oportunidade, decidiu-se como tema para o trabalho a realização de um estudo sobre estes papéis, que englobaria desde a descrição teórica dos novos produtos até a análise da composição ótima da nova carteira.

Desta forma, o trabalho concentrou-se mais especificamente nesta nova área, que, por representar a ligação entre a Tesouraria local do Banco e o sistema financeiro global, justifica ainda mais a necessidade de um modelo eficiente de otimização de *portfolio* face ao atual conturbado cenário internacional.

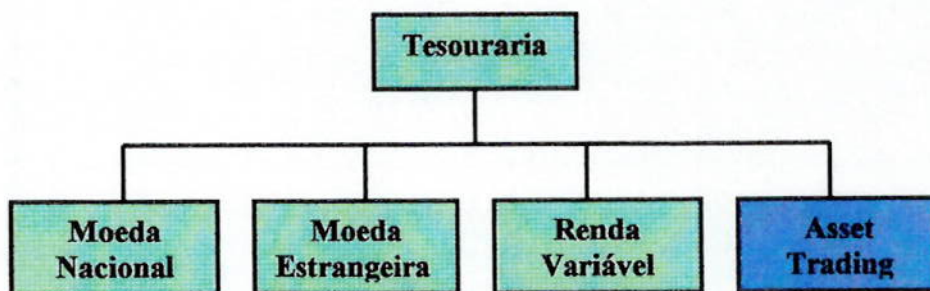


Figura 1.1: Elaborada pelo Autor

I.3 – Objetivos do Trabalho

A principal função da área de *Asset Trading* é a realização de operações com os chamados *Brady Bonds*, cujas características serão apresentadas no capítulo seguinte.

Com a introdução da nova área no Banco e as elevadas oscilações de preços dos papéis nos últimos meses em decorrência das crises asiática e russa, surgiu a necessidade de uma análise de *portfolio*, de forma a se obter as composições ótimas de uma carteira, cujo risco deve ser mínimo e o retorno deve estar dentro dos padrões desejados.

O trabalho tem então por objetivo desenvolver uma metodologia de gestão para o *portfolio* de *Bradies* da Tesouraria, através da elaboração de um modelo matemático de otimização, onde se procurará minimizar os riscos inerentes a este tipo de investimento.

Este modelo auxiliará os operadores na tomada de decisão para a escolha das quantidades dos diferentes papéis que irão compor a carteira, tendo por base a curva representativa das melhores combinações de risco e retorno para sua carteira. A construção desta curva, mais conhecida como fronteira eficiente, fará parte da metodologia proposta, uma vez que servirá como um “guia” para o investidor escolher os *inputs* do modelo.

Entretanto, antes de se iniciar a análise de *portfolio*, foi elaborado um estudo sobre a origem dos papéis e suas principais características, de modo a esclarecer a estrutura dos novos produtos, os riscos envolvidos e os possíveis retornos esperados.

Cabe citar que para a elaboração do trabalho foram utilizados conceitos apresentados em diversas disciplinas do curso de Engenharia de Produção, dentre as quais pode-se destacar: Cálculo, Pesquisa Operacional, Engenharia Econômica, Estatística, Economia e Finanças.

CAPÍTULO II – CARACTERIZAÇÃO DOS *BRADY BONDS*

II.1 - Histórico do Plano Brady

Há cinquenta e quatro anos, no verão americano de 1944, as lideranças do mercado financeiro internacional se reuniram em *Bretton Woods*, no estado de *New Hampshire*, com o intuito de delinear uma nova ordem econômico-financeira para o mundo do pós-guerra. O maior objetivo era criar instituições capazes de evitar a instabilidade das moedas, as desvalorizações competitivas e o estabelecimento de tarifas alfandegárias e de cotas comerciais, buscando manter desobstruídos os fluxos do comércio mundial.

Os recursos para a recuperação dos países seriam oferecidos pelo Fundo Monetário Internacional e o Banco Internacional para Reconstrução e Desenvolvimento – BIRD (Banco Mundial), criados especialmente para viabilizar as metas propostas.

Pode-se afirmar que grande parte destas metas foi alcançada com sucesso. Após a Segunda Grande Guerra, a economia mundial registrou taxas expressivas de crescimento, com destaque para o comércio, que se expandiu mais rapidamente do que a indústria.

A prosperidade das economias ocidentais deu origem a um grande fluxo de recursos no sistema financeiro internacional, em particular através da reciclagem dos petrodólares. Neste novo cenário, o Brasil foi um dos principais tomadores de empréstimo de capital estrangeiro, à época abundante e de custo reduzido. A principal função da poupança externa era financiar o desenvolvimento econômico, em um modelo no qual o investimento estatal assumira o papel de dinamizar e induzir a iniciativa privada.

Sustentado por toda a década de 70, este padrão, que já dava sinais de fragilidade no primeiro choque do petróleo, em 1973, veio a exaurir-se definitivamente em 1982, com as dificuldades enfrentadas pelo sistema financeiro internacional, resultantes, em grande parte, do segundo choque do petróleo em 1979, e da política monetária restritiva adotada pelo *Federal Reserve Bank*. O marco histórico de toda a crise foi, finalmente, as moratórias de México, Brasil e Polônia. A partir de então, teve início um prolongado e custoso ajuste para os países endividados, com prejuízos econômicos e reflexos sociais.

Na segunda metade dos anos 80, a dívida passou a ter um novo enfoque. Em fins de 1985 foi criado o Plano Baker, numa tentativa de solucionar o problema dos países

devedores. Tal plano propunha o aumento do fluxo de recursos para os maiores devedores. Os bancos credores deveriam expandir seu grau de *exposure* aos países em desenvolvimento em 2,5% ao ano - ou U\$ 7 bilhões – durante três anos. Como contrapartida pública, o Banco Mundial e os bancos de desenvolvimento regional deveriam duplicar seus desembolsos líquidos, aumentando a taxa no montante de U\$ 13 bilhões ao ano. De sua parte, os países devedores estariam obrigados a implantar reformas econômicas estruturais, liberando o comércio e o investimento estrangeiro e reduzindo o tamanho do Estado.

Entretanto, o Plano Baker fracassou, dada a dificuldade de mobilização dos empréstimos e à prudência dos bancos no aumento do grau de *exposure*.

Assim, em 1988, com a entrada do Governo Bush, inaugurou-se uma nova fase de negociação da dívida externa dos países em desenvolvimento, cujo marco se deu em 10 de março de 1989, quando foi anunciada a nova estratégia de renegociação: o Plano Brady.

O Plano Brady, proposto pelo então secretário do Tesouro Americano Nicholas Brady, encerrava duas idéias fundamentais que já vinham sido discutidas durante a falência do Plano Baker, no sentido de se encontrarem formas alternativas de reestruturação e alívio das dívidas externas dos países em desenvolvimento.

A primeira fundamentava-se na redução da dívida junto aos bancos privados, fosse através da recompra direta pelo país devedor, fosse pela substituição da dívida velha por novos bônus (securitização), que teriam, por parte de algum órgão multilateral, maiores garantias contra uma eventual inadimplência.

A segunda idéia básica enfatizava a importância de os governos devedores subscreverem, junto às agências multilaterais, mais recursos, necessários para a redução da dívida, seja através da recompra, seja pela securitização junto aos bancos privados.

Entretanto, a aprovação de uma reestruturação de dívida só ocorreria mediante a adoção de uma série de reformas econômicas sugeridas pelo FMI ao país devedor. Estas reformas, por sua vez, deveriam propiciar o alcance de metas de índice de inflação, crescimento do PIB e outros indicadores econômicos. Para serem considerados prontos para o Plano Brady, os países devedores deveriam apresentar de dois a três anos de sucesso com a adoção das reformas.

As reformas econômicas sugeridas, em conjunto com as renegociações de dívidas conseguidas através do Plano Brady, permitiram que muitos países tivessem

maior “fôlego” para reestruturar suas economias. Os países que adotaram o Plano Brady foram:

- ♦ Argentina
- ♦ Brasil
- ♦ Bulgária
- ♦ Costa Rica
- ♦ Equador
- ♦ Filipinas
- ♦ Marrocos
- ♦ México
- ♦ Nigéria
- ♦ Polônia
- ♦ República Dominicana
- ♦ Uruguai

II. 2 - Características do Plano Brady

O Plano Brady procurou conciliar os interesses dos credores e devedores.

Fundamentando-se nas premissas de que os países credores dispunham de provisões, que tornavam possível um alongamento do prazo da dívida, e de que os devedores não seriam capazes de saldar os débitos nas condições então vigentes, o plano propôs a adoção das seguintes medidas:

Securitização

Consiste na troca da dívida contratual por mobiliária, mediante a emissão de títulos do Governo do país devedor, proporcionando o aumento da liquidez da dívida, uma vez que viabilizaria sua negociação no mercado secundário.

Redução da Dívida

A redução no serviço da dívida ocorreria através de dois mecanismos:

- Emissão de bônus com desconto sobre o valor de face
- Estabelecimento de juros mais baixos

Garantias: de principal ou de juros

No caso de garantia do principal, esta seria sob a forma de *Zero Coupon Bonds*, títulos do tesouro Americano com amortização no vencimento e sem pagamento de juros sobre o valor de face.

Já a garantia de juros se constituiria em depósito em dinheiro, ou em investimentos de grande liquidez, que cobririam, em geral, os próximos dois ou três pagamentos de juros, sempre rolando para frente.

O Plano Brady destacou-se por apresentar peculiaridades econômicas, políticas e institucionais que o distinguem claramente das propostas que o precederam. Entre elas, a apropriação do desconto a partir de negociações voluntárias, caso a caso, entre os países devedores e o mercado financeiro privado, em um processo que privilegia as forças de mercado na reestruturação das dívidas. Outra particularidade é o papel sugerido para o FMI e o Banco Mundial, de fornecedores de recursos aos devedores, tanto para a recompra direta como para viabilizar as operações de securitização da dívida.

II. 3 - A Renegociação da Dívida Externa Brasileira nos Moldes do Plano Brady

II.3.1 - O Acordo de Reestruturação da Dívida Externa de 1988

Em 22 de setembro de 1988, o Governo Brasileiro e o Banco Central celebraram diversas operações de crédito externo, visando o reescalonamento e refinanciamento da dívida externa de médio e longo prazos junto a credores privados externos. O acordo, composto de diversos instrumentos contratuais, previa o reescalonamento das parcelas com vencimentos compreendidos entre 1º de janeiro de 1987 e 31 de dezembro de 1993 e o ingresso de “dinheiro novo”, além da troca de parcela da dívida por bônus, denominados *Brazil Investment Bonds* - BIB ou *Exit Bonds*, de emissão da República Federativa do Brasil, para os credores interessados em sair do “risco Brasil”.

II.3.2 – O Acordo sobre Juros Atrasados de 1989 e 1990

Com o fim de reestruturar em novos termos a dívida externa do país e de regularizar sua situação com os credores privados externos, o Governo Brasileiro, tendo à frente o embaixador Jório Dauster, iniciou negociações com o Comitê Assessor dos Bancos Credores, em outubro de 1990.

Das negociações, resultou, em abril de 1991, o acordo para regularização de juros devidos e não pagos em 1989 e 1990, prevendo o pagamento em dinheiro de até 25% do total devido, observado um limite de US\$2 bilhões, sendo os restantes 75% renovados mediante a emissão, pela República Federativa do Brasil, de bônus denominados *Interest Due and Unpaid* – IDU, com prazo de resgate em 10 anos, contados a partir de 1º de janeiro de 1991. Nos termos do acordo, os bônus seriam emitidos após o cumprimento de uma série de condições prévias, dentre as quais a assinatura do acordo de reestruturação do total da dívida de médio e longo prazos do setor público brasileiro, o que efetivamente ocorreu em 9 de julho de 1992.

II.3.3 - O Plano Brady no Brasil

Alcançado o acordo relativo aos juros atrasados de 1989 e 1990, prosseguiram as negociações entre representantes do Governo Brasileiro, tendo à frente o economista Pedro Sampaio Malan, com o Comitê Assessor dos Bancos Credores, com o objetivo de reestruturar o estoque da dívida externa de médio e longo prazos do setor público.

Em 9 de julho de 1992, o Governo Brasileiro e o Comitê Assessor dos Bancos Credores firmaram um acordo de princípios, cujos aspectos jurídicos e operacionais foram organizados em um sumário de termos (*Term Sheet*). O documento dispõe sobre as premissas básicas e a solicitação de dispensas e adiamento de determinadas obrigações decorrentes dos contratos a serem reestruturados. Tal acordo caracterizou-se por incorporar importantes inovações resultantes do Plano Brady.

O *Term Sheet* determina que a República Federativa do Brasil passará a ser a devedora de todos os novos instrumentos a serem emitidos pela União, em troca da dívida antiga. Ao contrário dos anteriores, estabelece que o Banco Central do Brasil deixe de arcar com obrigações externas resultantes de depósitos sob sua

responsabilidade. O ônus das obrigações externas passa a recair formalmente sobre o País.

A dívida antiga foi trocada por uma combinação de sete tipos de títulos, fato que caracteriza, de forma correta, a securitização da dívida externa brasileira, isto é, a transformação do débito representado por contratos de mútuo em outro constituído por *securities*.

Assim, os chamados *Brady Bonds* Brasileiros se constituem de 7 títulos de reestruturação da dívida externa, emitidos pela República Federativa do Brasil, em 15 de abril de 1994.

Segundo o acordo, os títulos devem ser emitidos em dólares dos Estados Unidos e, excepcionalmente, em marcos alemães e libras esterlinas.

II.4 – Principais Conceitos

Antes de dar início à apresentação das características dos títulos, torna-se necessária a definição de alguns conceitos básicos que aparecerão ao longo de todo o trabalho:

♦ Euro-Dólares

Dólares que pertencem a pessoas físicas e jurídicas que não são residentes nos Estados Unidos

♦ Libor – London Inter-Bank Offer Rate

É a taxa na qual os Euro-Dólares são oferecidos no mercado interbancário em Londres. A *Libor* é amplamente utilizada na especificação de taxas de empréstimos dos mercados internacionais. Prazos de *Libor* podem ser de 1, 2, 3, 6 meses e de 1 a 10 anos. A *Libor* de 6 meses, por exemplo, corresponde à taxa oferecida por um banco a outro sobre empréstimos de 6 meses, naquele momento. Uma parte da dívida brasileira paga taxas de juros baseadas em *Libor* de 6 meses.

♦ Bond

Trata-se de um título que contém a promessa de pagar determinadas quantidades de dinheiro em várias datas. Normalmente o *Bond* é ao portador, significando assim que quem apresentar o mesmo nas datas de vencimento recebe a quantidade de dinheiro prometida naquela data.

Um *Bond* é criado quando investidores emprestam dinheiro a um devedor (“emitente” do *Bond*). A troca inicial do *Bond* para dinheiro é chamada de **mercado primário**.

Os investidores, por sua vez, estão livres para trocar *Bonds* entre si; estas trocas acontecem no **mercado secundário**.

As determinadas quantidades devidas pelo emitente do *Bond* correspondem ao principal e os juros do *coupon*.

♦ Coupon

São os juros sobre o valor de face do *Bond*. No caso dos *Bradies*, o *coupon* é pago semestralmente.

♦ Brady Bonds

Correspondem aos títulos emitidos pelos países emergentes em troca de suas dívidas externas, dentro dos moldes do Plano Brady. O valor de face unitário de cada papel é de U\$1,00.

♦ Treasury

Bonds emitidos pelo Tesouro Americano com *coupon* fixo de 6% ao ano.

♦ Treasury Yield

Corresponde à taxa interna de retorno da *Treasury*.

♦ Yield to Maturity

Corresponde à taxa interna de retorno dos *Brady Bonds*.

♦ Spread Over Treasury

Corresponde à diferença entre a *Yield to Maturity* e a *Treasury Yield*.

II.5 – Características dos Títulos Brasileiros

Neste item, são apresentadas as principais características dos títulos originados da reestruturação da dívida externa brasileira. Em seguida à descrição dos títulos, tem-se uma tabela resumo com os principais pontos de cada papel, de forma a permitir uma consulta rápida às características dos produtos da área.

II.5.1 – Títulos Pré Brady

1. **Bônus de Investimento** (*Brazil Investment Bond – BIB*) ou **Bônus de Saída** (*Exit Bond*): título ao portador emitido em decorrência do acordo de reestruturação de 1988. Possui prazo de 24 anos, incluindo dez anos de carência e taxa de juros de 6% ao ano. Não possui garantia de principal nem de juros.
2. **Bônus de Juros Atrasados e Não Pagos** (*Interest Due and Unpaid – IDU*): teve origem nos juros atrasados e não pagos no período de julho de 1989 a dezembro de 1990. Emitido ao portador, possui prazo de 9 anos, incluindo dois anos de carência. Os juros são fixos nos dois primeiros anos: 7,8125% no primeiro e 8,375% no segundo, passando para *Libor* de seis meses mais 13/16% ao ano até o vencimento.

II.5.2 – Títulos Emitidos no Contexto do Plano Brady

1. **Bônus de Desconto** (*Discount Bond*): o credor que optar por este bônus trocará sua dívida antiga, com desconto de 35% sobre o valor de face, por bônus de desconto com 30 anos de prazo, amortização única ao final do trigésimo ano e taxa de juros de mercado – *Libor* de seis meses mais 13/16 % ao ano. Emitido ao portador, este instrumento apresenta garantia de 100% do principal – composta por Títulos do Tesouro Americano – e de 12 meses de pagamento de juros.
2. **Bônus ao Par** (*Par Bond*): assim como o Bônus de Desconto, tem prazo de 30 anos, amortização única ao final do período, garantia total de principal e de 12 meses de

juros, sendo também emitido ao portador. No entanto, difere do bônus de desconto e dois aspectos: a conversão dos créditos antigos em novos títulos é feita ao par, ou seja, sem desconto no valor de face e a taxa de juros permanece fixa em 6% do sétimo ao trigésimo ano; do primeiro ao sexto obedece a uma escala crescente: 4% no primeiro, 4,25% no segundo, 5% no terceiro, 5,25% no quarto, 5,5% no quinto e 5,75% no sexto.

3. **Bônus de Redução Temporária de Juros** (*Front-Loaded Interest Reduction Bond* - Flirb): possui prazo de 15 anos, incluindo nove de carência e amortizações semestrais iguais. Os juros obedecem a uma escala crescente de 4% nos dois primeiros anos, 4,5% no terceiro e quarto e 5% no quinto e sexto, passando para *Libor* de seis meses mais 13/16% ao ano a partir do sétimo ano. Os Flirbs são emitidos ao portador, com garantia de pagamento de 12 meses de juros até o sexto ano, inclusive. Após este prazo, o montante da garantia retorna ao Brasil, não havendo garantia de principal.
4. **Bônus de Capitalização** (*Front Loaded Interest Reduction with Capitalization Option* - C-Bond): apresenta prazo de 20 anos, incluindo dez de carência. Assim como o Flirb, possui taxa fixa de juros à mesma escala crescente nos seis primeiros anos, sendo que, a partir do sétimo, passa a render 8% ao ano. A diferença entre os 8% e o coupon pago nos seis primeiros anos será adicionada (capitalizada) ao principal no final do sexto ano. Tal estrutura tem por objetivo aliviar o fluxo de caixa nos primeiros anos. Quanto às garantias, o C-Bond é um instrumento não garantido no que diz respeito tanto ao principal quanto aos juros. O título é emitido ao portador.
5. **Bônus de Conversão da Dívida** (*Debt Conversion Bond* - DCB): título ao portador com prazo de 18 anos, incluindo dez anos de carência e taxa de juros *Libor* de seis meses mais 7/8% ao ano. Acoplado ao Bônus de Dinheiro Novo será o instrumento de opção dos credores que decidirem empregar dinheiro novo no país. Para cada US\$5,50 de dívida antiga transformada em Bônus de Conversão, o credor externo obrigará-se a emprestar US\$1,00 de dinheiro novo ao Brasil, mediante a aquisição de Bônus de Dinheiro Novo.

6. **Bônus de Dinheiro Novo (*New Money Bond*):** emitido ao portador será entregue aos credores que emprestaram “dinheiro novo” ao Brasil. Trata-se do instrumento mais atrativo do ponto de vista financeiro, à medida que possui prazo de 15 anos, incluindo sete de carência, e rende juros correspondente a *Libor* de seis meses mais 7/8% ao ano.

7. **Bônus de Juros Elegíveis (*Eligible Interest Bond* – EI):** emitido ao portador para substituir os juros não pagos entre 1991 e a data da conversão (15 de abril de 1994). Não possuem garantias de principal ou de juros, o prazo é de 12 anos, incluindo três de carência, e o coupon é de *Libor* semestral mais 13/16 % ao ano.

Tabela 2.1: Características das Emissões dos *Bradies* Brasileiros

Título	Data de Emissão	Data de Vencimento	Montante Emitido (bilhões de US\$)
<i>BIB</i>	31/08/1989	15/09/2013	1,05
<i>IDU</i>	20/11/1992	01/01/2001	7,20
<i>PAR</i>	15/04/1994	15/04/2024	8,56
<i>DB</i>	15/04/1994	15/04/2024	7,30
<i>FLIRB</i>	15/04/1994	15/04/2009	1,70
<i>C-BOND</i>	15/04/1994	15/04/2014	7,42
<i>DCB</i>	15/04/1994	15/04/2012	8,50
<i>NM</i>	15/04/1994	15/04/2009	2,24
<i>EI</i>	15/04/1994	15/04/2006	5,60

Fonte: Títulos da Dívida Soberana - ANDIMA

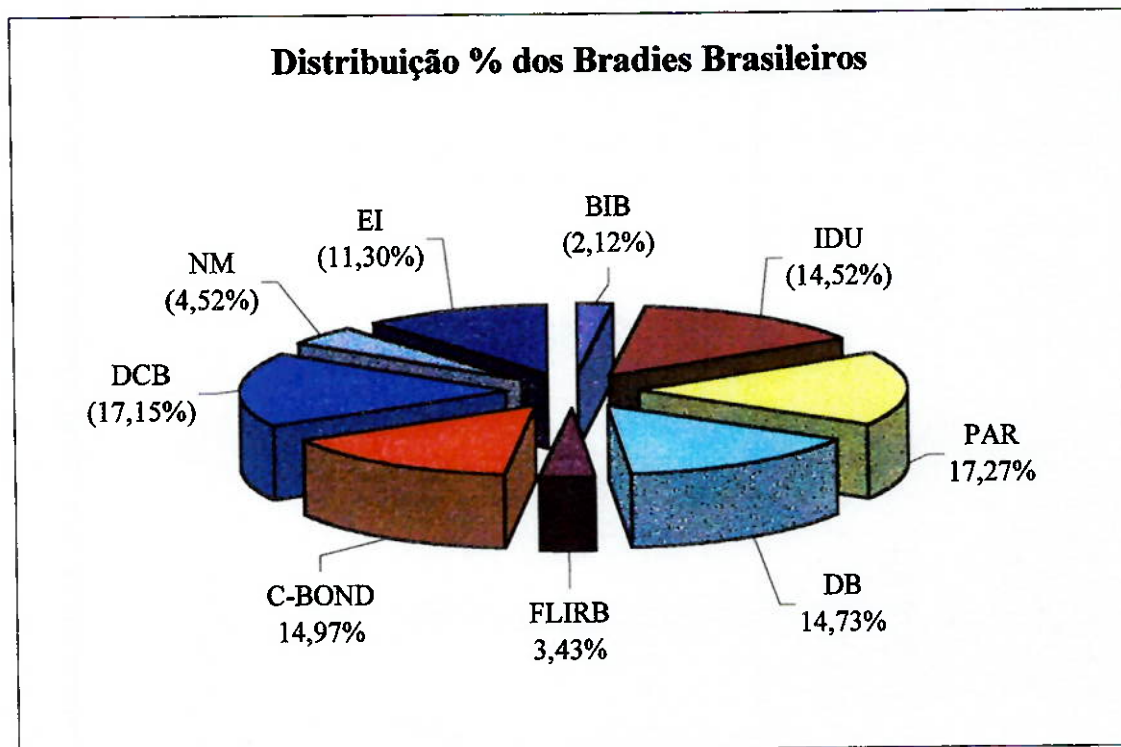


Figura 2.1

Fonte: Títulos da Dívida Soberana – ANDIMA

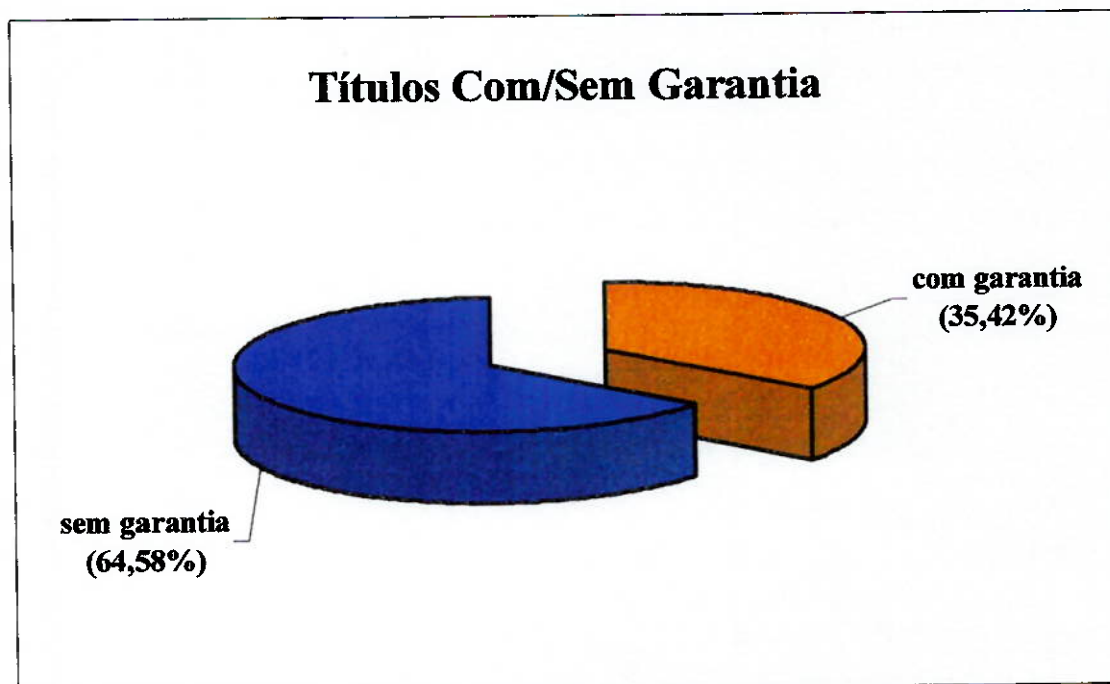


Figura 2.2

Fonte: Títulos da Dívida Soberana – ANDIMA

Tabela Resumo dos Títulos Brasileiros

Título	Data de Emissão	Data de Vencimento	Coupon	Pagamento de Juros	Amortização	Garantia
BIB	31/08/1989	15/09/2013	6% a.a.	15/03 e 15/09	Início em 15/03/99 30 pagamentos semestrais iguais	Sem garantias de juros e principal
IDU	20/11/1992	01/01/2001	- 1º ano: 7,8125% a.a. - 2º ano: 8,3750% a.a. - a partir de 01/01/94: Libor sem. + 13/16% a.a.	01/01 e 01/07	Início em 01/01/94 15 pagamentos semestrais: - 1º ao 3º sem = 1% - 4º ao 6º = 2%	Sem garantias de juros e principal
PAR	15/04/1994	15/04/2024	- 1º ano: 4,00% a.a. - 2º ano: 4,25% a.a. - 3º ano: 5,00% a.a. - 4º ano: 5,25% a.a. - 5º ano: 5,50% a.a. - 6º ano: 5,75% a.a. - 7º ao 30º ano: 6,00% a.a.	15/04 e 15/10	No final	Com garantias de juros e principal
DB	15/04/1994	15/04/2024	Libor sem. + 13/16% a.a.	15/04 e 15/10	No final	Com garantias de juros e principal
FLIRB	15/04/1994	15/04/2009	- 1º e 2º ano: 4,00% a.a. - 3º e 4º ano: 4,50% a.a. - 5º e 6º ano: 5,00% a.a. - 7º ao 15º ano: Libor sem. + 13/16% a.a.	15/04 e 15/10	Início em 15/04/2003 13 pagamentos semestrais iguais	Com garantias de juros e sem garantias de principal
C-BOND	15/04/1994	15/04/2014	- 1º e 2º ano: 4,00% a.a. - 3º e 4º ano: 4,50% a.a. - 5º e 6º ano: 5,00% a.a. - 7º ao 20º ano: 8% a.a. Capitalização de juros do 1º ao 6º ano	15/04 e 15/10	Início em 15/04/2004 21 pagamentos semestrais iguais	Sem garantias de juros e principal
DCB	15/04/1994	15/04/2012	Libor sem. + 7/8% a.a.	15/04 e 15/10	Início em 15/04/2004 17 pagamentos semestrais iguais	Sem garantias de juros e principal
NM	15/04/1994	15/04/2009	Libor sem. + 7/8% a.a.	15/04 e 15/10	Início em 15/04/2001 17 pagamentos semestrais iguais	Sem garantias de juros e principal
EI	15/04/1994	15/04/2006	Libor sem. + 13/16% a.a.	15/04 e 15/10	- 1º ao 7º sem.: 1% - 8º sem.: 5% - 9º ao 19º sem.: 8%	Sem garantias de juros e principal

CAPÍTULO III – *PRICING* DOS PAPÉIS

III.1 – O que é *Pricing*

Pricing é um processo de determinação do valor de mercado de um ativo financeiro. O princípio fundamental do *Pricing* determina que o preço de mercado de qualquer ativo financeiro corresponde ao valor presente do fluxo de caixa esperado.

Assim, a determinação do preço de um *Bond* corresponde à montagem do seu fluxo de caixa, considerando suas características relativas à prazo, amortização e *coupon*.

No caso dos *Bradies*, os papéis são negociados através de seu valor de mercado, ou seja, o valor presente do fluxo de caixa já é dado.

Deste modo, o conceito de *Pricing* passa a ser usado para o cálculo da taxa interna de retorno do papel. Este cálculo é de extrema importância para a área, já que será através dele que os operadores poderão ter noção do retorno esperado de cada papel, de acordo com os preços de mercado.

III.2 – Fatores que Afetam o Preço dos *Brady Bonds*

Vários fatores influenciam a cotação do preço dos *Bradies* no mercado secundário. Dentre eles, podemos destacar:

- ♦ **Imagem:** os *Bradies* ficaram associados à crise dos anos 80 e à situação de inadimplência dos países emissores. Por terem sido instrumentos de reestruturação da dívida, há uma tendência do mercado em considerá-los papéis equivalentes, sem discernir as especificidades de cada país, o que acaba por ser prejudicial aos países cuja situação de crédito experimentou melhora.
- ♦ **Rating:** trata-se da avaliação de risco de crédito feita por empresas especializadas, tais como a Moody's e a Standard & Poors, na qual são analisados os aspectos político-econômicos presentes e históricos do país. A tendência do mercado é que papéis considerados de alto risco ofereçam taxas de juros mais altas que aqueles de médio e baixo risco. Por terem sido emitidos num contexto de *default* (não pagamento) e em função do histórico dos países

emissores, os *Bradies* são avaliados como investimentos de alto risco. Entretanto, é importante lembrar que até o momento nenhum *Brady* deixou de ser honrado.

- ◆ **Garantias:** afeta a demanda por *Bradies* o fato de alguns deles serem garantidos por títulos do Tesouro Americano. Para investidores de curto prazo, que respondem pela maior parte do fluxo de capitais, a existência de garantias provoca uma diminuição da rentabilidade do título, uma vez que esta é inversamente proporcional ao risco do papel. O investidor mais conservador prefere investir diretamente em Treasuries ou papéis equivalentes; já o que apresenta menor aversão ao risco, preferirá um investimento com maior rentabilidade, sem a “contaminação” das garantias.

- ◆ **Aspectos Político-Econômicos:** acontecimentos políticos ou econômicos no país emissor e, em menor grau, no bloco a que pertence o país, também interferem na cotação do preço dos papéis. A crise mexicana do final de 1994 e início de 1995 derrubou de forma considerável a cotação dos *Bradies* mexicanos, argentino e brasileiros.

