

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

Ricardo Yudi Takahashi

**Projeto de Diferencial Eletrônico em Protótipo Elétrico do
tipo Fórmula com Controle por Modos Deslizantes**

São Carlos

2025

Ricardo Yudi Takahashi

Projeto de Diferencial Eletrônico em Protótipo Elétrico do tipo Fórmula com Controle por Modos Deslizantes

Monografia apresentada ao Curso de Curso de Engenharia Elétrica com Ênfase em Sistemas de Energia e Automação, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Eletricista.

Orientadora: Profa. Dra. Máira Martins da Silva

**São Carlos
2025**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

T136p	<p>Takahashi, Ricardo Yudi</p> <p>Projeto de Diferencial Eletrônico em Protótipo Elétrico do tipo Fórmula com Controle por Modos Deslizantes / Ricardo Yudi Takahashi; orientadora Maíra Martins da Silva. São Carlos, 2025.</p> <p>Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com ênfase em Sistemas de Energia e Automação) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2025.</p> <p>1. Diferencial Eletrônico. 2. Carros Elétricos. 3. Controle Robusto. 4. Fórmula SAE. I. Título.</p>
-------	--

FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: Ricardo Yudi Takahashi

Título: “Projeto de Diferencial Eletrônico em Protótipo Elétrico do tipo Fórmula com Controle por Modos Deslizantes”

**Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado
em 27 / 06 / 2025 ,**

**com NOTA ^{9,5} (nove , cinco), pela Comissão
Julgadora:**

**Profa. Associada Máira Martins da Silva - Orientadora
SEM/EESC/USP**

Prof. Dr. Marcos Rogério Fernandes - SEL/EESC/USP

Prof. Dr. Roberto Bortolussi - FATEC Santo André

**Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:
Professor Associado José Carlos de Melo Vieira Júnior**

*Aos meus pais Edson e Simone, como um reflexo de uma criação com afeto e intenção -
merecem toda a ventura deste mundo.*

AGRADECIMENTOS

Pela minha família, Edson, Simone e Erika, que me permitiram a realização de um sonho, não apenas da formação em Engenharia Elétrica, mas na vivência de uma experiência pessoal e profissional tão única que é a Escola de Engenharia de São Carlos. Que, diante de 23 anos de vida, muitas escolhas e decisões, todas levaram a este momento que me permite não somente me tornar um Engenheiro, mas tê-lo feito livre de muitos receios e angústias que eu pudera ter, podendo me dedicar integralmente ao meu desenvolvimento.

Pelos meus amigos de São Carlos, que viveram muito do que trago aqui de perto e presenciaram todos os aprendizados e desafios que tive, ano após ano.

Pelos meus amigos de Maringá, que não estiveram de perto fisicamente, mas ouviram todas minhas vivências e experiências que tive por aqui - ouviram com tanto cuidado que os sentia por perto, mesmo de longe.

Pela prof^a Maíra, que não somente me orientou neste trabalho como me permitiu explorar muito mais do propósito de uma faculdade de engenharia.

Por todos que, junto a esse grupo de pessoas, me inspiraram a me tornar quem sou hoje e quem quero ser amanhã. Sei que tenho grandes privilégios, todos graças às pessoas em minha volta. Obrigado pela companhia, obrigado por me permitir entender um pouco mais sobre o bom da vida. Espero retribuir a todos em minha volta para perpetuar esse ciclo de inspirações.

“ Se o que eu sou é também o que eu escolhi ser, aceito a condição.”

Rodrigo Amarante

RESUMO

TAKAHASHI, R. **Projeto de Diferencial Eletrônico em Protótipo Elétrico do tipo Fórmula com Controle por Modos Deslizantes**. 2025. 78 p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2025.

Este trabalho aborda o projeto e a simulação de um diferencial eletrônico para um protótipo Fórmula SAE com dois motores traseiros independentes, visando otimizar a performance dinâmica. A metodologia emprega o "Modelo de Bicicleta" para a dinâmica veicular e utiliza o Controle por Modos Deslizantes (SMC), uma técnica robusta, para gerar um momento de guinada corretivo (M_z). Este momento, calculado a partir do erro entre a taxa de guinada real e a ideal, é traduzido em comandos de torque individuais para cada motor, implementando a vetorização de torque. Resultados de simulação no software *IPG Carmaker* validaram a estratégia, demonstrando uma redução expressiva no erro da taxa de guinada e um aumento na aceleração lateral máxima do veículo. Conclui-se que o diferencial eletrônico com SMC é uma abordagem eficaz para aprimorar a manobrabilidade e o desempenho do protótipo, estabelecendo uma base para futuros desenvolvimentos de controle veicular.

Palavras-chave: Diferencial Eletrônico, Carros Elétricos, Controle Robusto, Fórmula SAE, Trabalho de Conclusão de Curso (TCC).

ABSTRACT

TAKAHASHI, R. Design of Electronic Differential on an Electric Formula Student Prototype with Sliding Mode Control. 2025. 78 p. Monograph (Conclusion Course Paper) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2025.

This paper presents the design and simulation of an electronic differential for a Formula SAE prototype equipped with two independent rear electric motors, aiming to optimize its dynamic performance. The methodology employs the 'Bicycle Model' for vehicle dynamics and utilizes Sliding Mode Control (SMC), a robust control technique, to generate a corrective yaw moment (M_z). This moment, calculated from the error between the actual and ideal yaw rate, is then translated into individual torque commands for each motor, implementing torque vectoring. Simulation results in the IPG Carmaker software validated the strategy, showcasing a significant reduction in the yaw rate tracking error and an increase in the vehicle's maximum lateral acceleration. It is concluded that the electronic differential with SMC is an effective approach to enhance the prototype's maneuverability and performance, establishing a solid foundation for future vehicle control developments.

Keywords: Electronic Differential, Electric Cars, Robust Control, Formula SAE.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Venda global de carros elétricos , 2014 - 2024.	25
Figura 2 – Equipe EESC-USP Tupã na 20 ^a Competição Fórmula SAE Brasil. . . .	29
Figura 3 – <i>Framework</i> iterativo de desenvolvimento de projeto de engenharia na Fórmula SAE.	30
Figura 4 – Protótipo T-08, em testes no campus USP São Carlos.	31
Figura 5 – Empacotamento da traseira do T-08, onde está localizado o sistema trativo.	31
Figura 6 – Esquemático dos principais componentes elétricos do projeto T08. . . .	32
Figura 7 – Imagem do motor ME0913.	32
Figura 8 – Imagem do Inversor KHB12401.	34
Figura 9 – Imagem de um conjunto de células (14s1p).	34
Figura 10 – Eixo de coordenadas utilizado.	37
Figura 11 – Representação do modelo de bicicleta.	38
Figura 12 – Curva em um modelo de bicicleta.	41
Figura 13 – Análise dos autovalores do modelo de bicicleta para diferentes condições: <i>Understeer</i> , <i>Neutral Steer</i> e <i>Oversteer</i>	42
Figura 14 – Vista explodida de um diferencial mecânico projetado para competição de Fórmula SAE.	43
Figura 15 – Visualização do carro em Baixa Velocidade.	44
Figura 16 – Criação de um momento M_z por variação de força de tração nas rodas traseiras.	47
Figura 17 – Datasheet do mapa de performance do ME0913 em função do torque. .	48
Figura 18 – Mapa de Torque x RPM para o motor EMRAX 188HV LC.	49
Figura 19 – Diagrama Geral do Diferencial Eletrônico	51
Figura 20 – Diagrama de blocos do controlador SMC	54
Figura 21 – Envio e alteração do sinal de torque	56
Figura 22 – Interface de comunicação da área de Powertrain com o software <i>IPG</i> <i>Carmaker</i>	60
Figura 23 – Implementação do diferencial eletrônico no <i>Simulink</i>	60
Figura 24 – Vista aérea da pista simulada no <i>IPG Carmaker</i>	61
Figura 25 – Comparação de <i>Yaw Rate</i> ideal e real sem Diferencial Eletrônico	62
Figura 26 – Comparação de <i>Yaw Rate</i> ideal e real com Diferencial Eletrônico	63
Figura 27 – Comparação do erro ao longo da simulação	64
Figura 28 – Aceleração lateral ao longo da simulação. Em vermelho, sem controle; Em azul, com controle.	64
Figura 29 – Efeito do <i>Torque Vectoring</i> no círculo de fricção	65

Figura 30 – Visão do Pré-Controlador.	75
Figura 31 – Visão do Controlador.	75
Figura 32 – Determinação da Lei de Controle u_{eq}	76
Figura 33 – Visão do Pós-Controlador.	76
Figura 34 – Cálculo do ΔT	77
Figura 35 – Cálculo do sinal de torque individual.	77
Figura 36 – Aplicação de saturação no sinal de torque.	78
Figura 37 – Envio do sinal de torque independente para cada motor.	78

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros Elétricos do Motor ME0913.	33
Tabela 2 – Parâmetros Mecânicos do Motor ME0913.	33
Tabela 3 – Principais Parâmetros da Célula de Bateria Melasta SLPB9864159 . .	35
Tabela 4 – Tabela de Variáveis do Modelo de Bicicleta	38
Tabela 5 – Tabela de Variáveis para Baixa Velocidade (Ackermann).	45
Tabela 6 – Tabela de Variáveis para Vetorização de Torque.	47
Tabela 7 – Dados utilizados na simulação para parametrização do carro	61
Tabela 8 – Comparativo de Resultados da Simulação com e sem Diferencial Eletrônico	62

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AWD	All Wheel Drive (Tração Integral)
BMS	Battery Management System (Sistema de Gerenciamento de Bateria)
CM4SL	Carmaker 4 Simulink
DC/DC	Direct Current to Direct Current (Conversor CC-CC)
EESC-USP	Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers (Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos)
IMU	Inertial Measurement Unit (Unidade de Medição Inercial)
IPG	IPG Automotive
Li-Po	Lítio-Polímero
P&D	Pesquisa e Desenvolvimento
PWM	Pulse Width Modulation (Modulação por Largura de Pulso)
RWD	Rear Wheel Drive (Tração Traseira)
SAE	Society of Automotive Engineers
SMC	Sliding Mode Control (Controle por Modos Deslizantes)
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TV	Torque Vectoring (Vetorização de Torque)
USP	Universidade de São Paulo
USPSC	Campus USP de São Carlos

LISTA DE SÍMBOLOS

α_f	Ângulo de deriva da roda dianteira
α_r	Ângulo de deriva da roda traseira
β	Ângulo de deriva do veículo
δ	Ângulo de esterçamento da roda dianteira
δT	Variação de torque de ajuste para vetorização
ΔF_x	Diferença de força longitudinal entre as rodas
ΔT_{motor}	Diferença de torque entre os motores
η	Eficiência da transmissão
λ	Ganho da superfície de deslizamento
μ	Coefficiente de atrito pneu-solo
ω_{roda}	Velocidade angular da roda
ω_{ri}, ω_{ro}	Velocidade angular das rodas interna e externa
$\dot{\psi}$	Velocidade ou taxa de guinada (Yaw Rate)
$\dot{\psi}_{ideal}, \dot{\psi}_{ref}$	Taxa de guinada ideal ou de referência
$\dot{\psi}_{real}$	Taxa de guinada real medida
$\ddot{\psi}$	Aceleração de guinada
A	Matriz de estados do sistema
a_y	Aceleração lateral
B	Matriz de entrada do sistema
C_f, C_r	Rigidez em curva (cornering stiffness) dos eixos dianteiro e traseiro
CoG	Centro de Gravidade (Center of Gravity)
e	Erro entre a taxa de guinada real e a ideal
$F_{x,i}, F_{x,e}$	Força longitudinal nas rodas interna e externa
$F_{x,rl}, F_{x,rr}$	Força longitudinal nas rodas traseira esquerda e direita

$F_{y,f}, F_{y,r}$	Força lateral nos eixos dianteiro e traseiro
G	Relação de transmissão
g	Aceleração da gravidade
I_z	Momento de inércia de guinada do veículo
k	Ganho do controle de chaveamento (SMC)
K_v	Coefficiente de subesterço (Understeer Coefficient)
L	Distância entre eixos (Wheelbase)
L_f, L_r	Distância do CoG aos eixos dianteiro e traseiro
m	Massa total do veículo
M_z	Momento de guinada (Yaw Moment)
$M_{z,add}$	Momento de guinada corretivo adicionado pelo controlador
R	Raio da curva
r_w, r_{roda}	Raio efetivo da roda
s	Superfície de deslizamento
t	Bitola (distância entre as rodas do mesmo eixo)
T_{base}	Torque base solicitado pelo piloto
T_{max}, T_{min}	Torque máximo e mínimo do motor
$T_{motor,i}, T_{motor,e}$	Torque dos motores interno e externo
T_v	Torque de Vetorização
u	Sinal de controle total
u_{eq}, u_d	Controle equivalente e descontínuo (SMC)
V	Função candidata de Lyapunov
V_{CoG}	Velocidade do Centro de Gravidade

SUMÁRIO

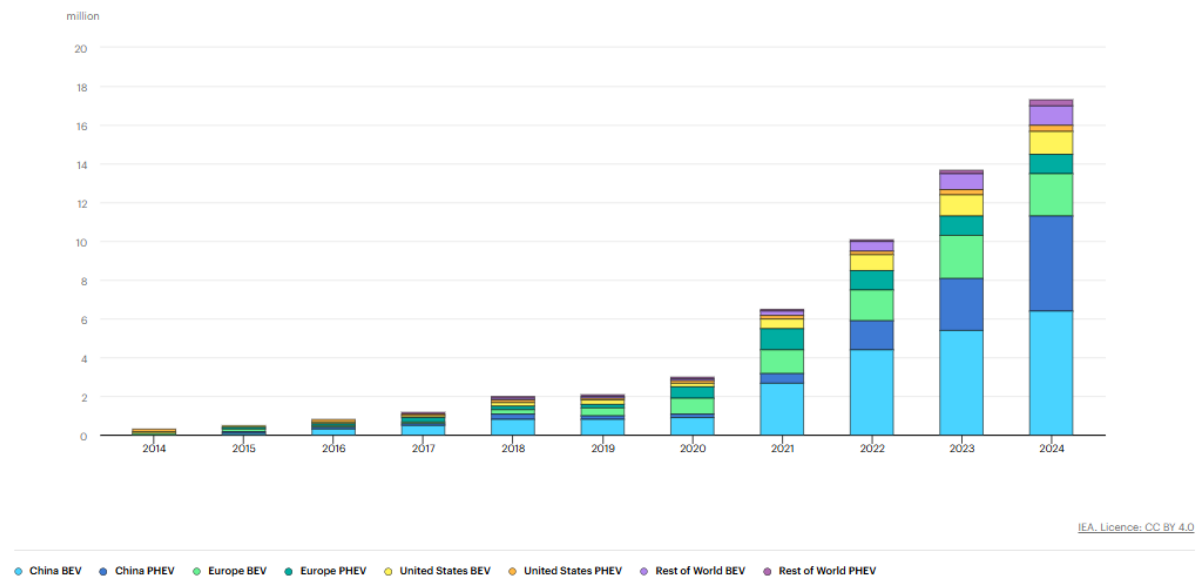
1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Objetivos do Trabalho	26
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	27
2.1	Modelagem do Veículo para Controle de Guinada	27
2.2	Estratégia de Vetorização de Torque	27
3	EESC-USP TUPÃ	29
3.1	A Equipe	29
3.2	O T-08	31
3.2.1	Motor Elétrico - Brushless ME0913	32
3.2.2	Controlador/Inversor - KHB12401	33
3.2.3	Acumulador	34
4	METODOLOGIA	37
4.1	Modelo Dinâmico do carro	37
4.1.1	Comportamento do veículo	40
4.1.2	Análise de estabilidade	42
4.2	Diferencial Eletrônico	43
4.2.1	Controle de velocidade em Malha Aberta	44
4.2.2	Controle de Taxa de Guinada em Malha Fechada	46
5	CONTROLADOR	51
5.1	Pré-Controlador	51
5.1.1	Consideração valores pequenos	52
5.2	Controlador	52
5.2.1	Superfície de Deslizamento	52
5.2.2	Lei de Controle	53
5.2.3	Análise de estabilidade	54
5.3	Pós-Controlador	55
5.3.1	Solicitação de Torque pelo Piloto	55
5.3.2	Cálculo do Diferencial de Torque Motor a partir de M_z	56
5.3.3	Considerações sobre o sinal do esterço	57
5.3.4	Considerações sobre o raio de curva	57
5.3.5	Regra Fórmula SAE EV.3.1.3	57
5.3.6	<i>Anti Windup</i>	57

6	SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL	59
6.1	Implementação com <i>IPG Carmaker</i> e <i>Simulink</i> (CM4SL)	59
6.2	Parametrização do Veículo	60
6.3	Resultados	61
6.3.1	Gráfico de erro	62
6.3.2	Aceleração Lateral	64
6.3.3	Tempo em 2 voltas	65
7	CONCLUSÃO	67
7.1	Conclusões Gerais	67
7.2	Limitações e Desafios	67
7.3	Sugestões de Projetos Futuros	68
	REFERÊNCIAS	71
	ANEXOS	73
	ANEXO A – IMPLEMENTAÇÃO DO DIFERENCIAL ELETRÔNICO NO CM4SL	75

1 INTRODUÇÃO

Apesar do primeiro carro elétrico ter sido desenvolvido no ano de 1888, o *Flocken Elektrowagen*, foi somente no século XXI em que a sua adoção se tornou atraente para o mercado global. Com expansão marcada pelos modelos da empresa *Tesla, Inc.*, há atualmente competitividade no segmento com empresas como *BYD*, *Wuling* e *BMW* (International Energy Agency, 2025), principalmente devido ao avanço científico e tecnológico no segmento de células de baterias, eletrônica e controle para tornar os carros acessíveis e eficientes ao público.

