

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS

**ESTUDO DA MODELAGEM EM AMBIENTE
MULTICORPOS DE MOLAS DO TIPO FEIXE PARA
SUSPENSÕES DE VEÍCULOS COMERCIAIS**

ALUNO: Thallys Camargo de Lima

Orientação: Prof. Dr. Álvaro Costa Neto

São Carlos, 2012

THALLYS CAMARGO DE LIMA

**ESTUDO DA MODELAGEM EM AMBIENTE
MULTICORPOS DE MOLAS DO TIPO FEIXE PARA
SUSPENSÕES DE VEÍCULOS COMERCIAIS**

Trabalho de conclusão de curso
apresentado à Escola de Engenharia de
São Carlos da Universidade de São
Paulo como parte dos requisitos para
graduação em Engenharia Mecânica.

São Carlos, 2012.

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

C172e

Camargo de Lima, Thallys
Estudo da modelagem em ambiente multicorpos de
molas do tipo feixe para suspensões de veículos
comerciais / Thallys Camargo de Lima; orientador Álvaro
Costa Neto. São Carlos, 2012.

Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) --
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de
São Paulo, 2012.

1. feixe. 2. molas. 3. suspensão. 4. veículos. 5.
comerciais. I. Título.

FOLHA DE AVALIAÇÃO

Candidato(s): Thallys Camargo de Lima

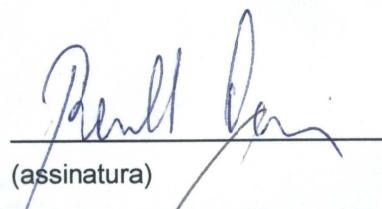
Título: Estudo Da Modelagem Em Ambiente Multicorpos De Molas Do Tipo Feixe Para Suspensões De Veículos Comerciais

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Escola de Engenharia de São Carlos da
Universidade de São Paulo
Curso de Engenharia Mecânica.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Ronaldo Carrion

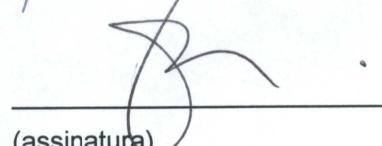
Nota atribuída: 10,0 (dez)



(assinatura)

Prof. Dr. Luiz Augusto Martin Gonçalves

Nota atribuída: 10,0 (dez)



(assinatura)

Prof. Dr. Álvaro Costa Neto(orientador)

Nota atribuída: 10,0 (dez)



(assinatura)

Média: 10,0 (dez)

Resultado: APROVADO

Data: 13/12/2012

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Dr. Álvaro Costa Neto, pela orientação, respeito e por ser parte importante da minha formação profissional. À minha família, pelo apoio incondicional, confiança e exemplo máximo. Aos amigos Alexandre Alberto, Luis Lopes, Fausto Rodrigues, Denilson Grando e Vinícius Campos, pela amizade e suporte indispensáveis. Aos colegas de trabalho. À Escola de Engenharia e à USP. E a todos que de certa forma contribuíram para a conclusão deste trabalho.

RESUMO

Feixes de molas estão entre os mais simples e mais baratos tipos de suspensão. Proporcionam flexibilidade na direção vertical e rigidez adequada nas direções lateral e longitudinal, reagindo assim aos esforços entre as massas suspensa e não suspensa. Foram muito utilizadas nos eixos traseiros de veículos de passageiros na década de 60, e ainda são a melhor alternativa para veículos de carga hoje em dia, devido à sua elevada capacidade de carga.

O projeto e a análise de feixe de molas são consideravelmente mais complexos que o projeto de molas helicoidais ou barras de torção. Isso resulta principalmente do fato de que o número de variáveis é maior: comprimento, largura, espessura, conicidade, fixação, modo de aplicação da carga, etc.

O objetivo deste estudo é prover uma ferramenta que possibilite a inserção das características que representem o feixe de molas em um modelo total ou parcial de um veículo, como rigidez, amortecimento, histerese, etc., para que sejam possíveis análises e otimizações de estabilidade, conforto, segurança, durabilidade, dentre outros. Alguns modelos são usados atualmente, em diferentes níveis de complexidade e acuracidade. Ao final do estudo, uma comparação entre tais modelos e uma proposta de melhoria será apresentada: inclusão do efeito de histerese nos modelos *three link* e *BEAM*.

Palavras Chave: Feixe de molas. Suspensão. Veículos comerciais.

ABSTRACT

Leaf springs are one of the most simple and cheap types of suspension. This type of spring provides vertical flexibility, and is relatively stiff in the lateral direction, reacting to the solicitations between sprung and unsprung masses. It was largely used in the 60's, and are still among the best options for commercial vehicles, due to higher load capacity.

The design and analysis of leaf springs are considerably more complex than those of helicoidal springs or torsion springs. This is due to the fact that the number of variables is higher: lenght, width, thickness, section variation, attachment, and so on.

The objective of this study is to provide a tool that allows for the insertion of the main representative characteristics of leaf springs in a parcial or full model of a vehicle, like stiffness, damping, and hysteresis. This model must be suitable for analysis of optimal design of handling, ride, safety and, durability. A number of models are in use, at different levels of complexity and accuracy. At the end of the study, a comparison of such models and a new improvement will be presented: the inclusion of hysteresis to the models three link and BEAM.

Key Words: leaf springs, suspension, comercial vehicles.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Exemplo de feixe de molas.....	Erro! Indicador não definido.
Figura 2- Sistema de coordenadas padrão.....	17
Figura 3-Curva de baixa velocidade.....	18
Figura 4 Gráfico Ângulo de esterço por aceleração lateral.....	19
Figura 5 Entrada de esterço degrau e resposta.....	19
Figura 6 Exemplo de combinação de veículos de carga.....	20
Figura 7 <i>Offtracking</i> de baixa velocidade.....	20
Figura 8 Amplificação traseira de aceleração lateral.....	21
Figura 9 Não linearidades características de suspensões.....	22
Figura 10 Tempos de exposição relativos a aceleração vertical.....	23
Figura 11 Tempos de exposição relativos a aceleração lateral e longitudinal.....	24
Figura 12 Exemplos de curvas de rigidez vertical de feixes de molas.[10]	25
Figura 13 Curvas de rigidez de um feixe com excitação em várias frequências.....	26
Figura 14 Integração do Msc Adams com <i>softwares CAE</i>	27
Figura 15 Modelo Unidirecional Equivalente [13]	29
Figura 16 Curva de rigidez vertical modelada através do equacionamento de Fancher.....	30
Figura 17 – Dados de entrada para o modelo <i>three link</i>	31
Figura 18 - Represntação geométrica do modelo <i>three link</i>	31
Figura 19 - Exemplos de modelo <i>Five Link</i>	33
Figura 20 - Exemplo de modelo <i>BEAM</i>	33
Figura 21 - Exemplo de modelo em FEM.	36
Figura 22 - Curva característica de força de atrito por deslocamento.	37
Figura 23 - Modelos estáticos de atrito.	37

Figura 24 - Modelo de atrito de Dahl.....	38
Figura 25 - Representação gráfica dos modelos <i>BEAM</i> propostos.	40
Figura 26 - Representação gráfica do modelo <i>three link</i> proposto.....	42
Figura 27 - Curva Carga vs Deslocamento para o modelo <i>BEAM</i> do feixe parabólico de duas lâminas.	43
Figura 28 - Curva Carga vs Deslocamento para o modelo <i>BEAM</i> do feixe parabólico de quatro lâminas.	44
Figura 29 - Curva Carga vs Deslocamento para o modelo <i>BEAM</i> do feixe trapezoidal de dez lâminas.	44
Figura 30 - Estudo da variação do parâmetro σ	46
Figura 31 - Estudo da variação do parâmetro α	47
Figura 32 - Estudo da variação do parâmetro μ	48
Figura 33 - Curva Carga vs Deslocamento para o modelo <i>three link</i> do feixe parabólico de quatro lâminas.	49
Figura 34 Estudo da variação do parâmetro Tr	50
Figura 35 - Estudo da variação do parâmetro β	51

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	15
1.1.	Apresentação	15
1.2.	Objetivos	15
1.3.	Organização.....	16
2.	PESQUISA BIBLIOGRÁFICA.....	17
2.1.	Introdução	17
2.2.	Dinâmica Veicular.....	17
2.3.	Feixe de molas.....	25
2.4.	Modelagem através de sistemas multicorpos	26
2.5.	Modelos Existentes	28
2.5.1.	Modelos Unidirecionais Equivalentes	28
2.5.2.	Fancher.....	29
2.5.3.	<i>Three link</i>	31
2.5.4.	<i>Five Link</i>	32
2.5.5.	<i>BEAM</i>	33
2.5.6.	Elementos Finitos	35
2.6.	Modelos de atrito.....	36
3.	METODOLOGIA	39
3.1.	Modelo 1	39
3.1.1.	Proposta	39
3.1.2.	Implementação	39
3.2.	Modelo 2	41
3.2.1.	Proposta	41
3.2.2.	Implementação	42
4.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	43
4.1.	Modelo 1	43

4.1.1.	Curvas de rigidez vertical.....	43
4.1.2.	Variação de parâmetros.....	45
4.1.3.	Discussão	48
4.2.	Modelo 2	49
4.2.1.	Curva Rigidez Vertical.....	49
4.2.2.	Variação de parâmetros.....	50
4.2.3.	Discussão	51
4.3.	CONCLUSÃO	53
5.	REFERÊNCIAS	55

1. INTRODUÇÃO

1.1. Apresentação

A mola é o componente das suspensões veiculares responsável por suportar a massa não suspensa. O feixe de molas é formado por uma ou várias lâminas metálicas que trabalham em flexão.

Mesmo sendo um dos componentes de suspensões mais antigos, feixes de molas ainda são frequentemente usados em veículos comerciais. Devido ao atrito entre lâminas, os feixes possuem histerese, aumentando sua rigidez quando solicitada a pequenos deslocamentos. Por isso veículos com feixes de molas tendem a ser menos confortáveis, o que não é adequado para automóveis de passeio.

Os feixes de molas já são por si próprios elementos estruturais (ligam o eixo ao chassis), eliminando a necessidade de caros e pesados braços de suspensão, tirantes, etc. Também possuem capacidade de carga maior do que molas helicoidais, o que é uma grande vantagem para veículos pesados.

No projeto de uma suspensão, é essencial que se conheça a resposta do feixe de molas às excitações provenientes do contato pneu-solo, e como essas excitações são transmitidas à massa suspensa. Dentre as características do feixe, é essencial que um modelo represente: a deflexão da parte central, onde é fixado o eixo; a variação do comprimento efetivo que causa, juntamente com o jumelo, uma variação da rigidez do feixe; a resistência à torção do feixe, que resulta em uma resistência a rolagem do veículo; e finalmente, é desejável que o efeito de histerese, que pode ser entendido como uma variação da rigidez do feixe com a amplitude do movimento, seja também representado.

1.2. Objetivos

O objetivo desse estudo é fornecer uma alternativa na modelagem do feixe de molas, que é a inclusão do efeito de histerese nos modelos BEAM e *three link*. O modelo

deve ser representativo das características principais do componente, e deve ser aplicável a maior gama de análises possível, além de ser versátil e de baixo custo computacional.

O modelo obtido será discutido quanto a essas características e possíveis aplicações.

1.3. Organização

O capítulo 2 trata do estado da arte na análise e desenvolvimento de suspensões veiculares, focando nas características essenciais no estudo dos feixes de molas e nos modelos já existentes.

No capítulo 3 será apresentada a proposta de um modelo multicorpos para a análise, e as métricas para comparação e discussão dos resultados.

O capítulo 4 mostrará os resultados, que serão discutidos ao final do capítulo.

2. PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

2.1. Introdução

Nesse capítulo será introduzida uma revisão do estado da arte, ambientando o estudo que será descrito nos capítulos seguintes.

2.2. Dinâmica Veicular

Estudar o comportamento e os movimentos do veículo sobre o pavimento é o objetivo do estudo da dinâmica de veículos. Os movimentos do veículo são definidos com referência a um sistema de coordenadas ortogonais fixa ao centro de gravidade do veículo e pela convenção da SAE.[1]

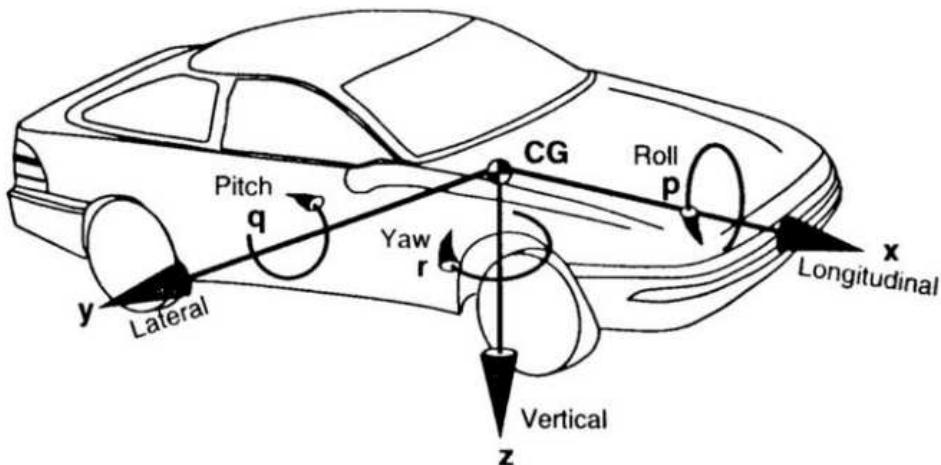


Figura 1- Sistema de coordenadas padrão. [1]

Os movimentos de rotação em torno dos eixos descritos acima são usualmente denominados pelas expressões na língua inglesa, *roll* para o movimento em torno do eixo longitudinal, *pitch* para o movimento em torno do eixo lateral e *yaw* para o movimento em torno do eixo z. [1]

A dinâmica lateral estuda os movimentos translacionais no plano x-y e os movimentos rotacionais de rolagem e guinada do veículo, conforme o sistema de coordenadas fixo ao veículo e aborda os aspectos de dirigibilidade, controle e estabilidade laterais dos veículos.[3]

Quanto à dirigibilidade, o comportamento do veículo pode ser avaliado em duas diferentes condições: de baixa e alta velocidade.

Quando o veículo executa curvas em baixa velocidade, normalmente em manobras de estacionamento, os pneus não desenvolvem força lateral. Os pneus rolam sem ângulos de escorregamento lateral. Se as rodas traseiras são não esterçáveis, o centro da curva deve se situar na projeção do eixo traseiro. Em alta velocidade as equações de curva serão diferentes porque a aceleração lateral estará presente. Para neutralizar a aceleração lateral, os pneumáticos desenvolvem forças laterais e os ângulos de escorregamento estarão presentes em cada roda.[1][2]

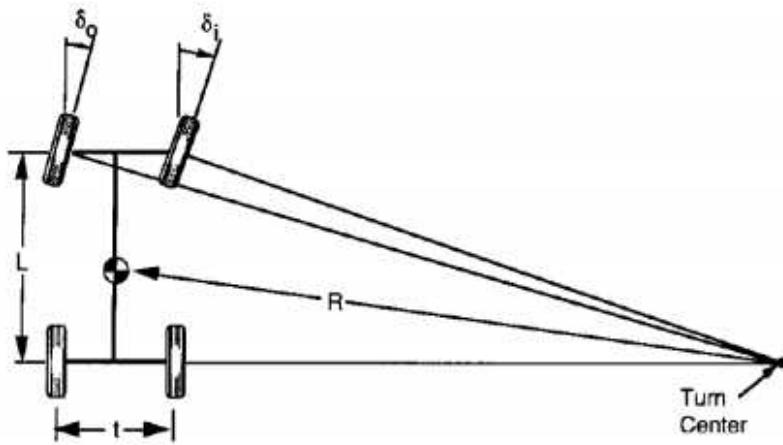


Figura 2-Curva de baixa velocidade. [1]

As principais características que definem o comportamento lateral de um veículo são: substerçamento, sobresterçamento, gradiente de rolagem, gradiente de esterçamento, patamar de tombamento, etc.

