

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

Hugo Saraiva do Nascimento

**Otimização de aerofólios usando curvas de bézier e
algoritmo genético**

São Carlos

2023

Hugo Saraiva do Nascimento

**Otimização de aerofólios usando curvas de bézier e
algoritmo genético**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Aeronáutica, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Aeronáutico.

Orientador: Prof. Dr. Hernan Dario Ceron Muñoz

**São Carlos
2023**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

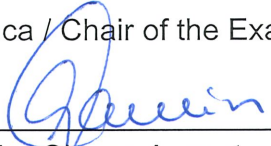
S243o	Saraiva do Nascimento, Hugo Otimização de aerofólios usando curvas de bézier e algoritmo genético / Hugo Saraiva do Nascimento; orientador Hernan Dario Cerón-Muñoz. São Carlos, 2023. Monografia (Graduação em Engenharia Aeronáutica) -- Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2023. 1. Algoritmo Genético. 2. Otimização. 3. Parametrização. 4. Aerofólios. 5. Curvas de Bézier. I. Título.
-------	---

FOLHA DE APROVAÇÃO
Approval sheet

Candidato / Student: Hugo Saraiva do Nascimento
Título do TCC / Title : Otimização de aerofólios usando curvas de bézier e algoritmo genético
Data de defesa / Date: 11/12/2023

Comissão Julgadora / Examining committee	Resultado / result
Professor Titular Glauco Augusto de Paula Caurin	APROVADO
Instituição / Affiliation: EESC - SAA	
Professor Doutor Ricardo Afonso Angélico 	APROVADO
Instituição / Affiliation: EESC - SAA	

Presidente da Banca / Chair of the Examining Committee:



Professor Titular Glauco Augusto de Paula Caurin
(assinatura / signature)

À minha mãe, por todo o amor e suporte, dedico este trabalho com profunda gratidão.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos que desempenharam papéis fundamentais ao longo da minha formação em Engenharia Aeronáutica.

Agradeço primeiro à minha mãe, que me deu amor e suporte em todos os momentos. Sem você, eu não poderia ter mostrado o meu potencial. Seus sacrifícios e seu constante encorajamento foram a força motriz por trás das minhas conquistas.

Aos meus amigos, que estiveram ao meu lado durante todo esse percurso, obrigado por fazerem parte dessa etapa da minha vida.

Aos meus professores, agradeço por terem me guiado e compartilhado um pouco de seu conhecimento. Sua dedicação possibilitou que eu me torne um profissional qualificado.

“Je n’dis pas ce que je pense, mais je pense c’que je dis.”

Stromae

RESUMO

HUGO, S. DO NASCIMENTO **Otimização de aerofólios usando curvas de bézier e algoritmo genético**. 2023. 68p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

O presente estudo se dedica à exploração da aplicação de algoritmos genéticos e métodos de parametrização como ferramentas de otimização de aerofólios. A combinação de um sistema de parametrização fundamentado em curvas de Bézier, com a utilização da técnica de otimização multi-objetivo NSGA-II é apresentada, juntamente com um modelo de análise distribuída em múltiplos processadores baseado no XFOIL. O principal objetivo dessa otimização consiste na melhoria das características aerodinâmicas de um aerofólio específico, visando a redução do coeficiente de arrasto (C_d) e o aumento do coeficiente de sustentação (C_L) para um ângulo de ataque de $\alpha = 8^\circ$ e um número de Reynolds de 3.000.000.

Os resultados obtidos revelam que o modelo proposto apresenta uma fronteira de Pareto que se assemelha àquela documentada na literatura para este caso de estudo e resulta em uma diminuição de 70% no tempo de cálculo dessa fronteira. No entanto, uma análise detalhada dos casos que correspondem aos valores mínimos de C_D e máximos de C_L revela uma importante conclusão: uma abordagem que considere apenas um ângulo de ataque resulta em perfis de aerofólios que podem ser subótimos em outras condições de voo.

Os resultados do algoritmo genético empregado neste estudo demonstram que é possível identificar uma gama diversificada de aerofólios que atendem às condições de projeto estabelecidas. Essa abordagem multi-objetivo contrasta com uma abordagem unidimensional, que tenderia a fornecer apenas um perfil ótimo em um único ponto de operação. Deste modo, este estudo destaca a importância da otimização multi-objetivo e da consideração de múltiplas condições de operação no contexto do desenvolvimento de aerofólios de alto desempenho destinados a uma diversidade de cenários de aplicação.

Palavras-chave: Algoritmo Genético. Otimização. Parametrização. Aerofólios. Curvas de Bézier.

ABSTRACT

HUGO, S. DO NASCIMENTO **Airfoil optimization using genetic algorithms and bézier curves**. 2023. 68p. Monograph (Conclusion Course Paper) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2023.

The present study is dedicated to exploring the application of genetic algorithms and parameterization methods as tools for optimizing airfoils. The combination of a parameterization system based on Bézier curves, along with the use of the multi-objective optimization technique NSGA-II is presented, along with an analysis model distributed on multiple processors based on XFOIL. The main objective of this optimization is to improve the aerodynamic characteristics of a specific airfoil, aiming to reduce the drag coefficient (C_d) and increase the lift coefficient (C_L) at an angle of attack of $\alpha = 8^\circ$ and a Reynolds number of 3,000,000.

The results obtained reveal that the proposed model exhibits a Pareto frontier that resembles that documented in the literature for this case study and results in a 70% reduction in the calculation time of this frontier. However, a detailed analysis of the individuals corresponding to the minimum values of C_D and maximum values of C_L reveals an important conclusion: an approach that considers only one angle of attack results in airfoil profiles that may be suboptimal under other flight conditions.

The results of the genetic algorithm employed in this study demonstrate that it is possible to identify a diverse range of airfoils that meet the established design conditions. This multi-objective approach contrasts with a one-dimensional approach, which would tend to provide only one optimal profile at a single operating point. Thus, this study highlights the importance of multi-objective optimization and the consideration of multiple operating conditions in the context of developing high-performance airfoils for a variety of application scenarios.

Keywords: Genetic Algorithm. Optimization. Parametrization. Airfoils. Bézier Curves.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fluxograma de funcionamento de um algoritmo genético simples. . . .	28
Figura 2 – Desenho exemplificando a formação de <i>pareto fronts</i>	29
Figura 3 – Imagem de arquivo .dat com coordenadas cartesianas XY do aerofólio NACA 0012.	30
Figura 4 – Esquema de parametrização PARSEC de um aerofólio	32
Figura 5 – Aerofólio gerado por curvas de Bézier no extradorso e intradorso, e seus pontos de controle. Caso de otimização de C_D em cruzeiro a Mach=0.5 e Reynolds= $3.1 \cdot 10^7$ e $C_{L_{max}}$ a Mach=0.2 e Reynolds= $1.8 \cdot 10^7$	33
Figura 6 – Esquema de parametrização Bézier-PARSEC	34
Figura 7 – Diagrama de parametrização de um aerofólio utilizando curvas de Bézier de grau 5 para o intradorso e extradorso	38
Figura 8 – Gráfico das curvas de espessura e camber usando a parametrização BP 3333 válida.	41
Figura 9 – Aerofólio gerado a partir da parametrização BP 3333 válida.	42
Figura 10 – Gráfico das curvas de espessura e camber usando a parametrização BP 3333 inválida.	43
Figura 11 – Aerofólio gerado a partir da parametrização BP 3333 inválida.	43
Figura 12 – Aerofólio aleatório gerado a partir da parametrização proposta.	44
Figura 13 – Fluxograma da interface de comunicação com o XFOIL em Python. . .	45
Figura 14 – Gráficos de referência de características aerodinâmicas do aerofólio NACA 0012 no XFOIL, a Reynolds 1000000.	46
Figura 15 – Gráficos de características aerodinâmicas do aerofólio NACA 0012 obti- das através da interface em Python, a Reynolds 1000000.	47
Figura 16 – Resultado do XFOIL para o aerofólio NACA 0012 a Reynolds 1000000 e $\alpha = 10^\circ$	47
Figura 17 – Resultado da interface com XFOIL para o aerofólio NACA 0012 a Reynolds 1000000 e $\alpha = 10^\circ$	48
Figura 18 – Modelo final de avaliação da performance do aerofólio.	48
Figura 19 – Modelo final de utilização do algoritmo genético, adaptado de (CHANG; BOUZARKOUNA; DEVEGOWDA, 2015, p. 937) e (SALUNKE; AHA- MAD; CHANNIWALA, 2014, p. 3)	49
Figura 20 – Fronteira de Pareto encontrada através do método proposto no caso de otimização do aerofólio a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$	50
Figura 21 – Fronteira de Pareto obtida da literatura, no caso de otimização do aerofólio a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$	51

Figura 23 – Fronteiras de Pareto por tempo de execução no caso de otimização do aerofólio a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$	51
Figura 22 – Fronteiras de Pareto por geração no caso de otimização do aerofólio a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$	52
Figura 24 – Aerofólio com maior C_L para o caso de otimização a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$	52
Figura 25 – Evolução da espessura do aerofólio de maior C_L ao longo das gerações .	53
Figura 26 – Evolução do camber do aerofólio de maior C_L ao longo das gerações . .	53
Figura 27 – Evolução do raio de curvatura do bordo de ataque do aerofólio de maior C_L ao longo das gerações	54
Figura 28 – Evolução da espessura do bordo de fuga do aerofólio de maior C_L ao longo das gerações	54
Figura 29 – Evolução do ângulo em graus do bordo de fuga do aerofólio de maior C_L ao longo das gerações	55
Figura 30 – Aerofólio com menor C_D para o caso de otimização a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$	55
Figura 31 – Evolução da espessura do aerofólio de menor C_D ao longo das gerações	56
Figura 32 – Evolução do camber do aerofólio de menor C_D ao longo das gerações .	56
Figura 33 – Evolução do raio de curvatura do bordo de ataque do aerofólio de menor C_D ao longo das gerações	57
Figura 34 – Evolução da espessura do bordo de fuga do aerofólio de menor C_D ao longo das gerações	57
Figura 35 – Evolução do ângulo em graus do bordo de fuga do aerofólio de menor C_D ao longo das gerações	58
Figura 36 – Aerofólio com maior $\frac{C_L}{C_D}$ para o caso de otimização a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$	58
Figura 37 – Evolução da espessura do aerofólio de maior $\frac{C_L}{C_D}$ ao longo das gerações	59
Figura 38 – Evolução do camber do aerofólio de maior $\frac{C_L}{C_D}$ ao longo das gerações .	59
Figura 39 – Evolução do raio de curvatura do bordo de ataque do aerofólio de maior $\frac{C_L}{C_D}$ ao longo das gerações	60
Figura 40 – Evolução da espessura do bordo de fuga do aerofólio de maior $\frac{C_L}{C_D}$ ao longo das gerações	60
Figura 41 – Evolução do ângulo em graus do bordo de fuga do aerofólio de maior $\frac{C_L}{C_D}$ ao longo das gerações	61
Figura 42 – Curvas polares comparativas entre os aerofólios de maior C_L , menor C_D , e maior $\frac{C_L}{C_D}$ para α de 7 a 10°	62

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Parâmetros de um aerofólio usando a parametrização BP 3333 válida.	42
Tabela 2	–	Parâmetros de um aerofólio usando a parametrização BP 3333 inválida.	44
Tabela 3	–	Características do aerofólio com maior C_L obtido no caso de otimização.	53
Tabela 4	–	Características do aerofólio com menor C_D obtido no caso de otimização.	56
Tabela 5	–	Características do aerofólio com maior $\frac{C_L}{C_D}$ obtido no caso de otimização.	59

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GA	Algoritmo Genético
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
NACA	Comitê Nacional para Aconselhamento sobre Aeronáutica
USP	Universidade de São Paulo
USPSC	Campus USP de São Carlos
NSGA-II	<i>Nondominated Sorting Genetic Algorithm II</i>
CD	<i>Crowd-distance</i>
C_L	Coefficiente de sustentação
C_D	Coefficiente de arrasto
x_t	Posição de espessura máxima
x_c	Posição de camber máximo

LISTA DE SÍMBOLOS

C_l	Coeficiente de sustentação
C_d	Coeficiente de arrasto
C_p	Coeficiente de pressão
α	Ângulo de ataque

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
2	METODOLOGIA	25
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	27
3.1	Algoritmo Genético	27
3.1.1	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II	29
3.2	Parametrização do aerofólio	30
3.2.1	Métodos de parametrização	30
3.2.1.1	Parametrização NACA de 4 dígitos	31
3.2.1.2	PARSEC	31
3.2.1.3	Curva de Bézier	32
3.2.1.4	Bézier-Parsec	33
3.3	Modelo aerodinâmico	34
3.3.1	XFOIL	34
4	MATERIAIS E MÉTODOS	37
4.1	Sistema de parametrização	37
4.2	Sistema de Algoritmo Genético	39
4.3	Integração com o Modelo Aerodinâmico	39
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	41
5.1	Resultados	41
5.1.1	Parametrização	41
5.1.2	Modelo de comunicação com o XFOIL	45
5.1.3	Modelo final	48
5.1.4	Algoritmo genético	50
5.1.4.1	Fronteira de Pareto	50
5.1.4.2	Aerofólio com maior C_L	52
5.1.4.3	Aerofólio de menor C_D	55
5.1.4.4	Aerofólio com maior C_L/C_D	58
5.2	Discussão	63
6	CONCLUSÃO	65
6.1	Recomendações para trabalhos futuros	65
	REFERÊNCIAS	67

1 INTRODUÇÃO

O projeto e a otimização de aerofólios desempenham um papel crucial no campo da engenharia aeronáutica, permitindo o desenvolvimento de aeronaves de alto desempenho. Ao longo dos anos, os avanços nas ferramentas computacionais e nas técnicas de otimização e design revolucionaram o processo de projeto de aerofólios. Nesse sentido, o surgimento de tecnologias de CFD e de otimização foram capazes de reduzir em mais de 100 vezes o custo e o tempo de design de novos aerofólios (EPPLER, 1990).

O aperfeiçoamento de aerofólios envolve encontrar o formato ideal que maximiza as propriedades aerodinâmicas pertinentes, minimizando o arrasto e outras características indesejadas. Tradicionalmente, o projeto de aerofólios dependia fortemente da intuição e de métodos empíricos, sendo um campo predominantemente estudado por entusiastas até o começo do século XIX (ANDERSON JR, 1997). Contudo, o advento dos amplos testes em túneis de vento; de teorias de camada limite; e da era da informação tornaram as técnicas preditivas mais precisas e confiáveis.

Mesmo com a redução do tempo e custo de design, as técnicas de CFD atuais podem levar horas para convergir e são bastante custosas computacionalmente (CHEN; CHIU; FUGE, 2020). Pesquisas recentes buscam encontrar o ponto ótimo entre fidelidade do modelo e custo computacional ao utilizar modelos mais simples para calcular as propriedades aerodinâmicas do aerofólio, resultando em um ciclo de iteração de design mais rápido (DU; HE; MARTINS, 2021).

A motivação por trás desta pesquisa é explorar as metodologias que são propostas pela literatura, e se aprofundar no tema da otimização de aerofólios, utilizando algoritmos genéticos e curvas de Bézier. As curvas de Bézier fornecem uma representação flexível e eficiente das formas do aerofólio, permitindo perfis suaves e contínuos e reduzindo o espaço de design (CURRISTON; SMITH, 2013). O algoritmo genético contudo, faz poucas suposições sobre o problema a ser otimizado, favorecendo a criação de um método genérico e adaptado ao caso de uso.

Nesse contexto, um problema de otimização com múltiplos objetivos possui um conjunto de possíveis soluções e carece de métodos capazes de identificar os resultados relevantes. Portanto, esse trabalho tem como finalidade realizar uma abordagem capaz de identificar tais candidatos, reduzindo o número de perfis que devem ser analisados durante um projeto, e além disso, permite que características de outras disciplinas sejam integradas ao modelo.

2 METODOLOGIA

Este estudo tem como finalidade a realização de uma revisão bibliográfica, empregando uma abordagem descritiva e exploratória sobre as disciplinas de otimização - com ênfase em táticas evolutivas -, e aerodinâmica. A metodologia adotada para a busca e seleção da literatura pertinente envolveu uma estratégia de pesquisa em livros que abordam conceitos teóricos sobre algoritmos genéticos, além das bases de dados do *Google Scholar*, *Ebsco* e *Scielo*. A pesquisa utilizou palavras-chave na língua inglesa relevantes ao tema central do estudo, tais como *Bézier curves*, *genetic algorithms*, *airfoil optimization*, *airfoil design*, *airfoil parametrization*, *multiobjective optimization*, o que facilitou a busca e também garantiu uma literatura mais diversa.

O levantamento bibliográfico cobriu um período de publicações que abrange cerca de 20 anos, de 2002 até 2023. Dentre as publicações identificadas, foram selecionadas 16 publicações, que se destacaram por utilizar e explicar métodos de parametrização de aerofólios, bem como aquelas que abordavam casos de otimização de múltiplos objetivos. Essa seleção foi realizada com o propósito de incorporar uma ampla variedade de métodos e abordagens, a fim de embasar ou questionar as hipóteses propostas no estudo (SOUSA; OLIVEIRA; ALVES, 2021).

