

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO E  
CONTABILIDADE  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA

---

# Transmissão de Volatilidade Aplicada a Índices Brasileiros

---

*Aluno*

Fabio Dias LOPEZ

*Orientador*

Prof. Dr. Jose Carlos de  
Sousa SANTOS

São Paulo

01 de dezembro de 2021

# **Sumário**

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Séries Utilizadas</b>	<b>12</b>
<b>4</b>	<b>Modelo de Vetor Autorregressivo (VAR)</b>	<b>15</b>
<b>5</b>	<b>Modelo de Heterocedasticidade Condicional (GARCH)</b>	<b>23</b>
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>31</b>
	<b>Referências</b>	<b>33</b>

# Resumo

Este trabalho consiste em uma pesquisa empírica em econometria financeira que analisa as relações entre os índices de volatilidade implícita referentes ao mercado acionário brasileiro e o VIX e busca evidências de que choques no índice americano se propagam para os índices brasileiros. Ainda, o trabalho busca investigar a dinâmica dessa propagação de choques, tentando identificar como ela evolui no tempo e quais fatores possam ser relevantes para determiná-la. Primeiramente foi realizada uma extensa revisão bibliográfica focada nos diferentes métodos econométricos já aplicados em pesquisas similares de forma a selecionar modelos apropriados que levem em conta as particularidades inerentes a índices de volatilidade. Em seguida, foi desenvolvida a parte empírica com a aplicação e análise dos resultados de modelos econométricos VAR e GARCH multivariados que permitiram identificar um papel relevante do VIX na transmissão de choques de volatilidade ao mercado brasileiro.

**Palavras-chave:** econometria financeira, volatilidade implícita, índices de volatilidade, transmissão de volatilidade, contágio, IVol-Br, VXEWZ, VAR, GARCH multivariado

**Classificação JEL:** C32, C58, G15

# Abstract

This work consists of empirical research in financial econometrics analyzing the relationships between the Brazilian stock market implied volatility indices and the VIX, seeking evidence that shocks in the US index tend to propagate to the Brazilian indices. In addition, the work explores the dynamics of this shock propagation trying to identify how it evolves over time and which factors may be relevant to determine it. Initially, an extensive literature review was carried out focused on identifying different econometric methods applied in similar research in order to select appropriate models that take into account the particularities inherent to volatility indices. In the empirical part, VAR and multivariate GARCH econometric models were estimated and its results were analyzed, drawing the conclusion that VIX plays an important role in the transmission of volatility shocks to the Brazilian market.

**Keywords:** financial econometrics, implied volatility, volatility index, volatility transmission, contagion, IVol-Br, VXEWZ, VAR, multivariate GARCH

**JEL Classification:** C32, C58, G15

# 1 Introdução

Dois dos principais processos que guiaram a transformação econômica nas últimas décadas foram a globalização e o aprofundamento financeiro. Na medida em que nações e empresas se abrem mais ao mundo e o volume de transações comerciais e financeiras internacionais cresce e se torna cada vez mais relevante, é de se esperar que choques de qualquer natureza em algum país ou região tenham um efeito cada vez maior para além de suas fronteiras. De forma similar, uma das faces do aprofundamento financeiro é a oferta de produtos cada vez mais sofisticados para investidores, tornando mais fácil e aumentando a popularidade de estratégias de diversificação internacional de carteiras. Naturalmente, é de se esperar que esse processo também resulte em uma maior interdependência entre os mercados internacionais. Nesse contexto, é importante estudar como, de que forma e em qual grau choques se propagam entre os mercados para auxiliar investidores e operadores de mercado em suas estratégias de diversificação e mitigação de riscos.

Introduzido em 1993, o VIX é um índice que mede a expectativa de volatilidade do índice de ações S&P500 para os próximos trinta dias a partir do preço de opções. Existe vasta literatura mostrando que o VIX, bem como outros índices de volatilidade implícita, possui conteúdo informacional relevante para estimar, não apenas a volatilidade futura, mas também o retorno futuro do mercado de ações. Whaley (2009), por exemplo, mostra que níveis elevados do VIX implicam em uma maior dispersão dos retornos futuros do S&P500 enquanto Bekaert e Hoerova (2014) mostram que o VIX tem poder preditivo para o retorno do mercado acionário americano e para indicadores de atividade econômica real e de estresse financeiro.

Ainda, o VIX e outros índices semelhantes demonstram uma sensibilidade maior a choques no curtíssimo prazo do que o retorno no mercado de ações, transformando-os em veículos apropriados para estudar fenômenos de propagação de choques entre diferentes mercados. Esse fato é ilustrado na figura 1 que apresenta duas comparações de séries transformadas com logaritmo e subtraídas de suas médias. No painel de cima estão índices referentes aos mercados brasileiro e americano de ações enquanto no painel de baixo estão seus respectivos índices

de volatilidade implícita, onde se percebe uma maior amplitude e correlação de movimentos.

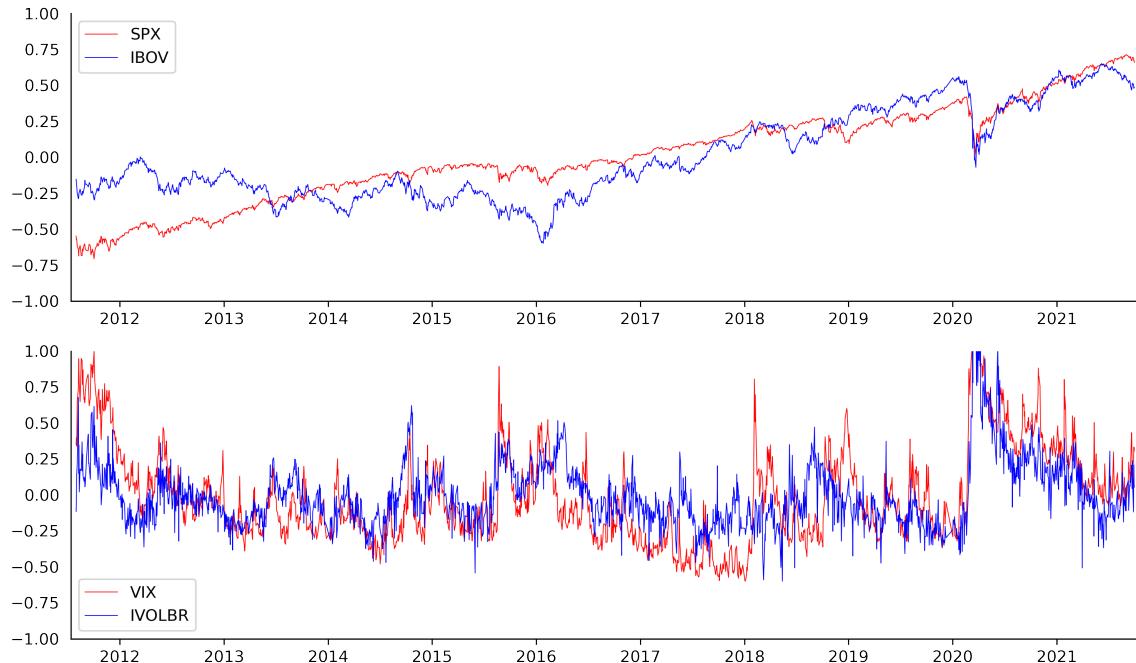


Figura 1: Índices de ações e de volatilidade implícita, séries com log e média zero

Diversos trabalhos, que serão explorados em maior detalhe na próxima seção, usaram a estratégia de analisar a propagação de choques entre diferentes mercados através de índices de volatilidade implícita nas últimas décadas. De forma geral, eles demonstraram que variações no VIX possuem efeitos muito significativos na variação de diversos outros índices de volatilidade, sejam eles de mercados de ações de diversos países, de preços de commodities ou até mesmo de taxas de juros de longo prazo.

Nesse sentido, o objetivo do trabalho é tentar entender e quantificar o efeito que variações no VIX causam nos dois índices de volatilidade implícita referentes ao mercado de ações brasileiro: o IVol-BR, criado por Astorino et al. (2017) e publicado periodicamente pelo NEFIN-USP, que tem como base preços de opções do índice Ibovespa negociadas na B3 e o VXEWZ, calculado pela CBOE (*Chicago Board Options Exchange*), que tem como base preços de opções do *iShares Brazil*

*ETF*, um fundo negociado no mercado americano que replica a variação do índice Ibovespa. Também será explorada a relação entre estes dois índices, tentando entender se algum deles possui uma relevância maior do que o outro em termos de propagação de choques.

Incialmente, será apresentada uma extensa revisão bibliográfica de artigos que analisam as relações entre os mais diversos índices de volatilidade implícita existentes, com foco nas diferentes abordagens econométricas utilizadas e nos principais resultados obtidos. Dessa forma, foi possível propor uma metodologia adequada para o estudo dos índices brasileiros que considera as particularidades inerentes a índices de volatilidade implícita. Serão introduzidos e especificados um modelo de vetor autorregressivo (VAR) e um modelo GARCH multivariado, e seus resultados apresentados e discutidos. Ainda, compreendendo as limitações das metodologias utilizadas e levando em conta as conclusões de artigos com métodos semelhantes, os resultados obtidos foram interpretados em busca das respostas relevantes ao objetivo do trabalho.

## 2 Revisão Bibliográfica

Há uma vasta literatura estudando as relações entre índices de volatilidade implícita com abordagens econôméticas bastante distintas. Aboura e Villa (2003) utilizam um modelo VAR para estudar a relação entre VIX, VDAX (Alemanha) e VX1 (França) entre 1994 e 1998 e concluem que o índice americano influencia em grau maior os outros dois índices. Nikkinen e Sahlström (2004) investigam a relação entre VIX, VDAX e índices próprios construídos para os mercados do Reino Unido e da Finlândia entre 1996 e 2000. Utilizando um modelo VAR e testes de causalidade de Granger, concluem que o mercado finlandês estava menos sujeito a choques de volatilidade externos e que o VIX influenciava significativamente os demais índices europeus.

Skiadopoulos (2004) constrói um índice próprio de volatilidade implícita para o mercado grego mas não encontra correlação ou causalidade significativa entre este e índices americanos. Posteriormente, Siriopoulos e Fassas (2012) também constroem um índice próprio e, analisando o período entre 2004 e 2009 com um modelo VAR e testes de causalidade de Granger, detectam uma influência significativa na direção do VIX para o VDAX, e de ambos para o índice grego. Thakolsri, Sethapramote e Jiranyakul (2016) constroem um índice próprio para o mercado tailandês e, analisando o período entre 2010 e 2013, concluem que o VIX possui efeito significativo tanto no VSTOXX (Europa) quanto no índice local.

