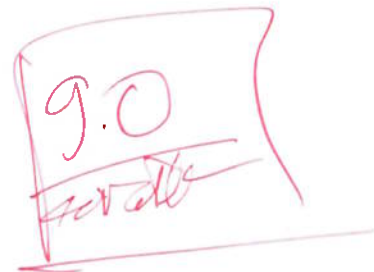


**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**



**OTIMIZAÇÃO DE FOGUETES DE COMBUSTÍVEL SÓLIDO
UTILIZANDO-SE DINÂMICA DOS FLUIDOS
COMPUTACIONAL (CFD)**

Gabriel Machado Ramalho

**São Paulo
2005**

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**OTIMIZAÇÃO DE FOGUETES DE COMBUSTÍVEL SÓLIDO
UTILIZANDO-SE DINÂMICA DOS FLUIDOS
COMPUTACIONAL (CFD)**

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
a obtenção do título de Graduação em
Engenharia.

Gabriel Machado Ramalho

Orientador: Ernani V. Volpe

**Área de Concentração:
Engenharia Mecânica**

**São Paulo
2005**

Aos meus pais, Paulo e Alair, que acreditam
e confiam em mim, não medindo esforços
para que eu me aperfeiçoe em todos os
sentidos.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador, Prof. Dr. Ernani Vitillo Volpe pelo apoio, estímulo e orientação deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Júlio R. Meneghini, com quem tive o primeiro contato com CFD através dos projetos de iniciação científica.

Ao Prof. Dr. Fábio Saltara, pela ajuda nas simulações e no aprendizado de CFD.

Ao Prof. Dr. Marcos Pimenta pela inestimável ajuda no entendimento de escoamentos compressíveis.

A todos que, direta ou indiretamente, colaboraram para a execução deste trabalho.

A Deus, por tudo.

RESUMO

Este estudo tem como objetivo o desenvolvimento do projeto do sistema de propulsão e aerodinâmica de um foguete portátil utilizado para sinalização em embarcações náuticas e em aeronaves em situação de emergência (após pouso forçado na água).

Demos continuidade ao trabalho de formatura de Telles (2003), o qual abordou a escolha do combustível e detalhes construtivos do foguete.

No trabalho atual, utilizamos a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD – *Computational Fluid Dynamics*) para simular o escoamento na tubeira do foguete e o escoamento em torno do corpo do mesmo, obtendo melhores dados de desempenho. Isto foi feito utilizando o método dos volumes finitos, operacionalizado através dos softwares Fluent e Gambit da empresa Fluent.Inc.

ABSTRACT

This research has as its main objective the development of the project of the propulsion system and aerodynamic of a portable rocket used as signalization in ships and in aircrafts on emergency landings (in case of a land on the sea).

We have continued the previous work started by Telles (2003) who studied the combustion chamber and some constructive details.

In the present work, we have used the Computational Fluid Dynamics approach (CFD) to simulate the flow in the nozzle and on the surface of the rocket, reaching better results of performance. This was done with a finite volume method by the software Fluent of Fluent.Inc.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Descrição do Problema	3
1.2. Viabilidade Econômica.....	3
1.3. Viabilidade Técnica	4
2. PROJETO PRELIMINAR.....	5
2.1. Dimensões.....	5
2.2. Câmara de Combustão	5
3. REVISÃO BIBLIOGRAFICA	7
3.1. Equação da Conservação de Massa	7
3.2. Equação da Conservação de Quantidade de Movimento.....	7
3.3. Equação da Conservação de Energia.....	8
3.4. Efeitos de Compressibilidade.....	8
4. MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS	12
4.1. Funções de interpolação para MVF	14
4.1.1. UpWind de 1ª ordem.....	15
4.1.2. Power Law.....	15
4.1.3. UpWind de 2ª ordem.....	15
4.2. ANÁLISE DO ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE	16
4.2.1. Formulação Compressível Incompressível	18
4.2.2. Método SIMPLE.....	20
4.2.3. Outros métodos de interpolação	20
5. GERAÇÃO DE MALHAS	21
6. MODELOS DE TURBULÊNCIA.....	25
6.1. Modelo Spallart-Almaras modificado	25
7. SIMULAÇÕES	26
7.1. Simulações Iniciais do Bocal	26
7.2. Bocal Melhorado	31
7.3. Simulações do foguete	33
8. INDICAÇÕES PARA A CONTINUIDADE DO TRABALHO.....	40
9. CONCLUSÃO	41
BIBLIOGRAFIA.....	42
SITES RECOMENDADOS	43

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1 – Comparativo de Distância dos elementos sinalizadores	3
Fig. 2 – Disposição do combustível sólido no motor-foguete.....	6
Fig. 3 – Direção de queima do propelente.....	6
Fig. 4 – Disposição do combustível sólido no motor-foguete.....	10
Fig. 5 – Esquema dos volumes de controle para discretização	13
Fig. 6 – Volume de Controle unidimensional.....	14
Fig. 7 – Bocal utilizado no trabalho anterior	26
Fig. 8 – Malha de metade da geometria básica.....	27
Fig. 9 – Malha criada pelo rebatimento em torno do eixo x.	27
Fig. 10 – Contornos de pressão para a geometria básica.	28
Fig. 11 – Contornos de número de Mach para a geometria básica.....	28
Fig. 12 – Malha tridimensional da geometria básica.	29
Fig. 13 – Contornos de Mach na geometria básica tridimensional.....	29
Fig. 14 – Contornos de Mach na geometria básica com simetria axis.....	30
Fig. 15 – Comparações entre as simulações e o cálculo teórico.....	30
Fig. 16 – Geometria melhorada com malha não-estruturada.	32
Fig. 17 – Contornos do número de Mach para a geometria melhorada.	32
Fig. 18 – Velocidade na seção de saída.....	33
Fig. 19 – Geometria básica do foguete.....	33
Fig. 20 – Geometria básica do foguete.....	34
Fig. 21 – Geometria básica do foguete.....	34
Fig. 22 – Velocidade no corpo do foguete sem aletas.	35
Fig. 23 – Velocidade em torno do foguete com aletas.....	35
Fig. 24 – Contornos de viscosidade turbulenta.....	36
Fig. 25 – Contornos de pressão na parede do foguete.	36
Fig. 26 – Convergência de Cd para geometria simples invíscida.....	37
Fig. 27 – Convergência de Cd para geometria simples com modelo Spallart.....	37
Fig. 28 – Convergência de Cd para geometria final com modelo k-w.	38
Fig. 29 – Convergência de Cd para geometria final com modelo Spallart.	38

1. INTRODUÇÃO

Os foguetes foram inventados na China e utilizavam pólvora negra misturada com salitre como propelente. Eram chamados de “setas de fogo” e foram usados contra os mongóis, por ocasião do sítio de Pequim, em 1232. Apesar de vários tipos de misturas terem sido desenvolvidas, estes foguetes eram de difícil manuseio, podendo detonar enquanto estocados ou no manuseio.

Na Europa, as primeiras referências aos foguetes datam de 1258, especialmente pela artilharia naval. Em fins do séc. XVIII, os foguetes voltaram novamente à cena militar, quando tropas inglesas, na Índia, foram atacadas com foguetes pelo sultão de Mysora. Este fato entusiasmou o capitão de artilharia inglês, William Congreve, que, em princípios do séc. XIX, obteve grande êxito construindo enormes foguetes com cabeças incendiárias.

Porém, com o aperfeiçoamento dos canhões, no final do séc. XIX, os foguetes foram praticamente abandonados no contexto militar. Neste período, descobriu-se a nitroglicerina, que abriu um leque de novas possibilidades para obtenção de gases a alta temperatura de uma forma suave e reprodutível.

Mudanças no design de motores se fizeram necessárias para acomodar as altas pressões e temperaturas dos novos propelentes. Propelentes baseados em nitrocelulose (algodão-pólvora) são chamados de propelentes de base-simples, enquanto misturas de nitrocelulose e nitroglicerina são chamadas componentes de base dupla. Estas misturas de base-dupla são similares à pólvora sem fumaça das armas de fogo. Para melhorar as propriedades físicas e químicas dos propelentes de base dupla, uma pequena quantidade de aditivos costuma ser adicionada, como estabilizantes, de forma a prevenir a decomposição durante a estocagem ou para melhorar as características de combustão ou ainda ligar o propelente ao envelope do motor.

Os propelentes sólidos podem dividir-se em duas classes principais: homogêneos e compósitos. O termo homogêneo é aplicado as misturas de propelentes sólido no qual o propelente, ou a mistura de propelentes encontra-se intimamente associada em um estado coloidal. O propelente de base simples e de base dupla são exemplos de propelentes homogêneos. Nos propelentes compósitos (ou heterogêneos), as substâncias que compõe a mistura, apesar de finamente

divididas, encontram-se em fases distintas. Um exemplo de propelente compósito é a pólvora negra.

Em 1895, o russo Konstatin Tsiolkovsky publicou suas idéias de foguetes sendo utilizados para viagens, com múltiplos estágios para liberar peso na subida e utilizando propelentes líquidos. Em 1910, o americano Robert Goddard, considerado o pai dos foguetes na América, começou a fazer experimentos com propelentes líquidos, lançando o primeiro foguete em 1926. Outro pioneiro importante foi o alemão Hermann Oberth.

Na Segunda Guerra Mundial, o alemão Wernher von Braun desenvolveu vários projetos de foguetes para uso militar, dentre eles as famosas bombas V1 e V2 que caíram sobre Londres em 1944 e 1945. Após a guerra, com a corrida espacial, vários projetos científicos e militares foram desenvolvidos, pela equipe de von Braun, agora nos Estados Unidos e pela equipe de Sergei Korolev, na União Soviética.

Os propelentes líquidos para foguetes são mais difíceis de se obter, transportar e armazenar, e por estes e outros motivos, são geralmente utilizados em missões espaciais, a partir do segundo estágio dos foguetes.

Dentre as diversas aplicações encontradas para os foguetes estão: os mísseis, lançadores espaciais, “boosters” para auxílio de decolagem de aeronaves, foguetes utilizados na agricultura e foguetes de sinalização.

Os foguetes de sinalização são extensamente utilizados em embarcações navais como salvaguarda para situações de emergência, para sinalizar o local de ocorrência de um acidente às equipes de resgate.

Os sistemas modernos geralmente se apresentam como um tubo lançador em que, ao se puxar uma trava no fundo, dá início à reação de queima do combustível que faz com que o foguete deixe o tubo e suba até a altitude de projeto (no máximo 300m). Ao acabar a queima, o sistema libera um pára-quedas e começa a queimar a carga sinalizadora, enquanto cai lentamente.

Na figura 1 a seguir, pode-se comparar a distância de visualização dos diversos elementos sinalizadores. Percebe-se, portanto, que o foguete sinalizador descrito acima possui o maior alcance possível (somente variando de acordo com o tamanho, ou seja, com a carga de propulsão que leva).

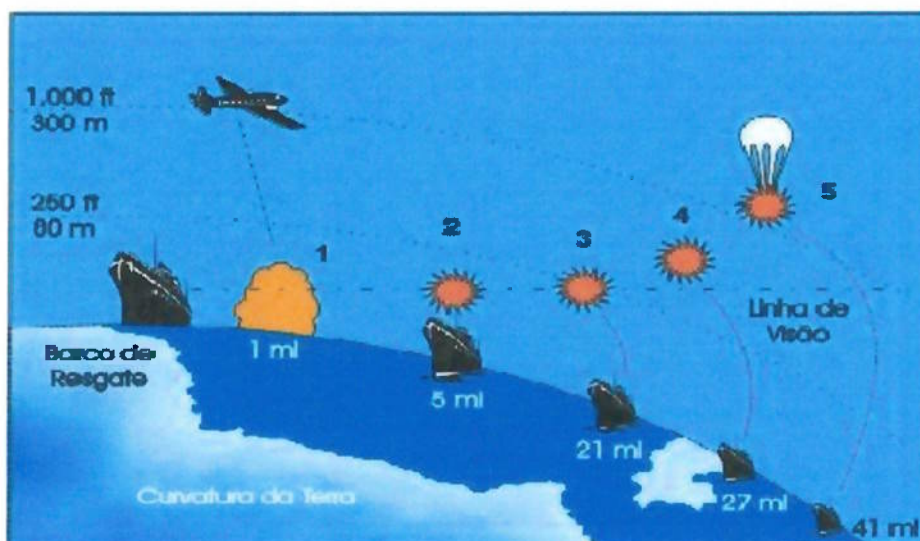


Fig. 1 – Comparativo de Distância dos elementos sinalizadores. Ref.: Site Índios.

1.1. Descrição do Problema

O objetivo é projetar um sistema propulsor para ser utilizado em operações de salvatagem. O foguete deve ser pequeno para ser facilmente carregado, confiável e seguro de operar.

Será utilizado o mesmo combustível definido no trabalho anterior e analisar-se-á através de CFD se é possível conseguir obter uma maior velocidade de escape e escoamento bem comportado a partir de mudanças nas dimensões do bocal.