Os resultados gerados pelo modelo de otimização foram então transformados em gráficos para proporcionar uma visualização clara e mais intuitiva dos dados. Em seguida, os dados obtidos foram analisados para realizar a validação do algoritmo descrito na literatura. Após a validação do algoritmo, foi possível obter aerofólios que resolvem o caso de maximização de C_L e de minimização de C_D .

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 Algoritmo Genético

O algoritmo genético é uma meta heurística de otimização inspirada na teoria evolutiva de Darwin e no conceito de sobrevivência dos mais aptos. Proposto por John H. Holland em 1975, o intuito principal do algoritmo genético era estudar os fenômenos de adaptação que ocorrem na natureza (HOLLAND, 1992). Em 1989, Goldberg apresentou aplicações usando o conceito de algoritmo genético para resolver problemas de diversas áreas, solidificando e popularizando o algoritmo como método de otimização (GOLDBERG, 1989).

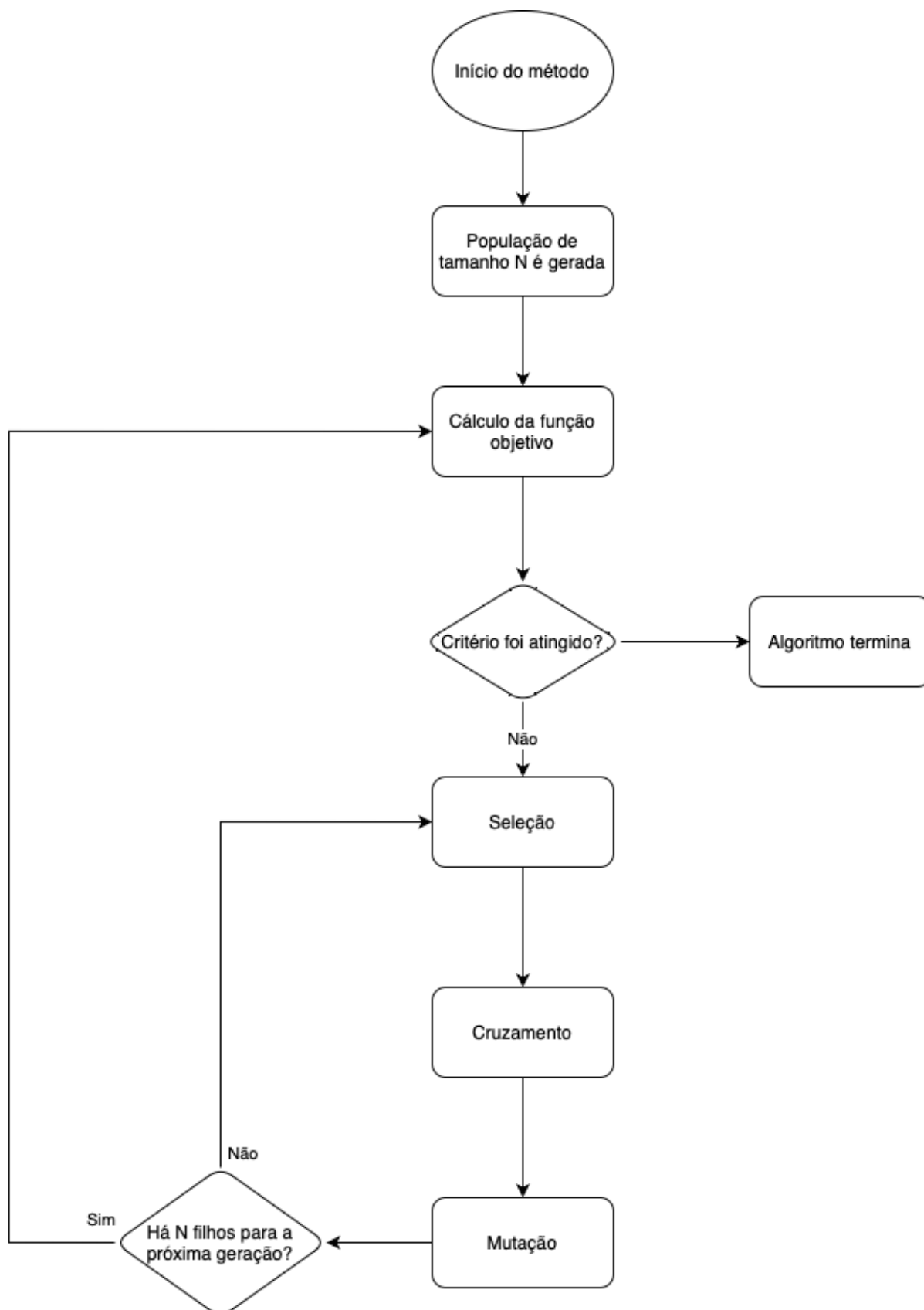
O algoritmo genético tem grande inspiração em fenômenos da natureza e biológicos, portanto, diversos termos usados provêm da biologia. Segundo (MITCHELL, 1998), os componentes principais do algoritmo genético são os seguintes:

*The simplest form of genetic algorithm involves three types of operators: selection, crossover (single point), and mutation. **Selection:** This operator selects chromosomes in the population for reproduction. The fitter the chromosome, the more times it is likely to be selected to reproduce. **Crossover:** This operator randomly chooses a locus and exchanges the subsequences before and after that locus between two chromosomes to create two offspring. For example, the strings 10000100 and 11111111 could be crossed over after the third locus in each to produce the two offspring 10011111 and 11100100. The crossover operator roughly mimics biological recombination between two single-chromosome (haploid) organisms. **Mutation:** This operator randomly flips some of the bits in a chromosome. For example, the string 00000100 might be mutated in its second position to yield 01000100. Mutation can occur at each bit position in a string with some probability, usually very small (e.g., 0.001).¹*

Dessa forma, conforme o fluxograma na **figura 1**, pode-se afirmar que o algoritmo genético mais simples inicializa uma população de cromossomos (candidatos a solução) e depois calcula a aptidão (função objetivo) para cada indivíduo. Em seguida, aplicam-se os operadores de seleção, cruzamento e mutação para criar a nova geração. Quando a população atinge um critério de convergência definido pelo problema, o algoritmo termina sua execução e a população final é retornada.

¹ Fonte: (MITCHELL, 1998, p. 8)

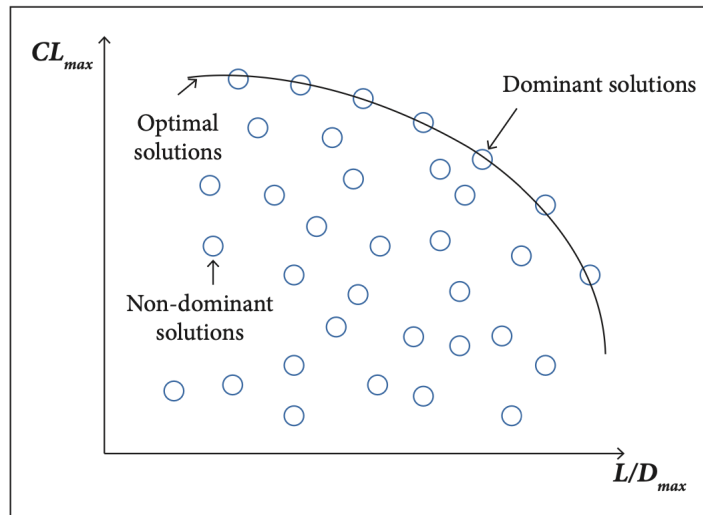
Figura 1 – Fluxograma de funcionamento de um algoritmo genético simples.



Fonte: (EBRAHIMI; JAHANGIRIAN, 2014, p. 261, adaptação nossa)

No contexto do projeto de uma aeronave, é comum deparar-se com múltiplos objetivos que podem ser conflitantes entre si (JAMESON; MARTINELLI; VASSBERG, 2002). Isso significa que não é típico encontrar uma solução globalmente ótima para esse tipo de problema, mas sim um conjunto de soluções conhecidas como Pareto-ótimas ou soluções não-dominadas. Essas soluções representam um conjunto de valores das variáveis de otimização, onde para cada elemento desse conjunto, não é possível melhorar as funções objetivo sem piorar pelo menos uma das outras funções. Essa coleção de soluções é representada como a fronteira de eficiência de Pareto, conforme ilustrado na **figura 2** (BAUMGARTNER; MAGELE; RENHART, 2004). Essa metodologia serve, portanto, como passo inicial para a identificação e seleção de candidatos adequados a uma análise de *trade-off* específica ao projeto da aeronave.

Figura 2 – Desenho exemplificando a formação de *pareto fronts*



Fonte: (JUNG *et al.*, 2016, p. 194)

Quando se deseja encontrar a fronteira de Pareto em um problema, tanto a convergência para essa região quanto a diversidade de soluções encontradas devem ser levadas em consideração. Dessa forma, esse estudo utiliza o algoritmo *Elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* NSGA-II para resolver um problema multi-objetivo de otimização que será abordado na seção 3.3.

3.1.1 Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II

O NSGA-II é um algoritmo que busca resolver os problemas de complexidade computacional e ausência de elitismo de seu precursor. Através de uma técnica de estimativa de densidade de soluções no espaço das funções objetivo, o algoritmo desfavorece os cromossomos que fazem parte de regiões saturadas durante a seleção, fazendo com que exista uma tendência natural de heterogeneidade na população. O elitismo, por sua vez,

é uma técnica que une a população (sem mutações e cruzamento) a sua prole antes de realizar a etapa de seleção da nova geração, fazendo que os melhores candidatos sejam preservados entre gerações, e assim melhora a eficiência do algoritmo genético e garante uma melhor convergência do algoritmo.

Esse método difere do algoritmo presente na **figura 1** nos seguintes aspectos: na primeira geração, após a população de tamanho N ser gerada e avaliada, a distância média entre as soluções *crowd-distance* (CD) é calculada. Em seguida, uma série de torneios entre dois indivíduos aleatórios seguido pelas etapas de cruzamento e de recombinação são realizadas até que N filhos sejam gerados. O ciclo do algoritmo se inicia ao realizar um outro torneio responsável por selecionar o indivíduo que possui menor número de soluções que o dominam e maior CD. A seguir, se aplicam os operadores de cruzamento e mutação até que sejam gerados N filhos, os quais se integram aos seus antecessores, garantindo a repetição do ciclo (DEB *et al.*, 2002).

3.2 Parametrização do aerofólio

Os aerofólios são seções 2D encontrados na asa e empenagem em aeronaves; e em pás de turbinas eólicas, ventiladores, helicópteros, entre outros. Tais seções normalmente são representadas de forma numérica, por meio de suas coordenadas cartesianas XY salvas em um arquivo em formato .dat. Neste tipo de representação, os valores das abcissas e ordenadas do aerofólio são medidos na direção anti-horária a partir de seu bordo de fuga e salvos por um espaço entre X e Y, respectivamente, como mostra a **figura 3**.

Figura 3 – Imagem de arquivo .dat com coordenadas cartesianas XY do aerofólio NACA 0012.

```
NACA 0012 AIRFOILS
1.000000 0.001260
0.999416 0.001342
0.997666 0.001587
0.994753 0.001994
0.990685 0.002560
0.985471 0.003280
```

Fonte: (AIRFOILTOOLS, 2023a)

3.2.1 Métodos de parametrização

O número de variáveis livres usadas para resolver um problema é chamado de dimensão do problema. A dimensão de um problema está diretamente relacionada ao seu

custo computacional. Logo, é necessário reduzir o número de variáveis do problema através de técnicas de parametrização do aerofólio, sem reduzir sua flexibilidade de assumir uma forma que possa satisfazer o problema (EBRAHIMI; JAHANGIRIAN, 2014).

3.2.1.1 Parametrização NACA de 4 dígitos

No caso da família de aerofólios NACA de 4 dígitos, é possível definir uma gama de perfis aerodinâmicos através das funções de espessura e camber nas equações 3.1 e 3.2²:

$$y_t = 5t \left[0.2969\sqrt{x} - 0.1260x - 0.3516x^2 + 0.2843x^3 - 0.1036x^4 \right] \quad (3.1)$$

$$y_c = \begin{cases} \frac{m}{p^2} (2px - x^2), & 0 \leq x \leq p, \\ \frac{m}{(1-p)^2} ((1-2p) + 2px - x^2), & p \leq x \leq 1, \end{cases} \quad (3.2)$$

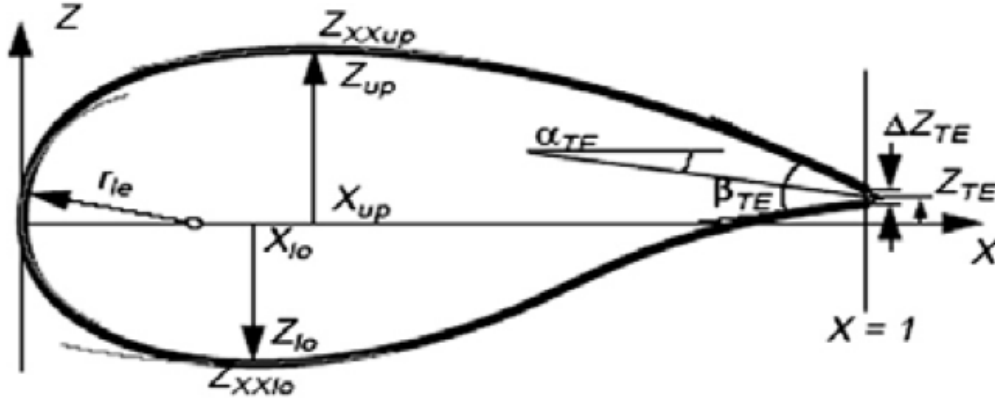
Onde x é a posição normalizada ao longo da corda, que vai de 0 a 1; y_c é a metade da espessura do aerofólio em uma posição x ; t é a espessura máxima normalizada pela corda; m é o camber máximo; e p é a localização do camber máximo. Portanto, ao invés de definir as 63 coordenadas XY expostas na **figura 3**, a representação analítica permite estabelecer o mesmo aerofólio NACA0012 através dos parâmetros t , m e p .

3.2.1.2 PARSEC

O método PARSEC foi desenvolvido com a finalidade de parametrizar perfis aerodinâmicos através de características que possuem significado aerodinâmico totalizando 11 parâmetros, como mostra **figura 4**. Esse método, entretanto, apresenta problemas de flexibilidade na representação do bordo de fuga do aerofólio, o que limita o espaço de design e dificulta a convergência do algoritmo (CURRISTON; SMITH, 2013).

² Fonte: (KÖRPE; GÜZELBEY, 2023)

Figura 4 – Esquema de parametrização PARSEC de um aerofólio



Fonte: (SALUNKE; AHAMAD; CHANNIWALA, 2014, p. 100)

3.2.1.3 Curva de Bézier

As curvas de Bézier representam um conceito matemático fundamental no campo do design gráfico computacional e são amplamente empregadas em ferramentas de modelagem e animação por sua capacidade de definir contornos suaves (MORTENSON, 1999). As curvas de Bézier são definidas por seus pontos de controle através da equação 3.3:

$$B_n(t) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^i P_i \quad (3.3)$$

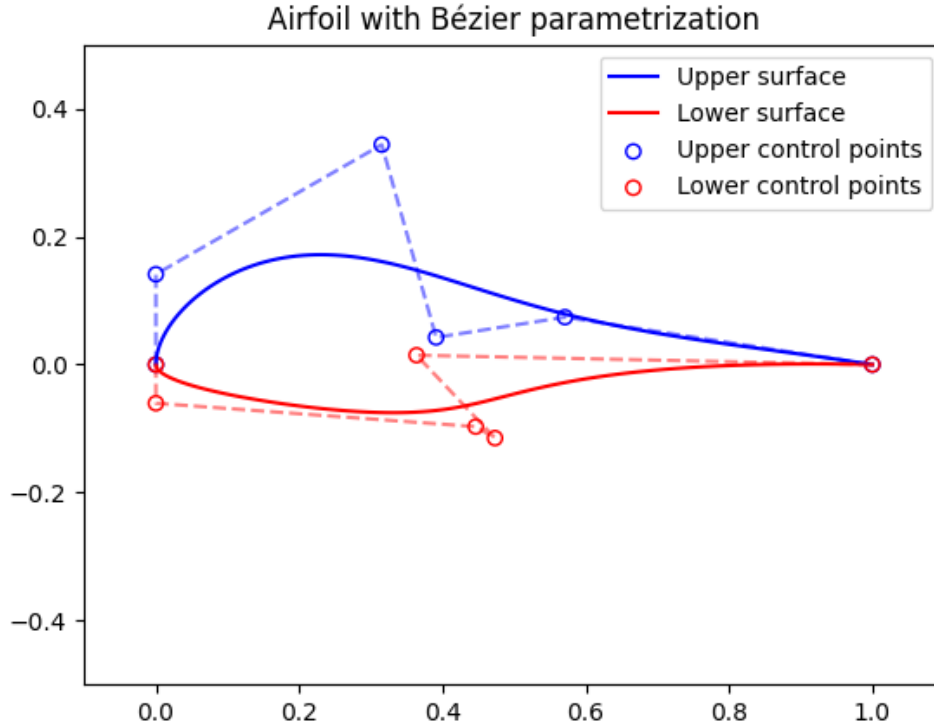
B_n é a curva de Bézier de grau n definida por seus $n + 1$ pontos de controle, denominados P_i , e definida no intervalo $t \in [0, 1]$. Os pontos de controle P_0 e P_n delimitam o início e fim da curva de Bézier, respectivamente. Para representar um aerofólio, há duas técnicas principais de parametrização:

- Utilizam-se duas curvas de Bézier para representar diretamente a geometria do intradorso e do extradorso do aerofólio, como mostra a **figura 5**; e
- Utilizam-se duas curvas de Bézier para representar as funções de espessura e de camber do perfil aerodinâmico. Em seguida, a geometria final é obtida através da combinação linear dessas duas curvas.