Figura 1 – Venda global de carros elétricos , 2014 - 2024.



Fonte: (International Energy Agency, 2025)

Em sinergia com a inovação, de modo a permitir o desenvolvimento de novas tecnologias em sincronia com as já existentes, o automobilismo tem responsabilidade nesse avanço ao buscar o limite da engenharia, num grande trabalho de otimização. Nota-se esse trabalho com o evento de *Fórmula E*, que trouxe a necessidade de uma melhor eficiência energética e técnicas de controle para melhor manobrabilidade dos carros, pontos que dialogam diretamente com um carro acessível e requisitado pelo público. Segundo (Næss; Tjønndal, 2021), o ecossistema da *Fórmula E* é definido como: "...Uma rede frouxamente ligada de empresas e entidades que co-evoluem capacidades em torno de um conjunto partilhado de tecnologias, conhecimentos ou competências, e trabalham de forma cooperativa e competitiva para desenvolver novos produtos e serviços."

E, ainda como estudantes, torna-se possível ser agente da mudança por meio da competição *Fórmula SAE Brasil*, em que estudantes têm a responsabilidade de construir

novo carro de corrida todo ano, seguindo um manual de regras elaborado pela *Society of Automotive Engineers*. A categoria elétrica, com participação da Escola de Engenharia de São Carlos com a EESC-USP Tupã, permite um grande desenvolvimento profissional para alunos de Engenharia Elétrica. A competição é, a nível mundial, uma ferramenta excelente para desenvolvimento de educação gerencial por meio da engenharia clássica, com grandes benefícios à integração dos setores de técnicos e acadêmicos da universidade, devido a autonomia desenvolvida pelos próprios estudantes que participam do projeto. (Bullen; Karri, 2002)

O T08, carro desenvolvido no ano de 2024 pela equipe EESC-USP Tupã, possui dois motores elétricos, **traseiros e independentes**, permitindo o projeto de um **Diferencial Eletrônico**. Por meio da ação de controle do torque de cada motor, é possível induzir um momento angular no eixo vertical do carro para que a taxa de guinada se aproxime da ideal, dada a curva, resultando em maiores acelerações laterais.

Devido ao cenário altamente dinâmico, com variações de parâmetros e perturbações - intrínsecas ao ambiente automobilístico, o **Controle por Modos Deslizantes** (*Sliding Mode Control - SMC*) se apresenta como a estratégia de controle utilizada, conhecida por sua robustez a perturbações e variações paramétricas, reduzindo os casos de instabilidade.

1.1 Objetivos do Trabalho

O presente Trabalho de Conclusão de Curso se dedica, portanto, ao Projeto de um sistema de controle por modos deslizantes para um diferencial eletrônico de um veículo elétrico de competição Fórmula SAE com dois motores traseiros. Os principais objetivos são:

- Coletar resultados da simulação de impacto dinâmico de um diferencial eletrônico em um carro de corrida estudantil;
- Estabelecer uma base sólida dos conhecimentos extracurriculares e interdisciplinares necessários para o desenvolvimento do Diferencial Eletrônico;
- Trazer visibilidade para evolução nos projetos de controle eletrônico do protótipo elétrico para melhoria na performance dinâmica e energética.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A substituição de diferenciais mecânicos por diferenciais eletrônicos em Veículos Elétricos RWD (*Rear Wheel Drive*) ou AWD (*All Wheel Drive*) se tornam grande objeto de pesquisa, já que enquanto o automobilismo se beneficia com a capacidade de atuar em condição limite de operação, os carros comerciais podem permitir maior conforto e segurança em curvas devido a maior capacidade de aceleração lateral sem gerar instabilidade.

Esta revisão bibliográfica explora os principais conceitos, desafios e metodologias no projeto de sistemas de controle de taxa de guinada para carros de Fórmula SAE, com foco nos trabalhos seminais de (Montague, 2017) e (Stoop *et al.*, 2014)

2.1 Modelagem do Veículo para Controle de Guinada

A abordagem mais comum, adotada por (Montague, 2017) e (Stoop *et al.*, 2014) é o **modelo linear de bicicleta**. Este modelo simplifica o veículo para duas rodas, desprezando efeitos de transferência de carga lateral, movimentos de rolagem e arfagem, entre outros. A sua popularidade se dá pela combinação de simplicidade e eficácia, permitindo uma análise de estabilidade e projeto de controladores com um número reduzido de parâmetros.

O próprio artigo (Stoop *et al.*, 2014) também apresenta um segundo controlador baseado em um modelo não-linear de duas vias, também chamado de ***two-track***, onde cada roda é modelada separadamente. Essa abordagem, apesar de exigir mais conhecimento sobre os parâmetros do protótipo, permite considerar a diferença nas forças longitudinais de cada pneu no momento de curva, oferecendo uma base mais robusta para sistemas de controle mais avançados e veículos com tração integral (AWD).

2.2 Estratégia de Vetorização de Torque

O objetivo central de um sistema de TV é manipular a taxa de guinada $\dot{\psi}$ do veículo para que ela siga uma referência ideal durante a curva. O uso de controladores lineares PI/PID, (Montague, 2017), foi viabilizado por meio da estratégia de ***gain scheduling***, de Controle Adaptativo. Nela, são ajustados os ganhos K_p e K_i através de um modelo de espaço de estados linearizado em diferentes pontos de velocidade. No entanto, os controladores lineares são sensíveis a não-linearidades do sistema e saturação dos atuadores, exigindo mecanismos de *anti-windup*.

Para lidar de forma mais explícita com as restrições do sistema, (Stoop *et al.*, 2014) emprega técnicas de otimização (**Programação Linear**) para gerir o limite de torque dos motores, potência da bateria e força de atrito máxima dos pneus, utilizando a ferramenta

(PL) para distribuição do torque. São explorados dois objetivos de otimização: Garantir o momento de guinada (M_z) e o torque demandado.

Este trabalho pretende explorar a estratégia de **Controle por Modos Deslizantes (SMC)** (Oliveira; Jonys; Magossi, 2025), já que o veículo está sujeito a variações paramétricas e perturbações não modeladas. Ao contrário dos controladores lineares, o SMC garante estabilidade e performance mesmo com as simplificações inerentes ao modelo de bicicleta.

3 EESC-USP TUPÃ

Este capítulo tem como objetivo apresentar brevemente equipe EESC-USP Tupã, A primeira seção irá apresentar a equipe e seu papel na formação acadêmica e estudantil. A segunda seção irá apresentar as especificidades do carro T08.

3.1 A Equipe

A equipe EESC-USP Tupã, fundada em 2012, possui a missão de formar engenheiros talentosos por meio do projeto, manufatura e testes de um carro elétrico de corrida. Atualmente, com cerca de 70 membros multidisciplinares e alunos de diversas engenharias, acredita-se que os grupos de extensão cumprem um papel fundamental na formação complementar do aluno, tanto técnica quanto social.

Figura 2 – Equipe EESC-USP Tupã na 20^a Competição Fórmula SAE Brasil.



Fonte: Elaborado pelo autor

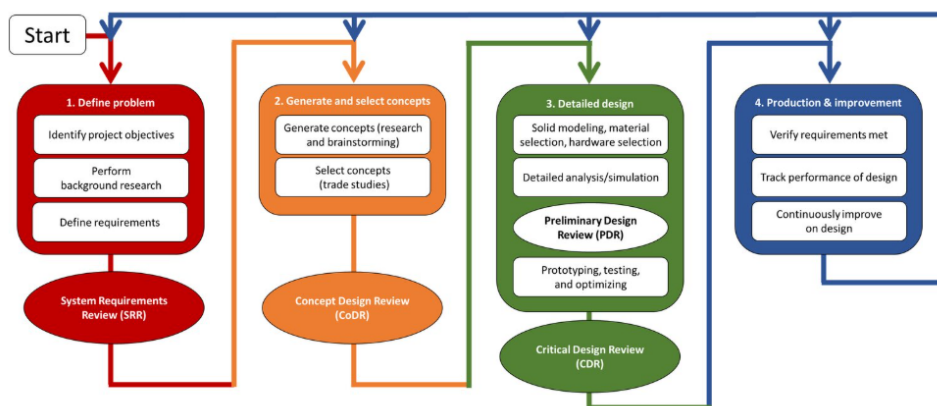
Sendo a primeira equipe do Brasil a utilizar dois motores elétricos traseiros, a aliança com pesquisa e inovação é um grande pilar nos valores da equipe, com diversos trabalhos e pesquisas científicas realizadas ao longo de sua história. De forma mais recente, o sistema *Pesquisa e Desenvolvimento (P&D)* foi iniciado dentro da equipe para conciliar com projetos mais inovadores que não podem ser realizados a curto prazo a tempo da competição atual, mas que conhecimento seja gerado de forma estruturada e o ecossistema da universidade também possa se beneficiar com os projetos advindos do carro elétrico estudantil.

A competição principal da equipe é a **Fórmula SAE Brasil**, organizada de forma anual pela SAE - *Society of Automotive Engineers*, que não somente avalia a performance dinâmica do carro como também o design do projeto, relatórios de custo e de capacidade

de gestão a longo prazo. Com um curto calendário de apenas um ano para projetar e manufaturar um novo protótipo, uma alta rotatividade de membros e recursos limitados, cria-se o grande desafio de conciliar todas as limitações e criar um sistema que permita a finalização do projeto no ano e melhorias no protótipo de forma iterativa.

Nos anos de 2020 e 2021, devido à pandemia global de COVID-19, a equipe manteve seu trabalho de forma remota, enquanto que a cada ano o número de pessoas que trabalhou presencialmente no carro diminuía. Assim, em 2022, com a volta presencial, a equipe era composta em quase toda a integridade por alunos ingressos em 2020, que nunca haviam sequer conhecido o protótipo. Desse modo, um grande desafio foi estabelecido - conseguir desenvolver o primeiro protótipo base e funcional para que se pudesse melhorar a partir dele.

Figura 3 – *Framework* iterativo de desenvolvimento de projeto de engenharia na Fórmula SAE.



Fonte: (Gould, 2021)

Em 2023, o primeiro teste pós-pandemia foi realizado com o T07, no próprio campus USP São Carlos. Assim, em 2024, listaram-se todos os principais problemas e pontos de melhoria do carro, priorizados, para que o T08 fosse projetado e manufaturado.

Figura 4 – Protótipo T-08, em testes no campus USP São Carlos.



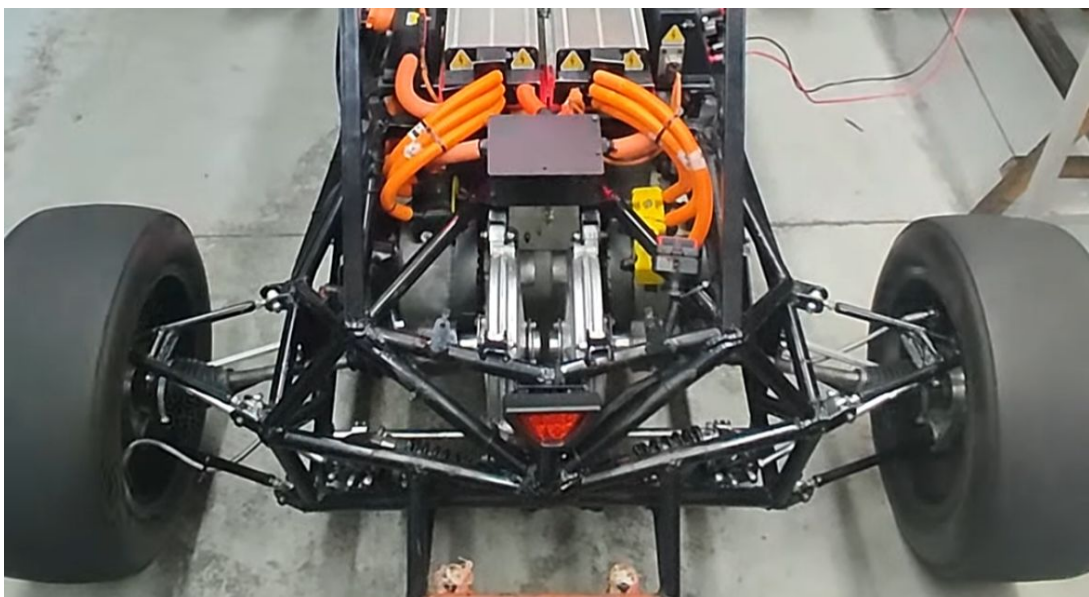
Fonte: Autor

Logo, para 2025 e anos seguintes, com o entre-eixos reduzido e a compra de novas células de bateria para a equipe, que eram de 2018, urge a necessidade do desenvolvimento dos fundamentos para projetos voltados à performance, como o diferencial eletrônico.

3.2 O T-08

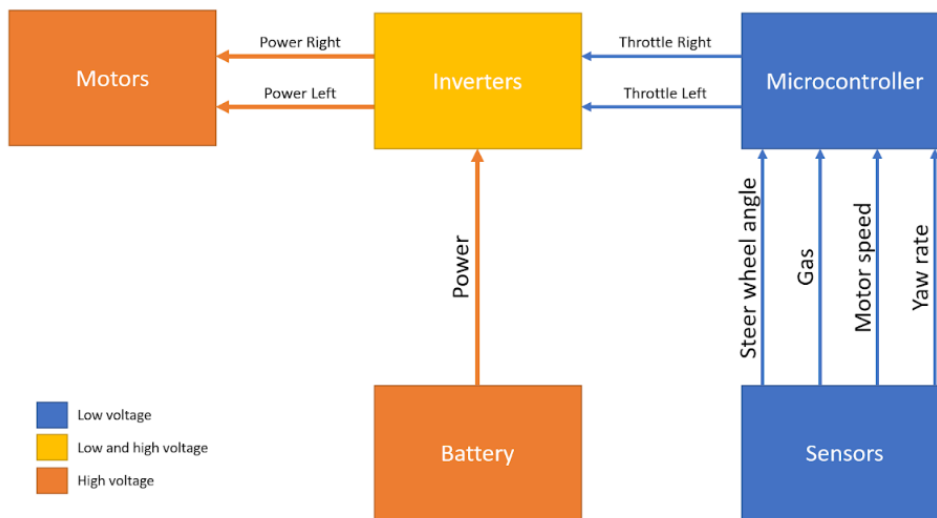
O protótipo T-08 foi desenvolvido entre os anos de 2023-24. Com a finalização do primeiro protótipo testado pós-pandemia (T-07), o T-08 tinha como principal objetivo a criação de uma base sólida, em que melhorias e inovações pudessem ser de fácil implementação para os próximos anos. Essa seção tem como objetivo explicitar as características do T-08 que enaltecem esses objetivos e influenciam no desenvolvimento do Diferencial Eletrônico.

Figura 5 – Empacotamento da traseira do T-08, onde está localizado o sistema trativo.



Fonte: Autor

Figura 6 – Esquemático dos principais componentes elétricos do projeto T08.



Fonte: Autor

Na figura 6, *Steer Wheel Angle* significa o ângulo de esterço solicitado pelo piloto, *Gas* o ângulo do pedal de aceleração, *Motor Speed* a velocidade do motor e *Yaw Rate* a taxa de guinada.

3.2.1 Motor Elétrico - Brushless ME0913

Os motores elétricos utilizados pela equipe são o **ME0913**, da empresa Motenergy. Se trata de um motor sem escovas com ímã permanente no rotor, design axial e com estator duplo, contém sensor *Hall* para identificação de posição e realização do controle de campo.

Figura 7 – Imagem do motor ME0913.



Fonte: Autor

A seguir, os seus principais parâmetros fornecidos pela empresa:

Tabela 1 – Parâmetros Elétricos do Motor ME0913.

Parâmetro Elétrico	Unidade	Valor
Faixa de Tensão de Operação	VAC	0 mínimo a 72 máximo
Corrente Contínua Nominal	A_{rms}	140
Corrente de Pico por Fase	A_{rms}	400
Corrente sem Carga (I_{NL})	A_{rms}	Dependente do controlador
Corrente de Pico com Rotor Bloqueado	A_{rms}	400
Corrente Contínua	A_{rms}	125 mínimo
Constante de Tensão (K_v)	RPM/V	50
Resistência de Fase (L-L)	$m\Omega$	8.6
Conexão da Bobina	n/a	Y, não aterrado
Número de Espiras por Fase	Espiras	28
Indutância de Fase	μH	87 @ 1kHz 62 @ 120Hz
Potência Contínua Máxima	kW	17 @ 102 VDC 14.3 @ 84 VDC 12 @ 72 VDC

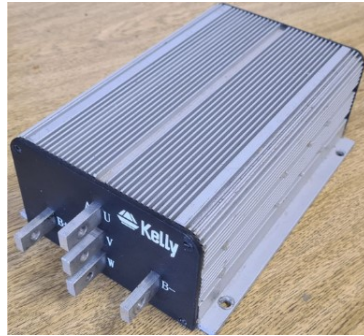
Tabela 2 – Parâmetros Mecânicos do Motor ME0913.