- ◆ **Taxa de Juros:** o preço do *Bradies* vincula-se ao comportamento da taxa de juros básica americana. Assim, fatores que influenciam o mercado americano, tais como índices de desemprego, atividade industrial, taxa de câmbio Yen/US\$, atuam indiretamente sobre o mercado de *Bradies*. Um aumento da taxa de juros nos EUA, por exemplo, provoca uma diminuição de demanda por *Bradies*, uma vez que a rentabilidade destes fica abaixo da oferecida pelo mercado.

III. 3 – Cálculo do Valor Financeiro

O valor financeiro corresponde ao valor efetivamente desembolsado/embolsado na compra/venda de determinada quantidade de papel.

No caso dos *Bradies*, o cálculo do valor financeiro apresenta certas peculiaridades que devem ser levadas em consideração para o cálculo da taxa interna de retorno dos títulos.

Nesta seção, serão apresentadas as fórmulas e conceitos para o cálculo dos valores financeiros, conceitos estes de extrema importância não só para cálculo da taxa interna de retorno dos títulos mas, também, para a apuração do resultado contábil da área.

III.3.1 – Definições

Para a melhor compreensão das fórmulas, serão apresentadas a seguir as principais definições relacionadas ao cálculo do valor financeiro dos papéis:

Juros Acruados

Correspondem à parcela de juros que o detentor do papel tem direito até a data de liquidação da venda, ou seja, até a data em que o papel ainda está em sua posse. Assim, ao comprar um *Brady*, o investidor deverá pagar, além do preço acertado, o valor correspondente aos juros acruados até a data de recebimento do papel.

Valor Pró-Rata do Coupon

Bonds diferentes apresentam maneiras diferentes de valorizar pró-rata seus *coupons*:

- 1- Para *Bonds* de taxa fixa como o Par Bond e o C Bond, a convenção de juros do *coupon* é de 30/360, onde todos os meses apresentam 30 dias. Assim, de 15/10/97 a 15/04/98 há exatamente 180 dias;
- 2- Para *Bonds* de taxa variável, normalmente baseadas em *Libor*, tais como o EI e o IDU, a convenção de juros do *coupon* é de dias corridos / 360. Assim, de 15/10/97 a 15/04/98 há exatamente 182 dias.

Data de Liquidação

A data de liquidação dos *Bradies* ocorre sempre três dias úteis depois do fechamento da operação. Assim, o investidor que compra o papel, só o terá em sua posição após três dias úteis da data em que foi fechada a compra.

Capitalização dos Juros no C-Bond

Conforme o *Term Sheet*, qualquer *coupon* pago abaixo de 8% a.a. para o C-Bond deverá ser capitalizado e acrescido ao principal. A capitalização corresponde à diferença entre os 8% a.a. e o *coupon* pago pelo papel. Pela tabela resumo, tem-se que os *coupons* até o sexto ano são inferiores a 8%, devendo assim ser feita capitalização de principal. Como o *coupon* é semi-anual, a diferença entre a taxa de juros paga e os 8% a.a. será capitalizada semi-anualmente ao principal. Mais adiante será apresentado um exemplo prático que demonstrará como ocorre a capitalização.

Fator de Capitalização

Representa a parcela total de capitalização referentes aos *coupons* já pagos. O principal deve ser multiplicado por este fator para o cálculo de seu valor financeiro.

Capitalização Acruada

Corresponde à parcela da próxima capitalização que o detentor do papel tem direito até a data de liquidação financeira da operação, ou seja, até a data em que o papel ainda está em sua posse.

Cálculo de Juros e Principal

O cálculo do valor dos juros é feito linearmente com base em 360 dias corridos.

Clean Price

É o preço pelo qual o ativo é vendido ou comprado no dia da negociação. Este preço é expresso em percentual do valor de face do *Bond*, que no caso dos *Bradies* é de US\$1,00.

Dirty Price

É o preço efetivamente pago pelo ativo, considerando-se os juros acruados, a capitalização e a amortização do principal.

III.3.2 – Exemplos Numéricos de Cálculo de Valor Financeiro

Tendo-se definido os principais conceitos, pode-se então partir para a apresentação dos cálculos envolvendo os diferentes tipos de papéis.

As fórmulas serão apresentadas através de exemplos numéricos, para que se tenha uma idéia prática da aplicação dos conceitos.

Serão apresentados dois exemplos: o primeiro demonstrará os cálculos para papéis com *coupon* variável e sem capitalização e o segundo para papéis com *coupon* fixo e com capitalização. O cálculo para os demais papéis, que apresentam *coupon* fixo e não possuem capitalização de juros, pode ser facilmente deduzido a partir das duas demonstrações.

Exemplo 1 – Bond com Coupon Variável e sem Capitalização de Juros

A - Cálculo do montante pago na compra de US\$ 5 milhões de valor de face de IDU com negócio fechado em 6 de maio de 1996 ao preço de 89%.

Resolução:

Fórmula do Principal:

$$\text{Principal} = Q \times A \times CP$$

(3.1)

Onde:

Q = quantidade

A = (1 - % Amortizado)

CP = *Clean Price*

Dados:

- *Clean Price*: 89%
- Data de Emissão do IDU: 01/01/1991
- Amortização: conforme a Tabela Resumo, em maio de 1996 já foram pagas 5 prestações de principal, o que corresponde, conforme as características apresentadas, a 7% do valor de face; deve-se assim multiplicá-lo por 93%.

$$\text{Principal} = 5\text{mm} \times 0,93 \times 0,89 = 4.138.500$$

$$\text{Principal} = \text{US\$ } 4.138.500,00$$

Fórmula dos Juros Acruados:

$$\text{Juros Acruados} = Q \times A \times C \times (DL - \text{DUPC}) / 360$$

(3.2)

Onde:

Q = quantidade

A = (1 - % Amortizado)

C = *Coupon*

DL = Data de Liquidação

DUPC = Data do Último Pagamento de *Coupon*

Dados:

- Dia da liquidação: 09/05/96
- *Coupon*: *Libor* Semestral + 0,8125% a.a.
- *Libor* Semestral em 09/05/96: 5,5625% a.a.
- Data de Pagamento do *Coupon*: 1 de janeiro e 1 de julho
- Juros Acruados: deve-se procurar a última data de pagamento dos juros e contar os dias até a data de liquidação financeira do ativo. A última data de pagamento

deveria ter sido em 01/01/96, mas como 01/01/96 foi um feriado em Nova York, o pagamento dos juros ocorreu em 02/01/96.

- Convenção dos juros: dias corridos / 360
- Total Dias corridos entre 09/05/96 e 02/01/96: 128 dias

$$\text{Juros Acruados} = 5\text{mm} \times 0,93 \times (5,5625 + 0,8125) \times (128 / 36000)$$

$$\text{Juros Acruados} = \text{US\$ } 105.400,00$$

Fórmula do Valor Financeiro Total:

$$\text{Total Devido} = \text{Principal} + \text{Juros Acruados}$$

(3.3)

Dados:

Principal = US\$ 4.138.500,00

Juros Acruados = US\$ 105.400,00

$$\text{Total Devido} = 4.138.500,00 + 105.400,00$$

$$\text{Total Devido em 09/05/96} = \text{US\$ } 4.243.900,00$$

B – Cálculo do total recebido com os títulos, considerando que o investidor vendeu sua posição em 05/07/96 a 91%; demonstração do fluxo de caixa.

Resolução:

Em 01/07/96

- Amortização: conforme a Tabela Resumo, recebimento da sexta parcela de amortização, correspondente a 2% do valor de face do principal

$$\text{Amortização} = 5\text{mm} \times 0,02 = 100.000$$

$$\text{Amortização} = \text{US\$ } 100.000,00$$

- Juros: recebimento do *coupon* relativo ao período integral de 02/01/96 a 01/07/96 (lembrar que como pagou os juros acumulados na compra, o detentor do título tem direito ao valor total dos juros pagos pelo emitente)

$$\text{Juros a receber} = Q \times A \times C \times (DC - DUC) / 360$$

(3.4)

Onde:

Q = quantidade

A = (1 - % Amortizado)

C = *Coupon*

DC = Data de Pagamento do *Coupon* Atual

DUPC = Data do Último Pagamento de *Coupon*

Dados:

- Dia de pagamento do *coupon* atual: 01/07/96
- *Coupon*: *Libor* Semestral + 0,8125% a.a. (considerando a *Libor* semestral em 01/07/96 a mesma de 09/05/96)
- Último Pagamento de *Coupon*: 01/07/96
- Total Dias corridos entre 02/01/96 e 01/07/96: 181 dias

$$\text{Juros a receber} = 5\text{mm} \times 0,93 \times (5,5625 + 0,8125) \times (181/36000)$$

$$\text{Juros a receber} = \text{US\$ } 149.042,19$$

$$\text{Total a Receber em 01/07/96} = \text{Amortização} + \text{Juros}$$

(3.4)

$$\text{Total a receber} = 100.000,00 + 149.042,19$$

$$\text{Total a receber em 01/07/96} = \text{US\$ } 249.042,19$$

Em 10/07/96

- Data de liquidação financeira da venda ocorrida no dia 05/07/96 (três dias úteis após a negociação)
- Principal: recebimento do principal relativo à venda do dia 05/07/96

Dados:

- *Clean Price*: 91%
- Amortização: conforme a Tabela Resumo, em 10/07/96 já foram pagas 6 prestações de principal, o que corresponde, conforme as características apresentadas, a 9% do valor de face; deve-se assim multiplicá-lo por 91%.

$$\text{Principal} = 5\text{mm} \times 0,91 \times 0,91 = 4.138.500$$

$$\text{Principal a receber} = \text{US\$ } 4.140.500,00$$

- Juros acruados: recebimento de juros acruados relativos ao período de 01/07/96 (último pagamento de *coupon*) a 10/07/96

Dados:

- *Coupon*: *Libor* semestral + 0,8125% a.a. (considerar *Libor* semestral = 5,625% a.a.)
- Total Dias corridos entre 01/07/96 a 10/07/96: 9 dias

$$\text{Juros Acruados} = 5\text{mm} \times 0,91 \times (5,625 + 0,8125) \times (9 / 36000) = 7.322,66$$

Juros Acruados a receber = US\$ 7.322,66

Total a receber em 10/07/96 = Principal + Juros Acruados (3.5)

$$\text{Total a receber} = 4.140.500,00 + 7.322,66$$

Total a receber em 10/07/96 = US\$ 4.243.900,00

Exemplo 2 – Bond com Coupon Fixo e Capitalização de Juros

A - Cálculo do montante pago na compra de US\$ 10 milhões de valor de face de C-Bond com negócio fechado em 8 de abril de 1996 ao preço de 58,375%.

Resolução:

Fórmula do Principal

$$\text{Principal} = Q \times FC \times CP \quad (3.6)$$

Onde:

Q = quantidade

FC = Fator de Capitalização

CP = Clean Price

Fórmula do Fator de Capitalização

$$FC = \{ [(8 - C_1)/2 \times 100] + 1 \}^{N_1} \times \{ [(8 - C_2)/2 \times 100] + 1 \}^{N_2} \times \dots \times \{ [(8\% - C_n)/2 \times 100] + 1 \}^{N_n}$$

(3.7)

Onde:

Cn = coupon

Nn = número de coupons n já pagos e capitalizados

Dados:

- Clean Price: 58,375 %
- Data de Emissão do C-Bond: 15/04/94
- Amortização: conforme a Tabela Resumo, o período de amortização só tem início em 15/04/2004.
- Data de pagamento dos juros: 15 de abril e 15 de outubro

- Fator de capitalização: em 08/04/96, já ocorreram 3 pagamentos de *coupon* de 4% a.a.

$$\text{Fator de capitalização} = \{[8 - 4] / 2 \times 100\} + 1\}^3$$

$$\text{Fator de capitalização} = 1,061208$$

$$\text{Principal} = 10\text{mm} \times 0,58375 \times 1,061208$$

$$\text{Principal} = \text{US\$ } 6.194.801,70$$

Fórmula dos Juros Acruados:

$$\text{Juros Acruados} = Q \times FC \times C \times (DL - \text{DUPC}) / 360 \quad (3.8)$$

Onde:

Q = Quantidade

FC = Fator de Capitalização

C = *Coupon*

DL = Data de Liquidação

DUPC = Data do Último Pagamento de *Coupon*

Dados:

- Dia da liquidação: 11/04/96
- *Coupon*: 4% a.a.
- Data de Pagamento de Juros: 15 de abril e 15 de outubro
- Juros Acruados: deve-se procurar a última data de pagamento dos juros e contar os dias até a data de liquidação financeira do ativo
- Convenção dos juros: 30 / 360, ou seja, deve-se considerar todos os meses com 30 dias
- Último Pagamento de *Coupon*: 15/10/95
- Total Dias 30 / 360 entre 15/10/95 e 11/04/96: 176 dias

$$\text{Juros Acruados} = 10\text{mm} \times 1,061208 \times 0,04 \times (176 / 360)$$

$$\text{Juros Acruados} = \text{US\$ } 207.525,12$$

Fórmula do Principal Ajustado:

$$\text{Principal Ajustado} = Q \times CP \times FC \times CA \quad (3.9)$$

Onde:

Q = Quantidade

CP = *Clean Price*

FC = Fator de Capitalização

CA = Capitalização Acruada

Fórmula da Capitalização Acruada:

$$\text{Capitalização Acruada} = 1 + [(8\% - PC) / 100] \times (DL - \text{DUPC})/360 \quad (3.10)$$

Onde:

PC = Próximo *Coupon*

DL = Data de Liquidação

DUPC = Data do Último Pagamento de *Coupon*

Dados:

- Dia da liquidação: 11/04/96
- Próximo *Coupon*: 4% a.a.
- Data de Pagamento de Juros: 15 de abril e 15 de outubro
- Convenção: 30 / 360, ou seja, deve-se considerar todos os meses com 30 dias
- Último Pagamento de *Coupon*: 15/10/95

- Total Dias 30 / 360 entre 15/10/95 e 11/04/96: 176 dias

$$\text{Capitalização Acruada} = 1 + (0,08 - 0,04) \times (176 / 360)$$

$$\text{Capitalização Acruada} = 1,019556$$

$$\text{Principal Ajustado} = 5\text{mm} \times 0,58375 \times 1,061208 \times 1,019556$$

$$\text{Principal Ajustado} = \text{US\$ } 6.315.947,24$$

Fórmula do Valor Financeiro Total :

$$\text{Total Devido} = \text{Principal Ajustado} + \text{Juros Acruados} \quad (3.11)$$

Dados:

$$\text{Principal} = \text{US\$ } 6.315.947,24$$

$$\text{Juros Acruados} = \text{US\$ } 207.525,120$$

$$\text{Total Devido} = 6.315.947,24 + 207.525,120$$

$$\text{Total Devido em 11/04/96} = \text{US\$ } 6.523.472,36$$

III.4 - O Modelo de *Pricing*

O modelo de *Pricing* adotado corresponde à montagem do fluxo de caixa dos títulos, de modo que se possa calcular a taxa interna de retorno (yield to maturity) dado um preço de mercado. Por outro lado, este modelo permitirá também que o operador tenha idéia do efeito da variação do preço do papel no retorno esperado.

As planilhas foram construídas em Excel 5.0 e levam em consideração as seguintes características de cada título: prazo, *coupon*, amortização e capitalização (se houver).

A seguir serão apresentados a metodologia de cálculo utilizada para a construção do modelo (para papéis de taxas fixas e de taxas variáveis) e dois exemplos práticos do cálculo da taxa interna de retorno do papel.

III.4.1 - Metodologia de Cálculo

Como já dito anteriormente, o cálculo da taxa interna de retorno será feito através da montagem do fluxo de caixa do papel.

Cada parcela do fluxo corresponderá à somatória do *Coupon* e da Amortização, segundo as características já apresentadas de cada título. As parcelas serão trazidas ao valor presente à taxa interna de retorno, sendo que a soma total destes valores presentes deverá se igualar ao *Dirty Price*, ou seja, ao valor efetivamente pago pelo papel.

Para encontrar o valor da taxa interna de retorno, utiliza-se o comando Atingir Metas do Excel, de modo que a célula contendo a diferença entre o *Dirty Price* do papel e o Valor Presente Total do Fluxo se iguale a zero, variando a célula que contém o valor da Taxa Interna de Retorno do Fluxo.

A seguir, tem-se a descrição dos cálculos utilizados para a montagem dos fluxos de caixa:

A – Bonds com Coupon Fixo e sem Capitalização de Juros

Os campos que aparecerão na tabela representativa do fluxo de caixa destes papéis são os seguintes:

➤ n: número da parcela

➤ Maturidade : onde constarão as datas de cada parcela do fluxo

➤ *Coupon* (CS): valor semianual do *coupon* referente à cada data

$$CS_n = C_n / 2$$

➤ Amortização(A): corresponde à parcela de principal a ser paga em cada data

$$A_n = P_n * PA_n$$

onde: PA = percentual de amortização

➤ Principal (P): valor do principal amortizado

$$P_n = P_{n-1} - A_{n-1}$$

➤ Juros Pagos: valor dos juros referentes àquela data

$$J_n = (CS_n/100) * P_n$$

➤ Total (T): somatória dos juros e principal em cada data

$$T_n = J_n + P_n$$

➤ Valor Presente (VP): corresponde ao valor presente do total para cada data

$$VP_n = \frac{T_n}{(1+(TIR)/200)^{t/180}}$$

onde: TIR = taxa interna de retorno ao ano

t = número de dias entre a data da parcela e o dia atual

B – Bonds com Coupon Fixo e Capitalização de Juros

O fluxo de caixa para este tipo de papel deve levar em consideração a capitalização do principal.

Os campos que aparecerão na tabela representativa de seu fluxo de caixa são os mesmos que os de *Bonds* com *coupon* fixo e sem capitalização, com a introdução da capitalização do principal. O único cálculo que apresentará mudança será o do principal:

- Capitalização (C_n): corresponde à capitalização referente à cada parcela, no caso do *coupon* anual ser inferior à 8%

$$C_n = [(4 - CS_n)/100] + 1$$

- Principal (P): valor do principal capitalizado e amortizado

$$P_n = (P_{n-1} * C_n) - A_{n-1}$$

C – Bonds com Coupon Variável (com¹ ou sem Capitalização de Juros)

A diferença no fluxo de caixa para este tipo de papel está no fato do *coupon* apresentar um parte variável, como por exemplo a *Libor*.

O cálculo do valor presente do fluxo destes papéis segue os mesmos conceitos que os de papéis de *coupon* fixo, só que o valor do *coupon* nas datas futuras será um valor estimado a partir das curvas de mercado.

Assim, no caso de *coupons* com taxa de *Libor* + x%, deve-se utilizar os valores futuros de *Libor* projetados pelo mercado. Como as projeções de mercado para este tipo de taxa são usualmente dadas até um período máximo de 2 anos, é de praxe utilizar-se a projeção mais longa para os demais períodos.

¹ Deve-se ressaltar que o único *Brady* brasileiro que apresenta capitalização de juros é o CBond, cujo *coupon* não apresenta parcela variável. Entretanto, o modelo adotado pode ser usado para papéis de outros países, que podem apresentar capitalização de juros e *coupon* variável.

Exemplo: Suponha em 30/03/98 a compra de 10 milhões de Bônus de Desconto, cujo *coupon* é de *Libor* Semestral + 0,8125% a.a.. Sabendo-se que as projeções de *Libor* Futura Semestral nesta data são as dadas na tabela abaixo, determinar os *coupons* que devem ser utilizados para a construção do fluxo de caixa do papel, de modo a determinar seu preço justo em 30/03/98.

Mês	Libor Semestral Projetada (% a.a.)
Abr/98	5,56250
Mai/98	5,59375
Jun/98	5,53125
Jul/98	5,50000
Ago/98	5,50000
Set/98	5,46875
Out/98	5,40625
Nov/98	5,37500
Dez/98	5,34375
Jan/99	5,30469
Fev/99	5,28125
Mar/99	5,26953
Abr/99	5,25000
Mai/99	5,24350
Jun/99	5,23000
Jul/99	5,21500
Ago/99	5,20000
Set/99	5,19550
Out/99	5,18950
Nov/99	5,17810
Dez/99	5,16650
Jan/00	5,15000
Fev/00	5,14525
Mar/00	5,13744

Tabela 3.1: Elaborada pelo Autor

A partir da tabela acima, tem-se que os *coupons* a serem utilizados para o fluxo de caixa do papel são :

Parcela	Data	Libor Semestral (% a.a.)	Coupon (% a.a.)
1	15/04/98	5,56250	6,37500
2	15/10/98	5,40625	6,21875
3	15/04/99	5,25000	6,06250
4	15/10/99	5,18950	6,00200
5	15/04/00	5,13744	5,94994
6	15/10/00	5,13744	5,94994
7	15/04/01	5,13744	5,94994
8	15/10/01	5,13744	5,94994

Tabela 3.2: Elaborada pelo Autor

Com os valores dos *coupons*, pode-se construir o fluxo de caixa do papel, utilizando-se a mesma metodologia anteriormente apresentada, levando-se em consideração o fato do papel apresentar ou não capitalização de juros.

III.4.2 – Planilhas de Pricing

Neste item serão demonstrados dois exemplos práticos do cálculo da taxa interna de retorno dos títulos, aplicando-se o modelo de *Pricing* acima apresentado.

O primeiro exemplo refere-se ao Bônus ao Par, cujo *coupon* é fixo e não apresenta capitalização de juros.

O segundo exemplo refere-se ao C-Bond, cujo *coupon* também é fixo mas apresenta capitalização de juros.

Em ambos os casos, vamos considerar que o investidor irá comprar os papéis em 10/09/98.

Os valores de *Clean Price* utilizados correspondem aos valores de fechamento dos ativos no final do mercado do dia 10/09/98. Dados estes valores de *Clean Price*, calculou-se os valores de *Dirty Price*, de acordo com as seguintes fórmulas:

Bônus ao Par (Coupon Fixo e sem Capitalização de Juros)

$$DP = CP + JA$$

(3.12)

Onde:

DP = *Dirty Price*

CP = *Clean Price*

JA = Juros Acruados

C-Bond (Coupon Fixo e com Capitalização de Juros)

$$DP = FC * CP * CA + JA$$

(3.13)

Onde:

DP = *Dirty Price*

FC = Fator de Capitalização

CP = *Clean Price*

CA = Capitalização Acruada

JA = Juros Acruados

A seguir tem-se as planilhas de *Pricing* construídas, com os valores das taxas internas de retorno já calculados e expressos em ano:

PLANILHA DE PRICING - C-BOND

Emissão:	US\$ 7.420.000.000	Hoje:	10-Ser-98
Data de Emissão:	15/04/1994	Vencimento:	15-Abr-14
Amortização:	21 parcelas iguais	Último Cupon:	15-Abr-98
1ª Amortização:	15/04/2004	Dias de Juros Acruidos:	148

Clean Price:	60,0000
Capital Acruida:	1,0123
Fator Capitaliz:	1,1545
Juros Acruidos:	2,3732
Dirty Price:	72,4992

VP Total - Dirty Price:	0
YTM (% p.a.)	15,77%

Parcela	Maturidade	Coupon Semianual	Principal	Capitalização	Amortização	Juros	Total	Valor Presente
0	15-Out-94	2,000%	100,00	1,020		2,0000	0,0000	0,0000
0	15-Abr-95	2,000%	102,00	1,020		2,0400	0,0000	0,0000
0	15-Out-95	2,000%	104,04	1,020		2,0808	0,0000	0,0000
0	15-Abr-96	2,250%	106,12	1,018		2,3877	0,0000	0,0000
0	15-Out-96	2,250%	107,98	1,018		2,4295	0,0000	0,0000
0	15-Abr-97	2,250%	109,87	1,018		2,4720	0,0000	0,0000
0	15-Out-97	2,250%	111,79	1,018		2,5153	0,0000	0,0000
0	15-Abr-98	2,500%	113,75	1,015		2,8437	0,0000	0,0000
1	15-Out-98	2,500%	115,45	1,015		2,8863	2,8863	2,8440
2	15-Abr-99	2,500%	117,18	1,015		2,9296	2,9296	2,6735
3	15-Out-99	2,500%	118,94	1,015		2,9736	2,9736	2,5120
4	15-Abr-00	4,000%	120,73	1,000		4,8291	4,8291	3,7766
5	15-Out-00	4,000%	120,73	1,000		4,8291	4,8291	3,4962
6	15-Abr-01	4,000%	120,73	1,000		4,8291	4,8291	3,2379
7	15-Out-01	4,000%	120,73	1,000		4,8291	4,8291	2,9974
8	15-Abr-02	4,000%	120,73	1,000		4,8291	4,8291	2,7760
9	15-Out-02	4,000%	120,73	1,000		4,8291	4,8291	2,5699
10	15-Abr-03	4,000%	120,73	1,000		4,8291	4,8291	2,3800
11	15-Out-03	4,000%	120,73	1,000		4,8291	4,8291	2,2033
12	15-Abr-04	4,000%	120,73	1,000	5,864	4,8291	10,6929	4,5164
13	15-Out-04	4,000%	114,86	1,000	5,864	4,5945	10,4584	4,0893
14	15-Abr-05	4,000%	109,00	1,000	5,864	4,3599	10,2238	3,7023
15	15-Out-05	4,000%	103,13	1,000	5,864	4,1254	9,9892	3,3487
16	15-Abr-06	4,000%	97,27	1,000	5,864	3,8908	9,7547	3,0285
17	15-Out-06	4,000%	91,41	1,000	5,864	3,6563	9,5201	2,7362
18	15-Abr-07	4,000%	85,54	1,000	5,864	3,4217	9,2856	2,4717
19	15-Out-07	4,000%	79,68	1,000	5,864	3,1872	9,0510	2,2303
20	15-Abr-08	4,000%	73,82	1,000	5,864	2,9526	8,8165	2,0112
21	15-Out-08	4,000%	67,95	1,000	5,864	2,7181	8,5819	1,8123
22	15-Abr-09	4,000%	62,09	1,000	5,864	2,4835	8,3474	1,6325
23	15-Out-09	4,000%	56,22	1,000	5,864	2,2490	8,1128	1,4688
24	15-Abr-10	4,000%	50,36	1,000	5,864	2,0144	7,8783	1,3210
25	15-Out-10	4,000%	44,50	1,000	5,864	1,7799	7,6437	1,1865
26	15-Abr-11	4,000%	38,63	1,000	5,864	1,5453	7,4092	1,0651
27	15-Out-11	4,000%	32,77	1,000	5,864	1,3107	7,1746	0,9548
28	15-Abr-12	4,000%	26,90	1,000	5,864	1,0762	6,9400	0,8550
29	15-Out-12	4,000%	21,04	1,000	5,864	0,8416	6,7055	0,7648
30	15-Abr-13	4,000%	15,18	1,000	5,864	0,6071	6,4709	0,6835
31	15-Out-13	4,000%	9,31	1,000	5,864	0,3725	6,2364	0,6098
32	15-Abr-14	4,000%	3,45	1,000	5,864	0,1380	6,0018	0,5435
TF	Total			40,1900		118,3448	222,7166	72,4992

PLANILHA DE PRICING - BÔNUS AO PAR

Dados:

Emissão:	US 8.560.000.000	Hoje:	10-Set-98
Data de Emissão:	15/04/94	Vencimento:	15-Abr-24
Amortização:	no final	Último Cupom:	15-Abr-98
Tipo do Cupom:	Semi-An / Fixo	Dias de Juros Acurados:	148

Clean Price:	53,0000
Juros Acurados:	2,1583
Dirty Price:	55,1583

VP Total - Dirty Price:	0
YTM (a.a.):	11,63%

Parcela	Maturidade	Cupom Semianual	Principal	Juros	Amortização	Total	Valor Presente
0	15-Out-94	2,000%	100	2,0000		0,0000	0,0000
0	15-Abr-95	2,000%	100	2,0000		0,0000	0,0000
0	15-Out-95	2,125%	100	2,1250		0,0000	0,0000
0	15-Abr-96	2,125%	100	2,1250		0,0000	0,0000
0	15-Out-96	2,500%	100	2,5000		0,0000	0,0000
0	15-Abr-97	2,500%	100	2,5000		0,0000	0,0000
0	15-Out-97	2,625%	100	2,6250		0,0000	0,0000
0	15-Abr-98	2,625%	100	2,6250		0,0000	0,0000
1	15-Out-98	2,750%	100	2,7500		2,7500	2,7199
2	15-Abr-99	2,750%	100	2,7500		2,7500	2,5689
3	15-Out-99	2,875%	100	2,8750		2,8750	2,5357
4	15-Abr-00	2,875%	100	2,8750		2,8750	2,3941
5	15-Out-00	3,000%	100	3,0000		3,0000	2,3586
6	15-Abr-01	3,000%	100	3,0000		3,0000	2,2276
7	15-Out-01	3,000%	100	3,0000		3,0000	2,1032
8	15-Abr-02	3,000%	100	3,0000		3,0000	1,9864
9	15-Out-02	3,000%	100	3,0000		3,0000	1,8755
10	15-Abr-03	3,000%	100	3,0000		3,0000	1,7713
11	15-Out-03	3,000%	100	3,0000		3,0000	1,6724
12	15-Abr-04	3,000%	100	3,0000		3,0000	1,5790
13	15-Out-04	3,000%	100	3,0000		3,0000	1,4908
14	15-Abr-05	3,000%	100	3,0000		3,0000	1,4080
15	15-Out-05	3,000%	100	3,0000		3,0000	1,3294
16	15-Abr-06	3,000%	100	3,0000		3,0000	1,2555
17	15-Out-06	3,000%	100	3,0000		3,0000	1,1854
18	15-Abr-07	3,000%	100	3,0000		3,0000	1,1196
19	15-Out-07	3,000%	100	3,0000		3,0000	1,0571
20	15-Abr-08	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,9980
21	15-Out-08	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,9423
22	15-Abr-09	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,8900
23	15-Out-09	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,8403
24	15-Abr-10	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,7936
25	15-Out-10	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,7493
26	15-Abr-11	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,7077
27	15-Out-11	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,6681
28	15-Abr-12	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,6308
29	15-Out-12	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,5956
30	15-Abr-13	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,5625
31	15-Out-13	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,5311
32	15-Abr-14	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,5016
33	15-Out-14	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,4736
34	15-Abr-15	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,4473
35	15-Out-15	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,4223
36	15-Abr-16	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,3987
37	15-Out-16	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,3765
38	15-Abr-17	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,3555
39	15-Out-17	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,3357
40	15-Abr-18	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,3170
41	15-Out-18	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,2993
42	15-Abr-19	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,2827
43	15-Out-19	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,2669
44	15-Abr-20	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,2520
45	15-Out-20	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,2379
46	15-Abr-21	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,2247
47	15-Out-21	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,2122
48	15-Abr-22	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,2004
49	15-Out-22	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,1892
50	15-Abr-23	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,1787
51	15-Out-23	3,000%	100	3,0000		3,0000	0,1687
52	15-Abr-24	3,000%	100	3,0000	100	103,0000	5,4691
Total				173,7500	100,0000	255,2500	55,1580

CAPÍTULO IV – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

IV.1 – Introdução

Nesta etapa do trabalho será apresentada resumidamente uma breve teoria sobre análise de *portfolio*. O conceito de *portfolio*, o processo de gerenciamento e as implicações da diversificação serão abordados de modo a esclarecer as vantagens de se investir em uma carteira ao invés de se investir em um único ativo isoladamente.

Tendo já sido demonstrado no capítulo anterior como é feito o cálculo da taxa interna de retorno de cada papel, será introduzido neste capítulo o conceito de retorno esperado e risco para um ativo, conceitos estes de extrema importância para que o investidor tenha idéia do que esperar ao investir em determinado papel. Partindo-se dos retornos e riscos individuais, serão demonstrados os cálculos para um *portfolio* composto por n ativos, enfocando a importância da interrelação dos ativos entre si para a composição do risco total da carteira.

Será apresentada também a Teoria de Markowitz, que representa o primeiro trabalho sobre análise de *portfolio*, onde é enfocada a importância do risco para a composição de uma carteira.

Os conceitos introduzidos neste capítulo servirão de base para a compreensão do modelo de otimização para uma carteira de *Brady Bonds*, que por sua vez será apresentado no capítulo seguinte.

IV.2 – O Conceito de *Portfolio*

Um *portfolio* pode ser definido como um conjunto de ativos. Os ativos que constituem um *portfolio* podem ser reais ou financeiros. Os ativos reais correspondem a imóveis, obras de arte, linhas telefônicas, equipamentos, gado ou qualquer outro ativo de natureza não financeira. Já os financeiros correspondem aos diversos produtos do mercado financeiro, como por exemplo CDB, ações, títulos públicos, contratos futuros, etc.