Este estudo aplica a representação geométrica direta, e se fundamenta nas seguintes condições de contorno propostas em Curriston (CURRISTON; SMITH, 2013):

Tanto para extra quanto para o intradorso do aerofólio, foram selecionadas curvas de Bézier de grau 5. P_0 e P_1 tem a abcissa fixada em 0 para garantir uma superfície perpendicular ao escoamento na origem. P_n tem abcissa fixada em 1 para manter o valor da corda constante, mas, sua ordenada pode variar de forma independente, permitindo que o bordo de fuga possua espessura.

Figura 5 – Aerofólio gerado por curvas de Bézier no extradorso e intradorso, e seus pontos de controle. Caso de otimização de C_D em cruzeiro a Mach=0.5 e Reynolds= $3.1 \cdot 10^7$ e $C_{L_{max}}$ a Mach=0.2 e Reynolds= $1.8 \cdot 10^7$.



3.2.1.4 Bézier-Parsec

A parametrização Bézier-Parsec (BP) é um método híbrido entre os métodos de Bézier e PARSEC que busca definir as curvas de espessura e camber através de pontos de controle calculados mediante características com significado aerodinâmico. Dessa forma, são utilizadas duas curvas de Bézier de graus i e j para definir a espessura, e duas curvas de graus k e l para definir o camber do aerofólio, denominado método *BP ijkl*.

O método BP 3333 exposto na **figura 6** tem como *input* as seguintes variáveis: r_{le} é raio do bordo de ataque; α_{te} é ângulo que a curva de camber faz no ponto de controle do bordo de fuga; β_{te} é o ângulo que a curva de espessura faz no ponto de controle do bordo de fuga; z_{te} é o deslocamento vertical do bordo de fuga; γ_{te} é a direção do bordo de ataque; (x_c, y_c) é a localização do ponto de máximo camber; k_c é a curvatura do camber máximo; (x_t, y_t) é a posição do ponto de máxima espessura; k_t é curvatura da máxima espessura; e dz_{te} é meia espessura do bordo de fuga. De acordo com Derksen (DERKSEN; ROGALSKY, 2010), o BP 3333 tem convergência mais rápida e maior flexibilidade em assumir perfis especificados se comparado ao método de Bézier.

Figura 6 – Esquema de parametrização Bézier-PARSEC

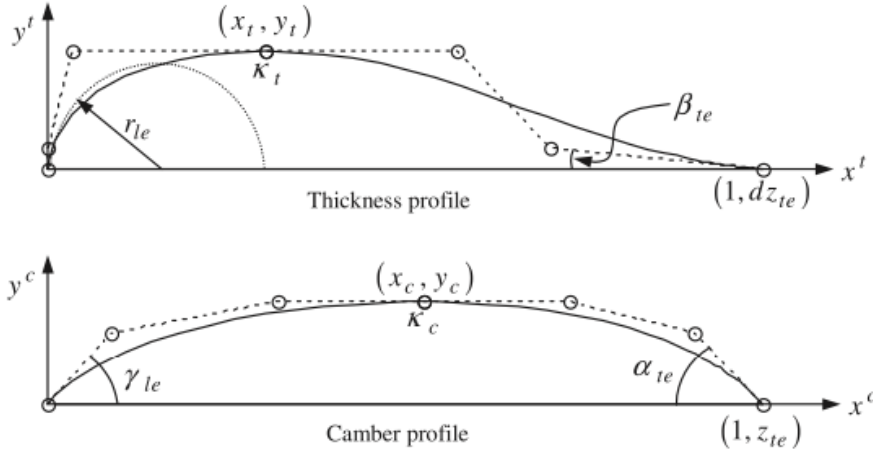


Fig. 1. BP 3333 airfoil geometry and Bezier control points defined by twelve basic aerodynamic parameters.

Fonte: (DERKSEN; ROGALSKY, 2010, p. 925)

3.3 Modelo aerodinâmico

Conforme abordado na seção 3.1, o algoritmo genético calcula diversas vezes as características dos cromossomos o quê inviabiliza o uso de *Computational Fluid Dynamics* (CFD) em razão de seu alto custo computacional. Portanto, o XFOIL foi escolhido como utensílio para cálculos de propriedades aerodinâmicas devido ao seu amplo uso na literatura e rapidez. Sendo assim, foi selecionado o caso de otimização estudado por D'Angelo, que também utiliza o XFOIL, para comparação dos resultados do modelo.

Neste estudo, é avaliado um problema com múltiplos objetivos no qual se busca aumentar o C_L e reduzir o C_D de um aerofólio para Reynolds = $3 \cdot 10^6$ em escoamento subsônico sem efeitos de compressibilidade, com ângulo de ataque igual a 8° . Os valores de C_L devem estar acima de 0.9 para serem considerados válidos, e os valores de C_D devem estar abaixo de 0.02 (D'ANGELO; MINISCI, 2007). O caso de análise é benéfico ao projeto por exigir menos cálculos no XFOIL, aumentando assim a velocidade do ciclo de desenvolvimento do modelo, mas também deve-se notar que a otimização para um ângulo de ataque específico pode gerar resultados que apresentem desempenho ruim em outros ângulos de ataque (EPPLER, 1990).

3.3.1 XFOIL

O XFOIL foi concebido com o intuito de ajudar no design e análise de perfis isolados em escoamento subsônico (MIT, 2023). Segundo Körpe:

In general, high-fidelity solvers are not preferred in the preliminary aerodynamic shape optimization studies due to their high compu-

tational cost [6]. The most preferred low-fidelity solver is Xfoil [7, 8]. Xfoil, which was developed by Mark Drela, is a Fortran-based software for the aerodynamic analysis of subsonic flow over airfoils. The panel method is integrated into the integral momentum and kinetic energy shape parameter equations, and e⁺n method is used for the transition prediction. Karman-Tsien method is used for compressibility correction [9]. Herbert-Acero et al. compared 13 different fluid flow models including Xfoil by predicting the lift coefficient (Cl) and the drag coefficient (Cd) of NACA 4412 [10]. The results showed that the predictions of Xfoil and the transition SST model agreed well with the experimental Cd data but Xfoil overpredicted Cl. Xfoil was used as the function evaluator in many optimization problems related to the fixed wing aircraft [11, 12], the rotary wing aircraft and the propeller [13, 14], and the wind turbines [15, 16].³

Entretanto, uma limitação técnica do XFOIL é que ele trabalha com uma interface através da linha de comando e não disponibiliza uma API (*Application Programming Interface*) para realizar uma comunicação direta/automação entre um código feito em uma linguagem de programação moderna e o programa feito em FORTRAN.

³ Fonte: (KÖRPE; GÜZELBEY, 2023, p. 2375)

4 MATERIAIS E MÉTODOS

Com base na revisão bibliográfica, primeiro buscou-se identificar quais os componentes necessários para a execução do processo de otimização, resultando nas áreas de algoritmo genético; de parametrização do aerofólio; e de comunicação com o modelo aerodinâmico. Essa abordagem permitiu a validação de cada componente de forma isolada.

Uma vez que cada componente do sistema havia sido desenvolvido, testado e validado individualmente, foi possível criar adaptadores para integrá-los na função de avaliação de performance do aerofólio.

4.1 Sistema de parametrização

Para representar aerofólios de forma compatível com o algoritmo genético e o XFOIL, foram estabelecidas interfaces de comunicação entre os componentes. O XFOIL requer que as coordenadas XY do aerofólio estejam escritas num arquivo em disco (conforme descrito na seção 3.2), portanto a classe de parametrização deve incluir um método *get_coordinates* que retorne tais coordenadas.

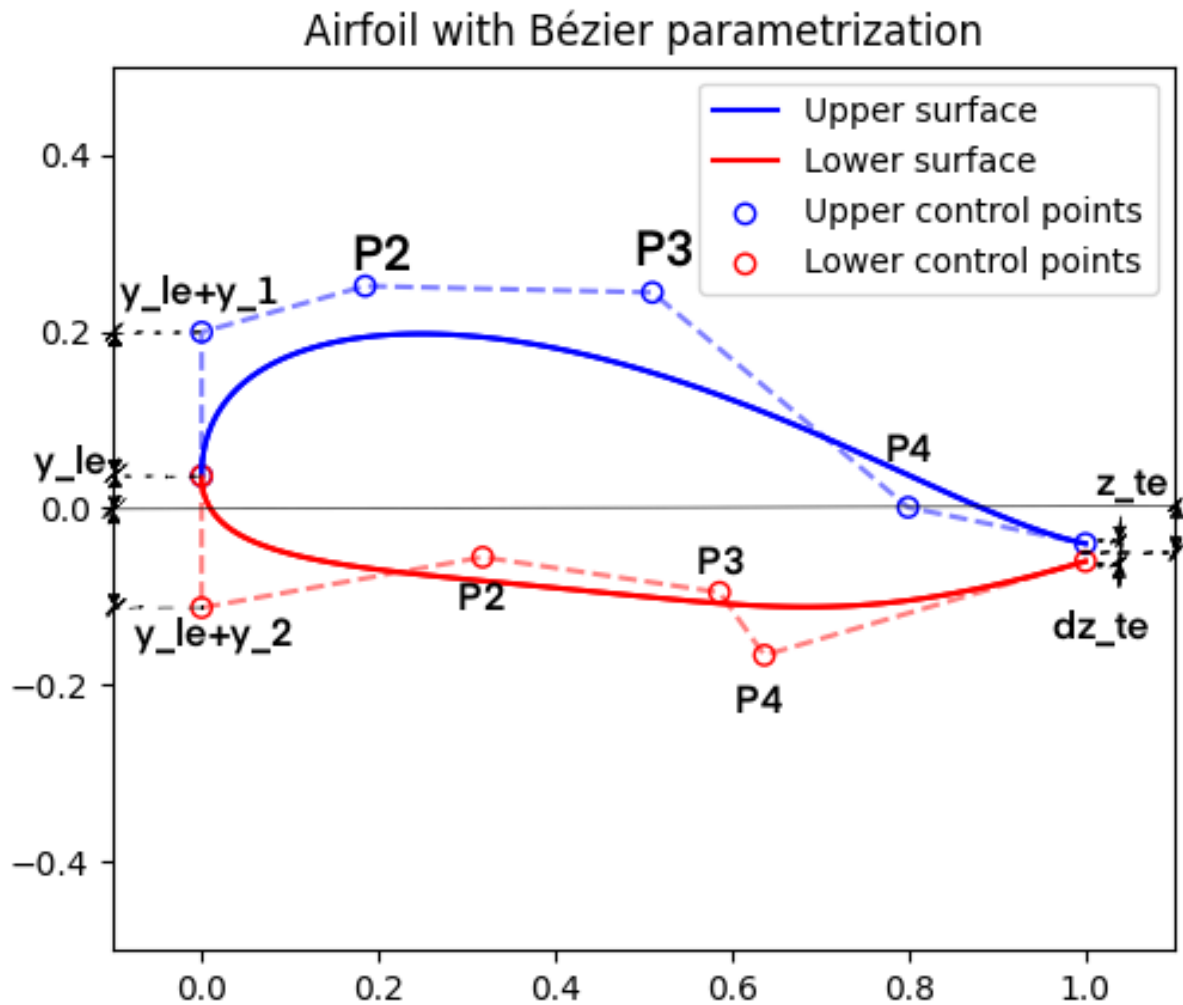
A geração eficiente de um aerofólio aleatório depende de métodos que gerem parâmetros iniciais; que o inicialize a partir desses parâmetros; e que forneça os intervalos de valores aceitos para cada parâmetro. Esses métodos, denominados *random_params_initializer*, *from_parameters*, e *get_bounds*, são o mínimo necessário para que o sistema de parametrização seja compatível com o algoritmo genético e também possibilitam a utilização de qualquer outro método de parametrização.

O método BP 3333 surgiu como uma opção promissora e uma implementação com base nas equações e intervalos fornecidos por Derksen foi realizada (DERKSEN; ROGALSKY, 2010). No entanto, notou-se que essa implementação ocasionalmente gerava curvas de camber e de espessura inválidas, resultando em perfis não aerodinâmicos. Diante disso, foi realizada uma abordagem direta através da representação da geometria do aerofólio por meio de curvas de Bézier.

Em seguida, foram adotadas curvas de Bézier de 5° grau para o intradorso e extradorso do aerofólio e aplicadas as condições impostas por Curriston, conforme apresentado na seção 3.2.1.3. No entanto, com o intuito de simplificar o modelo no bordo de fuga, empregam-se as variáveis z_{te} e Δz_{te} , inspiradas no modelo PARSEC definido na seção 3.2.1.2. Isso permite que o último ponto de controle das duas curvas seja definido de forma compatível, atribuindo-se os valores $P_{6_{extradorso}} = (1, z_{te} + \Delta z_{te}/2)$ e $P_{6_{intradorso}} = (1, z_{te} - \Delta z_{te}/2)$. Os valores das ordenadas de P_0 e P_1 foram definidos como $P_0 = (0, y_{le})$, $P_{1_{extradorso}} = (0, y_{le} + y_1)$ e $P_{1_{intradorso}} = (0, y_{le} + y_2)$, como mostra a **figura 7**.

O esquema possui portanto 17 variáveis livres para a definição do aerofólio.

Figura 7 – Diagrama de parametrização de um aerofólio utilizando curvas de Bézier de grau 5 para o intradorso e extradorso



A fim de evitar a geração de perfis inadequados para a análise no XFOIL, foram estabelecidos critérios que o sistema de parametrização deve atender. Foi determinado que os painéis na região do bordo de ataque devem apresentar um ângulo suficientemente alto em relação ao escoamento, com um ângulo mínimo de 60° . Adicionalmente, as curvas de Bézier somente podem se interceptar nas extremidades do bordo de fuga e do bordo de ataque. Outra medida necessária para gerar o perfil de forma eficiente foi a inicialização das abscissas de cada ponto de controle em ordem crescente, enquanto as ordenadas assumem valores positivos no extradorso e negativos no intradorso. Consequentemente, é garantido que o perfil possua uma espessura inicial mínima.

4.2 Sistema de Algoritmo Genético

Antes do início da implementação do algoritmo genético, realizou-se uma pesquisa por bibliotecas que oferecessem recursos para acelerar o desenvolvimento e garantir a robustez do código. A escolha recaiu sobre a biblioteca DEAP devido ao seu amplo suporte a algoritmos evolutivos, inclusive fornecendo um exemplo do NSGA-II, além de disponibilizar problemas de exemplo que permitem a rápida validação do modelo (FORTIN *et al.*, 2012).

A abordagem adotada envolveu o desenvolvimento do algoritmo genético separadamente, em uma fase preliminar anterior à integração com o problema de otimização de aerofólios. Essa abordagem possibilitou a identificação e solução eficaz de problemas de implementação, bem como a implementação de novas funcionalidades, como a realização de *checkpoints* a cada N gerações. Essa estratégia contribuiu significativamente para o acompanhamento e a análise do processo de otimização.

Os parâmetros do algoritmo genético, como o número de gerações e o tamanho da população, foram selecionados com base no artigo de D'Angelo, a fim de manter uma quantidade semelhante de avaliações da função objetivo. Os demais parâmetros foram escolhidos de acordo com o artigo de Deb, que forneceu valores de referência (DEB *et al.*, 2002; D'ANGELO; MINISCI, 2007). Os valores adotados foram:

- Tamanho da população (N): 100;
- Probabilidade de *crossover*: 90%;
- Probabilidade de mutação: $\frac{1}{n} = \frac{1}{17}$, onde n é o número de parâmetros;
- Índice de distribuição de *crossover* (η_c): 20; e
- Índice de distribuição de mutação (η_m): 20.

Caso ocorra algum erro na avaliação da função objetivo, o *score* do indivíduo é definido com valores que façam com que esse indivíduo seja filtrado na próxima etapa de seleção.

4.3 Integração com o Modelo Aerodinâmico

A terceira parte do processo de desenvolvimento envolveu a criação de um modelo de integração com o XFOIL. O modelo foi projetado de forma flexível, permitindo definir uma gama de condições de análise que seriam transformadas automaticamente em chamadas padrão do XFOIL.