Os testes feitos para verificação desses dados podem ser divididos em manobras de regime permanente e manobras em regime transitório.

As manobras em regime permanente tem o objetivo de obter uma aceleração lateral crescente. Podem ser feitas em curva de raio constante, variando a velocidade, ou em curvas com esterçamento constante, aumentando a velocidade, e ainda curva com velocidade constante variando o ângulo de esterçamento. Essas manobras servem para definir se o veículo é neutro, substerçante ou sobresterçante e definir os dados referentes a estas características: velocidade crítica, velocidade característica, *understeer gradient*, dentre outros. [6]

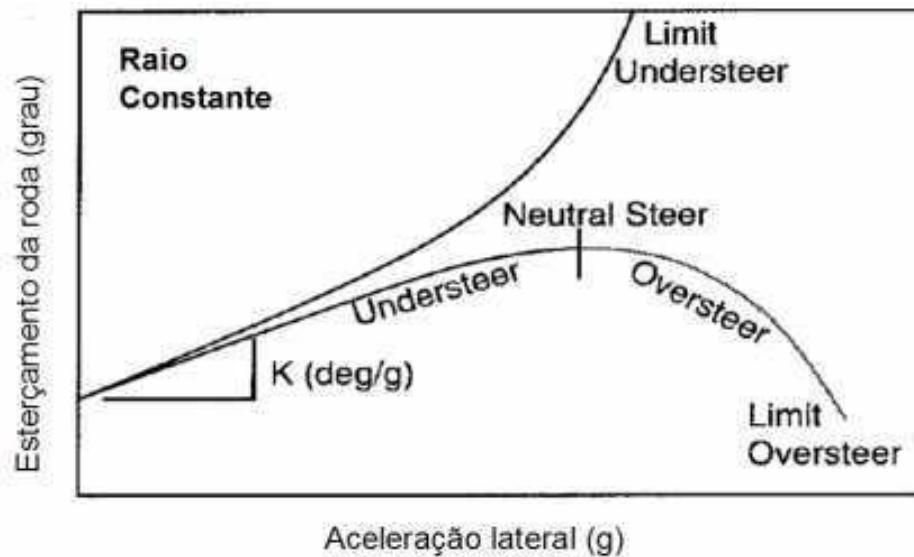


Figura 3 Ângulo de esterço por aceleração lateral. [1]

Ainda nessas manobras é possível determinar o *rollover threshold*, que é a máxima aceleração lateral que o veículo sustenta antes de perder contato do pavimento com as rodas interiores à curva, tendendo ao tombamento.

As manobras de regime transitório servem para indicar a resposta do veículo a determinadas excitações. As excitações podem ser ângulo de esterço senoidal, degrau, impulso ou randômico. Podem também ser uma trajetória definida de ultrapassagem.[7][8]

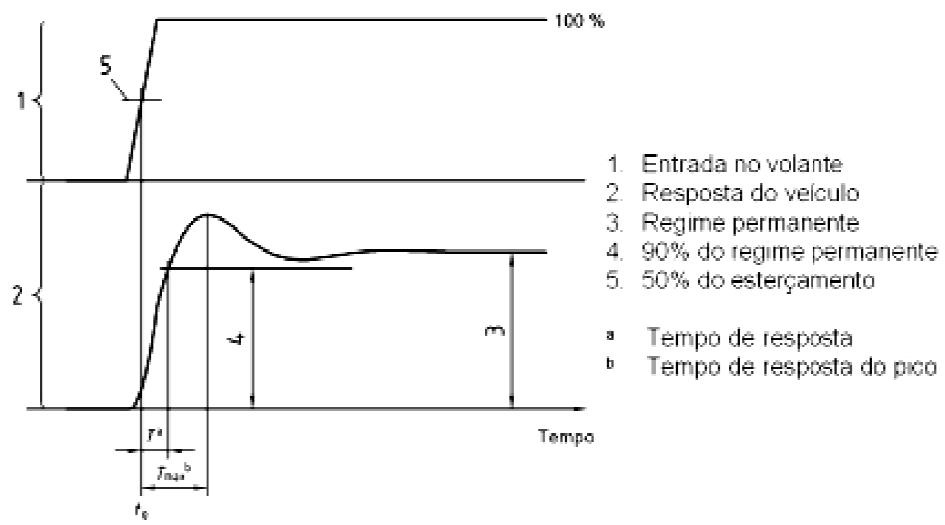


Figura 4 Entrada de esterço degrau e resposta.

Várias características quanto à resposta a entrada degrau podem ser medidas: tempo de resposta, tempo de resposta de pico, valor de overshoot. Outra métrica é o *dynamic rollover threshold*, que é função da velocidade da manobra e da frequência da

entrada de esterço, e resulta num valor menor que o *rollover threshold* de regime permanente.

As mesmas manobras citadas acima permitem identificar características específicas para veículos combinados. Os veículos combinados possuem mais graus de liberdade, podendo se tornar mais instáveis.

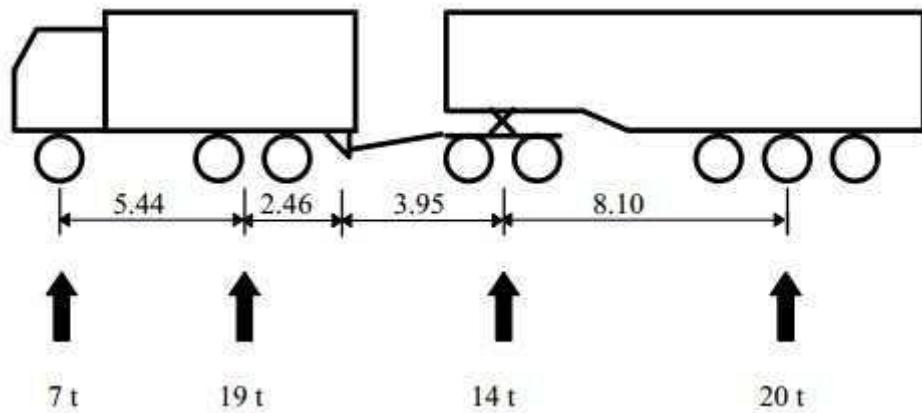


Figura 5 Exemplo de combinação de veículos de carga.[5][14]

Em regime permanente, veículos combinados podem possuir *offtracking*, que é um desvio lateral na trajetória do ultimo eixo, em relação ao primeiro. O conhecimento desse desvio é essencial ao estudo da compatibilidade do veículo com a via.[4]

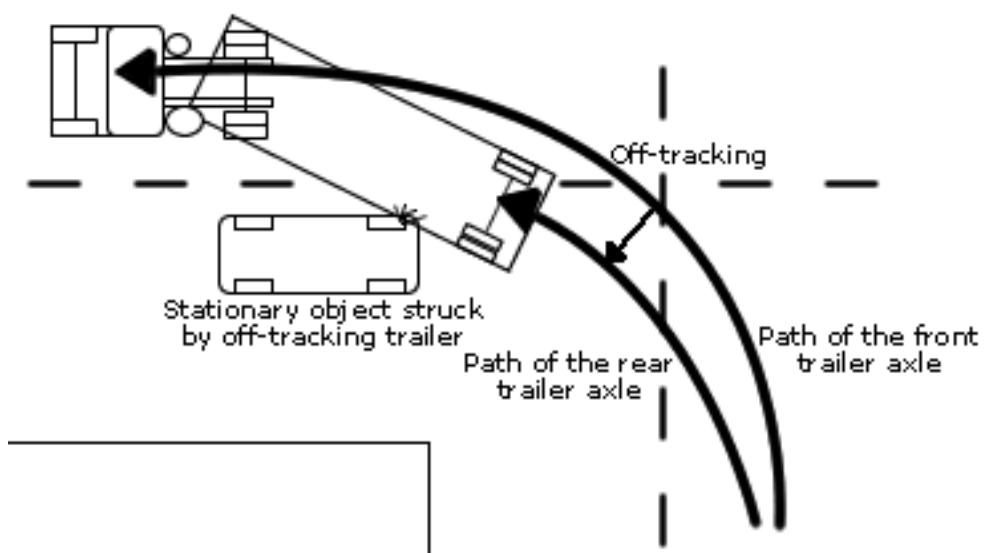


Figura 6 Offtracking de baixa velocidade.[5]

Em regime transitório, um problema típico de veículos combinados é a amplificação traseira de aceleração lateral e velocidade de guinada, conhecida como *sway*. O

implemento pode sofrer uma resposta amplificada à entrada de aceleração lateral, podendo atingir outros veículos numa pista ou até mesmo causar um tombamento.[4]

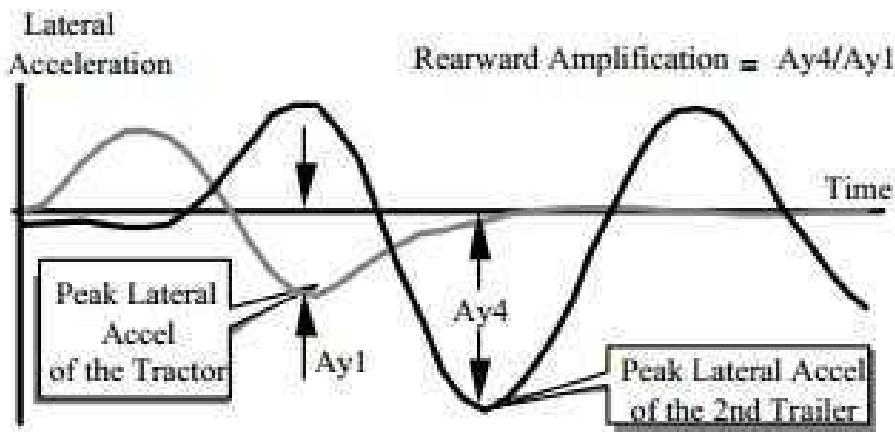


Figura 7 Amplificação traseira de aceleração lateral.[5][14]

As análises de conforto, conhecidas também como análises de *ride*, estudam a resposta do veículo às excitações vibracionais, e como essas vibrações afetam a sensação de conforto dos passageiros.

Por ser basicamente uma análise subjetiva, estabelecer métodos de engenharia para avaliar o conforto como um desempenho de veículo é um grande desafio para o analista. A análise de conforto pode ser dividida em três tópicos: entendimento das fontes de excitação, estudo da resposta do veículo e análise da percepção humana das vibrações.

As fontes de excitação podem ser internas ou externas. A principal excitação externa é proveniente das irregularidades do pavimento, desde falhas de construção até desvios aleatórios provenientes do limite de precisão na construção e manutenção da pista.

As imperfeições do pavimento podem ser representadas pela sua geometria ou por dados estatísticos. A mais utilizada é a PSD (Power Spectral Density).

Outra forma de excitação é a gerada pelo conjunto de roda, que devido a desbalanceamentos, desvios geométricos e desvios de rigidez podem excitar diversas frequências.

A transmissão do veículo também pode gerar excitações devido a desbalanceamento e devido a características intrínsecas das conexões, como a junta universal.

O motor gera uma excitação como função de sua rotação, e deve ser coxinizado para adequar seus modos de vibrar com os demais componentes do veículo,

O veículo, como um sistema mecânico, exibe uma determinada resposta às excitações descritas anteriormente. A transmissibilidade, isto é, a razão entre saída e entrada, deve ser minimizada para garantir conforto, respeitando outras limitações do projeto do veículo. Essa resposta depende de diversos fatores, como principalmente rigidez e amortecimento da suspensão, além das massas suspensa e não suspensa.

Não linearidades nas suspensões podem levar a erros no estudo da resposta do veículo. O fenômeno de *stiction* pode ser encontrado em buchas, amortecedores, e principalmente em feixe de molas. Esse fenômeno confere características histeréticas à suspensão, como na curva abaixo:

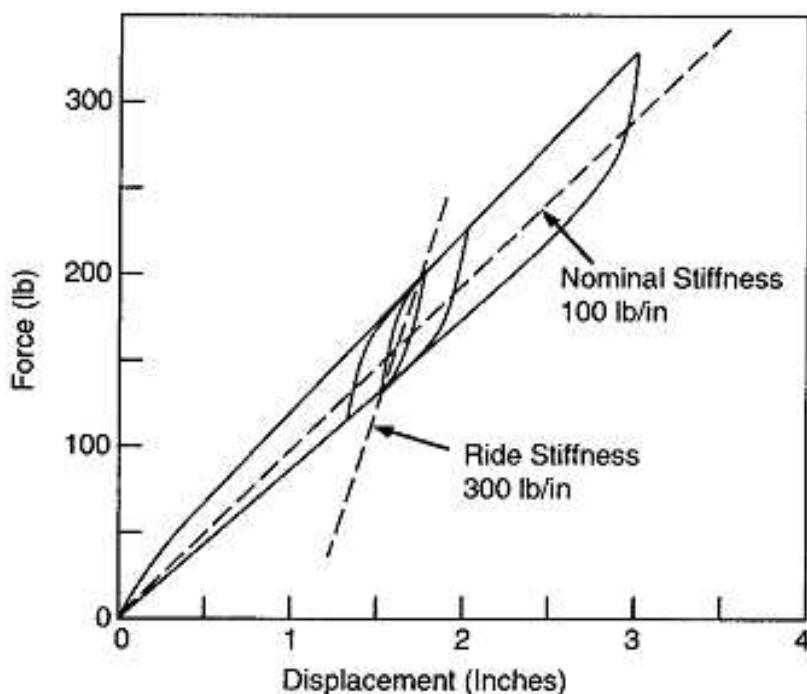


Figura 8 Não linearidades características de suspensões.[1]

Como a amplitude do movimento causado pelas excitações é tipicamente pequena, a suspensão tende a exhibir uma rigidez equivalente maior do que a nominal. Essa variação pode ser maior do que três vezes o valor esperado. [1]

Como dito anteriormente, quantificar a percepção do ocupante em relação às vibrações do veículo é um desafio de engenharia. Uma das formas para definição do conforto do veículo pode ser encontrada na norma ISO 2631. [9]

A norma sugere o máximo tempo de exposição, em função da frequência e da RMS (*root mean square*) da aceleração, que o ocupante pode permanecer sem sofrer desconforto ou gerar risco à direção, em três níveis diferentes de conforto: nível reduzido de conforto, nível de eficiência reduzido e limite de exposição (saúde ou segurança).

Para a comparação, é necessário testar o veículo ou modelo em uma pista similar à que o veículo irá trafegar. As acelerações nas três direções, medidas nos bancos dos ocupantes, devem ser medidas. Com as curvas PSD geradas a partir destas acelerações, os valores RMS de cada faixa de frequência são calculados e comparados com os valores pré-estabelecidos pela norma.

O corpo humano é especificamente sensível a vibrações verticais na faixa de 4 a 8 Hz, como resultado de ressonâncias da cavidade visceral. Nas direções lateral e longitudinal, sabe-se que entre 1 e 2 Hz a parte superior do tronco entra em ressonância, causando desconforto.