Na acepção de mercado financeiro, um *portfolio* é uma carteira de investimentos que pode administrar tanto o dinheiro de terceiros como o dinheiro da própria instituição financeira. No primeiro caso, tem-se como exemplo os fundos de investimento, nos quais pessoas físicas ou jurídicas investem seu capital para que este seja aplicado em diferentes ativos financeiros. No segundo caso, tem-se as carteiras da tesouraria, cuja função é distribuir o capital do próprio banco em operações com títulos, derivativos, ações e demais produtos relacionados à tesouraria de um banco.

Um *portfolio* é caracterizado pela natureza dos ativos que o compõem e a participação de cada um deles no volume total. A combinação destes parâmetros em diferentes proporções permite a construção de *portfolios* com diversos níveis de rentabilidade e risco.

Um *portfolio* não deve ser visto apenas como vários ativos agrupados em uma carteira, mas sim como um conjunto particular que apresentará um determinado retorno e risco de acordo com a combinação de seus componentes.

Isto significa que o retorno e o risco de um *portfolio* não serão representados pela simples soma destes fatores correspondentes aos respectivos ativos. O retorno do *portfolio* levará em consideração, além do retorno de cada ativo, o “peso”, ou seja, a proporção de cada um deles no volume total. O risco total, por sua vez, além de considerar os riscos individuais de cada ativo, terá a influência da correlação existente entre eles.

IV.3 – Principais Definições

Neste item serão apresentadas algumas definições que serão utilizadas mais adiante para a exposição da teoria de análise de *portfolio*. São elas: retorno de um ativo, risco de um ativo e covariância.

Partindo-se destas definições será possível uma melhor compreensão dos cálculos do retorno e risco de um *portfolio* e da natureza dos *inputs* a serem considerados no modelo de otimização.

IV.3.1 - Retorno Esperado de um Ativo

O retorno esperado de um ativo pode ser obtido a partir de uma série histórica de retornos deste ativo. Dada a série histórica para determinados intervalos de tempo, o retorno esperado para o próximo período corresponderá à média simples dos dados retornos, segundo a seguinte fórmula:

$$\bar{R} = \frac{\sum_{t=1}^n R_t}{n} \quad (4.1)$$

Onde:

R_t = Retorno do ativo em t

$\bar{R}$ = Retorno esperado do ativo ou retorno médio

n = número de retornos da série histórica

Por exemplo, para o caso de um *Brady Bond*, dada uma série de retornos diários de preços dos últimos 30 dias, pode-se estimar o retorno esperado para o próximo dia como a média destes 30 retornos.

Quanto maior o n , ou seja, quanto maior o período considerado, melhor será a estimativa do retorno do ativo.

É importante ressaltar que para este tipo de estimativa deve-se considerar que a curva de distribuição de probabilidade do retorno não muda de forma ao longo do

tempo. Assim, para períodos muito longos esta consideração pode tornar-se inválida, devendo portanto se ter o cuidado de escolher períodos em que se esteja confiante de que a forma da curva de distribuição não sofreu variações significativas.

IV.3.2 - Risco de um Ativo

Dado que o retorno esperado do ativo será representado pela média da distribuição de probabilidades dos retornos, tem-se como medida de risco deste ativo a variância, que corresponde ao potencial de desvio do retorno do valor esperado, ou seja, da média.

Como forma de medida de risco pode-se utilizar também o desvio padrão, que é definido como a raiz quadrada positiva da variância. Esta medida de risco através do desvio padrão é denominada volatilidade do ativo, podendo ser dada com base anual, mensal, semanal ou qualquer outro prazo desejado. Assim, dada uma volatilidade diária, representada pelo desvio padrão dos retornos diários de um ativo, a transformação para outros períodos é feita através da multiplicação desta volatilidade pela raiz quadrada do número de dias úteis correspondente ao respectivo período.

O exemplo a seguir mostra uma volatilidade diária de 1,90% expressa para diferentes períodos:

<i>Volatilidade Diária = 1,90%</i>			
Período	Dias Úteis	Cálculo	Volatilidades
<i>Semanal</i>	5	$1,9 \times \sqrt{5}$	2,24 %
<i>Mensal</i>	21	$1,9 \times \sqrt{21}$	8,71 %
<i>Anual</i>	252	$1,9 \times \sqrt{252}$	30,16 %

Tabela 4.1: Elaborada pelo Autor

No modelo de otimização a ser proposto será utilizada a definição de risco como desvio padrão, já que este tem a vantagem de ser expresso na mesma unidade de medida da variável.

A fórmula do desvio padrão (σ) deriva da fórmula da variância (σ^2), que é dada por:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R})^2}{n - 1} \quad (4.2)$$

Onde:

σ^2 = Variância do ativo

R_t = Retorno do ativo em t

$\bar{R}$ = Retorno esperado do ativo ou retorno médio

n = número de retornos da série histórica

IV.3.3 – Covariância

A covariância reflete a relação entre os retornos de dois ativos, indicando o potencial de diversificação de um ativo em relação ao outro. A importância da covariância para a análise de *portfolio* está em seu sinal e não em seu valor absoluto. Uma covariância positiva significa que os retornos de um ativo se movem juntos, ou seja, no mesmo sentido; já uma covariância negativa significa que os retornos dos ativos se movem inversamente, ou seja, quando um produz um retorno positivo, o outro produz um retorno negativo.

A covariância entre dois ativos A e B é obtida através da seguinte fórmula:

$$COV_{A,B} = \frac{\sum_{t=1}^n (R_{A,t} - \bar{R}_A)(R_{B,t} - \bar{R}_B)}{n - 1} \quad (4.3)$$

Onde:

$R_{i,t}$ = Retorno do ativo i em t

$\bar{R}_i$ = Retorno esperado ou retorno médio do ativo i

n = número de intervalos de tempo das séries históricas

A seguir tem-se um exemplo prático do cálculo da covariância entre dois ativos A e B, sendo dadas suas séries históricas de retornos num período de 5 meses:

	Mês					Média
	1	2	3	4	5	
Ativo A	4%	- 2%	- 8%	- 4%	4%	2%
Ativo B	2%	3%	6%	- 4%	8 %	3%

Tabela 4.2: Elaborada pelo Autor

Para cada mês, tem-se:

Mês	A	B	A * B
	$R_{A,t} - \bar{R}_A$	$R_{B,t} - \bar{R}_B$	$(R_{A,t} - \bar{R}_A) * (R_{B,t} - \bar{R}_B)$
1	(0,04 - 0,02)	(0,02 - 0,03)	-0,0002
2	(-0,02 - 0,02)	(0,03 - 0,03)	0,0000
3	(0,08 - 0,02)	(0,06 - 0,03)	0,0018
4	(-0,04 - 0,02)	(-0,04 - 0,03)	0,0042
5	(0,04 - 0,02)	(0,08 - 0,03)	0,0010
Total			0,0068

Tabela 4.3: Elaborada pelo Autor

Dividindo-se o total pelo número de intervalos menos 1, obtém-se o valor da covariância:

$$\frac{0,0068}{5 - 1} = 0,0017$$

$$\text{COV}_{A,B} = 0,0017$$

O valor da covariância é um número ilimitado, podendo variar de menos infinito a mais infinito. Este número, entretanto, pode ser limitado através de sua divisão pelo produto dos desvios padrões dos respectivos ativos, dando origem ao **coeficiente de correlação**, cujo valor estará sempre dentro do intervalo $[-1, 1]$. O coeficiente de correlação é dado então pela seguinte fórmula:

$$\rho_{A,B} = \frac{COV_{A,B}}{\sigma_A \sigma_B} \quad (4.4)$$

Quando o coeficiente de correlação entre os ativos é 1, tem-se uma correlação positiva perfeita, ou seja, os retornos dos ativos movem-se na mesma proporção e no mesmo sentido.

Por outro lado, quando o coeficiente de correlação é igual a -1 , tem-se uma correlação negativa perfeita, ou seja, os retornos dos ativos movem-se na mesma proporção, porém em sentidos opostos.

Em ambos os casos, plotando-se os pares de retornos em um gráfico, haverá a formação de uma reta, cuja inclinação será positiva para o caso de correlação perfeita positiva e negativa para o caso de correlação perfeita negativa.

Se os pontos representados pelos pares de retornos não formarem uma reta, tem-se uma correlação imperfeita, e o coeficiente de correlação terá um valor entre -1 e 1 .

A seguir são apresentados alguns exemplos do comportamento do gráfico de retornos para diferentes valores de coeficiente de correlação:

A) Coeficiente de Correlação = 1

Retornos		
Mês	Ativo A	Ativo B
1	5,00%	7,00%
2	2,00%	4,00%
3	-5,00%	-3,00%
4	-4,00%	-2,00%
5	3,00%	5,00%
6	-3,00%	-1,00%

Tabela 4.4: Elaborada pelo Autor

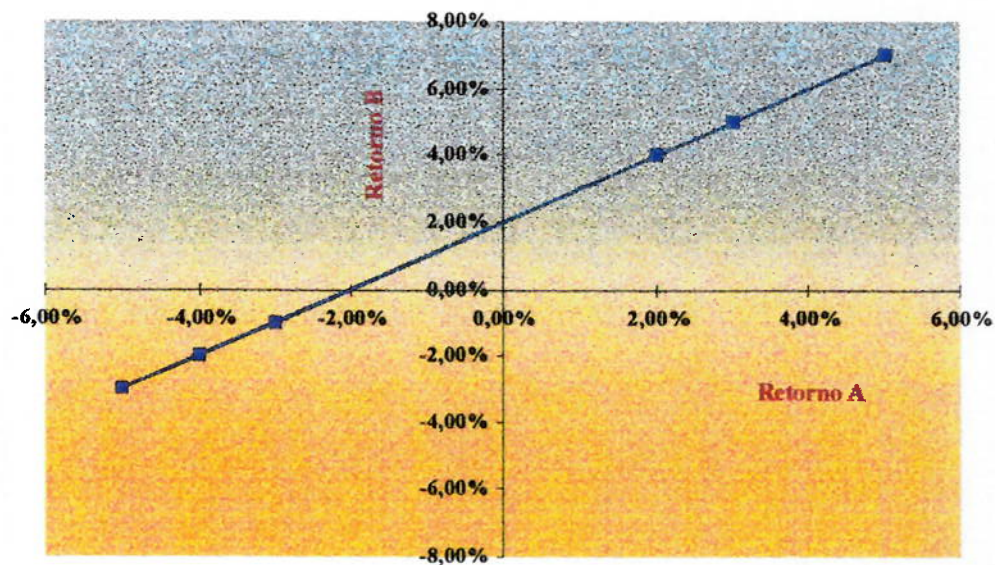


Figura 4.1 – Gráfico de retornos para $\rho = 1$
Elaborado pelo Autor

B) Coeficiente de Correlação = -1

Retornos		
Mês	Ativo A	Ativo B
1	5,00%	-7,00%
2	2,00%	-4,00%
3	-5,00%	3,00%
4	-4,00%	2,00%
5	3,00%	-5,00%
6	4,00%	-6,00%

Tabela 4.5: Elaborada pelo Autor

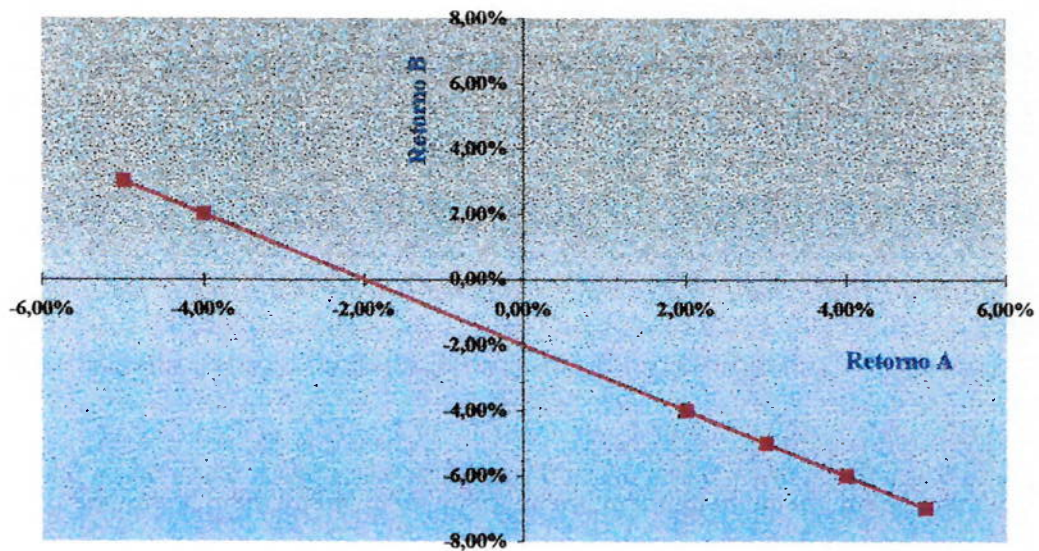


Figura 4.2 – Gráfico de Retornos para $\rho = -1$

Elaborado pelo Autor

C) Coeficiente de Correlação entre 1 e -1

Retornos		
Mês	Ativo A	Ativo B
1	5,00%	-5,00%
2	2,00%	1,00%
3	-5,00%	-3,00%
4	-4,00%	-3,50%
5	3,00%	2,00%
6	-2,00%	4,00%

Tabela 4.6 – Elaborada pelo Autor

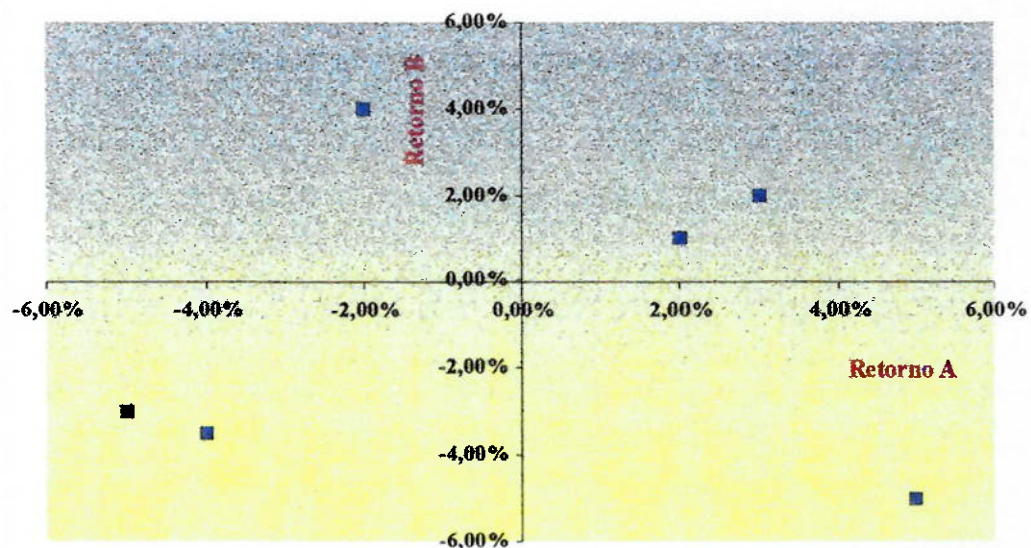


Figura 4.3 – Gráfico de Retornos para $\rho = 0,25$

Elaborado pelo Autor

IV. 4 – O Gerenciamento de *Portfolios*

O gerenciamento de *portfolios* é um processo constituído de duas tarefas básicas.

A primeira delas consiste na análise de mercado e de ativos, a partir da qual se tem idéia da liquidez, dos riscos e dos retornos esperados de cada papel, auxiliando no processo de escolha de quais ativos devem compor a carteira. Esta tarefa é executada na área de Research das instituições financeiras, cuja principal função é fornecer informações técnicas e macroeconômicas sobre determinados ativos à Tesouraria e à área de Fundos.

A segunda tarefa consiste na determinação do *portfolio* ótimo, ou seja, na definição das proporções dos ativos escolhidos para compor a carteira que forneça a melhor relação risco retorno de acordo com o perfil do investidor.

Ao mencionar o perfil do investidor está-se falando na realidade da questão da aversão ao risco. A aversão ao risco tem sido observada em quase todos os investidores, em maior ou menor grau, sendo por isso os níveis ideais de risco e retorno as duas principais características de um *portfolio* considerado ótimo.

Pelo fato de cada investidor possuir preferências e necessidades diversas quanto a risco e retorno, a definição de uma carteira considerada ótima é divergente para cada aplicador.

Entretanto, embora haja esta diversificação quanto à consideração de um *portfolio* ótimo, a teoria da análise de *portfolios* parte de duas premissas básicas que são válidas para qualquer investidor:

- Para uma mesma taxa de retorno esperada, os investidores preferem ativos com o menor risco esperado
- Para um dado nível de risco previsto, os investidores preferem ativos com o maior retorno esperado

Partindo destas premissas, Harry Markowitz publicou, em 1952, um modelo matemático formal de otimização de *portfolio* que lhe rendeu um prêmio Nobel em Finanças. Este modelo foi o primeiro passo para o desenvolvimento do Gerenciamento de *Portfolios*, constituindo-se base para a construção de demais modelos de otimização de *portfolio*.

A seguir, tem-se uma apresentação mais detalhada do modelo de Markowitz, já que o modelo proposto para a otimização da carteira de *Bradies* foi desenvolvido com base nesta teoria.

IV. 5 – O Modelo de Markowitz

O artigo de Markowitz, publicado em 1952, “*Portfolio Selection*”, constituiu-se o primeiro trabalho onde foi abordada a preocupação com o risco por parte dos investidores na seleção de determinados ativos. Até então, na constituição de um *portfolio*, considerava-se como fator de maior importância para o investidor o retorno total esperado.

A teoria de *portfolio* desenvolvida posteriormente por Markowitz teve como base as seguintes considerações:

- As principais características de um *portfolio* são o retorno esperado e o risco inerente da combinação dos diversos ativos.
- Os investidores tem preferência por *portfolios* eficientes onde, dado um retorno, o risco é mínimo, ou, ao contrário, dado um determinado nível de risco, o retorno é máximo.
- A identificação de um *portfolio* eficiente é obtida através da análise dos seguintes parâmetros de cada ativo componente da carteira: o seu retorno esperado, a variância deste retorno e a correlação entre o ativo em questão e cada um dos demais constituintes da carteira.

IV.5.1 – Variáveis do Modelo

A) Retorno do Portfolio

O retorno esperado de um *portfolio* corresponde à média ponderada dos retornos previstos de cada um dos ativos componentes da carteira, utilizando-se a participação de cada um deles no volume total.

$$R_p = \sum_{i=1}^n X_i R_i \quad (4.5)$$

Onde:

X_i = Proporção do ativo i no *portfolio*

R_i = Retorno esperado do ativo i

R_p = Retorno esperado do *portfolio*

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

A seguir tem-se um exemplo prático do cálculo do retorno esperado para diferentes composições de um *portfolio*:

Ativo	Retorno Esperado
A	20 %
B	30 %
C	25 %

Tabela 4.7: Elaborada pelo Autor

Composição do Portfolio	Retorno Esperado do Portfolio
30% A + 20% B + 50% C	24,50 %
50% A + 40% B + 10% C	24,50 %
15% A + 50% B + 35% C	26,75 %

Tabela 4.8: Elaborada pelo Autor

B) Risco do Portfolio

O risco de um *portfolio* corresponde ao erro decorrente de uma eventual diferença entre a estimativa de retorno e o rendimento efetivamente alcançado, ocorrendo de forma aleatória e sendo estimado pela variância do retorno. Esta definição de Markowitz para o risco baseou-se na hipótese de que a distribuição dos retornos esperados aproxima-se de uma normal.

A medida da variância da carteira leva em consideração a variância de cada um dos ativos (correspondente ao risco individual de cada um) e as interrelações entre as variações nas taxas de retorno dos papéis, a chamada covariância.

Assim, a variância σ_p^2 de um *portfolio*, formado por dois ativos, é expressa pela seguinte fórmula:

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2 X_1 X_2 \text{COV}_{12} \quad (4.6)$$

Onde:

σ_p^2 = Variância do *portfolio*

X_i = Proporção do ativo i no *portfolio*

σ_i^2 = Variância do ativo i

COV_{12} = Covariância entre os ativos 1 e 2

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

Esta fórmula, por sua vez, pode ser dada em função do coeficiente de correlação.

Assim, substituindo-se a Covariância de acordo com a expressão (3.4), tem-se:

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + 2 X_1 X_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 \quad (4.7)$$

A adição de um terceiro ativo na carteira implica na inclusão de sua volatilidade e de sua correlação com os demais ativos da carteira. Nota-se que o termo

representativo da correlação entre os ativos é multiplicado por 2. Isto porque o termo de correlação na fórmula é na realidade representado por: $(X_1 X_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2 + X_2 X_1 \rho_{21} \sigma_2 \sigma_1)$ e, como $\rho_{12} = \rho_{21}$, deduz-se que as duas expressões são iguais.

Deste modo, pode-se obter a fórmula para o risco do *portfolio* com n ativos:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad (4.8)$$

IV.5.2 – Diversificação de Portfolios

O processo de diversificação pode ser entendido como uma ferramenta de melhoria do risco de um *portfolio*, através da adição de ativos cuja contribuição seja positiva em termos de diminuição do risco total da carteira.

Uma das variáveis de grande relevância para a diversificação é a correlação entre os ativos. No caso de dois ativos com correlação negativa, ou seja, cujos retornos variam de forma inversa, o risco do *portfolio* teoricamente deverá ser menor, uma vez que o retorno negativo de um dos ativos será neutralizado pelo retorno positivo do outro.

Para a melhor compreensão do conceito de diversificação será apresentado a seguir um exemplo de como pode ser conseguida a diminuição do risco de uma carteira através da introdução de um novo ativo.

Exemplo: Suponha os ativos A, B, C e D, com os retornos esperados, riscos e correlações dados abaixo:

Ativo	Retorno Esperado	Desvio Padrão
A	20,00%	16,00%
B	10,00%	12,00%
C	12,00%	10,00%
D	9,00%	8,00%

Tabela 4.9: Elaborada pelo Autor

Correlações (ρ_{ij})			
	B	C	D
A	0,5	-0,3	0,6
B		0,4	-0,7
C			-0,2

Tabela 4.10: Elaborada pelo Autor

Com os ativos A, B, C e D são montados os seguintes *portfolios*, cujos riscos e retornos foram calculados de acordo com as expressões (3.6) e (3.8):

	A	B	C	D	Retorno	Risco
<i>Portf1</i>	60%	30%	10%		16,20%	1,34%
<i>Portf2</i>	10%	40%	50%		12,00%	0,66%
<i>Portf3</i>	20%	50%	30%		12,60%	0,72%
<i>Portf4</i>	10%	40%	30%	20%	11,40%	0,37%

Tabela 4.11: Elaborada pelo Autor

Pela tabela acima verifica-se que os *portfolios* 1, 2 e 3 são formados apenas pelos ativos A, B e C. O *portfolio* 1 é o que apresenta maior retorno e o maior risco, já que é formado em maior proporção pelo ativo A, com risco e retorno esperado superiores aos dos ativos B e C.

Adicionando-se o ativo D à carteira, com um menor retorno esperado, porém com um menor risco e com correlação negativa com os ativos B e C, tem-se um *portfolio* com um risco total inferior aos demais *portfolios*, compostos apenas pelos ativos A, B e C.

Plotando-se os valores em um gráfico, pode-se ter uma melhor idéia do comportamento das carteiras apresentadas quanto à relação risco/retorno:

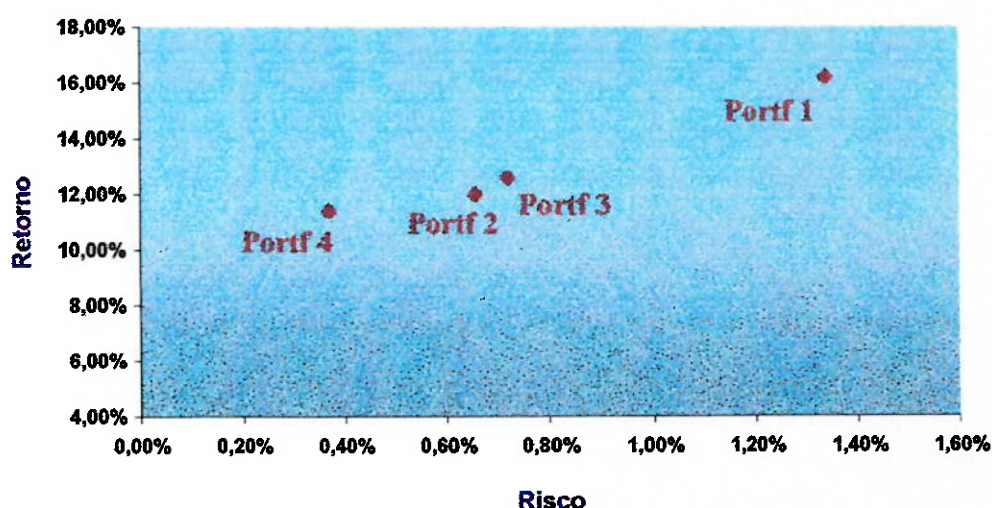


Figura 4.4: Elaborada pelo autor

Ao comparar os *portfolios* 2 e 4, percebe-se que seus retornos estão bastante próximos, ou seja, o retorno do Portf 2 é apenas 5% maior que o retorno do Portf 4; entretanto, o Portf 2 apresenta um risco 78% maior que o risco do Portf 4.

Pode-se assim concluir que, graças à introdução do ativo D, o *portfolio* 4 torna-se bem mais atrativo a um investidor mais conservador, ou seja, com elevada aversão ao risco, em relação aos *portfolios* 1, 2 e 3.

IV.5.3 – A Fronteira Eficiente

O conceito de portfólio ótimo varia de acordo com o perfil de cada investidor. A teoria de Markowitz, entretanto, assume que para um dado retorno, o investidor irá preferir um *portfolio* com o menor risco e, para um dado risco, um portfólio com um menor retorno.

Baseando-se nestes fatos, deve-se analisar o gráfico das possíveis combinações de risco e retorno obtidas a partir das diversas composições de portfólios. Cada ponto do gráfico abaixo representa um *portfolio*, com um determinado nível de risco (abscissa) e de retorno (ordenada). Além disso, alguns pontos interiores à curva representam ativos individuais.

Como se pode observar, as combinações destes ativos à disposição dos investidores são infinitas. Isto porque, não apenas um grupo de ativos é considerado, mas também as diferentes proporções destes no volume total, caracterizando assim uma variedade de carteiras constituídas pelos mesmo ativos.

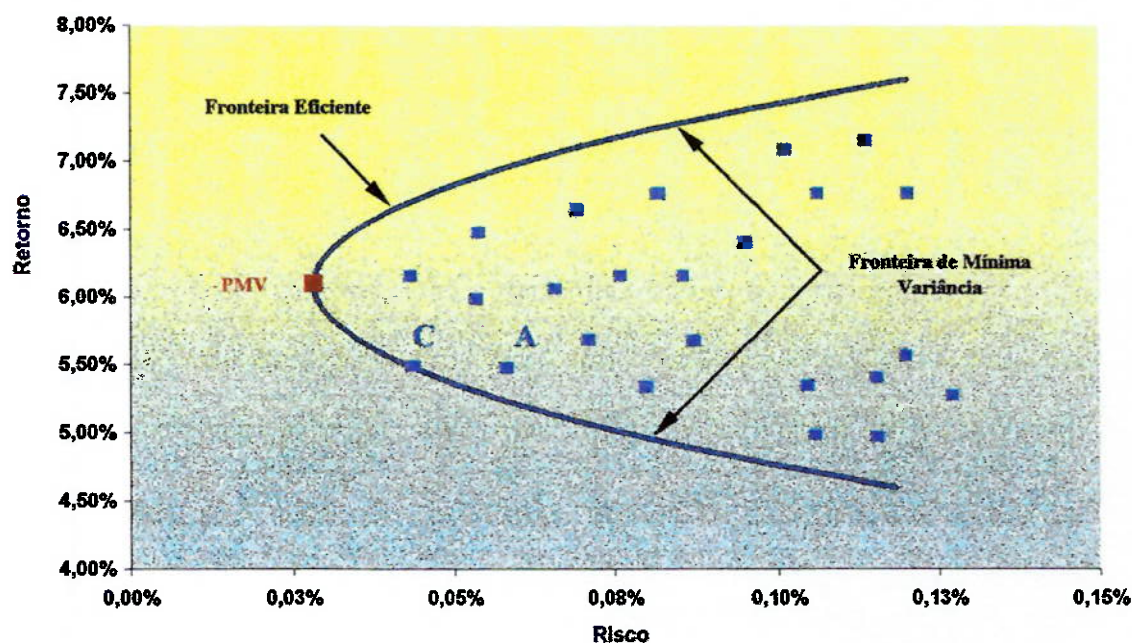


Figura 4.5 – Fronteira de Mínima Variância e Fronteira Eficiente

Extraída da Referência Bibliográfica 4

Entretanto, dados dois pontos, A e C, com o mesmo retorno, o investidor irá preferir o ponto C, com o menor risco. Deste modo, dentre as opções disponíveis para os investidores, pode-se excluir os pontos interiores à curva, pois estes serão sempre rejeitados em favor de outros pontos com o mesmo retorno e com menor risco.

O lugar geométrico dos pontos com variância mínima é chamado de **fronteira de mínima variância**, representando todos os *portfolios* com mínimo risco.

O ponto PMV apresentado no gráfico constitui o *portfolio* de mínima variância. Este ponto divide a **fronteira de mínima variância** em 2 curvas: uma superior e outra inferior. Para um determinado nível de risco, as curvas apresentam, cada uma, um determinado nível de retorno, sendo que o retorno da curva superior é sempre maior que o da curva inferior, como pode ser constatado no gráfico.

Assim, analisando-se a **fronteira de mínima variância** em termos de retorno, verifica-se que, para um dado risco, existem dois diferentes retornos, sendo que o investidor irá optar sempre pelo maior deles, ou seja, pelo *portfolio* da curva superior. Diz-se então que a curva inferior é ineficiente e que os *portfolios* ótimos, ou seja, com mínimo risco e máximo retorno encontram-se na chamada **fronteira eficiente**, representada pela parte superior da **fronteira de mínima variância**.

A **fronteira eficiente** constitui-se assim no lugar geométrico dos *portfolios* ótimos à disposição do investidor, que irá escolher dentre estes aquele que mais atende às suas exigências quanto a risco ou retorno.

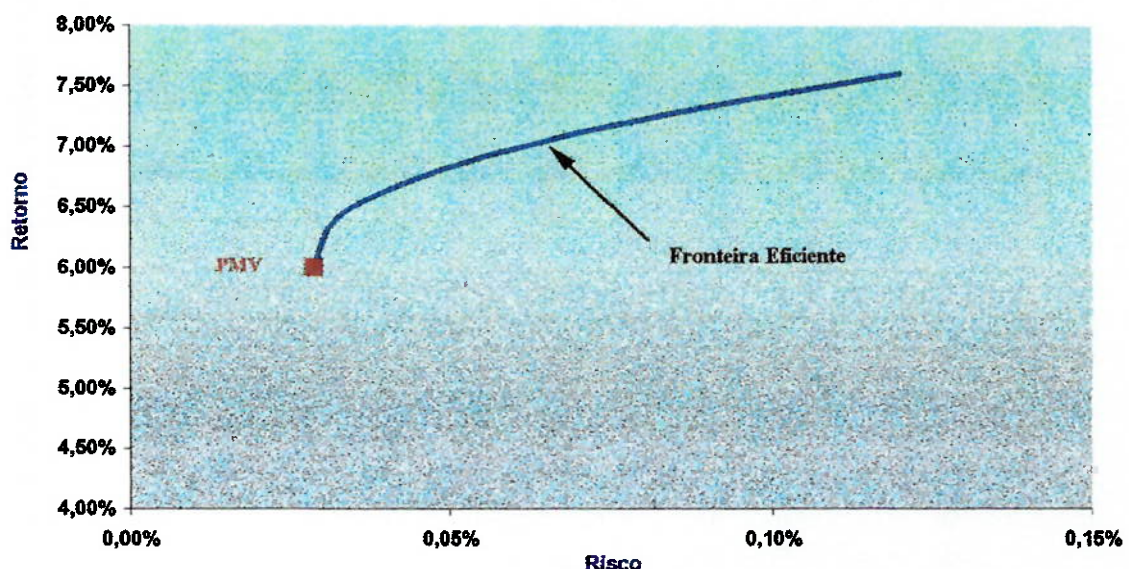


Figura 4.6: Fronteira Eficiente – Extraída da Referência Bibliográfica 4

IV.5.4 – Posições *Short*

No mercado financeiro um investidor pode frequentemente vender ativos que ele não possui. Este tipo de operação é chamada de *Short Sale* e sua realização depende da obtenção de um empréstimo do ativo que se deseja vender *short*.