Para cada aerofólio e condição de análise, o adaptador cria um arquivo temporário com os resultados do XFOIL e, em seguida, lê esses resultados e os devolve como resposta. Se o arquivo não é encontrado ou se o processo demorar mais do que um valor de *timeout* pré-definido, o processo termina e retorna um resultado vazio. Essa abordagem possibilitou a realização de múltiplas análises em paralelo, agilizando significativamente o processo de otimização ao utilizar 10 *threads* de execução e aproveitar múltiplos núcleos da CPU.

Além disso, foram desenvolvidos utilitários para converter as coordenadas do aerofólio em um formato aceito pelo XFOIL, salvando-as em um arquivo temporário que era utilizado como entrada para o software.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Resultados

5.1.1 Parametrização

A partir dos métodos definidos, foi possível chegar nos seguintes resultados de parametrização BP 3333 nas **figuras 8, 9, 10, e 11** e **tabelas 1 e 2**:

Figura 8 – Gráfico das curvas de espessura e camber usando a parametrização BP 3333 válida.

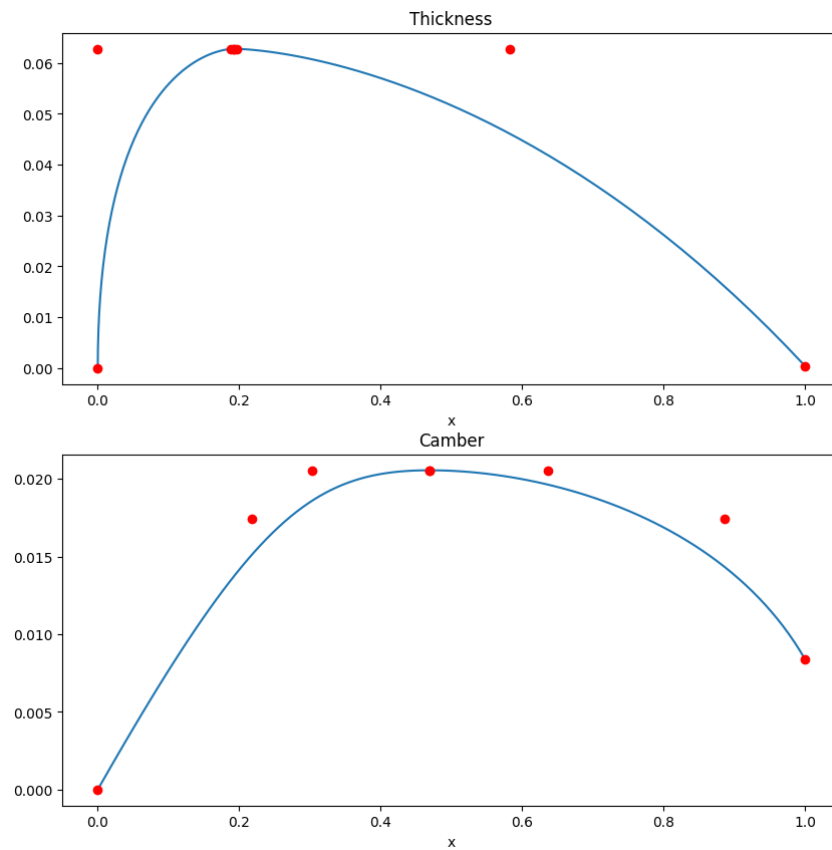


Figura 9 – Aerofólio gerado a partir da parametrização BP 3333 válida.

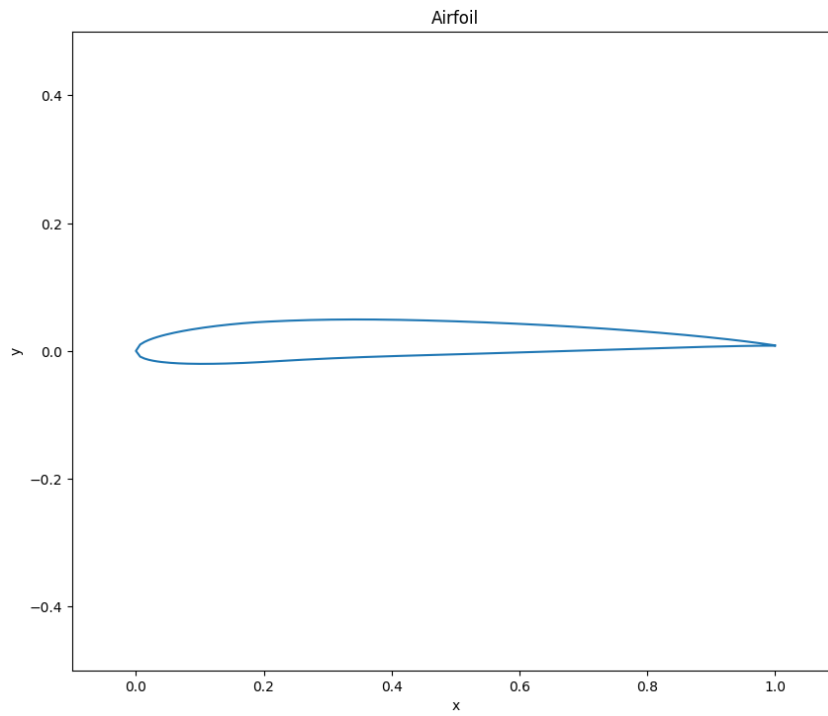


Tabela 1 – Parâmetros de um aerofólio usando a parametrização BP 3333 válida.

Parâmetro	Valor
r_{le}	-0.03150
α_{te}	0.078929
β_{te}	0.148224
z_{te}	0.0084112
γ_{le}	0.0798988
x_c	0.4695059
y_c	0.020558
k_c	-0.074526
x_t	0.192374
y_t	0.062781
k_t	-0.427693
dz_{te}	0.0004498

Figura 10 – Gráfico das curvas de espessura e camber usando a parametrização BP 3333 inválida.

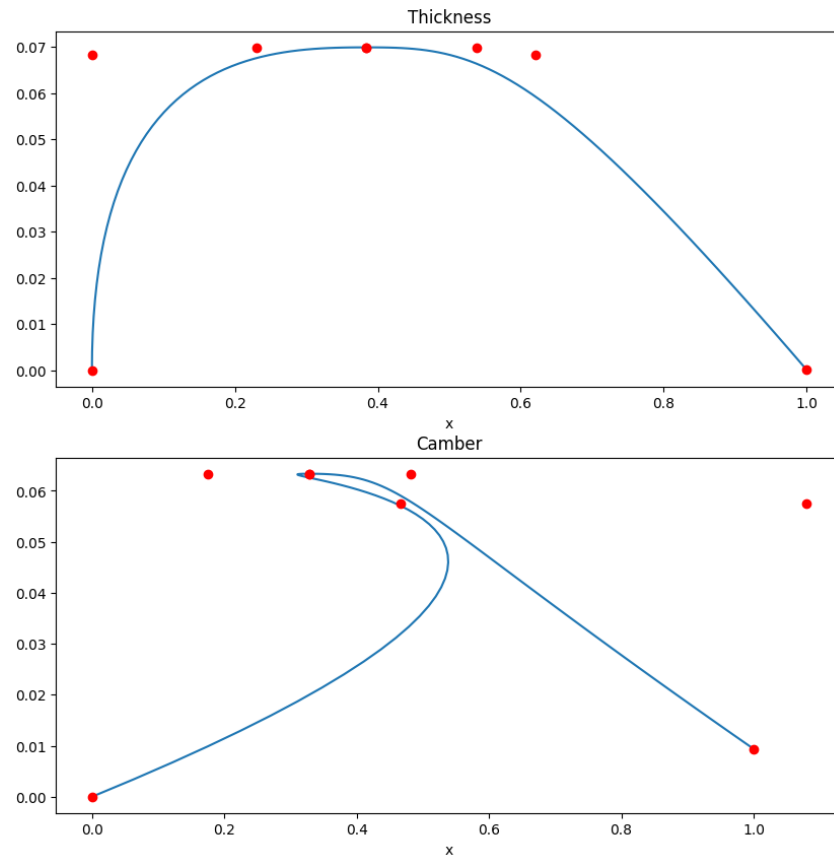


Figura 11 – Aerofólio gerado a partir da parametrização BP 3333 inválida.

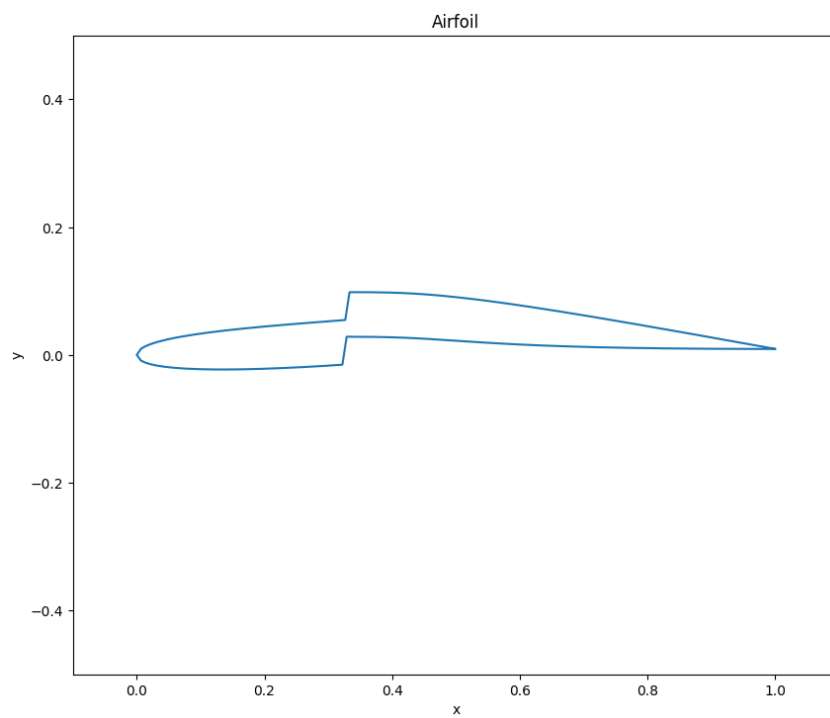
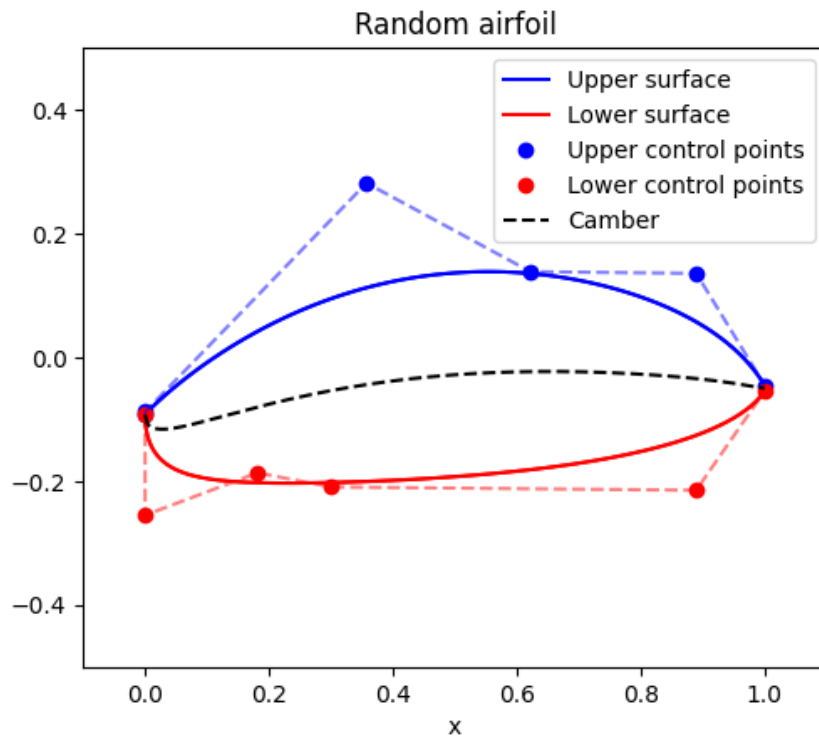


Tabela 2 – Parâmetros de um aerofólio usando a parametrização BP 3333 inválida.

Parâmetro	Valor
r_{le}	-0.0303817
α_{te}	0.089921
β_{te}	0.1779979
z_{te}	0.00938520
γ_{le}	0.0531523
x_c	0.328520
y_c	0.063351
k_c	-0.167013
x_t	0.384325
y_t	0.069905
k_t	-0.045452
dz_{te}	0.00013695

Em seguida, ao usar as curvas de Bézier para parametrizar o extradorso e intradorso do aerofólio, foi possível obter perfis aleatórios como o da **figura 12**:

Figura 12 – Aerofólio aleatório gerado a partir da parametrização proposta.

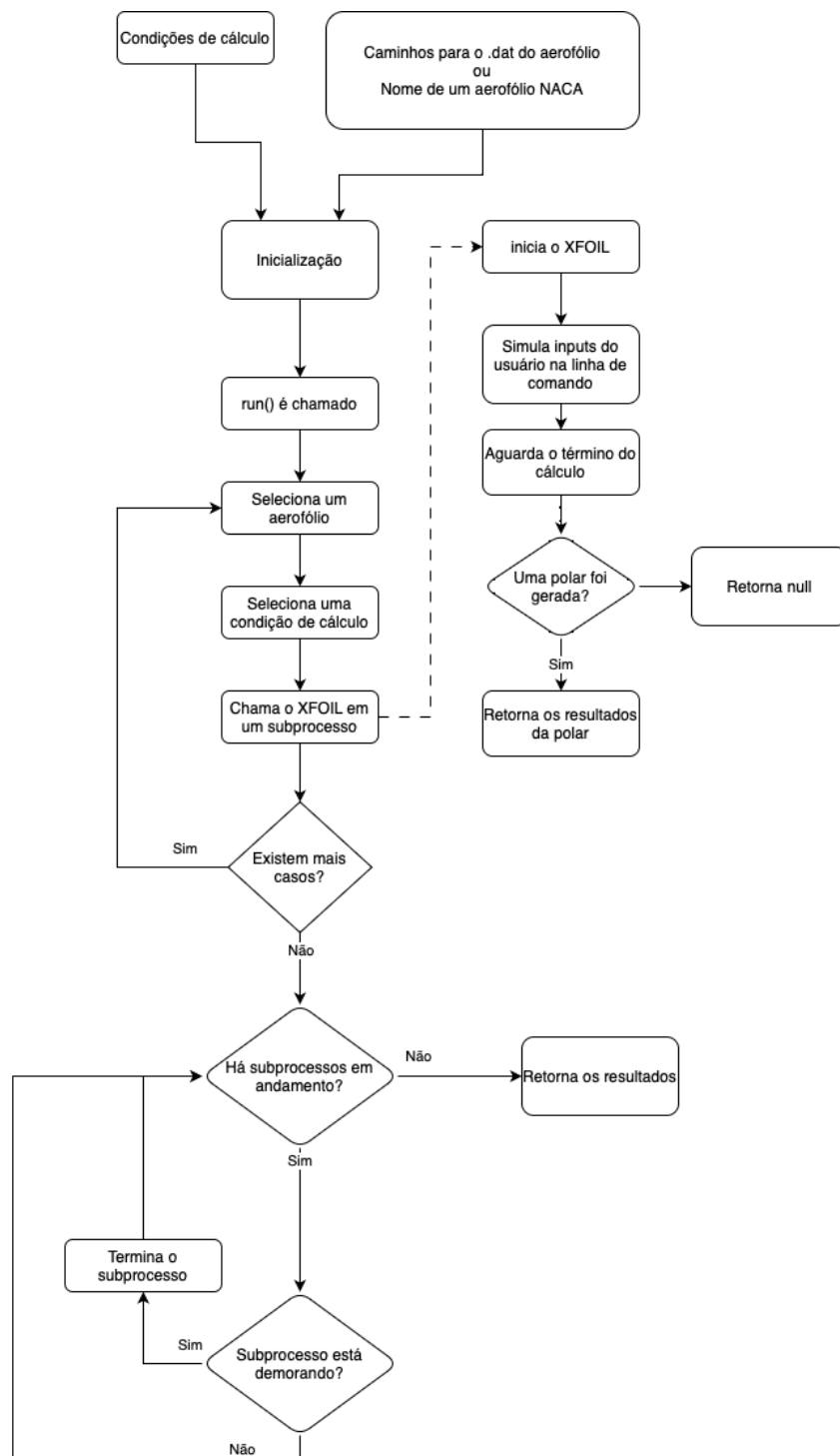


Parâmetros do aerofólio aleatório: $[-0.05, 0.01, -0.09286605602550398, 0.004864729513826949,$

-0.16218047910063904, 0.3574054134435032, 0.6220263519071911, 0.8898281981714202, 0.2814867102294652, 0.13835218840828453, 0.13554532152998366, 0.18130348994386225, 0.300656721062216, 0.8897300953645864, -0.18669085883942876, -0.209562586776962, -0.21481134215087103]