Nikkinen, Sahlström e Vähämaa (2006) constroem índices de volatilidade implícita para o preço em dólares do euro, da libra esterlina e do franco suíço entre 2001 e 2003 e, com o mesmo método, identificam o papel central do euro frente às outras moedas. Äijö (2008) usa a mesma abordagem para analisar a estrutura de termo de VDAX, VSMI (Suíça) e VSTOXX entre 2000 e 2004 e conclui que choques se propagam majoritariamente a partir do VDAX. López e Navarro (2013) constroem um índice próprio para a volatilidade implícita da taxa de juros na Europa e concluem que há contágio significativo entre este índice e o VSTOXX, e que a causalidade parte do mercado de juros em direção ao acionário.

Jiang, Konstantinidi e Skiadopoulos (2012) também utilizam um modelo VAR para analisar a relação entre VIX e índices europeus entre 2003 e 2010, mas com

adaptações para incorporar o efeito de notícias e divulgação de dados econômicos. Eles concluem que notícias possuem um efeito significativo para explicar mudanças de volatilidade, mas não explicam totalmente os contágios observados. López (2014) segue procedimento semelhante ao analisar as relações entre VIX, OVX (petróleo), GVZ (ouro), EVZ (taxa de câmbio euro-dólar) e VXTYN (taxa de juros americanas) e também conclui que há contágio entre os índices que não pode ser explicado pela divulgação de notícias. Smales (2020) estuda seis índices de volatilidade de mercados desenvolvidos com um modelo VAR entre 1997 e 2019, incorporando também índices de incerteza de política econômica de cada país. O autor conclui que há contágio significativo partindo principalmente do VIX, e que índices de incerteza de EUA e Japão também têm efeito significativo.

Liu, Ji e Fan (2013) estudam a relação entre VIX, OVX, GVZ e EVZ de 2008 a 2012 com um modelo VAR e concluem que o VIX tem um papel importante ao originar choques. Badshah, Frijns e Tourani-Rad (2013) também estudam a relação entre VIX, GVZ e EVZ, entre 2008 e 2011, comparando a modelagem VAR com um modelo VAR estrutural. Ambas as estratégias mostram uma influência significativa partindo do VIX para os outros índices, com a modelagem estrutural rejeitando completamente a causalidade reversa e o modelo tradicional mostrando um impacto razoável. Bouri, Gupta et al. (2018) também utilizam um modelo VAR estrutural, mas com abordagem bayesiana. Eles analisam, com foco nos BRICS, dezesseis índices de volatilidade entre 2011 e 2016, mas não conseguem encontrar uma influência significativa do VIX nos índices de Brasil e China, apenas nos de Rússia, Índia e África do Sul.

Sarwar (2017) analisa VIX, GVZ, VXTYN e VXSLV (prata), entre 2004 e 2014, através de um modelo VAR modificado para considerar assimetrias e de testes de causalidade de Granger. O autor conclui que variações no VIX causam variações nos demais índices mas o inverso não ocorre, e constata também que o impacto durante o período da crise financeira foi maior do que nos demais.

Zhao e Goodwin (2011) estudam a relação entre as volatilidades implícitas dos preços da soja e do milho nos EUA entre 2001 e 2010, usando testes de Chow para identificar períodos com quebras estruturais e uma modelagem VAR nos sub-períodos identificados. Eles concluem que, embora no período completo o contágio se dê primariamente do milho para a soja, a relação se inverte em períodos de alta

volatilidade no preço da soja. Peng e Ng (2012) investigam a relação entre VIX, VIXN (Nasdaq), VDAX, VFTSE (Reino Unido) e VXJ (Japão) de 2001 a 2009 através de um modelo de cópula, para capturar assimetrias e efeitos de cauda, e concluem que a correlação entre os índices aumenta em tempos de turbulência no mercado.

Siriopoulos e Fassas (2013) estudam as correlações entre treze índices de volatilidade implícita de mercados acionários de países desenvolvidos entre 2004 e 2009 através de um modelo DCC-GARCH. Os autores identificam que o VIX é a principal fonte de choques, que as correlações entre os diversos índices se alteram no tempo, em especial aumentando em períodos de turbulência, e que no período observado houve uma tendência geral de aumento das correlações. Kenourgios (2014) usa um modelo aDCC-GARCH (DCC adaptado para permitir assimetrias) para analisar correlações entre VIX e quatro índices europeus de 2003 a 2013, introduzindo variáveis *dummy* em momentos de crise e identificando alterações significativas e positivas nas correlações em função destas. Badshah (2018) também usa um modelo aDCC-GARCH para concluir que as correlações entre VIX, VXFA (mercados desenvolvidos) e VXEM (mercados emergentes) aumentam em períodos de crise, e um modelo VAR para concluir que o VIX tem efeito significativo em ambos índices sem que o contrário aconteça.

Ding, Huang e Pu (2014) utilizam um modelo VECH-GARCH para analisar as correlações entre cinco índices de volatilidade de mercados desenvolvidos entre 1999 e 2009 e também concluem que o VIX tem papel relevante como fonte de choques, mas não conseguem encontrar nenhuma quebra estrutural na dinâmica de correlações entre os índices no período. Liu, Tseng et al. (2020) estudam a correlação entre VIX e OVX de 2007 a 2018, comparando três modelos da família GARCH e concludo que há significativa correlação entre os índices e que esta aumenta em momentos de crise. Chen, Chiang e Huang (2020) analisam VIX e três índices europeus entre 2000 e 2017 com um modelo ARJI-GARCH (modelo de saltos condicionais), que se mostra superior a outros dois modelos GARCH em um teste de razão de verossimilhança, e concluem que há significativo contágio bidirecional entre os mercados.

Bouri, Jain et al. (2017) utilizam testes de causalidade não-lineares aplicados a OVX, GVZ e INDIAVIX (Índia) entre 2009 e 2016 e concluem que há causalidade

apenas na direção dos índices de commodities para o índice indiano, notando que testes lineares mostrariam causalidade bidirecional. Dutta, Bouri e Roubaud (2019) também utilizam testes não-lineares para determinar que, entre 2011 e 2017, choques positivos no OVX causam variação significativa no GVZ mas choques negativos no OVX não causam, ao passo que apenas choques negativos no GVZ causam variações significativas no OVX.

Troster, Bouri e Roubaud (2019) também utilizam testes de causalidade não-lineares, incluindo ainda uma decomposição quantílica, para analisar VIX, GVZ, VXSLV e VXDGDX (ações de empresas mineradoras de ouro) entre 2011 e 2018 e concluem que o VIX possui um papel significativo para explicar movimentos dos demais índices. Bouri, Roubaud et al. (2017) decompõem o teste de Granger no domínio da frequência para diferenciar causalidade com diferentes tamanhos de defasagem. Os autores analisam a relação entre GVZ, INDIAVIX e VXFXI (China) de 2011 a 2017 e identificam períodos com relações de causalidade distintas dependendo da frequência analisada.

Dutta (2018) analisa VIX, VXFXI e VXEWZ (Brasil) entre 2011 e 2016 usando um modelo VARMA-GARCH e uma adaptação do teste de Granger e conclui que há influência significativa de ambos os índices no VXEWZ, sem que o contrário ocorra, e também bidirecionalmente entre VIX e VXFXI. Sarwar (2020) também usa um modelo VARMA-GARCH ao estudar seis índices de mercados desenvolvidos entre 2004 e 2019, concluindo que as correlações entre os índices aumentam em momentos de crise e destacando também o papel do índice britânico no período do Brexit.

Badshah, Bekiros et al. (2018) utilizam uma regressão quantílica e um modelo de cópula para estudar VIX, VXEEM, VXFXI e VXEWZ entre 2011 e 2016, encontrando um efeito significativo do VIX no demais índices e mostrando que esse efeito é ainda maior nos maiores quantis da variação do VIX. Xiao et al. (2019) também utilizam uma regressão quantílica para mostrar que variações no OVX e, especialmente, no VIX possuem efeitos significativos no VXFXI entre 2011 e 2018, e que os efeitos são maiores nos maiores quantis de variação.

É possível notar a evolução das abordagens para investigar relações entre índices de volatilidade implícita. Os primeiros artigos utilizaram modelos VAR simples e testes lineares de causalidade para buscar entender a dinâmica entre os diferentes

índices, destacando a influência das defasagens. Posteriormente, percebe-se que a correlação contemporânea passa a ser o foco principal dos trabalhos, que passam a utilizar primariamente modelos da família GARCH em suas análises. A literatura e os fatos estilizados apontam que essas correlações podem variar com o tempo, sendo essencial o uso de modelos com correlações dinâmicas.

Também se observa que os processos de contágio de volatilidade são essencialmente assimétricos e não lineares, e os trabalhos evoluem ao utilizar modelos com adaptações para melhor refletir essas características. Testes não-lineares de causalidade, modelos de cópula e modelos de saltos condicionais são algumas das ferramentas mais recentes que têm sido empregadas no estudo das relações entre índices de volatilidade implícita.

É interessante perceber que, apesar da grande diversidade de métodos econométricos utilizados, muitas conclusões são persistentes, em especial o papel central do VIX como fonte de choques percebidos em mercados tão diversos como commodities, ações de países emergentes ou taxas de juros. Essas conclusões são robustas a controles como notícias, divulgações de resultados econômicos e índices de incerteza de política econômica, fornecendo indícios de que há propagação de informação relevante, e que não pode ser facilmente explicada, através de índices de volatilidade implícita.

Finalmente, nenhum estudo analisou ainda o comportamento do IVol-Br, índice que reflete o preço de opções do Ibovespa negociadas localmente no Brasil, conjugado com outros índices de volatilidade implícita, o que evidencia uma das contribuições deste trabalho. Cainelli, Pinto e Klötzle (2021), no entanto, utilizam regressões quantílicas para mostrar que o IVol-Br possui conteúdo informacional relevante na previsão dos retornos futuros do Ibovespa.

### 3 Séries Utilizadas

Este trabalho se debruçará, conforme discutido na introdução, sobre três séries de índices de volatilidade implícita. Estes, de forma geral, medem a expectativa do mercado para a volatilidade de um ativo subjacente, neste caso índices acionários do Brasil e EUA, com base nos preços de opções deste ativo.