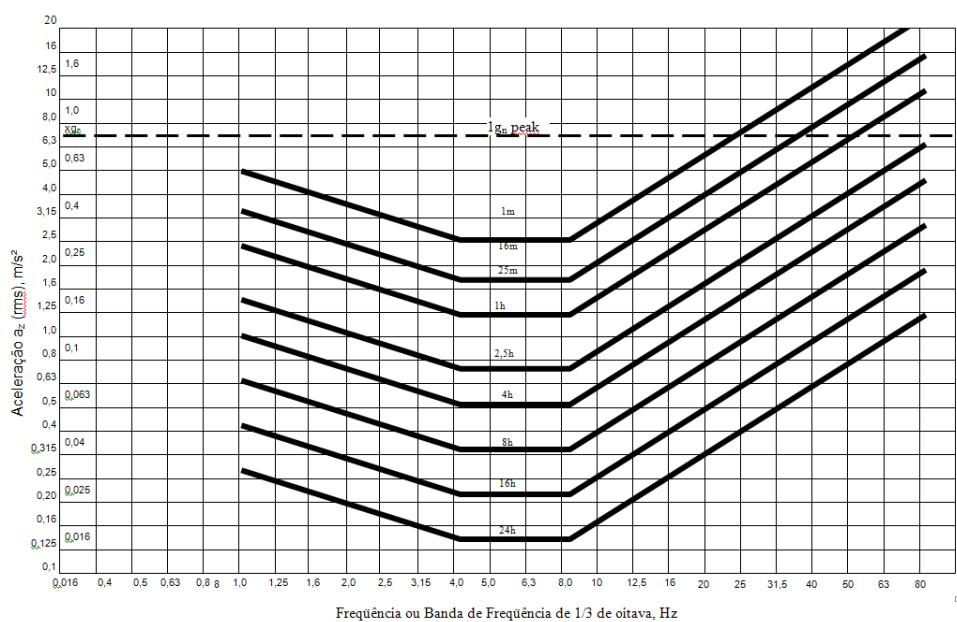


Figura 9 Tempos de exposição relativos a aceleração vertical.[9]

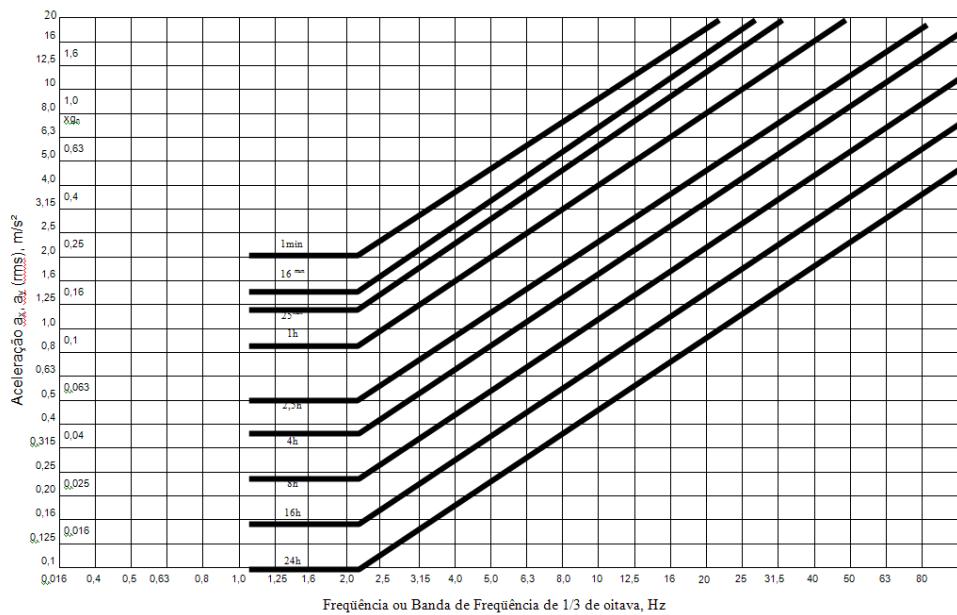


Figura 10 Tempos de exposição relativos a aceleração lateral e longitudinal.[9]

Em análises longitudinais estuda-se o desempenho do veículo na direção longitudinal. Para aceleração, estudos para o dimensionamento de *powertrain* pode ser feito. No caso de desaceleração, o dimensionamento da distribuição de frenagem é de extrema importância na estabilidade do veículo.

Ainda na direção longitudinal, o estudo dos movimentos de *pitch* do veículo, e as geometrias *anti-dive*, *anti-squat* e *anti-lift* visam melhorar a sensação de conforto do ocupante do veículo.

Finalmente, análises de durabilidade podem ser feitas, em conjunto com as já mencionadas, para garantir uma melhor eficiência dos componentes estruturais do veículo. Manobras em pistas com irregularidades, obstáculos, curvas, etc. são feitas para medir o tempo de duração das peças, ou ainda simulações são feitas para levantar cargas mais precisas a serem usadas em softwares de elementos finitos. Há ainda a possibilidade de realizar a análise de fadiga diretamente na ferramenta análise multicorpos.

2.3. Feixe de molas

Os feixes de molas cumprem o papel de elemento elástico da suspensão. Possuem capacidade de carga elevada, em relação a molas helicoidais, e por isso são mais utilizadas em veículos comerciais de carga.

São constituídos por uma ou mais lâminas, geralmente em aço carbono, dispostas longitudinalmente ao veículo. Molas transversais já foram utilizadas, mas caíram em desuso.

Podem ser trapezoidais (com seção transversal constante) ou parabólicas. As molas parabólicas tem a vantagem da economia de material e possuem menos contato entre as lâminas.

O contato entre as lâminas provoca o atrito seco. O atrito seco dissipava energia, conferindo histerese à curva de rigidez vertical do feixe. Curvas comuns a feixe de mola podem ser vistas na Figura 11.

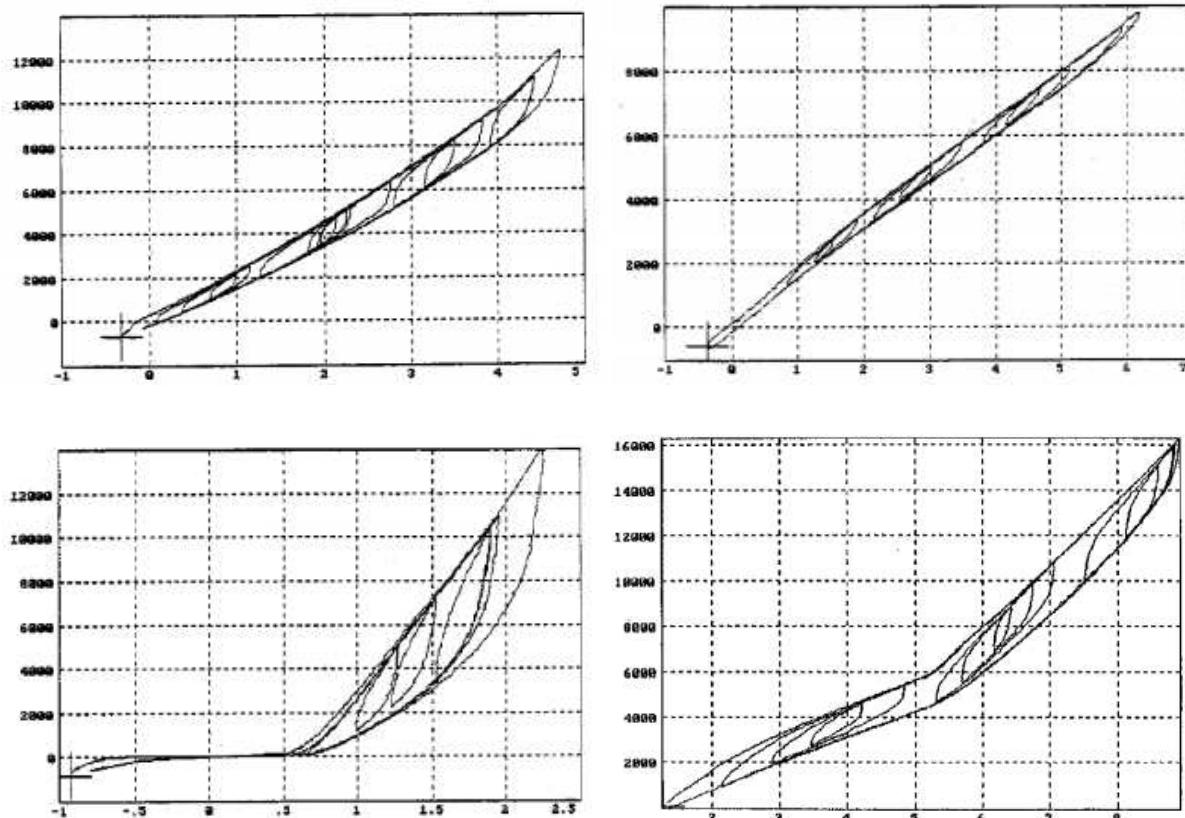


Figura 11 Exemplos de curvas de rigidez vertical de feixes de molas.[10]

De acordo com estudo feito por Cebon[11], o *loop* de histerese dos feixes de molas não depende da frequência de excitação, como mostra a Figura 12.

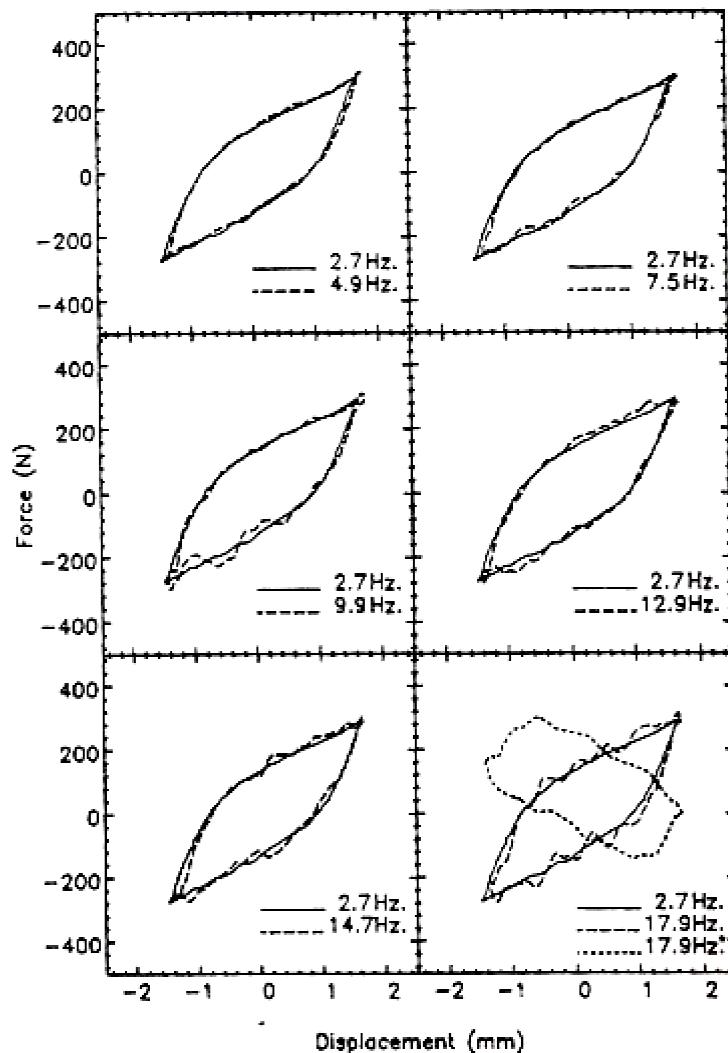


Figura 12 Curvas de rigidez de um feixe com excitação em várias frequências.[11]

2.4. Modelagem através de sistemas multicorpos

Em qualquer indústria, principalmente na de automóveis, sempre há restrições quanto ao tempo. A necessidade de se introduzir um novo produto para reter mercado ou para preservar uma vantagem competitiva conduz a cronogramas cada vez mais apertados. Por outro lado, consumidores estão cada vez mais exigentes quanto à qualidade dos produtos.

Assim, para atender a essa crescente demanda, a solução é melhorar a eficiência dos processos de engenharia, dentre eles a simulação, que confere:

- Compreensão avançada das variáveis do projeto;
- Experimentos rápidos com as configurações;

- Otimização do projeto.

Métodos clássicos para obtenção dos modelos a serem estudados são ensinados formalmente nas universidades, e podem fornecer uma boa indicação inicial de projeto. No entanto, são insuficientes para a otimização final de um projeto. Modelos mais complexos são necessários, como por exemplo, os modelos multicorpos.

Um modelo multicorpos de um sistema mecânico consiste na conexão de corpos rígidos ou flexíveis, através de diversas maneiras, como vínculos cinemáticos, forças, elementos elásticos, entre outros. Esse modelo pode ser gerado manualmente ou através de pacotes de ferramentas comercialmente disponíveis. Esse modelo é usado para gerar as equações de movimento, que podem ser integradas no tempo, resolvidas para autovalores e autovetores, etc.

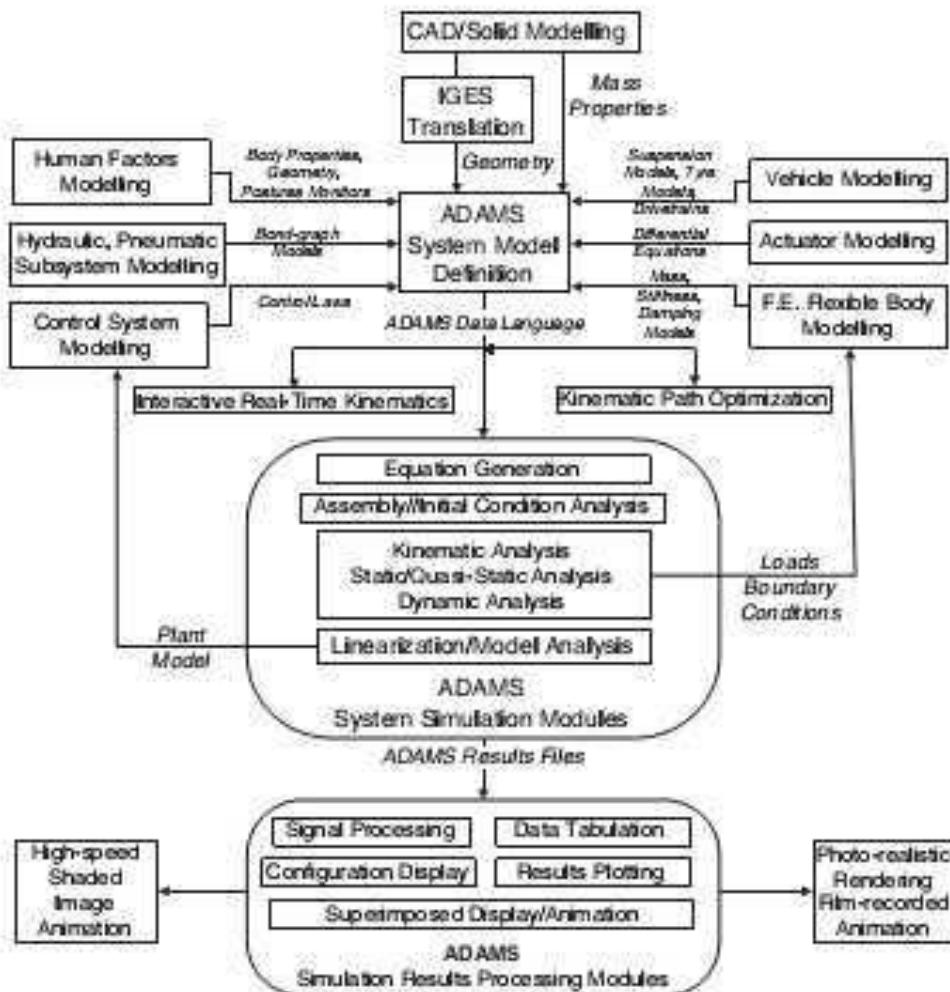


Figura 13 Integração do Msc Adams com softwares CAE.[12]

As ferramentas multicorpos consistem em um número de programas que executam análises tridimensionais cinemáticas, estáticas, quasi-estáticas ou dinâmicas de sistemas mecânicos. Em adição, programas para auxílio na modelagem de pneumáticos, geração de subsistemas de suspensão e modelos de veículo completo podem ser utilizados em conjunto.

Uma vez definido o modelo, o programa montará as equações de movimento e resolverá automaticamente. Também é possível inserir equações diferenciais diretamente na solução, o que permite a modelagem de uma variedade de sistemas de controle.