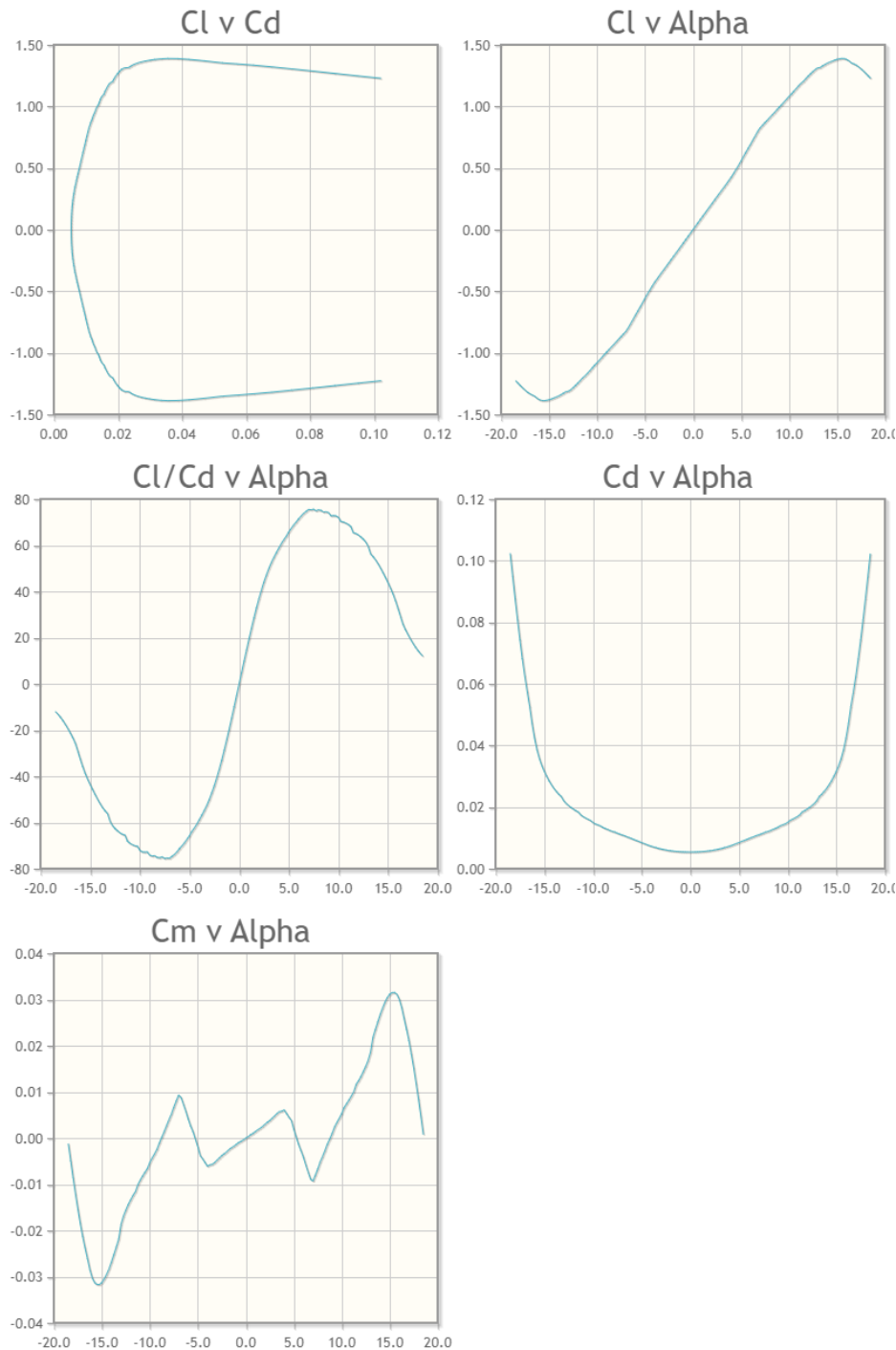
5.1.2 Modelo de comunicação com o XFOIL

Figura 13 – Fluxograma da interface de comunicação com o XFOIL em Python.



A **figura 13** mostra o modelo final de integração com o XFOIL. O resultado foi validado para o caso de análise em múltiplos ângulos para o NACA 0012 a Reynolds = 1000000 nas **figuras 14 e 15**. Em seguida, o resultado do método proposto também foi comparado com o *output* do XFOIL direto da linha de comando nas **figuras 16 e 17**:

Figura 14 – Gráficos de referência de características aerodinâmicas do aerofólio NACA 0012 no XFOIL, a Reynolds 1000000.



Fonte: (AIRFOILTOOLS, 2023b)

Figura 15 – Gráficos de características aerodinâmicas do aerofólio NACA 0012 obtidas através da interface em Python, a Reynolds 1000000.

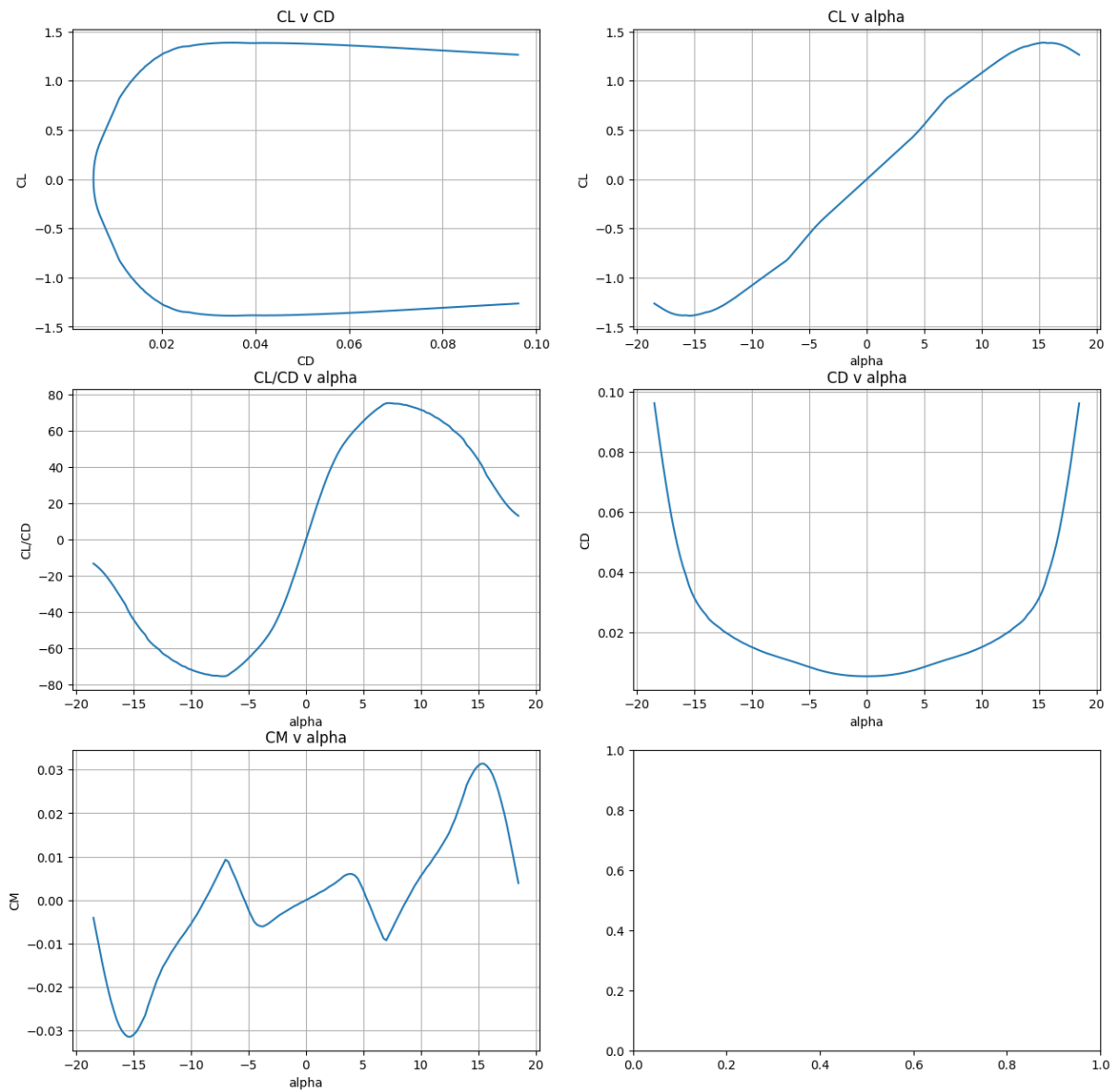


Figura 16 – Resultado do XFOIL para o aerofólio NACA 0012 a Reynolds 1000000 e $\alpha = 10^\circ$.

```
Side 1 free transition at x/c = 0.0261 53
Side 2 forced transition at x/c = 1.0000 126

6 rms: 0.6891E-05 max: 0.1675E-03 C at 126 2
a = 10.000 CL = 1.0796
Cm = 0.0055 CD = 0.01508 => CDf = 0.00592 CDp = 0.00916
```

Figura 17 – Resultado da interface com XFOIL para o aerofólio NACA 0012 a Reynolds 1000000 e $\alpha = 10^\circ$.

```
# Testing single alpha case
from xfoil import XFoil
xfoil_object = XFoil("data/NACA0012.dat", 0, 1e6, [10], disable_graphics=True)
xfoil_object.run()

result = xfoil_object.results[0]['result']
print(xfoil_object.results[0]['result'])
```

✓ 0.2s

{'alpha': [10.0], 'CL': [1.0796], 'CD': [0.01508], 'CDp': [0.00916], 'CM': [0.0055], 'Top_Xtr': [0.0261], 'Bot_Xtr': [1.0]}

5.1.3 Modelo final

O modelo final, contendo o método de parametrização Bézier, o algoritmo genético NGA-II, e o adaptador do XFOIL pode ser observado nas **figuras 18 e 19**. A implementação pode ser encontrada no repositório disponível em (REPOSITÓRIO..., 2023).

Figura 18 – Modelo final de avaliação da performance do aerofólio.

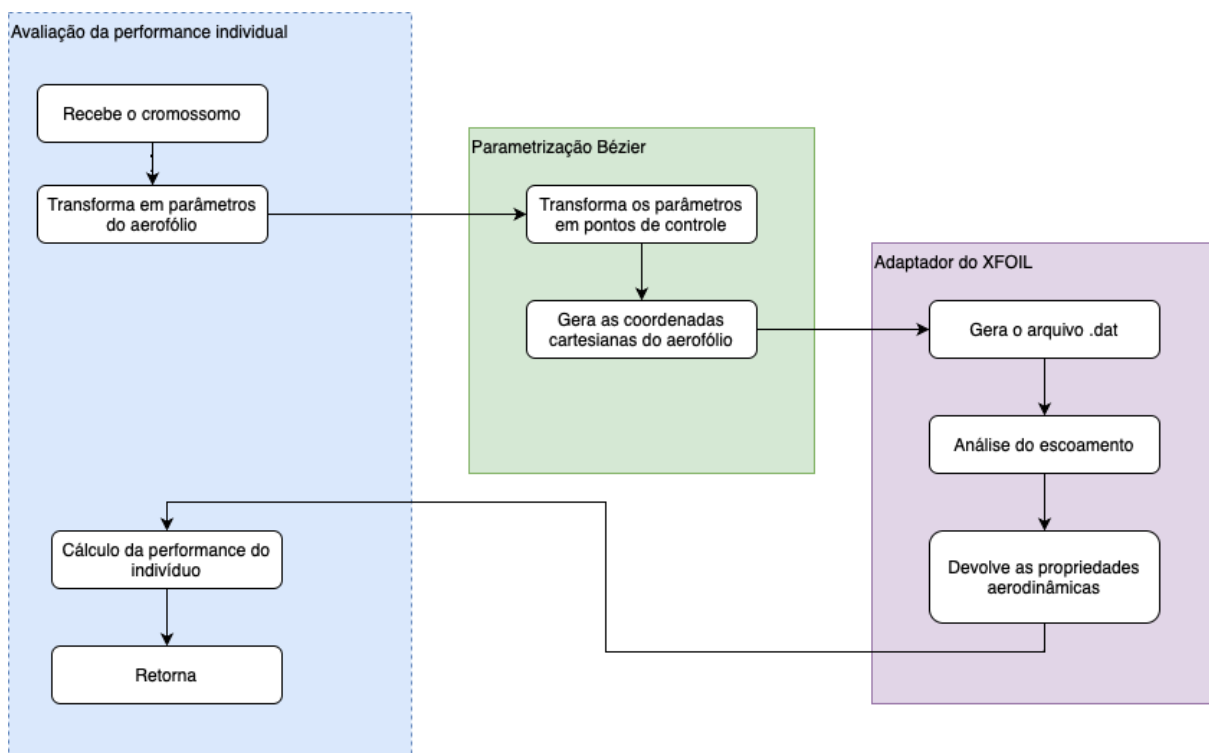
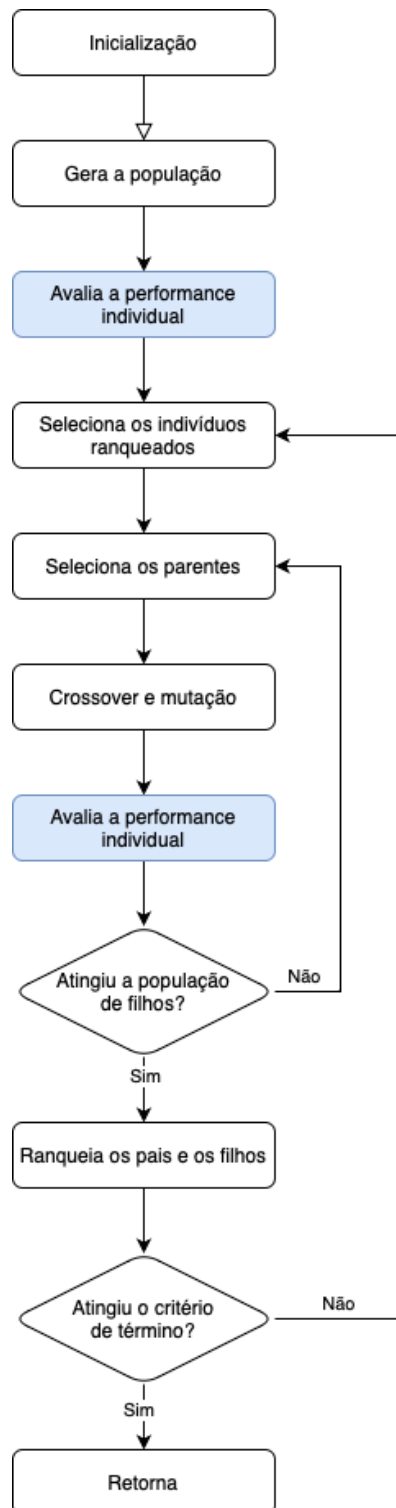


Figura 19 – Modelo final de utilização do algoritmo genético, adaptado de (CHANG; BOUZARKOUNA; DEVEGOWDA, 2015, p. 937) e (SALUNKE; AHAMAD; CHANNIWALA, 2014, p. 3)



5.1.4 Algoritmo genético

5.1.4.1 Fronteira de Pareto

A fronteira de Pareto da **figura 20** pode ser comparada com o resultado de Curriston e D'Angelo da **figura 21**. O tempo de execução para atingir a fronteira pode ser comparado nas **figuras 22 e 23**. O algoritmo genético levou um total de 48 minutos e 11 segundos para obter os resultados para as 150 gerações.

Figura 20 – Fronteira de Pareto encontrada através do método proposto no caso de otimização do aerofólio a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$.