O IVol-BR, criado por Astorino et al. (2017) e publicado periodicamente pelo NEFIN-USP, tem como base preços de opções do índice Ibovespa negociadas na B3 e está disponível a partir de agosto de 2011. O VXEWZ, que tem como base preços de opções do *iShares Brazil ETF*, um fundo negociado no mercado americano que replica a variação do índice Ibovespa, está disponível a partir de outubro de 2011. É importante destacar que não se tratam de índices perfeitamente substituíveis: preços, incluindo os de opções, do *iShares Brazil ETF* são influenciados tanto pela variação do índice Ibovespa como pela variação cambial do real em relação ao dólar. O VIX, introduzido em 1993, mede a expectativa de volatilidade do índice americano de ações S&P500.

A figura 2 mostra as séries temporais destes índices de volatilidade implícita para o período em que todos estão disponíveis, de outubro de 2011 a setembro de 2021. É interessante notar os movimentos muitas vezes sincronizados entre os índices, fato que motiva este estudo, e também o agrupamento temporal da variância: em alguns momentos os índices se movimentam bruscamente enquanto em outros há mais estabilidade, gerando um alto grau de heterocedasticidade que deve ser levado em conta na escolha de modelos econométricos. Percebe-se também que os índices têm médias bastante distintas, motivando o uso das séries transformadas com logaritmo na especificação dos modelos econôméticos.

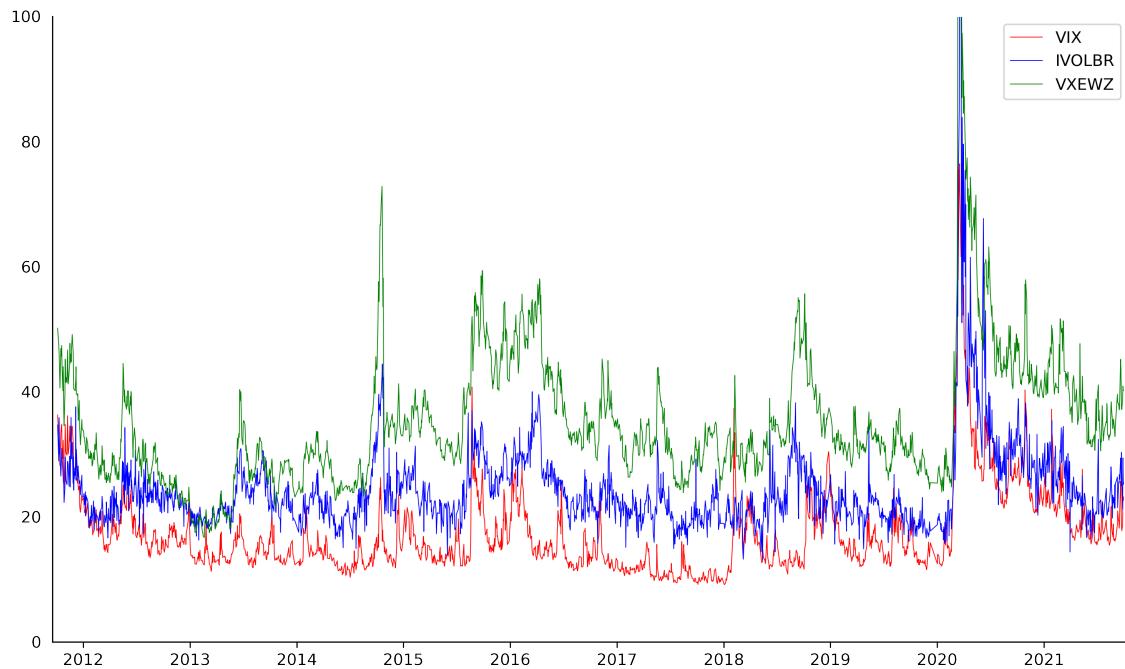


Figura 2: Séries originais

Seguindo boa parte da literatura empírica apresentada anteriormente, opta-se por utilizar a primeira diferença das séries pois busca-se entender o efeito que variações em um índice causam nos demais. Dessa forma, são apresentadas na figura 3 as três séries transformadas, primeiramente com o logaritmo natural e em seguida com aplicação do operador de primeira diferença. Essas séries transformadas serão utilizadas na parte empírica do trabalho. Nesta figura fica ainda mais evidente a heterocedasticidade de tais índices, com momentos de alta e de baixa amplitude de movimentos se agrupando no tempo.

### 3 SÉRIES UTILIZADAS

---

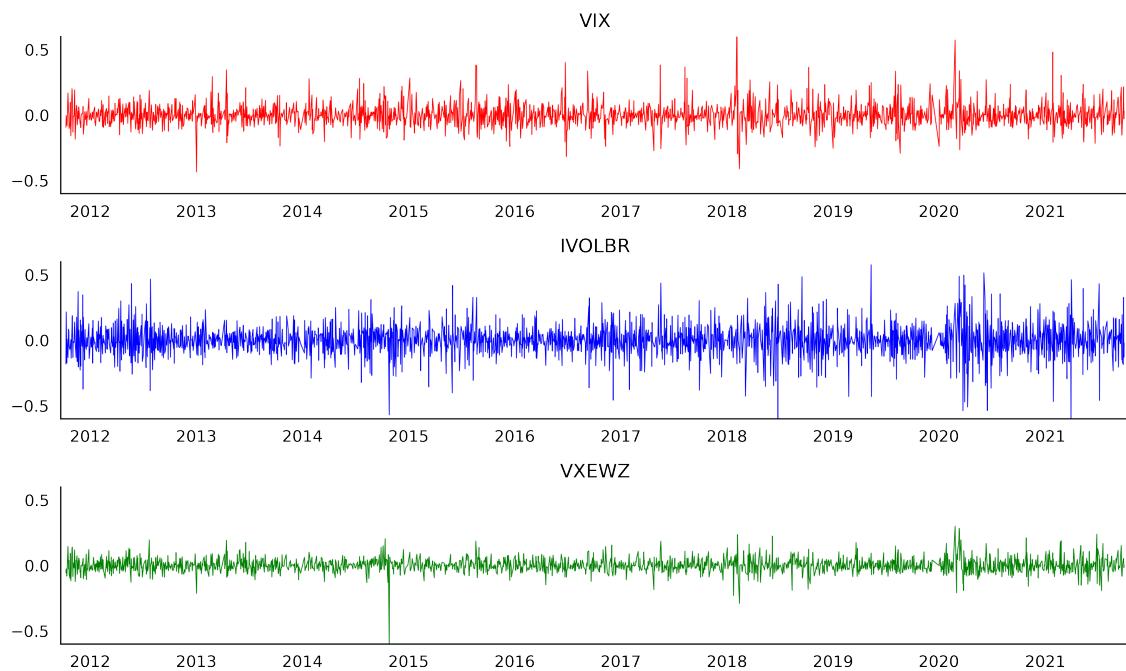


Figura 3: Primeira diferença do logaritmo das séries originais

## 4 Modelo de Vetor Autorregressivo (VAR)

Nesta seção será utilizado um modelo de vetor autorregressivo (VAR) incluindo as três séries de índices de volatilidade implícita apresentadas na seção anterior. A estratégia de utilizar um modelo VAR para a análise de índices de volatilidade implícita foi amplamente utilizada pelos primeiros trabalhos que se debruçaram sobre tais índices, mas também em artigos mais recentes com poucas modificações metodológicas. Alguns exemplos são Aboura e Villa (2003), Nikkinen e Sahlström (2004), Skiadopoulos (2004), Nikkinen, Sahlström e Vähämaa (2006), Jiang, Konstantinidi e Skiadopoulos (2012), Siriopoulos e Fassas (2012), López e Navarro (2013), Liu, Ji e Fan (2013), Badshah, Frijns e Tourani-Rad (2013), López (2014) e Smales (2020).

### 4.1 Metodologia

Proposto inicialmente por Sims (1980) para estudar um conjunto de séries macroeconômicas com elevada endogeneidade, um modelo VAR com  $k$  variáveis e de ordem  $p$  pode ser descrito de forma geral por:

$$y_t = c + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \cdots + A_p y_{t-p} + e_t$$

Onde  $y_t$  são vetores  $k \times 1$  com os valores das  $k$  variáveis em cada período  $t$  e  $A_p$  são matrizes  $k \times k$  que descrevem o efeito de cada variável no período ( $t - p$ ) nas variáveis em  $t$ . Ainda,  $e_t$  e  $c$  são vetores  $k \times 1$  que contém, respectivamente, os termos de erro e intercepto do modelo.

Segundo Bueno (2012), as hipóteses assumidas para o modelo são:

- i As séries descritas por cada linha de  $y_t$  são estacionárias.
- ii Os termos de erro descritos por cada linha de  $e_t$  tem média zero, variância constante e não tem correlação serial. ( $e_{it} \sim RB(0, \sigma_i^2)^1 \forall i \leq k$ )

---

<sup>1</sup>Ruído branco com média zero e variância  $\sigma_i^2$

iii A covariância entre os termos de erro é zero ( $\text{Cov}(e_{it}, e_{jt}) = 0 \forall i, j \leq k$  e  $i \neq j$ )

Os resultados desta seção foram obtidos usando o módulo *statsmodels* para Python. Inicialmente foram calculados os critérios de informação de Akaike (AIC), de Schwarz (BIC), de Hannan-Quinn (HQIC) e o erro de previsão final (FPE) para até 30 *lags* de forma a definir a melhor ordem para o modelo VAR.

Definida a ordem, o modelo foi estimado e foram calculadas as funções de resposta ao impulso e funções cumulativas de resposta ao impulso, ambas com intervalo de confiança por método de Monte Carlo, de forma a visualizar de que forma um choque em cada índice de volatilidade implícita impacta os demais. Também foi realizada a decomposição da variância do erro de previsão para perceber em que medida choques em cada uma das variáveis explicam a variância das demais.

Finalmente, foram realizados testes de causalidade de Granger para cada par de índices de volatilidade implícita com o objetivo de descobrir quais índices ajudam a prever, ou *Granger-causam*, os demais. Foram computadas estatísticas de teste *F* e  $\chi^2$ .

## 4.2 Resultados

Na tabela 1 são apresentados os critérios de informação de Akaike (AIC), de Schwarz (BIC), de Hannan-Quinn (HQIC) e o erro de previsão final (FPE) para até 30 *lags*. Os critérios AIC e FPE indicam que a ordem ideal do modelo seria 13, enquanto os critérios BIC e HQIQ indicam 3 e 5, respectivamente. Levando em consideração o princípio da parcimônia, optou-se por especificar um modelo VAR de ordem 5, que minimiza a média dos critérios BIC e HQIQ.