Este projeto deve fornecer maiores subsídios técnicos para refinar o projeto do referido foguete. Portanto, pode-se dizer que será dada uma nova volta na espiral de projeto.

1.2. Viabilidade Econômica

Os recursos a serem utilizados neste projeto estão listados abaixo:

- Estações de trabalho UNIX para simulação;
- Licença do Fluent;
- Bibliografia especializada;
- Computador Pentium IV – 1.7GHz para pós-processamento.

As estações de trabalho UNIX utilizadas são as estações do Núcleo de Dinâmica e Fluidos (NDF), laboratório do Departamento de Mecânica da Escola

Politécnica da USP e as licenças dos softwares específicos serão as Licenças educacionais disponíveis na EPUSP.

A Bibliografia especializada é obtida através de consulta nas bibliotecas da Escola Politécnica e através de sites na internet (sites de fabricantes, teses já publicadas, sites de amadorismo).

1.3. Viabilidade Técnica

A viabilidade técnica é analisada através do projeto conceitual e dos cálculos preliminares. A geometria utilizada é próxima dos modelos disponíveis atualmente no mercado e o combustível foi selecionado a partir de uma lista dos combustíveis tradicionais, escolhendo-se a geometria do grão adequada às condições de operação.

2. PROJETO PRELIMINAR

2.1. Dimensões

As dimensões utilizadas no trabalho de Telles (2003) são as seguintes: diâmetro do foguete igual a 20 mm e comprimento de 258,5 mm. No entanto, acredita-se que é possível se obter uma maior eficiência se as mesmas forem aumentadas um pouco. Portanto, definiram-se as dimensões como sendo: diâmetro externo de 20mm e comprimento de 300 mm, medidas estas mais próximas do modelo comercial mais vendido no mercado (Estrela Vermelha com pára-quedas da marca Índios¹).

Para qualquer tipo de projétil, o voo em grandes distâncias pode ser prejudicado devido à falta de estabilidade. Para contornar este problema, os projéteis são girados antes de saírem dos tubos de lançamento e no caso dos foguetes, estes são equipados com aletas. As aletas são asas simétricas colocadas junto ao corpo do foguete, geralmente em número múltiplo de quatro. Podem ser móveis, para controle de bombas ou mísseis teleguiados, ou fixas, para prover estabilidade. No presente caso estudado, tem-se a necessidade do uso de aletas fixas para que o foguete não se desvie demasiadamente e com isso chegue a uma altitude muito inferior.

2.2. Câmara de Combustão

Um motor de foguete de combustível sólido apresenta-se como um tubo cilíndrico oco preenchido por um cilindro maciço da mistura propelente e contendo o iniciador de disparo ao centro. Em seguida é instalado o bocal que vai acelerar os gases até a saída (figura 2).

¹ www.indiospirotecnica.com.br

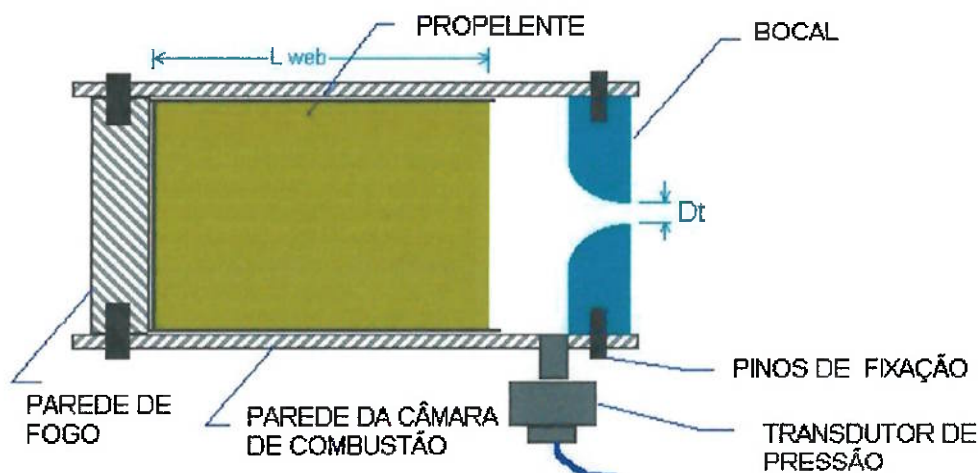


Fig. 2 – Disposição do combustível sólido no motor-foguete.

Ref. Site Nakka-Rocketry

Esta é a configuração mais comum da geometria do grão e é a ideal para este caso, pois tem a vantagem de proporcionar uma queima mais homogênea do combustível (figura 3).



Fig. 3 – Direção de queima do propelente. Ref. Site Nakka-Rocketry

Definido o tipo de combustível como sendo uma mistura de 67% de Zinco para 33% de enxofre em massa, o diâmetro e o formato do grão como o prescrito acima, possui-se dados suficientes para começar as simulações iniciais do bocal.

Para obter gases em alta velocidade, os foguetes utilizam um bocal convergente-divergente. Como será visto mais adiante, o projeto deste dispositivo requer vários conhecimentos de escoamentos compressíveis. Portanto, voltar-se-á a esta discussão no momento apropriado quando será definida a geometria mais favorável.

3. REVISÃO BIBLIOGRAFICA

Neste item, será abordado um pouco de teoria da mecânica dos fluidos para servir de base ao entendimento do desenvolvimento do projeto.

As equações básicas a serem resolvidas para escoamentos são as equações de continuidade, energia e da quantidade de movimento. Todas elas podem ser utilizadas numa formulação integral ou diferencial.

Para estudar um dado fenômeno de escoamento, é necessário resolver as equações que regem o comportamento de fluidos reais. Como estas equações são não-lineares, utiliza-se a simulação numérica. Ao aplicar as condições de contorno adequadas para a geometria estudada, consegue resolver aproximadamente o problema. Quanto melhor o modelo utilizado na integração dessas equações, melhor é a convergência dos resultados.

3.1. Equação da Conservação de Massa

É conhecida como equação da continuidade. Deve ser satisfeita em todo o tipo de escoamento, desde incompressíveis a compressíveis. O termo S_m representa uma fonte que retira ou adiciona massa, ρ é a massa específica do fluido e u_i representa o campo de velocidades do escoamento.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \cdot u_i) = S_m \quad (1)$$

3.2. Equação da Conservação de Quantidade de Movimento

A equação da conservação da quantidade de movimento na direção x_i é representada da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \cdot u_i \cdot u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho \cdot g_i + F_i \quad (2)$$

onde:

p : pressão estática

τ_{ij} : tensor das tensões

g_i : aceleração da gravidade na direção i .

F_i : forças externas na direção i .

O tensor das tensões é dado por:

$$\tau_{ij} = \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \cdot \delta_{ij} \quad (3)$$

onde δ_{ij} representa a dilatação volumétrica.

3.3. Equação da Conservação de Energia

A equação da energia pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot T) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \cdot u_j \cdot T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{k}{c_p} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + S^T \quad (4)$$

onde k é a condutividade térmica, c_p é o calor específico do meio em transferência de calor, e ST representa uma fonte de calor inserida no meio em questão.

3.4. Efeitos de Compressibilidade

O critério utilizado para definir se os efeitos de compressibilidade podem ou não ser ignorados com base em um número de Mach. Escoamentos com Mach inferior a 0,3 são considerados como incompressíveis e os superiores a 0,3 são compressíveis.

Mudanças de área, atrito e transferência de calor são os fatores mais importantes que afetam as propriedades de um escoamento. O caso de maior interesse para aplicações em foguetes é o fator mudança de área. Diminuindo-se e aumentando-se a área convenientemente, é possível acelerar um fluido ou aumentar a pressão do mesmo.

Partindo-se da equação da energia na forma diferencial, e fazendo-se as devidas simplificações, pode-se chegar às equações 5, 6 e 7 a seguir:

$$dp = \rho V^2 \left[\frac{1}{1 - M^2} \right] \frac{dA}{A} \quad (5)$$

$$dp = \rho V^2 \left[\frac{1}{1 - M^2} \right] \frac{dA}{A} \quad (6)$$

$$dp = \rho V^2 \left[\frac{1}{1-M^2} \right] \frac{dA}{A} \quad (7)$$

Destas equações, pode-se chegar à seguinte conclusão: para escoamentos subsônicos, uma redução de área aumenta a velocidade e para escoamentos supersônicos é exatamente o contrário. Este fato pode ser resumido na tabela I a seguir.

TABELA I – Variações de área em escoamentos para pressões decrescentes

	SUBSÔNICO (M < 1)	SUPERSÔNICO (M > 1)
ÁREA	diminui	aumenta
DENSIDADE	diminui	diminui
VELOCIDADE	aumenta	aumenta

Portanto, para obter-se um escoamento com a maior velocidade possível, este deve passar por um dispositivo que diminua e em seguida aumente a área. Este dispositivo é o **Bocal De Laval** ou tubeira de um motor foguete.

O controle de funcionamento de um bocal é realizado através da pressão na entrada e saída. A pressão na entrada pode ser controlada através do fluxo de combustível que é queimado, no caso de foguetes de combustível líquido ou através da escolha do combustível sólido, no caso dos sólidos. Nestes foguetes, após iniciada a queima, a pressão sobe até um pico, decresce até um valor constante que é mantido até que a combustão se esgote, não havendo como controlar a pressão. Sendo assim, a pressão de entrada é uma variável de projeto. Quanto à pressão de saída, como o foguete não voará muito alto, pode-se considerar que a pressão atmosférica é constante.

Os modos de operação de um Bocal De Laval são ilustrados na fig. 4 a seguir. Com o aumento da pressão na câmara de combustão, o escoamento começa a seguir para a saída. Antes de bloquear, o bocal funciona como um tubo de venturi, estando totalmente subsônico. Quando o fluido chega a Mach unitário na garganta, o bocal se diz bloqueado (ou bloqueado), sendo que esta é a máxima vazão mássica

possível. Na saída, o fluxo continua subsônico, dando origem à *primeira condição crítica*.

Aumentos subsequentes da razão de pressões fazem com que surja um choque na garganta, que vai caminhando para a saída do bocal. Quando o choque se situa na saída, é definida a *segunda condição crítica*. A partir daí, o choque ocorrerá fora do bocal e o fluido passará por uma compressão. Na *terceira condição crítica*, a saída do bocal se torna supersônica. Com um aumento maior ainda da relação de pressões, uma expansão ocorrerá fora do bocal e a condição é dita de sub-expansão.

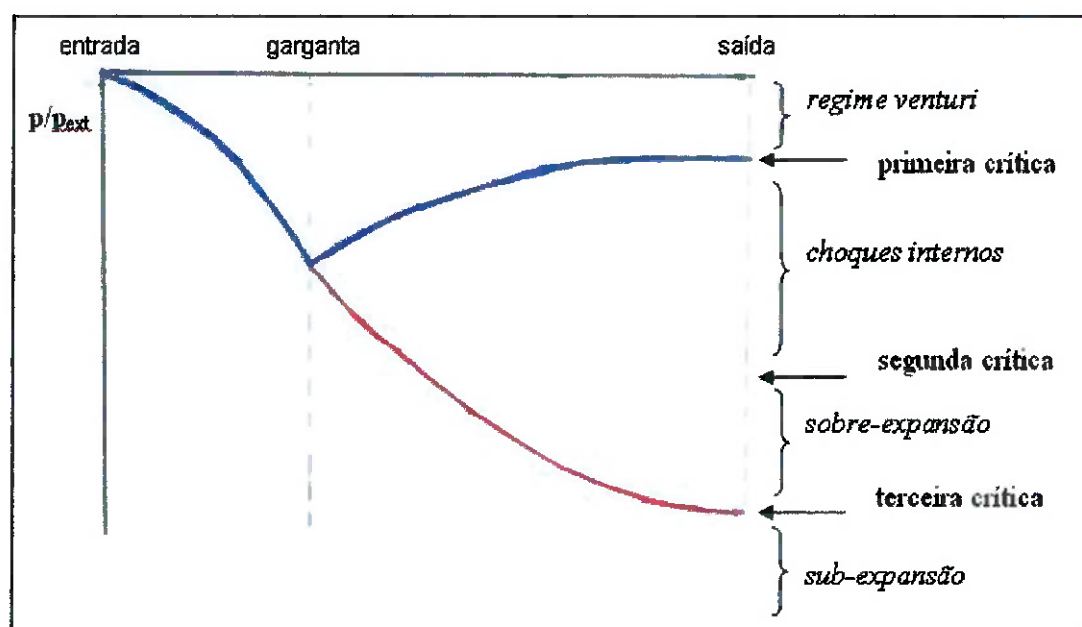


Fig. 4 – Disposição do combustível sólido no motor-foguete

Portanto, deve-se definir essas condições de operação para o bocal projetado. Isso é possível através de relações de áreas, utilizando-se o estado crítico de referência e as equações para escoamento isentrópico. Através das equações em Pimenta (1983), pode-se obter as tabelas isentrópicas (vide anexo I).