Parâmetro Mecânico	Unidade	Valor
Velocidade Nominal	RPM	3000
Velocidade Máxima	RPM	5000
Torque Nominal	$N \cdot m$	32,54
Torque de Pico com Rotor Bloqueado	$N \cdot m$	94
Torque Contínuo com Rotor Bloqueado	$N \cdot m$	32,54
Constante de Torque (K_t)	$N \cdot m/A$	0,18
Temperatura Ambiente de Operação	$^{\circ}C$	-40 a 40
Classe de Isolamento da Bobina	Classe	F
Temperatura Máx. Admissível (Bobina)	$^{\circ}C$	155
Temperatura Máx. de Operação (Bobina)	$^{\circ}C$	145
Massa	kg	17,69
Temperatura de Armazenamento	$^{\circ}C$	-30 a 150
Inércia da Armadura	$kg \cdot m^2$	0,0045

3.2.2 Controlador/Inversor - KHB12401

Para o controle do motor elétrico da equipe, é utilizado o controlador programável da série **KHB12401**, fabricado pela **Kelly Controls, LLC**. Projetado especificamente para aplicações em veículos elétricos, conta com MOSFETs de alta potência e modulação por largura de pulso (PWM) para eficiência de até 99%.

Figura 8 – Imagem do Inversor KHB12401.



Fonte: Autor

O controlador possui controle por torque, velocidade e balanceado, permitindo um equilíbrio entre as duas estratégias. A capacidade do controle por torque é **fundamental** para implementação deste projeto. Além disso, existe a funcionalidade de proteção contra sub/sobretensão, sobrecorrente e altas temperaturas, sendo ideal para um projeto estudantil.

Para futuros projetos dentro da equipe, a funcionalidade de Frenagem regenerativa é crucial, de modo a monitorar a tensão de bateria para evitar sobrecarga durante a regeneração.

3.2.3 Acumulador

Para o conjunto de baterias, é utilizada a célula da empresa *Shenzhen Melasta Battery Co.*, modelo *SLPB9865159*. Trata-se de uma célula de bateria de Lítio-Polímero, com tensão nominal de 3.7V e capacidade de 10Ah. O pack de baterias completo é de configuração *28s1p*, com 103.6V nominais e 150A de corrente de descarga máxima contínua.

Figura 9 – Imagem de um conjunto de células (14s1p).



Fonte: Autor

Tabela 3 – Principais Parâmetros da Célula de Bateria Melasta SLPB9864159

Parâmetro	Valor
Modelo	SLPB9864159
Fabricante	Shenzhen Melasta Battery Co., Ltd
Química	Lítio-Polímero (Li-Po)
Tensão Nominal	3.7 V
Capacidade Típica	10 Ah (10000 mAh)
Tensão de Corte (Descarga)	3.0 V
Tensão Máxima (Carga)	4.2 V \pm 0.03V
Descarga Contínua Máxima	150 A (15C)
Descarga de Pico Máxima	200 A (\leq 2s)
Peso	201.0 \pm 3.0 g
Temperatura de Operação (Descarga)	-20 a 60 °C

No entanto, por questões de saúde das células, que foram adquiridas em 2018, foi feita uma limitação de corrente de 100A para as células por meio de um **BMS** (*Battery Management System*).

4 METODOLOGIA

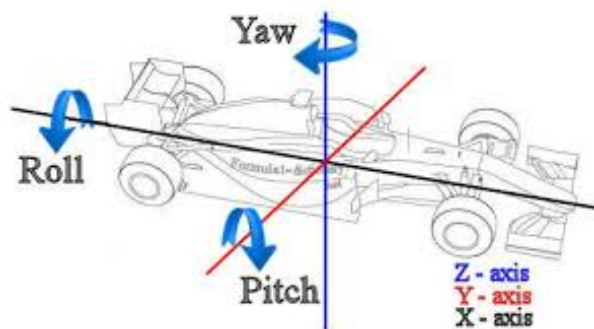
Esta seção tem como objetivo apresentar a metodologia usada para o desenvolvimento do diferencial eletrônico, como modelagens utilizadas, estratégia de controle e formulação teórica.

4.1 Modelo Dinâmico do carro

Para analisar a dinâmica de um veículo, é fundamental estabelecer um sistema de coordenadas padrão, conforme ilustrado na Figura 6. Este sistema, geralmente centrado no Centro de Gravidade (CoG) do veículo, define três eixos principais: o eixo X (longitudinal), que aponta na direção de avanço do carro; o eixo Y (lateral), perpendicular ao carro e que aponta para a esquerda do piloto; e o eixo Z (vertical), que aponta para cima. Associados a estes eixos, existem três movimentos de rotação: o *Roll* (Rolagem), rotação em torno do eixo X; o *Pitch* (Arfagem), rotação em torno do eixo Y; e o *Yaw* (Guinada), a rotação em torno do eixo Z. Para o estudo do comportamento em curvas e o projeto do diferencial eletrônico, os movimentos de maior interesse são os que ocorrem no plano XY, focando na translação lateral e, principalmente, na rotação de guinada.

Dentro da análise da dinâmica lateral, duas variáveis se tornam cruciais para o projeto e validação do diferencial eletrônico: a taxa de guinada e a aceleração lateral. A taxa de guinada (*Yaw Rate*, $\dot{\psi}$), que representa a velocidade angular do veículo em torno do seu eixo Z, é a variável de estado primária do sistema de controle. Por sua vez, a aceleração lateral (a_y), medida ao longo do eixo Y, serve como a principal métrica de performance em curva. A capacidade do diferencial eletrônico em otimizar a aderência dos pneus resulta diretamente na habilidade do veículo de sustentar maiores acelerações laterais, sendo um indicador chave do sucesso da estratégia de controle implementada.

Figura 10 – Eixo de coordenadas utilizado.



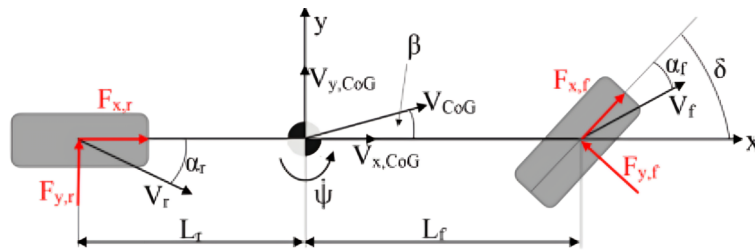
Fonte: (F1 Dictionary, 2020)

No projeto do controlador, é necessária a adoção de um modelo que represente o

protótipo T08, seu comportamento dinâmico e as interações entre as variáveis e subsistemas que compõem a sua dinâmica veicular, principalmente a lateral, que é o foco do controle da **taxa de guinada**. Para isso, será usado o **Modelo de Bicicleta**, devido à sua combinação de simplicidade e eficácia em descrever os aspectos fundamentais do movimento lateral e guinada do veículo.

A escolha do **Modelo de Bicicleta** se justifica por diversos fatores. Primeiramente, ele reduz a complexidade do veículo a um sistema mais gerenciável, ideal para o projeto e teste de algoritmos de controle, onde modelos de altíssima fidelidade seriam computacionalmente proibitivos ou exigiriam um número excessivo de parâmetros de difícil obtenção.

Figura 11 – Representação do modelo de bicicleta.



Fonte: (Montague, 2017)

Tabela 4 – Tabela de Variáveis do Modelo de Bicicleta

Símbolo	Descrição na Imagem	Unidades (SI)
$F_{x,f}$	Força longitudinal na roda dianteira (front)	N
$F_{y,f}$	Força lateral na roda dianteira (front)	N
$F_{x,r}$	Força longitudinal na roda traseira (rear)	N
$F_{y,r}$	Força lateral na roda traseira (rear)	N
V_f	Vetor velocidade da roda dianteira	m/s
V_r	Vetor velocidade da roda traseira	m/s
V_{CoG}	Vetor velocidade do Centro de Gravidade (CoG)	m/s
$V_{x,CoG}$	Componente x da velocidade do CoG	m/s
$V_{y,CoG}$	Componente y da velocidade do CoG	m/s
δ	Ângulo de esterçamento da roda dianteira	rad
α_f	Ângulo de deriva da roda dianteira	rad
α_r	Ângulo de deriva da roda traseira	rad
β	Ângulo de deriva do veículo (no CoG)	rad
$\dot{\psi}$	Velocidade de guinada (Yaw rate)	rad/s
L_f	Distância do CoG ao eixo dianteiro	m
L_r	Distância do CoG ao eixo traseiro	m
CoG	Centro de Gravidade (Center of Gravity)	-

Simplificando o veículo para um corpo rígido de duas rodas, uma dianteira e uma traseira, cumpre-se o objetivo de descrever informações cruciais sobre o comportamento de guinada (**Yaw**) e seu deslizamento lateral com menor complexidade computacional.

Além disso, modelos lineares derivados do Modelo de Bicicleta podem ser utilizados para desenvolvimento de controle adaptativo a diferentes pontos de velocidade, por exemplo.

As simplificações consequentes da adoção deste modelo são:

- Corpo Rígido: O chassi e componentes de suspensão são indeformáveis; efeitos como flexão do chassi são desprezados;
- Movimento Planar: A análise é restrita ao plano horizontal (XY), desconsiderando movimentos verticais (Z) e de *pitch* e *roll*;
- Pequenos ângulos: Os ângulos de esterçamento e deriva são suficientemente pequenos, permitindo linearizações trigonométricas;
- Pneus Lineares: A força lateral é diretamente proporcional ao seu *Slip Angle*, ou seja, $F_y = C_\alpha \alpha_{pneu}$
- Sem transferência de carga: Assume-se que a carga vertical sobre cada pneu permanece constante.
- Sem efeitos aerodinâmicos: Interações com o ar são desprezadas;
- Velocidade Longitudinal como Parâmetro Variante: A velocidade longitudinal é considerada como um parâmetro que varia, permitindo a análise do sistema em diferentes pontos de operação do modelo.

As forças laterais estão presentes devido ao ângulo de deriva, α , de cada pneu. O ângulo de deriva é o ângulo subtendido pelo vetor velocidade e a direção de cada pneu. Para pequenos ângulos de deriva, a força é considerada proporcional ao ângulo de deriva. A constante de proporcionalidade é chamada de rigidez em curva (*cornering stiffness*). Isso leva à seguinte equação:

$$F_{y,i} = C_i \alpha_i \quad (4.1)$$

Os ângulos de deriva na dianteira e na traseira são dados pelas seguintes equações:

$$\alpha_f = -\beta + \delta - \frac{L_f \dot{\psi}}{V_{CoG}} \quad (4.2)$$

$$\alpha_r = -\beta + \frac{L_r \dot{\psi}}{V_{CoG}} \quad (4.3)$$

Utilizando a segunda lei de Newton e o fato de que $A_y = V_{CoG}(\dot{\psi} + \dot{\beta})$, a primeira equação de movimento é dada por:

$$mV_{CoG}(\dot{\beta} + \dot{\psi}) = -(C_f + C_r)\beta - \frac{(C_f L_f - C_r L_r)}{V_{CoG}} \dot{\psi} + C_f \delta \quad (4.4)$$

A segunda equação de movimento é dada pelo balanço de momentos em torno do centro de gravidade:

$$I_z \ddot{\psi} = -(C_f L_f - C_r L_r) \beta - \frac{(C_f L_f^2 + C_r L_r^2)}{V_{CoG}} \dot{\psi} + C_f L_f \delta. \quad (4.5)$$

Assim, o modelo em espaço de estados pode ser construído usando as equações 4.4 e 4.5. O ângulo de esterçamento, δ , é escolhido como distúrbio no sistema, pois é determinado pelas ações do motorista. Assim, escrevendo o modelo de bicicleta em Espaço de Estados, temos que:

$$\dot{x} = Ax + Bu. \quad (4.6)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{(C_f + C_r)}{m V_{CoG}} & -\frac{(C_f L_f - C_r L_r)}{m V_{CoG}^2} - 1 \\ -\frac{(C_f L_f - C_r L_r)}{I_z} & -\frac{(C_f L_f^2 + C_r L_r^2)}{I_z V_{CoG}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C_f L_f \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_z} \end{bmatrix} M_z. \quad (4.7)$$

Essa modelagem será crucial para o desenvolvimento do controlador, que terá como objetivo gerar a ação de sinal de controle a partir da formulação do erro, utilizando o *Yaw Rate* como variável de estado, dada uma velocidade e ângulo de esterçamento.

4.1.1 Comportamento do veículo

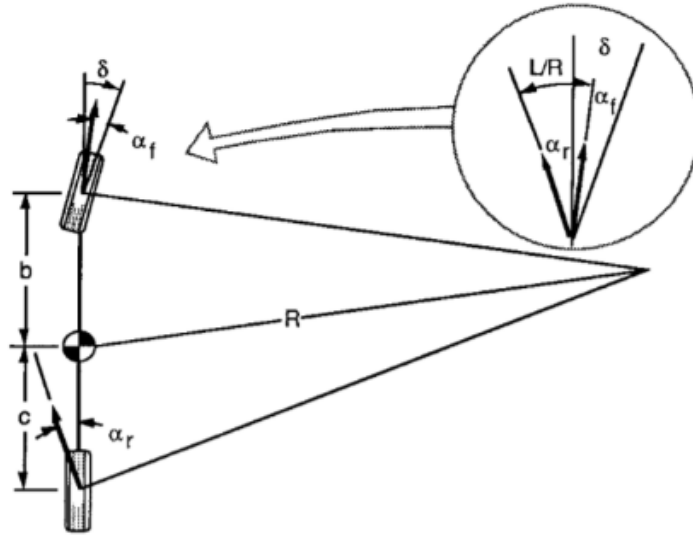
Utilizando a equação 4.1, tem-se que as forças laterais são proporcionais ao ângulo de deriva. Por meio da análise das forças laterais dianteiras e traseiras ($F_{y,f}$ e $F_{y,r}$) e a equação da força centrípeta resultante $F_y = \frac{m V_{CoG}^2}{R}$, tem-se que:

$$\begin{aligned} F_{y,f} &= \frac{W_f}{g} \frac{V_{CoG}^2}{R}, \\ F_{y,r} &= \frac{W_r}{g} \frac{V_{CoG}^2}{R}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

sendo W_f e W_r as cargas ou forças verticais nos pneus dianteiros e traseiros, respectivamente. Assim, é possível reescrever o ângulo de deriva:

$$\begin{aligned} \alpha_f &= \frac{W_f}{g} \frac{V_{CoG}^2}{R \cdot C_f}, \\ \alpha_r &= \frac{W_r}{g} \frac{V_{CoG}^2}{R \cdot C_r}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Figura 12 – Curva em um modelo de bicicleta.



Fonte: (Gillespie, 1992)

Pela figura, veja que:

$$\delta = \frac{L}{R} + \alpha_f - \alpha_r. \quad (4.10)$$

Substituindo as equações 4.9, tem-se que:

$$\delta = \frac{L}{R} + \frac{V_{CoG}^2}{Rg} \left(\frac{W_f}{C_f} - \frac{W_r}{C_r} \right). \quad (4.11)$$

Substituindo $A_y = \frac{V_{CoG}^2}{R}$ e $K_v = \frac{W_f}{C_f} - \frac{W_r}{C_r}$, a equação se torna:

$$\delta = \frac{L}{R} + \frac{A_y}{g} K_v, \quad (4.12)$$

em que K_v é chamado de **Coefficiente de Understeer**. A sua interpretação é crucial para entender quais são os comportamentos que o veículo, em regime permanente, possui.

K=0 - Neutral Steer

Em situação de *Neutral Steer*, o veículo possui ângulos de deriva iguais na traseira e dianteira. Isso significa que para uma curva de raio constante, mesmo que a velocidade aumente, o ângulo de esterçamento deve se manter o mesmo.

K>0 - Understeer

Em situação de *Understeer*, o veículo possui ângulos de deriva maiores na dianteira. Isso significa que para uma curva de raio constante, com o aumento de velocidade, o ângulo de esterço do piloto deve aumentar.

Understeer significa subesterço, ou seja, o veículo está numa condição de subesterço com o aumento da aceleração lateral e, para correção da trajetória, o esterço deve aumentar.