Ordem	AIC	BIC	HQIC	FPE ( $10^8$ )
0	-15.329	-15.321	-15.326	22.020
1	-15.591	-15.558	-15.579	16.948
2	-15.667	-15.611	-15.646	15.698
3	-15.694	<b>-15.613*</b>	-15.664	15.284
4	-15.707	-15.602	-15.668	15.089
5	-15.730	-15.601	<b>-15.683*</b>	14.738
6	-15.731	-15.578	-15.675	14.723
7	-15.744	-15.566	-15.679	14.538
8	-15.750	-15.548	-15.676	14.449
9	-15.752	-15.525	-15.669	14.424
10	-15.753	-15.502	-15.661	14.406
11	-15.752	-15.477	-15.651	14.421
12	-15.748	-15.448	-15.638	14.482
13	<b>-15.754*</b>	-15.430	-15.635	<b>14.392*</b>
14	-15.752	-15.404	-15.625	14.417
15	-15.753	-15.380	-15.617	14.406
16	-15.752	-15.355	-15.607	14.418
17	-15.754	-15.332	-15.599	14.399
18	-15.752	-15.305	-15.588	14.428
19	-15.751	-15.281	-15.579	14.431
20	-15.745	-15.250	-15.564	14.516
21	-15.741	-15.221	-15.550	14.588
22	-15.741	-15.196	-15.541	14.584
23	-15.736	-15.167	-15.527	14.660
24	-15.732	-15.138	-15.514	14.718
25	-15.734	-15.115	-15.507	14.690
26	-15.730	-15.087	-15.494	14.750
27	-15.732	-15.064	-15.487	14.716
28	-15.726	-15.033	-15.472	14.807
29	-15.724	-15.007	-15.461	14.839
30	-15.718	-14.976	-15.446	14.928

Tabela 1: Critérios de informação de Akaike, Schwarz, Hannan-Quinn e erro de previsão final (FPE). \* denota o *lag* ótimo segundo cada critério.

Na tabela 2 são apresentados os coeficientes estimados pelo modelo VAR (5) para cada série, com estatísticas-t e níveis de significância . Nota-se que o IVol-BR é a série melhor explicada pelo modelo, com  $R^2$  uma ordem de grandeza superior aos demais, indicando que e VIX e VXEWZ são relevantes na determinação de sua dinâmica. Surpreendentemente, os coeficientes dos *lags* do VIX não são significantes no IVol-BR, o *p-valor* de  $VIX_{t-1}$  é 0.11. Isso talvez se explique pelo fato de que o efeito de inovações no VIX pode estar sendo capturado contemporaneamente pelo VXEWZ e transmitido, com *lag*, através deste.

	IVol-BR <sub>t</sub>		VXEWZ <sub>t</sub>		VIX <sub>t</sub>
c	0.00 (-0.1)		0.00 (-0.1)		0.00 (-0.1)
IVol-BR <sub>t-1</sub>	-0.66 (-28.6)	***	0.02 (1.9)	*	0.02 (0.9)
VXEWZ <sub>t-1</sub>	0.47 (9.0)	***	-0.08 (-3.1)	**	0.07 (1.6)
VIX <sub>t-1</sub>	0.05 (1.6)		0.05 (2.9)	**	-0.12 (-4.7) ***
IVol-BR <sub>t-2</sub>	-0.45 (-16.4)	***	0.02 (1.2)		0.01 (0.5)
VXEWZ <sub>t-2</sub>	0.41 (7.7)	***	-0.03 (-1.2)		-0.08 (-1.8) *
VIX <sub>t-2</sub>	-0.04 (-1.2)		0.02 (1.4)		-0.03 (-1.0)
IVol-BR <sub>t-3</sub>	-0.30 (-10.7)	***	0.03 (2.0)	*	0.02 (0.9)
VXEWZ <sub>t-3</sub>	0.13 (2.4)	**	-0.05 (-1.6)		-0.05 (-1.2)
VIX <sub>t-3</sub>	0.01 (0.4)		0.00 (0.0)		-0.04 (-1.5)
IVol-BR <sub>t-4</sub>	-0.22 (-8)	***	0.02 (1.7)	*	0.01 (0.5)
VXEWZ <sub>t-4</sub>	0.14 (2.6)	***	-0.05 (-1.6)		-0.04 (-0.8)
VIX <sub>t-4</sub>	-0.02 (-0.6)		0.00 (0.3)		-0.04 (-1.3)
IVol-BR <sub>t-5</sub>	-0.15 (-6.6)	***	0.01 (0.5)		-0.01 (-0.5)
VXEWZ <sub>t-5</sub>	0.09 (1.8)	**	-0.01 (-0.5)		-0.01 (-0.4)
VIX <sub>t-5</sub>	0.05 (1.5)		0.01 (0.5)		-0.03 (-1.0)
$R^2$	0.2946		0.0153		0.0229

Tabela 2: Parâmetros estimados para o modelo VAR (5) e estatística-t em parênteses. \*\*\*, \*\* e \* são significantes a 0.1%, 1% e 10%.

Nas figuras 4 e 5 são apresentadas, respectivamente, as funções de resposta ao impulso e funções de resposta cumulativa ao impulso. As linhas pontilhadas indicam um intervalo de confiança de 95%, calculado pelo método de Monte Carlo com 1000 repetições.

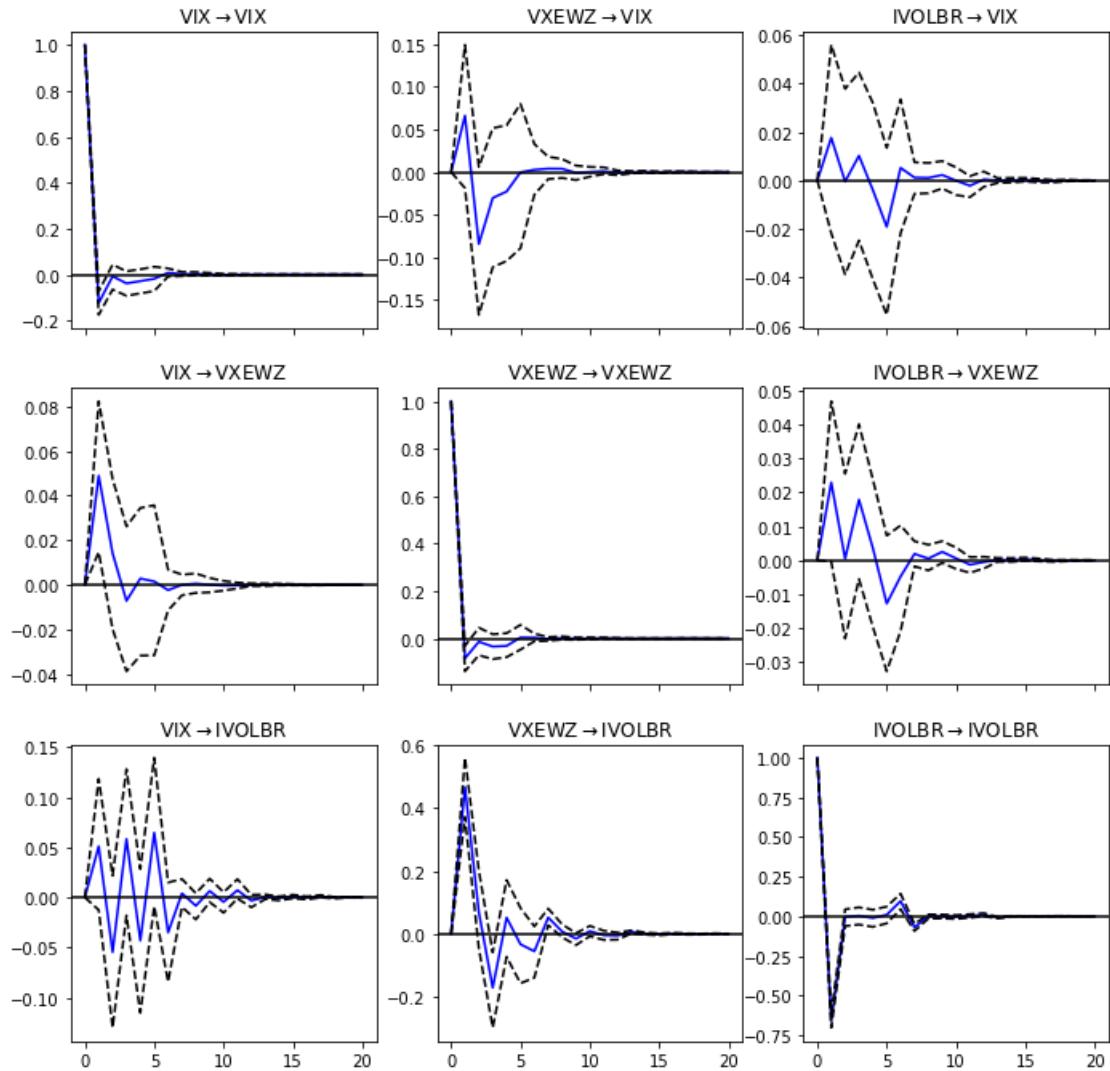


Figura 4: Funções de resposta ao impulso

Nota-se que choques positivos no VIX produzem aumentos no limiar da significância nos índices brasileiros enquanto o efeito na direção contrária é nulo. Choques no VXEWZ possuem um efeito muito considerável no IVol-BR e no limiar da significância no VIX. É interessante notar também que VIX e VXEWZ possuem um grau de persistência bem maior em relação a choques, dissipando cerca de 20% da magnitude dos choques recebidos enquanto o IVOL dissipa 60%.