Outras conexões podem ser realizadas, como por exemplo, softwares CAD, de elementos finitos, e outros módulos podem ser incluídos e gerarem o que é conhecido como protótipo virtual. Em outras palavras, o protótipo virtual é um modelo ou conjunto de modelos que pode simular os testes e condições que seriam feitos com um protótipo real de um novo produto.[12]

2.5. Modelos Existentes

Esta seção faz uma breve revisão dos principais modelos de feixe de molas já existentes.

2.5.1. Modelos Unidirecionais Equivalentes

Modelos equivalentes buscam utilizar-se de elementos que, separadamente, representam características isoladas do feixe de molas. Por exemplo, a rigidez do feixe pode ser representada por uma mola linear (ou uma combinação de molas em série e em paralelo), enquanto que o efeito dissipativo pode ser representado por um amortecedor ou elemento de atrito.

Um exemplo dessa modelagem pode ser encontrado no estudo de Hoyle (2004)[13], que modela a mola usando duas molas lineares em série, com um modelo de atrito entre elas, que representa os dois estágios da mesma.

O objetivo desse tipo de modelo é representar fielmente o comportamento vertical do feixe de molas. O modelo mostra bons resultados quando a resposta em frequência da transmissibilidade de aceleração é analisada, mostrando boa comparação entre as frequências de ressonância das massas suspensa e não suspensa.

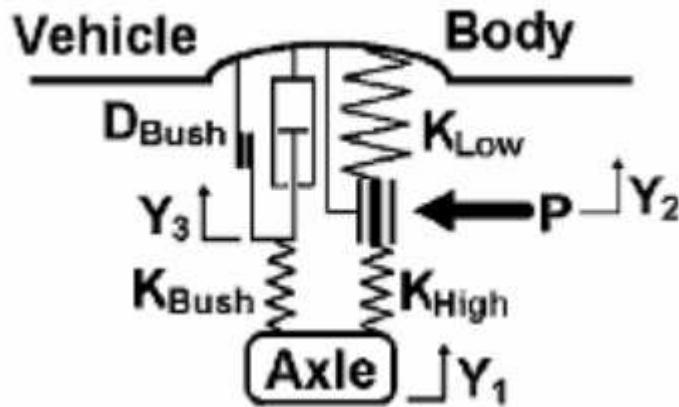


Figura 14 Modelo Unidirecional Equivalente [13].

A limitação desse tipo de modelo é que o caminho das cargas é deficiente, tornando o modelo inaplicável para análises como as de durabilidade.

2.5.2. Fancher

O modelo de Fancher[14] é um modelo unidirecional empírico que se utiliza de equações que representam a curva carga por deslocamento vertical dos feixes de molas.

Fancher propôs uma equação diferencial que se ajusta adequadamente ao formato do *loop* de histerese característico dos feixes de molas. Trata-se de uma equação diferencial, que resulta numa curva exponencial seguida de uma curva linear.

Foi utilizado e aprimorado por Cebon[11] para determinar esforços no contato entre pneu e pavimento, e ainda nas conexões da suspensão. Dois métodos de ajuste de curva foram apresentados e mostraram boa correlação com dados experimentais.

Hoffman[15] utilizou uma abordagem que tomou como base o modelo criado por Fancher, para modelar feixes de molas em vagões de carga.

A equação de Fancher, base para os estudos posteriores, é a seguinte:

$$\frac{\partial F}{\partial \delta} = \frac{F_{env} - F}{\beta}$$

Onde F representa a força de atrito, δ é a deflexão da mola, F_{env} é uma função envelope e β é a constante de decaimento.

A função envelope pode ser definida pela seguinte expressão[11]:

$$F_{env} = \begin{cases} k_u z + F_{ru} & \dot{z} > 0 \\ k_l z - F_{rl} & \dot{z} < 0 \end{cases}$$

Em que k_u e k_l são as rigidezes da fronteira superior e inferior, respectivamente, do envelope. F_{ru} e F_{rl} são as forças residuais superior e inferior, e finalmente z é a deformação do feixe. Hoffman[15] propôs adaptações às fórmulas para a utilização em feixes de duplo estágio.

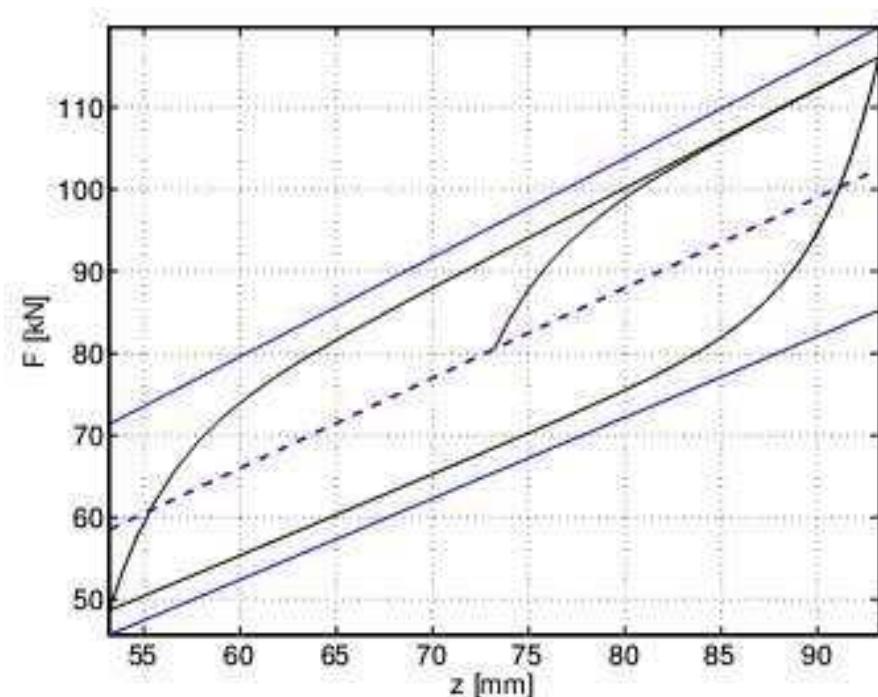


Figura 15 Curva de rigidez vertical modelada através do equacionamento de Fancher.[15]

Pelo gráfico é possível observar, pelas linhas contínuas azuis, a função envelope. Nota-se que as rigidezes são diferentes no carregamento e descarregamento do feixe. A altura do *loop* de histerese é definida pelas forças residuais superior e inferior, juntamente com as rigidezes. Observa-se que a derivada da força é alta, partindo do equilíbrio, reduzindo-se ao ponto que a força tende ao envelope.

O modelo de Fancher representa a curva de rigidez do feixe com boa acuracidade. É esperado que o modelo forneça bons resultados em análises de conforto. Porém, para outras análises, como as de durabilidade, o modelo é deficiente, pois não representa o caminho das cargas corretamente.

2.5.3. Three link

Esse modelo discretiza o feixe de molas em três elementos rígidos. Esses são conectados entre si, e as características das conexões ajustadas até que o modelo corresponda à característica carga por deflexão do feixe.

O modelo *three link* proposto pela SAE assume que o feixe se comporta como um arco circular sob carga vertical. O manual sugere um modelo de 4 barras (incluindo o jumelo) que garante uma boa aproximação ao cinematismo do feixe de molas [16]. A construção da geometria do modelo consiste em determinar as dimensões equivalentes das 3 barras que representam o feixe. O jumelo é representado pelas suas medidas físicas (geométricas).[17]

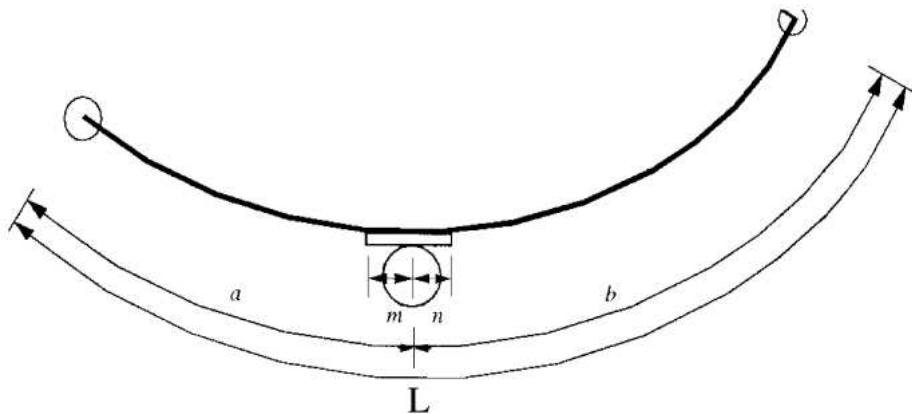


Figura 16 – Dados de entrada para o modelo *three link*.[17]

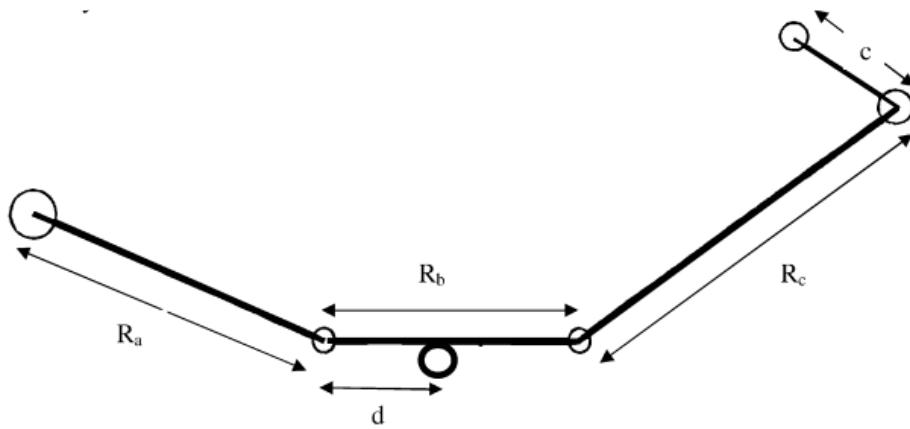


Figura 17 - Representação geométrica do modelo *three link* .[17]

As dimensões do mecanismo *three link* são obtidas através da geometria do feixe de molas. A barra frontal tem comprimento equivalente a 75% da porção flexível do braço anterior, e similarmente a barra traseira possui comprimento equivalente a 75% da porção

flexível do braço anterior. A posição das conexões é função do diâmetro dos olhais de fixação do feixe.

Várias aproximações podem ser feitas quanto à conexão entre as barras. A mais comum é o uso de elementos de força (buchas) que reagem de acordo com o deslocamento angular e velocidade angular relativos entre as barras. Outra aproximação utilizada é um vínculo que restringe os deslocamentos e as rotações em todos os eixos, exceto o de torção, em paralelo com uma mola torcional.

Ekici sugere que a mola torcional se comporta como uma função polinomial do terceiro grau no deslocamento, e utiliza uma rotina na plataforma MATLAB para ajustar esse polinômio a uma curva experimental[17].

$$T_4 = [a_1 \ a_2 \ a_3] [\theta_4 \ \theta_4^2 \ \theta_4^3]$$

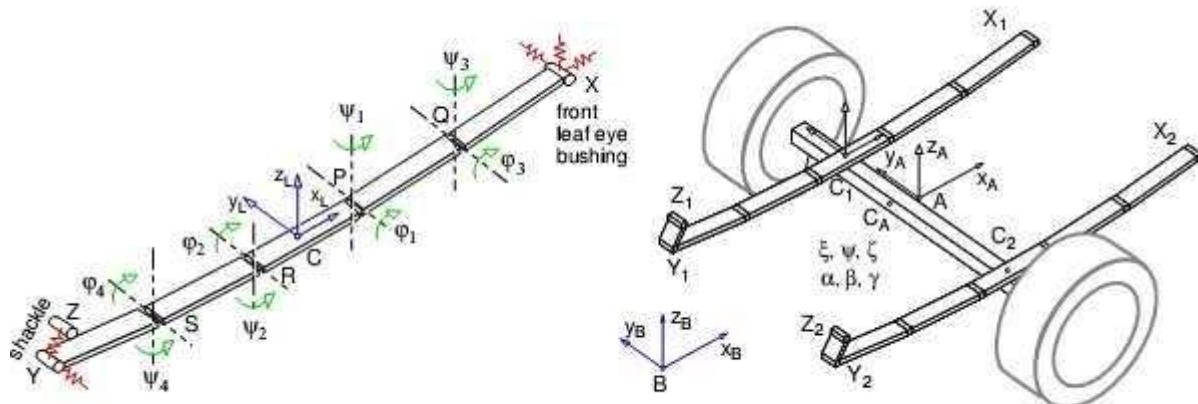
$$T_6 = [b_1 \ b_2 \ b_3] [\theta_6 \ \theta_6^2 \ \theta_6^3]$$

O *loop* de histerese no estudo de Ekici foi desprezado, e ainda assim o modelo apresenta boa correlação na aceleração transmitida ao chassi. É provável que o feixe modelado tenha um efeito dissipativo desprezível.

Alguns autores sugerem que o modelo *three link* pode ser ajustado para representar o feixe em todas as direções, mas validações não foram apresentadas. [18]

2.5.4. Five Link

Five Link é um modelo similar ao *three link*. Nesse modelo o feixe é discretizado em 5 elementos rígidos conectados entre si por meio de conexões flexíveis.



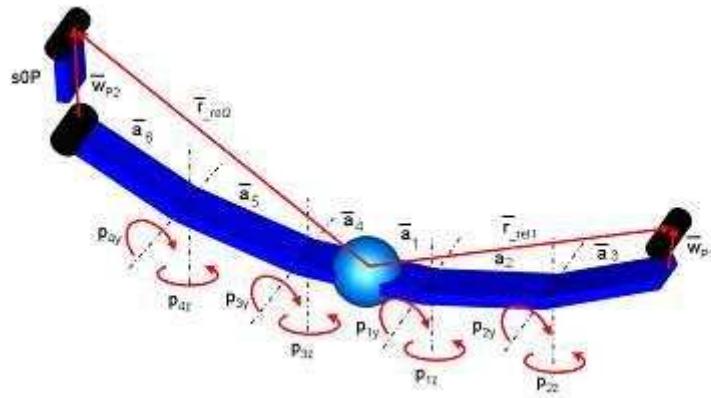


Figura 18 - Exemplos de modelo Five Link.[22][23]

Diferentes abordagens para as conexões flexíveis podem ser encontradas em [22] e [23]

2.5.5. BEAM

O modelo do tipo *BEAM* discretiza cada lâmina do feixe de molas em diversos *links* rígidos. Tais *links* são conectados entre si através de elementos de viga de seção constante. A espessura dos elementos é ajustada para aproximar o mais fielmente possível à geometria da lâmina. As diversas lâminas do feixe são então conectadas entre si através de elementos de força (buchas), localizados na porção central das lâminas. [24]



Figura 19 - Exemplo de modelo BEAM.[24]

Um elemento de viga cria uma força e um torque tridimensionais entre dois pontos (*markers*) que definem as extremidades da viga. Essa força é função dos deslocamentos e velocidades translacionais e rotacionais entre esses dois pontos, e é determinada através da seguinte expressão:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{22} & 0 & 0 & K_{26} \\ 0 & 0 & K_{33} & 0 & K_{35} \\ 0 & 0 & 0 & K_{44} & 0 \\ 0 & 0 & K_{53} & 0 & K_{55} \\ 0 & K_{62} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - L \\ y \\ z \\ a \\ b \\ c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} & C_{41} & C_{51} & C_{61} \\ C_{21} & C_{22} & C_{32} & C_{42} & C_{52} & C_{62} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{43} & C_{53} & C_{63} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{54} & C_{64} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{65} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

Em que:

F_x, F_y, F_z são os valores das forças nas direções x, y e z;

x, y e z são os deslocamentos translacionais relativos entre os dois pontos;

V_x, V_y , e V_z são as velocidades translacionais relativas entre os dois pontos;

T_x, T_y , e T_z são os momentos nas direções x, y e z;

a, b e c são os deslocamentos angulares nas direções x, y e z;

ω_x, ω_y e ω_z são as velocidades angulares nas direções x, y e z;

As rigidezes K_{ij} são definidas como se segue:

$$K_{11} = \frac{EA}{L}$$

$$K_{22} = \frac{12EI_{zz}}{L_3(1+P_y)}$$

$$K_{26} = \frac{-6EI_{zz}}{L_2(1+P_y)}$$

$$K_{33} = \frac{12EI_{yy}}{L_3(1+P_z)}$$

$$K_{35} = \frac{6EI_{yy}}{L_2(1+P_z)}$$

$$K_{44} = \frac{GI_{xx}}{L}$$

$$K_{55} = \frac{(4+P_z)EI_{yy}}{L(1+P_z)}$$

$$K_{66} = \frac{(4 + P_y)EI_{zz}}{L(1 + P_y)}$$

Nas quais E é o modulo de elasticidade de material da viga, A é a respectiva área, L o comprimento longitudinal (distância entre os pontos). ASY e ASZ são fatores de correção (razão de área de cisalhamento) para vigas de Timoshenko. Os coeficientes de amortecimento C_{ij} são definidos como uma porcentagem das rigidezes K_{ij} .