Assim, quando um investidor vende um ativo que não está em sua posse, agente financeiro intermediário da venda toma emprestado o ativo de algum outro investidor ou, se tiver o ativo em posição própria, o empresta ao vendedor.

Na maior parte das vezes, ocorre a primeira alternativa, com a condição de que o possuidor do ativo tenha dado permissão ao agente para emprestá-lo. Como o ativo já está mantido no próprio agente, o real proprietário não fica sabendo que seu papel foi emprestado.

Entretanto, como o ativo é fisicamente vendido, quem receberá os dividendos (se o ativo for uma ação) ou os juros (se o ativo for um *Bond*) será o comprador do ativo e não o investidor que o emprestou. Desta forma, para que este último não seja prejudicado, o vendedor *short* fica responsável pelo fornecimento dos recursos correspondentes às parcelas que este teria direito se o papel ainda estivesse em sua posse.

No futuro, o vendedor *short* irá recomprar o ativo que tomou emprestado e devolvê-lo ao agente, restabelecendo a posição inicial do investidor que emprestou o ativo.

Assim, ao fazer uma *Short Sale*, o investidor está apostando na queda do preço do papel que ele tomou emprestado, procurando obter um ganho ao vendê-lo a um preço superior ao valor que ele irá pagar na sua recompra.

No contexto de *portfolio*, as posições *Short* implicam na tomada de posições negativas em determinados ativos. Algumas instituições não permitem que suas carteiras apresentem posições vendidas em ativos que não possuem, ou ainda os próprios administradores evitam tomar este tipo de posição.

Quanto à fronteira eficiente, quando as posições *Short* são permitidas, existem infinitos *portfolios*, com infinitos retornos esperados. Isto porque, ao se permitir vendas *short*, pode-se vender os ativos cujos retornos esperados são menores para comprar os ativos com maiores retornos esperados, conseguindo-se retornos para o *portfolio* infinitamente maiores do que quando as *Short Sales* são proibidas. Assim, como se pode observar na figura 4.7, a fronteira eficiente com *Short Sales* permitidas tem como limite

inferior o ponto de mínima variância e não apresenta limite superior. Já a fronteira eficiente com posições *Short* não permitidas apresenta tanto limite inferior (ponto de mínima variância) como limite superior, limite este correspondente ao ponto de máximo retorno esperado da carteira (PMR).

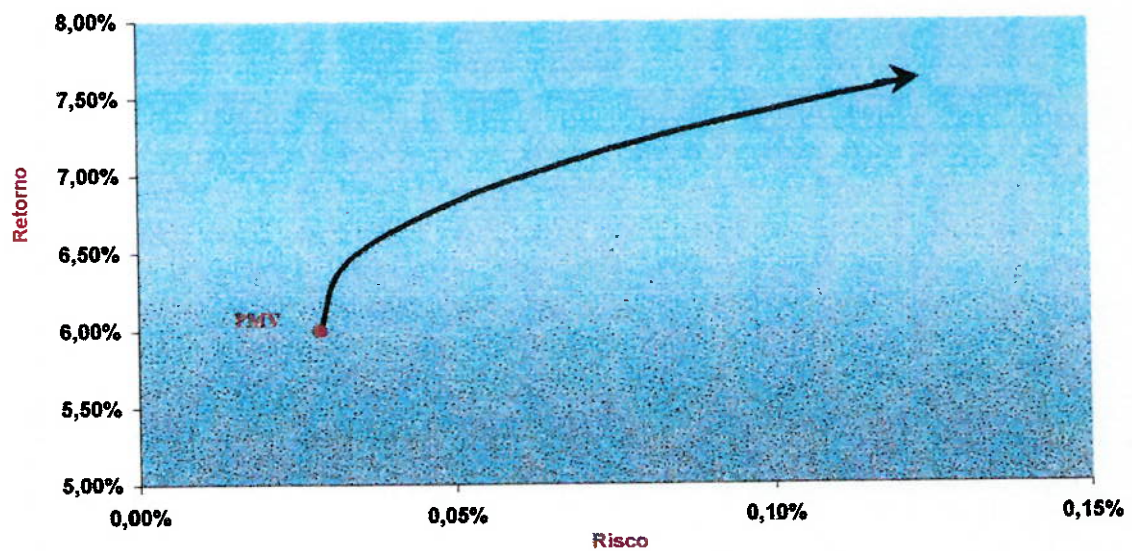


Figura 4.7: Fronteira Eficiente com *Short Sales* - Extraída da Referência Bibliográfica 4

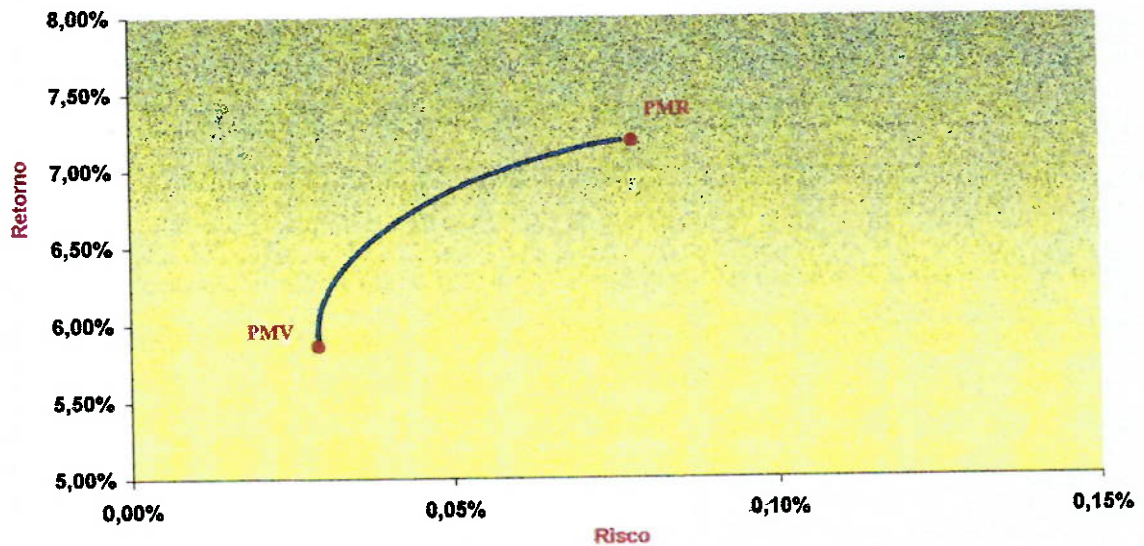


Figura 4.8: Fronteira Eficiente sem *Short Sales* - Extraída da Referência Bibliográfica 4

Para o caso dos *Brady Bonds*, as posições *Shorts* são freqüentemente utilizadas visando alavancar o retorno dos *portfolios*. Além disso, a existência de um mercado futuro¹ destes papéis facilita a tomada destas posições, já que o investidor pode, no presente, fechar a compra de determinado Brady, numa data específica no futuro, por um preço previamente determinado, não correndo o risco de não conseguir devolver o ativo emprestado.

A Tesouraria do Banco Itaú, por sua vez, permite a tomada de posições *Short* por parte dos operadores, embora em muitas ocasiões estes próprios preferem não adotar este tipo de estratégia que, apesar de permitir o alcance de um maior retorno, acaba por expor a carteira a um maior nível de risco.

Sendo assim, o modelo de otimização da carteira de *Brady Bonds* a ser apresentado no capítulo seguinte terá duas versões: a primeira permitirá as posições *Shorte* a segunda as proibirá, ficando a critério do operador escolher qual deles adotar.

¹ Para maiores informações sobre o funcionamento do mercado futuro consultar Bibliografia 1, Capítulo 2.

CAPÍTULO V – O MODELO DE OTIMIZAÇÃO

V.1 – Introdução

Tendo sido apresentada a Teoria sobre Análise de *Portfolio* desenvolvida por Markowitz no capítulo IV, pode-se então partir para a construção do modelo de otimização para a carteira de *Brady Bonds*.

Inicialmente será apresentado o equacionamento do modelo, onde serão definidas a função objetivo e suas restrições. Quanto às restrições, não deixará de ser ressaltado o fato das posições *Short* serem permitidas para os *Bradies*, o que levará ao surgimento de duas versões para o modelo, uma para o investidor mais conservador (posições *Short* não permitidas) e outra para o investidor mais agressivo (posições *Short* permitidas).

De modo a comprovar a eficiência do modelo e exemplificar sua utilização, será realizada uma simulação cujos resultados serão posteriormente analisados através de uma comparação dos dados previstos com os valores efetivamente ocorridos.

Além disso, será também descrito um método para a construção da fronteira eficiente, que deverá ser usada paralelamente ao modelo, de forma a fornecer ao investidor as possíveis combinações ótimas de risco e retorno entre os ativos da carteira.

V.2 – Equacionamento do Modelo

V.2.1 – Função Objetivo

Como já dito no capítulo IV, o modelo de otimização adotado neste trabalho baseou-se na teoria de Markowitz.

O conceito do modelo é minimizar o risco do *portfolio* para um certo nível de retorno pretendido pelo investidor. A função objetivo será então representada pelo desvio padrão do *portfolio*, que deverá ser minimizado, dado um determinado nível de retorno atribuído pelo administrador da carteira. Esta função, por sua vez, dependerá dos riscos individuais de cada ativo da carteira e das correlações entre eles.

Assim, a função objetivo do modelo será:

$$\text{Min } \sigma_p = \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \right)^{1/2} \quad (5.1)$$

Onde:

σ_p = Volatilidade do *portfolio*

X_i = Proporção do ativo *i* no *portfolio*

σ_i^2 = Variância do ativo *i*

σ_i = Volatilidade do ativo *i*

ρ_{12} = Coeficiente de correlação entre os ativos 1 e 2

V.2.2 – Restrições

A) Proibição de Posições “Short”

$$X_i \geq 0 \quad (5.2)$$

Esta restrição é imposta para garantir que o *portfolio* não tenha posições negativas, ou seja, que o investidor não venda papéis que ele não possua. Para o caso em que o investidor desejar adotar posições *Short*, esta restrição deve ser desconsiderada.

B) Proporção dos Ativos

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad (5.3)$$

Onde:

X_i = Proporção do ativo i no *portfolio*

Esta restrição garante que o capital disponibilizado para comprar os papéis seja totalmente utilizado.

C) Retorno Esperado do “Portfolio”

$$\sum_{i=1}^n X_i R_i = R_p \quad (5.4)$$

Onde:

X_i = Proporção do ativo i no *portfolio*

R_i = Retorno esperado do ativo i

R_p = Retorno esperado do *portfolio*

Esta restrição representa o nível de retorno desejado pelo investidor. No caso em que as posições *Short* não são permitidas, muitas vezes não haverá solução para o modelo, pois o retorno atribuído pode estar fora da fronteira eficiente. Quando isto ocorrer, deve-se diminuir o nível de retorno esperado até que surja uma solução viável para o problema. O primeiro valor do retorno a partir do qual passam a existir soluções para o problema corresponderá ao máximo retorno esperado para o *portfolio*.

Esta restrição pode também ser usada para estabelecer o retorno mínimo esperado para o *portfolio*, devendo desta forma ser representada por:

$$\sum_{i=1}^n X_i R_i \geq R_p \quad (5.5)$$

V.2.3 – Resumo do Modelo

O modelo acima apresentado consiste em um problema de programação quadrática, onde a função objetivo em questão é uma equação de segundo grau e as restrições existentes são lineares.

O modelo pode ser assim resumido:

A) Posições Short Não Permitidas

$$\text{Min } \sigma_p = \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \right)^{1/2}$$

Sujeito a :

$$X_i \geq 0, \text{ para } i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n X_i R_i = R_p$$

B) Posições Short Permitidas

$$\text{Min } \sigma_p = \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \right)^{1/2}$$

Sujeito a :

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n X_i R_i = R_p$$

V.3 – Construção da Fronteira Eficiente

Neste item serão apresentados os métodos para a construção da fronteira eficiente quando as posições *Short* são permitidas e quando não são permitidas.

A importância da construção da fronteira para o modelo está no fato dela fornecer ao administrador da carteira uma idéia prévia das possíveis combinações de risco e retorno do *portfolio*, auxiliando-o na decisão de escolha do nível de retorno do *portfolio* a ser atribuído na resolução do modelo.

V.3.1 - Posições *Short* Permitidas

Para o caso em que as posições *Short* são permitidas, os pontos da fronteira eficiente serão obtidos partindo-se da análise das retas tangentes¹ à curva representativa da fronteira eficiente.

No plano risco-retorno, sabe-se que esta curva tem o aspecto da curva C, conforme o gráfico:

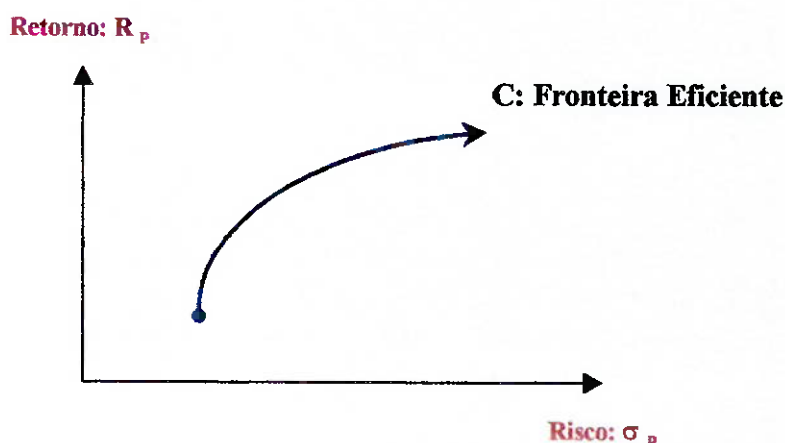


Gráfico 5.1: Extraído da referência bibliográfica 3

¹ A construção da fronteira eficiente baseada na análise das retas tangentes foi extraída da Referência Bibliográfica 3, capítulo 6.

Para facilitar a formulação do problema, considera-se a curva C' , obtida a partir da curva C , no plano da variância-retorno. Lembrando que a variância corresponde ao quadrado do desvio padrão, a concavidade da curva C' terá o mesmo aspecto que a curva C .

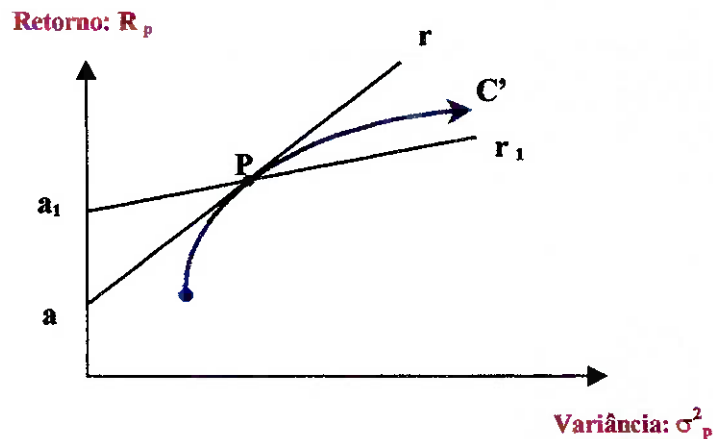


Gráfico 5.2: Extraído da referência bibliográfica 3

Assim, considerando-se um ponto P qualquer da curva C' e a reta r tangente à C' em P , a equação da reta r será dada por:

$$r: R_p = a + b \sigma_p^2$$

Fixando-se o ponto P e considerando-se as demais retas que passam por ele, como por exemplo a reta r_1 , tem-se:

$$r_1: R_p = a_1 + b_1 \sigma_p^2$$

O que caracteriza a reta tangente à C' pelo ponto P é que, dentre todas as retas que possuem um único ponto em comum com a curva, a equação da reta tangente deverá ter o mínimo valor para o termo independente a .

Partindo-se então da reta r_1 , com eixo no ponto P , e girando-se a reta no sentido anti-horário, traçando-se as retas por P , tem-se que os termos independentes das equações destas retas seriam:

$$a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a$$

Continuando-se o movimento de r_1 para r centrado em P , mesmo após a obtenção da reta tangente, as próximas retas, por P , terão dois pontos em comum com a curva C' .

Desta forma, as equações das retas que passam por P são da forma:

$$R_p = a_j + b_j \sigma_p^2$$

e a condição para que a reta seja tangente à curva C' é:

$$a = \text{mínimo } (a_j) = \min (R_p - b_j \sigma_p^2)$$

Do exposto, pode-se examinar quais são as condições para que um ponto P pertença à curva C' .

Cada ponto P tem coordenadas (σ_p^2, R_p) ou coordenadas $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ em termos de composição de carteira. Assim, o ponto P deve satisfazer às condições:

$$R_p = \sum_{i=1}^n X_i R_i$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

Onde $\sum_{i=1}^n X_i = 1$ e a tangente à curva C' , por P , deve ser tal que:

$$a = \text{mínimo } (a_j) = \min (R_p - b_j \sigma_p^2)$$

A solução desta questão é obtida pelo método do multiplicador de Lagrange².

O método consiste em partir da função a ser minimizada:

² CHIANG, Alpha. *Matemática para economistas*. São Paulo: Edusp/McGraw-Hill, 1982.

$$a = f(X_1, X_2, \dots, X_n) = \min (R_p - b_j \sigma_p^2)$$

submetida à restrição $g(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n X_i - 1 = 0$ e construir a função objetivo, dada por:

$$F(X_1, X_2, \dots, X_n, \lambda) = f(X_1, X_2, \dots, X_n) + \lambda \cdot g(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

Resolvendo o sistema³:

$$\frac{\partial F}{\partial X_i} = 0 \qquad \frac{\partial F}{\partial \lambda} = 0$$

Chega-se à equação matricial:

$$X = M^{-1} \cdot U$$

Onde:

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} \qquad U = \begin{pmatrix} \frac{R_1}{b} \\ \frac{R_2}{b} \\ \vdots \\ \frac{R_n}{b} \end{pmatrix}$$

Sendo M dada por:

$$M = \begin{pmatrix} 2\sigma_1^2 & 2\text{cov}_{12} & 2\text{cov}_{13} & \dots & 2\text{cov}_{1n} & 1 \\ 2\text{cov}_{12} & 2\sigma_2^2 & 2\text{cov}_{23} & \dots & 2\text{cov}_{2n} & 1 \\ 2\text{cov}_{13} & 2\text{cov}_{23} & 2\sigma_3^2 & \dots & 2\text{cov}_{3n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 2\text{cov}_{1n} & 2\text{cov}_{2n} & 2\text{cov}_{3n} & \dots & 2\sigma_n^2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

³ Para maiores detalhes sobre a resolução do sistema consultar Bibliografia 3, capítulo 6.

Esta equação matricial possibilitará a obtenção das proporções dos ativos (Matriz X) no *portfolio* em função do coeficiente b .

Assim, atribuindo-se valores a b , obtém-se as composições das carteiras ótimas pertencentes à fronteira eficiente. Com estas proporções pode-se calcular o risco e o retorno do *portfolio*, de acordo com as equações 4.5 e 4.8 apresentadas no capítulo 4.

Sendo b o coeficiente angular das retas tangentes à curva C' , no plano variância-retorno, então, fazendo $b \rightarrow +\infty$, obtém-se o ponto de mínima variância e mínimo retorno.

Desta forma, variando-se b de $+\infty$ a $-\infty$, é possível encontrar os pontos que fazem parte da fronteira eficiente, cujas coordenadas correspondem ao risco e o retorno da carteira.

V.3.2 - Posições *Short* Não Permitidas

Para o caso em que as posições *Short* não são permitidas, ou seja, as proporções X_i dos ativos componentes da carteira devem ser positivas, tem-se que a fronteira eficiente será limitada pelo ponto de mínimo risco e pelo ponto de máximo retorno.

Desta forma, o primeiro passo para a construção da fronteira é encontrar estes dois pontos.

O ponto de mínimo risco é encontrado através da minimização do risco do *portfolio* sujeito às restrições de que as proporções dos ativos devem ser positivas e sua soma igual a 1:

$$\text{Min } \sigma_p = \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \right)^{1/2}$$

Sujeito a :

$$X_i \geq 0, \text{ para } i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

Encontrado o valor do risco mínimo do *portfolio* e a composição da carteira para este risco, acha-se o valor do retorno do *portfolio* através da equação 4.5 do capítulo 4, obtendo-se assim as coordenadas do ponto de mínimo risco da fronteira eficiente com posições *Short* não permitidas. Vale ressaltar que o retorno do ponto de mínimo risco corresponde ao retorno mínimo ($R_{\min}$) da fronteira eficiente.

O ponto de máximo retorno, por sua vez, é encontrado maximizando-se a equação do retorno do *portfolio* sujeita às mesmas restrições utilizadas para encontrar o ponto de mínimo risco.

$$\text{Max } R_p = \sum_{i=1}^n X_i R_i$$

Sujeito a :

$$X_i \geq 0, \text{ para } i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

Encontrado o valor do retorno máximo ($R_{\max}$) do *portfolio* e a composição da carteira para este retorno, acha-se o valor do risco do *portfolio* através da equação 4.8 do capítulo 4, obtendo-se assim as coordenadas do ponto de máximo retorno da fronteira eficiente com posições *Short* não permitidas.

Os demais pontos da fronteira eficiente serão obtidos variando-se o retorno do *portfolio* entre o valor do retorno mínimo ($R_{\min}$) e do retorno máximo ($R_{\max}$) na resolução do modelo de otimização proposto para o caso em que as posições *Short* não são permitidas:

$$\text{Min } \sigma_p = \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{12} \right)^{1/2}$$

Sujeito a :

$$X_i \geq 0, \text{ para } i = 1, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n X_i R_i = R_p$$

V.4 – Simulação do Modelo

V.4.1 – Considerações Gerais

A simulação do modelo será feita no Microsoft Excel, utilizando a ferramenta Solver, cuja função é solucionar problemas de otimização como o modelo apresentado. Através de métodos iterativos, o Solver dará como solução as proporções de cada papel na carteira que minimizam a função objetivo (risco do *portfolio*) e atendem às restrições impostas. A utilização do Solver se encaixa perfeitamente ao modelo proposto, já que o número de variáveis será pequeno (dada a quantidade limitada de papéis com liquidez), não exigindo portanto um programa de otimização que suporte números excessivamente elevados de variáveis.

Os papéis escolhidos para a composição da carteira foram aqueles de maior liquidez no mercado internacional, que, coincidentemente, são de origem brasileira. Assim, a carteira será composta por um total de cinco papéis, correspondentes aos *Bradies* brasileiros mais líquidos: CBond, EI, IDU, Par Bond e Discount Bond.

A simulação será feita para os meses de março e abril, sendo que o *portfolio* ótimo será determinado semanalmente, todo primeiro dia da semana, valendo até o início da semana seguinte, quando será determinado um novo *portfolio*.

A frequência semanal foi escolhida por melhor representar as estratégias da área de Asset Trading, que avalia suas posições semanalmente dada a elevada sensibilidade de seus produtos frente à conjuntura internacional, de caráter bastante mutável desde a crise asiática iniciada em outubro de 97. Isto não significa, entretanto, que os administradores da carteira não tenham a liberdade de alterar a frequência de avaliação em períodos de maior estabilidade, passando a rever suas posições em intervalos de tempo maiores, como por exemplo, vinte dias a um mês.

Os *inputs* do modelo, representados pelas volatilidades dos ativos, os retornos individuais esperados e as correlações entre eles, serão calculados utilizando-se séries históricas dos últimos vinte dias úteis em relação à data de composição do *portfolio*. Segundo a opinião dos analistas econômicos do Banco, este período parece ser o ideal para absorver os fatos que mais influenciam o preço dos papéis para o período que se deseja fazer a previsão, pois uma série histórica mais longa poderia refletir cenários já sem influência no mercado.

V.4.2 – Inputs do Modelo

A) Retorno Esperado de um “Bond”

A estimativa do retorno individual previsto para um *Brady* será baseada no modelo de Markowitz, que, como já apresentado anteriormente, define o retorno esperado como a média dos retornos passados do papel em um certo período de tempo, onde se considera que os preços futuros refletirão o comportamento do passado.

O retorno previsto R_t para um certo dia t (primeiro dia da semana) será a média dos retornos diários efetivos ocorridos nos últimos 20 dias úteis anteriores ao dia t em questão. Este retorno diário previsto será fixado para os outros dias da mesma semana, até que no início da semana seguinte será encontrado um novo valor para o retorno previsto, utilizando-se os retornos diários efetivamente ocorridos na semana anterior.

Por exemplo, o retorno para o dia 02/03/98 corresponderá à média dos retornos diários do dia 02/02/98 ao dia 27/02/98, correspondentes aos últimos 20 dias de mercado dos papéis. Este retorno previsto para o dia 02/03/98 será assumido para os outros dias da semana, até o dia 06/03/98.

Os retornos diários que darão origem à série histórica serão calculados baseando-se nos preços de fechamento dos papéis. Embora o retorno contábil para um *Brady* leve em consideração o *Dirty Price* do papel e o recebimento dos juros no período, para a análise de *portfolio* será considerada a variação no preço negociado no mercado, ou seja, no *Clean Price* do papel. Isto porque, ao considerar o *Dirty Price*, estaria se atribuindo uma parcela positiva ao preço do papel representada pelo valor dos juros acruados e da capitalização acruada, parcela esta cujo valor aumenta à medida que a data presente se distancia do último pagamento de coupon. Isto poderia gerar uma impressão errada de aumento do preço de mercado do papel, o que acabaria por influenciar o cálculo do retorno previsto.

O exemplo a seguir dá uma idéia melhor deste tipo de situação:

Exemplo: Compra de 10 milhões de CBond em 16/10/97 a 65% e venda no dia 11/04/98 a 62,5%.

$$\text{Retorno Contábil} = \frac{(\text{Dirty Price}_{11/04/98} - \text{Dirty Price}_{16/10/97}) \times 10 \text{ mm} + \text{Juros Recebidos}}{10 \text{ mm} \times \text{Dirty Price}_{16/10/97}}$$

Calculando-se os *Dirty Prices* através da planilha de precificação construída, tem-se:

$$\text{Dirty Price}_{16/10/97} = 74,06 \%$$

$$\text{Dirty Price}_{11/04/98} = 74,72 \%$$

Sabendo-se que houve pagamento de juros em 15/04/98, tem-se, da planilha de precificação:

$$\text{Juros Recebidos} = 2,84 \% \times 10 \text{ mm} = 284.000$$

Retorno Contábil = 4,73%

Percebe-se portanto que, embora tenha ocorrido uma queda de preço no papel, o retorno contábil foi positivo, não refletindo a real situação do mercado.

Deste modo, de forma a evitar a influência dos prazos no retorno esperado, não será utilizado o retorno contábil para a previsão do retorno diário, mas sim, o retorno de mercado, que considera apenas os preços de mercado. O pagamento de juros também não será levado em conta pelo fato de ocorrer em datas específicas, a cada seis meses e, portanto, nem sempre representar a realidade para o próximo período.

Considerando o preço do papel como uma variável discreta, o retorno de mercado pode ser calculado através da seguinte expressão:

$$\text{Retorno de Mercado} = \frac{\text{Preço}_t - \text{Preço}_{t-1}}{\text{Preço}_{t-1}}$$

Entretanto, este retorno pode ser calculado assumindo-se o preço como uma variável contínua. Para isso, deve-se supor que os retornos sejam analisados em intervalos de tempo muito curtos, aproximando-se de uma função contínua. Assim, para:

t = tempo

P = preço

R = retorno

Tem-se:

$$P_{t+\Delta t} = P_t + P_t R \Delta t = P_t + dP_t$$

Logo:

$$dP_t = P_t R dt$$

$$\frac{dP_t}{P_t} = R dt$$

Integrando:

$$\int_0^t \frac{dP_t}{P_t} = \int_0^t R dt$$

$$\ln P_t - \ln P_0 = R t$$

Generalizando:

$$\ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) = R_t \quad (5.6)$$

Para a simulação do modelo, será utilizada esta consideração do preço como uma variável contínua⁴, de forma que as variações diárias sejam consideradas no cálculo, aproximando-se mais da realidade do investidor, que pode desejar vender os papéis a qualquer momento do dia.

⁴ A aproximação do preço para uma variável contínua baseou-se na Bibliografia 5, capítulo 2.

Assim, por exemplo, dado que o preço de fechamento do CBond no dia 05/03/98 foi de 60% e no dia 06/03/98 foi de 62%, tem-se como retorno diário:

$$\ln \left(\frac{0,62}{0,60} \right) = 3,28 \%$$

B) Risco de um Bond

Conforme apresentado no capítulo IV, segundo o modelo de Markowitz, o risco de um ativo é dado pelo desvio padrão do retorno médio encontrado. Assim, o risco de um *Brady* no modelo de otimização proposto corresponderá ao desvio padrão da série histórica dos retornos diários dos últimos vinte dias úteis, sendo calculado através da equação 3.2 do capítulo IV. Este risco será calculado todo o início de semana e valerá para os demais dias até o final da semana.

C) Coeficientes de Correlação

Para o cálculo da função objetivo é necessário se encontrar os valores dos coeficientes de correlação entre os cinco papéis presentes na carteira. Estes valores serão calculados também com base nas séries históricas dos retornos diários dos últimos vinte dias úteis. Assim como o retorno médio e o risco, estes coeficientes serão calculados no início de cada semana e valerão para os demais dias dela.

Para uma carteira com N ativos, o número de coeficientes de correlação necessários é de $N(N-1)/2$. Assim, para o *portfolio* de *Bradies* constituído por cinco ativos, serão calculados 10 coeficientes de correlação todo início de semana.

D) Retorno do Portfolio

O retorno do *portfolio* será atribuído pelo administrador da carteira, devendo ser imputado manualmente. Este retorno deverá corresponder a um valor diário e terá como

base algum índice de mercado que sirva como *benchmark* para a carteira de *Brady Bonds*.

Na simulação a ser apresentada, o índice de mercado utilizado será o *Embi Brazil*. Este índice é calculado e publicado diariamente pelo banco americano JP Morgan e pode ser entendido como o valor atual de uma carteira teórica de *Brady Bonds* Brasileiros. A variação diária neste índice pode ser considerada como o retorno diário de uma carteira de *Bradies* brasileiros.

Paralelamente, a escolha do retorno para o *portfolio* será facilitada com a construção da fronteira eficiente, cujo procedimento foi apresentado no item V.3.

De posse da fronteira, o investidor poderá visualizar as possíveis combinações ótimas de risco e retorno para seu *portfolio*, escolhendo aquela que mais se adapta ao seu perfil (ou ao perfil da instituição financeira em que trabalha).

Assim, os retornos imputados para a simulação foram definidos pelos futuros administradores da carteira, tendo como base o retorno médio do *Embi Brazil* nos últimos vinte dias úteis e a curva da fronteira eficiente, indicando as opções ótimas de combinação de risco e retorno para o *portfolio*.

V.4.3 – O Sistema para Resolução do Modelo

A) Planilhas de Dados

No processo de simulação, o modelo de otimização será alimentado por um conjunto de planilhas de dados relativas aos 5 papéis que irão compor a carteira.

Este conjunto será formado por duas famílias de planilhas. A primeira delas conterá as séries históricas de retorno dos papéis, onde estarão calculados os retornos médios e as volatilidades de cada papel para o início de cada semana. A segunda família apresentará os coeficientes de correlação entre os papéis, que estarão dispostos na forma de matrizes de tamanho 10 x 10, uma para cada início de semana.

As séries históricas encontram-se no Anexo A e as matrizes de correlação no Anexo B.

A carteira será criada no dia 06/04/98, primeira segunda-feira do mês, e será acompanhada até o mês de maio. As interferências serão feitas semanalmente, sendo que a última delas será feita no dia 25/05/98, última segunda-feira do mês.

B) Planilha do Modelo

A planilha do modelo será alimentada automaticamente pelas planilhas de dados.