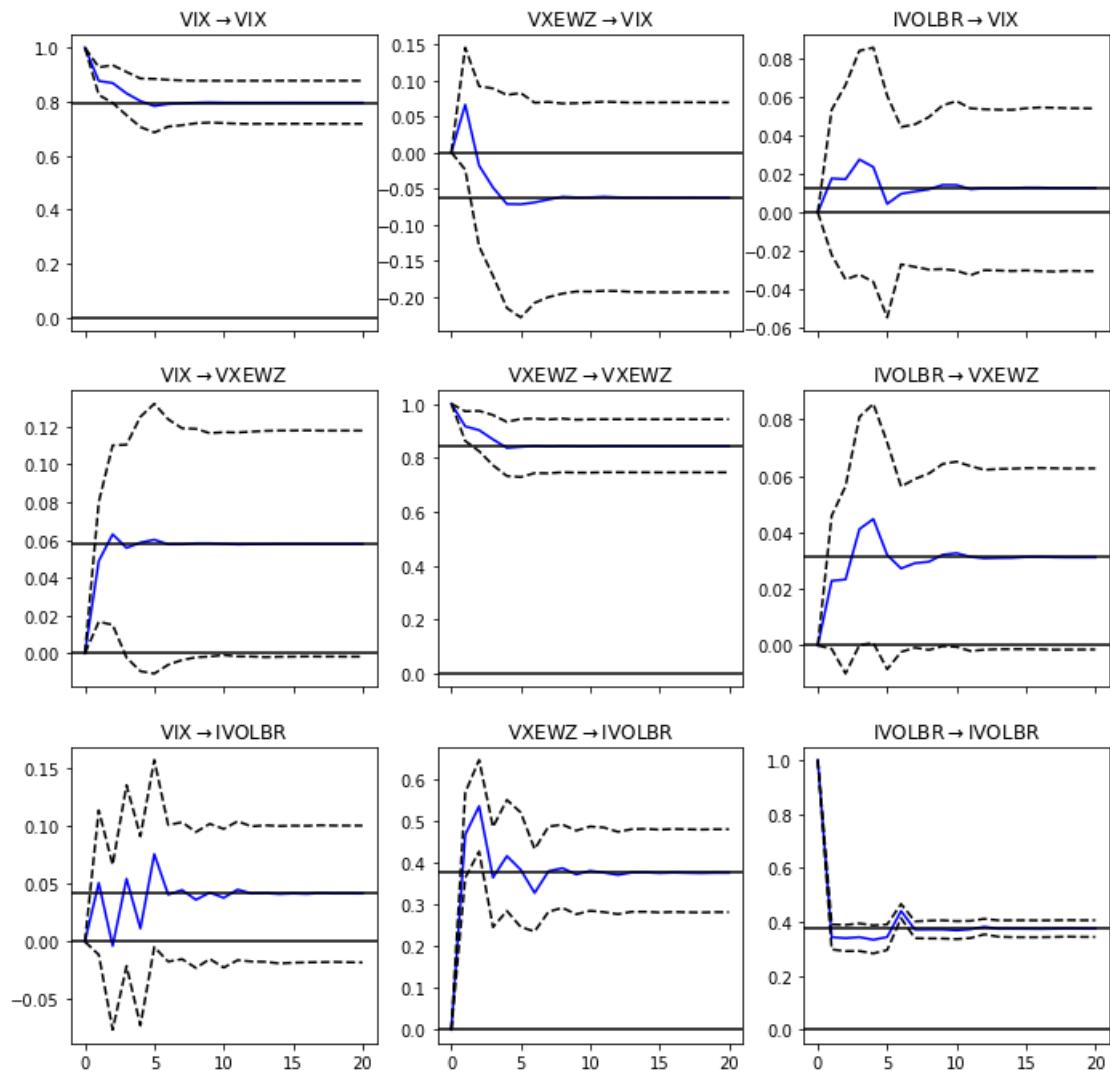


Figura 5: Funções de resposta cumulativa ao impulso

A figura 6 mostra a decomposição da variância do erro de previsão. Os erros de previsão do VIX são quase exclusivamente devido a choques nele próprio, ao passo que os erros de previsão do VXEWZ são influenciados significativamente por choques no VIX e os erros do IVol-BR são ligeiramente influenciados por choques nos demais. A decomposição foi feita com a hipótese que o IVol-BR é afetado contemporaneamente pelos outros índices e que o VXEWZ é afetado contemporaneamente pelo VIX.

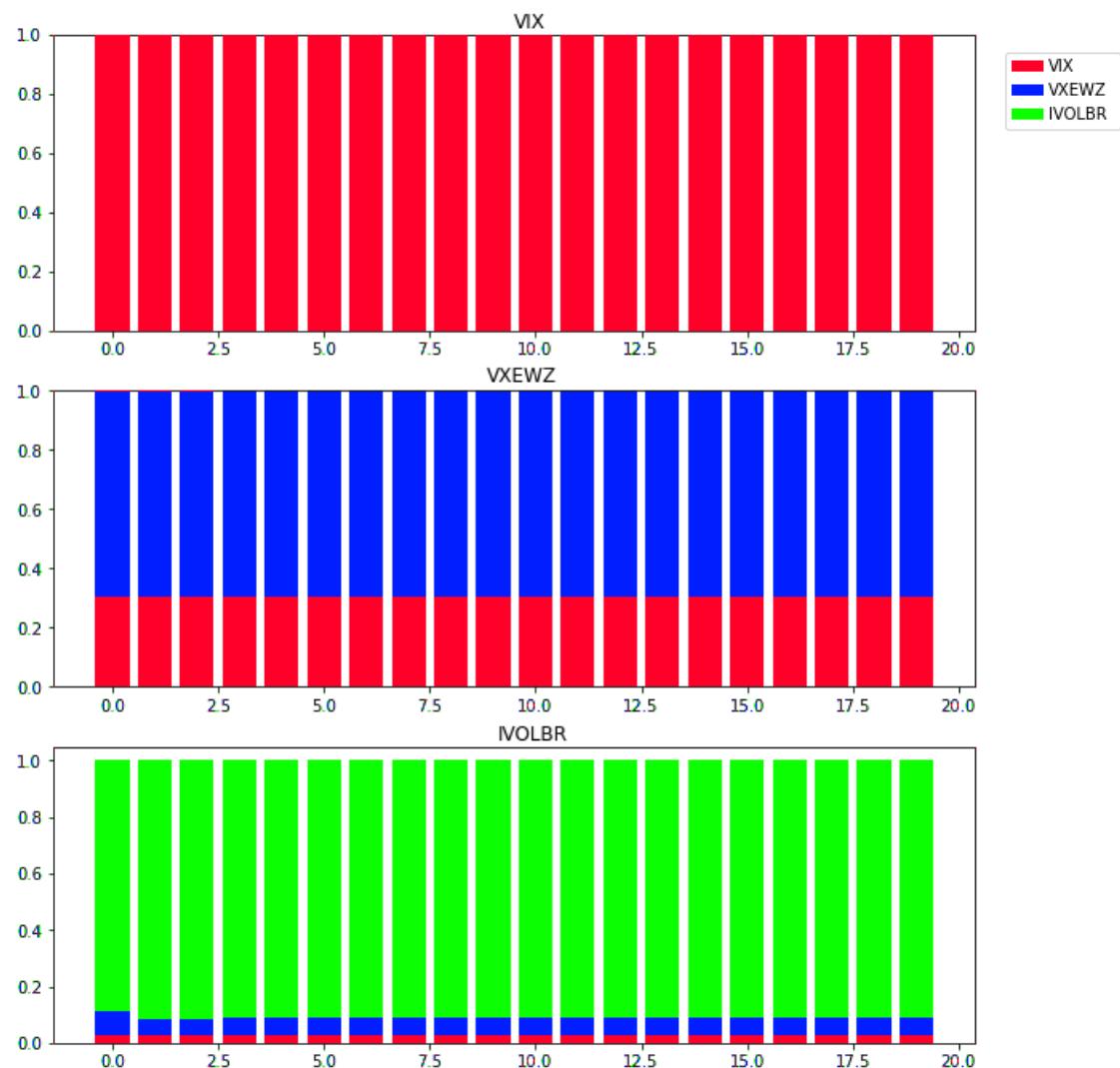


Figura 6: Decomposição da variância do erro de previsão

Finalmente, a tabela 3 apresenta as estatísticas  $F$  e  $\chi^2$  de testes de causalidade de Granger para cada par de índices de volatilidade implícita. As hipóteses de que VIX não *Granger-causa* IVol-BR e VXEWZ não *Granger-causa* IVol-BR são rejeitadas fortemente, indicando novamente que o IVol-BR é significativamente determinado pelos demais índices. A hipótese de que VIX não *Granger-causa* VXEWZ é rejeitada com nível de significância de 10% enquanto as demais hipóteses não são rejeitadas.

	$F$	$p\text{-valor}$	$\chi^2$	$p\text{-valor}$
VIX não <i>Granger-causa</i> IVol-BR	13.7020	0.0000 ***	68.8700	0.0000 ***
IVol-BR não <i>Granger-causa</i> VIX	0.4994	0.7769	2.5104	0.7749
VIX não <i>Granger-causa</i> VXEWZ	1.8920	0.0926 *	9.5097	0.0904 *
VXEWZ não <i>Granger-causa</i> VIX	1.6627	0.1403	8.3572	0.1376
VXEWZ não <i>Granger-causa</i> IVol-BR	38.2300	0.0000 ***	192.1500	0.0000 ***
IVol-BR não <i>Granger-causa</i> VXEWZ	1.3617	0.2358	6.8443	0.2325

Tabela 3: Estatísticas  $F$  e  $\chi^2$  de testes de causalidade de Granger para cada par de índices de volatilidade implícita. \*\*\*, \*\* e \* são significantes a 0.1%, 1% e 10%.

## 5 Modelo de Heterocedasticidade Condicional (GARCH)

Nessa seção será empregado um modelo aDCC-GARCH para estimar as correlações contemporâneas entre as três séries de índices de volatilidade implícita apresentadas anteriormente. A estratégia de utilizar modelos GARCH multivariados para índices de volatilidade implícita é relativamente mais recente do que o uso de modelos VAR e foi empregada por Siriopoulos e Fassas (2013), Ding, Huang e Pu (2014), Dutta (2018), Liu, Tseng et al. (2020), Chen, Chiang e Huang (2020) e Sarwar (2020) usando modelos diversos. Em particular, Kenourgios (2014) e Badshah (2018) também adotaram modelos aDCC-GARCH.

### 5.1 Metodologia

Conforme discutido na seção 3 e ilustrado nas figuras 2 e 3, índices de volatilidade implícita, bem como a maioria das séries de tempo financeiras, apresentam grande correlação serial em suas variâncias. Momentos de grande e de baixa variância tendem a se agrupar no tempo em um processo denominado *clustering* de volatilidade e, por isso, é indispensável adotar modelos onde a esperança da variância não seja constante no tempo.