A grande vantagem desse modelo é a abordagem física do problema, gerando resultados satisfatórios em todas as direções de aplicação de carga. Já a desvantagem é a grande quantidade de dados de entrada requeridos, e o esforço do analista para montar o modelo. O modelo serve apenas para o feixe de molas que foi implementado, não podendo ser “ajustado” para outro feixe de geometria diferente.

Além disso, a grande quantidade de elementos e as equações diferenciais rígidas gerados pelo modelo acarretam em um custo computacional elevado em relação a outros modelos mais simples.

2.5.6. Elementos Finitos

Modelos de elementos finitos utilizam softwares adicionais para gerar a malha do feixe, por exemplo, Msc Nastran. Esse modelo é então adicionado ao subsistema de suspensão.

Elementos do tipo *BEAM* (similares aos citados anteriormente), elementos de casca e sólidos podem ser utilizados, cada um com suas características, vantagens e desvantagens.

Modelos de atrito podem ser adicionados entre as regiões de contato para representar a característica dissipativa do feixe.

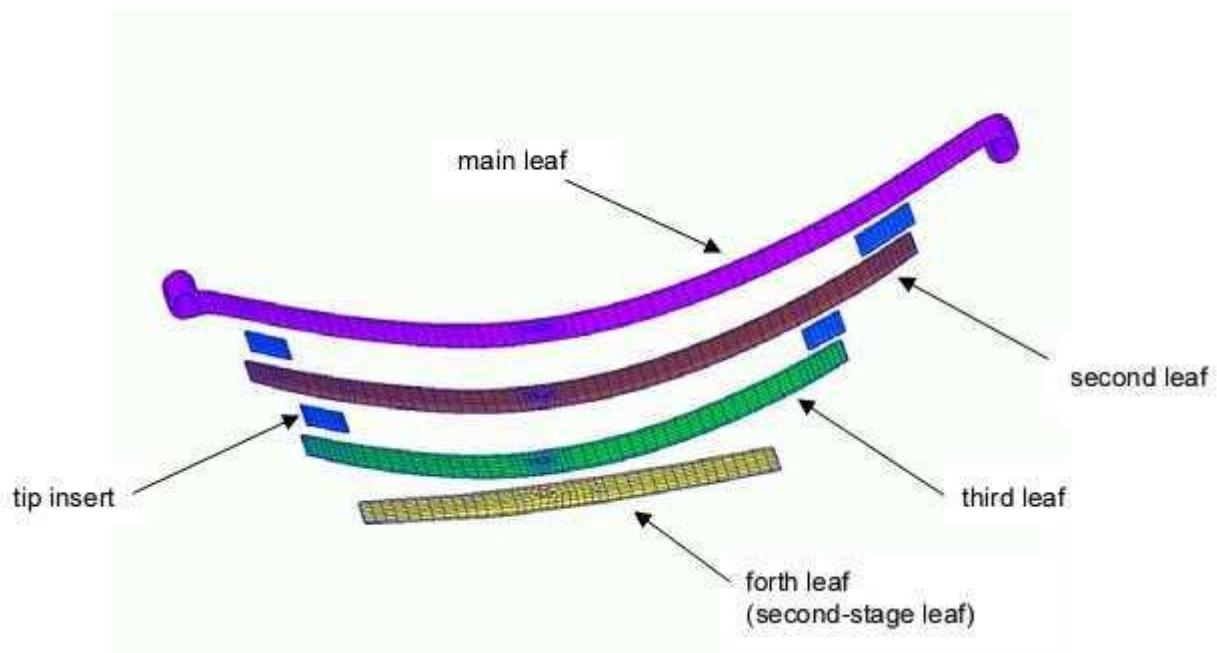


Figura 20 - Exemplo de modelo em FEM.[29]

No geral, esse tipo de modelo é incomum, pois carrega a desvantagem do alto custo computacional, da dependência em disponibilidade de um *software* de elementos finitos, e pelas limitações do método FEM utilizado.

Ainda assim, estudos já realizados mostram que boa correlação de diversos aspectos do feixe de molas pode ser alcançada com tais modelos. [19] [21]

2.6. Modelos de atrito

Alguns modelos de feixe de molas utilizam uma abordagem direta para representar o atrito seco entre as lâminas do feixe. Ou seja, o atrito é calculado a partir das forças, deslocamentos e velocidades nas regiões onde ocorre o contato.

O fenômeno do atrito é objeto de vários estudos, gerando modelos específicos para diferentes aplicações, com características e efeitos variados.

O atrito é uma força de reação tangencial a duas superfícies em contato. Fisicamente, essas forças de reação são resultado de diferentes mecanismos, que dependem da geometria de contato, propriedades de material dos corpos em contato, deslocamento e velocidade relativos e presença de lubrificante.

Os fenômenos conhecidos do atrito são:

- *Stiction* ou *Pre-Sliding*: Quando a força não é suficiente para vencer o atrito e iniciar o movimento.
- *Sliding*: Escorregamento
- *Break Away Force*: Força necessária para iniciar o movimento
- Efeito *Stribeck*: Redução do valor da força de atrito após o início do movimento.

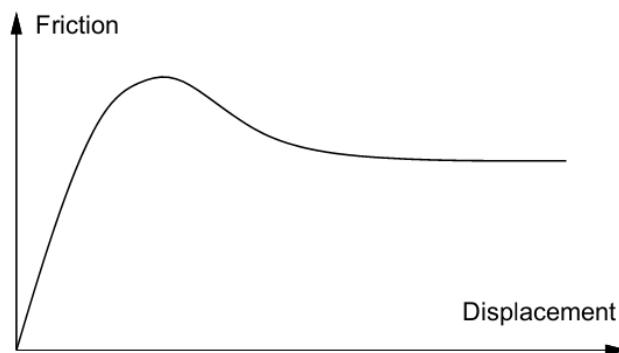


Figura 21 - Curva característica de força de atrito por deslocamento. [30]

Os modelos de atrito podem ser divididos em estáticos e dinâmicos.

Modelos Estáticos

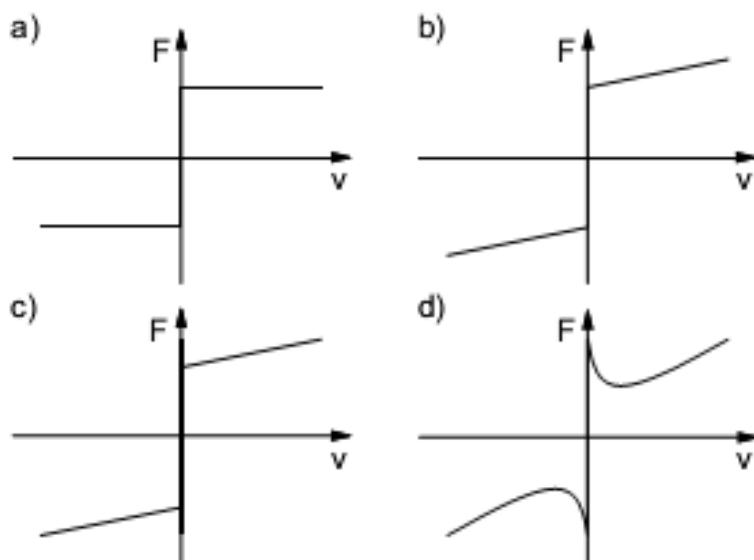


Figura 22 - Modelos estáticos de atrito.[30]

Os modelos estáticos compreendem os modelos clássicos de Coulomb e seus derivados. Representam uma função direta da força normal, e em alguns casos apresentam uma dependência linear com a velocidade (viscosidade). Esses modelos são indefinidos quando a velocidade é nula.

Modelos Dinâmicos

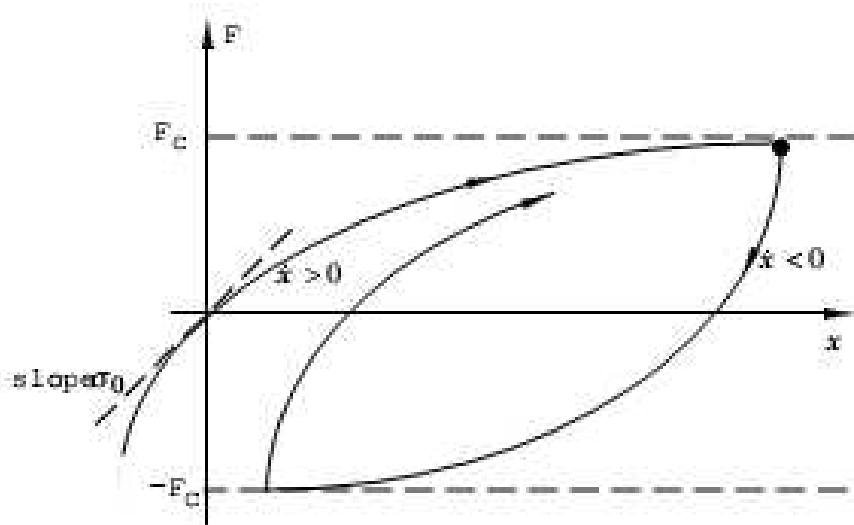


Figura 23 - Modelo de atrito de Dahl.[30]

Esses modelos apresentam uma dinâmica complementar, e são representados como uma função diferencial da posição, velocidade e da força normal. São modelos mais complexos e representam tanto o fenômeno de *stiction* quanto o escorregamento. Dentre os modelos estão o modelo de Dahl, Bristle, Reset Integrator, Biman and Sorine, etc.[25][26][27][28]

3. METODOLOGIA

3.1. Modelo 1

3.1.1. Proposta

O modelo *BEAM* tem fundamento físico, e por isso tende a representar bem o feixe de molas em todas as direções. Porém, esse modelo não possui características histeréticas. Nesse trabalho é proposto um modelo de atrito baseado no modelo de Dahl, para modelar o atrito seco entre as lâminas e obter o *loop* de histerese do feixe.

O modelo de Dahl é descrito pela seguinte equação[25]:

$$\frac{dF_f}{dx} = \sigma_0 \operatorname{sinh}(1 - \frac{F_f}{F_s}) \left|1 - \frac{F_f}{F_s}\right|^{\alpha}$$

É necessário passar a equação para o domínio do tempo, multiplicando pela velocidade os dois lados da equação.

3.1.2. Implementação

O modelo foi implementado para três feixes diferentes:

- Feixe parabólico de 2 lâminas, típico de eixos dianteiros;
- Feixe parabólico de 4 lâminas, típico de eixos traseiros;
- Feixe trapezoidal de 10 lâminas, típico para eixos com alta capacidade de carga.

Para esse estudo, os dados geométricos dos feixes estavam disponíveis, porém os dados de ensaio não foram fornecidos. Portanto, uma análise qualitativa dos resultados foi feita.

Para a construção do modelo foram utilizadas as ferramentas Adams Chassis e Adams View. O software Adams Chassis gera o modelo de feixe de molas a partir de dados geométricos e de material. Ele gera também forças que representam o contato

entre as lâminas. Essas forças de contato (em vermelho) foram adaptadas para representar também o atrito seco entre as lâminas. Em azul estão destacados os elementos de viga.

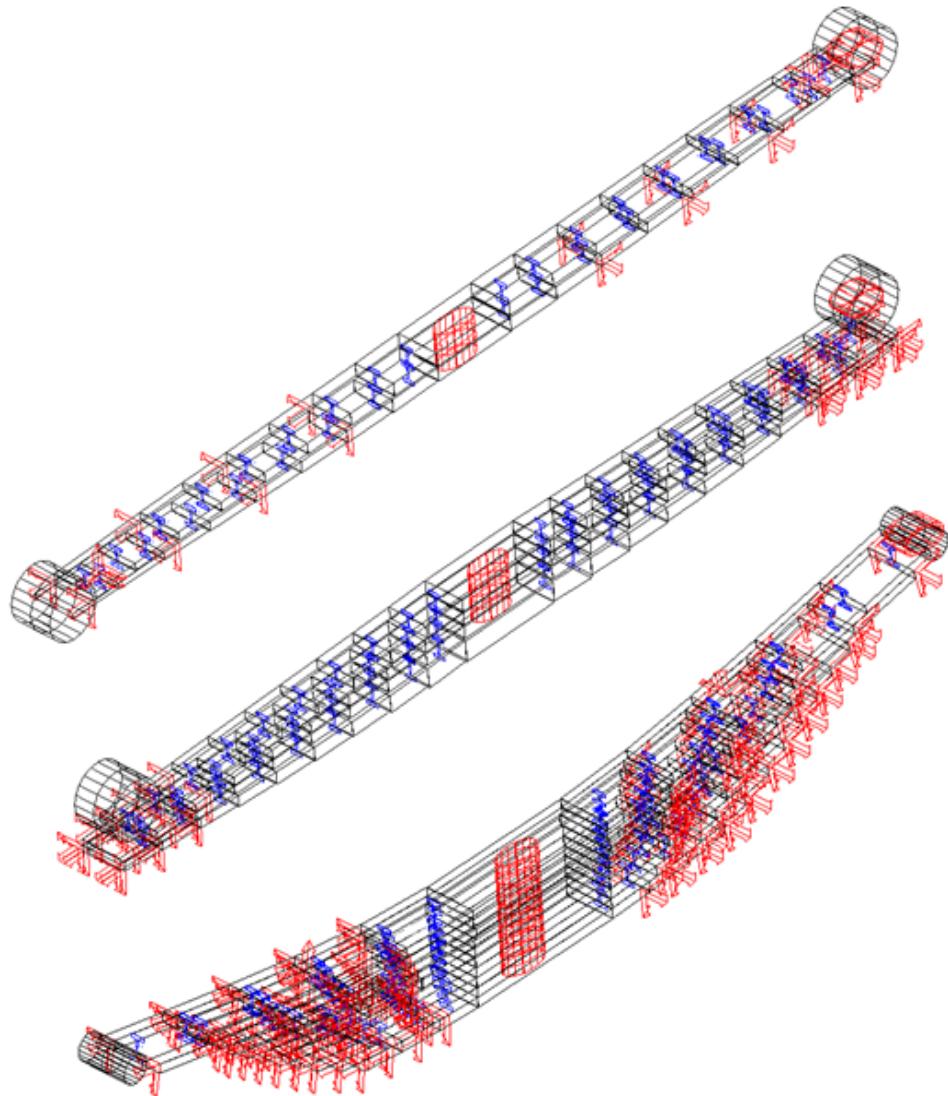


Figura 24 - Representação gráfica dos modelos *BEAM* propostos.