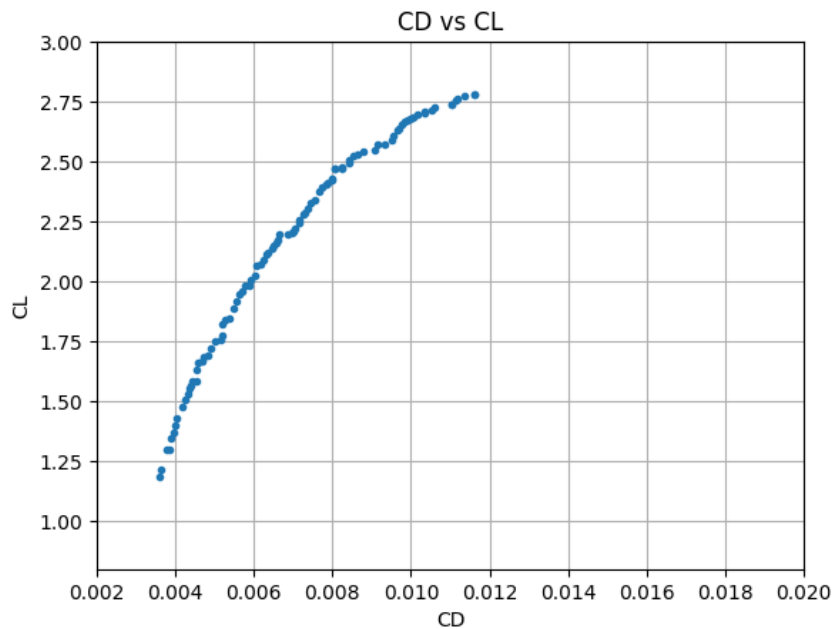
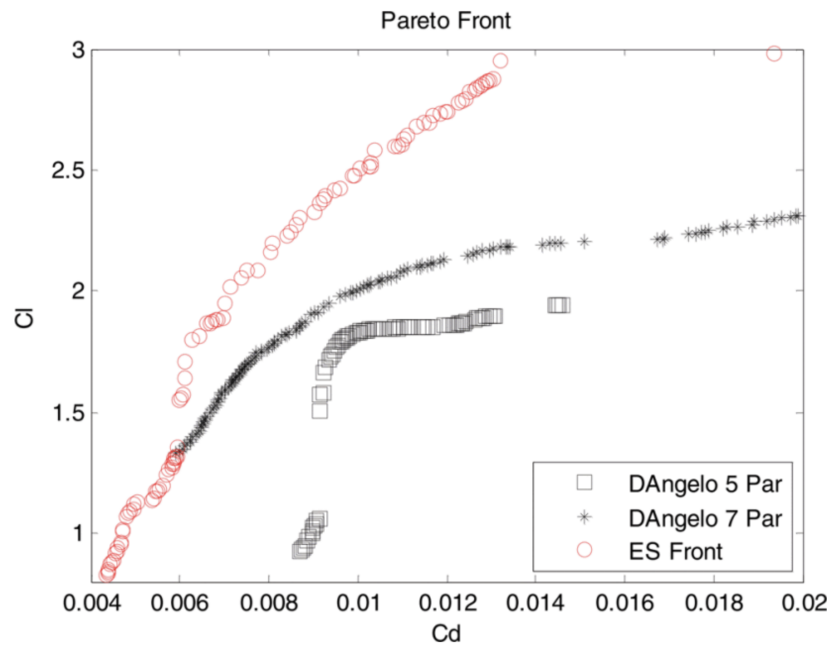
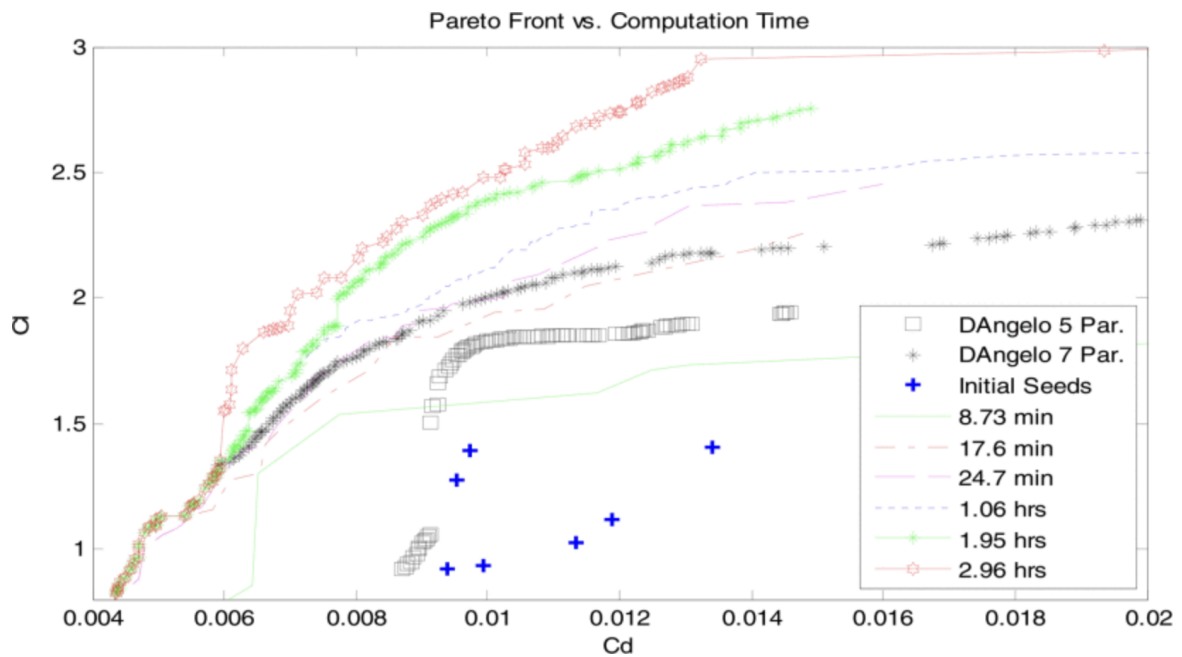


Figura 21 – Fronteira de Pareto obtida da literatura, no caso de otimização do aerofólio a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$.



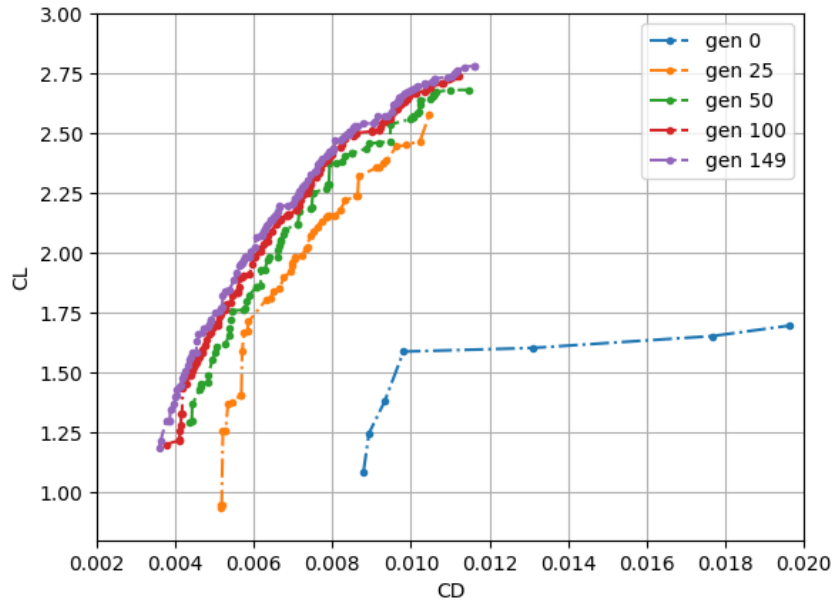
Fonte: (CURRISTON; SMITH, 2013, p. 1457)

Figura 23 – Fronteiras de Pareto por tempo de execução no caso de otimização do aerofólio a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$.



Fonte: (CURRISTON; SMITH, 2013, p. 1457)

Figura 22 – Fronteiras de Pareto por geração no caso de otimização do aerofólio a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$.



5.1.4.2 Aerofólio com maior C_L

Buscou-se também observar a evolução das características dos aerofólios com maior C_L , menor C_D , e maior $\frac{C_L}{C_D}$.

Figura 24 – Aerofólio com maior C_L para o caso de otimização a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$.

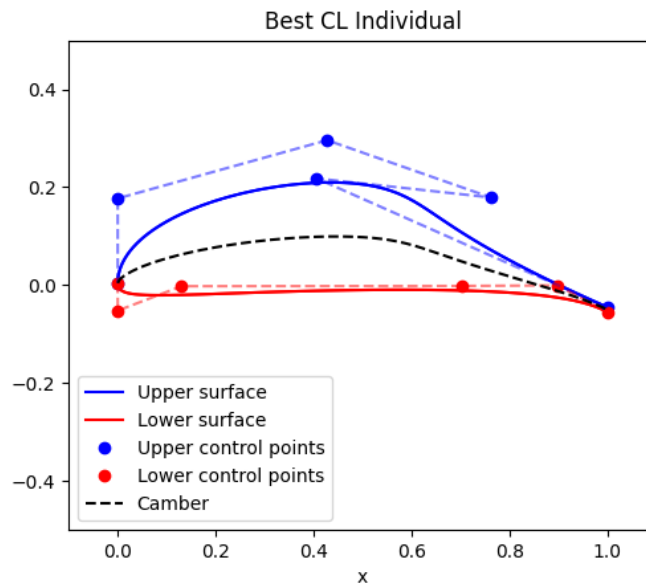


Tabela 3 – Características do aerofólio com maior C_L obtido no caso de otimização.

Característica	Valor
C_L	2.7822
C_D	0.01161
espessura máxima (%c)	22%
posição da espessura máxima (%c)	42%
camber máximo (%c)	12%
posição do camber máximo (%c)	49%
r_{le} extradorso (%c)	8%
r_{le} intradorso (%c)	3%
espessura do bordo de fuga (%c)	1%
ângulo do bordo de fuga	23.36°

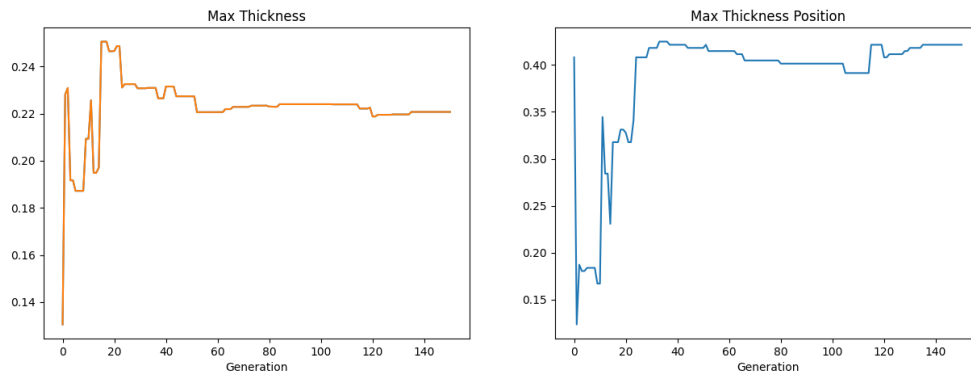
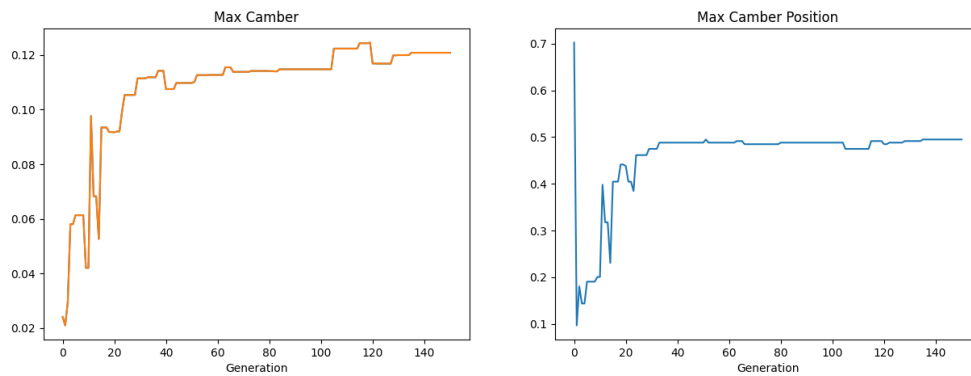
Figura 25 – Evolução da espessura do aerofólio de maior C_L ao longo das geraçõesFigura 26 – Evolução do camber do aerofólio de maior C_L ao longo das gerações

Figura 27 – Evolução do raio de curvatura do bordo de ataque do aerofólio de maior C_L ao longo das gerações

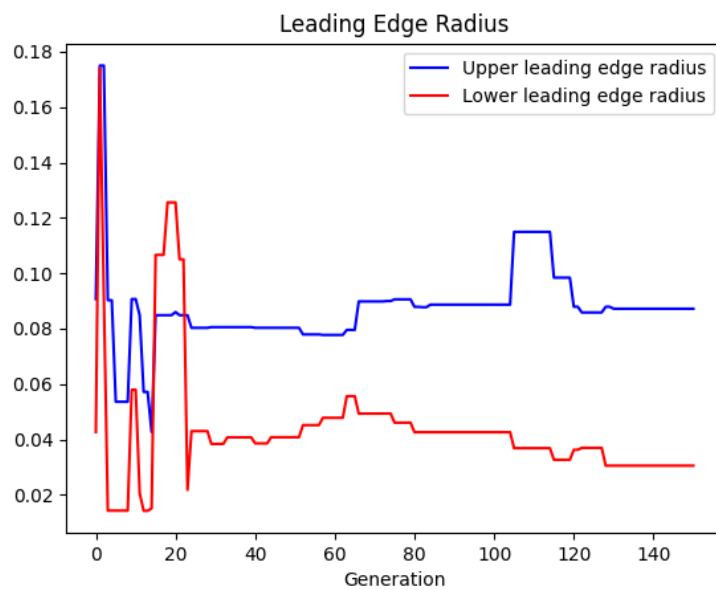


Figura 28 – Evolução da espessura do bordo de fuga do aerofólio de maior C_L ao longo das gerações

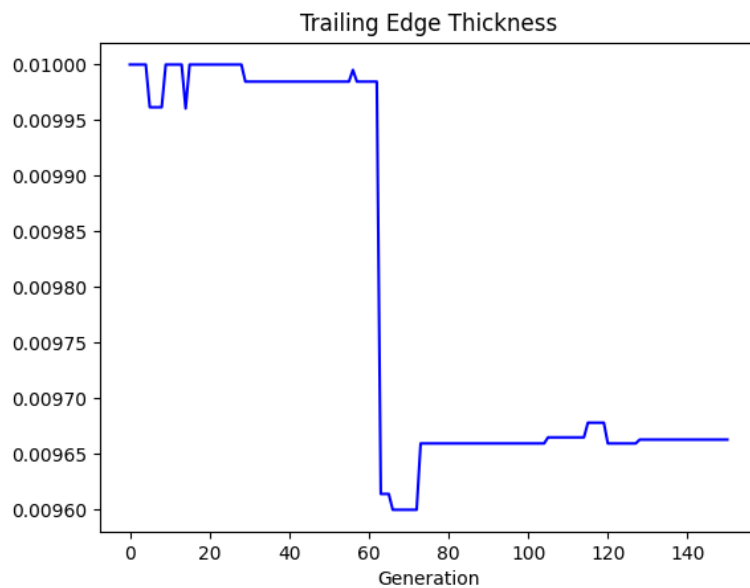
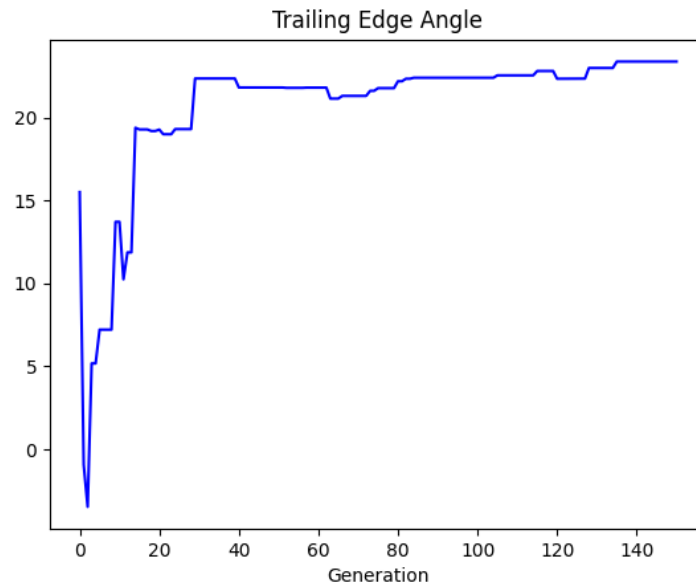


Figura 29 – Evolução do ângulo em graus do bordo de fuga do aerofólio de maior C_L ao longo das gerações



5.1.4.3 Aerofólio de menor C_D

Figura 30 – Aerofólio com menor C_D para o caso de otimização a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$.

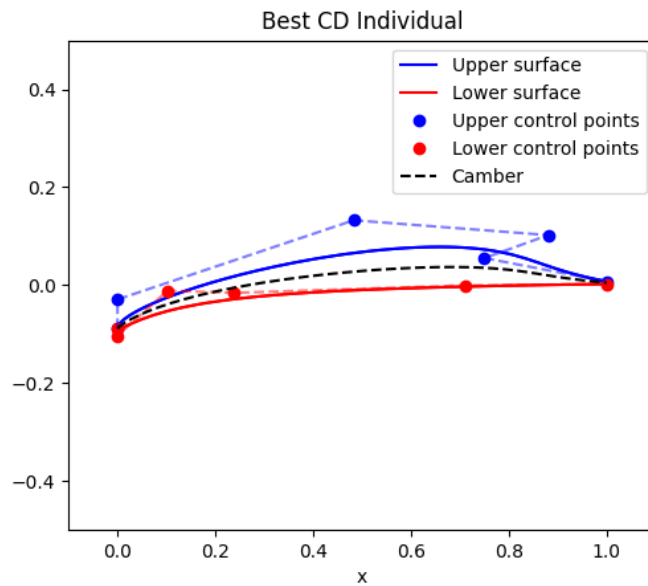


Tabela 4 – Características do aerofólio com menor C_D obtido no caso de otimização.