Proposto inicialmente por Engle (1982) para estudar a variância da inflação no Reino Unido, um modelo ARCH (heterocedasticidade condicional autorregressiva) de ordem  $q$  é uma extensão que modifica os termos de erro dos modelos canônicos de séries temporais. Estes termos de erro deixam de ser independentes e normalmente distribuídos e passam a ser definidos por:

$$\epsilon_t = \sigma_t z_t$$

Onde  $z_t \sim RB(0, 1)$ <sup>2</sup> e  $\sigma_t$  segue um processo autorregressivo de ordem  $q$ :

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q \epsilon_{t-q}^2$$

---

<sup>2</sup>Ruído branco com média zero e variância um

O modelo GARCH de ordem  $(p,q)$ , proposto por Bollerslev (1986), é uma generalização do anterior onde  $\sigma_t$  segue também um processo autorregressivo de médias móveis:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q \epsilon_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \beta_2 \sigma_{t-2}^2 + \cdots + \beta_p \sigma_{t-p}^2$$

Existem diversas extensões do modelo GARCH para o caso multivariado. Engle (2002) propõe o DCC-GARCH, (correlação condicional dinâmica) onde, em um primeiro estágio, são estimados modelos GARCH univariados para cada variável e, em um segundo estágio, é estimada a correlação dinâmica entre as séries a partir dos resíduos do primeiro estágio. A evolução no tempo da matriz de correlação dos resíduos  $Q_t$ , no caso em que a ordem do DCC é  $(1,1)$ , será dada por:

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta)E[\epsilon_t \epsilon_t'] + \alpha(\epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}') + \beta Q_{t-1}$$

Onde  $\alpha$  e  $\beta$  são os parâmetros que governam a evolução das correlações, que devem somar menos que um,  $\epsilon_t$  são vetores<sup>3</sup> com os resíduos padronizados do primeiro estágio e  $E[ ]$  denota a esperança.

Naturalmente, pode-se alterar a ordem  $(p,q)$  da dinâmica de correlações e introduzir os parâmetros  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q$  e  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  para as diferentes defasagens dos resíduos e da matriz de correlações. Também pode-se adotar diversos tipos de modelo GARCH no primeiro estágio, alterando a ordem ou adotando alguma das diversas extensões que já foram propostas para o modelo de Bollerslev (1986).

Cappiello, Engle e Sheppard (2006) propõe a extensão aDCC-GARCH ao introduzir um parâmetro que permite assimetrias. Dessa forma, nesse modelo a matriz de correlação será dada por:

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta)E[\epsilon_t \epsilon_t'] - \gamma E[n_t n_t'] + \alpha(\epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}') + \beta Q_{t-1} + \gamma(n_{t-1} n_{t-1}')$$

Onde  $\gamma$  é o parâmetro responsável pela assimetria e  $n_t$  são vetores definidos por  $n_t = I[\epsilon_t < 0] \odot \epsilon_t$  sendo que  $I[ ]$  denota a função indicador<sup>4</sup> e  $\odot$  denota o

---

<sup>3</sup> $\epsilon_t'$  denota  $\epsilon_t$  transposto

<sup>4</sup>A função indicador retorna, em cada termo do vetor, um se o argumento for verdadeiro e zero se for falso

produto termo a termo dos vetores.

Os resultados desta seção foram obtidos usando o módulo *rmgarch* para R. Foram estimadas duas especificações de modelos aDCC-GARCH cujos parâmetros, tanto os relativos à ordem da correlação entre as variáveis quanto à ordem dos próprios modelos univariados, foram escolhidos com base nos critérios de informação AIC e BIC. Em seguida, para cada modelo, foram calculadas séries de tempo com a evolução das correlações condicionais entre cada par de variáveis estudadas.

## 5.2 Resultados

Existem diversas especificações possíveis para um modelo aDCC-GARCH: a escolha da ordem dos processos autorregressivo e de média móveis da correlação dinâmica e a escolha do modelo univariado para o primeiro estágio já foram brevemente apresentadas. Além disso, pode-se alterar a hipótese de erros normalmente distribuídos para alguma outra distribuição, *t* de Student por exemplo, tanto no primeiro quanto no segundo estágio, neste último usando distribuições multivariadas.

Levando isso em conta, foram testadas diversas especificações possíveis e foi escolhido um primeiro modelo de forma a minimizar os critérios de informação AIC e BIC mas tentando também manter um número parcimonioso de parâmetros de forma a facilitar a interpretação dos resultados. De forma geral, nota-se piora nos critérios de informação ao introduzir processos de médias móveis nos dois estágios e não há ganhos relevantes em aumentar a ordem dos processos autorregressivos além de um. Há, no entanto, ganhos relevantes nos critérios de informação ao relaxar a hipótese de erros normalmente distribuídos no primeiro estágio.

Dessa forma, a primeira especificação apresentada usa modelos ARCH (1) no primeiro estágio e aDCC (0,1)<sup>5</sup> no segundo. Esta especificação usa a distribuição assimétrica de Student<sup>6</sup> proposta por Fernández e Steel (1998) como hipótese de distribuição dos erros do primeiro estágio enquanto o segundo utiliza uma distribuição normal multivariada como hipótese.

---

<sup>5</sup> $\beta = 0$  na notação introduzida anteriormente

<sup>6</sup>*Skewed student*, introduz o parâmetro *skew* (assimetria) na distribuição *t* de Student, que já possui o parâmetro *shape* (caudas)

Na tabela 4 são apresentadas as estimativas e estatísticas-*t* para os parâmetros desta primeira especificação. Nesta notação,  $\mu$  é o intercepto (média) da variável e  $\omega$  o intercepto da variância. O parâmetro do processo autorregressivo da variância é  $\alpha$  enquanto *skew* e *shape* são os parâmetros da distribuição assimétrica de Student.  $DCC_\alpha$  e  $DCC_\gamma$  são, respectivamente, os parâmetros autorregressivo e de assimetria do segundo estágio.

Nota-se que, para todas as séries no primeiro estágio, o componente autorregressivo da variância é significante, assim como os parâmetros da distribuição assimétrica de Student indicando que ela se adequa melhor aos dados do que uma distribuição normal. Os parâmetros do segundo estágio, no entanto, não são significantes, embora o parâmetro de assimetria  $DCC_\gamma$  esteja no limiar com *p*-valor de 0.11.

A figura 7 mostra a evolução no tempo da correlação condicional entre cada par de resíduos das variáveis. Nota-se que, em média, a correlação condicional entre VIX e VXEWZ é muito maior do que as outras e que a correlação entre VIX e IVol-BR é ligeiramente inferior do que a entre VXEWZ e IVol-BR. Ainda, apesar de haver bastante variação nas correlações com o tempo, as médias parecem estáveis e não é possível discernir longos períodos com dinâmicas distintas.

	$\mu$	$\omega$	$\alpha$	<i>skew</i>	<i>shape</i>	
VIX	0.000 (-0.2)	0.005 (12.6)	*** 0.367 (5.5)	*** 1.166 (37.0)	*** 3.736 (11.7)	***
VXEWZ	0.000 (0.4)	0.002 (13.3)	*** 0.242 (4.7)	*** 1.161 (34.3)	*** 4.153 (10.2)	***
IVol-Br	-0.002 (-1.3)	0.009 (14.4)	*** 0.480 (8.6)	*** 0.945 (33.4)	*** 4.798 (9.6)	***
$DCC_\alpha$	0.059 (1.3)					
$DCC_\gamma$	0.130 (1.6)					

Tabela 4: Parâmetros estimados para o primeiro modelo aDCC-GARCH e estatística-t em parênteses. \*\*\*, \*\* e \* são significantes a 0.1%, 1% e 10%.

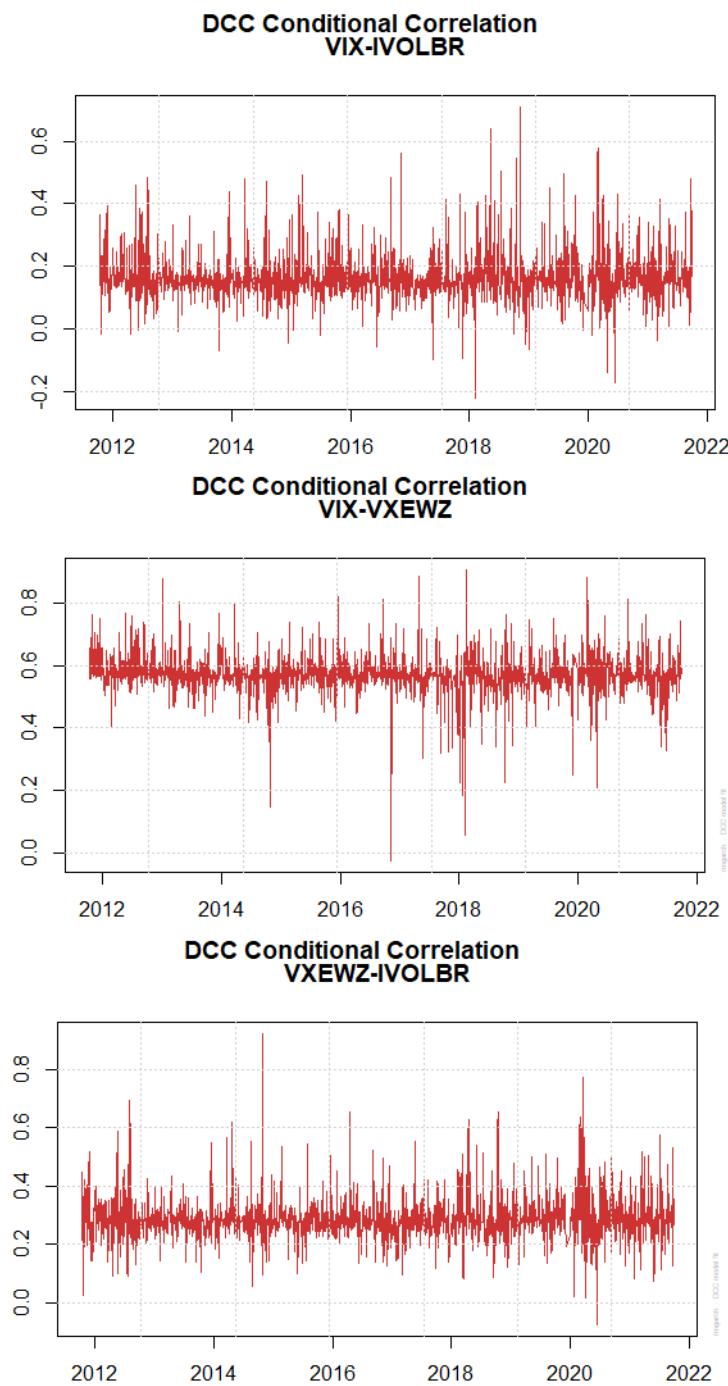


Figura 7: Evolução da correlação condicional entre cada par de variáveis no primeiro modelo aDCC-GARCH

A segunda especificação aDCC-GARCH apresentada utiliza modelos GJR-GARCH no primeiro estágio, uma extensão proposta por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) que introduz, de forma similar ao próprio aDCC, um parâmetro  $\gamma$  para permitir assimetrias. Será assumida a hipótese de que os erros no primeiro estágio seguem distribuições hiperbólicas generalizadas, propostas por Barndorff-Nielsen (1977) e que contém um parâmetro adicional  $\lambda$  para governar o formato da distribuição. No segundo estágio foi mantida a hipótese de que os erros seguem uma distribuição normal multivariada. Foram mantidas também a ordem zero dos processos de médias móveis nos dois estágios enquanto a ordem do processo autorregressivo foi mantida em um no primeiro estágio e aumentada para quatro, no segundo. Buscou-se, com essa especificação, um modelo mais sofisticado escolhido com base nos critérios de informação AIC e BIC.