Como se pode observar no quadro 5.1, representativo da planilha do modelo, as células que contém os dados imputados estão em azul e as células cujos valores foram calculados pelo modelo estão em amarelo.

Modelo de Otimização de um Portfólio de Bradies				
Data: 23-Mar-98				
Retorno Esperado para o Portfólio: 0,20% a.d.				
Função Objetivo				
Risco do Portfólio: 0,14% a.d.				
Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,26%	0,57%	67,50%	0,18%
IDU	0,07%	0,10%	32,50%	0,02%
EI	0,19%	0,29%	0,00%	0,00%
DISCOUNT	0,20%	0,33%	0,00%	0,00%
PAR	0,15%	0,63%	0,00%	0,00%
Total:			100,00%	0,20%
Valores Semanais				
Retorno Semana	1,00%			
Risco Semana	0,32%			

Quadro 5.1 – Planilha do Modelo: Elaborada pelo Autor

Os retornos médios e as volatilidades individuais provém da planilha de dados que contém as séries históricas relativas ao dia em se está rodando o modelo. O retorno do

portfolio é atribuído manualmente pelo administrador da carteira, de acordo com o seu perfil.

As células variáveis, correspondentes às proporções dos ativos na carteira encontram-se na coluna “Peso no *Portfolio*”.

A célula com o valor do risco do *portfolio* representa a função objetivo minimizada, contendo a fórmula do risco do *portfolio*.

A última linha das colunas “Peso no *Portfolio*” e “Retorno x Peso” comprova que as restrições impostas foram garantidas, mostrando que a soma das proporções é igual a 100% do capital investido e que o retorno do *portfolio* encontrado é igual ao retorno atribuído pelo investidor.

Na parte inferior esquerda da planilha são calculados os valores semanais de risco e retorno do *portfolio*, para que posteriormente seja feita uma comparação com os valores efetivamente ocorridos na semana.

C) Curva da Fronteira Eficiente

Os pontos da fronteira eficiente serão gerados de acordo com os procedimentos descritos no item V.3. As planilhas de geração destes pontos também serão alimentadas pelas planilhas de dados automaticamente. Estas planilhas de geração dos pontos são de dois tipos: uma para posições *Short* permitidas e outra para posições *Short* não permitidas.

Cada ponto gerado pelas planilhas será armazenado em uma tabela para a construção da curva da fronteira.

Para o caso em que as posições *Short* são permitidas, a planilha foi montada em função da equação matricial $X = M^{-1}.U$, de modo que as proporções X sejam dadas em função do coeficiente angular b . Assim, o quadro 5.2 exemplifica a geração de um ponto (σ_p, R_p) pela planilha para o caso em que $b = 10$.

As células em azul correspondem aos dados que foram alimentados pelas planilhas de dados (Retornos Individuais e Volatilidades Individuais) ou manualmente (coeficiente b). As células em amarelo correspondem às células calculadas, cujas fórmulas são também alimentadas pelas planilhas de dados, pois dependem das covariâncias entre os ativos.

Posições <i>Short</i> Permitidas				
Data: 23-Mar-98				
b = 10				
Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Peso no <i>Portfolio</i>	Retorno x Peso
CBOND	0,26%	0,57%	46,40%	0,12%
IDU	0,07%	0,10%	61,72%	0,04%
EI	0,19%	0,29%	-118,92%	-0,23%
DISCOUNT	0,20%	0,33%	51,94%	0,10%
PAR	0,15%	0,63%	58,88%	0,09%
Total:			100,00%	0,13%
Retorno <i>Portfolio</i> :		0,13% a.d.		
Risco <i>Portfolio</i> :		2,46% a.d.		

Quadro 5.2 – Planilha de Geração de Pontos da Fronteira Eficiente com Posições *Short* Permitidas

Elaborado pelo Autor

Para o caso em que as posições *Short* não são permitidas, a planilha de geração de pontos dependerá da utilização da ferramenta Solver do Excel para encontrar os pontos de mínimo risco e máximo retorno.

Desta forma, a planilha conterá duas funções objetivos: uma a ser minimizada no momento de cálculo do ponto de mínimo risco e outra a ser maximizada no momento de cálculo do ponto de máximo retorno. A primeira será representada pela fórmula do risco do *portfolio* e a segunda pela fórmula do retorno do *portfolio*.

O quadro 5.3 exemplifica o cálculo do ponto de mínimo risco pela planilha geradora de pontos. Mais uma vez, as células com os dados imputados estão em azul e as células calculadas estão em amarelo:

Modelo de Otimização de um Portfolio de Bradies

Data: 23-Mar-98

Função Objetivo I

Retorno Desejado:

Risco do Portfolio: 0,10 % a.d.

Função Objetivo II

Retorno do Portfolio: 0,07 % a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Peso no Portfolio	Retorno x Peso
CBOND	0,26%	0,57%	0,00%	0,00%
IDU	0,07%	0,10%	100,00%	0,07%
EI	0,19%	0,29%	0,00%	0,00%
DISCOUNT	0,20%	0,33%	0,00%	0,00%
PAR	0,15%	0,63%	0,00%	0,00%
Total:			100,00%	0,07%

Quadro 5.3 – Planilha de Geração de Pontos da Fronteira Eficiente com Posições *Short* Não Permitidas

Elaborado pelo Autor

Neste caso, a célula que contém a fórmula do risco do *portfolio* foi minimizada pelo Solver, fornecendo os valores dos pesos no *portfolio* e, conseqüentemente, do retorno do *portfolio*, atendendo às restrições impostas.

O ponto de máximo retorno também é encontrado através do Solver, maximizando-se a função objetivo II, correspondente à célula que contém a fórmula do retorno do *portfolio*. A composição da carteira é dada e, conseqüentemente, o risco do *portfolio* é calculado.

Os próximos pontos da fronteira serão calculados minimizando-se a função objetivo I, ou seja, o risco do *portfolio* e acrescentando, além das restrições já impostas, a restrição de que a soma do produto dos pesos pelos retornos deve ser igual ao retorno desejado para o *portfolio*, cujo valor deve ser imputado manualmente na célula em

verde da planilha. Este valor, por sua vez, deve estar entre os valores mínimo e máximo encontrados para o retorno.

V.4.4 – A Simulação

A simulação do modelo foi realizada utilizando-se o sistema acima apresentado. O período escolhido para a realização da simulação foram os meses de março e abril, equivalentes a um total de nove semanas.

Para cada início de semana, foram construídas as curvas da fronteira eficiente, com posições *Short* permitidas e com posições *Short* não permitidas.

O modelo também foi rodado no início de cada semana, fornecendo as proporções ótimas da carteira para o caso das posições *Short* permitidas e das posições *Short* não permitidas.

No anexo C encontram-se os conjuntos de fronteiras eficientes e planilha do modelo, cada qual representativo de uma semana.

CAPÍTULO VI – ANÁLISE DOS RESULTADOS

VI.1 – Introdução

No capítulo V foi apresentado o modelo de otimização para a carteira de *Brady Bonds*, baseado na fundamentação teórica exposta no capítulo IV.

A aplicação do modelo foi exemplificada através das simulações semanais realizadas para os meses de março e abril, a partir das quais é possível se tirar algumas conclusões sobre o modelo.

Caberá então neste capítulo analisar os resultados obtidos com a simulação executada e compará-los com os valores efetivamente ocorridos, procurando avaliar o grau de precisão das estimativas utilizadas.

As duas versões do modelo serão comparadas, de modo a avaliar os pontos positivos e negativos de cada uma delas.

Além disso, será observada a sensibilidade do modelo frente a alterações no nível de retorno esperado, auxiliando na comprovação da coerência do modelo em relação à teoria exposta.

VI.2 – Análise das Curvas da Fronteira Eficiente

Como pode ser visto no anexo C, para cada semana foram construídas as curvas da fronteira eficiente para o caso em que as posições *Short* são permitidas e para o caso em que não são permitidas.

A primeira observação a ser feita é que, de fato, quanto maior o retorno da carteira, maior será o risco envolvido. Assim, dentre as opções de *portfolios* ótimos, as composições com maiores retornos são aquelas que envolvem os maiores riscos.

Quanto à questão das posições *Short*, percebe-se que o formato da curva para o caso no qual estas são permitidas difere-se bastante do formato para o caso em que não são permitidas. Dentre as diferenças constatadas, destacam-se:

- Os pontos de mínimo risco das curvas não coincidem; o risco mínimo da fronteira com posições *Short* é menor do que o risco mínimo da fronteira sem posições *Short*.
- A fronteira eficiente com posições *Short* apresenta retornos infinitos, pois não há um ponto de limite máximo para esta curva; ao contrário, a curva para posições *Short* não permitidas tem como limite superior o ponto de máximo retorno, a partir do qual não existem mais soluções para o modelo.
- Para um mesmo retorno, a curva com posições *Short* permitidas apresenta um nível de risco menor em se comparando com a curva onde as posições *Short* não permitidas.
- Analogamente, para um mesmo nível de risco, a curva com posições *Short* permitidas apresenta um maior retorno.

Das observações acima apresentadas, pode-se concluir que a fronteira com posições *Short* permitidas oferece opções mais interessantes de investimento para o administrador da carteira. Esta conclusão pode ser melhor compreendida ao se analisar as resoluções fornecidas pelas planilhas do modelo.

Para um mesmo retorno, as proporções dos ativos encontradas quando as *Short Sales* são permitidas diferem-se bastante das encontradas quando as *Short Sales* não são permitidas. Isto porque, para se chegar a uma mesma taxa de retorno de modo que o risco seja mínimo, a permissão da venda possibilita o investimento em maiores

proporções nos ativos com nível de risco pequeno e a tomada de posições negativas nos ativos com risco elevado, acarretando um risco total menor para o *portfolio*.

A diminuição do risco através da venda dos ativos de maior volatilidade ocorre pelo fato das correlações entre os papéis serem todas positivas.

Isto explica também a concentração das proporções sempre nos ativos de menor risco no modelo onde as *Short Sales* não são permitidas, fornecendo composições pouco diversificadas para a carteira.

Analisando-se as curvas da fronteira para cada início de semana, nota-se que para as semanas de 20/04/98 e 27/04/98 a curva para posições *Short* não permitidas é representada por um único ponto, que constitui o ponto de mínimo risco e máximo retorno. Este fato pode ser melhor compreendido ao se analisar os valores diários de retorno esperado e volatilidade dos ativos. Para ambas as semanas, o IDU é o papel da carteira que apresenta o maior retorno esperado e a menor volatilidade. Desta forma, todas as demais composições da carteira em que as vendas *Short* não são permitidas terão menores valores de retorno esperado para um nível de risco mais alto e maiores valores de risco para um nível de retorno mais baixo, não fazendo parte portanto da fronteira eficiente. Assim, a única solução ótima do modelo é o ponto que corresponde à carteira formada apenas pelo ativo de maior retorno e menor risco.

A ausência de solução para o modelo com vendas *Short* não permitidas em algumas datas está relacionada ao nível de retorno esperado atribuído para o *portfolio*. Como pode ser visto na fronteira eficiente respectiva de cada data, os retornos atribuídos apresentam valores superiores aos pontos de máximo retorno das curvas, estando portanto fora da fronteira eficiente.

VI.3 – Comportamento do Modelo frente Alterações no Retorno do *Portfolio*

A análise da reação das duas versões do modelo frente a alterações no retorno esperado do *Portfolio* será feita através de uma simulação utilizando-se a série histórica referente ao dia 16/03/98.

A escolha dos retornos baseou-se nas curvas da fronteira eficiente, sendo que as taxas variaram do ponto de mínimo risco ao ponto de máximo retorno da curva com posições *Short* não permitidas. O ponto de mínimo risco tem como ordenada o retorno de 0,049% ao dia e o ponto de máximo retorno tem como ordenada o retorno de 0,156% a.d..

A tabela a seguir fornece os retornos esperados e as volatilidades individuais de cada ativo, para que sejam contrastados com os resultados obtidos na simulação.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária
<i>CBOND</i>	0,16%	0,58%
<i>IDU</i>	0,05%	0,09%
<i>EI</i>	0,13%	0,27%
<i>DISCOUNT</i>	0,14%	0,32%
<i>PAR</i>	0,09%	0,65%

Tabela 6.1: Elaborada pelo Autor

O quadro 6.1 resume os resultados obtidos:

Comportamento do Modelo frente Alterações no Retorno da Carteira			
Data: 16/03/98			
Retorno Portfólio: 0,049% a.d.			
	Com Short Sales	Sem Short Sales	Diferença Riscos
Risco Portfólio:	0,059% a.d.	0,093% a.d.	0,034%
Cbond	-6,77%	0,00%	
IDU	103,21%	100,00%	
EI	10,35%	0,00%	
Discount	3,33%	0,00%	
Par	-10,12%	0,00%	
Retorno Portfólio: 0,085% a.d.			
	Com Short Sales	Sem Short Sales	Diferença Riscos
Risco Portfólio:	0,103% a.d.	0,159% a.d.	0,055%
Cbond	-2,32%	0,00%	
IDU	69,10%	58,45%	
EI	37,41%	30,07%	
Discount	18,13%	11,47%	
Par	-22,32%	0,00%	
Retorno Portfólio: 0,120% a.d.			
	Com Short Sales	Sem Short Sales	Diferença Riscos
Risco Portfólio:	0,164% a.d.	0,237% a.d.	0,073%
Cbond	2,13%	0,00%	
IDU	34,99%	16,99%	
EI	64,46%	59,36%	
Discount	32,93%	23,64%	
Par	-34,52%	0,00%	
Retorno Portfólio: 0,156% a.d.			
	Com Short Sales	Sem Short Sales	Diferença Riscos
Risco Portfólio:	0,229% a.d.	0,585% a.d.	0,355%
Cbond	6,58%	100,00%	
IDU	0,89%	0,00%	
EI	91,51%	0,00%	
Discount	47,74%	0,00%	
Par	-46,72%	0,00%	

Pelo quadro 6.1 percebe-se que o modelo, para ambas as versões, comporta-se de forma coerente pois, à medida que se aumenta a agressividade do investidor quanto ao retorno esperado para a carteira, os modelos fornecem composições com maiores níveis de risco.

Este aumento no risco da carteira pode ser melhor compreendido através da análise das proporções individuais dos ativos para as respectivas taxas de retorno atribuídas para o *portfolio*. Nota-se que para ambas as versões, à medida que se aumenta o retorno do *portfolio*, as proporções dos ativos de maior risco e portanto de maior retorno aumentam, em detrimento das proporções dos ativos com menor retorno, que têm suas participações na carteira diminuídas.

Entretanto, vale ressaltar que a diferença entre os níveis de risco das carteiras para o caso das posições *Short* permitidas e para o caso das posições *Short* não permitidas se acentua à medida que o retorno esperado para o *portfolio* se aproxima do ponto de máximo retorno da curva onde as *Short Sales* não são permitidas. Isto é explicado ao se comparar as proporções das carteiras para cada nível de retorno: nota-se que para todos os níveis de retorno apresentados, as proporções dos ativos com menor risco são sempre maiores nas carteiras onde as posições *Short* são permitidas. Deve-se lembrar que isto somente é possível pelo fato das proporções negativas serem permitidas, acabando por compensar uma soma maior que 100% das proporções destes ativos de menor risco. Além disso, a presença de posições negativas também auxilia na diminuição do risco do *portfolio*, já que as correlações entre os ativos são todas positivas.

Outra conclusão a que se chegou é com relação aos pontos de mínimo risco e máximo retorno da curva da fronteira para posições *Short* não permitidas. O ponto de mínimo risco será sempre representado por uma carteira composta unicamente pelo ativo de mínimo risco e o ponto de máximo retorno será sempre representado por uma carteira composta unicamente pelo ativo de maior retorno, o que pode ser comprovado pelo quadro 6.1.

VI.4 – Comparação Real x Previsto

Neste item serão comparados semanalmente os retornos esperados para o *portfolio* com os retornos ocorridas no período, de acordo com as proporções ótimas estabelecidas pelo modelo.

A tabela 6.2 compara os valores relativos aos retornos do *portfolio*. O retorno semanal previsto foi calculado multiplicando-se o retorno diário previsto por 5, que corresponde ao número de dias úteis da semana.

O retorno efetivo da semana foi obtido utilizando-se a consideração do preço como uma variável contínua, sendo dado por¹:

$$r_t(k) = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-k}} \right) \quad (6.1)$$

Onde:

t = sexta-feira da semana em que se está calculando o retorno

k = número de dias úteis da semana = 5

$t - k$ = sexta-feira da semana anterior a que se está calculando o retorno

¹ Estes cálculos basearam-se no Capítulo 4 da Bibliografia 6.

Comparação do Retorno Real com o Previsto

Semana	Previsto (I)	Real com Posições Short (II)	Real sem Posições Short (III)	(II) – (I)	(III) – (I)
02/03/98 a 06/03/98	0,80 %	0,24 %	0,10 %	-0,56%	-0,14%
09/03/98 a 13/03/98	0,30 %	0,08 %	0,99 %	-0,22%	0,91%
16/03/98 a 20/03/98	1,00 %	2,43 %	Sem solução	1,43%	-
23/03/98 a 27/03/98	0,65 %	0,17 %	0,07 %	-0,48%	-0,10%
30/03/98 a 03/04/98	0,50 %	-1,89 %	-1,48 %	-2,39%	0,41%
06/04/98 a 10/04/98	0,40 %	0,12 %	0,50 %	-0,28%	0,38%
13/04/98 a 17/04/98	0,30 %	-0,33 %	-0,59 %	-0,63%	-0,26%
20/04/98 a 24/04/98	0,10 %	0,68 %	Sem solução	0,58%	-
27/04/98 a 01/05/98	0,40 %	-0,28 %	Sem solução	-0,68%	-

Tabela 6.2: Elaborada pelo autor

Como se pode perceber pela Tabela 6.2, a utilização do retorno médio histórico como estimativa do retorno de um *Brady Bond* é pouco precisa. Isto já era de se esperar em se tratando de *Brady Bonds*, papéis altamente sensíveis não só a fatos nacionais mas especialmente internacionais.

A previsão destes retornos poderia ter seu grau de precisão melhorado através da utilização de modelos econométricos de previsão ou da construção de cenários.

Este último método consiste na criação de alguns cenários para um prazo prefixado, onde se tentaria prever qual a variação de preços dos papéis em cada um deles. Para cada cenário seriam atribuídas probabilidades de ocorrência e o retorno médio de cada ativo seria a soma de cada retorno multiplicado pela probabilidade do respectivo cenário. Entretanto, este método tem o porém de apresentar um alto grau de subjetividade, que irá variar de acordo com a opinião e os conhecimentos de mercado do indivíduo responsável pela elaboração dos cenários.

VI.5 – Comparação das Carteiras Teóricas com a Administrada

Desde sua criação no banco, em fevereiro deste ano, a área de Asset Trading vem administrando uma carteira de *Brady Bonds*, sem a preocupação com os riscos envolvidos.

De modo a comprovar a eficiência do modelo, procurou-se acompanhar o desempenho da carteira administrada nas semanas em que foram realizadas as simulações e compará-lo com o desempenho obtido pela carteira teórica fornecida pelo modelo.

A composição da carteira administrada infelizmente não poderá ser mostrada no trabalho pelo fato de constituir uma estratégia confidencial da Tesouraria do Banco Itaú, sendo portanto apresentados apenas os retornos semanais obtidos.

Estes retornos semanais foram calculados da mesma forma que os retornos efetivos das carteiras teóricas, levando-se em consideração os preços de mercado.

Para as semanas em que não houve soluções ótimas para o modelo em que as posições *Short* não são permitidas, foram revistos os retornos atribuídos para o *portfolio*, obtendo-se as composições ótimas da carteira cujos retornos efetivos serão comparados com os retornos da carteira administrada.

A tabela 6.3 ilustra os resultados:

Retornos Semanais

Semana	Administrada	Teórica com Posições <i>Short</i>	Teórica sem Posições <i>Short</i>
02/03/98 a 06/03/98	0,07%	0,24 %	0,10 %
09/03/98 a 13/03/98	0,02%	0,08 %	0,99 %
16/03/98 a 20/03/98	2,88%	3,23 %	3,13 %
23/03/98 a 27/03/98	0,10%	0,17 %	0,07 %
30/03/98 a 03/04/98	1,55%	-1,89 %	-1,48 %
06/04/98 a 10/04/98	0,09%	0,12 %	0,50 %
13/04/98 a 17/04/98	-0,82%	-0,33 %	-0,59 %
20/04/98 a 24/04/98	-0,12%	0,68 %	-0,10%
27/04/98 a 01/05/98	0,51%	-0,28 %	-0,10%

Tabela 6.3: Elaborada pelo Autor

Como se pode perceber, os retornos fornecido pela carteira teórica, na maioria das vezes, foi superior ao retorno obtido com a carteira administrada.

Vale ressaltar que a carteira administrada, no período considerado, apresentou posições *Short* na sua composição, devendo portanto ser comparada com a carteira teórica em que as posições *Short* foram consideradas.

Analisando-se os dados históricos das duas semanas onde a carteira administrada teve retorno superior ao da carteira teórica, percebe-se que o comportamento dos preços dos papéis durante a semana se comportou de forma inversa ao indicado pelos retornos individuais previstos. Deste modo, observando o cenário em questão, o administrador da carteira reverteu suas posições no meio da semana, conseguindo obter assim um retorno numa fase de inversão de tendências.

Como já dito anteriormente, a estimativa de retorno baseada na média aritmética de uma série histórica de retornos não consegue prever este tipo de inversão, sendo levantada mais uma vez a questão da utilização do método de elaboração de cenários para a previsão dos retornos.

CAPÍTULO VII – CONCLUSÃO

VII.1 – Conclusão

O estudo efetuado procurou desenvolver uma metodologia para o gerenciamento de uma carteira de *Brady Bonds* a ser administrada pela mais nova subdivisão da Tesouraria do Banco Itaú, a área de *Asset Trading*.

O primeiro passo para o desenvolvimento do trabalho foi conhecer detalhadamente os produtos da área, desde sua origem histórica até suas características contábeis. Conhecidas estas características, foi possível então a estruturação de uma ferramenta de auxílio no processo decisório de escolha das proporções a serem investidas em cada produto.

A metodologia desenvolvida, baseada na Teoria de Markowitz, propôs a utilização de um modelo de otimização que minimiza o risco, paralelamente à observação da fronteira eficiente, que fornece as melhores combinações de risco-retorno para a carteira.

O fato das posições *Short* serem permitidas para o mercado de *Brady Bonds* levou à elaboração de duas versões para o modelo, cujos desempenhos foram observados através de simulações semanais para os meses de março e abril.

As simulações efetuadas indicaram que, dentre as duas versões, a que permite a tomada de posições *Short* é a mais interessante para o investidor, já que, para um mesmo nível de retorno desejado, a carteira fica exposta a um menor risco.

Sendo assim, o modelo a ser utilizado pela área de *Asset Trading* será o que permite as posições *Short*. Entretanto, embora o modelo tenha se mostrado coerente e seus resultados tenham sido superiores aos da atual carteira administrada, o modelo continuará a ser testado e aprimorado por mais um período de três meses.

Dentre as melhorias a serem testadas estão a introdução de modelos econométricos de previsão e a utilização do método dos cenários, visando melhorar a precisão dos retornos esperados individuais. A primeira proposta será desenvolvida pela Área de Risco e a segunda pela área de *Asset Trading*, com o apoio da Área Econômica.

A utilização do modelo, mesmo na sua fase de teste, será composta das seguintes etapas:

1 – Determinação dos papéis que farão parte da carteira: esta decisão será tomada pela Área de *Asset Trading* com o apoio da Área de *Research* do Banco, que através de análises técnicas e macroeconômicas indicará os papéis mais interessantes a se investir. Deve-se ressaltar que a carteira simulada no trabalho continha apenas papéis de origem brasileira, não significando que a carteira do Banco não venha a negociar *Bradies* de outras origens, cujo nível de liquidez também seja elevado.

2 - Construção da fronteira eficiente para cada início de semana: a partir dos métodos propostos, será construída a curva da fronteira eficiente na área de Risco. A curva e a planilha do modelo serão então enviadas para a área de *Asset Trading*, já com os dados de correlação, risco e retornos individuais imputados.

3 – Reunião da área de *Asset Trading* para definição do retorno esperado para o *portfolio*.

4 – Execução do modelo para o nível de retorno definido.

5 – Acompanhamento do retorno efetivo fornecido pela carteira teórica.

6 – Apuração do resultado contábil de modo a compará-lo com o da carteira administrada.

Na etapa 4, os administradores poderão realizar inúmeras execuções do modelo para diferentes níveis de retorno, obtendo as proporções ótimas da carteira em cada uma delas. Por outro lado, os operadores podem também desejar analisar a reação do modelo frente a alterações nos retornos individuais esperados de cada ativo, atribuindo valores baseados em sua intuição e conhecimentos de mercado.

Para que seja possível a realização deste tipo de análise, o sistema deverá então ser aprimorado em termos de programação. A idéia inicial é a criação de um campo exclusivo para o investidor onde este poderá imputar os valores tanto de retorno individual como de risco individual. Dados estes valores, o sistema calculará a nova fronteira eficiente e fornecerá a composição ótima da carteira para o retorno definido.

Para os valores não imputados, o sistema irá considerar os valores calculados a partir das séries históricas.

Este tipo de aprimoramento aumentará a flexibilidade do modelo, tornando-o mais útil para o processo decisório da área.

Assim, pode-se concluir que a utilização ideal do modelo para a Área de *Asset Trading* depende de uma análise prévia dos papéis e dos cenários em questão, de modo a definir os retornos a serem esperados e os papéis componentes da carteira. A análise técnica deve ser complementada por uma análise macroeconômica.

Para finalizar, tem-se a seguir o processo de utilização do modelo a ser implementado no Banco:

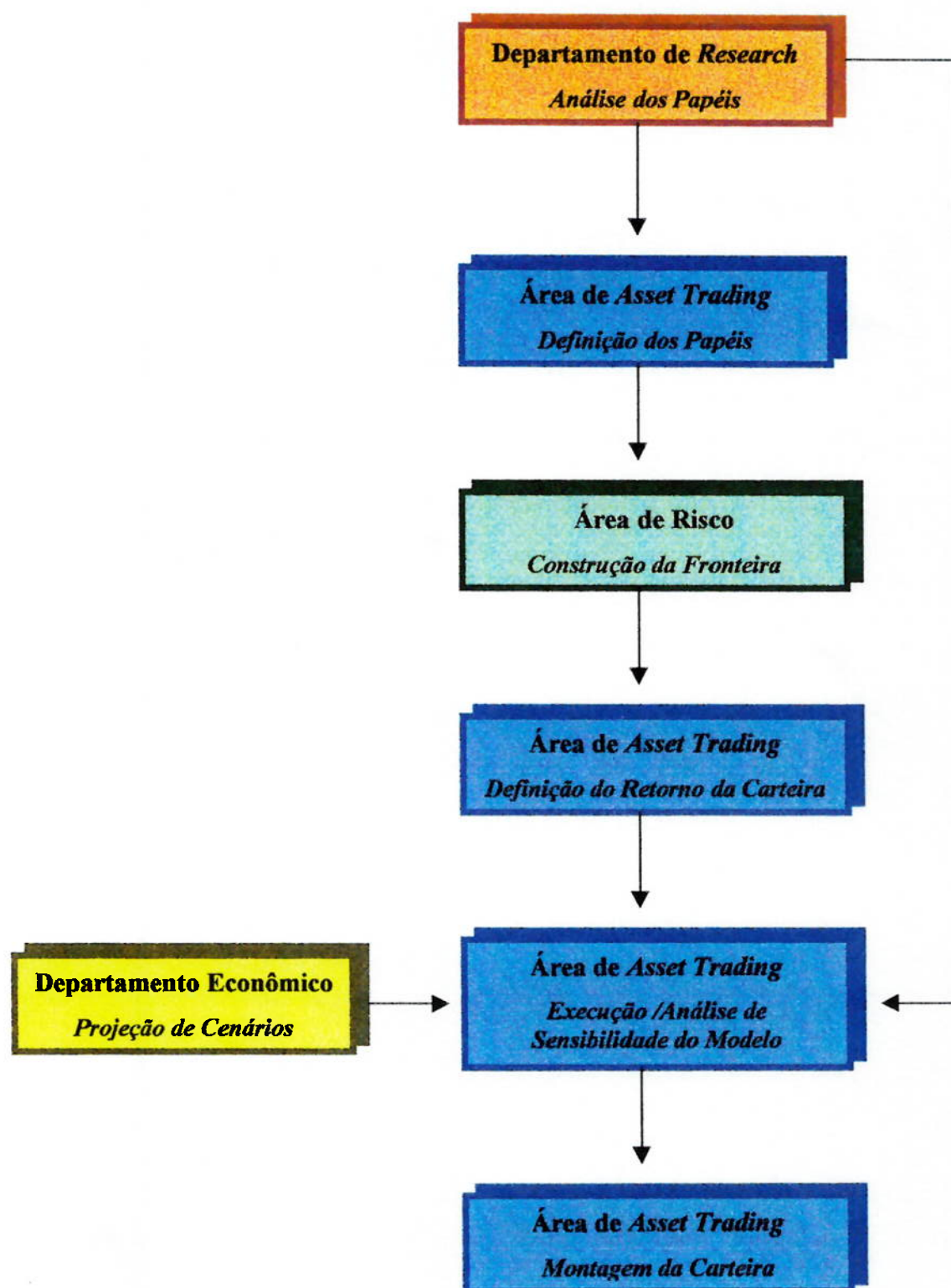


Figura 7.1: Elaborada pelo Autor

BIBLIOGRAFIA

1. HULL, John. **Introduction to futures and options markets**. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1.991.
2. ANDIMA. **Dívida externa e Plano Brady**. Relatório Econômico, Rio de Janeiro, 1.995.
3. SECURATO, José Roberto. **Decisões financeiras em condições de risco**. São Paulo, Atlas, 1.993.
4. HAUGEN, Robert A. **Modern investment theory**. New Jersey, Prentice Hall, 1.997.
5. NEVES, César. **Análise de Investimentos**. Zahar, Rio de Janeiro, 1.981.
6. ELTON, Edwin J.; GRUBER, Martin J. **Modern portfolio theory and investment analysis**. New York, John Wiley & Sons, 1.991.
7. LEWARNE, Gerry. **O mercado de brady bonds: funcionamento e formação de preços**. Apostila, São Paulo, 1.996.
8. FERREIRA, Aymar A. J. **Um modelo de otimização de portfólios de ações**. São Paulo, Trabalho de Formatura – EPUSP/Departamento de Engenharia de Produção, 1.995.
9. FRASSETO, Alexandre A. A. **O gerenciamento de uma carteira de ações**. São Paulo, Trabalho de Formatura – EPUSP/Departamento de Engenharia de Produção, 1.994.
10. PARIBAS CAPITAL MARKETS. **An introduction to emerging markets**, Banque Paribas, London Branch, 1.993.

11. LOPEZ LEON BROKERS. **Brazil's Brady Plan**, Lopez Leon Brokers, Buenos Aires, 1.994.
12. MARKOWITZ, Harry; **Portfolio Selection**, John Winley and Sons Inc., New York, 1959.
13. COSTA NETO, Pedro Luiz Oliveira. **Estatística**. São Paulo. Edgard Blucher, 1977.