Sendo A_3 a área na saída do bocal e A_2 a área da garganta, tem-se:

$$\frac{A_3}{A_2} = \frac{A_3}{A_2} * \frac{A_2}{A_2^*} * \frac{A_2^*}{A_3^*} \quad (8)$$

A primeira relação é conhecida da geometria. A segunda é igual a um, pois a garganta deve estar bloqueada e a terceira também é unitária pois o escoamento é suposto isentrópico.

A partir daí, entrando-se com a razão entre a área da saída pela área crítica na saída nas tabelas isentrópicas, pode-se obter o número de Mach na saída para a terceira condição crítica.

A pressão na saída pode ser calculada de forma similar.

$$p_3 = \frac{p_3}{p_{03}} * \frac{p_{03}}{p_{01}} * p_{01} \quad (9)$$

A partir do número de Mach calculado da eq. 8, pode-se calcular a velocidade do som no meio e a velocidade na seção de escape.

Utilizando a equação diferencial da quantidade de movimento simplificada para escoamento unidimensional e sem perdas (eq. 10) pode-se então calcular a força de empuxo exercida pelo foguete.

$$\sum F = \dot{m} \cdot (V_{saida} - V_{entrada}) = \dot{m} \cdot (V_{saida}) \quad (10)$$

Observação: a velocidade de entrada é nula, pois parte-se da condição de estagnação que a velocidade de entrada é bem baixa, já que os gases saem acelerando da câmara de combustão.

4. MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

O MVF foi desenvolvido para a análise de problemas complexos de Mecânica dos Fluidos. As equações são obtidas através da realização de balanços da propriedade em questão (seja ela massa, quantidade de movimento, entalpia, etc.) nos volumes elementares, ou volumes finitos, ou então; integrando sobre um volume elementar, no espaço e no tempo.

O fato das equações aproximadas representarem a conservação ao nível de volumes elementares vem do fato que a solução da equação diferencial, por exemplo, a Equação de Navier-Stokes (eq. 11), representa a conservação da propriedade em nível de ponto (infinitesimal).

$$\begin{aligned}\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} &= \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)\end{aligned}\quad (11)$$

Para se obter a solução é utilizada uma técnica de volume de controle que consiste em:

- Divisão do domínio contínuo em volumes de controles discretos usando a malha computacional;
- Integração das equações nos volumes de controle individuais para construir equações algébricas para as variáveis discretas dependentes, tais como: velocidades e temperatura;
- Linearização das equações discretas e solução do sistema de equações lineares resultante para produzir valores atualizados das variáveis independentes.

A integração das equações diferenciais será mostrada para um conjunto de equações unidimensionais, sendo que estas podem ser facilmente estendidas para o caso bidimensional ou tridimensional. Sejam as equações diferenciais

unidimensionais para a continuidade, quantidade de movimento e quantidade escalar ϕ :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u) = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \cdot u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + F \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u \cdot \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} + S_\phi \quad (14)$$

Essas equações podem ser integradas em relação ao volume de controle empregando o Teorema da Divergência:

$$\int_{\text{volum}, y} \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot u) dV = \int_A (\rho \cdot u) \cdot dA \quad (15)$$

A integração das equações 12, 13 e 14 dá os seguintes resultados:

$$\frac{M_P - M_P^0}{\Delta t} + \dot{M}_e - \dot{M}_w = 0 \quad (16)$$

$$\dot{M}_e \cdot u_e - \dot{M}_w \cdot u_w = -(p_e - p_w)A + \left[\frac{\mu_e}{\Delta x_e}(\mu_E - \mu_P) - \frac{\mu_w}{\Delta x_w}(\mu_P - \mu_W) \right] A + S_\phi \quad (17)$$

$$M_e \cdot \phi_e - M_w \cdot \phi_w = \left(\Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x_e} - \Gamma_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x_w} \right) A + S_\phi \cdot \Delta V \quad (18)$$

As equações (16, 17 e 18) obtidas são equações algébricas que podem ser resolvidas dado que as variáveis indeterminadas (u , p e ϕ) são interpoladas de uma maneira que relaciona seus valores nas faces do volume de controle aos valores no centro do volume de controle. O Procedimento de discretização se baseia no esquema ilustrado na figura abaixo.



Fig. 5 – Esquema dos volumes de controle para discretização

A solução das equações expressa acima requerem: o cálculo da pressão nas faces do volume de controle (p_e , p_w), que se determine o fluxo nas faces (M_e , M_w),

e a interpolação para relacionar os valores nas faces com os valores das incógnitas (u e ϕ) com os valores nos centros dos volumes de controle.

Os fluxos nas faces são obtidos de tal forma que as velocidades nas faces obedecem a um balanço médio do momento. Já as pressões nas faces são obtidas de tal forma que as velocidades armazenadas no centro da célula obedecem ao balanço de massa.

4.1. Funções de interpolação para MVF

Ao discretizar uma equação de transporte que possua termos convectivos não nulos aparecerá, na equação discretizada, valores de ϕ nas faces dos volumes de controle. Esses valores precisam ser interpolados entre os valores centrais dos volumes.

Tomando como exemplo um volume de controle unidimensional (direção x) e a seguinte equação de transporte:

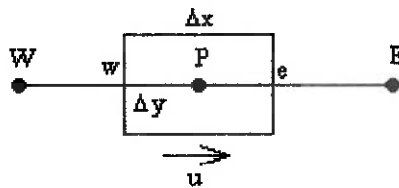


Fig. 6 – Volume de Controle unidimensional.

$$\frac{d}{dx}(\rho u \phi) = \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) \quad (19)$$

Integrando a equação acima no volume de controle resulta em:

$$M_e \cdot \phi_e - M_w \cdot \phi_w = D_e (\phi_E - \phi_P) + D_w (\phi_W - \phi_P) \quad (20)$$

onde:

Fluxos convectivos (vazão mássica):

$$M_e = \rho_e u_e \Delta y$$

$$M_w = \rho_w u_w \Delta y$$

Termos difusivos (viscosidade):

$$D_e = \Gamma_e \Delta y / \Delta x$$

$$D_w = \Gamma_w \Delta y / \Delta x$$

4.1.1. UpWind de 1ª ordem

A interpolação das variáveis nas faces é feita da seguinte forma:

$$\phi_e = \phi_P \text{ se } M_e > 0; \phi_e = \phi_E \text{ se } M_e < 0.$$

$$\phi_w = \phi_W \text{ se } M_w > 0; \phi_w = \phi_P \text{ se } M_w < 0.$$

A ordem de precisão deste método é de Δx (1ª ordem).

4.1.2. Power Law

O valor da face de uma variável, ϕ , é interpolado usando a exata solução de uma equação unidimensional convectiva-difusiva (19):

$$\frac{\phi(x) - \phi_0}{\phi_l - \phi_0} = \frac{\exp(Pe \cdot \frac{x}{L}) - 1}{\exp(Pe) - 1} \quad (21)$$

onde :

$$\phi_0 = \phi \quad \text{p/ } x = 0;$$

$$\phi_L = \phi \quad \text{p/ } x = L.$$

e Pe é o número de Peclet, dado por:

$$Pe = \frac{\rho \cdot L \cdot u}{\Gamma} \quad (22)$$

Para escoamentos onde se predomina a convecção (Pe elevado), o método Power Law se torna idêntico ao UpWind de 1ª ordem, gerando erros de 1ª ordem.

4.1.3. UpWind de 2ª ordem

Para esse método, os valores da variável nas faces são calculados ponderando os valores centrais dos volumes vizinhos:

$$\phi_e = \frac{3}{2} \phi_P - \frac{1}{2} \phi_W \quad (23)$$

$$\phi_w = \frac{3}{2} \phi_W - \frac{1}{2} \phi_P \quad (23)$$

Após a aproximação numérica, chega-se a uma matriz de coeficientes que geralmente apresenta alto índice de esparsidade, torna-se então fundamental escolher apropriadamente o método de solução do sistema linear, para que essa solução não leve um tempo exagerado.

Quando se utilizam malhas não estruturadas, cada volume pode ter um número diferente de vizinhos, o que origina matrizes com uma banda diagonal variável, e não matrizes tri, penta ou heptagonais quando se utilizam malhas estruturadas. Isto torna os métodos de solução do sistema linear mais elaborados.

4.2. ANÁLISE DO ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE

Um dos problemas mais complexos da Dinâmica dos Fluidos Computacional é a determinação do campo de velocidades, devido ao delicado acoplamento entre a pressão e a velocidade, e as não-linearidades presentes nas equações do movimento (equações da conservação da quantidade de movimento).

Cada uma das equações diferenciais deverá ser representada por um sistema de equações algébricas lineares. Teremos, portanto, um sistema de sistemas de equações algébricas para ser resolvido. As equações aproximadas podem ser obtidas através de:

$$A_p \phi_p = \frac{M_p^0 \phi_p^0}{\Delta t} + \sum A_{nb} \phi_{NB} + S_c \Delta V \quad (24)$$

onde

$$A_p = \sum A_{NB} - S_p \Delta V + \frac{M_p^0}{\Delta t} \quad (25)$$

Para um escoamento tridimensional compressível, temos:

$$A_p u_p = A_e u_E + A_w u_W + A_n u_N + A_s u_S + A_f u_F + A_b u_B - L[P^u] \Delta V + B^u \quad (26)$$

$$A_p v_p = A_e v_E + A_w v_W + A_n v_N + A_s v_S + A_f v_F + A_b v_B - L[P^v] \Delta V + B^v \quad (27)$$

$$A_p w_p = A_e w_E + A_w w_W + A_n w_N + A_s w_S + A_f w_F + A_b w_B - L[P^w] \Delta V + B^w \quad (28)$$

$$A_p T_p = A_e T_E + A_w T_W + A_n T_N + A_s T_S + A_f T_F + A_b T_B + B^T \quad (29)$$

$$\frac{M_p - M_p^0}{\Delta t} + \dot{M}_e - \dot{M}_w + \dot{M}_n - \dot{M}_s + \dot{M}_f - \dot{M}_b = 0 \quad (30)$$

$$p = p(\rho, T) \quad (31)$$

Onde a equação (31) é a equação de estado, usada para o fechamento do problema, e u , v , w , p , T e ρ são as três componentes do vetor velocidade, a pressão estática, a temperatura e a massa específica.

A primeira decisão a ser tomada, ao se tentar resolver essas equações, é quanto à natureza da solução: segregada ou simultânea. A solução simultânea dos sistemas de equações algébricas cria uma única matriz, envolvendo todos os coeficientes e resolvendo todas as incógnitas, simultaneamente. O problema do acoplamento entre as variáveis desaparece, restando apenas as não-linearidades, que são consideradas resolvendo-se este grande sistema iterativamente, atualizando-se a matriz dos coeficientes até a convergência.

Esta alternativa, no entanto, não é viável, uma vez que a dimensão da matriz resultante é fenomenal, apresentando um altíssimo índice de esparsidade. Por exemplo, em um problema tridimensional e incompressível com uma malha de 50.000 volumes, de porte médio, são 250.000 incógnitas, originando uma matriz com 62.500.000.000 elementos, dos quais apenas 0,0028% são não-nulos.

A alternativa viável é a solução segregada dos sistemas de equações, isto é, resolver os sistemas lineares um a um, atualizando os coeficientes. Na solução de cada sistema linear em particular, a prática é usar, também, métodos iterativos de solução e não métodos diretos, pois os primeiros trabalham apenas com os não-zeros da matriz.

Ao se optar pela solução segregada, o problema dos acoplamentos entre as variáveis se destaca e, em CFD, um dos acoplamentos principais é o da pressão e velocidade.

A natureza segregada do processo de solução requer que cada variável tenha uma equação evolutiva para ser avançada. Pode-se perceber que para o nosso sistema de equações, as variáveis u , v , w e T podem ser avançadas pela equação do movimento em cada direção e pela equação da energia, respectivamente. Para avançar a pressão, as coisas não são tão claras assim e dependem de o escoamento

ser compressível ou incompressível. Para cada um desses escoamentos existe uma formulação adequada para atacar o problema.

4.2.1. Formulação Compressível Incompressível

Considere-se um escoamento tridimensional com transferência de calor onde existem cinco equações a serem resolvidas: conservação da massa, uma equação do movimento em cada direção e a equação da energia. As incógnitas são ρ , p , T , u , v , w .

Se ρ tem significativa variação com p , então a equação de estado, relacionando ρ com p e T , é a equação empregada para o fechamento do problema. Portanto, a equação de estado, neste caso, é a equação evolutiva para a pressão, enquanto que a continuidade é para a massa específica. Esta formulação, onde cada uma das variáveis dependentes possui sua respectiva equação de evolução, é chamada de formulação compressível.

O procedimento de solução pela formulação compressível está exibido logo abaixo, e em princípio, qualquer problema compressível pode ser resolvido por esse método, avançando a solução de um tempo t para um tempo $t+\Delta t$.

Os valores das variáveis no instante t são conhecidos através das condições iniciais reais do problema (transiente real) ou através de uma estimativa que dá início ao processo iterativo (transiente distorcido). Formulação compressível:

1. Calcular ρ no instante $t+\Delta t$, usando a equação da continuidade.
2. Calcular a temperatura a partir da equação da energia.
3. Com ρ e T calcular a pressão através da equação de estado.
4. Calcular as velocidades através das equações do movimento para cada direção.
5. Reiniciar em 1 e avançar a solução para um novo intervalo de tempo até atingir o regime permanente (transiente real) ou até atingir a convergência (transiente distorcido).