$K < 0$ - Oversteer

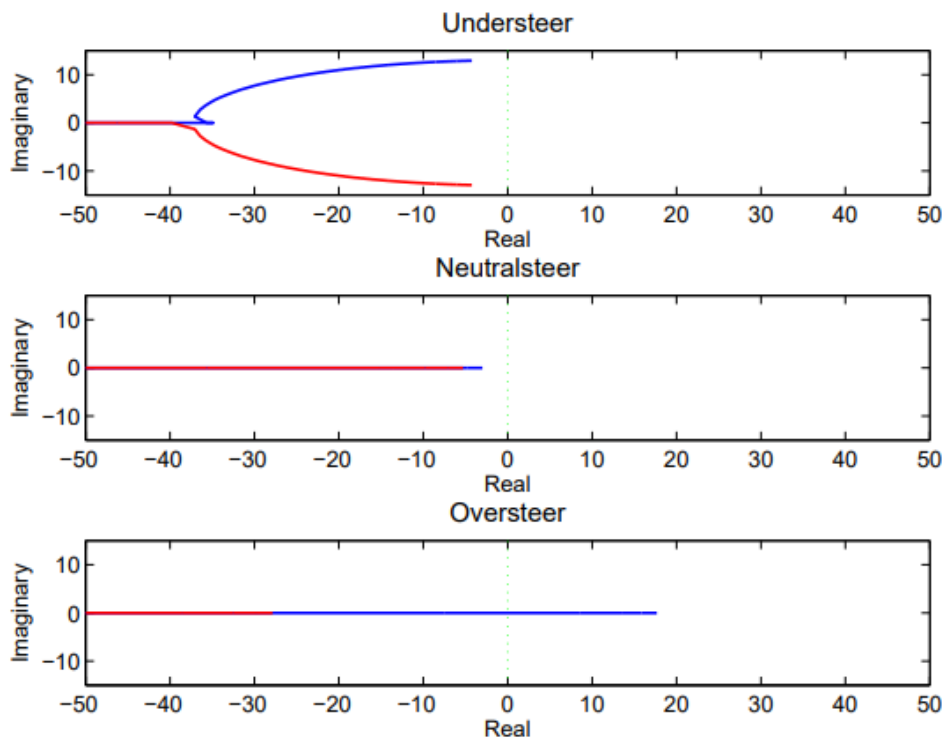
Em situação de *Oversteer*, o veículo possui ângulos de deriva maiores na **traseira**. Isso significa que para uma curva de raio constante, com o aumento de velocidade, o ângulo de esterço do piloto deve diminuir.

Também conhecido popularmente como "sair de traseira", *Oversteer* significa superesterço, ou seja, o veículo está numa condição de superesterço com o aumento da aceleração lateral e, para correção da trajetória, o esterço deve diminuir.

4.1.2 Análise de estabilidade

Apesar de que o carro possui um K_v estático em regime permanente, em situações reais o seu valor é alterado por meio das transferências de carga e desgastes de pneu. Para a análise de estabilidade, será feito o gráfico dos autovalores da matriz A da equação de espaço de estados, conforme se varia a velocidade do veículo nas três condições de comportamento apresentadas.

Figura 13 – Análise dos autovalores do modelo de bicicleta para diferentes condições: *Understeer*, *Neutral Steer* e *Oversteer*.



Fonte: Autor

Note que em condição de sobre-esterço, a instabilidade é notada pela presença de autovalores com parte real **positiva**. Relembrando a equação 4.5, tem-se que:

$$I_z \ddot{\psi} = -A\beta - B\dot{\psi} + C\delta, \quad (4.13)$$

em que A está relacionado à rigidez dos pneus, que controla o *Sideslip*, B ao amortecimento natural de $\dot{\psi}$ e C o comando do volante pelo piloto. A instabilidade provocada pelo sobre-esterço ocorre quando B não é capaz de controlar a rotação, sendo manifestado por um autovalor do sistema cruzando o semiplano direito.

A equação é modificada com **Vetorização de Torque**, já que ocorre a adição de um $M_{z,add}$, o momento de guinada, por meio da variação do torque em cada um dos motores. A equação atualizada se torna:

$$I_z \ddot{\psi} = -A\beta - B\dot{\psi} + C\delta + M_{z,add}. \quad (4.14)$$

Note que $M_{z,add}$ não é um valor constante e se adapta com as condições de pista e veículo para combater a instabilidade, sendo o sinal de saída do controlador a ser projetado. É por meio desse momento de correção que é possível direcionar o veículo à estabilidade.

4.2 Diferencial Eletrônico

Na concepção dos primeiros carros à combustão, a realização de curvas foi um problema a ser resolvido, já que os veículos contavam com apenas um motor. Como em curvas as rodas internas e externas percorrem velocidades diferentes em condição de não-deslizamento dos pneus, era necessária uma forma de criar essa diferença em cada semieixo, na qual foi solucionada pelo Diferencial Mecânico, peça de geralmente 15 a 35kg para veículos de passeio.

Figura 14 – Vista explodida de um diferencial mecânico projetado para competição de Fórmula SAE.



Fonte: (Jagtap *et al.*, 2021)

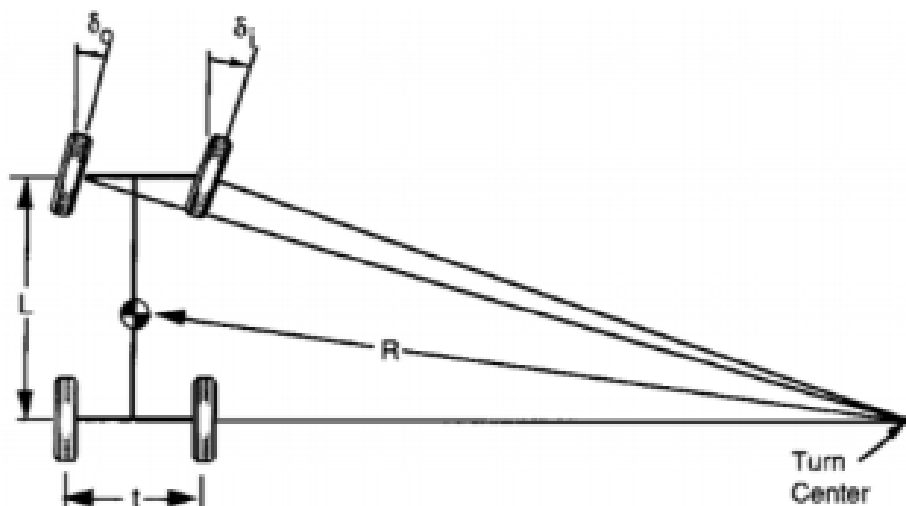
No caso de carros elétricos, com a possibilidade do uso de 2 ou 4 motores elétricos, o controle das rodas internas e externas a uma curva pode ser realizado de forma independente, sem a necessidade de uma peça física que faça a diferenciação. Apesar da possibilidade ser um grande atrativo em relação ao peso, a técnica de controle utilizada deve ser robusta para não criar uma situação de instabilidade no carro, ou de não responsividade ao piloto.

4.2.1 Controle de velocidade em Malha Aberta

Uma das abordagens conceituais para implementar a funcionalidade de um diferencial eletrônico é o Controle por Velocidade em Malha Aberta. Embora este método não seja o foco de desenvolvimento do presente trabalho, sua descrição é valiosa para fins educativos e para contextualizar as vantagens de estratégias em malha fechada. Além disso, essa é a estratégia de diferencial atualmente implementada no **T-08**.

Este tipo de controle baseia-se no princípio cinemático de que, ao realizar uma curva, as rodas internas e externas ao centro da curva percorrem distâncias diferentes e, portanto, devem girar em velocidades angulares (ω) diferentes para evitar o escorregamento excessivo dos pneus. O objetivo é calcular a **velocidade angular ideal** para cada uma das rodas motrizes (neste caso, os dois motores traseiros) com base em parâmetros físicos do veículo, na sua velocidade instantânea e no ângulo de esterçamento comandado pelo piloto.

Figura 15 – Visualização do carro em Baixa Velocidade.



Fonte: (Gillespie, 1992)

Tabela 5 – Tabela de Variáveis para Baixa Velocidade (Ackermann).

Símbolo	Descrição	Unidades (SI)
L	Distância entre eixos (Wheelbase)	metros (m)
t	Distância entre rodas (Track Width / Bitola)	metros (m)
R	Raio da curva (Turning Radius)	metros (m)
δ	Ângulo de esterço (Steering Angle)	radianos (rad)
δ_o	Ângulo de esterço da roda externa	radianos (rad)
δ_i	Ângulo de esterço da roda interna	radianos (rad)

Com o objetivo de calcular a velocidade angular de cada roda, interna e externa à curva, deve-se primeiro calcular a sua velocidade linear.

$$\dot{\psi} = \frac{V_{CoG}}{R}. \quad (4.15)$$

A velocidade angular, ou taxa de guinada, pode ser calculada com a equação acima. Além disso:

$$V_{ponto} = R_{CIR}\dot{\psi}. \quad (4.16)$$

Ou seja, a velocidade linear em qualquer ponto do veículo é a sua distância até o Centro Instantâneo de Rotação (CIR) / *Turn Center* multiplicado pela taxa de guinada.

A distância das rodas internas e externas ao CIR podem ser definidas por:

$$R_i = R - \frac{t}{2}, \quad (4.17)$$

$$R_o = R + \frac{t}{2}. \quad (4.18)$$

Assim, a velocidade linear é determinada por:

$$V_{ri} = V_{CoG}\left(1 - \frac{t}{2R}\right), \quad (4.19)$$

$$V_{ro} = V_{CoG}\left(1 + \frac{t}{2R}\right). \quad (4.20)$$

O **Ângulo de Ackermann** (δ), que é a média dos ângulos de esterço δ_i e δ_o , pode ser expresso como:

$$\tan(\delta) = \frac{L}{R}. \quad (4.21)$$

Assim, as velocidades lineares, em função do esterço do piloto e parâmetros do veículo, são:

$$V_{ri} = V\left(1 - \frac{\tan(\delta)t}{2L}\right), \quad (4.22)$$

$$V_{ro} = V\left(1 + \frac{\tan(\delta)t}{2L}\right). \quad (4.23)$$

Por fim, as velocidades angulares das rodas são:

$$\omega_{ri} = \frac{V}{r_{roda}} \left(1 - \frac{\tan(\delta)t}{2L}\right), \quad (4.24)$$

$$\omega_{ro} = \frac{V}{r_{roda}} \left(1 + \frac{\tan(\delta)t}{2L}\right). \quad (4.25)$$

O sistema de controle em malha aberta simplesmente aplicaria esses valores de velocidade calculados como referência para os controladores dos motores individuais, enviados por meio do sinal de controle do inversor. No entanto, existem dois principais ofensores de *performance* para esta técnica:

Malha Aberta x Malha Fechada

O primeiro problema mais crítico está relacionado ao uso de uma Malha Aberta, devido a ausência de um sensor de medição de rotação nas rodas. Ou seja, apesar do sinal de controle para cada roda ser enviado corretamente, não se sabe se, por outras condições dinâmicas, a velocidade pôde ou não ser atingida. Isso é consequência direta da simplificação do modelo dinâmico do carro e a alta quantidade de distúrbios que existem no cenário automobilístico.

Velocidade x Torque

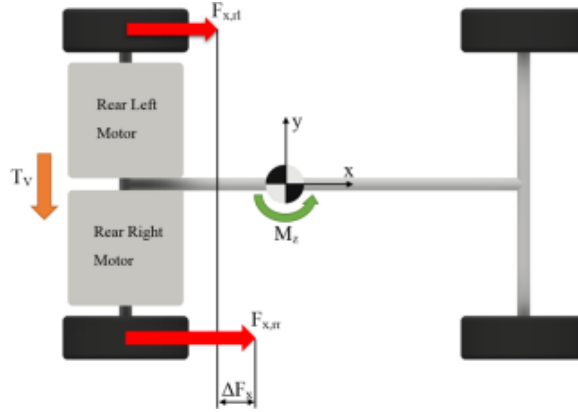
Os motores elétricos tem o fundamento de que **Torque** \propto **Corrente Elétrica**, ou seja, tem a capacidade de geração de torque imediata. Por outro lado, a resposta mecânica de um controle de velocidade é mais lenta. Além disso, conforme (Hori; Kim, 2019), a resposta de torque de um motor elétrico é 100 vezes mais rápida a de um motor à combustão ou a de um sistema de freio hidráulico.

Ademais, do ponto de vista da **dinâmica veicular**, o controle de torque é mais apropriado pois a velocidade é uma resposta ao movimento, não a causa dele. Ou seja, o controle por velocidade é ofensivo à performance pois é uma maneira indireta de controlar a força de tração, a causa do movimento do veículo. O controle por torque é direto, instantâneo e estável, representando fielmente a intenção do motorista de aplicar força no veículo.

4.2.2 Controle de Taxa de Guinada em Malha Fechada

A segunda abordagem se trata do controle da Taxa de Guinada, conhecida como *Yaw Rate*, por meio da variação de torque nas rodas internas e externas à curva. Por meio da ferramenta de **Vetorização de Torque**, muito utilizada no controle de estabilidade de sistemas, é possível atuar na dinâmica lateral sem afetar significativamente a dinâmica longitudinal.

Figura 16 – Criação de um momento M_z por variação de força de tração nas rodas traseiras.



Fonte: (Montague, 2017)

Tabela 6 – Tabela de Variáveis para Vetorização de Torque.

Símbolo	Nome / Descrição	Unidades (SI)
$F_{x,rl}$	Força longitudinal na roda traseira esquerda (<i>rear left</i>).	Newton (N)
$F_{x,rr}$	Força longitudinal na roda traseira direita (<i>rear right</i>).	Newton (N)
ΔF_x	Diferença de força longitudinal entre as rodas traseiras.	Newton (N)
M_z	Momento de Guinada (<i>Yaw Moment</i>) gerado em torno do eixo z.	Newton-metro (N · m)
T_v	Torque de Vetorização (<i>Torque Vectoring</i>).	Newton-metro (N · m)

O objetivo do **TV** é calcular qual deve ser o torque a ser fornecido em cada uma das rodas para geração de um momento de guinada M_z . Primeiramente, relacionado o torque no motor das rodas internas e externas à curva, respectivamente ($T_{motor,o}; T_{motor,i}$).

$$F_{x,o} = \frac{T_{motor,o} G \eta}{R_{roda}}, \quad (4.26)$$

$$F_{x,i} = \frac{T_{motor,i} G \eta}{R_{roda}}.$$

em que G é a relação de transmissão entre o motor e a roda e η a eficiência do motor e transmissão, geralmente entre 0,90 e 0,99. Calculando o ΔF_x :

$$\Delta F_x = \frac{G \eta}{R_{roda}} (T_{motor,o} - T_{motor,i}) = \frac{G \eta}{R_{roda}} \Delta T_{motor}. \quad (4.27)$$

O momento de guinada M_z é dado por:

$$M_z = (F_{x,o} \cdot \frac{t}{2}) - (F_{x,i} \cdot \frac{t}{2}) = \Delta F_x \cdot \frac{t}{2}. \quad (4.28)$$

Assim, substituindo a equação 4.27 com ΔF_x :

$$M_z = \frac{G \cdot \eta \cdot t}{2 \cdot R_{roda}} \Delta T_{motor} \quad (4.29)$$

Desse modo, caso se queira adicionar um momento de guinada $M_{z,add}$, deve-se criar uma variação de torque ΔT_{motor} em cada uma das rodas internas e externas. A técnica é distribuir a variação igualmente entre as rodas internas e externas, tal que:

$$\begin{aligned} T_{motor,o} &= T_{base} + \delta T, \\ T_{motor,i} &= T_{base} - \delta T, \\ \Delta T_{motor} &= 2\delta T. \end{aligned} \quad (4.30)$$

O torque do motor final, no entanto, também deve considerar as limitações do próprio motor. Seja T_{max} e T_{min} os torques máximos e mínimos que o motor pode entregar. Dois pontos devem ser ressaltados:

- O torque máximo e mínimo não são estáticos e dependem da operação da velocidade.
- O torque mínimo pode ser negativo, configurando o estado de regeneração de energia.

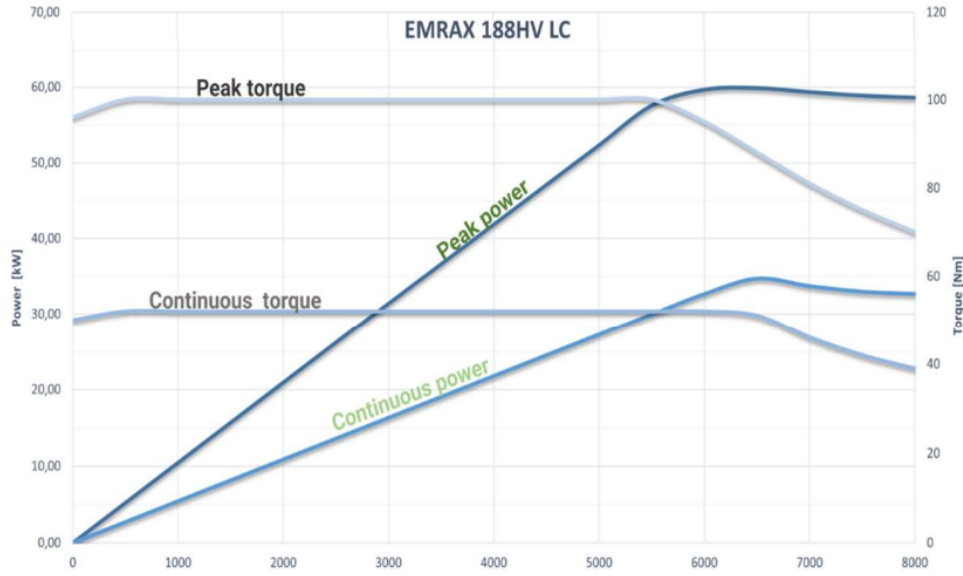
Abaixo, exemplo da curva que relaciona a rotação e torque de dois motores diferentes, o ME0913, utilizado pelo Tupã, e o Emrax 188, comum em outras equipes da competição. A informação fornecida pela empresa do ME0913 é de rotação em função do torque, já para o Emrax é o inverso.