ANEXO A – SÉRIES HISTÓRICAS UTILIZADAS

Semana:02/03/98 a 06/03/98

Data	CBOND		IDU		EI		DISCOUNT		PAR	
	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno
30/Jan/98	79,36		95,09		84,82		81,19		73,59	
02/Fev/98	79,83	0,59%	95,37	0,28%	85,42	0,71%	81,69	0,62%	73,36	-0,32%
03/Fev/98	78,99	-1,06%	95,33	-0,04%	85,75	0,38%	81,42	-0,33%	73,12	-0,32%
04/Fev/98	79,27	0,36%	95,50	0,17%	85,99	0,28%	81,51	0,11%	73,24	0,15%
05/Fev/98	79,48	0,26%	95,61	0,12%	86,06	0,09%	81,75	0,30%	73,01	-0,31%
06/Fev/98	80,07	0,74%	95,87	0,28%	86,60	0,62%	82,15	0,48%	73,33	0,44%
09/Fev/98	79,56	-0,64%	95,92	0,05%	86,31	-0,33%	81,98	-0,20%	73,15	-0,25%
10/Fev/98	80,12	0,70%	96,07	0,15%	86,74	0,49%	82,15	0,20%	73,26	0,16%
11/Fev/98	81,03	1,13%	96,26	0,21%	87,19	0,52%	82,40	0,30%	74,28	1,38%
12/Fev/98	80,59	-0,54%	96,28	0,02%	86,71	-0,56%	82,06	-0,40%	74,04	-0,32%
13/Fev/98	80,51	-0,10%	96,33	0,05%	86,73	0,03%	82,02	-0,05%	74,11	0,09%
16/Fev/98	80,37	-0,17%	96,30	-0,03%	86,70	-0,04%	82,01	-0,01%	74,11	0,00%
17/Fev/98	80,80	0,53%	96,39	0,10%	86,96	0,29%	82,18	0,21%	74,51	0,54%
18/Fev/98	81,01	0,26%	96,34	-0,05%	87,14	0,22%	82,31	0,16%	74,38	-0,17%
19/Fev/98	80,90	-0,14%	96,41	0,06%	87,24	0,11%	82,42	0,13%	74,35	-0,04%
20/Fev/98	80,39	-0,63%	96,35	-0,05%	87,01	-0,27%	82,22	-0,24%	73,82	-0,71%
23/Fev/98	80,62	0,28%	96,42	0,07%	87,15	0,17%	82,30	0,10%	73,89	0,09%
24/Fev/98	79,88	-0,93%	96,36	-0,07%	87,06	-0,10%	82,21	-0,11%	73,09	-1,09%
25/Fev/98	80,56	0,85%	96,50	0,15%	87,45	0,44%	82,48	0,33%	73,80	0,98%
26/Fev/98	80,69	0,16%	96,55	0,05%	87,65	0,23%	82,70	0,27%	73,77	-0,04%
27/Fev/98	81,05	0,45%	96,71	0,17%	87,74	0,10%	82,80	0,12%	73,78	0,01%
Retorno Médio Diário:		0,11%	0,08%		0,17%		0,10%		0,013%	
Volatilidade Diária:		0,61%	0,11%		0,32%		0,26%		0,54%	
Retorno Médio Diário:		26,52%	21,22%		42,63%		24,71%		3,23%	
Volatilidade Diária:		77,37%	13,35%		40,90%		33,35%		68,34%	

Semana: 09/03/98 a 13/03/98

Data	CBOND		IDU		EI		DISCOUNT		PAR	
	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno
06/Fev/98	80,07		95,87		86,60		82,15		73,33	
09/Fev/98	79,56	-0,64%	95,92	0,05%	86,31	-0,33%	81,98	-0,20%	73,15	-0,25%
10/Fev/98	80,12	0,70%	96,07	0,15%	86,74	0,49%	82,15	0,20%	73,26	0,16%
11/Fev/98	81,03	1,13%	96,26	0,21%	87,19	0,52%	82,40	0,30%	74,28	1,38%
12/Fev/98	80,59	-0,54%	96,28	0,02%	86,71	-0,56%	82,06	-0,40%	74,04	-0,32%
13/Fev/98	80,51	-0,10%	96,33	0,05%	86,73	0,03%	82,02	-0,05%	74,11	0,09%
16/Fev/98	80,37	-0,17%	96,30	-0,03%	86,70	-0,04%	82,01	-0,01%	74,11	0,00%
17/Fev/98	80,80	0,53%	96,39	0,10%	86,96	0,29%	82,18	0,21%	74,51	0,54%
18/Fev/98	81,01	0,26%	96,34	-0,05%	87,14	0,22%	82,31	0,16%	74,38	-0,17%
19/Fev/98	80,90	-0,14%	96,41	0,06%	87,24	0,11%	82,42	0,13%	74,35	-0,04%
20/Fev/98	80,39	-0,63%	96,35	-0,05%	87,01	-0,27%	82,22	-0,24%	73,82	-0,71%
23/Fev/98	80,62	0,28%	96,42	0,07%	87,15	0,17%	82,30	0,10%	73,89	0,09%
24/Fev/98	79,88	-0,93%	96,36	-0,07%	87,06	-0,10%	82,21	-0,11%	73,09	-1,09%
25/Fev/98	80,56	0,85%	96,50	0,15%	87,45	0,44%	82,48	0,33%	73,80	0,98%
26/Fev/98	80,69	0,16%	96,55	0,05%	87,65	0,23%	82,70	0,27%	73,77	-0,04%
27/Fev/98	81,05	0,45%	96,71	0,17%	87,74	0,10%	82,80	0,12%	73,78	0,01%
02/Mar/98	81,12	0,09%	96,71	0,00%	87,93	0,22%	83,08	0,34%	73,68	-0,14%
03/Mar/98	80,76	-0,44%	96,70	-0,01%	87,96	0,04%	83,20	0,15%	73,21	-0,64%
04/Mar/98	80,66	-0,12%	96,73	0,03%	87,84	-0,14%	82,99	-0,25%	73,04	-0,22%
05/Mar/98	79,93	-0,92%	96,60	-0,14%	87,36	-0,55%	82,48	-0,61%	72,33	-0,98%
06/Mar/98	80,72	0,98%	96,79	0,20%	87,82	0,53%	82,96	0,58%	73,26	1,27%
Retorno Médio Diário:		0,04%		0,05%		0,07%		0,05%		-0,005%
Volatilidade Diária:		0,61%		0,09%		0,33%		0,29%		0,65%

Retorno Médio Diário:	10,11%	12,01%	17,64%	12,42%	-1,22%
Volatilidade Diária:	77,26%	11,88%	40,97%	36,20%	82,49%

Tabela 2: Elaborada pelo Autor

Semana: 16/03/98 a 20/03/98

Data	CBOND		IDU		EI		DISCOUNT		PAR	
	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno
13/Fev/98	80,51		96,33		86,73		82,02		74,11	
16/Fev/98	80,37	-0,17%	96,30	-0,03%	86,70	-0,04%	82,01	-0,01%	74,11	0,00%
17/Fev/98	80,80	0,53%	96,39	0,10%	86,96	0,29%	82,18	0,21%	74,51	0,54%
18/Fev/98	81,01	0,26%	96,34	-0,05%	87,14	0,22%	82,31	0,16%	74,38	-0,17%
19/Fev/98	80,90	-0,14%	96,41	0,06%	87,24	0,11%	82,42	0,13%	74,35	-0,04%
20/Fev/98	80,39	-0,63%	96,35	-0,05%	87,01	-0,27%	82,22	-0,24%	73,82	-0,71%
23/Fev/98	80,62	0,28%	96,42	0,07%	87,15	0,17%	82,30	0,10%	73,89	0,09%
24/Fev/98	79,88	-0,93%	96,36	-0,07%	87,06	-0,10%	82,21	-0,11%	73,09	-1,09%
25/Fev/98	80,56	0,85%	96,50	0,15%	87,45	0,44%	82,48	0,33%	73,80	0,98%
26/Fev/98	80,69	0,16%	96,55	0,05%	87,65	0,23%	82,70	0,27%	73,77	-0,04%
27/Fev/98	81,05	0,45%	96,71	0,17%	87,74	0,10%	82,80	0,12%	73,78	0,01%
02/Mar/98	81,12	0,09%	96,71	0,00%	87,93	0,22%	83,08	0,34%	73,68	-0,14%
03/Mar/98	80,76	-0,44%	96,70	-0,01%	87,96	0,04%	83,20	0,15%	73,21	-0,64%
04/Mar/98	80,66	-0,12%	96,73	0,03%	87,84	-0,14%	82,99	-0,25%	73,04	-0,22%
05/Mar/98	79,93	-0,92%	96,60	-0,14%	87,36	-0,55%	82,48	-0,61%	72,33	-0,98%
06/Mar/98	80,72	0,98%	96,79	0,20%	87,82	0,53%	82,96	0,58%	73,26	1,27%
09/Mar/98	80,67	-0,06%	96,78	-0,02%	87,78	-0,06%	82,94	-0,03%	73,34	0,11%
10/Mar/98	81,10	0,53%	96,90	0,12%	88,14	0,42%	83,06	0,15%	73,76	0,57%
11/Mar/98	81,67	0,70%	97,03	0,14%	88,45	0,35%	83,33	0,32%	74,23	0,64%
12/Mar/98	82,51	1,02%	97,13	0,10%	88,83	0,42%	83,67	0,41%	74,71	0,65%
13/Mar/98	83,07	0,67%	97,27	0,15%	89,05	0,25%	84,39	0,86%	75,50	1,05%
Retorno Médio Diário:		0,16%		0,05%		0,13%		0,14%		0,093%
Volatilidade Diária:		0,58%		0,09%		0,27%		0,32%		0,65%
Retorno Médio Diário:		39,33%		12,29%		33,25%		35,92%		23,41%
Volatilidade Diária:		73,69%		11,71%		33,84%		39,83%		82,43%

Tabela 3: Elaborada pelo Autor

Semana: 23/03/98 a 27/03/98

Data	CBOND		IDU		EI		DISCOUNT		PAR	
	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno
20/Fev/98	80,39		96,35		87,01		82,22		73,82	
23/Fev/98	80,62	0,28%	96,42	0,07%	87,15	0,17%	82,30	0,10%	73,89	0,09%
24/Fev/98	79,88	-0,93%	96,36	-0,07%	87,06	-0,10%	82,21	-0,11%	73,09	-1,09%
25/Fev/98	80,56	0,85%	96,50	0,15%	87,45	0,44%	82,48	0,33%	73,80	0,98%
26/Fev/98	80,69	0,16%	96,55	0,05%	87,65	0,23%	82,70	0,27%	73,77	-0,04%
27/Fev/98	81,05	0,45%	96,71	0,17%	87,74	0,10%	82,80	0,12%	73,78	0,01%
02/Mar/98	81,12	0,09%	96,71	0,00%	87,93	0,22%	83,08	0,34%	73,68	-0,14%
03/Mar/98	80,76	-0,44%	96,70	-0,01%	87,96	0,04%	83,20	0,15%	73,21	-0,64%
04/Mar/98	80,66	-0,12%	96,73	0,03%	87,84	-0,14%	82,99	-0,25%	73,04	-0,22%
05/Mar/98	79,93	-0,92%	96,60	-0,14%	87,36	-0,55%	82,48	-0,61%	72,33	-0,98%
06/Mar/98	80,72	0,98%	96,79	0,20%	87,82	0,53%	82,96	0,58%	73,26	1,27%
09/Mar/98	80,67	-0,06%	96,78	-0,02%	87,78	-0,06%	82,94	-0,03%	73,34	0,11%
10/Mar/98	81,10	0,53%	96,90	0,12%	88,14	0,42%	83,06	0,15%	73,76	0,57%
11/Mar/98	81,67	0,70%	97,03	0,14%	88,45	0,35%	83,33	0,32%	74,23	0,64%
12/Mar/98	82,51	1,02%	97,13	0,10%	88,83	0,42%	83,67	0,41%	74,71	0,65%
13/Mar/98	83,07	0,67%	97,27	0,15%	89,05	0,25%	84,39	0,86%	75,50	1,05%
16/Mar/98	83,58	0,62%	97,45	0,18%	89,42	0,41%	84,46	0,08%	75,75	0,33%
17/Mar/98	83,54	-0,05%	97,44	-0,01%	89,45	0,04%	84,41	-0,06%	75,58	-0,22%
18/Mar/98	84,19	0,78%	97,54	0,10%	90,16	0,78%	84,83	0,50%	75,66	0,11%
19/Mar/98	84,68	0,57%	97,75	0,21%	90,41	0,29%	85,39	0,66%	76,03	0,49%
20/Mar/98	84,71	0,04%	97,75	0,00%	90,46	0,05%	85,56	0,20%	76,08	0,07%
Retorno Médio Diário:		0,26%		0,07%		0,19%		0,20%		0,151%
Volatilidade Diária:		0,57%		0,10%		0,29%		0,33%		0,63%

Retorno Médio Diário:	65,94%	18,14%	49,07%	50,23%	38,01%
Volatilidade Diária:	71,65%	12,12%	36,64%	41,82%	78,79%

Tabela 4: Elaborada pelo Autor

Semana: 30/03/98 a 03/04/98

Data	CBOND		IDU		EI		DISCOUNT		PAR	
	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno
27/Fev/98	81,05		96,71		87,74		82,80		73,78	
02/Mar/98	81,12	0,09%	96,71	0,00%	87,93	0,22%	83,08	0,34%	73,68	-0,14%
03/Mar/98	80,76	-0,44%	96,70	-0,01%	87,96	0,04%	83,20	0,15%	73,21	-0,64%
04/Mar/98	80,66	-0,12%	96,73	0,03%	87,84	-0,14%	82,99	-0,25%	73,04	-0,22%
05/Mar/98	79,93	-0,92%	96,60	-0,14%	87,36	-0,55%	82,48	-0,61%	72,33	-0,98%
06/Mar/98	80,72	0,98%	96,79	0,20%	87,82	0,53%	82,96	0,58%	73,26	1,27%
09/Mar/98	80,67	-0,06%	96,78	-0,02%	87,78	-0,06%	82,94	-0,03%	73,34	0,11%
10/Mar/98	81,10	0,53%	96,90	0,12%	88,14	0,42%	83,06	0,15%	73,76	0,57%
11/Mar/98	81,67	0,70%	97,03	0,14%	88,45	0,35%	83,33	0,32%	74,23	0,64%
12/Mar/98	82,51	1,02%	97,13	0,10%	88,83	0,42%	83,67	0,41%	74,71	0,65%
13/Mar/98	83,07	0,67%	97,27	0,15%	89,05	0,25%	84,39	0,86%	75,50	1,05%
16/Mar/98	83,58	0,62%	97,45	0,18%	89,42	0,41%	84,46	0,08%	75,75	0,33%
17/Mar/98	83,54	-0,05%	97,44	-0,01%	89,45	0,04%	84,41	-0,06%	75,58	-0,22%
18/Mar/98	84,19	0,78%	97,54	0,10%	90,16	0,78%	84,83	0,50%	75,66	0,11%
19/Mar/98	84,68	0,57%	97,75	0,21%	90,41	0,29%	85,39	0,66%	76,03	0,49%
20/Mar/98	84,71	0,04%	97,75	0,00%	90,46	0,05%	85,56	0,20%	76,08	0,07%
23/Mar/98	85,61	1,05%	97,98	0,24%	90,77	0,34%	85,71	0,17%	76,69	0,79%
24/Mar/98	84,71	-1,05%	97,83	-0,16%	90,42	-0,38%	85,48	-0,27%	76,45	-0,31%
25/Mar/98	84,18	-0,63%	97,65	-0,18%	90,17	-0,28%	85,19	-0,34%	75,93	-0,68%
26/Mar/98	84,27	0,11%	97,69	0,05%	90,25	0,09%	85,24	0,06%	75,57	-0,48%
27/Mar/98	84,76	0,58%	97,78	0,08%	90,57	0,35%	85,63	0,45%	75,80	0,31%
Retorno Médio Diário:		0,22%		0,05%		0,16%		0,17%		0,135%
Volatilidade Diária:		0,63%		0,12%		0,33%		0,36%		0,60%

Retorno Médio Diário:	56,50%	13,81%	40,00%	42,35%	34,05%
Volatilidade Diária:	79,47%	15,38%	41,25%	45,97%	75,86%

Tabela 5: Elaborada pelo Autor

Semana: 06/04/98 a 10/04/98

Data	CBOND		IDU		EI		DISCOUNT		PAR	
	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno
06/Mar/98	80,72		96,79		87,82		82,96		73,26	
09/Mar/98	80,67	-0,06%	96,78	-0,02%	87,78	-0,06%	82,94	-0,03%	73,34	0,11%
10/Mar/98	81,10	0,53%	96,90	0,12%	88,14	0,42%	83,06	0,15%	73,76	0,57%
11/Mar/98	81,67	0,70%	97,03	0,14%	88,45	0,35%	83,33	0,32%	74,23	0,64%
12/Mar/98	82,51	1,02%	97,13	0,10%	88,83	0,42%	83,67	0,41%	74,71	0,65%
13/Mar/98	83,07	0,67%	97,27	0,15%	89,05	0,25%	84,39	0,86%	75,50	1,05%
16/Mar/98	83,58	0,62%	97,45	0,18%	89,42	0,41%	84,46	0,08%	75,75	0,33%
17/Mar/98	83,54	-0,05%	97,44	-0,01%	89,45	0,04%	84,41	-0,06%	75,58	-0,22%
18/Mar/98	84,19	0,78%	97,54	0,10%	90,16	0,78%	84,83	0,50%	75,66	0,11%
19/Mar/98	84,68	0,57%	97,75	0,21%	90,41	0,29%	85,39	0,66%	76,03	0,49%
20/Mar/98	84,71	0,04%	97,75	0,00%	90,46	0,05%	85,56	0,20%	76,08	0,07%
23/Mar/98	85,61	1,05%	97,98	0,24%	90,77	0,34%	85,71	0,17%	76,69	0,79%
24/Mar/98	84,71	-1,05%	97,83	-0,16%	90,42	-0,38%	85,48	-0,27%	76,45	-0,31%
25/Mar/98	84,18	-0,63%	97,65	-0,18%	90,17	-0,28%	85,19	-0,34%	75,93	-0,68%
26/Mar/98	84,27	0,11%	97,69	0,05%	90,25	0,09%	85,24	0,06%	75,57	-0,48%
27/Mar/98	84,76	0,58%	97,78	0,08%	90,57	0,35%	85,63	0,45%	75,80	0,31%
30/Mar/98	84,33	-0,51%	97,72	-0,06%	90,46	-0,11%	85,43	-0,23%	75,41	-0,52%
31/Mar/98	84,15	-0,21%	97,73	0,01%	90,25	-0,24%	85,30	-0,16%	75,46	0,06%
01/Abr/98	84,20	0,05%	97,72	-0,01%	90,17	-0,09%	85,16	-0,15%	75,42	-0,05%
02/Abr/98	83,78	-0,49%	97,50	-0,22%	89,77	-0,44%	84,52	-0,76%	75,38	-0,05%
03/Abr/98	82,89	-1,08%	97,09	-0,43%	88,39	-1,56%	83,35	-1,40%	75,34	-0,04%
Retorno Médio Diário:		0,13%	0,02%		0,03%		0,02%		0,140%	
Volatilidade Diária:		0,65%	0,16%		0,49%		0,50%		0,46%	
Retorno Médio Diário:		33,41%	3,85%		8,02%		5,92%		35,33%	
Volatilidade Diária:		81,29%	20,63%		61,69%		63,25%		58,35%	

Tabela 6: Elaborada pelo Autor

Semana: 13/04/98 a 17/04/98

Data	CBOND		IDU		EI		DISCOUNT		PAR	
	Fechaemento	Retorno	Fechaemento	Retorno	Fechaemento	Retorno	Fechaemento	Retorno	Fechaemento	Retorno
13/Mar/98	83,07		97,27		89,05		84,39		75,50	
16/Mar/98	83,58	0,62%	97,45	0,18%	89,42	0,41%	84,46	0,08%	75,75	0,33%
17/Mar/98	83,54	-0,05%	97,44	-0,01%	89,45	0,04%	84,41	-0,06%	75,58	-0,22%
18/Mar/98	84,19	0,78%	97,54	0,10%	90,16	0,78%	84,83	0,50%	75,66	0,11%
19/Mar/98	84,68	0,57%	97,75	0,21%	90,41	0,25%	85,39	0,66%	76,03	0,49%
20/Mar/98	84,71	0,04%	97,75	0,00%	90,46	0,05%	85,56	0,20%	76,08	0,07%
23/Mar/98	85,61	1,05%	97,98	0,24%	90,77	0,34%	85,71	0,17%	76,69	0,79%
24/Mar/98	84,71	-1,05%	97,83	-0,16%	90,42	-0,38%	85,48	-0,27%	76,45	-0,31%
25/Mar/98	84,18	-0,63%	97,65	-0,18%	90,17	-0,28%	85,19	-0,34%	75,93	-0,68%
26/Mar/98	84,27	0,11%	97,69	0,05%	90,25	0,09%	85,24	0,06%	75,57	-0,48%
27/Mar/98	84,76	0,58%	97,78	0,08%	90,57	0,35%	85,63	0,45%	75,80	0,31%
30/Mar/98	84,33	-0,51%	97,72	-0,06%	90,46	-0,11%	85,43	-0,23%	75,41	-0,52%
31/Mar/98	84,15	-0,21%	97,73	0,01%	90,25	-0,24%	85,30	-0,16%	75,46	0,06%
01/Abr/98	84,20	0,05%	97,72	-0,01%	90,17	-0,09%	85,16	-0,15%	75,42	-0,05%
02/Abr/98	83,78	-0,49%	97,50	-0,22%	89,77	-0,44%	84,52	-0,76%	75,38	-0,05%
03/Abr/98	82,89	-1,08%	97,09	-0,43%	88,39	-1,56%	83,35	-1,40%	75,34	-0,04%
06/Abr/98	83,24	0,42%	97,21	0,12%	88,89	0,57%	83,74	0,47%	75,45	0,14%
07/Abr/98	84,01	0,93%	97,42	0,21%	89,51	0,70%	84,27	0,63%	75,76	0,41%
08/Abr/98	83,95	-0,08%	97,46	0,05%	89,53	0,02%	84,38	0,12%	75,59	-0,22%
09/Abr/98	84,22	0,33%	97,54	0,08%	89,74	0,24%	84,55	0,20%	75,74	0,19%
10/Abr/98	84,22	0,00%	97,54	0,00%	89,74	0,00%	84,55	0,00%	75,74	0,00%
Retorno Médio Diário:		0,07%							0,016%	
Volatilidade Diária:		0,61%							0,36%	

Retorno Médio Diário:	17,35%	3,39%	9,74%	2,30%	4,02%
Volatilidade Diária:	76,72%	20,67%	63,79%	60,91%	45,53%

Tabela 7: Elaborada pelo Autor

Semana: 20/04/98 a 24/04/98

Data	CBOND		IDU		EI		DISCOUNT		PAR	
	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno
20/Mar/98	84,71		97,75		90,46		85,56		76,08	
23/Mar/98	85,61	1,05%	97,98	0,24%	90,77	0,34%	85,71	0,17%	76,69	0,79%
24/Mar/98	84,71	-1,05%	97,83	-0,16%	90,42	-0,38%	85,48	-0,27%	76,45	-0,31%
25/Mar/98	84,18	-0,63%	97,65	-0,18%	90,17	-0,28%	85,19	-0,34%	75,93	-0,68%
26/Mar/98	84,27	0,11%	97,69	0,05%	90,25	0,09%	85,24	0,06%	75,57	-0,48%
27/Mar/98	84,76	0,58%	97,78	0,08%	90,57	0,35%	85,63	0,45%	75,80	0,31%
30/Mar/98	84,33	-0,51%	97,72	-0,06%	90,46	-0,11%	85,43	-0,23%	75,41	-0,52%
31/Mar/98	84,15	-0,21%	97,73	0,01%	90,25	-0,24%	85,30	-0,16%	75,46	0,06%
01/Abr/98	84,20	0,05%	97,72	-0,01%	90,17	-0,09%	85,16	-0,15%	75,42	-0,03%
02/Abr/98	83,78	-0,49%	97,50	-0,22%	89,77	-0,44%	84,52	-0,76%	75,38	-0,05%
03/Abr/98	82,89	-1,08%	97,09	-0,43%	88,39	-1,56%	83,35	-1,40%	75,34	-0,04%
06/Abr/98	83,24	0,42%	97,21	0,12%	88,89	0,57%	83,74	0,47%	75,45	0,14%
07/Abr/98	84,01	0,93%	97,42	0,21%	89,51	0,70%	84,27	0,63%	75,76	0,41%
08/Abr/98	83,95	-0,08%	97,46	0,05%	89,53	0,02%	84,38	0,12%	75,59	-0,22%
09/Abr/98	84,22	0,33%	97,54	0,08%	89,74	0,24%	84,55	0,20%	75,74	0,19%
10/Abr/98	84,22	0,00%	97,54	0,00%	89,74	0,00%	84,55	0,00%	75,74	0,00%
13/Abr/98	83,64	-0,69%	97,43	-0,11%	89,75	0,01%	84,46	-0,10%	74,95	-1,03%
14/Abr/98	84,17	0,62%	97,52	0,10%	89,96	0,23%	84,67	0,25%	75,55	0,80%
15/Abr/98	84,16	-0,01%	97,56	0,04%	89,96	0,00%	84,74	0,08%	75,67	0,16%
16/Abr/98	83,86	-0,36%	97,48	-0,08%	89,64	-0,36%	84,57	-0,21%	75,54	-0,17%
17/Abr/98	83,64	-0,26%	97,45	-0,03%	89,50	-0,16%	84,45	-0,14%	75,43	-0,15%
Retorno Médio Diário:		-0,06%								
Volatilidade Diária:		0,60%								
Retorno Médio Diário:		-16,05%								
Volatilidade Diária:		75,32%								
Retorno Médio Diário:		-16,53%								
Volatilidade Diária:		56,12%								

Tabela 8: Elaborada pelo Autor

Semana: 27/04/98 a 01/05/98

Data	CBOND		IDU		EI		DISCOUNT		PAR	
	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno	Fechamento	Retorno
27/Mar/98	84,76		97,78		90,57		85,63		75,80	
30/Mar/98	84,33	-0,51%	97,72	-0,06%	90,46	-0,11%	85,43	-0,23%	75,41	-0,52%
31/Mar/98	84,15	-0,21%	97,73	0,01%	90,25	-0,24%	85,30	-0,16%	75,46	0,06%
01/Abr/98	84,20	0,05%	97,72	-0,01%	90,17	-0,09%	85,16	-0,15%	75,42	-0,05%
02/Abr/98	83,78	-0,49%	97,50	-0,22%	89,77	-0,44%	84,52	-0,76%	75,38	-0,05%
03/Abr/98	82,89	-1,08%	97,09	-0,43%	88,39	-1,56%	83,35	-1,40%	75,34	-0,04%
06/Abr/98	83,24	0,42%	97,21	0,12%	88,89	0,57%	83,74	0,47%	75,45	0,14%
07/Abr/98	84,01	0,93%	97,42	0,21%	89,51	0,70%	84,27	0,63%	75,76	0,41%
08/Abr/98	83,95	-0,08%	97,46	0,05%	89,53	0,02%	84,38	0,12%	75,59	-0,22%
09/Abr/98	84,22	0,33%	97,54	0,08%	89,74	0,24%	84,55	0,20%	75,74	0,19%
10/Abr/98	84,22	0,00%	97,54	0,00%	89,74	0,00%	84,55	0,00%	75,74	0,00%
13/Abr/98	83,64	-0,69%	97,43	-0,11%	89,75	0,01%	84,46	-0,10%	74,95	-1,05%
14/Abr/98	84,17	0,62%	97,52	0,10%	89,96	0,23%	84,67	0,25%	75,55	0,80%
15/Abr/98	84,16	-0,01%	97,56	0,04%	89,96	0,00%	84,74	0,08%	75,67	0,16%
16/Abr/98	83,86	-0,36%	97,48	-0,08%	89,64	-0,36%	84,57	-0,21%	75,54	-0,17%
17/Abr/98	83,64	-0,26%	97,45	-0,03%	89,50	-0,16%	84,45	-0,14%	75,43	-0,15%
20/Abr/98	83,19	-0,54%	97,42	-0,03%	89,37	-0,14%	84,25	-0,23%	74,93	-0,66%
21/Abr/98	83,06	-0,15%	97,48	0,06%	89,38	0,01%	84,15	-0,13%	74,76	-0,23%
22/Abr/98	82,78	-0,34%	97,42	-0,06%	89,26	-0,13%	84,03	-0,14%	74,59	-0,23%
23/Abr/98	82,97	0,23%	97,45	0,03%	89,34	0,10%	83,95	-0,10%	74,55	-0,05%
24/Abr/98	82,95	-0,03%	97,45	0,00%	89,31	-0,04%	83,76	-0,23%	74,41	-0,19%
Retorno Médio Diário:		-0,11%								
Volatilidade Diária:		0,47%								
Retorno Médio Diário:		-27,33%								
Volatilidade Diária:		59,07%								
Retorno Médio Diário:		-4,18%								
Volatilidade Diária:		16,82%								
Retorno Médio Diário:		-27,78%								
Volatilidade Diária:		52,83%								

Tabela 9: Elaborada pelo Autor

ANEXO B – MATRIZES DE CORRELAÇÃO

Semana: 02/03/98 a 06/03/98

	CBOND	EI	IDU	PAR	DISCOUNT
CBOND	0,000	0,792	0,702	0,849	0,786
EI	0,792	0,000	0,681	0,775	0,572
IDU	0,702	0,681	0,000	0,805	0,541
PAR	0,849	0,775	0,805	0,000	0,493
DISCOUNT	0,786	0,572	0,541	0,493	0,000

Matriz 1: Elaborada pelo Autor

Semana: 09/03/98 a 13/03/98

	CBOND	EI	IDU	PAR	DISCOUNT
CBOND	0,000	0,856	0,899	0,813	0,918
EI	0,856	0,000	0,728	0,681	0,863
IDU	0,899	0,728	0,000	0,939	0,771
PAR	0,813	0,681	0,939	0,000	0,722
DISCOUNT	0,918	0,863	0,771	0,722	0,000

Matriz 2: Elaborada pelo Autor

Semana: 16/03/98 a 20/03/98

	CBOND	EI	IDU	PAR	DISCOUNT
CBOND	0,000	0,872	0,899	0,791	0,939
EI	0,872	0,000	0,816	0,751	0,868
IDU	0,899	0,816	0,000	0,854	0,840
PAR	0,791	0,751	0,854	0,000	0,797
DISCOUNT	0,939	0,868	0,840	0,797	0,000

Matriz 3: Elaborada pelo Autor

Semana: 23/03/98 a 27/03/98

	CBOND	EI	IDU	PAR	DISCOUNT
CBOND	0,000	0,883	0,870	0,758	0,920
EI	0,883	0,000	0,766	0,730	0,835
IDU	0,870	0,766	0,000	0,773	0,724
PAR	0,758	0,730	0,773	0,000	0,753
DISCOUNT	0,920	0,835	0,724	0,753	0,000

Matriz 4: Elaborada pelo Autor

Semana: 30/03/98 a 03/04/98

	CBOND	EI	IDU	PAR	DISCOUNT
CBOND	0,000	0,922	0,914	0,787	0,866
EI	0,922	0,000	0,829	0,753	0,837
IDU	0,914	0,829	0,000	0,807	0,736
PAR	0,787	0,753	0,807	0,000	0,774
DISCOUNT	0,866	0,837	0,736	0,774	0,000

Matriz 5: Elaborada pelo Autor

Semana: 06/04/98 a 10/04/98

	CBOND	EI	IDU	PAR	DISCOUNT
CBOND	0,000	0,907	0,860	0,817	0,768
EI	0,907	0,000	0,904	0,892	0,653
IDU	0,860	0,904	0,000	0,892	0,473
PAR	0,817	0,892	0,892	0,000	0,586
DISCOUNT	0,768	0,653	0,473	0,586	0,000

Matriz 6: Elaborada pelo Autor

Semana: 13/04/98 a 17/04/98

	CBOND	EI	IDU	PAR	DISCOUNT
CBOND	0,000	0,921	0,868	0,825	0,746
EI	0,921	0,000	0,908	0,914	0,630
IDU	0,868	0,908	0,000	0,939	0,441
PAR	0,825	0,914	0,939	0,000	0,464
DISCOUNT	0,746	0,630	0,441	0,464	0,000

Matriz 7: Elaborada pelo Autor

Semana: 20/04/98 a 24/04/98

	CBOND	EI	IDU	PAR	DISCOUNT
CBOND	0,000	0,917	0,816	0,801	0,747
EI	0,917	0,000	0,921	0,928	0,565
IDU	0,816	0,921	0,000	0,966	0,349
PAR	0,801	0,928	0,966	0,000	0,377
DISCOUNT	0,747	0,565	0,349	0,377	0,000

Matriz 8: Elaborada pelo Autor

Semana: 27/04/98 a 01/05/98

	CBOND	EI	IDU	PAR	DISCOUNT
CBOND	0,000	0,878	0,828	0,839	0,713
EI	0,878	0,000	0,937	0,955	0,396
IDU	0,828	0,937	0,000	0,960	0,250
PAR	0,839	0,955	0,960	0,000	0,325
DISCOUNT	0,713	0,396	0,250	0,325	0,000