Se a massa específica não varia significativamente com a pressão, ou seja, $\rho=p(T)$ ou $\rho = \text{constante}$, a formulação incompressível é utilizada.

A dificuldade que surge é que, assim procedendo, a equação de estado passa a ser uma equação para ρ , e a pressão passa a não possuir uma equação evolutiva, aparecendo sua influência através de seu gradiente nas equações do movimento. Os gradientes nas três direções devem ser combinados para a determinação da pressão. Esta é a dificuldade, extrair p das equações do movimento de forma que as velocidades obtidas satisfaçam a conservação de massa.

A equação de conservação de massa, por sua vez, não serve de equação evolutiva para nenhuma variável e passa a ser, apenas, uma restrição que deve ser obedecida pelo campo de velocidades. Formulação incompressível:

1. Fornecer os valores iniciais das variáveis dependentes.
2. Calcular T , usando a equação da energia.
3. Calcular ρ , usando $\rho = \rho(T)$, ou $\rho = \text{constante}$.
4. Calcular p . Um algoritmo para a determinação de p deve ser utilizado.
5. Calcular as componentes do vetor velocidade, usando as equações do movimento.
6. Verificar se as velocidades satisfazem a equação da conservação da massa. Caso não satisfaçam, voltar ao item 4 e recalcular a pressão. Interar dentro dos itens 4-5-6 até que a equação da continuidade seja satisfeita.
7. Como a temperatura depende das velocidades, voltar ao item 2 e recomeçar o processo.
8. Após a convergência, avançar novo intervalo de tempo, até que o regime permanente seja alcançado.

Como se pode perceber, a questão-chave da solução é a interação 4-5-6, onde está envolvida a criação de um algoritmo especial para o cálculo da pressão. Também parece lógico que a equação da conservação da massa deverá ser transformada em uma equação na qual a variável pressão não apareça. Assim fazendo, ao determinar-se p , a conservação da massa será satisfeita.

4.2.2. Método SIMPLE

O método SIMPLE (*Semi IMPLICIT Linked Equations*), desenvolvido por Patankar e Spalding, escreve a pressão como a soma da melhor estimativa da pressão disponível, p^* , mais uma correção p' que é calculada de maneira a satisfazer a equação da continuidade, ou seja, $p = p^* + p'$.

A seqüência de cálculo envolve dois passos distintos: no primeiro, as velocidades são corrigidas de maneira a satisfazer a equação da conservação de massa; e, no segundo, as pressões são avançadas, para completar o ciclo iterativo.

Um detalhe importante do método SIMPLE de acoplamento pressão-velocidade, que usa equações de correção de velocidades, é que a solução do problema não depende das equações de correção, uma vez que as mesmas são equações auxiliares e não fazem parte do sistema de equações que está sendo resolvido. A influência das mesmas está na taxa de convergência. Por esta razão, é aconselhável ter uma equação de correção originária das equações que queremos resolver.

Uma das vantagens do método SIMPLE é o fato de não ser necessária a solução de um sistema linear para determinar a pressão. Entretanto, a velocidade de convergência é pequena.

4.2.3. Outros métodos de interpolação

Outros métodos consagrados e também disponíveis no Fluent são o SIMPLER, SIMPLEC e PISO, dentre outros. Porém, em todas as simulações deste projeto utilizou-se apenas o método SIMPLE, especificado acima.

5. GERAÇÃO DE MALHAS

Uma malha de um domínio, Ω , é definida por um conjunto, T_h , que consiste de um número finito de segmentos em uma dimensão, segmentos, triângulos e quadriláteros em duas dimensões e os elementos anteriores mais tetraedros, pentaedros e hexaedros em três dimensões. Os elementos, K , de tal malha devem satisfazer a um certo número de propriedades que serão introduzidas a seguir. A primeira diz respeito à *conformidade*, de acordo com a definição:

Definição: T_h é uma malha conforme de Ω se as seguintes condições são satisfeitas:

1. $\overline{\Omega} = \bigcup_{K \in T_h} K$
2. Todos os elementos de T_h têm interior de área (no caso bidimensional) ou volume (no caso tridimensional) não nulos
3. A interseção de dois elementos quaisquer de T_h se enquadra em um, e apenas um, dos seguintes casos:
 - conjunto vazio
 - um ponto comum aos dois elementos
 - uma aresta comum aos dois elementos
 - uma face comum aos dois elementos

Se T_h é uma malha conforme, então dizemos que ela representa Ω de maneira conforme quanto a aspectos geométricos. Na prática, T_h é um particionamento de Ω , tão preciso quanto possível. Quando Ω não é um domínio poligonal (ou poliedral), T_h será apenas uma discretização aproximada do domínio.

Os elementos constituintes de uma malha devem geralmente satisfazer algumas propriedades específicas:

Propriedades geométricas:

- A variação dimensional entre dois elementos adjacentes tem que ser progressiva e descontinuidades de elementos para elementos não podem ser muito abruptas.
- A densidade de elementos em regiões de gradientes elevados de alguma grandeza envolvida no problema deve ser alta.

- Quando os elementos são do tipo triangular, deve-se evitar a presença de ângulos obtusos nos elementos.
- Os elementos devem se adequar às características anisótropicas do problema.

Propriedades de natureza física:

Essas propriedades estão fortemente ligadas aos aspectos físicos do problema em consideração. A configuração geral e individual dos elementos deve ser definida de acordo com o comportamento do problema.

Existem numerosos algoritmos para a construção de malhas bidimensionais e tridimensionais. A escolha do método está fortemente ligada à geometria do domínio considerado. As malhas geradas podem ser agrupadas em duas classes principais: *malhas estruturadas* e *malhas não-estruturadas*. Uma malha é chamada de estruturada se sua conectividade é do tipo de diferenças finitas. Uma malha é chamada de não-estruturada se sua conectividade é de qualquer outro tipo. Por *conectividade* de uma malha entendemos a definição da conexão entre seus vértices, em outras palavras, a conexão entre os nós globais de uma malha e os nós locais de cada elemento da malha.

Recapitulando os conceitos: para uma malha estruturada, a conectividade entre os nós é do tipo (i, j, k) , isto é, assumindo que índices de um certo nó sejam (i, j, k) , seu vizinho esquerdo terá os índices $((i-1), j, k)$ e seu vizinho direito terá os índices $((i+1), j, k)$. Este tipo de malha é mais apropriado para geometrias simples e simétricas, tais como configurações quadrilaterais e hexaedrais. Para geometrias mais complexas, é necessário um tratamento especial para que este tipo de estruturação seja concebido. O presente trabalho lida com simulações que utilizam malhas não estruturadas, que por sua vez apresentam menos restrições geométricas, mas tem um custo computacional maior.

Podemos ainda dividir os diferentes algoritmos de geração de malha em sete classes:

Métodos manuais ou semi-automáticos: adequados para geometrias relativamente simples. Estão nessa classe os métodos enumerativos, nos quais os pontos, arestas, faces e elementos que compõe a malha são dados explicitamente; e métodos apropriados para situações geométricas particulares, como formas

cilíndricas e hexaedrais, os quais usam propriedades específicas da geometria explicitamente e a conectividade é conhecida “*a priori*”.

Métodos que utilizam mapeamento: constroem a malha a partir do mapeamento, através de uma transformação conforme de um domínio, de uma malha de geometria simples.

Métodos baseados na solução de um sistema de equações diferenciais a derivadas parciais: essa abordagem se assemelha à segunda, mas aqui a função de mapeamento não é dada a princípio, mas é computada a partir da resolução de equações diferenciais a derivadas parciais, de forma a satisfazer certas propriedades de interesse, tais como densidade de elementos e ortogonalidade.

Métodos baseados na deformação e modificação local de uma malha: este método aplica-se principalmente a malhas de fácil obtenção, do tipo *quadtree*, em casos bidimensionais, ou *octree*, para casos tridimensionais. Nestes casos o domínio está encerrado num quadrilátero ou num paralelepípedo que é dividido em subconjuntos na forma de caixas. Esses subconjuntos são construídos pela decomposição baseada em uma árvore quaternária (para dimensão 2) ou árvore octal (dimensão 3). A rede resultante é então utilizada para criar a malha desejada.

Métodos que derivam a malha final, elemento por elemento, dos dados do contorno: basicamente existem duas abordagens: métodos de frente progressiva (“*advancing front methods*”) e algoritmos baseados na construção de Voronoï-Delaunay. Estes métodos criam nós internos e elementos, começando da fronteira do domínio. Esta fronteira pode ser dada de maneira global (por exemplo, definidos de forma analítica) ou de maneira discreta (como uma lista de arestas de faces triangulares). Esta classe de métodos é de particular interesse neste trabalho, pois é a que o software de geração de malhas utilizado (Gambit) emprega.

Métodos que utilizam a composição de malhas de subconjuntos baseados na modificação geométrica ou topológica dessas malhas: neste caso, as malhas dos subconjuntos podem ser obtidas por qualquer um dos métodos anteriores. O problema é então dividido em um conjunto de “sub-problemas” de menor complexidade, que são então resolvidos por uma ou mais classes das anteriormente citadas e o resultado final é então obtido por transformações e a adição dos resultados parciais.

Assim sendo, percebe-se que as principais diferenças entre os algoritmos de geração de malhas estão na generalidade do método, principalmente com relação à geometria, e a variedade, quantidade e forma dos dados que tem que ser fornecida ao algoritmo.

O estabelecimento da noção de malha de tal forma que esta seja conveniente em termos da computação futura precede a escolha do método geral de concepção da malha. Escolhido o método, existem diferentes maneiras pelas quais ele pode ser implementado, porém deixaremos isto de lado já que não faz parte do escopo do presente trabalho.

A conclusão a que se chega é que o processo de simulação e obtenção de resultados coerentes está fortemente ligado ao tipo de malha criada, à distribuição de nós na geometria e à própria geometria em si. Portanto, o processo é muito iterativo.

6. MODELOS DE TURBULÊNCIA

Para escoamentos turbulentos, as equações de conservação das quantidades diferem daquelas para escoamento laminar a fim de descrever as flutuações turbulentas de velocidade e quantidades escalares. Vão ser apresentados um procedimento (média no tempo) e um modelo para fechar o conjunto de equações que regem o comportamento do fluido.

Há vários tipos de modelos de turbulência, cada qual com a sua particularidade e uso em aplicações específicas, sendo que dentre os modelos presentes no Fluent, podemos citar: método das tensões de Reynolds, método Spalart-Allmaras, $k-\varepsilon$, $k-\omega$, etc.

Para escoamentos de altas velocidades, recomenda-se o Spalart-Allmaras e, portanto, utilizaremos este modelo para as simulações.

6.1. Modelo Spallart-Almaras modificado

O Spalart-Allmaras modificado (DES = Detached Eddy Simulation) é um modelo especialmente útil no estudo de escoamentos com alto número de Reynolds (escoamentos subsônicos e supersônicos) designado para aplicações aeroespaciais.

Basicamente, este modelo se utiliza da equação da variável de transporte $\tilde{\nu}$ (viscosidade cinemática turbulenta) além da equação da continuidade e da energia.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \tilde{\nu} u_j) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_\nu} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + \rho \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2} \rho \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_\nu + S_\nu \quad (32)$$

onde:

G_ν é a produção de viscosidade turbulenta

Y_ν é a destruição da viscosidade turbulenta que ocorre na região perto da parede devido à blocagem da mesma e ao amortecimento viscoso.

σ_ν e C_{b2} Constantes

S_ν É um termo fonte definido pelo usuário (ignorado na estimativa da tensão de Reynolds)

7. SIMULAÇÕES

Partindo do trabalho de Telles (2003), selecionou-se o combustível como sendo uma mistura de 67% de zinco e 33 % de enxofre, em massa. A reação química de combustão é dada por:

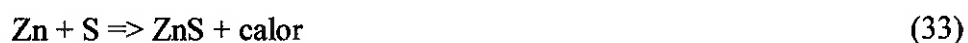


TABELA II – Propriedades do combustível selecionado

PROPRIEDADE	VALOR
Taxa de Queima	200,0 a 340 cm/s
Velocidade efetiva de exaustão	491,7m/s
k	1,25
Temperatura adiabática de chama	1426,7°C (1699,7K)
Massa molecular	44,20 kg /mol

O tipo de grão selecionado é o cigar ou rod, conforme ilustrado na fig.3 anterior. Assim, pode-se alcançar uma pressão de combustão de 40 bar e uma temperatura de 1586K na câmara de combustão. Estes são os dados iniciais para começar o projeto do bocal.

7.1. Simulações Iniciais do Bocal

O bocal utilizado no trabalho anterior é mostrado na figura abaixo.