No software Adams View, as forças de contato foram modificadas e adaptadas para se comportar de acordo com o modelo de Dahl. As extremidades do feixe foram conectadas ao *ground* através de juntas que permitem o deslocamento longitudinal de um dos olhais, para simular o que ocorre durante um ensaio de um feixe de molas. O jumelo não foi considerado nessa modelagem. A densidade dos elementos rígidos foi reduzida para que o efeito inercial não apareça na curva de rigidez vertical.

3.2. Modelo 2

3.2.1. Proposta

O modelo *three link* tem as características de ser um modelo simples, fácil de ser implementado e calibrado, possuindo ainda acuracidade adequada e custo computacional baixo.

Porém, no que se refere às características físicas do feixe de molas, o modelo *three link* atual peca na ausência da representação do *loop* de histerese causado pelo atrito seco entre as lâminas do feixe. Por isso, uma abordagem simples para adicionar esse efeito ao modelo *three link* será proposta nesse trabalho.

As molas torcionais do feixe de molas, normalmente representadas como uma rigidez torcional constante, ou uma função polinomial do ângulo de deformação, serão modificadas para se comportarem como uma função diferencial do ângulo de deformação.

Tal função diferencial é uma adaptação do modelo proposto por Fancher[14] para uma rigidez torcional (rotativa):

$$\begin{aligned}\frac{\partial T_1}{\partial \alpha_1} &= \frac{T_{env1} - T_1}{\beta_1} \\ \frac{\partial T_2}{\partial \alpha_2} &= \frac{T_{env2} - T_2}{\beta_2} \\ T_{env} &= \begin{cases} k_u \alpha + T_{ru} & \dot{\alpha} > 0 \\ k_l \alpha - T_{rl} & \dot{\alpha} < 0 \end{cases}\end{aligned}$$

Em que:

T_1 = torque de reação na bucha 1;

T_{env} = torque envelope;

β = constante de decaimento;

α = ângulo de deformação na bucha 1.

Essa modelagem assume que o deslocamento angular das buchas é linear em relação ao deslocamento vertical do feixe de molas. Essa hipótese é razoável para uma faixa de deslocamento suficientemente grande do feixe de molas.

3.2.2. Implementação

Para a implementação do modelo foi utilizada a ferramenta Msc.AdamsView. O modelo foi aplicado ao feixe parabólico de quatro lâminas citado anteriormente. Os *links* foram criados segundo a orientação do manual da SAE [16] e conectados entre si por juntas de revolução em torno do eixo perpendicular ao plano do feixe.

Nessas juntas foram aplicados os torques com o equacionamento proposto.

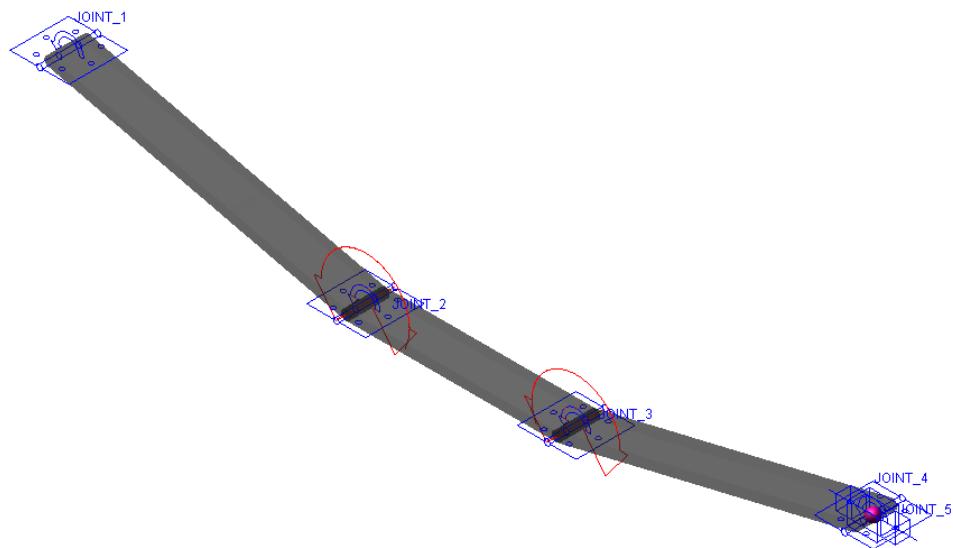


Figura 25 - Representação gráfica do modelo *three link* proposto.

As extremidades do feixe foram conectadas ao *ground* através de juntas que permitem o deslocamento longitudinal de um dos olhais, para simular o que ocorre durante um ensaio de um feixe de molas. O jumelo não foi considerado nessa modelagem.

Os links foram modelados com massa desprezível, para que o efeito inercial não apareça no *loop* de histerese a ser calibrado. A massa deve ser ajustada posteriormente.

O modelo então foi calibrado para obter a mesma curva obtida no modelo 1.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. Modelo 1

4.1.1. Curvas de rigidez vertical.

Os modelos foram simulados com uma mesma carga variando entre 0 e 50 kN. Os parâmetros utilizados para o equacionamento do atrito foram $\sigma=10^6$ N/mm; $\alpha=1$ e $\mu=0,35$.

Os gráficos obtidos para os três modelos são os que seguem:

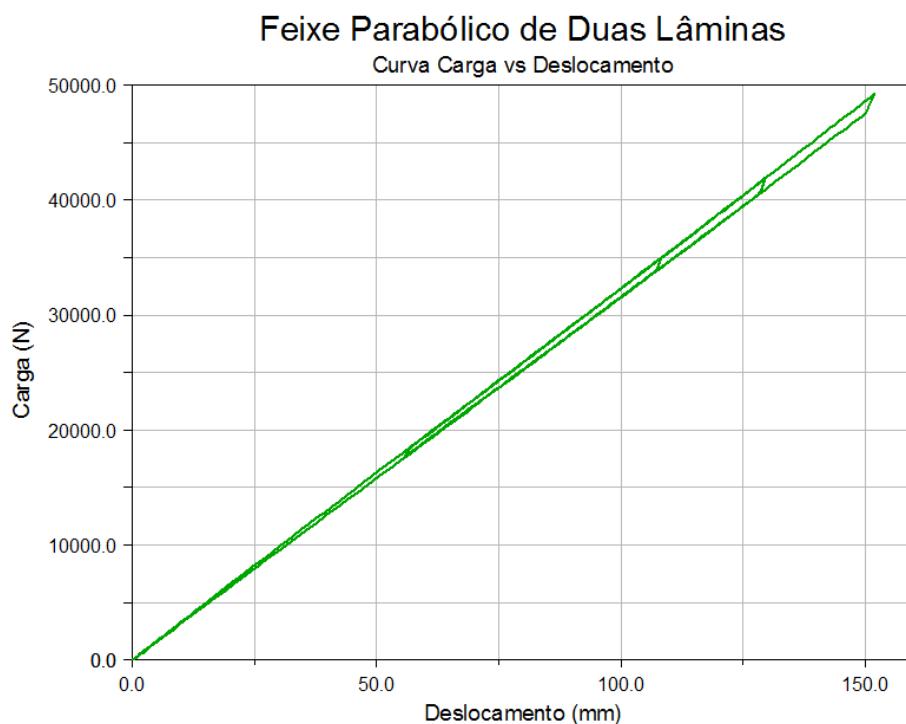


Figura 26 - Curva Carga vs Deslocamento para o modelo *BEAM* do feixe parabólico de duas lâminas.

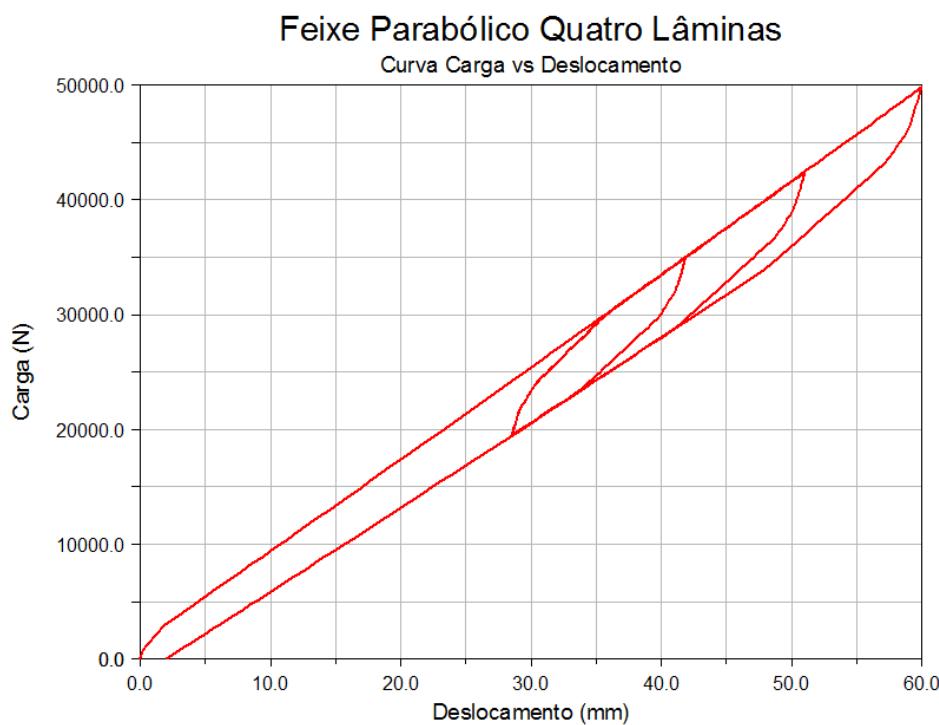


Figura 27 - Curva Carga vs Deslocamento para o modelo *BEAM* do feixe parabólico de quatro lâminas.

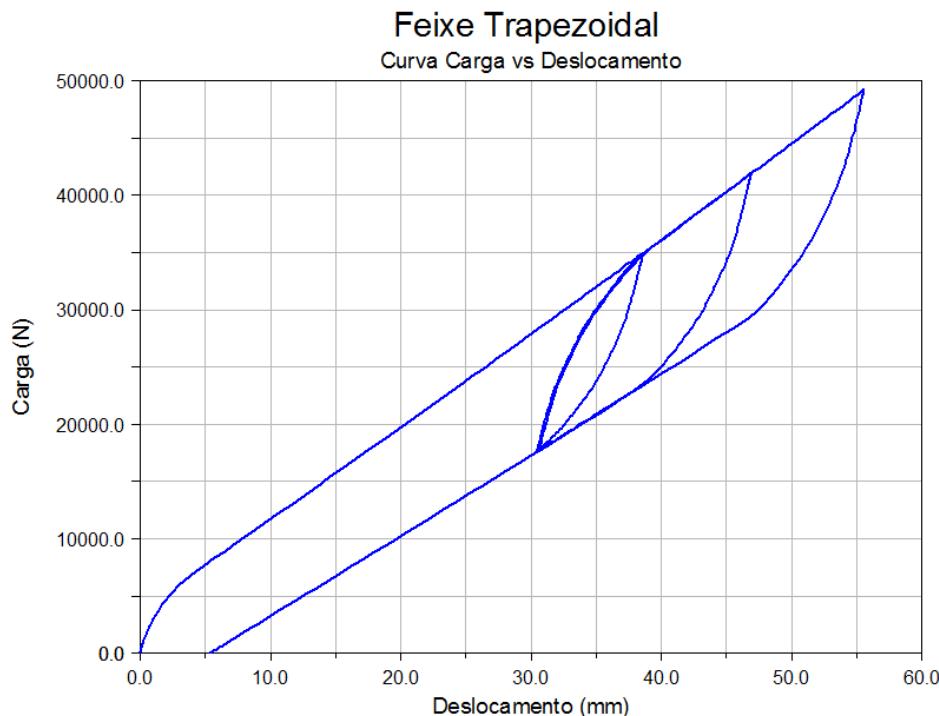


Figura 28 - Curva Carga vs Deslocamento para o modelo *BEAM* do feixe trapezoidal de dez lâminas.

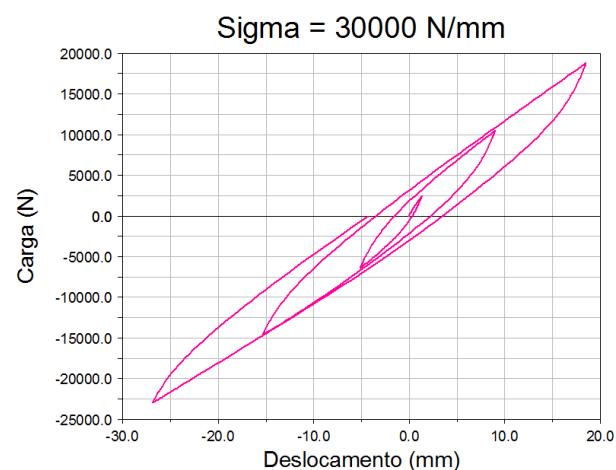
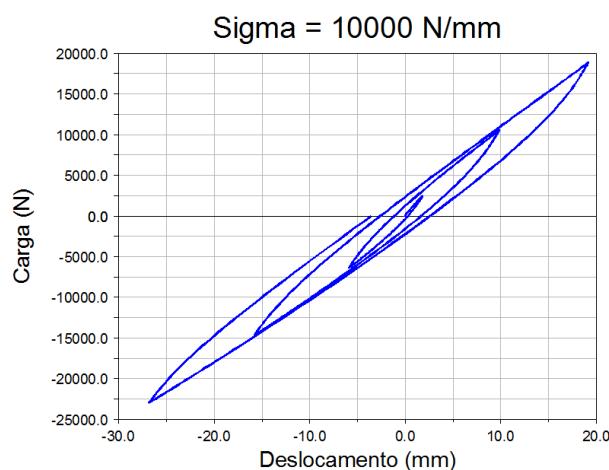
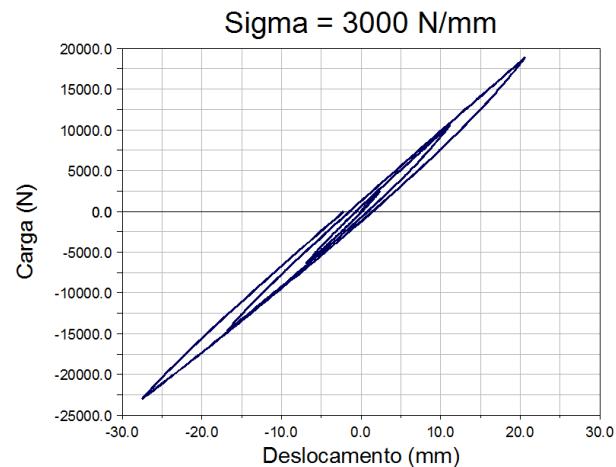
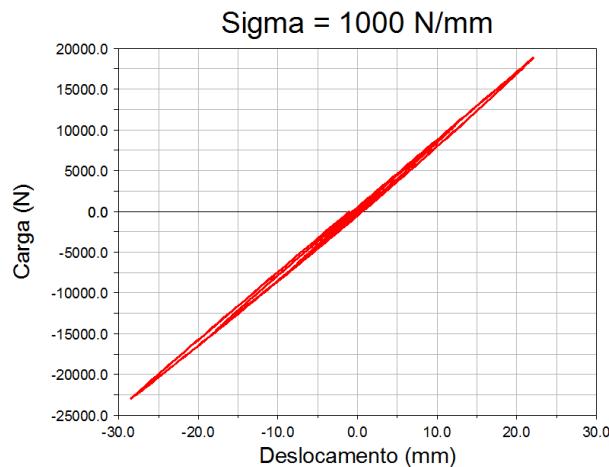
As curvas possuem todas as características esperadas para o *loop* de histerese dos feixes de molas, em ordem crescente de largura.

4.1.2. Variação de parâmetros

O efeito da variação dos parâmetros foi estudado utilizando o modelo parabólico de quatro lâminas, com uma excitação senoidal com amplitude crescente até aproximadamente 25 kN.

Sigma

O valor de σ foi variado entre 1000 e 1000000 N/mm. Os demais parâmetros do modelo de atrito foram $\alpha=1$ e $\mu=0,5$.