Característica	Valor
C_L	1.1854
C_D	0.00358
espessura máxima (%c)	8%
posição da espessura máxima (%c)	62%
camber máximo (%c)	7%
posição do camber máximo (%c)	46%
r_{le} extradorso (%c)	0.9%
r_{le} intradorso (%c)	0.2%
espessura do bordo de fuga (%c)	0.5%
ângulo do bordo de fuga	10.44°

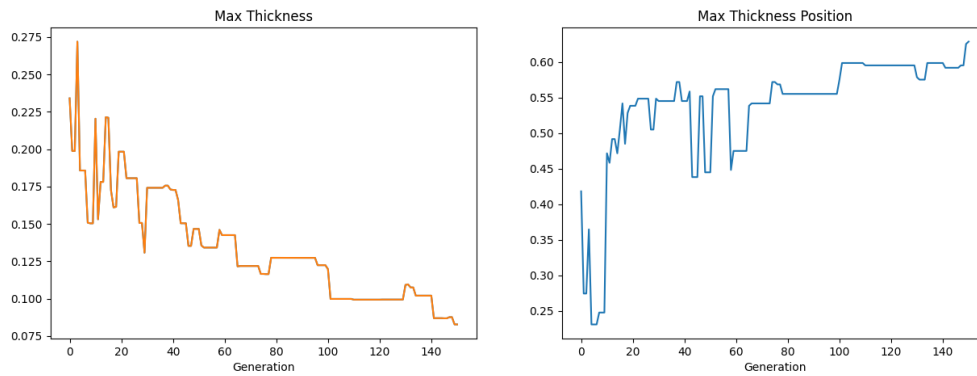
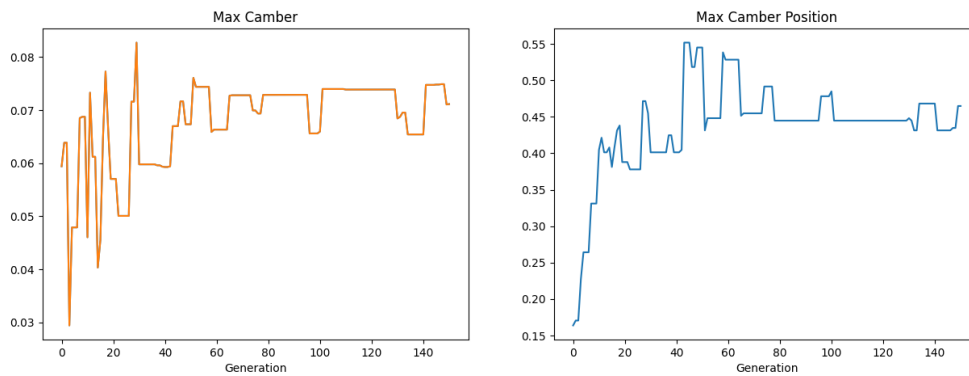
Figura 31 – Evolução da espessura do aerofólio de menor C_D ao longo das geraçõesFigura 32 – Evolução do camber do aerofólio de menor C_D ao longo das gerações

Figura 33 – Evolução do raio de curvatura do bordo de ataque do aerofólio de menor C_D ao longo das gerações

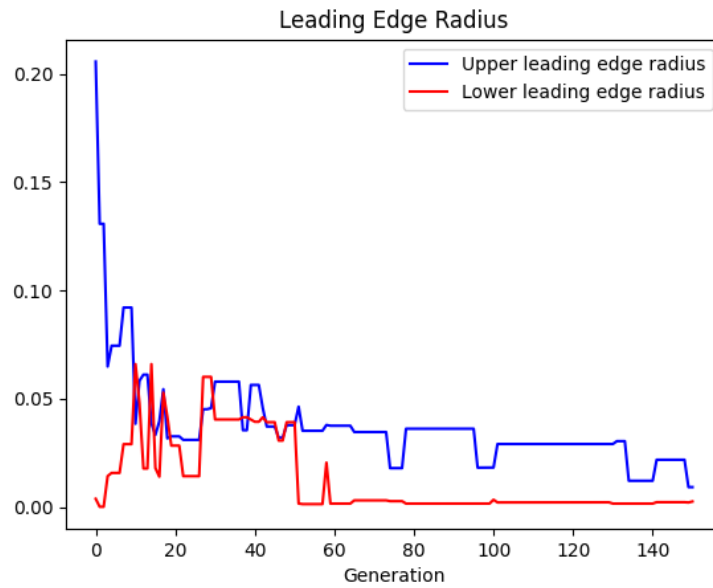


Figura 34 – Evolução da espessura do bordo de fuga do aerofólio de menor C_D ao longo das gerações

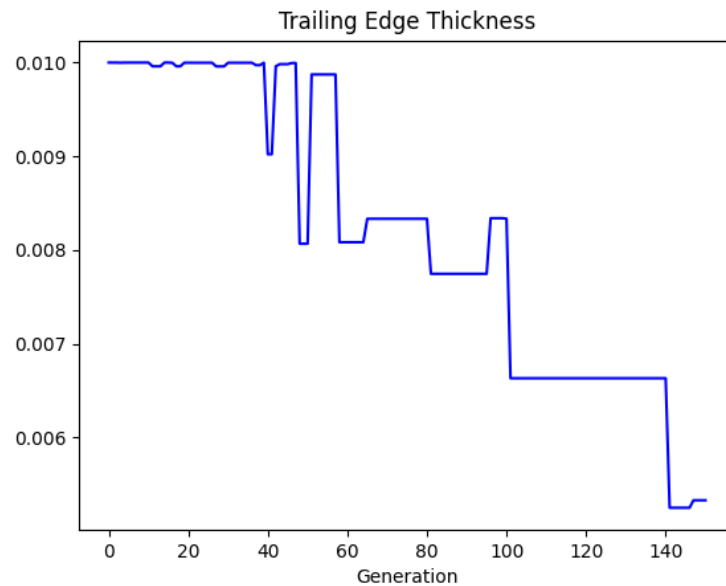
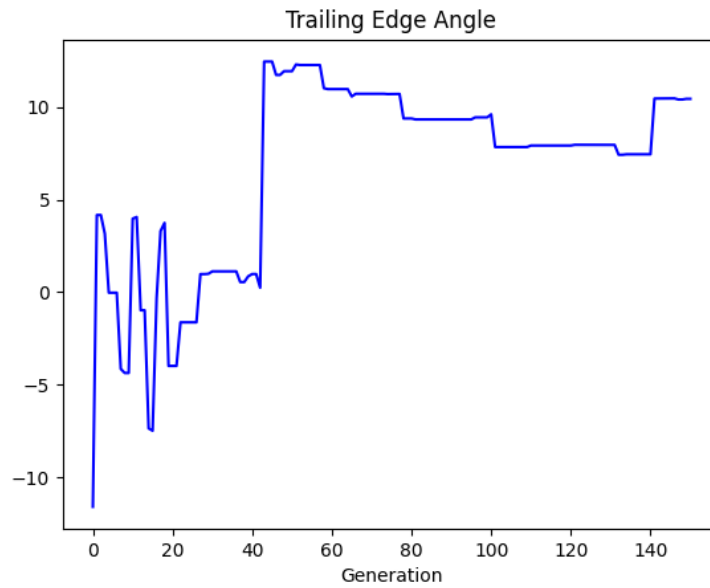


Figura 35 – Evolução do ângulo em graus do bordo de fuga do aerofólio de menor C_D ao longo das gerações



5.1.4.4 Aerofólio com maior C_L/C_D

Figura 36 – Aerofólio com maior $\frac{C_L}{C_D}$ para o caso de otimização a Reynolds = 3000000 e $\alpha = 8^\circ$.

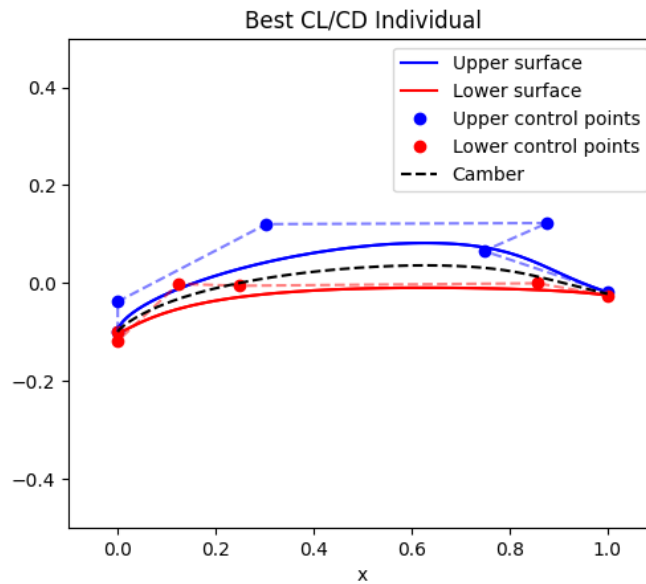


Tabela 5 – Características do aerofólio com maior $\frac{C_L}{C_D}$ obtido no caso de otimização.

Característica	Valor
C_L	1.6639
C_D	0.00459
espessura máxima (%c)	9%
posição da espessura máxima (%c)	62%
camber máximo (%c)	9%
posição do camber máximo (%c)	47%
r_{le} extradorso (%c)	1.5%
r_{le} intradorso (%c)	0.3%
espessura do bordo de fuga (%c)	0.6%
ângulo do bordo de fuga	18.40°

Figura 37 – Evolução da espessura do aerofólio de maior $\frac{C_L}{C_D}$ ao longo das gerações

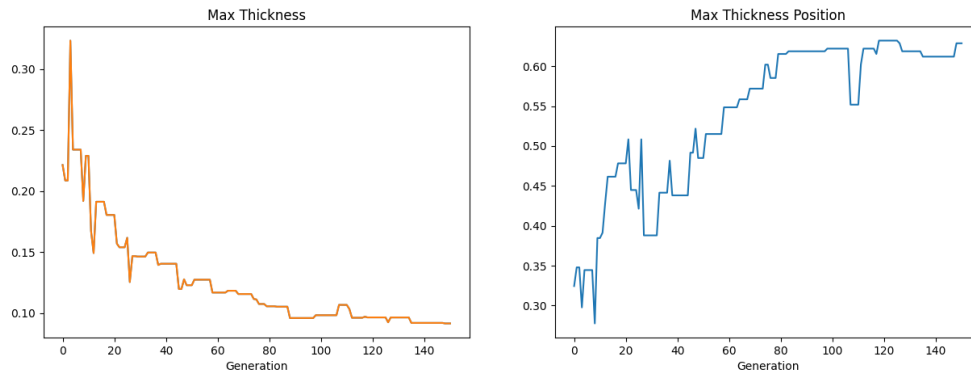


Figura 38 – Evolução do camber do aerofólio de maior $\frac{C_L}{C_D}$ ao longo das gerações

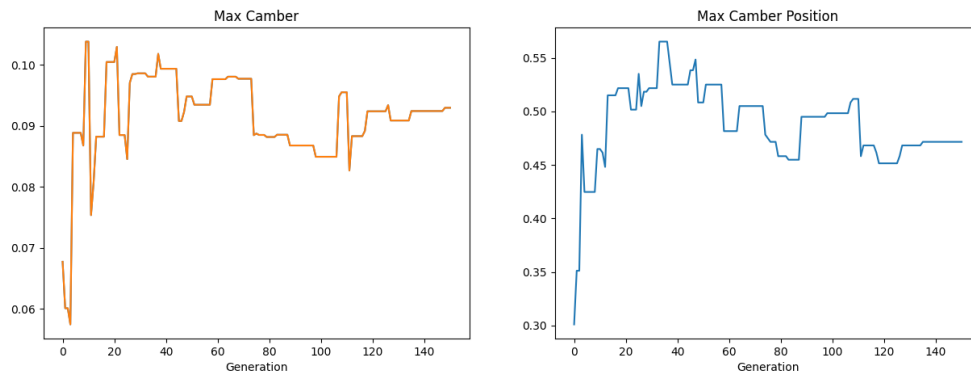


Figura 39 – Evolução do raio de curvatura do bordo de ataque do aerofólio de maior $\frac{C_L}{C_D}$ ao longo das gerações

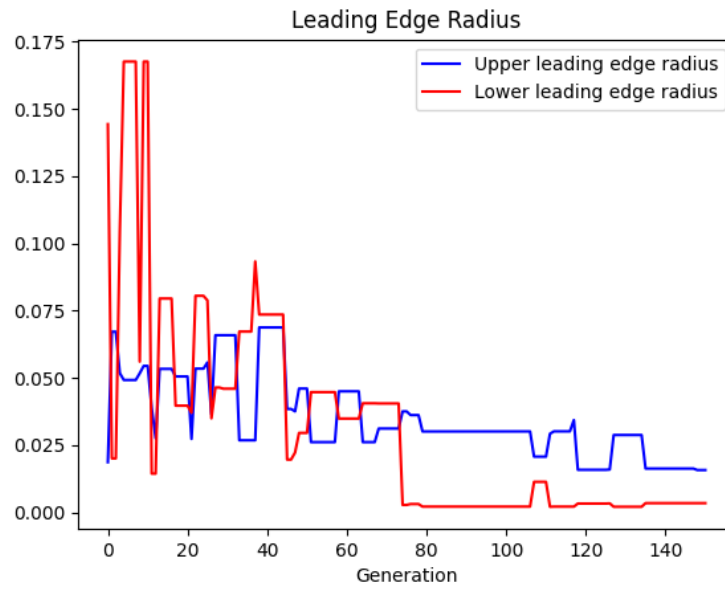


Figura 40 – Evolução da espessura do bordo de fuga do aerofólio de maior $\frac{C_L}{C_D}$ ao longo das gerações

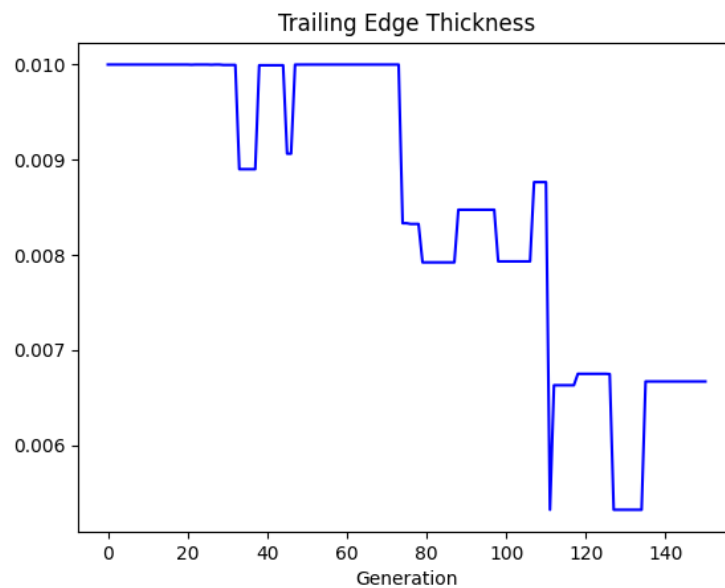


Figura 41 – Evolução do ângulo em graus do bordo de fuga do aerofólio de maior $\frac{C_L}{C_D}$ ao longo das gerações