Matriz 9: Elaborada pelo Autor

**ANEXO C – FRONTEIRAS EFICIENTES E PLANILHAS
DO MODELO**

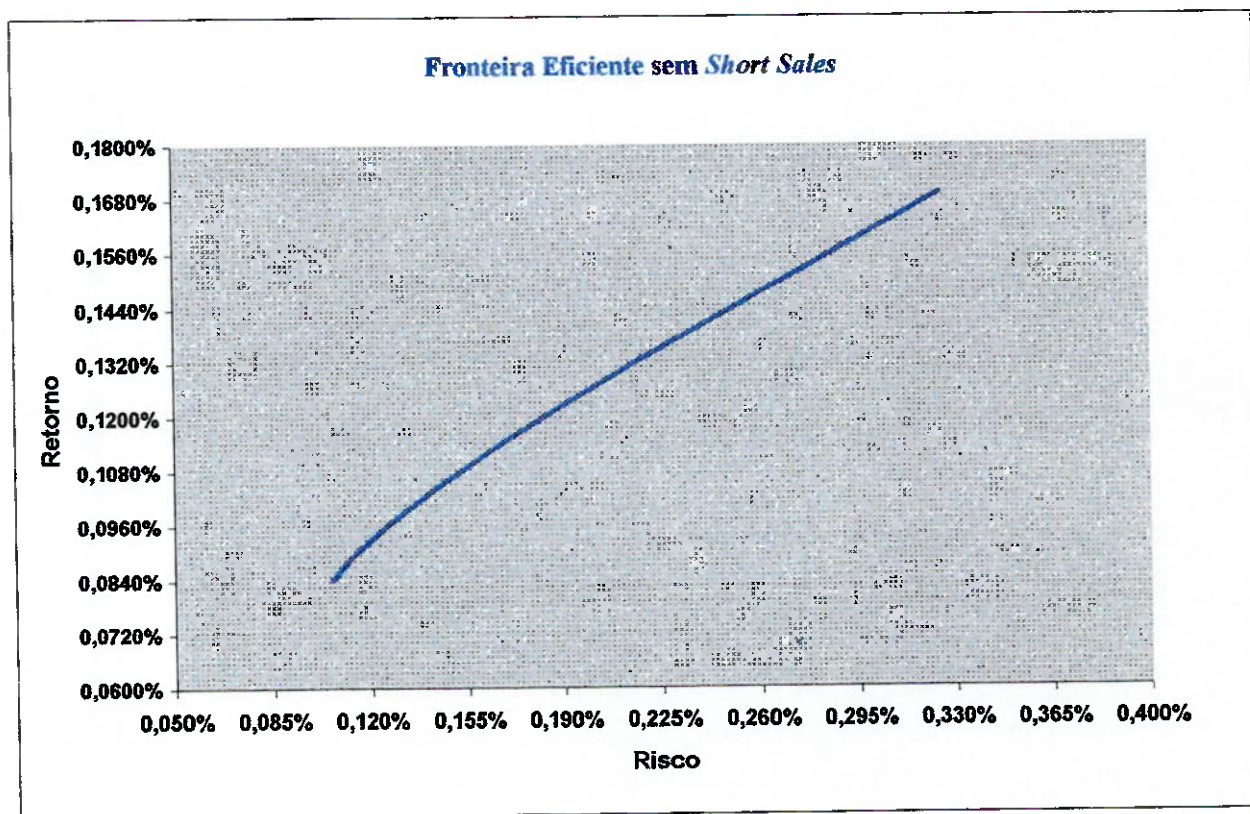
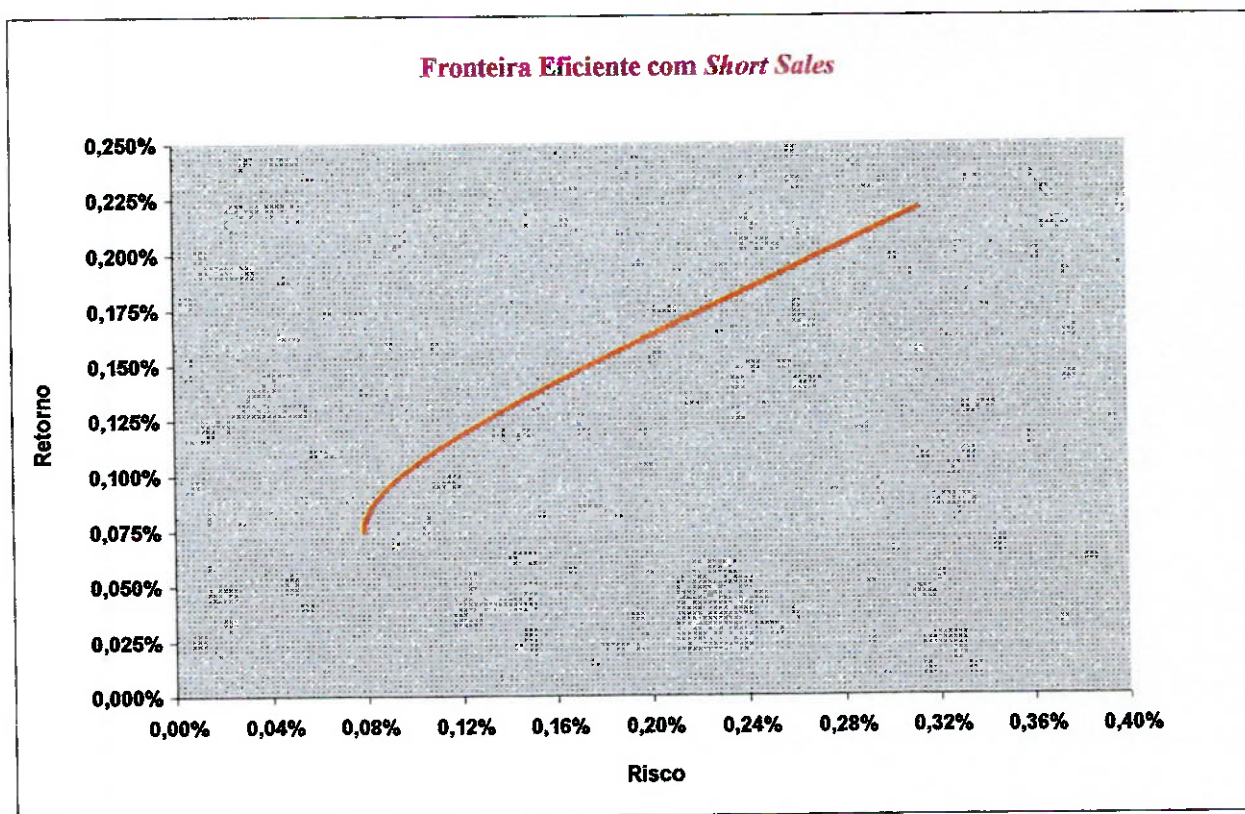


Gráfico 1: Elaborado pelo Autor

Modelo de Otimização de um Portfólio de Brades - Posições "Short" Permitidas

Data: 02-Mar-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,16% a.d.

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,19% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,11%	0,61%	0,171	6,97%	0,01%
IDU	0,08%	0,11%	0,795	116,33%	0,10%
EI	0,17%	0,32%	0,521	71,54%	0,12%
DISCOUNT	0,10%	0,26%	0,370	-63,53%	-0,06%
PAR	0,01%	0,54%	0,024	-31,31%	0,00%
Total:				100,00%	0,16%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,80%
Risco Semana	0,43%

Quadro 2: Elaborado pelo Autor

Modelo de Otimização de um Portfólio de Bradies - Posições "Short" Não Permitidas

Data: 02-Mar-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,16% a.d.

Função Objetivo

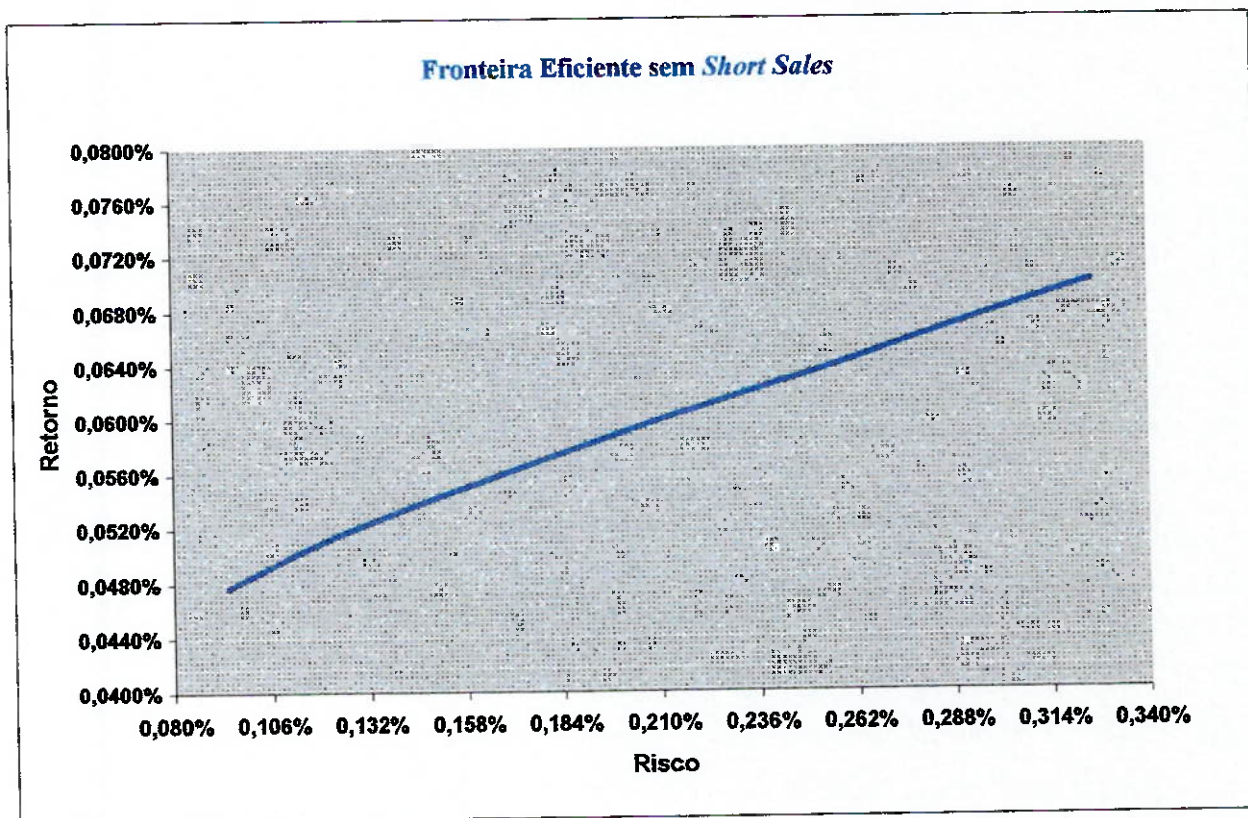
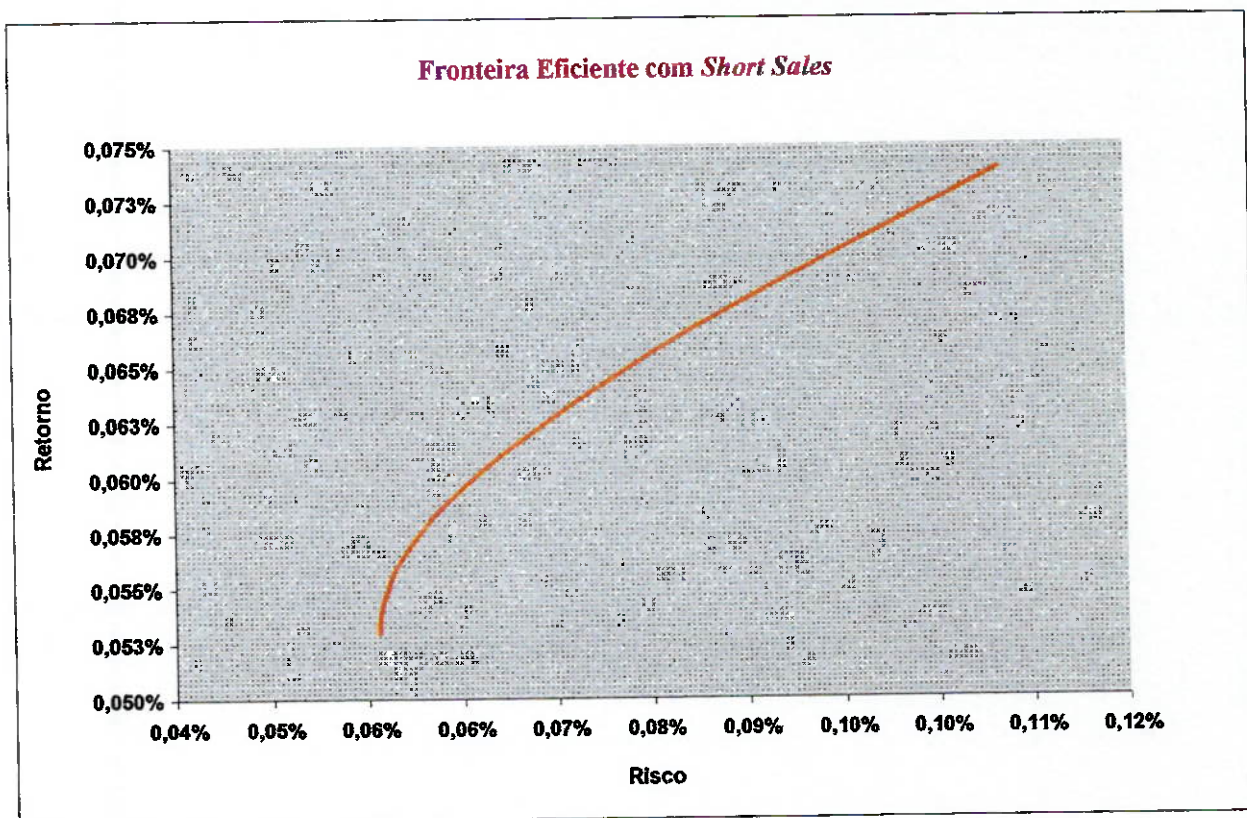
Risco do Portfólio: 0,30% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,11%	0,61%	0,171	0,00%	0,00%
IDU	0,08%	0,11%	0,795	10,80%	0,01%
EI	0,17%	0,32%	0,521	89,20%	0,15%
DISCOUNT	0,10%	0,26%	0,370	0,00%	0,00%
PAR	0,01%	0,54%	0,024	0,00%	0,00%
Total:				100,00%	0,16%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,80%
Risco Semana	0,66%

Quadro 1: Elaborado pelo Autor



Modelo de Otimização de um Portfólio de Brades - Posições "Short" Permitidas

Data: 09-Mar-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,06% a.d.

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,06% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,04%	0,61%	0,065	-8,79%	0,00%
IDU	0,05%	0,09%	0,505	107,04%	0,05%
EI	0,07%	0,33%	0,215	24,04%	0,02%
DISCOUNT	0,05%	0,29%	0,172	-9,94%	0,00%
PAR	0,00%	0,65%	-0,007	-12,35%	0,00%
Total:				100,00%	0,06%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,30%
Risco Semana	0,15%

Modelo de Otimização de um Portfólio de Bradies - Posições "Short" Não Permitidas

Data: 09-Mar-98

Retorno Esperado para o Portfólio:	0,06% a.d.
------------------------------------	------------

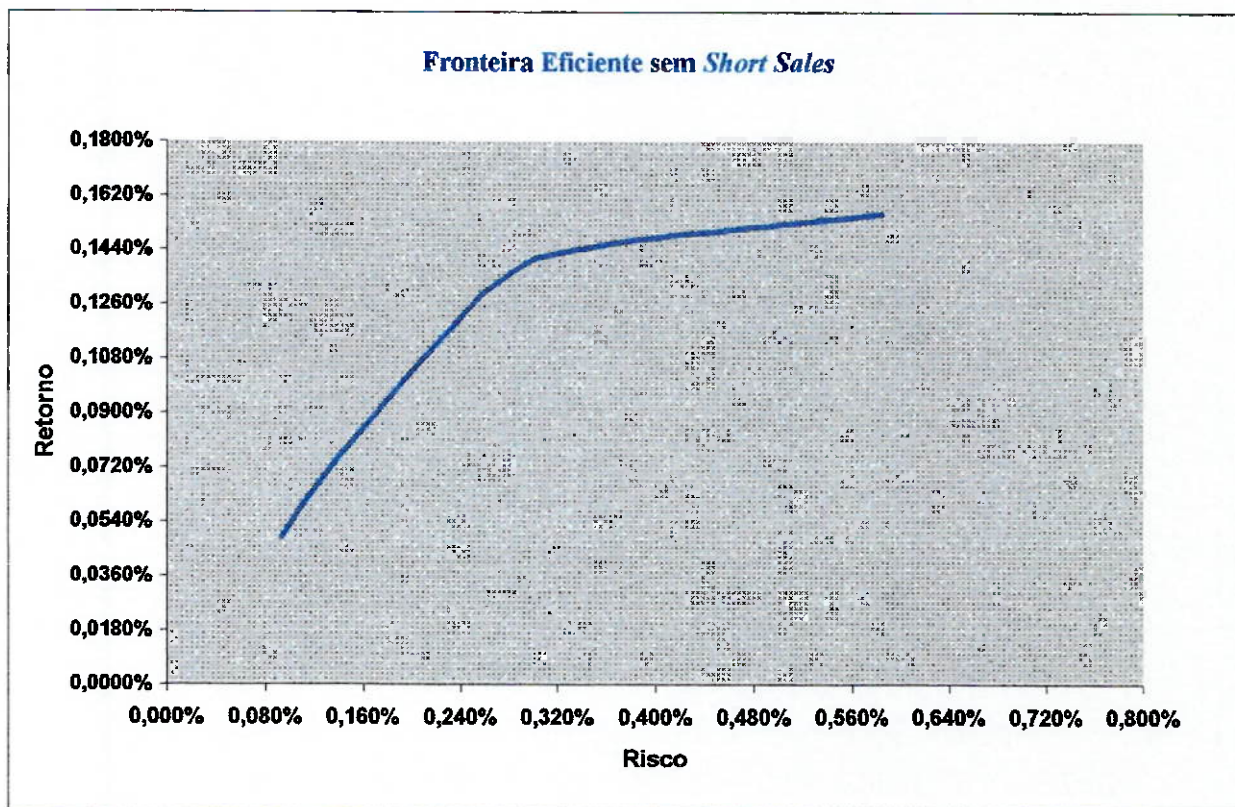
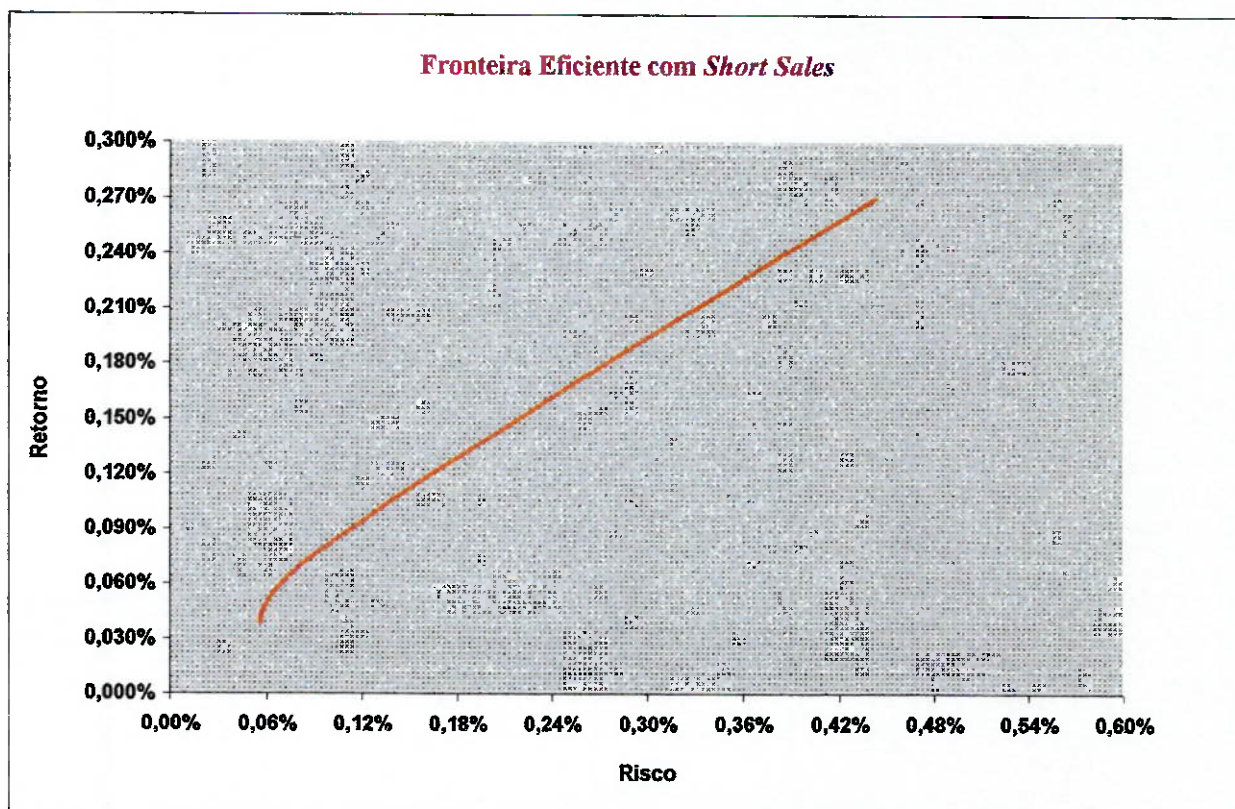
Função Objetivo

Risco do Portfólio:	0,21% a.d.
---------------------	------------

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,04%	0,61%	0,065	0,00%	0,00%
IDU	0,05%	0,09%	0,505	44,74%	0,02%
EI	0,07%	0,33%	0,215	55,26%	0,04%
DISCOUNT	0,05%	0,29%	0,172	0,00%	0,00%
PAR	0,00%	0,65%	-0,007	0,00%	0,00%
Total:				100,00%	0,06%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,30%
Risco Semana	0,47%



Modelo de Otimização de um Portfólio de Bradies - Posições "Short" Não Permitidas

Data: 16-Mar-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,20% a.d.

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,58% a.d.

Sem solução

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,16%	0,58%	0,267	100,00%	0,16%
IDU	0,05%	0,09%	0,525	0,00%	0,00%
EI	0,13%	0,27%	0,491	0,00%	0,00%
DISCOUNT	0,14%	0,32%	0,451	0,00%	0,00%
PAR	0,09%	0,65%	0,142	0,00%	0,00%
Total:				100,00%	0,16%

Valores Semanais

Retorno Semana	1,00%
Risco Semana	1,31%

Quadro 5: Elaborado pelo Autor

Modelo de Otimização de um Portfólio de Bradies - Posições "Short" Permitidas

Data: 16-Mar-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,20% a.d.

Função Objetivo

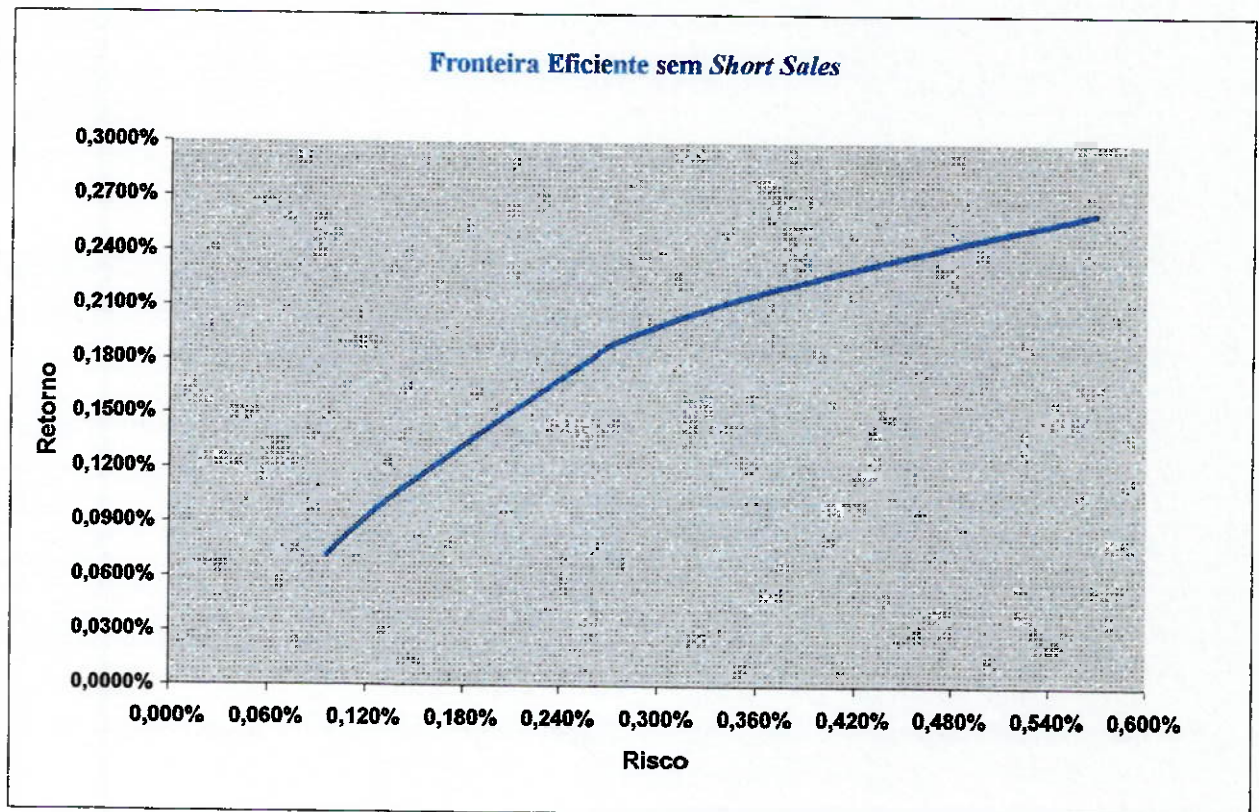
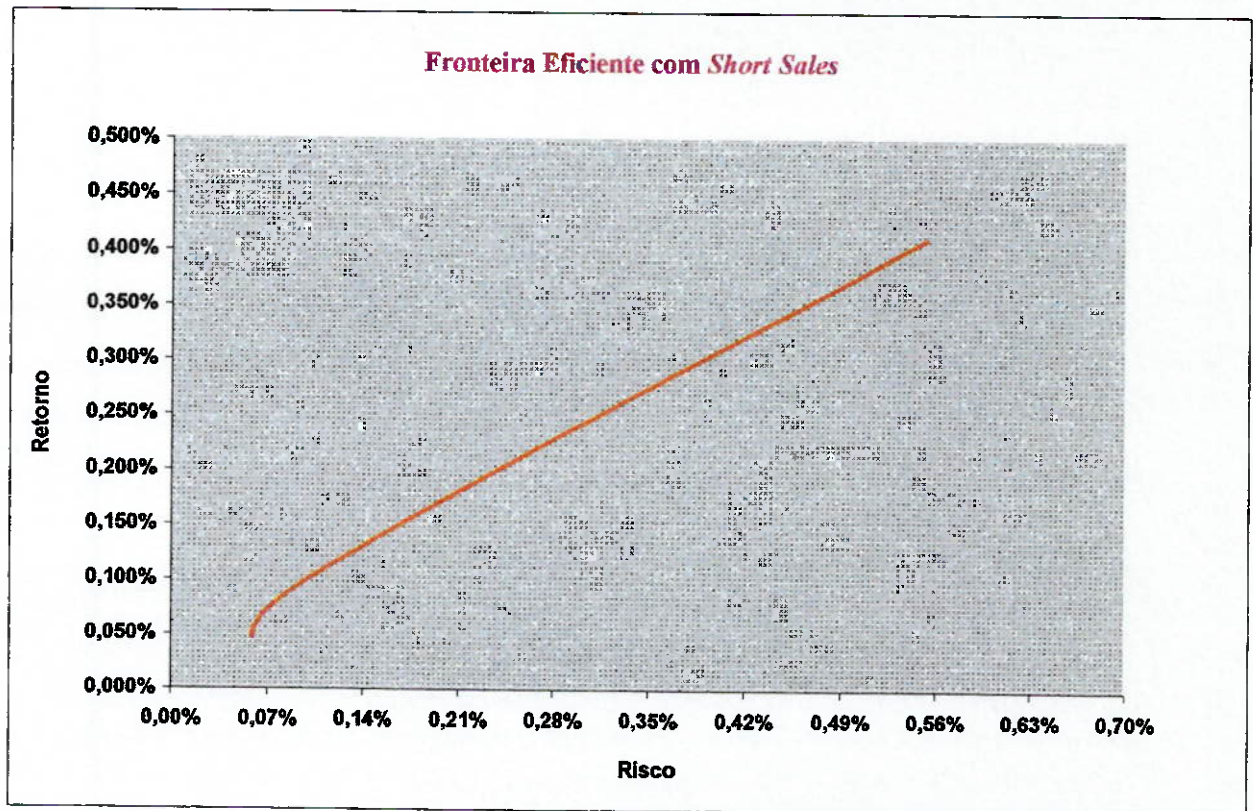
Risco do Portfólio: 0,31% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,16%	0,58%	0,267	12,05%	0,02%
IDU	0,05%	0,09%	0,525	-40,98%	-0,02%
EI	0,13%	0,27%	0,491	124,72%	0,16%
DISCOUNT	0,14%	0,32%	0,451	65,91%	0,09%
PAR	0,09%	0,65%	0,142	-61,70%	-0,06%
Total:				100,00%	0,20%

Valores Semanais

Retorno Semana	1,00%
Risco Semana	0,69%

Quadro 6: Elaborado pelo Autor



Modelo de Otimização de um Portfólio de Bradies - Posições "Short" Não Permitidas

Data: 23-Mar-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,13% a.d.

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,18% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,26%	0,57%	0,460	0,00%	0,00%
IDU	0,07%	0,10%	0,748	53,12%	0,04%
EI	0,19%	0,29%	0,670	34,13%	0,07%
DISCOUNT	0,20%	0,33%	0,601	12,75%	0,03%
PAR	0,15%	0,63%	0,241	0,00%	0,00%
Total:				100,00%	0,13%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,65%
Risco Semana	0,39%

Quadro 7: Elaborado pelo Autor

Modelo de Otimização de um Portfólio de Brades - Posições "Short" Permitidas

Data: 23-Mar-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,13% a.d.

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,14% a.d.