A tabela 5 apresenta as estimativas e estatísticas-*t* para os parâmetros desta segunda especificação. Além da notação já apresentada,  $\gamma$  é o parâmetro de assimetria dos modelos GJR-GARCH no primeiro estágio e *skew*, *shape* e  $\lambda$  são os parâmetros da distribuição hiperbólica generalizada. Nota-se que, assim como na primeira especificação, o componente autorregressivo da variância é significante e, no caso do VIX e do IVol-BR, o componente da assimetria também é significante. Também como na primeira especificação, os parâmetros do segundo estágio não são significantes.

A figura 8 apresenta a evolução da correlação condicional entre cada par de resíduos das variáveis nesta especificação. O resultado é bem parecido com o resultado da primeira especificação, exibido na figura 7, e os fatos destacados anteriormente se repetem.

	$\mu$	$\omega$	$\alpha$	$\gamma$
VIX	0.001 (0.9)	0.005 (14.5) ***	0.500 (4.6) ***	-0.296 (-2.6) **
VXEWZ	0.000 (0.3)	0.002 (12.0) ***	0.288 (3.2) **	-0.114 (-1.0)
IVol-BR	-0.007 (-2.4) *	0.010 (13.0) ***	0.319 (4.1) ***	0.378 (2.2) *
	<i>skew</i>	<i>shape</i>	$\lambda$	
VIX	0.283 (3.4) ***	0.808 (6.4) ***	-0.566 (-0.9)	
VXEWZ	0.237 (2.1) *	0.910 (2.9) **	-0.821 (-0.7)	
IVol-BR	-0.620 (-1.4)	0.309 (0.8)	-2.222 (-6.5) ***	
	$t_{-1}$	$t_{-2}$	$t_{-3}$	$t_{-4}$
DCC $\alpha$	0.065 (1.6)	0.011 (0.8)	0.014 (0.7)	0.000 (0.0)
DCC $\gamma$	0.083 (1.1)	0.000 (0.0)	0.058 (1.3)	0.000 (0.0)

Tabela 5: Parâmetros estimados para o segundo modelo aDCC-GARCH e estatística-t em parênteses. \*\*\*, \*\* e \* são significantes a 0.1%, 1% e 10%.

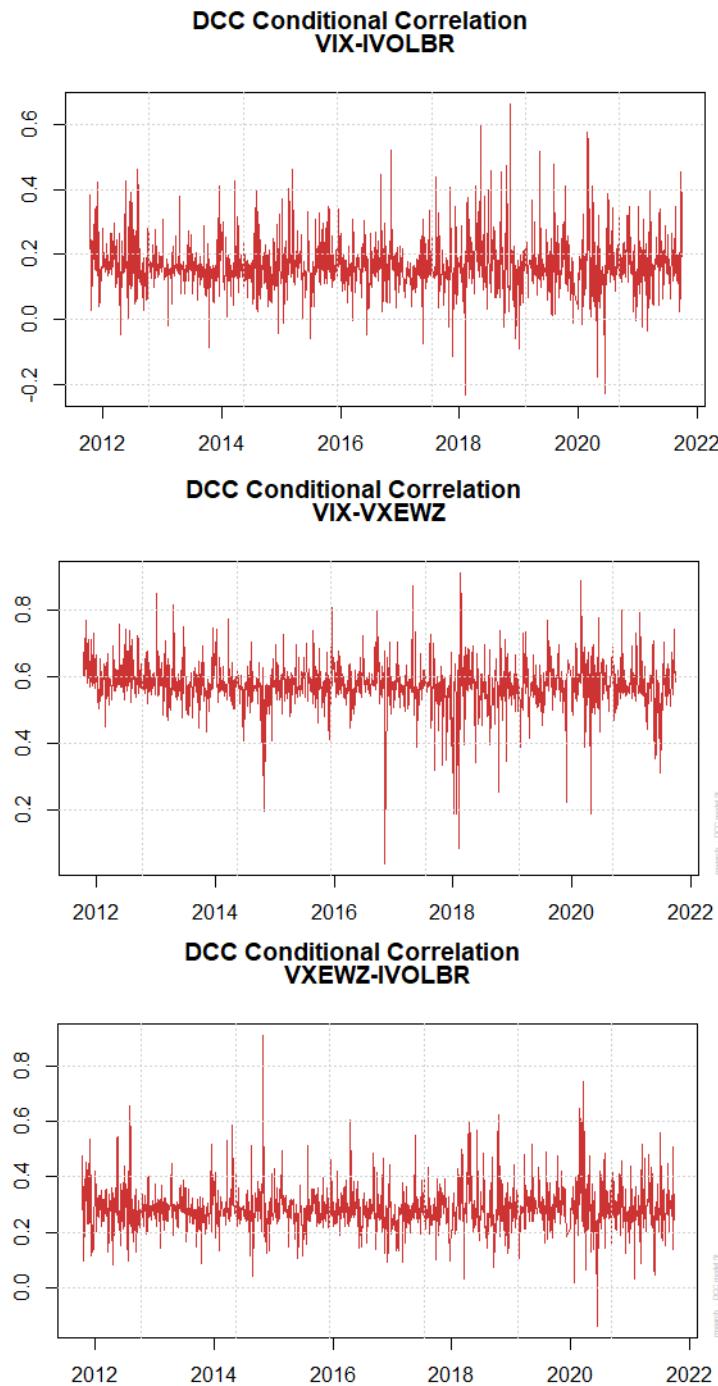


Figura 8: Evolução da correlação condicional entre cada par de variáveis no segundo modelo aDCC-GARCH

## 6 Conclusão

O objetivo do trabalho era entender e quantificar o efeito, se existente, de variações no VIX nos índices de volatilidade implícita referentes ao mercado brasileiro, o VXEWZ e o IVol-BR. Para isso foram empregados duas estratégias econométricas distintas, um modelo de vetor autorregressivo (VAR) e um modelo aDCC-GARCH,<sup>7</sup> seguindo em grande medida o que vem sendo feito em trabalhos empíricos que tratam de índices de volatilidade implícita.

Os resultados do modelo VAR, melhor sintetizados na função de resposta cumulativa ao impulso apresentada na figura 5, mostram que choques no VIX se propagam para os índices brasileiros com uma magnitude relativamente pequena comparada à magnitude de propagação de choques do VXEWZ no IVol-BR, mas significativa. Testes de causalidade de Granger aplicados em cada par de séries mostram a importância do VIX na medida em que se rejeita as hipóteses de que VIX não *Granger-causa* IVol-BR e VXEWZ mas não se rejeita as hipóteses de que IVol-BR e VXEWZ não *Granger-causam* VIX.

Também fica evidente o grau de importância do VXEWZ relativo ao IVol-BR. Os efeitos de choques na função de resposta cumulativa ao impulso são muito maiores partindo do VXEWZ do que partindo do IVol-BR e, no teste de causalidade de Granger, rejeita-se fortemente a hipótese de que VXEWZ não *Granger-causa* IVol-Br mas não se rejeita a hipótese contrária.

O modelo aDCC-GARCH mostra que, de forma surpreendente, as correlações contemporâneas são, em média, bem maiores entre o VIX e o VXEWZ do que entre o IVol-BR e o VXEWZ. Olhando para esse resultado em conjunto com o resultado do modelo VAR, pode-se propor que os preços de opções refletidos no VXEWZ recebem inovações provenientes do VIX no mesmo dia, por isso a alta correlação contemporânea entre tais índices, e que os preços de opções refletidos no IVol-BR recebem essas inovações no dia seguinte, por isso a alta significância das defasagens do VIX e, especialmente, do VXEWZ no modelo VAR.

Esse resultado pode ter implicações práticas importantes e sugere um estudo mais aprofundado para entender se realmente existe uma defasagem entre inova-

---

<sup>7</sup>O aDCC-GARCH é uma das diversas extensões do modelo GARCH para o caso multivariado

ções no VIX e no VXEWZ e preços de opções do Ibovespa negociadas no Brasil. Uma hipótese a ser investigada é que a defasagem observada na série temporal do IVol-BR seja apenas uma consequência da menor liquidez do mercado local de opções se refletindo em um índice com fechamento, de certa forma, menos atualizado. Caso realmente exista uma defasagem nos preços de opções, pode ser investigada a viabilidade da implementação de uma estratégia de arbitragem.