Figura 17 – Datasheet do mapa de performance do ME0913 em função do torque.



Fonte: (Motenergy, Inc., 2012)

Figura 18 – Mapa de Torque x RPM para o motor EMRAX 188HV LC.



Fonte: (EMRAX d.o.o., 2025)

Então, substituindo a equação 4.29, tem-se os torques finais ideais de cada motor para adição de M_z são:

$$T_{motor,o} = T_{base} + M_{z,add} \cdot \left(\frac{R_{roda}}{G \cdot \eta \cdot t} \right), \quad (4.31)$$

$$T_{motor,i} = T_{base} - M_{z,add} \cdot \left(\frac{R_{roda}}{G \cdot \eta \cdot t} \right).$$

Porém, considerando a saturação, o sinal de torque requisitado, tanto para o motor interno ou externo, é:

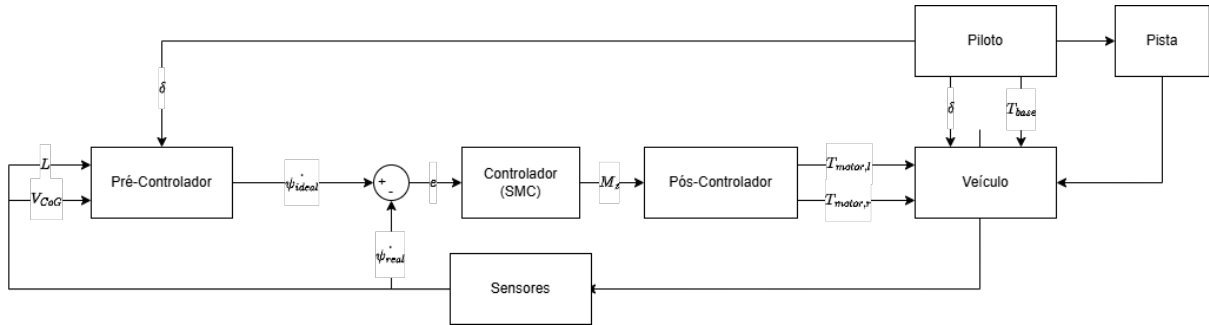
$$T_{sinal} = \begin{cases} T_{max} & , T_{motor} \geq T_{max} \\ T_{motor} & , T_{min} < T_{motor} < T_{max} \\ T_{min} & , T_{motor} \leq T_{min} \end{cases} \quad (4.32)$$

5 CONTROLADOR

Essa seção tem como objetivo apresentar a estrutura do controlador projetado, a fim de corrigir a taxa de guinada do veículo por meio do controle individual de torque dos motores elétricos traseiros. A seguir, um diagrama *macro* do projeto do diferencial eletrônico. Note que o piloto fornece entradas para o veículo e pré-controlador conforme as condições vistas em pista, enquanto que o veículo responde a situação da pista fornecendo o estado atual das variáveis dinâmicas.

Assim, um ponto importante é que a taxa de guinada de referência é calculada conforme a entrada de esterço do piloto. Logo, o diferencial eletrônico redistribui o torque do veículo conforme o esterço do piloto, já que não há uma medição do raio de curva de forma direta.

Figura 19 – Diagrama Geral do Diferencial Eletrônico



Fonte: Autor

As principais etapas, Pré-Controlador, Controlador e Pós-Controlador serão apresentadas nas seções seguintes.

5.1 Pré-Controlador

O Objetivo do Pré-Controlador é calcular o *Yaw Rate Ideal* do veículo para o estado atual, considerando ângulo de esterço (δ), velocidade (V_{CoG}) e parâmetros dimensionais do veículo. O *Yaw Rate Ideal* é definido como na situação de **Neutral Steer**, pois representa um comportamento dinâmico balanceado e previsível, cumprindo o objetivo de meta para o sistema de controle.

Em uma curva de raio R a velocidade V_{CoG} , o Yaw Rate Ideal em *Neutral Steer* é calculado por meio da seguinte fórmula:

$$\dot{\psi}_{ideal} = \frac{V_{CoG}}{R}. \quad (5.1)$$

Porém, como o raio de uma curva não é conhecido, é necessário estimar o raio com o uso de fórmulas de dinâmica veicular.

$$R = \frac{L(1 + K_v V_{CoG}^2)}{\delta}. \quad (5.2)$$

Substituindo na fórmula original:

$$\dot{\psi}_{ideal} = \frac{\delta V_{CoG}}{L(1 + K V_{CoG}^2)}. \quad (5.3)$$

Porém, há um *Yaw Rate* máximo imposto pelas condições da pista e interação com o pneu, limitando a aceleração lateral do veículo. Assim, com uma aproximação encontrada em (Montague, 2017) (Stoop *et al.*, 2014), define-se $\dot{\psi}_{max}$

$$\dot{\psi}_{max} = 0.85 \frac{\mu g}{V_{x,cg}}. \quad (5.4)$$

Desse modo, o *Yaw Rate* de referência, $\dot{\psi}_{ideal}$ é definido por:

$$\dot{\psi}_{ref} = \min(\dot{\psi}_{ideal}, \dot{\psi}_{max}). \quad (5.5)$$

5.1.1 Consideração valores pequenos

Note que a equação de *Yaw Rate* de referência tem δ no denominador. Desse modo, é necessário aplicar uma saturação no sinal de referência para evitar valores muito altos em valores de estercamento baixos.

5.2 Controlador

O objetivo da etapa do Controlador é gerar um sinal de correção do momento angular no eixo vertical (M_z) em função do erro, que é a diferença entre os *Yaw Rate Ideal* e *Yaw Rate Real*, de modo que o erro seja 0. Para isso será utilizado o Controle por Modos Deslizantes (*Sliding Mode Control*), para configurar a robustez necessária para um cenário de perturbações no automobilismo. Para elaboração do projeto, são parâmetros a **superfície de deslizamento** e a **lei de controle** (Oliveira; Jonys; Magossi, 2025)

5.2.1 Superfície de Deslizamento

O primeiro parâmetro de projeto de um **SMC** é a definição de uma **superfície de deslizamento**, sendo ela uma variável matemática. O controlador tem o objetivo de forçar o estado do sistema a atingir a superfície ($s = 0$) e manter o estado sobre ela durante o tempo futuro.

Para o projeto do controlador, será definida a superfície deslizante s como sendo o erro entre as taxas de guinada real e ideal.

$$s = e = \dot{\psi}_{real} - \dot{\psi}_{ideal} \quad (5.6)$$

Note que a superfície de deslizamento s possui a característica de seguimento de trajetória. Quando se alcança a condição de deslizamento, o sistema reduz de dimensão a um subespaço de ordem menor ao sistema original.

5.2.2 Lei de Controle

Deseja-se determinar a ação de controle $u = u_{eq} + u_d$, tal que u_{eq} é responsável para manter o sistema em condição de $\dot{s} = 0$, e u_d é a ação descontínua para levar o sistema à condição de deslizamento. Assim, encontrando, inicialmente, u_{eq} . Dada a equação do modelo de bicicleta com adição do momento de guinada adicionado pelo **TV**:

$$I_z \ddot{\psi} = -A\beta - B \frac{\dot{\psi}}{V_{cg}} + C\delta + M_z \quad (5.7)$$

em que

$$A = (C_f L_f - C_r L_r) \quad (5.8)$$

$$B = (C_f L_f^2 + C_r L_r^2) \quad (5.9)$$

$$C = C_f L_f \quad (5.10)$$

Como se deseja que $\dot{s} = 0$,

$$\ddot{\psi}_{real} = \ddot{\psi}_{ideal} \quad (5.11)$$

Ou, ainda,

$$I_z \ddot{\psi}_{real} = I_z \ddot{\psi}_{ideal} \quad (5.12)$$

Substituindo a equação 5.7 e $u_{eq} = M_z$, já que é a saída do controlador para quando $s = 0$:

$$u_{eq} = I_z \ddot{\psi}_{ideal} + A\beta + B \frac{\dot{\psi}}{V_{cg}} - C\delta \quad (5.13)$$

Assim, definindo a ação de controle descontínua, u_d , para quando o controlador não está em condição de deslizamento, utiliza-se:

$$u_d = -ksat(s) \quad (5.14)$$

em que k é um ganho a ser definido e $sat(s)$ é a função saturação, utilizada ao invés da função $sign(s)$ para lidar com o *chattering*:

$$sat(s) = \begin{cases} 1 & , s \geq 1 \\ s & , -1 < s < 1 \\ -1 & , s \leq -1 \end{cases} \quad (5.15)$$

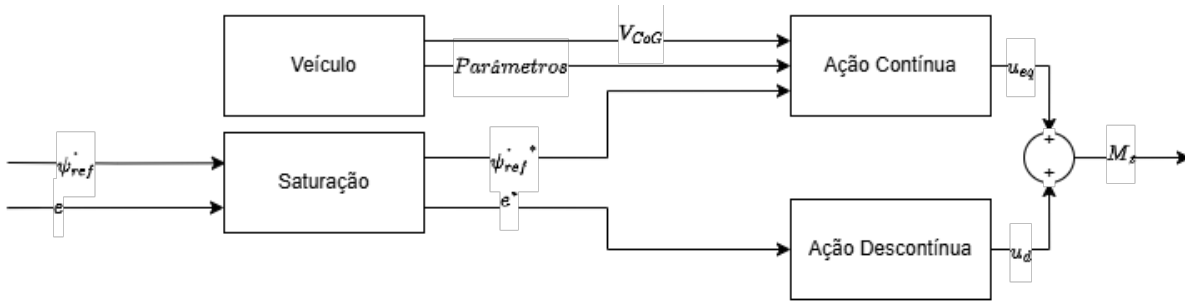
Assim, com $u = u_{eq} + u_d$, tem-se a ação de controle completa para a correção da taxa de guinada ideal:

$$u = I_z \ddot{\psi}_{ref} + A\beta + B \frac{\dot{\psi}}{V_{cg}} - C\delta - k sat(s) \quad (5.16)$$

Assim como no pré-controlador, a aplicação de saturação no erro também é importante para evitar que em linha reta o diferencial eletrônico crie variação de torque, já que qualquer flutuação no *Yaw Rate* causaria este efeito.

Implementando as duas ações, tem-se o seguinte diagrama de blocos:

Figura 20 – Diagrama de blocos do controlador SMC



Fonte: Autor

5.2.3 Análise de estabilidade

Para que o projeto do controlador faça sentido, é necessário verificar se a estabilidade assintótica local da superfície deslizante representa uma estabilidade assintótica do sistema. Isso é realizado por meio de uma função V candidata **Lyapunov**, sem a necessidade de resolver a equação diferencial do modelo.

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2 \quad (5.17)$$

A candidata é uma prática comum para prova de estabilidade, que pode ser entendida como uma "Energia do erro", garantindo que $V(s) > 0$ para todo $s \neq 0$ e $V(s) = 0$ somente se $s = 0$, sendo ela **positiva definida**.

A estabilidade se prova se $V(s)$ nunca aumenta, ou seja, está diminuindo até chegar a 0. Calculando a derivada de V :

$$\dot{V} = s\dot{s} \quad (5.18)$$

Desenvolvendo a equação com parâmetros do modelo:

$$s(e) = \dot{\psi}_{real} - \dot{\psi}_{ref_{ideal}} \quad (5.19)$$

$$\dot{s}(e) = \ddot{\psi} - \ddot{\psi}_{ref} \quad (5.20)$$

Pela equação do modelo de bicicleta,

$$\dot{s}(e) = -\frac{A}{I_z}\beta - \frac{Bx_1}{V_{cg}I_z} + \frac{C}{I_z}\delta + \frac{u}{I_z} - \ddot{\psi}_{ref} \quad (5.21)$$

Com o uso da ação de controle, o objetivo é mostrar que a dinâmica do erro se comporta de uma maneira estável. Substituindo $u = u_{eq} + u_d$ dentro de $\dot{s}(e)$

$$\dot{s}(e) = -ksat(s) \quad (5.22)$$

Assim, substituindo em $\dot{V}(s)$:

$$\dot{V}(s) = s\dot{s} = s(-ksat(s)) \approx -k|s| < 0 \quad (5.23)$$

Como $k \cdot sat(s)$ e s tem sinais contrários, se $k > 0$ tem-se que $\dot{V}(s) < 0$ se $s \neq 0$ e $\dot{V}(s) = 0$ se $s = 0$, sendo ela **negativa definida**. Em outras palavras, cumpre-se o **critério de alcançabilidade**, já que o estado do sistema sempre será forçado a se mover em direção à superfície de deslizamento $s = 0$, provando a **estabilidade assintótica**.

5.3 Pós-Controlador

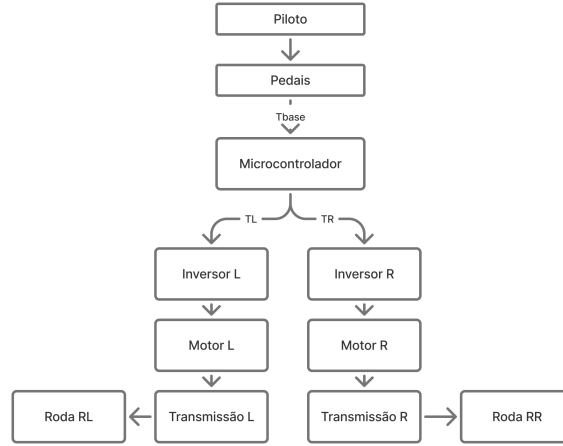
O estágio de pós-controlador desempenha um papel fundamental no sistema de diferencial eletrônico. Sua principal responsabilidade é **converter o momento de guinada corretivo** (M_z), calculado pelo controlador de modos deslizantes (SMC), e a **solicitação de torque total do piloto** (proveniente do pedal do acelerador/freio) em **comandos de torque individuais para cada um dos dois motores elétricos traseiros** ($T_{motor,r}$ para o motor direito e $T_{motor,l}$ para o motor esquerdo). Este processo deve considerar a geometria do veículo, a relação de transmissão e, crucialmente, os limites operacionais (saturação) dos motores.

5.3.1 Solicitação de Torque pelo Piloto

Para realização do diferencial eletrônico, o inversor utilizado deve ter a funcionalidade de **controle por torque**. Desse modo, por meio de um potenciômetro de precisão na base de pedais, o sinal de **Torque Base** é lido quando o piloto pressiona o pedal de aceleração.

O sinal de torque é enviado a um microcontrolador, que é responsável pelo envio do sinal a cada um dos inversores, que controlam os motores de forma independente. Caso não haja diferencial eletrônico, o sinal de torque base não é alterado.

Figura 21 – Envio e alteração do sinal de torque



Fonte: Autor

No entanto, o papel do diferencial eletrônico e, mais especificamente, do pós-processador, é justamente entender como alterar o sinal de **torque base** solicitado pelo piloto.

5.3.2 Cálculo do Diferencial de Torque Motor a partir de M_z

O momento de guinada corretivo $M_{z,add}$ gerado pelo **SMC** representa a ação necessária para corrigir o erro na taxa de guinada do veículo. Este fenômeno foi descrito pela seção de *Torque Vectoring* e é traduzido pela referência de torque em cada motor para atingir tal momento de correção.

$$T_{motor,o} = T_{base} + M_{z,add} \cdot \left(\frac{R_{roda}}{G \cdot \eta \cdot t} \right) \quad (5.24)$$

$$T_{motor,i} = T_{base} - M_{z,add} \cdot \left(\frac{R_{roda}}{G \cdot \eta \cdot t} \right)$$

No entanto, vale relembrar que o sinal deve ser corrigido para lidar com as limitações de torque máximo:

$$T_{\text{signal}} = \begin{cases} T_{\text{max}} & , T_{\text{motor}} \geq T_{\text{max}} \\ T_{\text{motor}} & , T_{\text{min}} < T_{\text{motor}} < T_{\text{max}} \\ T_{\text{min}} & , T_{\text{motor}} \leq T_{\text{min}} \end{cases} \quad (5.25)$$

5.3.3 Considerações sobre o sinal do esterço

O critério para distribuição da variação de torque é em função a ser interno ou externo à curva percorrida. Assim, para ditar a distribuição de torque, é utilizado o sinal de esterço.