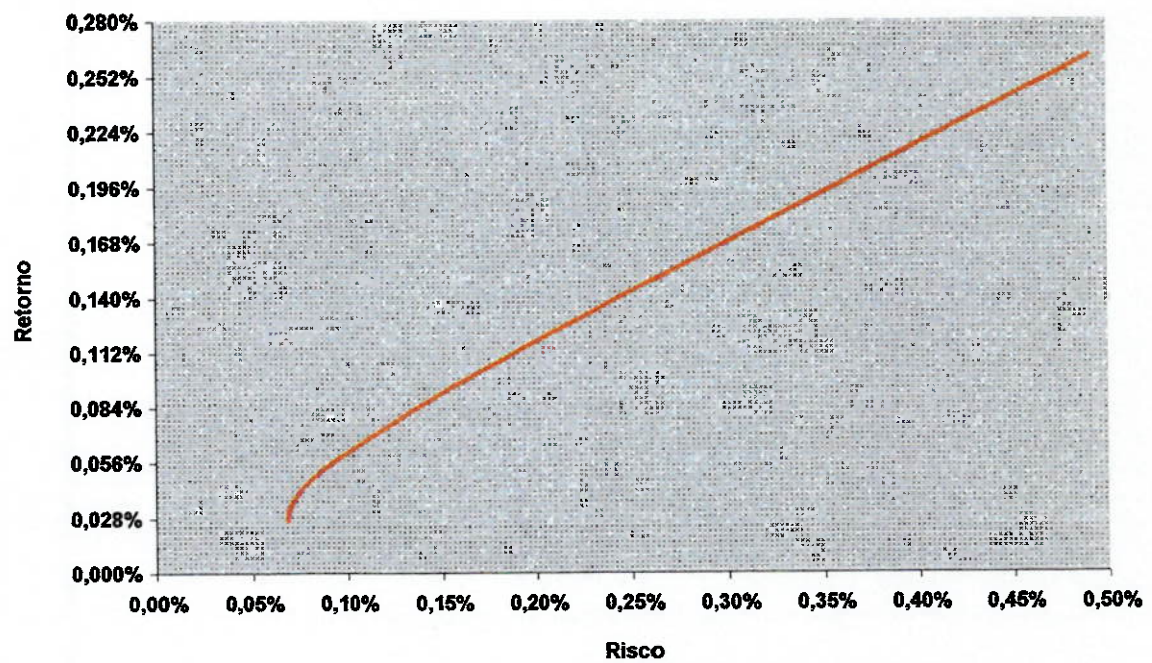
Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,26%	0,57%	0,460	7,95%	0,02%
IDU	0,07%	0,10%	0,748	67,36%	0,05%
EI	0,19%	0,29%	0,670	26,76%	0,05%
DISCOUNT	0,20%	0,33%	0,601	24,41%	0,05%
PAR	0,15%	0,63%	0,241	-26,47%	-0,04%
Total:				100,00%	0,13%

Valores Semanais

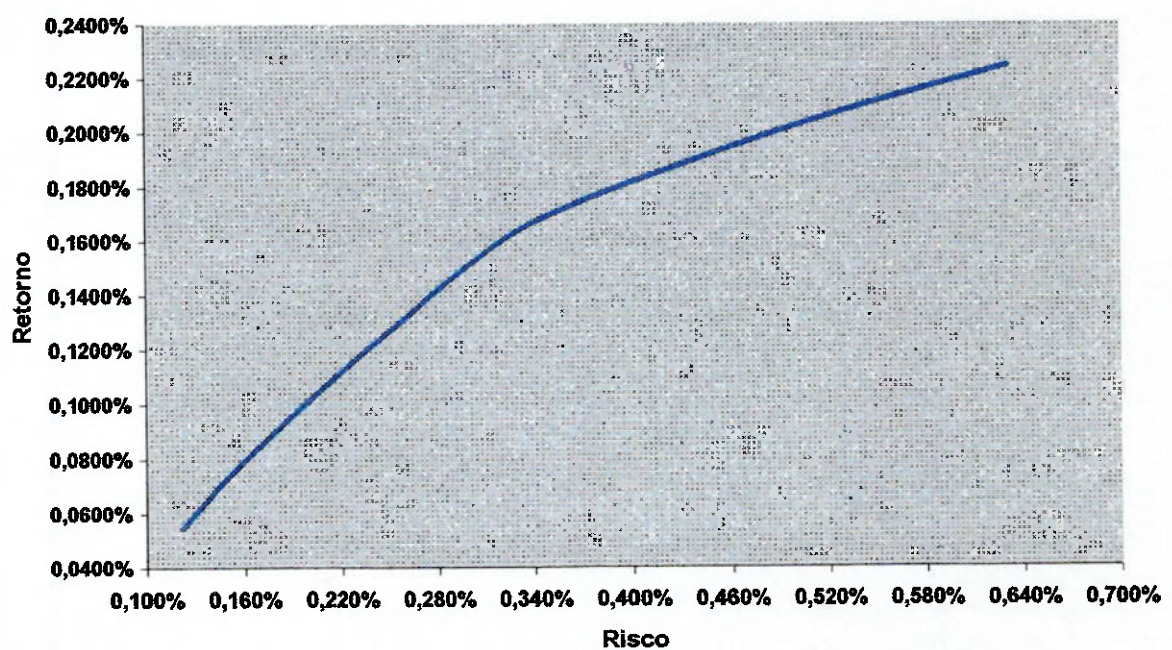
Retorno Semana	0,65%
Risco Semana	0,31%

Quadro 8: Elaborado pelo Autor

Fronteira Eficiente com Short Sales



Fronteira Eficiente sem Short Sales



Modelo de Otimização de um Portfólio de Brades - Posições "Short" Não Permitidas

Data: 30-Mar-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,10% a.d.

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,20% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,22%	0,63%	0,355	0,00%	0,00%
IDU	0,05%	0,12%	0,449	58,05%	0,03%
EI	0,16%	0,33%	0,485	24,81%	0,04%
DISCOUNT	0,17%	0,36%	0,461	17,13%	0,03%
PAR	0,14%	0,60%	0,224	0,00%	0,00%
Total:				100,00%	0,10%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,50%
Risco Semana	0,44%

Quadro 9: Elaborado pelo Autor

Modelo de Otimização de um Portfólio de Brades - Posições "Short" Permitidas

Data: 30-Mar-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,10% a.d.

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,17% a.d.

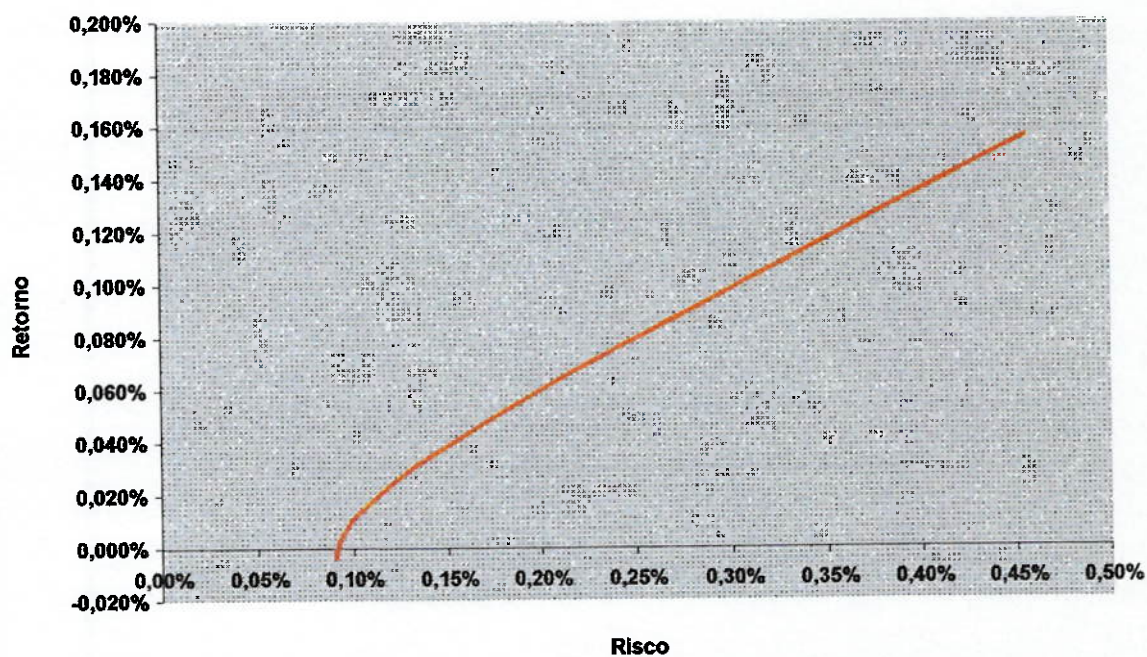
Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,22%	0,63%	0,355	-8,51%	-0,02%
IDU	0,05%	0,12%	0,449	58,56%	0,03%
EI	0,16%	0,33%	0,485	39,03%	0,06%
DISCOUNT	0,17%	0,36%	0,461	31,21%	0,05%
PAR	0,14%	0,60%	0,224	-20,29%	-0,03%
Total:				100,00%	0,10%

Valores Semanais

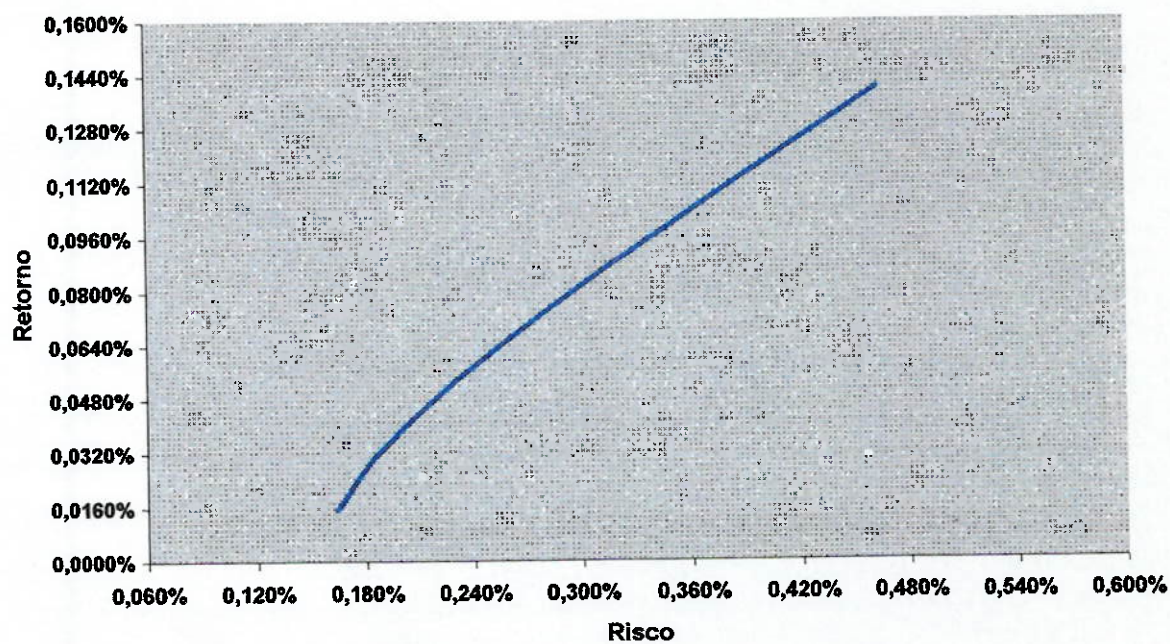
Retorno Semana	0,50%
Risco Semana	0,37%

Quadro 10: Elaborado pelo Autor

Fronteira Eficiente com *Short Sales*



Fronteira Eficiente sem *Short Sales*



Modelo de Otimização de um Portfólio de Brades - Posições "Short" Não Permitidas

Data: 06-Abr-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,08% a.d.

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,30% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,13%	0,65%	0,206	0,00%	0,00%
IDU	0,02%	0,16%	0,093	48,18%	0,01%
EI	0,03%	0,49%	0,065	0,00%	0,00%
DISCOUNT	0,02%	0,50%	0,047	0,00%	0,00%
PAR	0,14%	0,46%	0,303	51,82%	0,07%
Total:				100,00%	0,08%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,40%
Risco Semana	0,66%

Quadro 11: Elaborado pelo Autor

Modelo de Otimização de um Portfólio de Brades - Posições "Short" Permitidas

Data: 06-Abr-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,08% a.d.

Função Objetivo

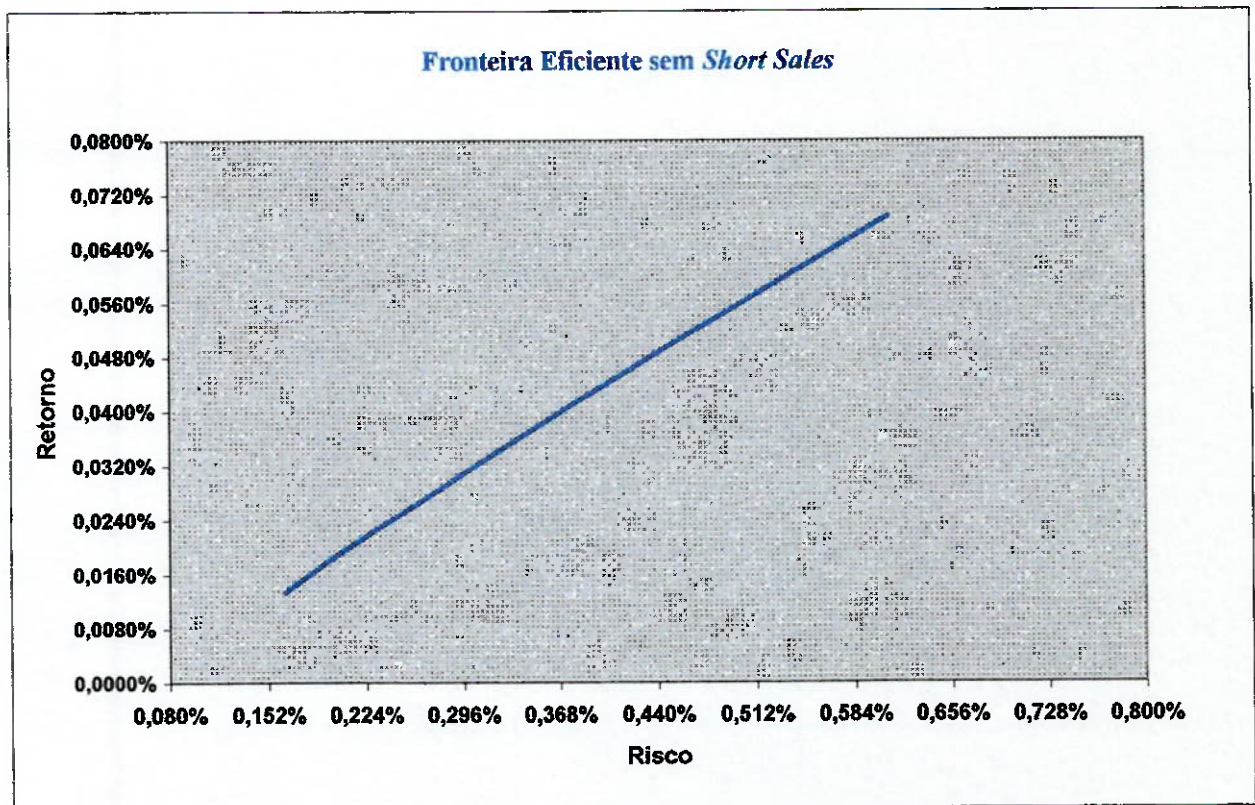
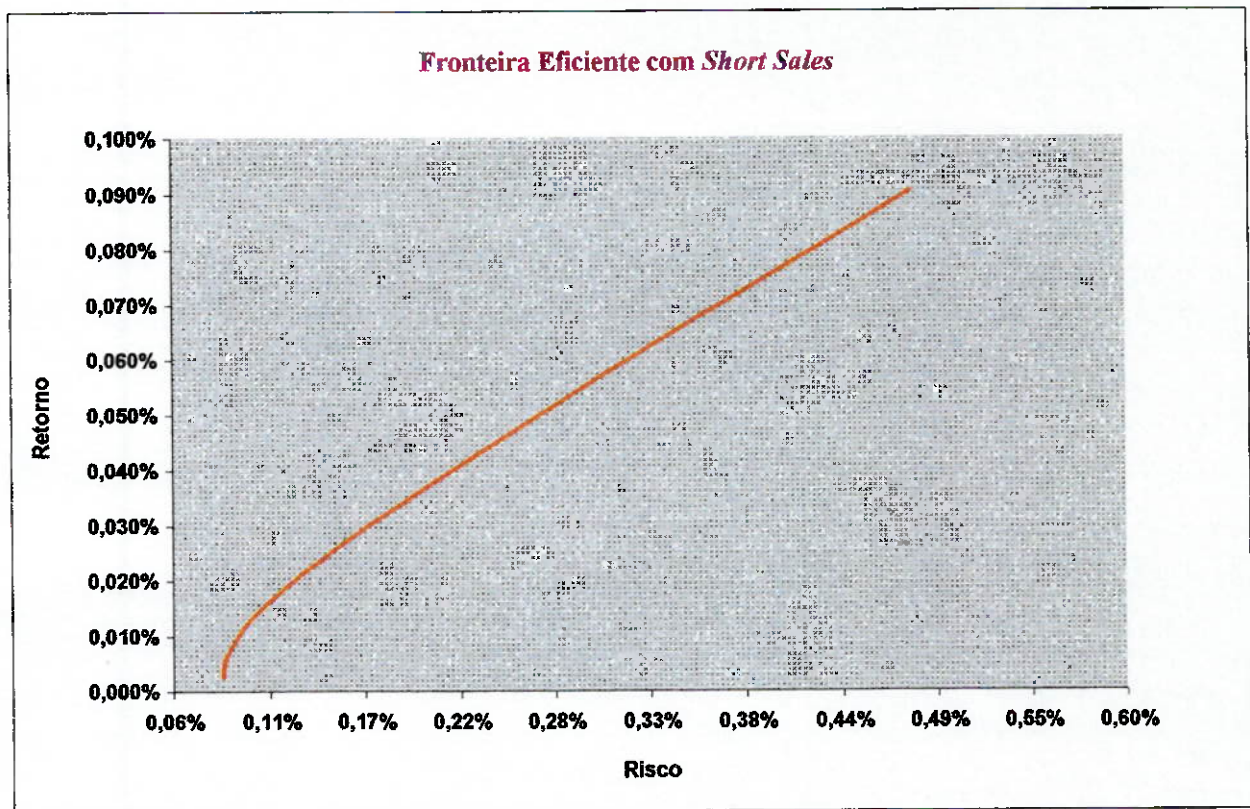
Risco do Portfólio: 0,25% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,13%	0,65%	0,206	3,92%	0,01%
IDU	0,02%	0,16%	0,093	89,45%	0,01%
EI	0,03%	0,49%	0,065	0,79%	0,00%
DISCOUNT	0,02%	0,50%	0,047	-45,18%	-0,01%
PAR	0,14%	0,46%	0,303	51,01%	0,07%
Total:				100,00%	0,08%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,40%
Risco Semana	0,56%

Quadro 12: Elaborado pelo Autor



Modelo de Otimização de um Portfólio de Bradies - Posições "Short" Não Permitidas

Data: 13-Abr-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,06% a.d.

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,53% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,07%	0,61%	0,113	84,00%	0,06%
IDU	0,01%	0,16%	0,082	16,00%	0,00%
EI	0,04%	0,51%	0,076	0,00%	0,00%
DISCOUNT	0,01%	0,48%	0,019	0,00%	0,00%
PAR	0,02%	0,36%	0,044	0,00%	0,00%
Total:				100,00%	0,06%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,30%
Risco Semana	1,20%

Quadro 13: Elaborado pelo Autor

Modelo de Otimização de um Portfólio de Brades - Posições "Short" Permitidas

Data: 13-Abr-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,06% a.d.

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,32% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	0,07%	0,61%	0,113	65,68%	0,05%
IDU	0,01%	0,16%	0,082	175,09%	0,02%
EI	0,04%	0,51%	0,076	25,34%	0,01%
DISCOUNT	0,01%	0,48%	0,019	-115,85%	-0,01%
PAR	0,02%	0,36%	0,044	-50,25%	-0,01%
Total:				100,00%	0,06%

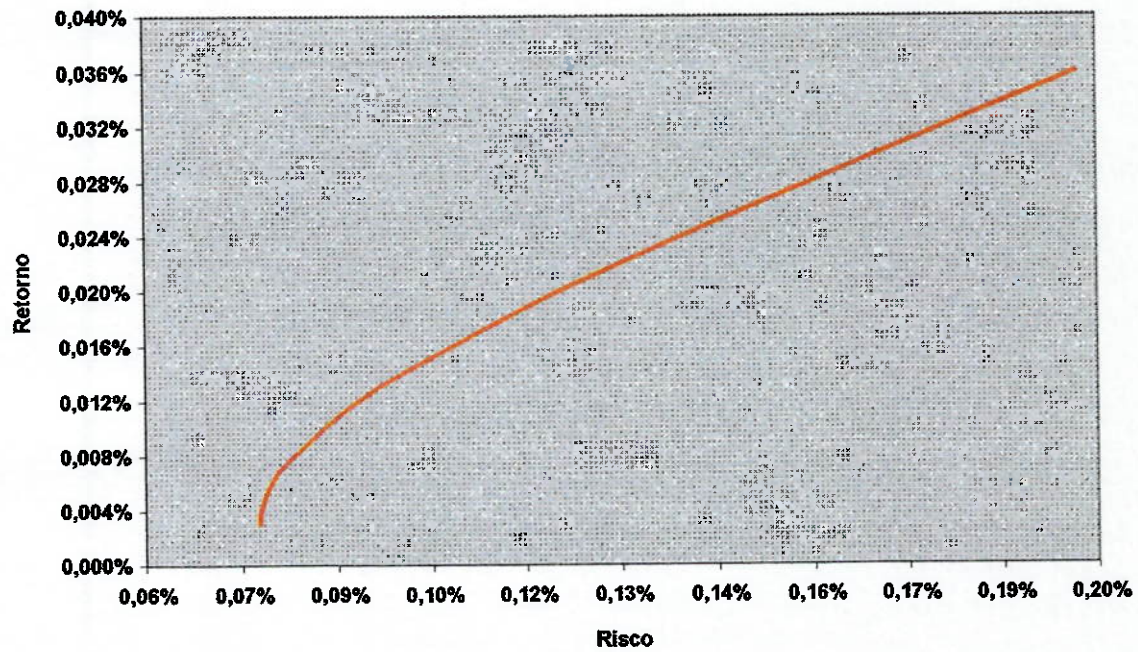
Valores Semanais

Retorno Semana	0,30%
Risco Semana	0,71%

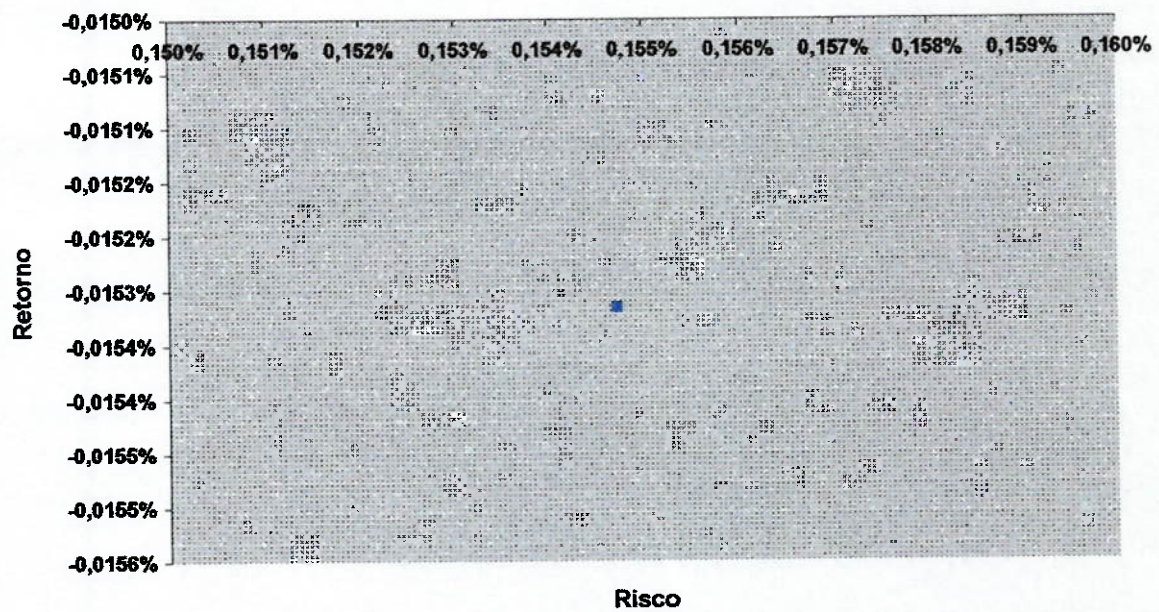
Quadro 14: Elaborado pelo Autor

Semana: 20/04/98 a 24/04/98

Fronteira Eficiente com *Short Sales*



Fronteira Eficiente sem *Short Sales*



Modelo de Otimização de um Portfólio de Bradies - Posições "Short" Não Permitidas

Data: 20-Abr-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,02% a.d.

Sem solução

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,15% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	-0,06%	0,60%	-0,107	0,00%	0,00%
IDU	-0,02%	0,15%	-0,099	100,00%	-0,02%
EI	-0,05%	0,47%	-0,114	0,00%	0,00%
DISCOUNT	-0,07%	0,45%	-0,147	0,00%	0,00%
PAR	-0,04%	0,45%	-0,096	0,00%	0,00%
Total:				100,00%	-0,02%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,10%
Risco Semana	0,35%

Quadro 15: Elaborado pelo Autor

Modelo de Otimização de um Portfólio de Brades - Posições "Short" Permitidas

Data: 20-Abr-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,02% a.d.

Função Objetivo

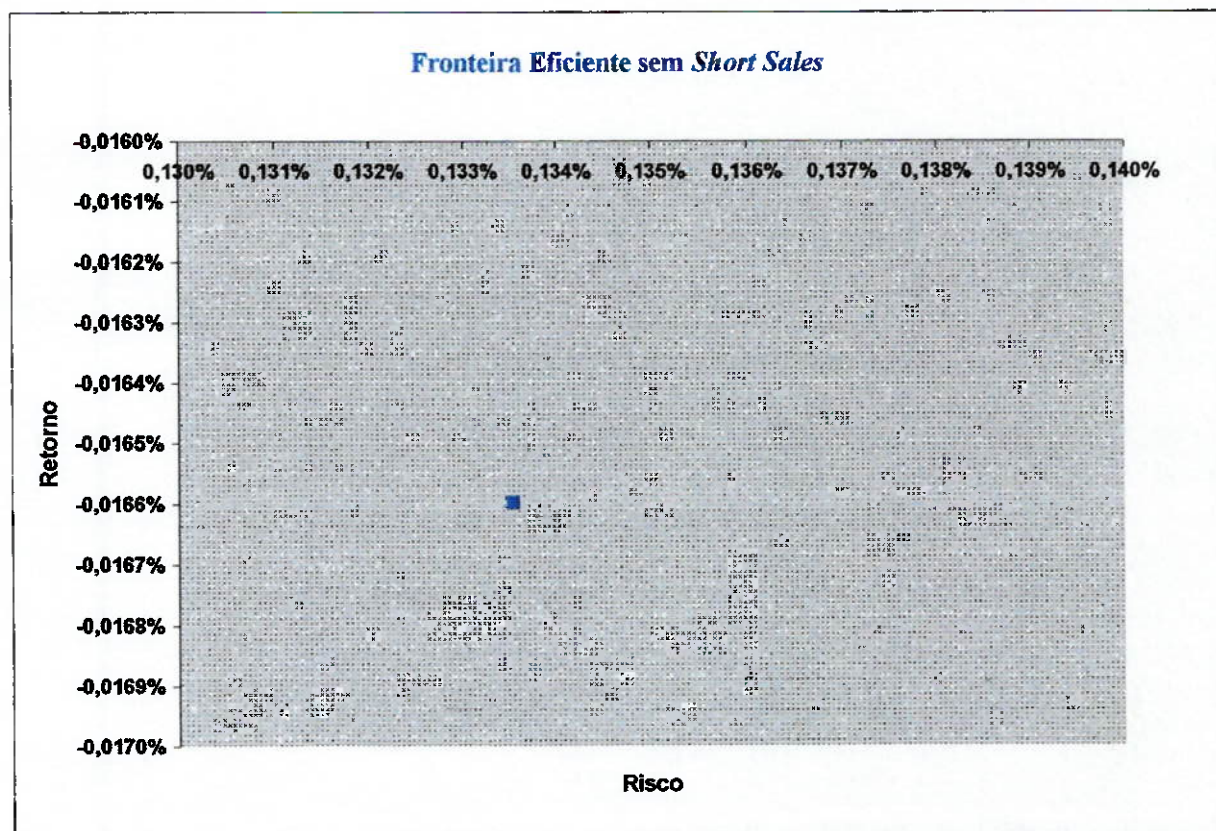
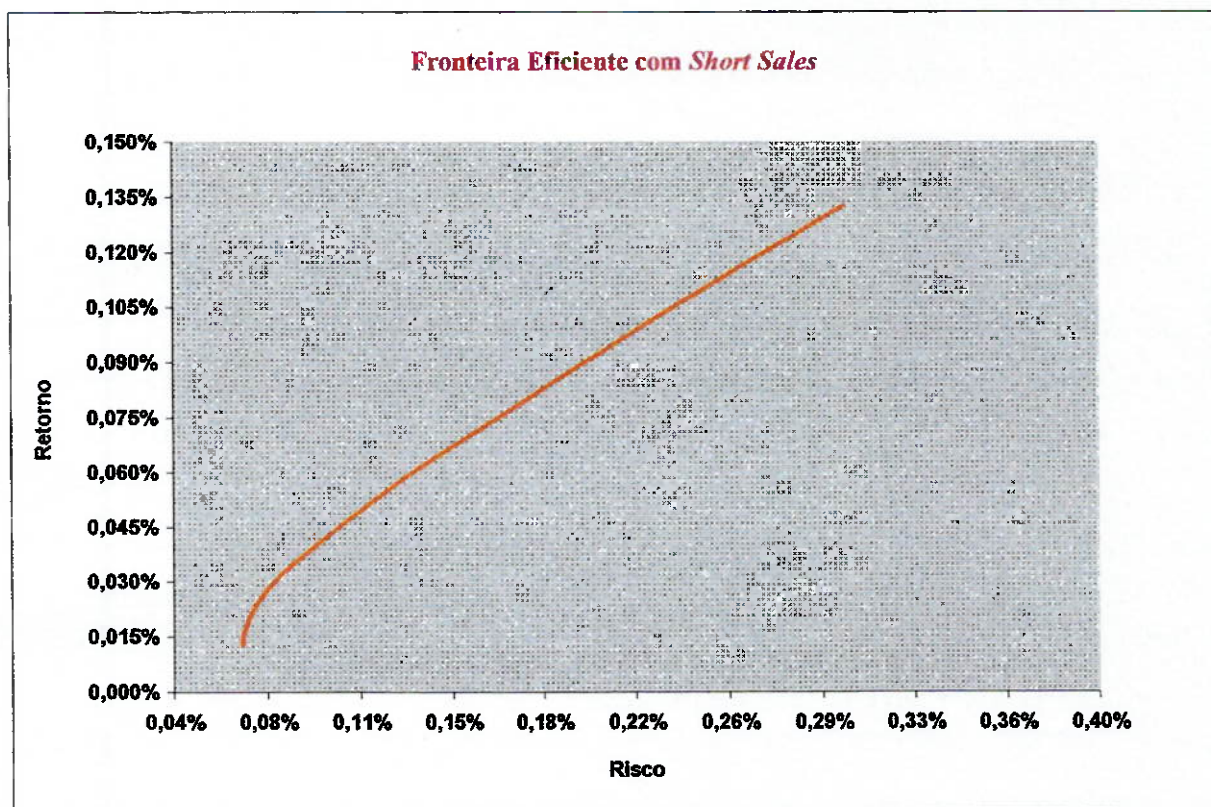
Risco do Portfólio: 0,12% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	-0,06%	0,60%	-0,107	-10,55%	0,01%
IDU	-0,02%	0,15%	-0,099	176,85%	-0,03%
EI	-0,05%	0,47%	-0,114	-2,62%	0,00%
DISCOUNT	-0,07%	0,45%	-0,147	-51,15%	0,03%
PAR	-0,04%	0,45%	-0,096	-12,52%	0,01%
Total:				100,00%	0,02%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,10%
Risco Semana	0,27%

Quadro 16: Elaborado pelo Autor



Modelo de Otimização de um Portfólio de Bradies - Posições "Short" Não Permitidas

Data: 27-Abr-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,08% a.d.

Sem Solução

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,13% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	-0,11%	0,47%	-0,231	-1,22%	0,00%
IDU	-0,02%	0,13%	-0,124	200,70%	-0,03%
EI	-0,07%	0,44%	-0,158	16,45%	-0,01%
DISCOUNT	-0,11%	0,42%	-0,263	-91,25%	0,10%
PAR	-0,09%	0,38%	-0,242	-24,67%	0,02%
Total:				100,00%	0,08%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,40%
Risco Semana	0,30%

Quadro 17: Elaborado pelo Autor

Modelo de Otimização de um Portfólio de Brades - Posições "Short" Permitidas

Data: 27-Abr-98

Retorno Esperado para o Portfólio: 0,08% a.d.

Função Objetivo

Risco do Portfólio: 0,18% a.d.

Papel	Retorno Médio Diário	Volatilidade Diária	Retorno/Risco	Peso no Portfólio	Retorno x Peso
CBOND	-0,11%	0,47%	-0,231	-1,22%	0,00%
IDU	-0,02%	0,13%	-0,124	200,70%	-0,03%
EI	-0,07%	0,44%	-0,158	16,45%	-0,01%
DISCOUNT	-0,11%	0,42%	-0,263	-91,25%	0,10%
PAR	-0,09%	0,38%	-0,242	-24,67%	0,02%
Total:				100,00%	0,08%

Valores Semanais

Retorno Semana	0,40%
Risco Semana	0,40%

Quadro 18: Elaborado pelo Autor