## Referências

- ABOURA, Sofiane; VILLA, Christophe. International Market Volatility Indexes: A Study on VX1, VDAX and VIX. **SSRN Electronic Journal**, 2003. DOI: 10.2139/ssrn.394420.
- ÄIJÖ, Janne. Implied volatility term structure linkages between VDAX, VSMI and VSTOXX volatility indices. **Global Finance Journal**, v. 18, n. 3, p. 290–302, jan. 2008. DOI: 10.1016/j.gfj.2006.11.003.
- ASTORINO, Eduardo et al. Variance Premium and Implied Volatility in a Low-Liquidity Option Market. **Revista Brasileira de Economia**, v. 71, n. 1, p. 3–28, 2017. DOI: 10.5935/0034-7140.20170001.
- BADSHAH, Ihsan; BEKIROS, Stelios et al. Asymmetric linkages among the fear index and emerging market volatility indices. **Emerging Markets Review**, v. 37, p. 17–31, dez. 2018. DOI: 10.1016/j.ememar.2018.03.002.
- BADSHAH, Ihsan U. Volatility Spillover from the Fear Index to Developed and Emerging Markets. **Emerging Markets Finance and Trade**, v. 54, n. 1, p. 27–40, jan. 2018. DOI: 10.1080/1540496X.2016.1220294.
- BADSHAH, Ihsan Ullah; FRIJNS, Bart; TOURANI-RAD, Alireza. Contemporaneous Spill-Over Among Equity, Gold, and Exchange Rate Implied Volatility Indices. **Journal of Futures Markets**, v. 33, n. 6, p. 555–572, jun. 2013. DOI: 10.1002/fut.21600.
- BARNDORFF-NIELSEN, O. Exponentially decreasing distributions for the logarithm of particle size. **Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences**, v. 353, n. 1674, p. 401–419, mar. 1977. DOI: 10.1098/rspa.1977.0041.
- BEKAERT, Geert; HOEROVA, Marie. The VIX, the variance premium and stock market volatility. **Journal of Econometrics**, v. 183, n. 2, p. 181–192, dez. 2014. DOI: 10.1016/j.jeconom.2014.05.008.
- BOLLERSLEV, Tim. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, n. 3, p. 307–327, abr. 1986. DOI: 10.1016/0304-4076(86)90063-1.

- BOURI, Elie; GUPTA, Rangan et al. Does global fear predict fear in BRICS stock markets? Evidence from a Bayesian Graphical Structural VAR model. **Emerging Markets Review**, v. 34, p. 124–142, mar. 2018. DOI: 10.1016/j.ememar.2017.11.004.
- BOURI, Elie; JAIN, Anshul et al. Cointegration and nonlinear causality amongst gold, oil, and the Indian stock market: Evidence from implied volatility indices. **Resources Policy**, v. 52, p. 201–206, jun. 2017. DOI: 10.1016/j.resourpol.2017.03.003.
- BOURI, Elie; ROUBAUD, David et al. Uncovering frequency domain causality between gold and the stock markets of China and India: Evidence from implied volatility indices. **Finance Research Letters**, v. 23, p. 23–30, nov. 2017. DOI: 10.1016/j.frl.2017.06.010.
- BUENO, Rodrigo De Losso da Silveira. **Econometria de Séries Temporais**. 2<sup>a</sup> edição. São Paulo: Cengage Learning, 2012. p. 360. ISBN 9788522111572.
- CAINELLI, Paloma Vanni; PINTO, Antonio Carlos Figueiredo; KLÖTZLE, Marcelo Cabús. Estudo sobre a relação entre o IVol-BR e os retornos futuros do mercado acionário brasileiro. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 32, n. 86, p. 255–272, ago. 2021. DOI: 10.1590/1808-057x202009890.
- CAPPIELLO, Lorenzo; ENGLE, Robert F.; SHEPPARD, Kevin. Asymmetric Dynamics in the Correlations of Global Equity and Bond Returns. **Journal of Financial Econometrics**, v. 4, n. 4, p. 537–572, ago. 2006. DOI: 10.1093/jjfinec/nbl005.
- CHEN, Chun-Da; CHIANG, Shu-Mei; HUANG, Tze-Chin. The contagion effects of volatility indices across the U.S. and Europe. **The North American Journal of Economics and Finance**, v. 54, nov. 2020. DOI: 10.1016/j.najef.2020.101234.
- DING, Liang; HUANG, Yirong; PU, Xiaoling. Volatility linkage across global equity markets. **Global Finance Journal**, v. 25, n. 2, p. 71–89, 2014. DOI: 10.1016/j.gfj.2014.06.002.

- DUTTA, Anupam. Implied volatility linkages between the U.S. and emerging equity markets: A note. **Global Finance Journal**, v. 35, p. 138–146, fev. 2018. DOI: 10.1016/j.gfj.2017.09.002.
- DUTTA, Anupam; BOURI, Elie; ROUBAUD, David. Nonlinear relationships amongst the implied volatilities of crude oil and precious metals. **Resources Policy**, v. 61, p. 473–478, jun. 2019. DOI: 10.1016/j.resourpol.2018.04.009.
- ENGLE, Robert F. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, jul. 1982. DOI: 10.2307/1912773.
- ENGLE, Robert F. Dynamic Conditional Correlation. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 20, n. 3, p. 339–350, jul. 2002. DOI: 10.1198/073500102288618487.
- FERNÁNDEZ, Carmen; STEEL, Mark F. J. On Bayesian Modeling of Fat Tails and Skewness. **Journal of the American Statistical Association**, v. 93, n. 441, p. 359–371, mar. 1998. DOI: 10.1080/01621459.1998.10474117.
- GLOSTEN, Lawrence R; JAGANNATHAN, Ravi; RUNKLE, David E. On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. **The Journal of Finance**, v. 48, n. 5, p. 1779–1801, dez. 1993. DOI: 10.2307/2329067.
- JIANG, George J.; KONSTANTINIDI, Eirini; SKIADOPoulos, George. Volatility spillovers and the effect of news announcements. **Journal of Banking & Finance**, v. 36, n. 8, p. 2260–2273, ago. 2012. DOI: 10.1016/j.jbankfin.2012.04.006.
- KENOURGIOS, Dimitris. On financial contagion and implied market volatility. **International Review of Financial Analysis**, v. 34, p. 21–30, jul. 2014. DOI: 10.1016/j.irfa.2014.05.001.
- LIU, Ming-Lei; JI, Qiang; FAN, Ying. How does oil market uncertainty interact with other markets? An empirical analysis of implied volatility index. **Energy**, v. 55, p. 860–868, jun. 2013. DOI: 10.1016/j.energy.2013.04.037.

- LIU, Zhenhua; TSENG, Hui-Kuan et al. Implied volatility relationships between crude oil and the U.S. stock markets: Dynamic correlation and spillover effects. **Resources Policy**, v. 66, jun. 2020. DOI: 10.1016/j.resourpol.2020.101637.
- LÓPEZ, R.; NAVARRO, E. Interest rate and stock return volatility indices for the Eurozone. Investors' gauges of fear during the recent financial crisis. **Applied Financial Economics**, v. 23, n. 18, p. 1419–1432, set. 2013. DOI: 10.1080/09603107.2013.831167.
- LÓPEZ, Raquel. Volatility contagion across commodity, equity, foreign exchange and Treasury bond markets. **Applied Economics Letters**, v. 21, n. 9, p. 646–650, jun. 2014. DOI: 10.1080/13504851.2013.879282.
- NIKKINEN, Jussi; SAHLSTRÖM, Petri. International transmission of uncertainty implicit in stock index option prices. **Global Finance Journal**, v. 15, n. 1, p. 1–15, jan. 2004. DOI: 10.1016/j.gfj.2003.10.007.
- NIKKINEN, Jussi; SAHLSTRÖM, Petri; VÄHÄMAA, Sami. Implied volatility linkages among major European currencies. **Journal of International Financial Markets, Institutions and Money**, v. 16, n. 2, p. 87–103, abr. 2006. DOI: 10.1016/j.intfin.2004.12.007.
- PENG, Yue; NG, Wing Lon. Analysing financial contagion and asymmetric market dependence with volatility indices via copulas. **Annals of Finance**, v. 8, n. 1, p. 49–74, fev. 2012. DOI: 10.1007/s10436-011-0181-y.
- SARWAR, Ghulam. Examining the flight-to-safety with the implied volatilities. **Finance Research Letters**, v. 20, p. 118–124, fev. 2017. DOI: 10.1016/j.frl.2016.09.015.
- SARWAR, Ghulam. Interrelations in market fears of U.S. and European equity markets. **The North American Journal of Economics and Finance**, v. 52, abr. 2020. DOI: 10.1016/j.najef.2019.101136.
- SIMS, Christopher A. Macroeconomics and Reality. **Econometrica**, v. 48, n. 1, jan. 1980. DOI: 10.2307/1912017.
- SIRIOPoulos, Costas; FASSAS, Athanasios. An investor sentiment barometer — Greek Implied Volatility Index (GRIV). **Global Finance Journal**, v. 23, n. 2, p. 77–93, jan. 2012. DOI: 10.1016/j.gfj.2012.03.001.

- SIRIOPoulos, Costas; FASSAS, Athanasios. Dynamic relations of uncertainty expectations: a conditional assessment of implied volatility indices. **Review of Derivatives Research**, v. 16, n. 3, p. 233–266, out. 2013. DOI: 10.1007/s11147-012-9085-x.
- SKIADOPoulos, George. The Greek implied volatility index: construction and properties. **Applied Financial Economics**, v. 14, n. 16, p. 1187–1196, nov. 2004. DOI: 10.1080/0960310042000280438.
- SMALES, Lee A. Examining the relationship between policy uncertainty and market uncertainty across the G7. **International Review of Financial Analysis**, v. 71, out. 2020. DOI: 10.1016/j.irfa.2020.101540.
- THAKOLSRI, Supachok; SETHAPRAMOTE, Yuthana; JIRANYAKUL, Komain. Implied Volatility Transmissions Between Thai and Selected Advanced Stock Markets. **SAGE Open**, v. 6, n. 3, jul. 2016. DOI: 10.1177/2158244016659318.
- TROSTER, Victor; BOURI, Elie; ROUBAUD, David. A quantile regression analysis of flights-to-safety with implied volatilities. **Resources Policy**, v. 62, p. 482–495, ago. 2019. DOI: 10.1016/j.resourpol.2018.10.004.
- WHALEY, Robert E. Understanding the VIX. **The Journal of Portfolio Management**, v. 35, n. 3, p. 98–105, abr. 2009. DOI: 10.3905/JPM.2009.35.3.098.
- XIAO, Jihong et al. Impacts of oil implied volatility shocks on stock implied volatility in China: Empirical evidence from a quantile regression approach. **Energy Economics**, v. 80, p. 297–309, mai. 2019. DOI: 10.1016/j.eneco.2019.01.016.
- ZHAO, Jieyuan; GOODWIN, Barry K. Volatility Spillovers in Agricultural Commodity Markets: An Application Involving Implied Volatilities from Options Markets. In: SELECTED Paper prepared for presentation at the AAEA & NAREA Joint Annual Meeting, Pittsburgh, Pennsylvania, July. Pittsburgh, Pennsylvania: [s.n.], 2011. DOI: 10.22004/ag.econ.103636.