Porém, não é necessária a correção de sinal, já que a própria consistência do sistemas de coordenadas lida com esse sinal - o esterço (δ) e momento de guinada (M_z) são positivos em sentido horário em relação ao eixo vertical.

5.3.4 Considerações sobre o raio de curva

A influência do **raio de curva** é primariamente tratada na geração da **taxa de guinada de referência** ($\dot{\psi}_{\text{ref}}$), que é uma entrada para o controlador SMC. Se o veículo está em uma curva, $\dot{\psi}_{\text{ref}}$ será não nulo (calculado a partir do ângulo de esterçamento e da velocidade do veículo), e o SMC calculará um M_z se houver desvio da taxa de guinada real em relação a essa referência. O pós-controlador, ao alocar M_z , já está, portanto, respondendo indiretamente às demandas impostas pelo raio da curva.

Para o caso em que $M_{z,\text{add}} = 0$, ou seja, o veículo está em linha reta, o sinal de torque enviados para o motores independentes é igual.

5.3.5 Regra Fórmula SAE EV.3.1.3

O manual da competição Fórmula SAE possui a seguinte regra: "*Any algorithm or electronic control unit that can adjust the requested wheel torque may only decrease the total driver requested torque and must not increase it*" (SAE International, 2024)

Note que a regra é cumprida, já que o torque requisitado pelos motores é igual ou menor que o solicitado pelo piloto, de modo que o diferencial aplica um ΔT ao somar e subtrair o mesmo valor nos motores internos e externos.

5.3.6 Anti Windup

Em casos de saturação de torque por limitações eletromecânicas do motor, o momento de guinada M_z não estará sendo atendido. Estratégias de *anti-windup* como (Monteiro *et al.*, 2013) devem ser implementadas em caso de uso de ação integrativa no controlador, para que o erro constante não sofra um *overshoot*.

6 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Esta seção tem como objetivo explicar como foi feita a estruturação do projeto dentro do ambiente virtual, para execução de simulação computacional, prototipação do controlador e verificação dos resultados.

6.1 Implementação com *IPG Carmaker* e *Simulink* (CM4SL)

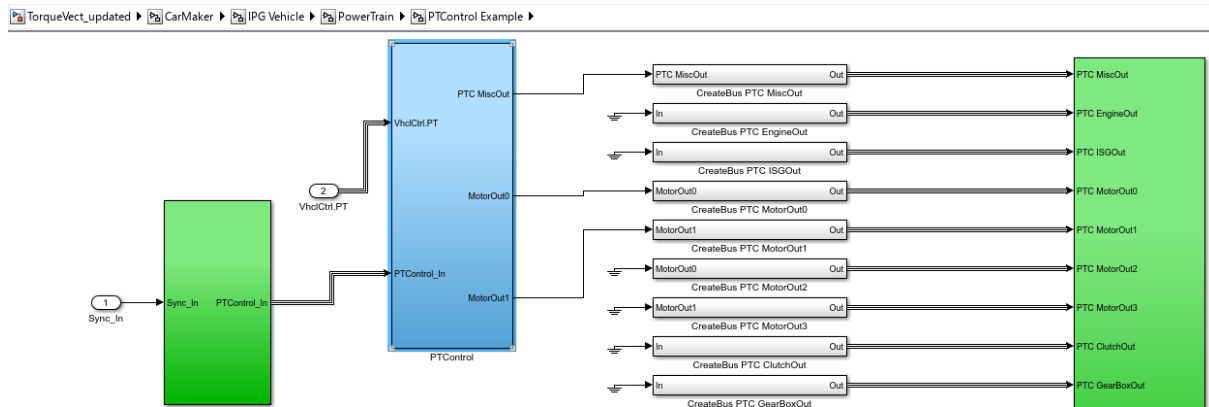
Para a validação da estratégia de controle do diferencial eletrônico, foi utilizado o ambiente de simulação profissional ***IPG Carmaker***, da empresa *IPG Automotive*. O CarMaker é uma ferramenta padrão na indústria automotiva para realização de testes virtuais, permitindo simular a dinâmica de veículos com alta fidelidade. O *software* opera com base no conceito de um **Ambiente Veicular Virtual** (VVE), que engloba modelos matemáticos detalhados do veículo, piloto, pista e de outros elementos como vento e tráfego.

A estrutura de uma simulação no *CarMaker* é definida por um "**TestRun**", que agrega todos os componentes necessários para simulação:

- Modelo do veículo: Um conjunto de dados que parametriza todas as características físicas do carro, como massa e inércia da carroceria, geometria e rigidez da suspensão e o trem de força (*powertrain*).
- Pista: O traçado virtual da pista, incluindo dimensões, coeficiente de atrito e elevações;
- Manobra: Uma sequência de ações pré-definidas para o piloto executar, como acelerar por uma certa distância ou frear um ponto específico;
- Piloto: Um modelo de controlador que 'dirige' o veículo virtual para seguir a rota definida e executar as manobras, com estilos de pilotagem configuráveis.

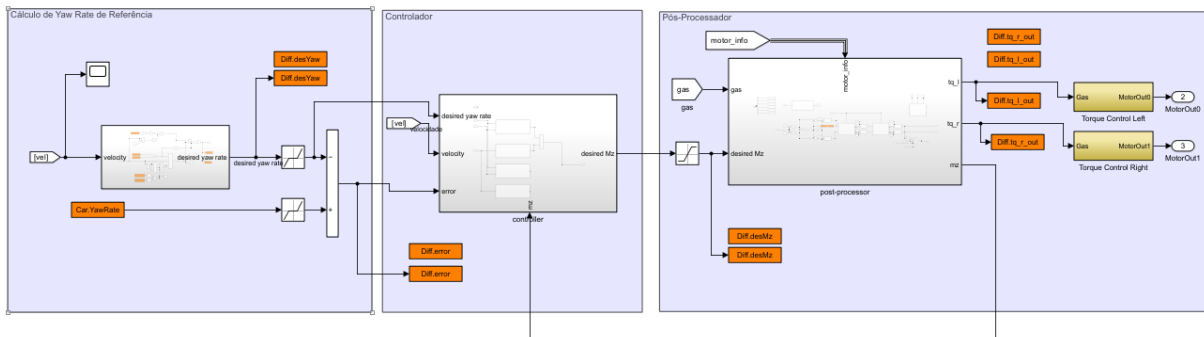
O uso do *IPG Carmaker* para este projeto se justifica pela interface ***Carma-ker 4 Simulink***. Essa extensão permite a substituição ou expansão dos modelos de controle padrão do *CarMaker*, com algoritmos projetados diretamente no ambiente *MATLAB/Simulink*. A comunicação é feita por blocos específicos que permitem a leitura de variáveis do ambiente virtual, como também escrever sinais de controle de volta para os atuadores do *CarMaker*. No caso deste projeto, são escritos os sinais de torque para cada motor.

Figura 22 – Interface de comunicação da área de Powertrain com o software *IPG Carmaker*



Fonte: Autor.

Figura 23 – Implementação do diferencial eletrônico no *Simulink*



Fonte: Autor.

O restante das telas de implementação do diferencial eletrônico em **CM4SL** se encontra no Anexo A, no fim deste trabalho.

6.2 Parametrização do Veículo

Os parâmetros utilizados para representar o T-08 dentro do *IPG Carmaker* são:

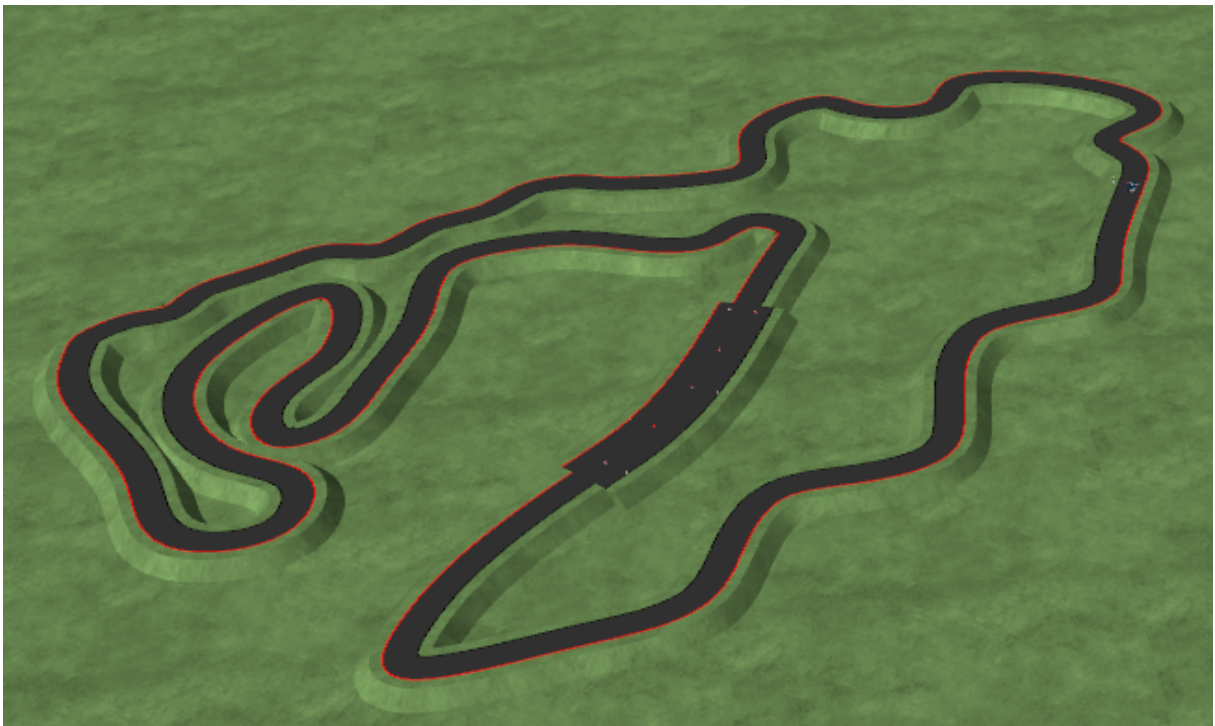
Tabela 7 – Dados utilizados na simulação para parametrização do carro

Dado	Valor	Unidade
C_f, C_r	9,167	N/°
L	1.55	m
L_f	0,775	m
L_r	0,775	m
I_z	51,12	$kg.m^2$
K	0	adim.
m	292,6	kg
V_{bat}	106.4	V
τ_{max}	32	Nm
G (<i>Gear Ratio</i>)	4.5	adim.
Capacidade	10	Ah
η	95	%

Parâmetros de suspensão, geometria, pneus foram utilizados do modelo padrão do *CarMaker*. O piloto virtual é, também, padrão (*Racing Driver*)

6.3 Resultados

Para a verificação do desempenho do controlador, foi feita uma simulação em pista exemplo da competição *Formula Student Germany*, na *Alemanha*, parametrizada e fornecida pelo próprio programa *IPG Carmaker*.

Figura 24 – Vista aérea da pista simulada no *IPG Carmaker*

Fonte: Autor

Algumas considerações devem ser realizadas sobre a simulação. Primeiramente, em relação ao **piloto**. Para a realização de simulações de dinâmica veicular, é necessário que um piloto seja configurado, com um projeto de controle desenvolvido, respondendo a trajetória desejada. Porém, o programa fornece um piloto padrão, que já tem um bom desempenho mesmo sem a ação do Diferencial Eletrônico.

Além disso, o **carro** utilizado em simulação é um protótipo de Fórmula Estudantil também fornecido pela empresa, com os parâmetros da seção 6.2. A seguir, a tabela dos resultados de simulação:

Tabela 8 – Comparativo de Resultados da Simulação com e sem Diferencial Eletrônico

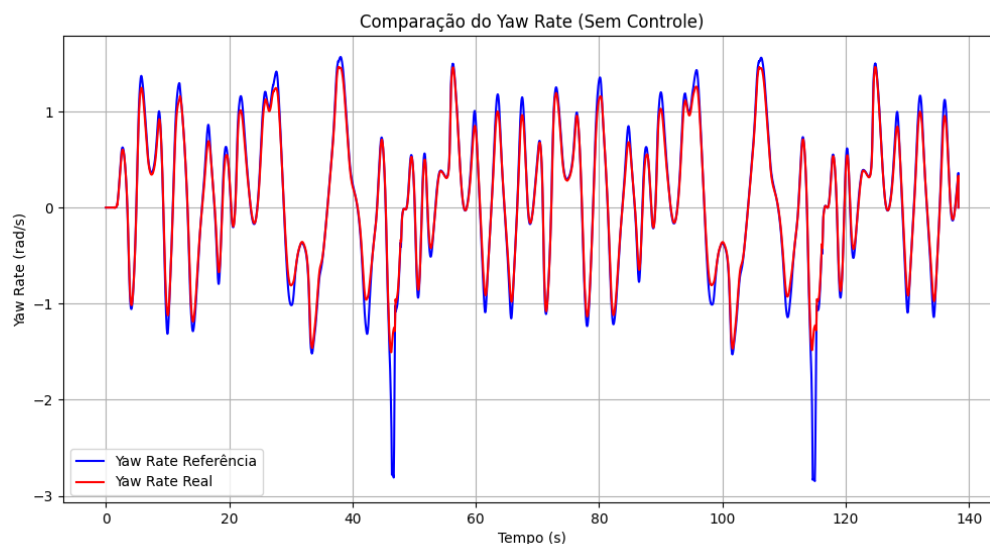
Parâmetro	Unidade	Sem Controle	Com Controle	Melhoria (%)
Pico de Erro (e_{pico})	rad/s	1.613	0.197	-87.79%
RMSE do Erro (e_{RMSE})	rad/s	0.1431	0.0368	-74.28%
$A_{y,max}$	m/s^2	12.203	13.258	+8.65%
$A_{y,min}$	m/s^2	-12.503	-13.535	+8.25%
Range de A_y	m/s^2	24.706	26.793	+8.45%

Fonte: Autor

6.3.1 Gráfico de erro

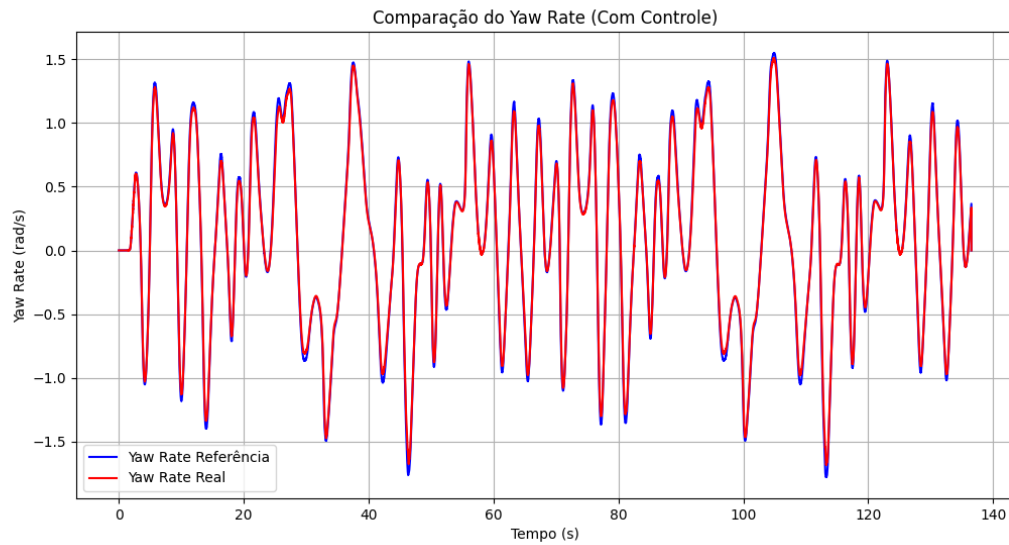
As figuras 25 e 26 trazem os valores de taxa de guinada ideal e real durante a simulação na pista, sem e com Diferencial Eletrônico. Na figura 25, nota-se os momentos de pico, em que há uma clara diferença entre os dois valores, suavizada posteriormente com a implementação do diferencial em 26.