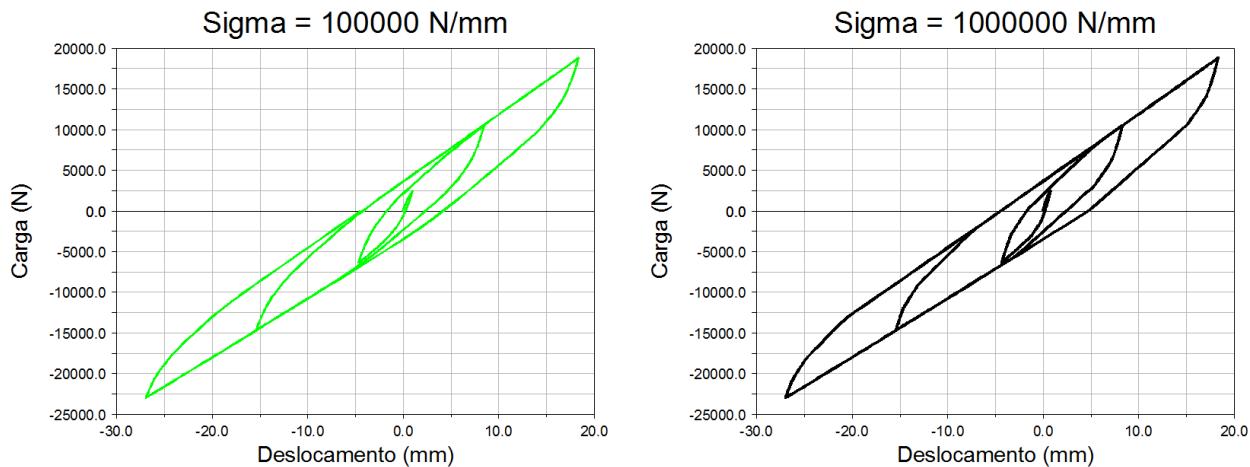
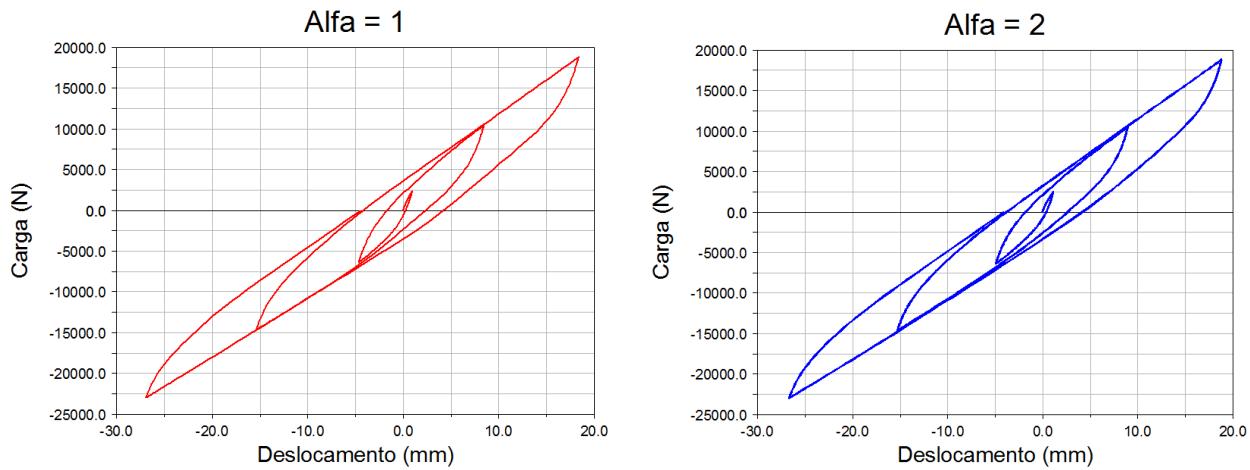


Figura 29 - Estudo da variação do parâmetro σ .

Como esperado, o valor de σ aumenta a rigidez inicial do feixe, partindo do repouso. Nos casos de valor de σ muito baixo, o *loop* de histerese foi reduzido, devido à força de atrito não chegar ao seu valor de saturação. No caso de σ a partir de 10^5 N/mm, a curva tem pouca alteração, e o tempo de simulação aumenta consideravelmente.

Alfa

O valor de α foi variado entre 1 e 6. Os demais parâmetros do modelo de atrito foram $\sigma=10^6$ N/mm e $\mu=0,5$.



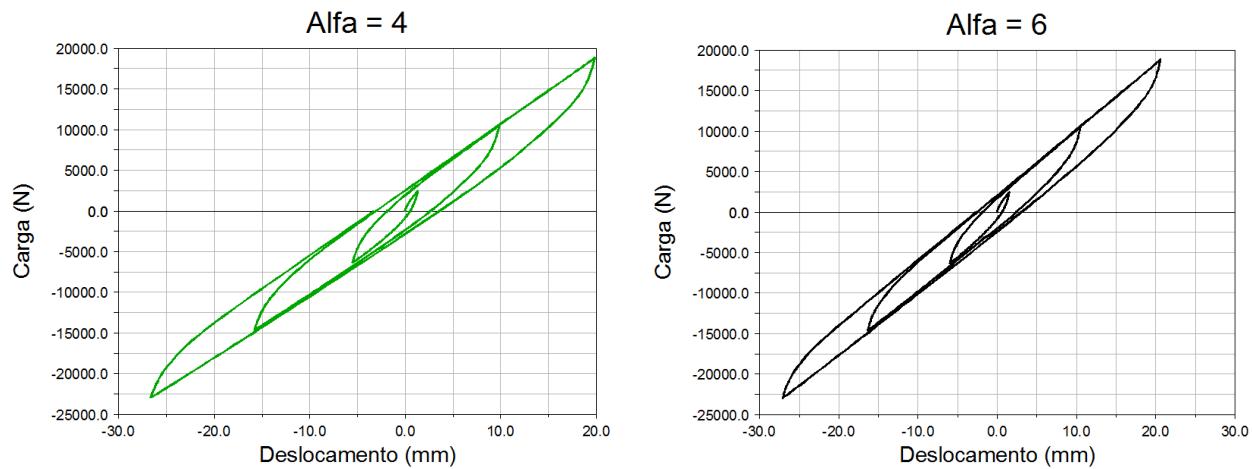
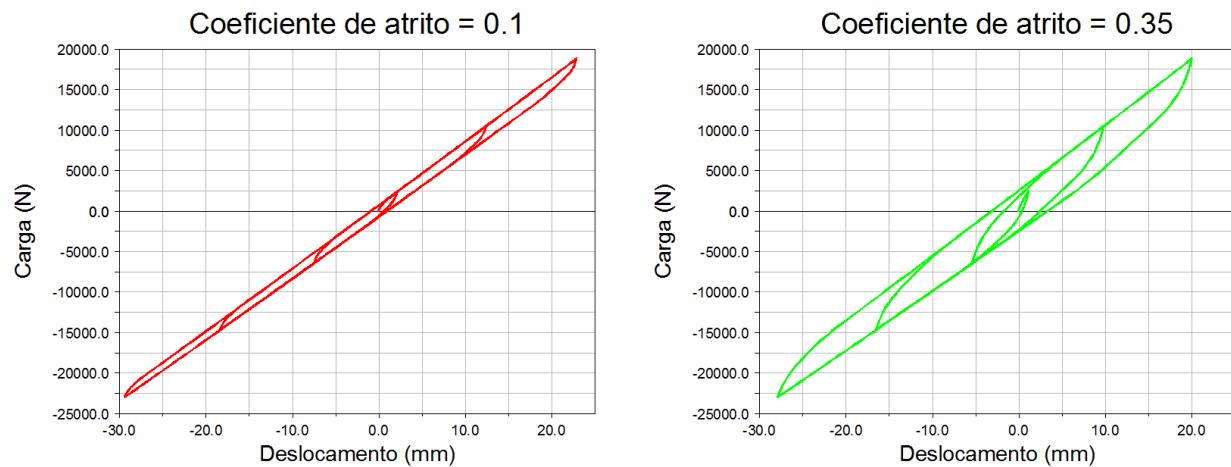


Figura 30 - Estudo da variação do parâmetro α .

O valor crescente de α reduz a derivada e a largura do *loop* de histerese,

Coeficiente de Atrito

O valor de μ foi variado entre 0,1 e 1. Os demais parâmetros do modelo de atrito foram $\sigma=10^6$ N/mm e $\alpha=1$.



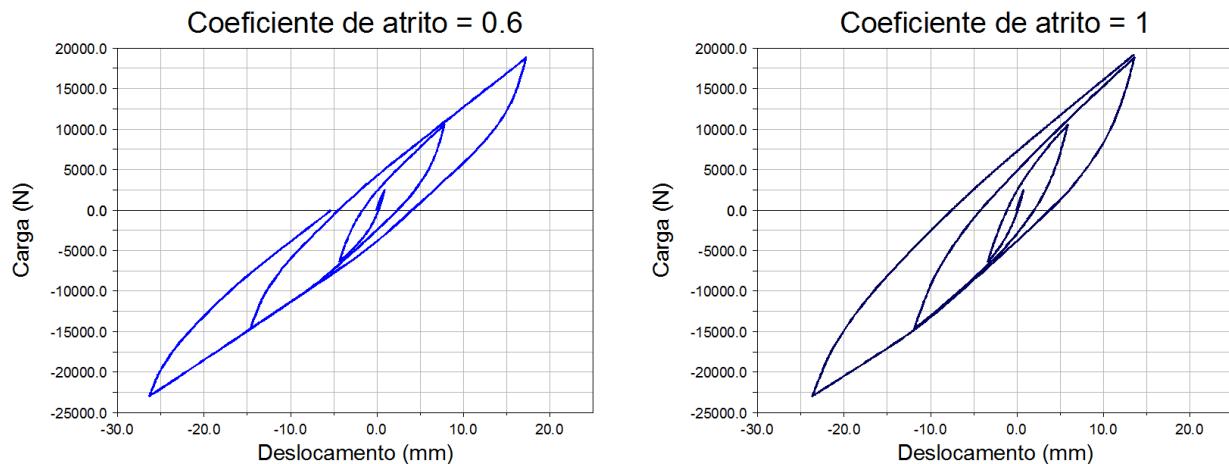


Figura 31 - Estudo da variação do parâmetro μ .

Os gráficos mostram que os valores crescentes de μ aumentam a dissipação do feixe.

4.1.3. Discussão

O modelo obtido representa fielmente as características verticais do feixe. A variação dos parâmetros mostra que o feixe pode ser calibrado para representar o *loop* do feixe a ser modelado.

O modelo requer mais dados de entrada do que o modelo *three link*, e requer mais esforço do analista para a sua montagem. Uma vez montado, o modelo não pode ser ajustado para representar outro feixe de molas de geometria diferente, sendo portanto menos versátil que o modelo *three link*.

O modelo *BEAM* já é conhecido por gerar equações diferenciais rígidas, portanto seu custo computacional é mais elevado que o modelo *three link*, e a adição de equações diferenciais para representar o atrito demanda ainda mais custo computacional, podendo, em alguns casos, dificultar a convergência da análise.

É esperado que o modelo seja representativo em todas as direções, porém uma validação é necessária.

4.2. Modelo 2

4.2.1. Curva Rigidez Vertical

O modelo foi simulado com uma carga variando entre 0 e 50 kN. Os parâmetros foram ajustados para conferir a mesma curva do modelo 1

O gráfico obtido para o modelo é o que segue:

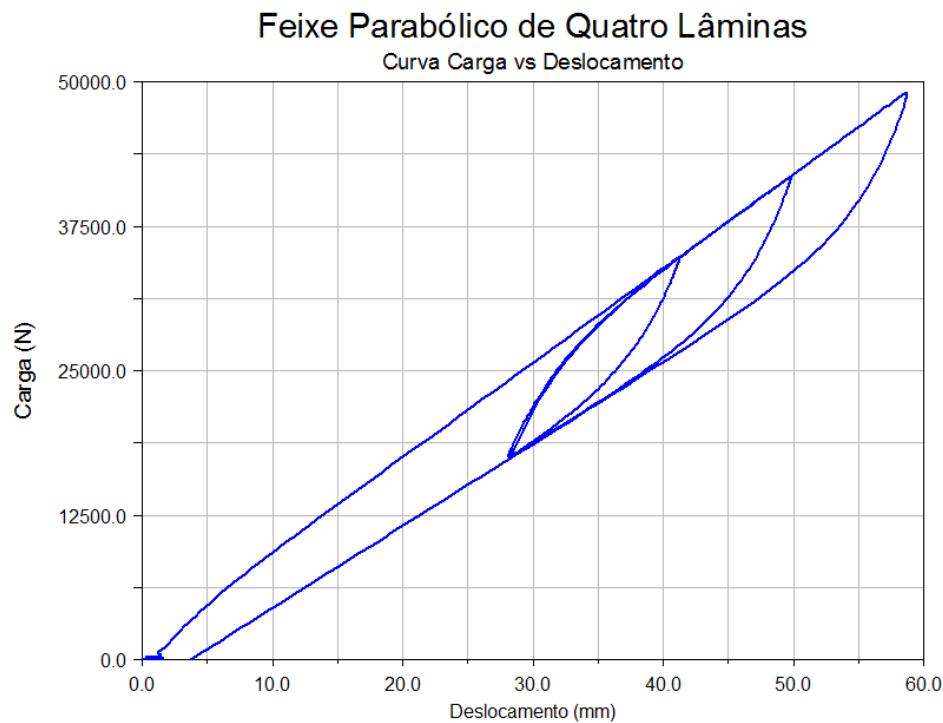


Figura 32 - Curva Carga vs Deslocamento para o modelo *three link* do feixe parabólico de quatro lâminas.

A curva possui todas as características conhecidas do *loop* de histerese característico do feixe de molas.

4.2.2. Variação de parâmetros

O efeito da variação dos parâmetros foi estudado utilizando uma excitação senoidal com amplitude crescente até aproximadamente 25 kN.

Tr

O envelope foi considerado simétrico, ou seja, $Tr_u = Tr_l = Tr$. O valor do Tr foi variado entre 10^6 e $2,5 \times 10^6$ Nmm. Os demais parâmetros foram rigidez torcional = $2,5 \times 10^6$ Nmm/grau, e $\beta=0,3$ graus.