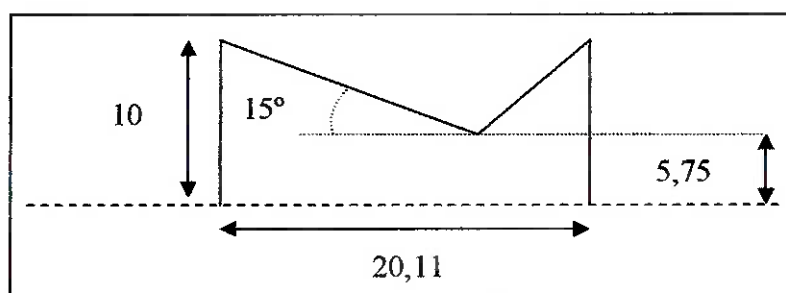


Fig. 7 – Bocal utilizado no trabalho anterior

Este bocal é bem simples de construir, porém, há uma série de problemas com ele. Para começar, a seção divergente deve ser mais longa para permitir a formação das linhas de Prandtl-Meyer suaves. O ideal realmente é que ela tivesse a forma de sino e que o ângulo da parede divergente não fosse maior que 18° , segundo Pimenta (informação pessoal). A parte do difusor e da garganta também devem ser arredondadas, seguindo a recomendação de uma fonte especializada, como Shapiro (1953).

Inicialmente, simularam-se vários casos da geometria proposta acima, variando-se o diâmetro na garganta. A malha utilizada na simulação é bidimensional, estruturada e contém cerca de 800 elementos. Simulou-se meia geometria (fig. 8) que contém uma aresta de simetria, o que permite ao solver entender a geometria como a da figura 9.

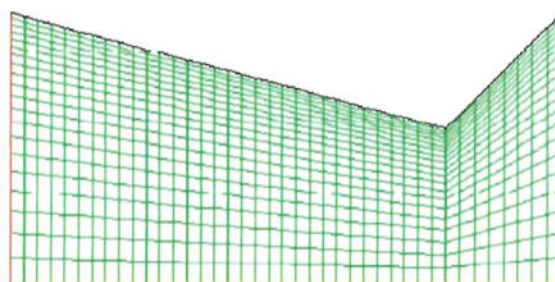


Fig. 8 – Malha de metade da geometria básica.

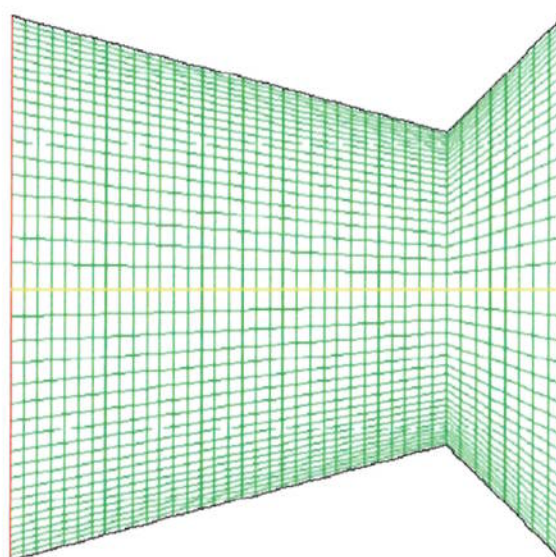


Fig. 9 – Malha criada pelo rebatimento em torno do eixo x.

A aresta de entrada é definida como *pressure inlet*, e a saída como *pressure outlet*, sendo que informa-se as pressões admitidas e as temperaturas. As equações são resolvidas implicitamente e acopladas, com o modelo de turbulência sendo o Spalart-Allmaras e interpolações de segunda ordem.

Obteve-se então, os contornos para a pressão, velocidade e número de Mach para este bocal.

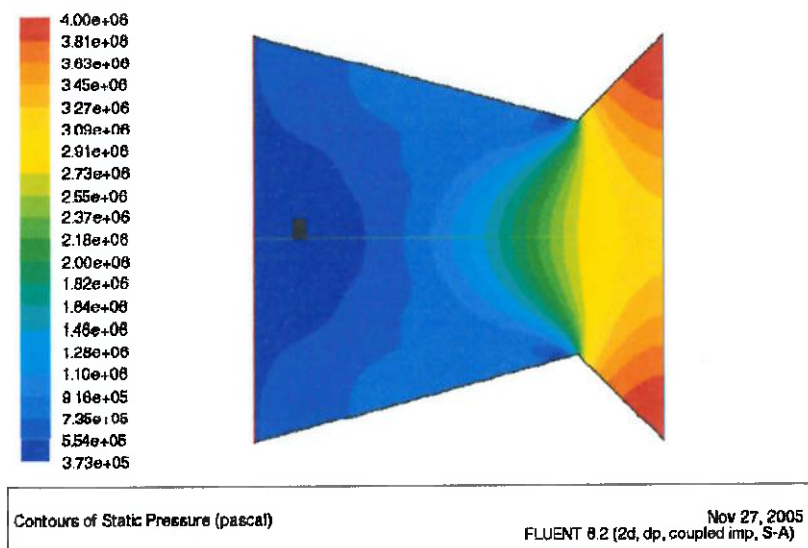


Fig. 10 – Contornos de pressão para a geometria básica.

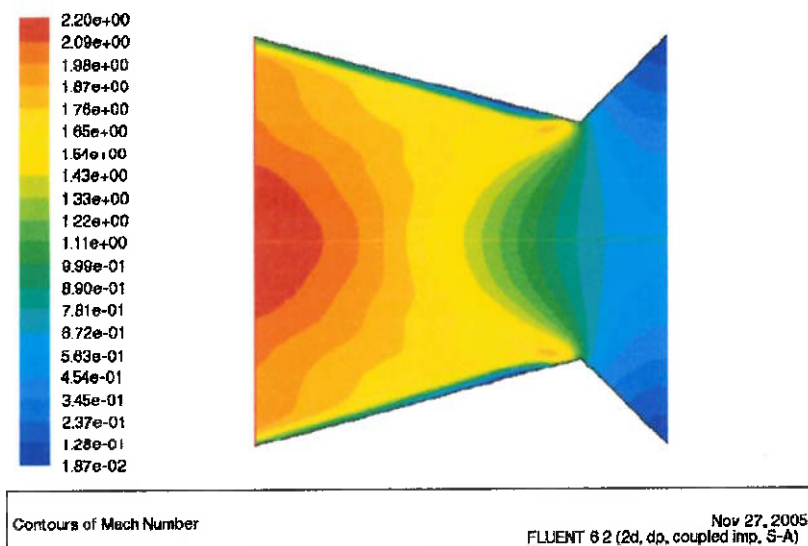


Fig. 11 – Contornos de número de Mach para a geometria básica.

A partir da equação 8 desenvolvida no capítulo 3, pode-se calcular o número de Mach teórico, que é de 2,63. Percebe-se portanto, que a geometria acima fica aquém deste resultado, pois o número de Mach máximo obtido é de 2,20 e somente numa porção central.

Com o intuito de verificar se houve problemas com a simulação ou devido às hipóteses de simulação em duas dimensões, realizou-se para o mesmo bocal, duas outras simulações. Uma, bidimensional considerando-se o eixo de simetria como sendo axis-simétrico, de forma que o software entenda que se trata de uma geometria tridimensional (fig. 12). A outra foi a simulação tridimensional da mesma geometria rotacionada em torno do eixo horizontal.

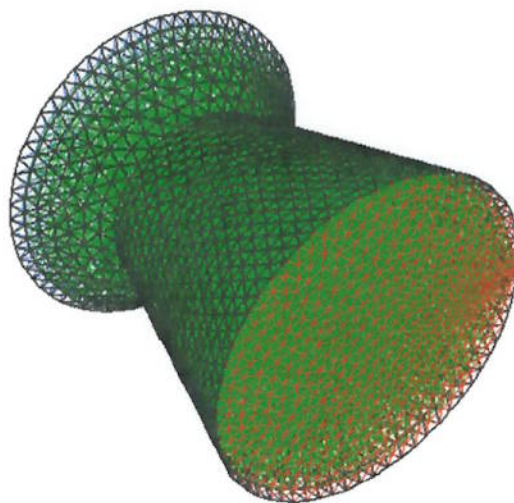


Fig. 12 – Malha tridimensional da geometria básica.

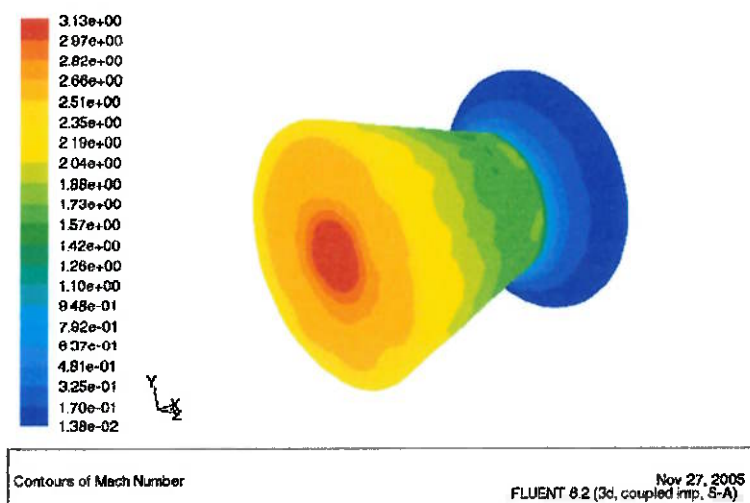


Fig. 13 – Contornos de Mach na geometria básica tridimensional.

Na fig. 13 acima, pode-se perceber que o valor obtido para o número de Mach foi melhor do que na simulação bidimensional, se levarmos em conta a média do número de Mach na saída. Porém, ainda nota-se que a zona central é pequena, o que sugere um problema com a geometria. A simulação bidimensional considerando o bocal com simetria axial apresentou resultados semelhantes à simulação tridimensional, como pode-se ver pela figura 14.

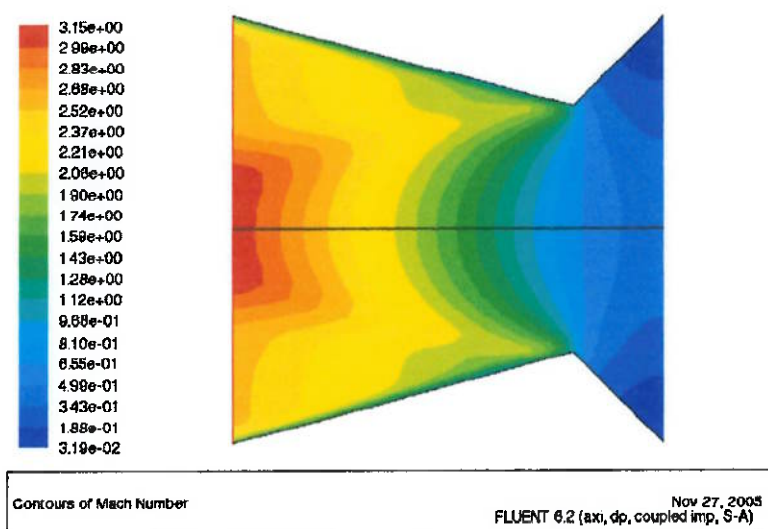


Fig. 14 – Contornos de Mach na geometria básica com simetria axis.

Realizando-se uma série de simulações para avaliar o efeito do diâmetro da garganta, pode-se traçar o gráfico da figura 15 abaixo através da tabela III.

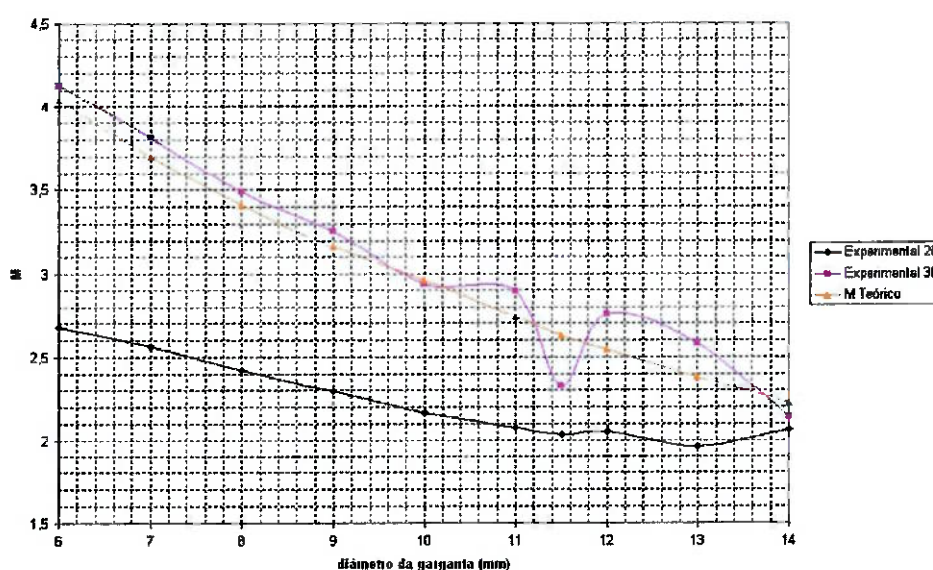


Fig. 15 – Comparações entre as simulações e o cálculo teórico.