Figura 25 – Comparação de *Yaw Rate* ideal e real sem Diferencial Eletrônico



Fonte: Autor

Figura 26 – Comparação de *Yaw Rate* ideal e real com Diferencial Eletrônico

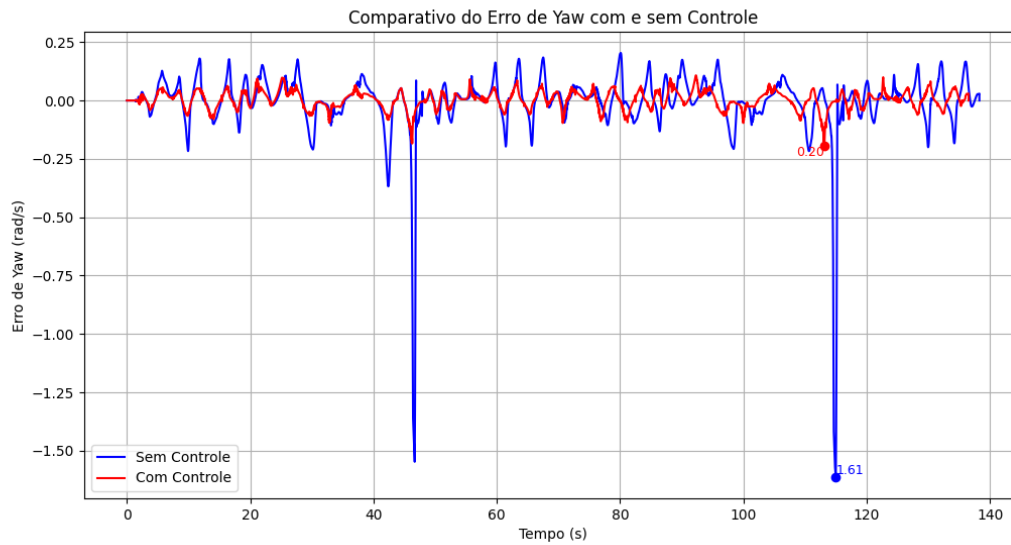


Fonte: Autor

Isso é evidenciado com o gráfico de erro na figura 27. Em torno dos segundos $t = 45s$ e $t = 115s$, o piloto sem diferencial eletrônico teve um pico no erro, marcado pela curva fechada realizada em alta velocidade.

A implementação do diferencial eletrônico trouxe uma suavização, não somente deste pico como também menor erro em todos os momentos da pista, que pode ser evidenciado pela figura 27. No caso da curva sem controle, houve um pico no erro de $1.61rad/s$, enquanto que com controle o valor de pico foi de $0.20rad/s$, relevando uma redução no erro de pico de mais de 87%. Além disso, o RMSE (Raíz do Erro Quadrático Médio) diminuiu de 0.14 para 0.04, revelando uma redução de 74%.

Figura 27 – Comparação do erro ao longo da simulação

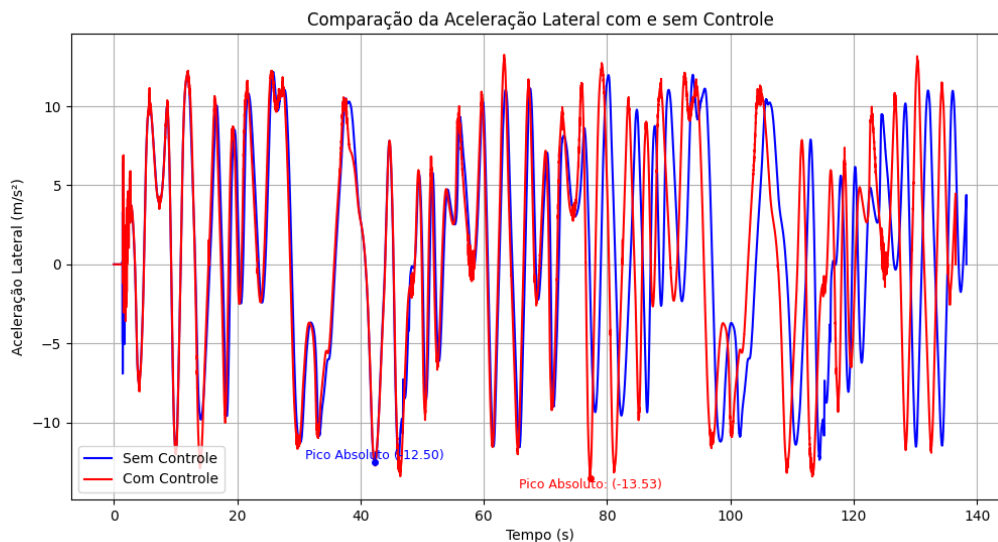


Fonte: Autor

6.3.2 Aceleração Lateral

Na segunda análise, traz-se o gráfico da **Aceleração Lateral** (A_y) em função do tempo.

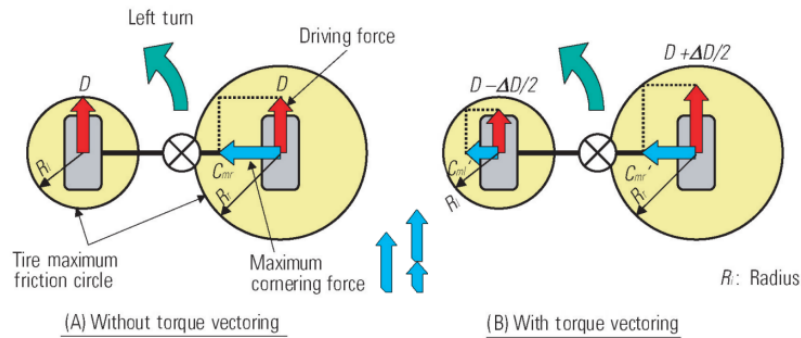
Figura 28 – Aceleração lateral ao longo da simulação. Em vermelho, sem controle; Em azul, com controle.



Fonte: Autor

A maior capacidade de aceleração lateral do veículo se justifica pelo **círculo de fricção**, do pneu, que explica a aderência finita. Quando há uma curva forte, há a presença da transferência lateral de carga, de modo que as rodas externas sofrem maior carga.

Figura 29 – Efeito do *Torque Vectoring* no círculo de fricção



Fonte: (Stoop *et al.*, 2014)

No entanto, isso faz com que as rodas internas tenham pouca carga vertical sobre ela, resultando num círculo de fricção pequeno. Na ausência da diminuição de torque, a força de tração que exerce sobre a roda interna faz com que o pneu exceda o círculo de tração, perdendo a capacidade de geração de força lateral.

Assim, justifica-se o aumento de 8% médio da aceleração lateral do veículo.

6.3.3 Tempo em 2 voltas

Por fim, nas duas voltas em que foram realizados os testes, a implementação do diferencial demonstrou uma melhoria de **1.8 segundos**, de 138,3s para 136,5s. É necessário ressaltar que o piloto e o veículo não foram alterados entre as duas simulações, havendo apenas uma melhoria decorrente do controle individual dos motores.

7 CONCLUSÃO

Este capítulo final tem como objetivo consolidar os resultados obtidos, discutir o cumprimento dos objetivos propostos e apresentar as contribuições deste trabalho, bem como sugerir caminhos para futuras pesquisas e implementações.

7.1 Conclusões Gerais

Este Trabalho de Conclusão de Curso se dedicou ao projeto e à simulação de um diferencial eletrônico, baseado em Controle por Modos Deslizantes (SMC), para um protótipo de corrida da categoria Fórmula SAE com dois motores traseiros independentes. A metodologia partiu da modelagem da dinâmica do veículo com o Modelo de Bicicleta para, em seguida, desenvolver uma estratégia de controle robusto capaz de gerar um momento de guinada corretivo (M_z) a partir do erro da taxa de guinada. Este momento foi, então, traduzido em comandos de torque individuais para cada motor, implementando a vetorização de torque de forma a otimizar a performance em curva.

A validação da estratégia, realizada no ambiente de simulação *IPG Carmaker*, demonstrou o sucesso da abordagem. A análise quantitativa dos resultados evidenciou uma redução nos picos de erro da taxa de guinada superior a **87%** (de 1.6 rad/s para 0.2 rad/s) e redução do RMSE do erro em **74%**, indicando um aumento significativo na estabilidade e na precisão da trajetória. Essa melhoria no controle da atitude do veículo permitiu um uso mais eficiente da aderência disponível nos pneus, o que se refletiu em um aumento da aceleração lateral sustentada pelo carro em **8.4%**. O impacto final na performance foi comprovado pela redução de **1.8 segundos** no tempo de duas voltas em pista, uma melhoria expressiva obtida unicamente via *software*, sem alterações nos parâmetros do veículo ou no piloto virtual.

Portanto, conclui-se que a implementação do diferencial eletrônico com SMC é uma estratégia robusta e altamente eficaz para aprimorar tanto a manobrabilidade quanto o desempenho geral do protótipo. Este trabalho cumpre seus objetivos ao não apenas validar uma solução de controle avançada, mas também ao estabelecer uma base de conhecimento e uma arquitetura sólida para a equipe EESC-USP Tupã. Fica demonstrado que o controle ativo da dinâmica lateral é uma ferramenta fundamental para expandir o envelope de performance de um veículo elétrico de competição.

7.2 Limitações e Desafios

É importante ressaltar as limitações do presente estudo, que servirão como guia para os próximos passos. A parametrização completa e precisa do protótipo T08, especialmente

no que tange às características não-lineares dos pneus e à flexibilidade do chassi, não foi o escopo deste trabalho e representa um desafio significativo para a validação experimental. Além disso, a transição da simulação para a implementação física exigirá a superação desses desafios de modelagem e a consideração de fatores do mundo real, como ruídos de sensores e latência de comunicação.

7.3 Sugestões de Projetos Futuros

Com a arquitetura de controle do diferencial eletrônico para um veículo com dois motores elétricos RWD estabelecida e validada em simulação, esta seção tem como objetivo listar projetos futuros para a equipe, visando a melhoria contínua na performance dinâmica e eficiência energética do protótipo, além da própria implementação do **Diferencial Eletrônico**.

Frenagem Regenerativa (Martellucci *et al.*, 2021)

Com dois inversores que já possuem a capacidade de regeneração de energia, o ganho em autonomia sem a alteração brusca do projeto trativo é evidente. No entanto, deve-se tomar em conta alguns impactos para o desenvolvimento do projeto.

O primeiro ponto de atenção está relacionado a **segurança**. Em relação a **segurança elétrica**, uma frenagem regenerativa agressiva pode gerar picos de tensão no barramento DC, excedendo o limite suportado pelos componentes eletrônicos, assim como também a sobretensão nos terminais das células de baterias.

Em relação à **segurança mecânica**, o torque negativo gerado pela frenagem regenerativa tem impactos diretos no diferencial eletrônico. Por exemplo, um alto torque negativo pode gerar travamento nas rodas, causando instabilidade pelo deslizamento, ou problemas na transmissão de potência mecânica por engrenagens. Com a inversão do fluxo de força, a transição brusca do torque positivo para negativo faz que haja um choque mecânico nas engrenagens.

Também, em relação à **segurança do piloto**, a responsividade do veículo se altera drasticamente com as interações de entrada do piloto, já que a frenagem pode ocorrer não somente com a solicitação do freio, como também no **coasting**, que é quando o pedal de acelerador é solto. Também, caso o freio regenerativo seja desativado por questões de segurança, a força de frenagem também pode se alterar. Desse modo, os pilotos devem ser devidamente treinados e a frenagem hidráulica **nunca** deve ser substituída por completo.

Ademais, caso todas as condições de segurança sejam cumpridas, é possível potencializar a autonomia por meio do controle de potência na carga das baterias com uso de um supercapacitor e um conversor DC/DC (Moretti, 2018) (Dixon; Ortuzar, 2002). Como as células possuem uma corrente de carga máxima, deve haver uma limitação na corrente

de carga por meio do Inversor. No entanto, é possível permitir uma frenagem regenerativa com corrente acima da máxima de carga da célula, com uso de um elemento armazenador (supercapacitor) e um controle no fluxo de potência (DC/DC).

Controle de Tração Longitudinal (TCS)(Ji, 2020) (Loof; Besselink; Nijmeijer, 2014)

Enquanto que o Diferencial Eletrônico possui o objetivo da melhoria da dinâmica lateral, o controle de tração longitudinal também é importante para um bom desempenho geral nas provas dinâmicas. Com ele, é possível gerar sinais de torque para os inversores que consideram os limites dinâmicos de geração de força longitudinal dos pneus, como também o uso de sensores de velocidade na roda para detecção de *slip*.

O grande ganho está na criação de um controle de largada para a prova de **Aceleração**, em que se conhece a distância a ser percorrida em linha reta. Além disso, pode complementar a segurança da frenagem regenerativa por meio do controle de deslizamento e suavização na mudança de torque positivo para negativo.

Porém, o projeto tem seus ganhos refletidos apenas se o torque gerado pelos motores, junto com a relação de transmissão, transmita uma força de tração maior que os limites dos pneus utilizados, dependendo do uso de um bom modelo.

Otimização de Relação de Transmissão (Alexsson *et al.*, 2021)

Sem o uso de técnicas de controle eletrônico, a escolha do *Gear Ratio*, ou relação de transmissão, é limitada pelas forças de tração mínimas e máximas desejadas e a velocidade máxima desejada. No entanto, com a possibilidade de controle de tração longitudinal, é mitigada a limitação do torque alto, permitindo relações de transmissão mais agressivas.

Sem um controle de tração, tal relação resultaria num torque instantâneo muito alto, criando deslizamento no pneu. No entanto, a combinação da mudança de escolha da relação de transmissão com o controle de tração permite uma aceleração muito mais alta em entradas e saídas de curva, cruciais para a diminuição do tempo em provas de **AutoX** e **Enduro**.

Fusão Sensorial de IMU com GPS para Estimação de Estado (Vaquera, 2022) (Escoriza *et al.*, 2021)

Atualmente, o controle depende da medição da IMU e de sensores de velocidade da roda. No entanto, a velocidade do veículo inferida pela rotação das rodas possui erros devido ao escorregamento dos pneus. A integração de dados de uma IMU com um receptor GPS de alta frequência, por meio de um **Filtro de Kalman Estendido**, permite uma estimação mais robusta da posição e velocidade do veículo. Além disso, permite a estimação de variáveis críticas e não medidas diretamente, como o ângulo de deriva do veículo (β).

Migração para Powertrain de Alta Tensão (Jahn, 2021)

A combinação do diferencial eletrônico e controle de tração está diretamente ligada à otimização do sistema de potência. Sinergizado com um aumento da relação de transmissão, é possível discutir sobre os benefícios de migrar para um sistema trativo de alta tensão. Dados dois princípios que regem os motores elétricos:

$$\text{Torque} \propto \text{Corrente}$$

$$\text{Velocidade} \propto \text{Tensão}$$

Geralmente, a configuração padrão para equipes iniciantes é o uso de motores de baixa tensão (80-120V), com relações de transmissão baixas e alta corrente. Pela simplicidade nos projetos mecânicos e elétricos, o caminho se justifica. Porém, com o desenvolvimento de novas formas de controle eletrônico da dinâmica veicular, o perfil desejado dos motores elétricos é de alta tensão (500-600V), com motores de densidade de potência elevada e alta velocidade.

Para a mesma potência, uma tensão maior resulta em correntes menores, acarretando:

- Menores perdas ôhmicas;
- Utilização de cabos de menor bitola;
- Menor estresse térmico nos componentes eletroeletrônicos.

Migração para Tração Integral (AWD) (Schommer *et al.*, 2022)(Guia *et al.*, 2020)

Como última etapa de evolução do projeto, a migração para um sistema com quatro motores independentes (AWD) representa o ápice do controle de dinâmica veicular. Um sistema AWD permite que o momento de guinada (M_z) seja gerado não apenas pela diferença de torque longitudinal no eixo traseiro, mas utilizando as quatro rodas. Isso aumenta a autoridade de controle (a magnitude do M_z que pode ser gerado), a rapidez da resposta e permite a otimização da força de tração em todas as condições de pilotagem, representando a fronteira da pesquisa em performance e segurança para veículos elétricos.

REFERÊNCIAS

- ALEXSSON, E. *et al.* Design of a weight-optimized gearbox for a formula student car. 2021.
- BULLEN, F.; KARRI, V. Design and construction of a formula sae racecar in a teaching and research framework. **Quality conversations: Research and development in higher education**, v. 25, p. 74–82, 2002.
- DIXON, J. W.; ORTUZAR, M. E. Ultracapacitors+ dc-dc converters in regenerative braking system. **IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine**, IEEE, v. 17, n. 8, p. 16–21, 2002.
- EMRAX d.o.o. **EMRAX 188 / EMRAX 218 Technical Data Sheet**. 2025. Revisão 1.6. Acessado em 8 de junho de 2025. Disponível em: https://emrax.com/wp-content/uploads/2025/03/EMRAX_188_datasheet_v1.6.pdf.
- ESCORIZA, A. L. *et al.* Data-driven kalman-based velocity estimation for autonomous racing. *In: IEEE. 2021 IEEE International Conference on Autonomous Systems (ICAS)*. [S.l.: s.n.], 2021. p. 1–5.
- F1 Dictionary. **The Motions Of An F1 Car - Heave, Pitch, Roll and Warp Explained**. 2020. Formula 1 Dictionary. Accessed on 2025-06-08. Disponível em: https://www.formula1-dictionary.net/motions_of_f1_car.html.
- GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. [S.l.: s.n.]: SAE International, 1992. ISBN 1560911999.
- GOULD, D. **Strong, stiff & light structures**. 2021. Design Judges. Disponível em: <https://www.designjudges.com/articles/strong-stiff-light-structures>.
- GUIA, A. R. *et al.* In-wheel traction motor: a case study for formula sae electric. *In: Congresso Brasileiro de Automática-CBA*. [S.l.: s.n.], 2020. v. 2, n. 1.
- HORI, Y.; KIM, Y. H. Why electric vehicles can be a platform of new control-based applications. *In: 2019 IEEE 10th International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG)*. [S.l.: s.n.], 2019. p. 3–9.
- International Energy Agency. **Global electric car sales, 2014-2024**. Paris: IEA, 2025. Licence: CC BY 4.0. Disponível em: <https://www.iea.org/data-and-statistics/charts/global-electric-car-sales-2014-2024>.
- JAGTAP, M. *et al.* Design methodology of a custom limited slip differential for an fsae vehicle. 2021.
- JAHN, M. Designing a high voltage battery for a formula student vehicle. 2021.
- Jl, P. **Development and simulation of a traction control system using individual motor direct torque control techniques for a formula SAE electric racing vehicle**. 2020. Tese (Doutorado) — University of Tasmania, 2020.