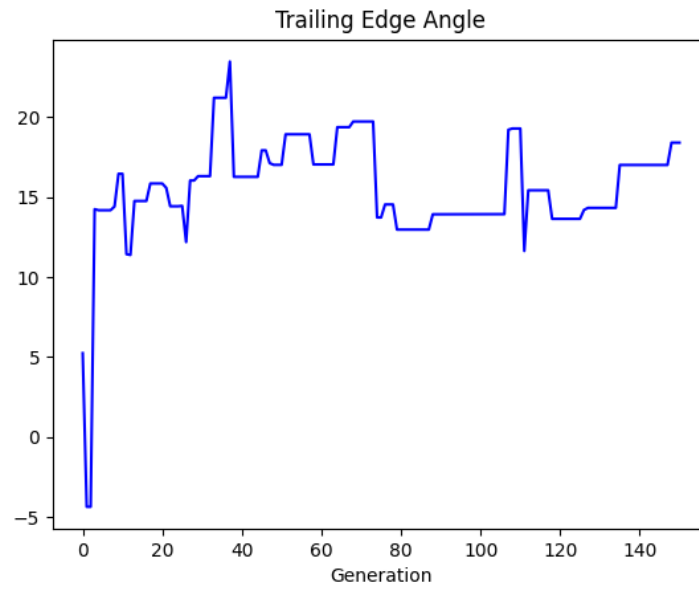
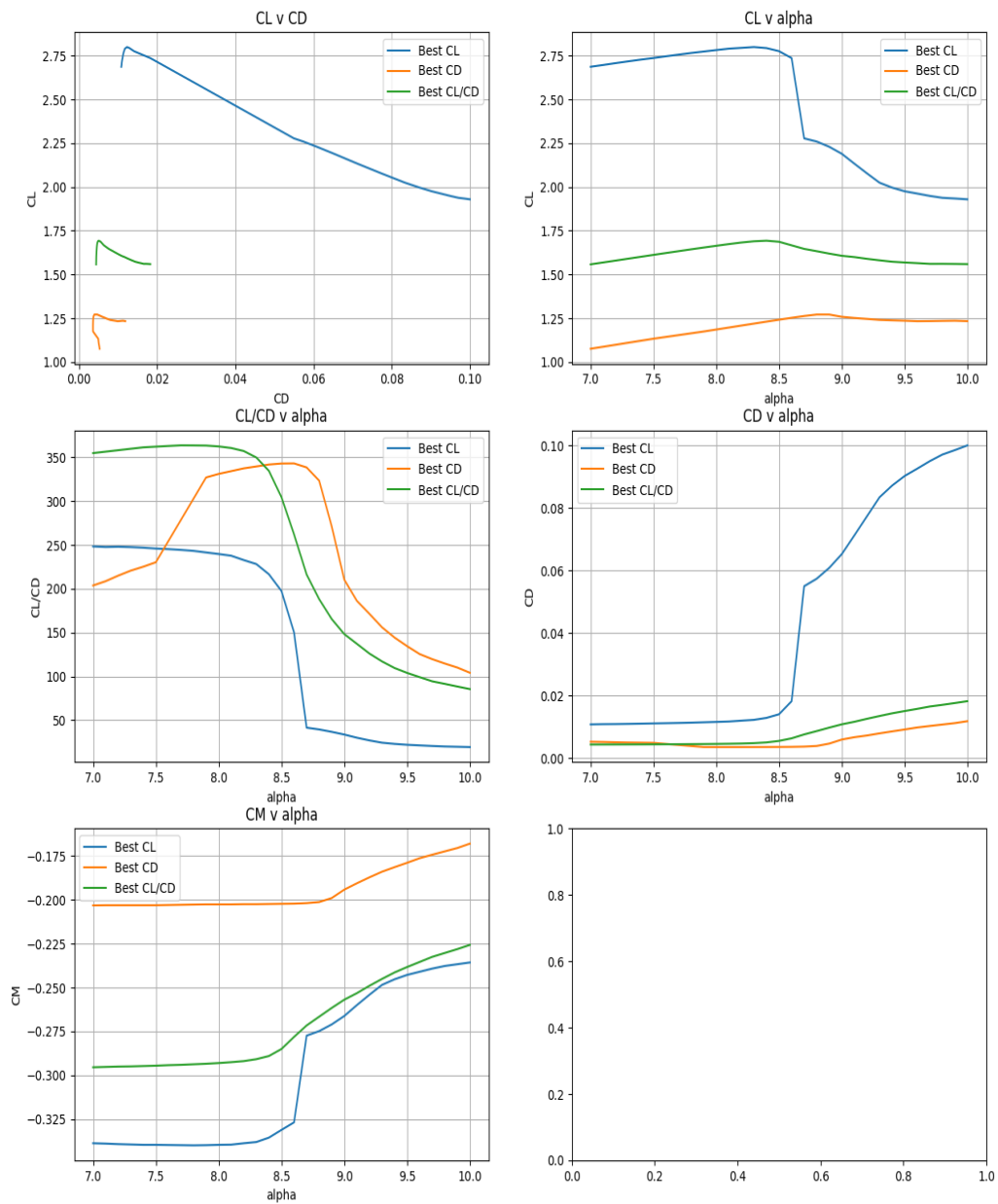


Figura 42 – Curvas polares comparativas entre os aerofólios de maior C_L , menor C_D , e maior $\frac{C_L}{C_D}$ para α de 7 a 10°



5.2 Discussão

Nas **figuras 8, 9, 10 e 11**, é possível observar a razão de escolha do método de parametrização baseado em curvas de Bézier. Embora seja viável gerar perfis aerodinâmicos por meio do método BP 3333, frequentemente, perfis inválidos eram produzidos, tornando seu uso inviável. Uma hipótese é de que a presença de $\cot(\alpha_{te})$, $\cot(\gamma_{te})$ e $\cot(\beta_{te})$ nas fórmulas que definem as coordenadas dos pontos de controle da curva de camber e de espessura resulte em uma implementação instável e, conseqüentemente, em perfis indesejados. Uma pequena alteração nos valores das **tabelas 1 e 2** demonstra a discrepância entre as superfícies geradas. Entretanto, as variáveis utilizadas na parametrização do modelo BP 3333 mostraram-se valiosas para análises subsequentes das mudanças das características dos aerofólios.

A aplicação da curva de Bézier, conforme definida neste estudo, oferece facilidade de implementação como uma de suas vantagens, no entanto, também se nota a dificuldade em assegurar uma curvatura constante no bordo de ataque. Isso resulta em uma disparidade entre os raios de curvatura do extradorso e no intradorso. Além disso, o método empregado dificulta a imposição de condições de projeto, como espessura máxima e sua localização, bem como camber máximo e sua posição.

O adaptador em Python do XFOIL demonstrou consistência com os resultados de validação, conforme evidenciado nas **figuras 14, 15, 16, e 17**. Dado que o adaptador não efetua cálculos, apenas lê os resultados gerados pelo próprio XFOIL, era esperado que não houvesse divergência nos resultados. Ademais, este estudo também confirmou a eficácia de um sistema de análise distribuída em vários processadores.

Após a integração de todos os componentes, conforme demonstrado nas **figuras 18 e 19**, foi possível obter e analisar os resultados de otimização. Inicialmente, comparou-se a fronteira de Pareto gerada por este estudo, conforme apresentado na **figura 20**, com as fronteiras geradas por D'Angelo e Curriston na **figura 21**. Observou-se que foi possível alcançar um valor de C_L superior para $C_D = 0.004$, bem como identificar valores de C_D inferiores ao mínimo da fronteira gerada por Curriston. Isso evidencia a flexibilidade do modelo em acomodar geometrias nessa região. No entanto, em $C_D = 0.012$, os resultados de Curriston conseguiram atingir um C_L próximo a 3, enquanto o método proposto alcançou apenas $C_L = 2.78$. Essa limitação do método atual sugere que os limites impostos nas ordenadas dos pontos de controle poderiam ser expandidos para permitir que o modelo assumisse uma gama mais ampla de geometrias. Contudo, essa abordagem pode resultar na geração de um maior número de aerofólios incompatíveis com os critérios de parametrização definidos.

Estima-se que a diferença de tempo de convergência entre o método mais demorado utilizado por Curriston na **figura 21** e o método apresentado neste estudo na **figura**

22 seja atribuída ao fato de o autor ter conduzido os testes em uma máquina *dual-core*, enquanto os testes atuais utilizaram 10 *threads* de uma máquina com 6 núcleos na CPU.

Após a análise do comportamento da população, buscou-se observar a evolução das características dos aerofólios com menor C_D , maior C_L , e maior $\frac{C_L}{C_D}$. Inicialmente, observa-se que os três aerofólios possuem características distintas. No caso do aerofólio com maior C_L , nota-se que sua espessura máxima é consideravelmente maior em comparação com os outros aerofólios. Dado que os pontos de controle da superfície inferior estavam restritos a ordenadas negativas, especula-se que o camber do aerofólio só pôde aumentar com o aumento da espessura. Isso é corroborado pelos gráficos nas **figuras 25 e 26**, que inicialmente mostram um aumento na espessura seguido de uma tendência de redução, enquanto o camber exibe uma tendência oposta, aumentando ao longo das gerações. A evolução da posição de espessura máxima, no entanto, indica que o C_D do aerofólio pode ser minimizado quando esta se encontra mais próxima do bordo de fuga para o ângulo analisado, resultado este que pode ser analisado futuramente em conjunto com os resultados de Dongli em (MA *et al.*, 2015), que mostra que existe uma tendência de redução do C_D com o aumento de x_t para ângulos de ataque entre 2 e 10°.

Para os aerofólios com menor C_D e maior $\frac{C_L}{C_D}$, observa-se uma tendência de redução da espessura ao longo das gerações, resultando em uma diminuição do C_D . O comportamento do camber é semelhante nas **figuras 32 e 38**, mas o aerofólio com maior $\frac{C_L}{C_D}$ apresenta um camber maior, o que implica em um aumento do C_D , embora resulte em um aumento ainda maior do C_L , como indicado na **figura 42**.

Para todos os casos, a espessura do bordo de fuga poderia variar entre 0.01 e 0. Isso sugere que existe uma espessura ótima que otimiza as características aerodinâmicas, conforme demonstrado nas figuras **figuras 28, 34, e 40**, onde o comportamento decrescente com o número de gerações é observado, mas a espessura não chega a zero.

O resultado mais surpreendente está relacionado ao raio do bordo de ataque nas **figuras 27, 33, e 39**, uma vez que não era esperado que os perfis apresentassem um raio tão pequeno. Isso se deve, em parte, à falta de imposição de continuidade C2 entre as curvas do extradorso e do intradorso do aerofólio, bem como ao caso de otimização, que se limita a um ângulo de ataque e não considera características de *stall* do aerofólio. É surpreendente também o fato de o aerofólio com os maiores raios de curvatura apresentar um *stall* mais acentuado do que os aerofólios com raio menor. Estima-se que isso possa ser atribuído à diferença nos raios de curvatura das superfícies, que é maior no primeiro perfil. Além disso, a convergência de resultados para cada um dos modelos é problemática, uma vez que os perfis com menor C_D e maior $\frac{C_L}{C_D}$ não conseguem convergir para ângulos menores do que 7°, indicando sua inviabilidade em projetos reais.

6 CONCLUSÃO

Este estudo mostrou a eficácia da utilização do algoritmo genético na identificação da fronteira de Pareto em um problema previamente documentado na literatura. Os resultados obtidos, além de apresentarem uma maior eficiência devido à implementação de um sistema de análise distribuída em múltiplos subprocessos, demonstraram coerência com os resultados de estudos anteriores.

Uma das principais conclusões deste estudo ressalta a limitação da otimização do aerofólio para uma única condição de voo (ângulo de ataque de $\alpha = 8^\circ$ e número de Reynolds de 3000000). Isso resulta na criação de perfis otimizados exclusivamente para esse cenário específico, cujo desempenho torna-se imprevisível em situações diferentes das abordadas na otimização. No entanto, o método atual oferece a vantagem de permitir uma abordagem de otimização que incorpora resultados de múltiplas configurações de voo simultaneamente, também viabilizando a identificação de múltiplas soluções candidatas.

Por fim, a abordagem de parametrização empregada demonstrou sua capacidade de representar uma ampla variedade de aerofólios. Contudo, ressalta-se a necessidade de estabelecer condições de contorno no bordo de ataque para garantir uma curvatura constante, apontando para uma área de melhoria na metodologia.

6.1 Recomendações para trabalhos futuros

Os resultados obtidos por meio deste método revelam promissoras aplicações dos algoritmos genéticos na otimização de perfis aerodinâmicos com múltiplos objetivos de projeto. No entanto, considerando o escopo limitado deste estudo, várias simplificações foram necessárias. Estas simplificações apontam para áreas de aprimoramento em futuras pesquisas.

Uma das possíveis extensões deste trabalho seria a realização de uma análise abrangendo múltiplas condições de voo, bem como diferentes ângulos de ataque. Isso permitiria a consideração de fenômenos como o estol, ampliando a relevância das otimizações para uma variedade de cenários operacionais.

Outra área de melhoria reside no modelo de parametrização adotado. A utilização do método BP333 se mostrou interessante devido à relevância de seus parâmetros na análise. No entanto, existem oportunidades para explorar alternativas e aprimorar a representação da geometria do aerofólio, por exemplo, ao utilizar as curvas de Bézier para definir as curvas de camber e espessura do aerofólio, em vez de usá-las diretamente para representar a geometria do perfil. Outra possibilidade inclui o desenvolvimento de uma técnica de *encoding* de aerofólios já existentes no sistema de parametrização escolhido, o

quê permitiria que perfis predefinidos fossem utilizados como ponto inicial de otimização.

Além disso, a inclusão de penalizações para violações das condições de projeto, como a penalização descrita por Coello em (Coello Coello, 2002), se mostra uma abordagem promissora a ser considerada em estudos futuros. Essas penalizações poderiam ser aplicadas tanto a características aerodinâmicas quanto a características geométricas do aerofólio. Uma análise que leve em conta tais violações permitiria a identificação mais eficiente de aerofólios que atendam a requisitos específicos de projeto.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON JR, J. D. **A History of Aerodynamics: And Its Impact on Flying Machines**. [S.l.: s.n.]: Cambridge University Press, 1997. (Cambridge Aerospace Series).
- BAUMGARTNER, U.; MAGELE, C.; RENHART, W. Pareto optimality and particle swarm optimization. **IEEE Transactions on Magnetism**, v. 40, n. 2, p. 1172–1175, 2004.
- CHANG, Y.; BOUZARKOUNA, Z.; DEVEGOWDA, D. Multi-objective optimization for rapid and robust optimal oilfield development under geological uncertainty. **Computational Geosciences**, Springer, v. 19, p. 933–950, 2015.
- CHEN, W.; CHIU, K.; FUGE, M. D. Airfoil design parameterization and optimization using bézier generative adversarial networks. **AIAA journal**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, v. 58, n. 11, p. 4723–4735, 2020.
- Coello Coello, C. A. Theoretical and numerical constraint-handling techniques used with evolutionary algorithms: a survey of the state of the art. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 191, n. 11, p. 1245–1287, 2002. ISSN 0045-7825. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782501003231>.
- CURRISTON, D. A.; SMITH, A. E. Airfoil optimization by evolution strategies. *In*: IEEE. **2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1451–1458.
- D'ANGELO, S.; MINISCI, E. Multi-objective evolutionary optimization of subsonic airfoils by meta-modelling and evolution control. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 221, n. 5, p. 805–814, 2007.
- DEB, K. *et al.* A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. **IEEE transactions on evolutionary computation**, IEEE, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002.
- DERKSEN, R.; ROGALSKY, T. Bezier-secant: An optimized aerofoil parameterization for design. **Advances in engineering software**, Elsevier, v. 41, n. 7-8, p. 923–930, 2010.
- DU, X.; HE, P.; MARTINS, J. R. Rapid airfoil design optimization via neural networks-based parameterization and surrogate modeling. **Aerospace Science and Technology**, Elsevier, v. 113, p. 106701, 2021.
- EBRAHIMI, M.; JAHANGIRIAN, A. Aerodynamic optimization of airfoils using adaptive parameterization and genetic algorithm. **Journal of Optimization Theory and Applications**, Springer, v. 162, p. 257–271, 2014.
- EPPLER, R. **Airfoil design and data**. [S.l.: s.n.]: Springer Berlin Heidelberg, 1990.
- FORTIN, F.-A. *et al.* DEAP: Evolutionary algorithms made easy. **Journal of Machine Learning Research**, v. 13, p. 2171–2175, jul 2012.
- GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. [S.l.: s.n.]: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence**. [S.l.: s.n.]: MIT press, 1992.

JAMESON, A.; MARTINELLI, L.; VASSBERG, J. Using computational fluid dynamics for aerodynamics-a critical assessment. *In: Proceedings of ICAS*. [S.l.: s.n.], 2002. p. 2002–1.

JUNG, S. *et al.* An implementation of self-organizing maps for airfoil design exploration via multi-objective optimization technique. **Journal of Aerospace Technology and Management**, SciELO Brasil, v. 8, p. 193–202, 2016.

KÖRPE, D. S.; GÜZELBEY, I. H. Naca four-digit airfoil series optimization: a comparison between genetic algorithm and sequential quadratic programming. **Journal of Mechanical Science and Technology**, Springer, v. 37, n. 5, p. 2375–2382, 2023.

MA, D. *et al.* Effects of relative thickness on aerodynamic characteristics of airfoil at a low reynolds number. **Chinese Journal of Aeronautics**, v. 28, n. 4, p. 1003–1015, 2015. ISSN 1000-9361. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1000936115001260>.

MITCHELL, M. **An introduction to genetic algorithms**. [S.l.: s.n.]: MIT press, 1998.

MORTENSON, M. E. **Mathematics for computer graphics applications**. [S.l.: s.n.]: Industrial Press Inc., 1999.

NACA0012H for VAWT from Sandia report SAND80-2114. 2023. Disponível em: <http://airfoiltools.com/airfoil/seligdatfile?airfoil=n0012-il>. Acesso em: 28 out. 2023.

NACA0012H for VAWT from Sandia report SAND80-2114. 2023. Disponível em: <http://airfoiltools.com/airfoil/details?airfoil=n0012-il>. Acesso em: 28 out. 2023.

REPOSITÓRIO de implementação do algoritmo genético. 2023. Disponível em: <https://github.com/HugoxSaraiva/airfoil-optimization-ga>. Acesso em: 04 dez. 2023.

SALUNKE, N. P.; AHAMAD, R. J.; CHANNIWALA, S. Airfoil parameterization techniques: A review. **American Journal of Mechanical Engineering**, v. 2, n. 4, p. 99–102, 2014.

SOUSA, A. S. de; OLIVEIRA, G. S. de; ALVES, L. H. A pesquisa bibliográfica: princípios e fundamentos. **Cadernos da FUCAMP**, v. 20, n. 43, 2021.

XFOIL. 2023. Disponível em: <https://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil>. Acesso em: 28 out. 2023.