TABELA III – Valores simulados e calculados do bocal

garganta d (mm)	M_{simulado}		A3/A3*	$M_{\text{teórico}}$
	2d	3d		
14,0	2,06	2,14	2,0408	2,22
13,0	1,96	2,58	2,3669	2,38
12,0	2,05	2,76	2,7778	2,55
11,5	2,03	2,33	3,0246	2,63
11,0	2,08	2,90	3,3058	2,74
10,0	2,17	2,94	4,0000	2,96
9,0	2,30	3,26	4,9383	3,16
8,0	2,43	3,49	6,2500	3,41
7,0	2,57	3,86	8,1633	3,70
6,0	2,68	4,13	11,1111	4,04

Percebe-se pelo gráfico e pela tabela, que as simulações puramente bidimensionais não são suficientes para prever o número de Mach na saída. Quanto às simulações com simetria axial, estas dão bom resultado do número de Mach médio na saída.

Os desvios podem ser explicados pelo tipo de geometria que se está utilizando. O canto vivo da garganta trás uma série de problemas, dentre eles o descolamento da camada limite e por isso, observamos estas discrepâncias.

7.2. Bocal Melhorado

Segundo recomendações do Prof. Dr. Marcos Pimenta, do departamento de Engenharia Mecânica da Escola Politécnica, realizaram-se algumas modificações no bocal de forma a melhorar a geometria. Considerou-se um diâmetro de 10 mm, pois este já é suficiente para bloquear o bocal e para produzir vazão e Mach na saída satisfatórios. Após definido isso, alterou-se as dimensões básicas do mesmo. As seções do bocal e do difusor ficaram com um comprimento total de 30 mm e foram feitos os arredondamentos necessários. Na figura 16 a seguir pode-se visualizar a geometria com a malha, contendo 38.144 células tetraédricas.

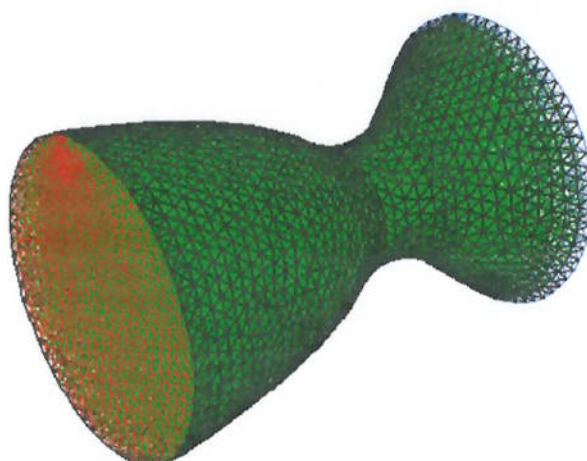


Fig. 16 – Geometria melhorada com malha não-estruturada.

Utilizando-se as condições de contorno e definições anteriores, simulou-se a geometria acima. Após 1400 iterações a solução convergiu

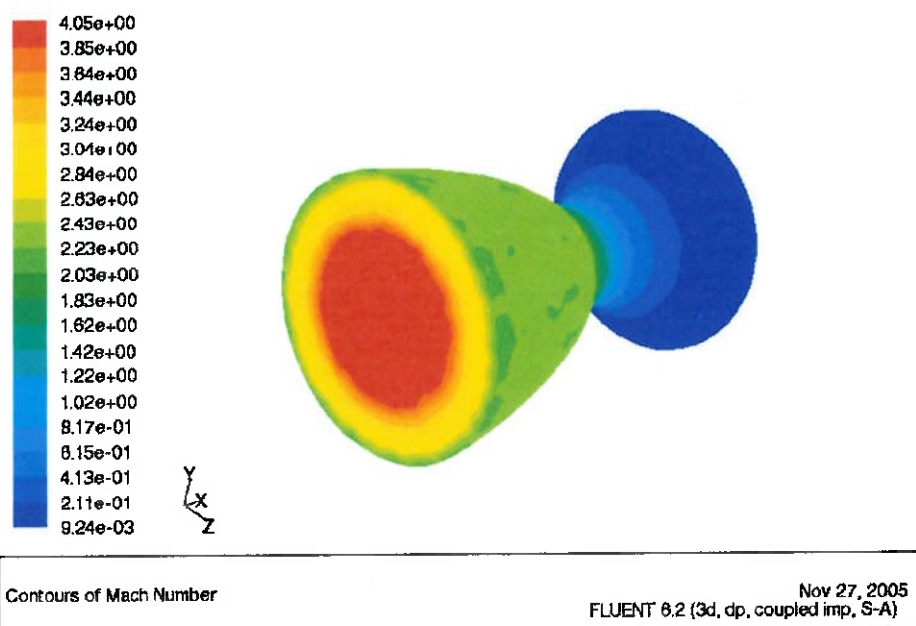


Fig. 17 – Contornos do número de Mach para a geometria melhorada.

Pelas figuras 17 e 18, pode-se perceber que a nova geometria realmente melhorou o escoamento, já que o número de Mach está mais homogêneo na seção de saída.

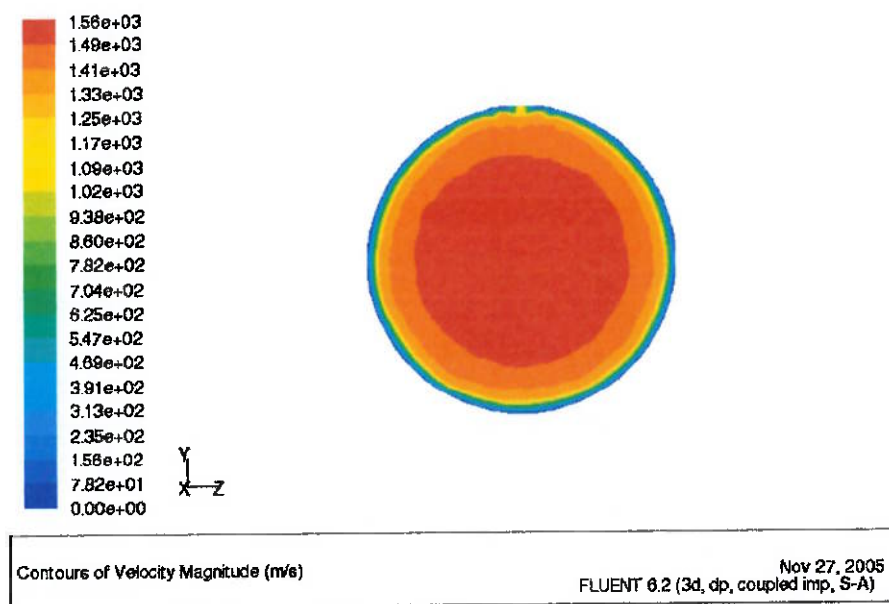


Fig. 18 – Velocidade na seção de saída.

7.3. Simulações do foguete

A partir das considerações de projeto de foguetes contidas nos sites indicados nas referências (especialmente nos sites listados no final), definiu-se a geometria do foguete como sendo a mostrada na figura 19.

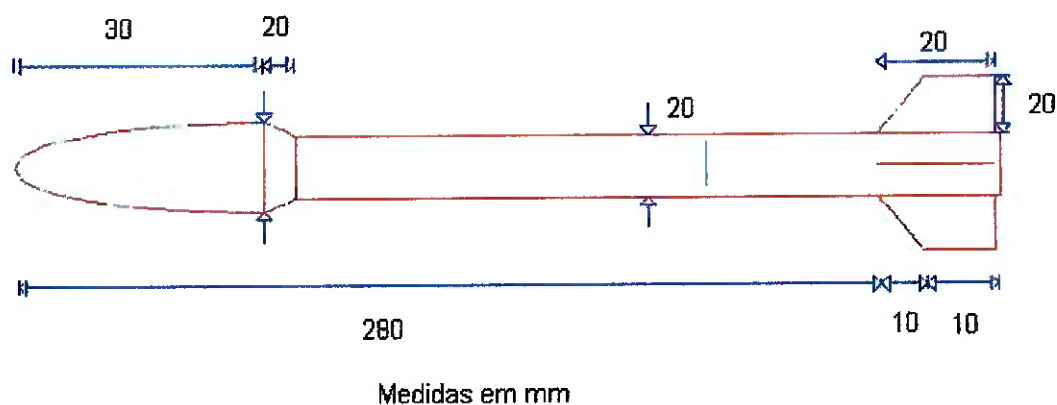


Fig. 19 – Geometria básica do foguete.

A parte da ogiva tem este formato com o objetivo de aumentar o espaço interno para a colocação do pára-quedas. As aletas foram projetadas de forma

simples e colocadas o mais próximo da tubeira para que o foguete tenha melhor estabilidade.

Primeiramente simulou-se a referida geometria sem as aletas em escoamento invíscido. Após acertar os parâmetros, simulou-se a geometria inteira para escoamentos turbulentos, com Mach 0,4 (obtido através de um cálculo preliminar da velocidade máxima do foguete).

Nas figuras 20 e 21 a seguir podem ser visualizadas as malhas nas superfícies do foguete.

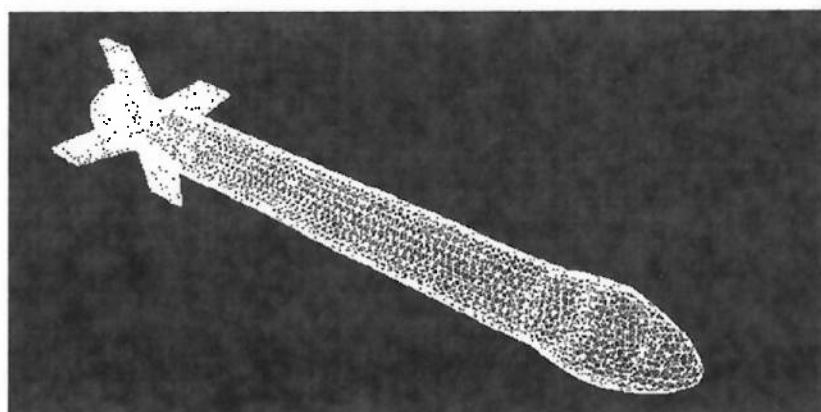


Fig. 20 – Geometria básica do foguete.

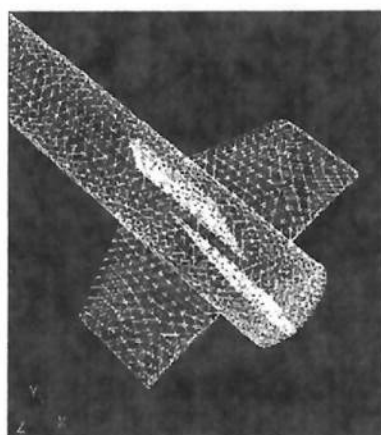


Fig. 21 – Geometria básica do foguete.

As malhas tridimensionais contém aproximadamente 500 mil elementos. Na figura 22 pode-se visualizar o campo de velocidades ao redor do foguete sem as aletas e na figura 23, do mesmo com aletas.

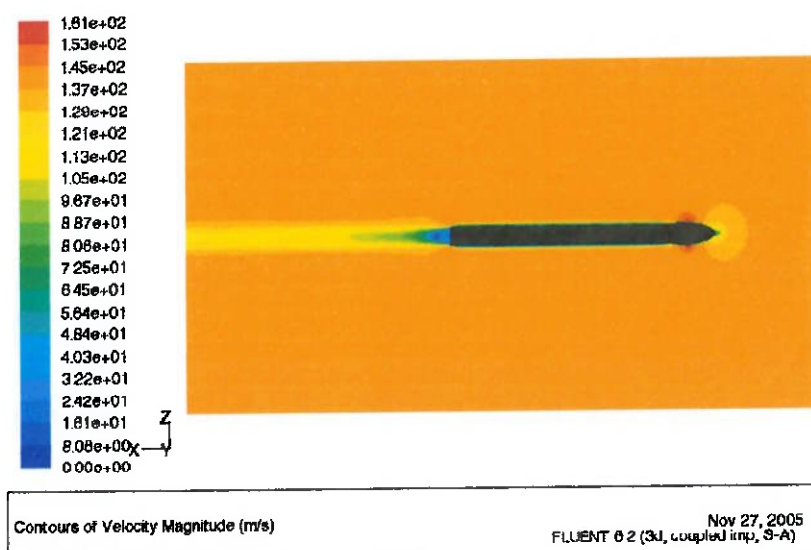


Fig. 22 – Velocidade no corpo do foguete sem aletas.