LOOF, J.; BESSELINK, I.; NIJMEIJER, H. Traction control of an electric formula student racing car. *In: FISITA 2014 World Automotive Congress*. [S.l.: s.n.], 2014.

MARTELLUCCI, L. *et al.* Regenerative braking experimental tests and results for formula student car. **Journal of Transportation Technologies**, v. 11, n. 1, p. 78–89, 2021.

MONTAGUE, J. P. **Design and Implementation of Torque Vectoring in the Bristol Electric Racing Formula Student Vehicle**. June 2017. Dissertação (Mestrado) — University of Bristol, Bristol, UK, June 2017. Report Submitted for the Degree of Engineering.

MONTEIRO, J. R. B. d. A. *et al.* Anti-windup method for fuzzy pd+ i, pi and pid controllers applied in brushless dc motor speed control. *In: IEEE. 2013 Brazilian Power Electronics Conference*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 865–871.

MORETTI, G. Formula sae electric: design of a resonant converter for the regenerative braking system applied to an ultracaps-based storage. Politecnico di Milano, 2018.

Motenergy, Inc. **ME0913 Product Information**. [S.l.], 2012.

NæSS, H. E.; TJØNNDAL, A. **Innovation, Sustainability and Management in Motorsports: The Case of Formula E**. Cham, Switzerland: Palgrave Macmillan, 2021. ISBN 978-3-030-74221-8. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-030-74221-8>.

OLIVEIRA, V. A. d.; JONYS, L.; MAGOSS, R. **SEL0364 - Controle Não Linear Aplicado: Sliding Mode - Teoria e aplicação**. 2025. Notas de Aula, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Apresentação de slides da disciplina SEL0364.

SAE International. **2025 Formula SAE Rules**. [S.l.], 2024. Version 1.0. Disponível em: <https://www.fsaonline.com/content/2025-FSAE-Rules-V1.0.pdf>.

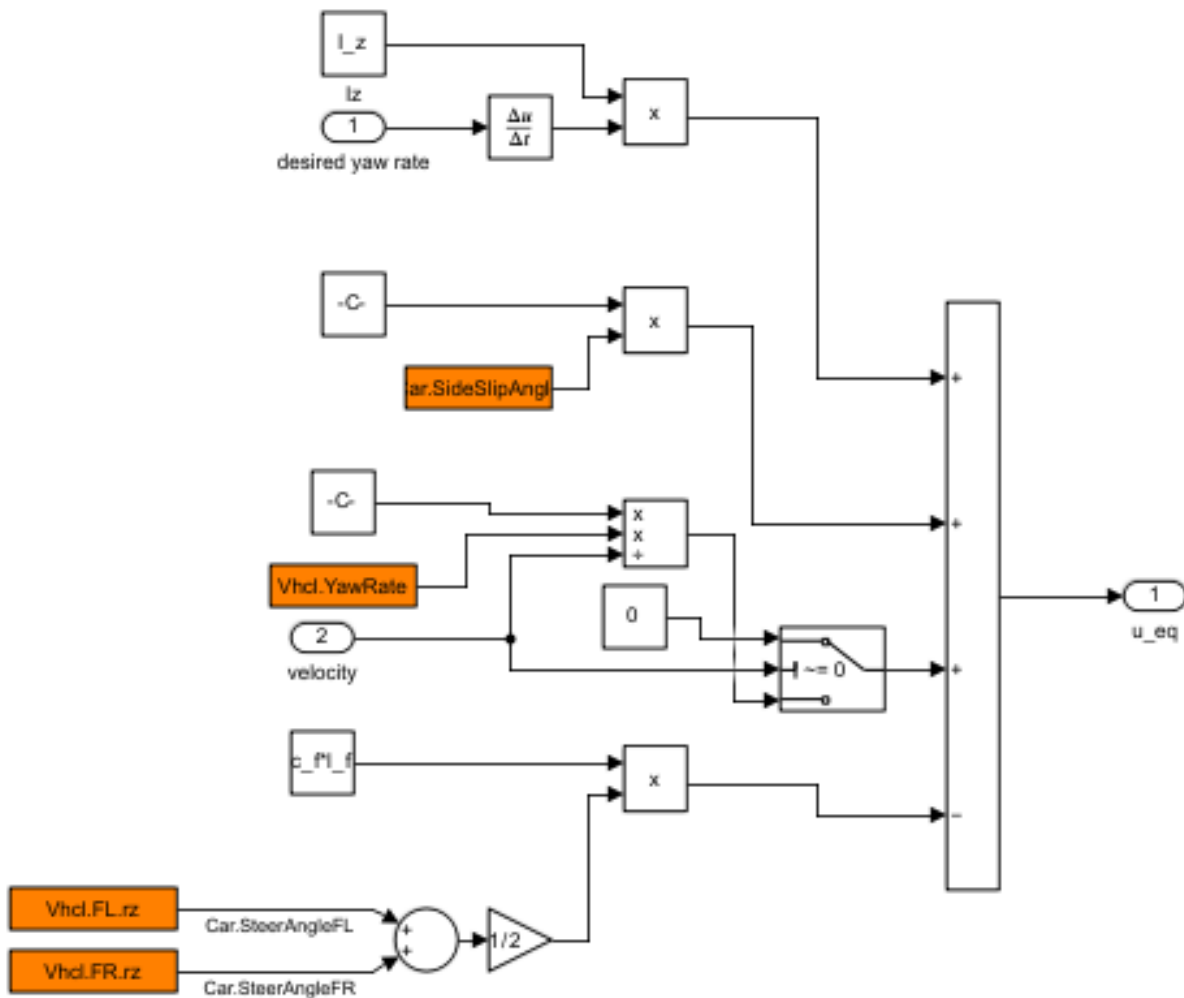
SCHOMMER, A. *et al.* System architecture of a four-wheel drive formula student vehicle. **arXiv preprint arXiv:2211.10476**, 2022.

STOOP, A. *et al.* **Design and implementation of torque vectoring for the force racing car**. 2014. Tese (Doutorado) — Master's thesis, Delft Center for Systems and Control, 2014.

VAQUERA, A. N. **Speed estimation of a Formula Student vehicle using Kalman Filters**. 2022. Dissertação (B.S. thesis) — Universitat Politècnica de Catalunya, 2022.

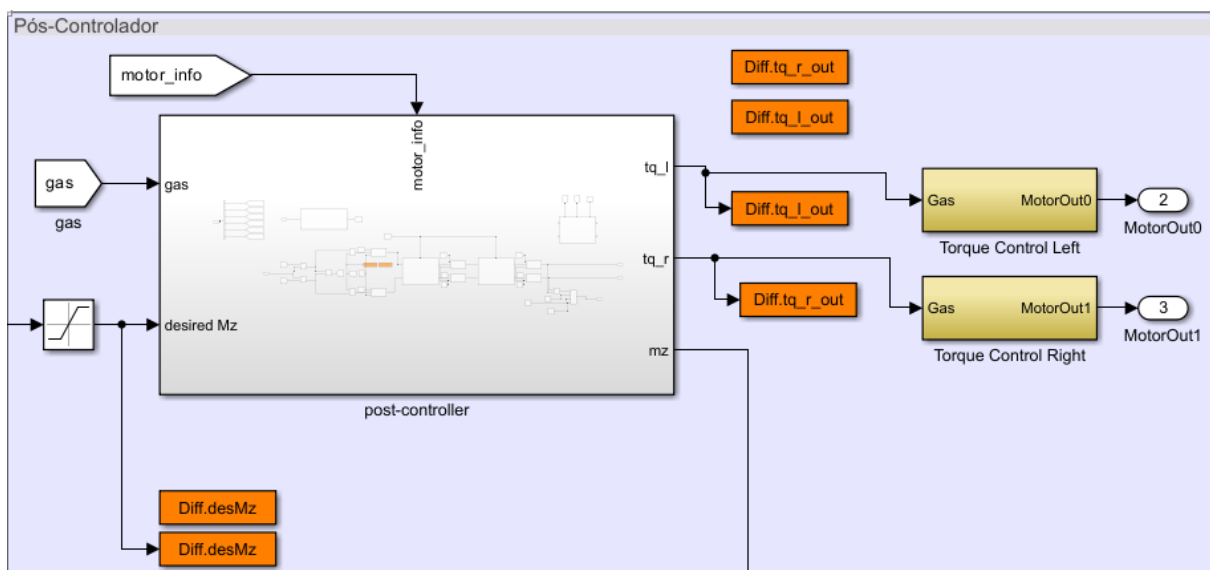
ANEXOS

Figura 32 – Determinação da Lei de Controle u_{eq} .



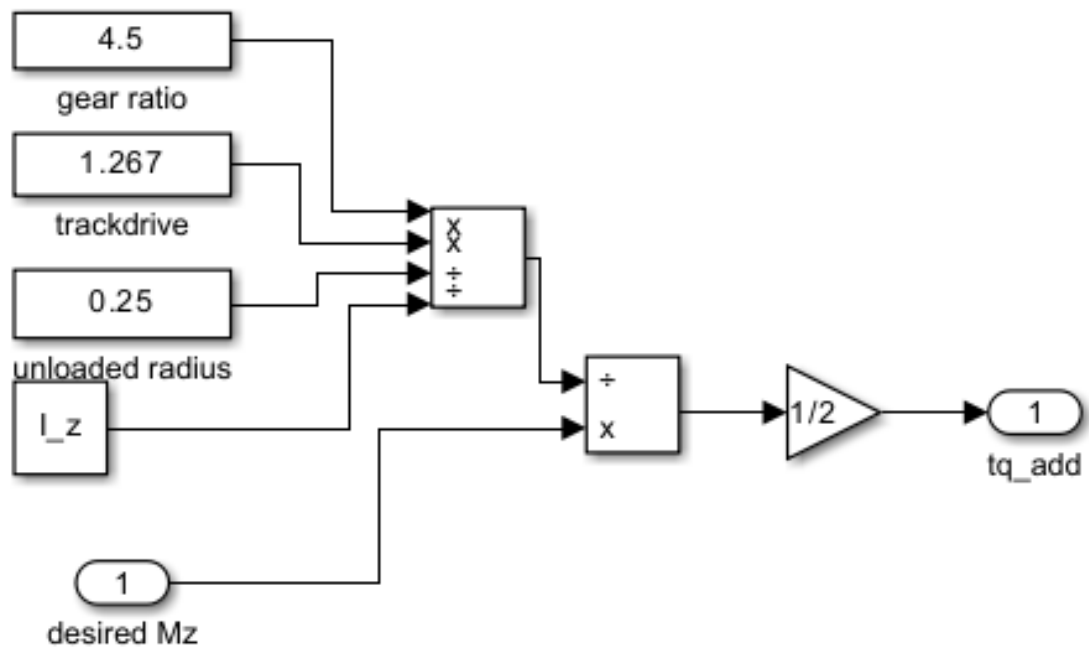
Fonte: Autor

Figura 33 – Visão do Pós-Controlador.



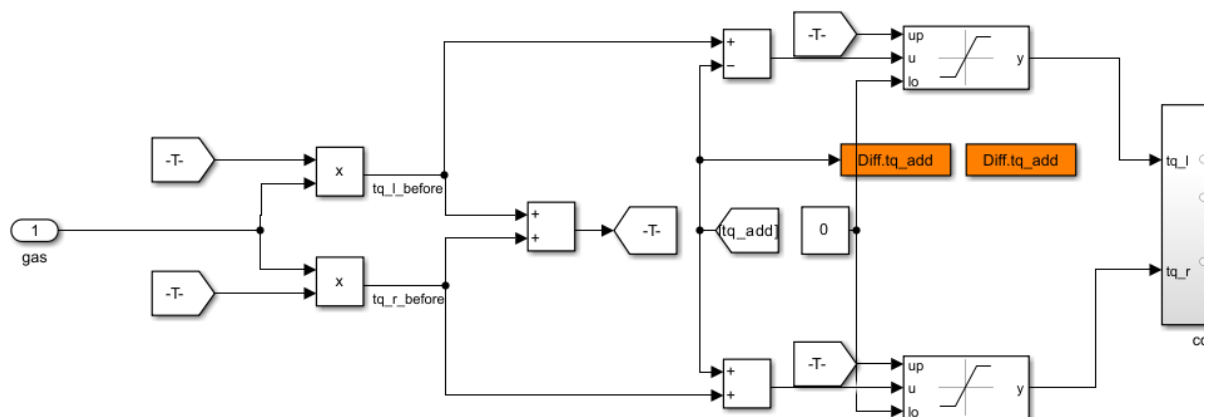
Fonte: Autor

Figura 34 – Cálculo do ΔT .



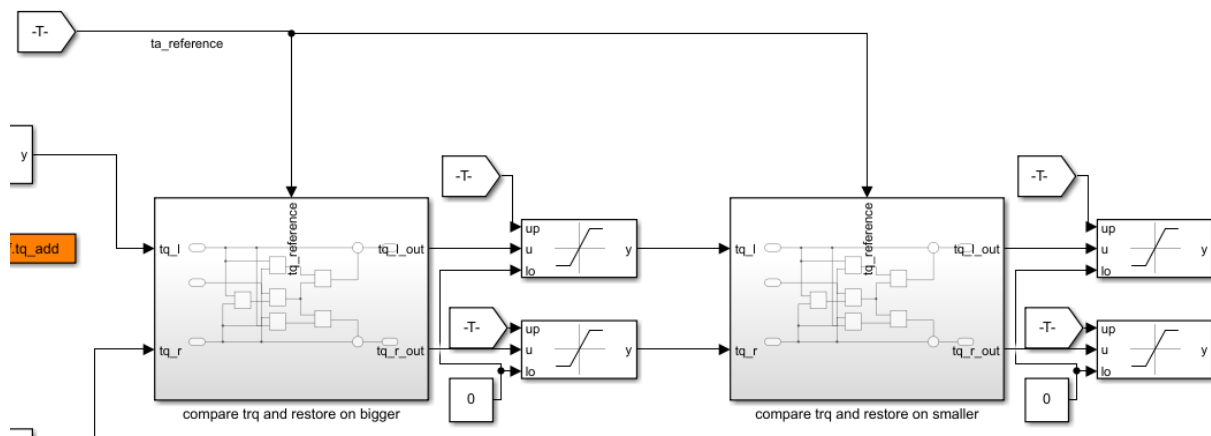
Fonte: Autor

Figura 35 – Cálculo do sinal de torque individual.



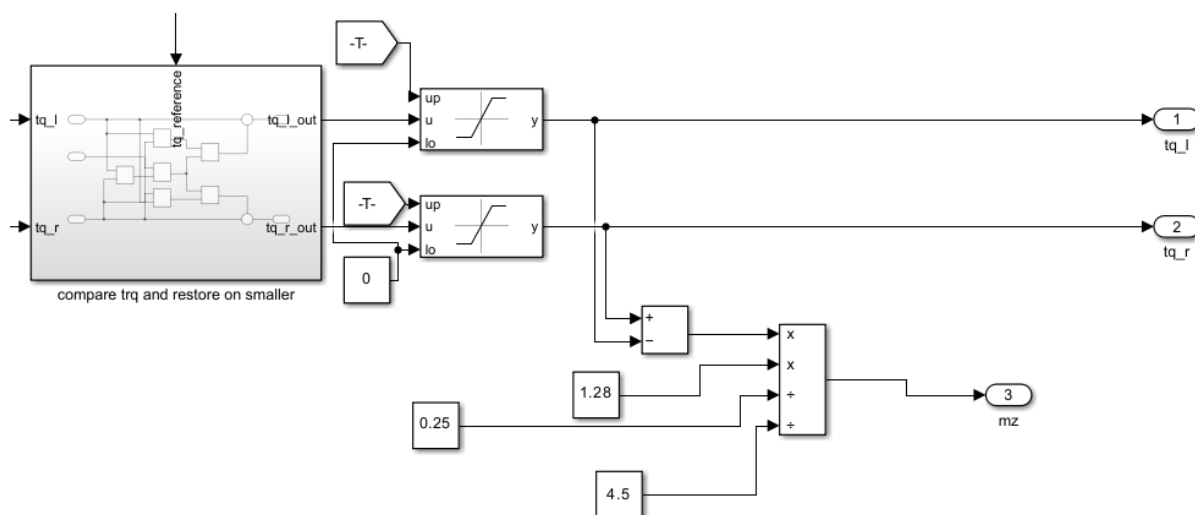
Fonte: Autor

Figura 36 – Aplicação de saturação no sinal de torque.



Fonte: Autor

Figura 37 – Envio do sinal de torque independente para cada motor.



Fonte: Autor