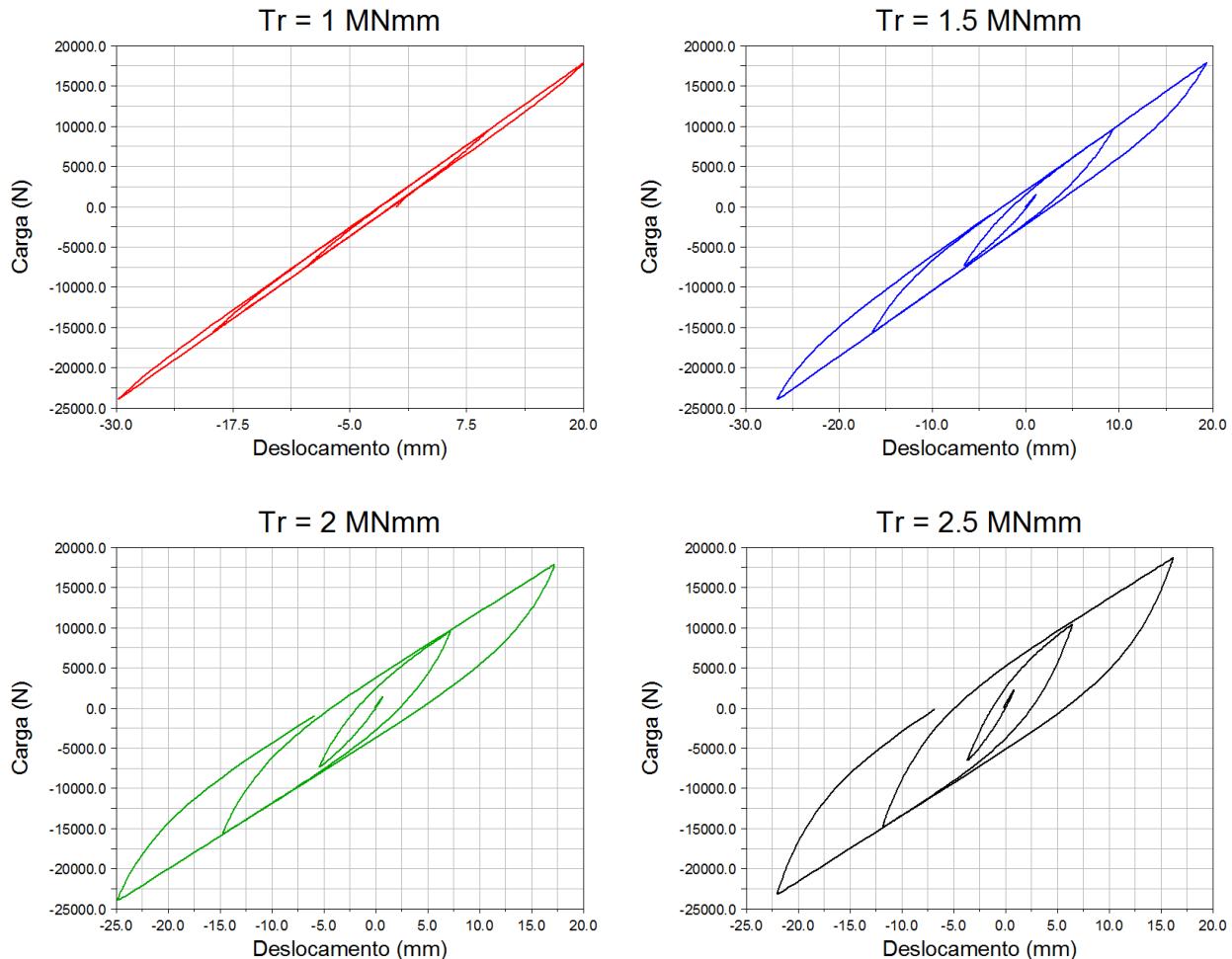


Figura 33 Estudo da variação do parâmetro Tr .

Os gráficos mostram que o valor do torque residual tem influência direta na largura do loop de histerese, como esperado.

Beta

O valor de β foi variado entre 0,1 e 0,4 graus. O envelope foi considerado simétrico. Os demais parâmetros foram rigidez torcional = $2,5 \times 10^6$ Nmm/grau, e $Tr=2 \times 10^6$ Nmm.

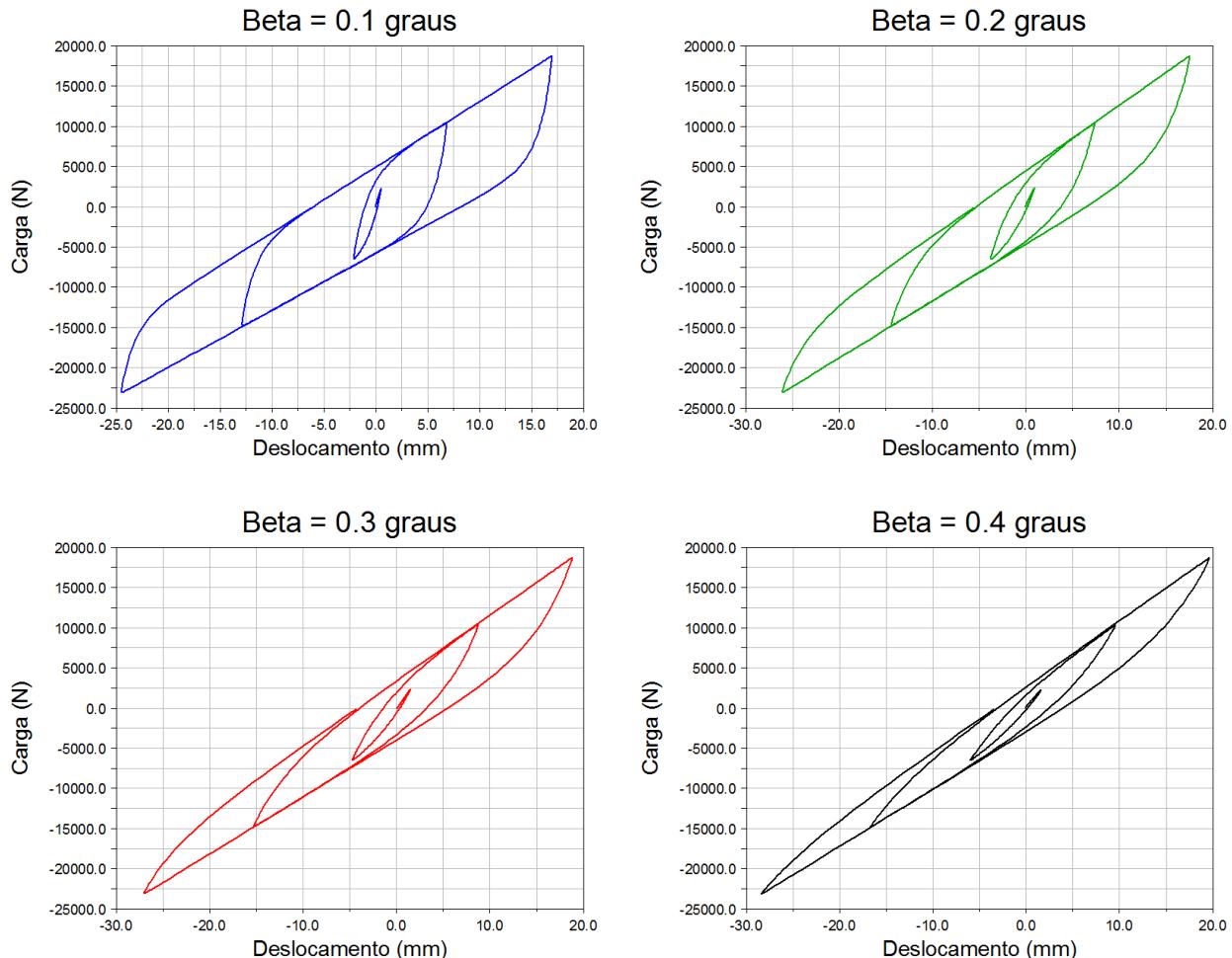


Figura 34 - Estudo da variação do parâmetro β .

Os gráficos mostram que o valor de β influencia inversamente na rigidez do feixe, partindo do repouso, similarmente ao valor de σ nos modelos BEAM.

4.2.3. Discussão

O modelo obtido é simples, fácil de ser implementado. A variação dos parâmetros mostra que o modelo é versátil, e pode ser facilmente calibrado para uma grande variedade de formatos de *loop* de histerese.

O modelo, por ser simples, não apresentou problemas na convergência da solução, e apresentou resultados precisos sem custo computacional elevado. Em outras palavras,

a inclusão das equações diferenciais não aumentou significativamente o custo computacional do modelo.

O modelo representa bem a característica vertical do feixe.

A resposta desse modelo a uma excitação lateral não será representativa, porque o modelo é rígido lateralmente, devido ao vínculo cinemático (junta), que só permite uma deformação rotacional. A substituição da junta por um elemento flexível poderá melhorar a correlação do feixe na direção lateral. Ou seja, em vez de restringir o movimento, o elemento flexível adicionaria rigidezes nas demais direções translacionais e rotacionais. Todavia a calibração desse elemento flexível depende de dados experimentais que não estão disponíveis para esse trabalho.

Na direção longitudinal, é esperado que o modelo tenha boa correlação. Segundo alguns autores, o modelo *three link* é representativo para excitações desse tipo, sendo capaz de representar fielmente fenômenos como o de *wind up*. Ainda assim, uma validação é necessária.

4.3. CONCLUSÃO

Os modelos propostos cumpriram com seus objetivos de representar o feixe de molas. Ambos são modelos tridimensionais que podem ser usados em modelos de veículo completo, e realizar todas as manobras necessárias para avaliação do veículo.

O modelo *three link* é mais leve, e é representativo na direção vertical. Quanto a excitações nas outras direções, o modelo pode gerar esforços no chassi que não estarão representando a realidade. Como o modelo utiliza vínculos cinemáticos nas conexões, ele pode apresentar um aumento da rigidez de rolagem do veículo. Esse aumento pode ser desprezível, mas uma validação ainda é necessária.

Para análises de conforto o modelo *three link* é ideal, por ser leve e preciso, e também por ser representativo na direção vertical. Para análises de dirigibilidade, o modelo é satisfatório. Para análises de durabilidade, o modelo poderá gerar erros nas peças dimensionadas pela análise, não sendo o mais indicado para essa análise.

O modelo *BEAM* é um modelo de custo computacional mais elevado do que o modelo *three link*. Responde bem a excitações em todas as direções, e possui o *loop* de histerese.

Para análises de conforto, o modelo *BEAM* poderá demandar muito custo computacional, e até dificultar a convergência da simulação. Ainda assim, os resultados serão representativos. Para análises de dirigibilidade o modelo é confiável. Para análises de durabilidade, o modelo representará bem as cargas transmitidas, sendo o modelo mais adequado para essas análises, porém, novamente, o custo computacional é elevado.

Sendo assim, ambos os modelos podem ser utilizados em um mesmo projeto, cabendo ao analista decidir qual a melhor abordagem para a análise desejada.

Num projeto onde o tempo é curto e o *hardware* disponível não é avançado, o modelo *three link* é o mais indicado, e apresentará resultados satisfatórios. Num projeto que demanda mais acuracidade e tem recursos suficientes, o modelo *BEAM* é o mais indicado.

Como o modelo *three link* é mais versátil, ele pode ser usado para testar várias configurações de feixe de molas. Uma vez definido o projeto ótimo, o modelo *BEAM* pode ser gerado para refinamento da análise, e estudo de durabilidade dos componentes.

Para trabalhos futuros, ambos os modelos necessitam de validação experimental.

O modelo *three link* pode ser melhorado quanto à resposta lateral e longitudinal, substituindo a junta de revolução por um elemento flexível. Uma abordagem quanto à rigidez desse elemento flexível pode ser estudada e validada.

Para o modelo *BEAM*, estudos em relação à precisão do modelo como função do número de elementos de viga e pontos de contato podem ser realizados, visando reduzir o custo computacional do modelo. Vários modelos de atrito estão à disposição para serem testados, portanto outra abordagem para o modelo de atrito utilizado também poderá melhorar a eficiência do modelo. A integração de um *software CAD* com o de multicorpos poderá automatizar o processo de geração do modelo, reduzindo assim o tempo e esforço do analista na fase de criação do modelo.

5. REFERÊNCIAS

- [1] GILLESPIE, T.D. Fundamentals of Vehicle Dynamics.SAE Publications,Society of Automotive Engineers, 400 Commonwealth Drive, Warrendale, PA 15096, USA, 1992
- [2] MILLIKEN, W.F.; MILLIKEN, D. L. Race Car Vehicle Dynamics. Warrendale: Society of automotive Engineers, Inc. 1995. 890 p. ISBN 1-56091-526-9.ⁱ
- [3] SILVA, M. M. Análise de dirigibilidade de um veículo leve em ambiente multicorpos considerando a flexibilidade do quadro. São Carlos, 2004. 107p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2004.
- [4] ERVIN, R.D., FANCHER, P.S., GILLESPIE, T.D., An overview of the dynamic performance properties of long truck combinations, Federal Highway Administration, 1984.
- [5] FANCHER, P. S., WINKLER, C. B., “A Methodology for Measuring Rearward Amplification”, Third International Symposium on Heavy Vehicle Weights and Dimensions, 1992, Queens College, Cambridge, United Kingdom.
- [6] ISO International Standard 4138: Road Vehicles – Steady State circular test procedure,2004.
- [7] ISO International Standard 7401: Road Vehicles- Lateral Transient Response Test Method – Open-loop test methods, 2003.
- [8] ISO International Standard 3888-1: Passengers cars - Test track for a severe lane-change manouvre. Part 1: Double lane change, 1999.

- [9] ISO-2631. *International Standard: “Guide for evaluation of human exposure to whole-body vibration”.* 2nd ed., 1978.
- [10] PRADO, M., COSTA NETO, A. Suspensões de Veículos Comerciais, Material de Aula.
- [11] CEBON, D., “Simulation of the Response of Leaf Springs to Broad Band Random Excitation”, Vehicle System Dynamics, Vol. 15, 1986
- [12] Blundell, M., Harty, D., Multibody Systems Approach to Vehicle Dynamics, Elsevier Limited, 2004
- [13] HOYLE, J.B.,“Modelling the static stiffness and dynamic frequency response characteristics of a leaf spring truck suspension”, Proc. of IMechE, Part D: J. Automobile Engineering, Vol. 218, 2004
- [14] FANCHER, P.S., ERVIN, R.D., MACADAM, C.C, AND WINKLER, C.B., “Measurement and Representation of the Mechanical Properties of Truck Leaf Springs”, SAE Technical Paper 800905,1980
- [15] HOFFMAN, M, Dynamics of European two–axle freight wagons, Tese (doutorado), 2006.
- [16] SAE Spring Design Manual, 2nd ed., Society of Automotive Engineers, Inc., 400 Commonwealth drive, Warrendale, PA, 1996.
- [17] EKICI, B.,“Multi-response optimisation in a three-link leaf-spring model”, Int. J. Vehicle Design, Vol. 38, No.4, pp. 326-346,1996.

- [18] JAYAKUMAR, P., ALANOLY, J. AND JOHNSON, R., "Three-Link Leaf-Spring Model for Road Loads", SAE Technical Paper 2005-01-0625, 2005.
- [19] PRASADE, U., MEDEPALLI, S., MOORE, D. AND RAO, R.N., "BEAM Element Leaf Spring Suspension Model Development and Assessment Using Road Load Data", SAE Technical Paper2006-01-0994, 2006.
- [20] GRANDO, D. Modelagem de vagão ferroviário em sistema multicorpos e avaliação do comportamento dinâmico em via tangente com desnívelamento transversal periódico. 2012. 180 f. Dissertação (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2012.
- [21] LI, Q. AND LI, W., "A Contact finite element algorithm for the multileaf spring of vehicle suspension systems", IMEC-E Part D: J. Autom. Engrg., Vol. 218, pp. 305-314, 2004.
- [22] P., Niklas, Leaf Spring Modelling, 2006.
- [23] R., George, K., Norbert., L., Olav, M., Jan, Leaf Spring Modelling for Real Time Applications, presented at the 18th IAVSD-Symposium in Atsugi, Japan 2003
- [24] MSC.Software (2007). MSC.Adams Online Help
- [25] P. R. Dahl. "Measurement of solid friction parameters of ball bearings", "Proc. of 6th Annual Symp. on Incremental Motion, Control Systems and Devices", 1977.
- [26] M. Sorine and P. Constancis.Mathematic Syst. Theory: the influence of R.E. Kalman, chapter On Adaptive Solid Friction Compensation for High Accuracy Stabilization of Optronic Systems. Springer-Verlag, 1991.

- [27] R. Stribeck. Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager –The key qualities of sliding and roller bearings.Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure,46H38,39I:1342–48,1432–37, 1902.
 - [28] D. Karnopp. Computer simulation of slip-stick friction in mechanical dynamic systems.Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 107H1I:100–103, 1985.
 - [29] Qin, P., Dentel, G., Mesh, Mikhail. Multi Leaf Spring and Hotchkiss Suspension CAE Simulation. 2002 Abaqus User's conference. 2002.
 - [30] Olsson, H., Astrom, K.J., Canudas de Wit, C., Gavert, M., Lischinsky, P. Friction Models and Friction Compensation. 1997.
-