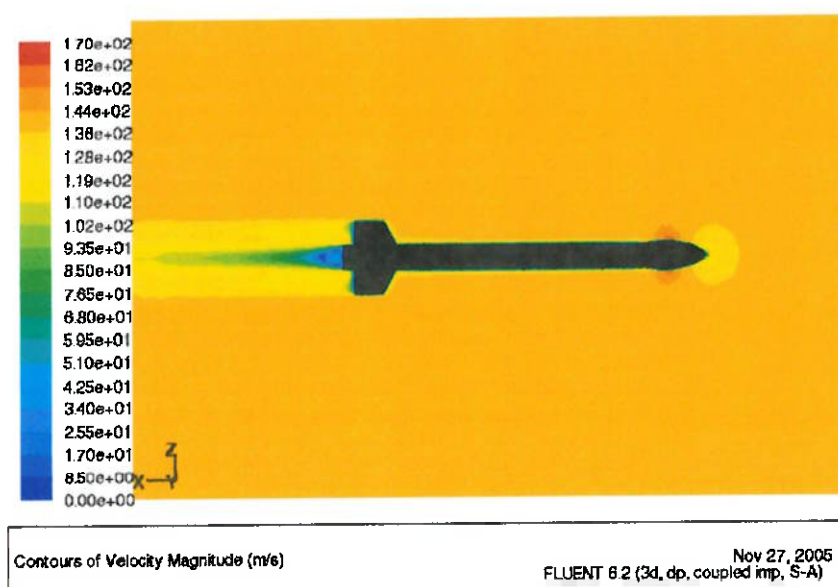


Fig. 23 – Velocidade em torno do foguete com aletas.

Na figura 24 pode-se ter uma idéia da vorticidade gerada pela estrutura e na figura 25, pode-se visualizar os contornos de pressão no corpo do foguete.

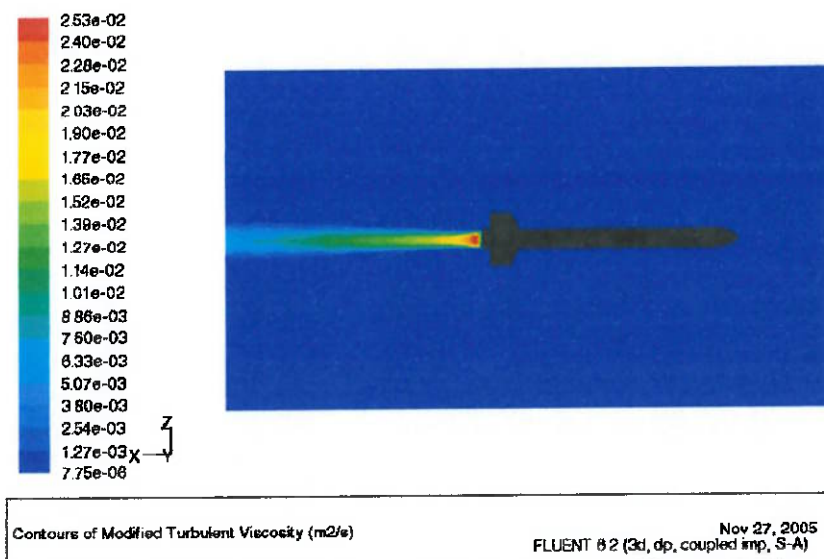


Fig. 24 – Contornos de viscosidade turbulenta.

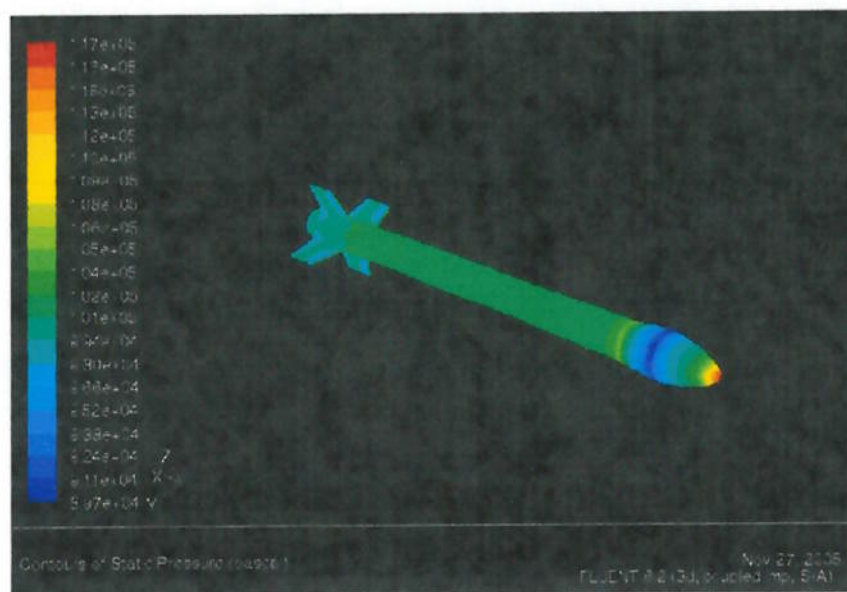


Fig. 25 – Contornos de pressão na parede do foguete.

Através das simulações, pode-se obter o valor do coeficiente de arrasto para cada um dos casos. Estudou-se quatro casos: geometria sem aletas em escoamento invíscido e turbulento com o modelo spalart e geometria com aletas nos modelos kw e spalart.

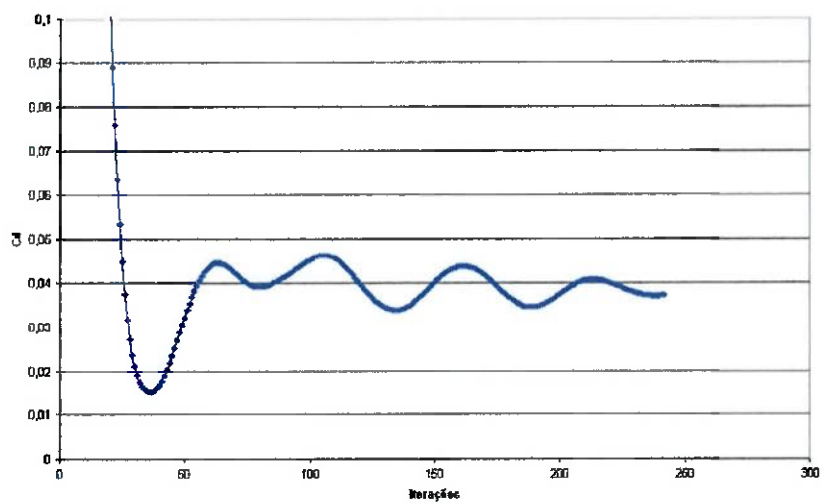


Fig. 26 – Convergência de C_d para geometria simples invíscida.

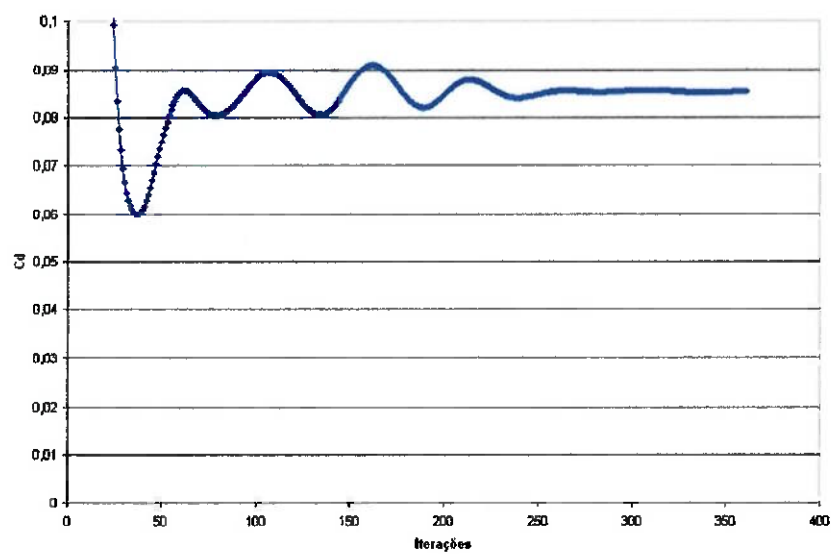


Fig. 27 – Convergência de C_d para geometria simples com modelo Spallart.

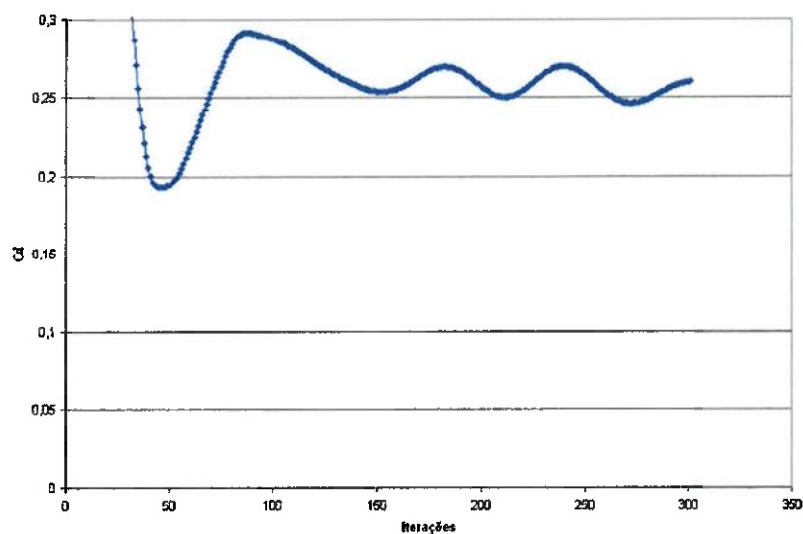


Fig. 28 – Convergência de Cd para geometria final com modelo k-w.

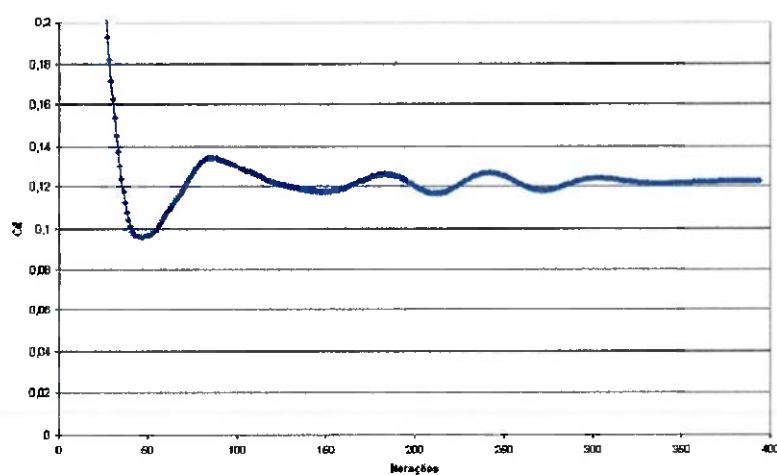


Fig. 29 – Convergência de Cd para geometria final com modelo Spalart.

Podem-se observar os seguintes resultados:

TABELA IV – Valores obtidos para o Cd

Modelo	Cd
Inviscido (sem aletas)	0,03
Spalart (sem aletas)	0,08
Spalart (com aletas)	0,12
K-w (com aletas)	0,25

As simulações apresentaram valores coerentes, como ressalva para o modelo k-w que demorou muito mais que os outros para convergir e apresentou um valor muito maior para o coeficiente. Era de se esperar isto, já que o modelo Spalart foi desenvolvido especialmente para aplicações aeronáuticas. Quanto às simulações invíscidas, o arrasto obtido pode ser atribuído a erros numéricos.

No entanto, verifica-se que não é possível observar a perda de estabilidade do foguete sem as aletas, através de CFD. A única coisa que se percebe é que sem as aletas o arrasto é menos, como se deve esperar. Porém, ensaios práticos provam a necessidade de uso destes dispositivos. Acredita-se que as forças que provocam essas instabilidades, por serem muito pequenas, acabam sendo negligenciadas devido a erros numéricos da solução.

No final deste item, há dados suficientes para calcular o empuxo médio do foguete.

Considerando o cálculo teórico, consegue-se um Mach de 2,2 na seção de saída.

Da tabela isoentrópica, obtém-se também:

$$p / p_0 = 0,0935 \quad \rho / \rho_0 = 0,1841 \quad T / T_0 = 0,5081$$

Dai é possível calcular:

$$T_3 = 807,37 \text{ K}$$

$$P_3 = 3,74 \text{ bar}$$

$$a_3 = \sqrt{k.R.T} = 569,56 \text{ m/s}$$

$$V_3 = 1253 \text{ m/s}$$

A densidade do combustível foi admitida² como sendo 1458,7 kg/m³ e a velocidade de queima sendo 320 cm/s. Logo, calculou-se que a massa a ser carregada no foguete devido ao tamanho da câmara de combustão seria de 0,0183kg.

Por fim, da equação da conservação da quantidade de movimento, vem:

$$F = \dot{m} \cdot (V_{saída}) = 5,856 \cdot 569,56 = 7337,57 \text{ N}$$

Comparando-se este empuxo médio com o obtido por Telles (2003), que é em torno de 2700N, verifica-se que o empuxo obtido por esta nova configuração é 171% maior.

² www.space-rockets.com/solidprop/micrograin.htm

8. INDICAÇÕES PARA A CONTINUIDADE DO TRABALHO

A partir deste ponto, tendo o projeto preliminar tendo sido concluído juntamente com o projeto aerodinâmico, o próximo passo é definir os materiais a serem empregados na construção. Esta especificação pode ser realizada através de simulações em elementos finitos da câmara de combustão.

Após isso, define-se o peso da estrutura e juntando com os dados obtidos neste trabalho, pode-se calcular todas as forças agindo no foguete e com isso fazer uma simulação da altitude máxima alcançada.

Seria interessante também simular o protótipo no Canal de Água Circulante do NDF e utilizar a tecnologia de PIV (*Particle Image Velocimeter*) para tentar pegar as sutilezas que passaram despercebidas pela simulação numérica. Além do mais, em um canal de água é mais fácil medir certos fenômenos do que no ar, bastando uma análise de semelhança para obter o valor corrigido para o ar.

9. CONCLUSÃO

O projeto de um foguete encontra uma série de barreiras ao seu desenvolvimento. Uma delas diz respeito à fonte de informações, já que os materiais combustíveis usados em foguetes podem também ser utilizados como explosivos. Logo, encontrar dados relevantes a respeito consome muito tempo em pesquisas e alguns deles acabam sendo estimados.

Levou bastante tempo para acertar as condições no software e obter as soluções apropriadas. As simulações iniciais apresentavam choques e as geometrias tiveram que ser revistas. Para altos números de Mach, o solver fica mais sensível e a solução pode muitas vezes divergir se não forem tomados os cuidados apropriados.

Pode-se perceber que o trabalho anterior não teve muito interesse no dimensionamento do bocal. Soluções foram testadas e uma geometria nova foi criada, a qual apresentou melhores resultados na simulação.

É interessante notar que as simulações de bocais devem ser feitas tridimensionalmente ou através de simetria axial para obter resultados mais coerentes.

Quanto à definição da geometria externa, esta recebeu algumas alterações de tamanho (alongamentos e arredondamentos) e foram simuladas aletas para garantir um bom desempenho em voo.

No final das simulações, realizou-se um cálculo para obter o empuxo médio do foguete e percebeu-se que ele possui um empuxo maior do que no trabalho anterior. Isso significa que a eficiência foi realmente melhorada e que o foguete atingirá uma maior altura.

Apesar de todas essas novas informações obtidas, o projeto ainda não foi acabado. Resta dar enfoque em outras áreas – principalmente em estruturas e materiais – para que se possa juntar as informações e finalizá-lo, ficando talvez como ponto de partida para outro estudo.

10. BIBLIOGRAFIA

APSLEY, D. **Introduction to CFD**. Apostila. 2003.

Caminhos do Conhecimento, Um Guia para a Juventude. São Paulo: Encyclopaedia Britannica do Brasil, 1992. v1.

Enciclopédia Barsa. Rio de Janeiro: São Paulo: Encyclopaedia Britannica do Brasil, 1990. v7.

KAMINSKI, P.C. **Desenvolvendo Produtos com planejamento, criatividade e qualidade**. Rio de Janeiro: LTC, 2000. 132p.

PIMENTA, M. M. **Introdução à Dinâmica dos Gases**. Apostila – Escola Politécnica da USP. São Paulo: 1981.

SHAPIRO, A. H. **The Dynamics and Thermodynamics of COMPRESSIBLE FLUID FLOW**. New York: The Ronald Press Co., 1953. v1.

TELLES, B. **Simulação e otimização do uso de foguetes de combustível sólido**. 2003. 40p. Tese de graduação – Escola Politécnica da USP. São Paulo, 2003.

WHITE, F. M. **Mecânica dos Fluidos**. Rio de Janeiro: McGraw Hill, 2002. 4ª ed.

ZUCROW, M. J. **Aircraft and Missile Propulsion**. John Wiley & sons, 1958.

11. SITES RECOMENDADOS

Richard Nakka's experimental rocketry web site

<http://www.nakka-rocketry.net/>

WildMan Rocketry

<http://www.wildmanrocketry.com/>

Foguete.org

<http://www.foguete.org/brasil.html>

Rocket Propellants

<http://www.braeunig.us/space/propel.htm#solid>

Rocket Fundamentals by Michael Griffin

<http://fti.neep.wisc.edu/neep533/SPRING2004/lecture32.pdf>

Indios Pirotecnia

<http://www.indios.com.br>

APÊNDICE I – TABELAS DE ESCOAMENTO ISOENTRÓPICO

TABELA DE ESCOAMENTO ISOENTRÓPICO $\gamma / K = 1,4$				
M	p/p_0	ρ/ρ_0	T/T_0	A/A^*
0	1,0000	1,0000	1,0000	∞
0,02	0,9997	0,9998	0,9999	28,9421
0,04	0,9989	0,9992	0,9997	14,4815
0,06	0,9975	0,9982	0,9993	9,6659
0,08	0,9955	0,9968	0,9987	7,2616
0,1	0,9930	0,9950	0,9980	5,8218
0,12	0,9900	0,9928	0,9971	4,8643
0,14	0,9864	0,9903	0,9961	4,1824
0,16	0,9823	0,9873	0,9949	3,6727
0,18	0,9776	0,9840	0,9936	3,2779
0,2	0,9725	0,9803	0,9921	2,9635
0,22	0,9668	0,9762	0,9904	2,7076
0,24	0,9607	0,9718	0,9886	2,4956
0,26	0,9541	0,9670	0,9867	2,3173
0,28	0,9470	0,9619	0,9846	2,1656
0,3	0,9395	0,9564	0,9823	2,0351
0,32	0,9315	0,9506	0,9799	1,9219
0,34	0,9231	0,9445	0,9774	1,8229
0,36	0,9143	0,9380	0,9747	1,7358
0,38	0,9052	0,9313	0,9719	1,6587
0,4	0,8956	0,9243	0,9690	1,5901
0,42	0,8857	0,9170	0,9659	1,5289
0,44	0,8755	0,9094	0,9627	1,4740
0,46	0,8650	0,9016	0,9594	1,4246
0,48	0,8541	0,8935	0,9559	1,3801
0,5	0,8430	0,8852	0,9524	1,3398
0,52	0,8317	0,8766	0,9487	1,3034
0,54	0,8201	0,8679	0,9449	1,2703
0,56	0,8082	0,8589	0,9410	1,2403
0,58	0,7962	0,8498	0,9370	1,2130
0,6	0,7840	0,8405	0,9328	1,1882
0,62	0,7716	0,8310	0,9286	1,1656
0,64	0,7591	0,8213	0,9243	1,1451
0,66	0,7465	0,8115	0,9199	1,1265
0,68	0,7338	0,8016	0,9153	1,1097
0,7	0,7209	0,7916	0,9107	1,0944
0,72	0,7080	0,7814	0,9061	1,0806
0,74	0,6951	0,7712	0,9013	1,0681
0,76	0,6821	0,7609	0,8964	1,0570
0,78	0,6691	0,7505	0,8915	1,0471
0,8	0,6560	0,7400	0,8865	1,0382
0,82	0,6430	0,7295	0,8815	1,0305
0,84	0,6300	0,7189	0,8763	1,0237
0,86	0,6170	0,7083	0,8711	1,0179
0,88	0,6041	0,6977	0,8659	1,0129

M	p/p_0	ρ/ρ_0	T/T_0	A/A^*
0,9	0,5913	0,6870	0,8606	1,0089
0,92	0,5785	0,6764	0,8552	1,0056
0,94	0,5658	0,6658	0,8498	1,0031
0,96	0,5532	0,6551	0,8444	1,0014
0,98	0,5407	0,6445	0,8389	1,0003
1	0,5283	0,6339	0,8333	1,0000
1,02	0,5160	0,6234	0,8278	1,0003
1,04	0,5039	0,6129	0,8222	1,0013
1,06	0,4919	0,6024	0,8165	1,0029
1,08	0,4800	0,5920	0,8108	1,0051
1,1	0,4684	0,5817	0,8052	1,0079
1,12	0,4568	0,5714	0,7994	1,0113
1,14	0,4455	0,5612	0,7937	1,0153
1,16	0,4343	0,5511	0,7879	1,0198
1,18	0,4232	0,5411	0,7822	1,0248
1,2	0,4124	0,5311	0,7764	1,0304
1,22	0,4017	0,5213	0,7706	1,0366
1,24	0,3912	0,5115	0,7648	1,0432
1,26	0,3809	0,5019	0,7590	1,0504
1,28	0,3708	0,4923	0,7532	1,0581
1,3	0,3609	0,4829	0,7474	1,0663
1,32	0,3512	0,4736	0,7416	1,0750
1,34	0,3417	0,4644	0,7358	1,0842
1,36	0,3323	0,4553	0,7300	1,0940
1,38	0,3232	0,4463	0,7242	1,1042
1,4	0,3142	0,4374	0,7184	1,1149
1,42	0,3055	0,4287	0,7126	1,1262
1,44	0,2969	0,4201	0,7069	1,1379
1,46	0,2886	0,4116	0,7011	1,1501
1,48	0,2804	0,4032	0,6954	1,1629
1,5	0,2724	0,3950	0,6897	1,1762
1,52	0,2646	0,3869	0,6840	1,1899
1,54	0,2570	0,3789	0,6783	1,2042
1,56	0,2496	0,3710	0,6726	1,2190
1,58	0,2423	0,3633	0,6670	1,2344
1,6	0,2353	0,3557	0,6614	1,2502
1,62	0,2284	0,3483	0,6558	1,2666
1,64	0,2217	0,3409	0,6502	1,2836
1,66	0,2151	0,3337	0,6447	1,3010
1,68	0,2088	0,3266	0,6392	1,3190
1,7	0,2026	0,3197	0,6337	1,3376
1,72	0,1966	0,3129	0,6283	1,3567
1,74	0,1907	0,3062	0,6229	1,3764
1,76	0,1850	0,2996	0,6175	1,3967
1,78	0,1794	0,2931	0,6121	1,4175
1,8	0,1740	0,2868	0,6068	1,4390

M	p/p_0	ρ/ρ_0	T/T_0	A/A^*
1,82	0,1688	0,2806	0,6015	1,4610
1,84	0,1637	0,2745	0,5963	1,4836
1,86	0,1587	0,2686	0,5910	1,5069
1,88	0,1539	0,2627	0,5859	1,5308
1,9	0,1492	0,2570	0,5807	1,5553
1,92	0,1447	0,2514	0,5756	1,5804
1,94	0,1403	0,2459	0,5705	1,6062
1,96	0,1360	0,2405	0,5655	1,6326
1,98	0,1318	0,2352	0,5605	1,6597
2	0,1278	0,2300	0,5556	1,6875
2,02	0,1239	0,2250	0,5506	1,7160
2,04	0,1201	0,2200	0,5458	1,7451
2,06	0,1164	0,2152	0,5409	1,7750
2,08	0,1128	0,2104	0,5361	1,8056
2,1	0,1094	0,2058	0,5313	1,8369
2,12	0,1060	0,2013	0,5266	1,8690
2,14	0,1027	0,1968	0,5219	1,9018
2,16	0,0996	0,1925	0,5173	1,9354
2,18	0,0965	0,1882	0,5127	1,9698
2,2	0,0935	0,1841	0,5081	2,0050
2,22	0,0906	0,1800	0,5036	2,0409
2,24	0,0878	0,1760	0,4991	2,0777
2,26	0,0851	0,1721	0,4947	2,1153
2,28	0,0825	0,1683	0,4903	2,1538
2,3	0,0800	0,1646	0,4859	2,1931
2,32	0,0775	0,1609	0,4816	2,2333
2,34	0,0751	0,1574	0,4773	2,2744
2,36	0,0728	0,1539	0,4731	2,3164
2,38	0,0706	0,1505	0,4688	2,3593
2,4	0,0684	0,1472	0,4647	2,4031
2,42	0,0663	0,1439	0,4606	2,4479
2,44	0,0643	0,1408	0,4565	2,4936
2,46	0,0623	0,1377	0,4524	2,5403
2,48	0,0604	0,1346	0,4484	2,5880
2,5	0,0585	0,1317	0,4444	2,6367
2,52	0,0567	0,1288	0,4405	2,6865
2,54	0,0550	0,1260	0,4366	2,7372
2,56	0,0533	0,1232	0,4328	2,7891
2,58	0,0517	0,1205	0,4289	2,8420
2,6	0,0501	0,1179	0,4252	2,8960
2,62	0,0486	0,1153	0,4214	2,9511
2,64	0,0471	0,1128	0,4177	3,0073
2,66	0,0457	0,1103	0,4141	3,0647
2,68	0,0443	0,1079	0,4104	3,1233
2,7	0,0430	0,1056	0,4068	3,1830
2,72	0,0417	0,1033	0,4033	3,2440

M	p/p_0	ρ/ρ_0	T/T_0	A/A^*
2,74	0,0404	0,1010	0,3998	3,3061
2,76	0,0392	0,0989	0,3963	3,3695
2,78	0,0380	0,0967	0,3928	3,4342
2,8	0,0368	0,0946	0,3894	3,5001
2,82	0,0357	0,0926	0,3860	3,5674
2,84	0,0347	0,0906	0,3827	3,6359
2,86	0,0336	0,0886	0,3794	3,7058
2,88	0,0326	0,0867	0,3761	3,7771
2,9	0,0317	0,0849	0,3729	3,8498
2,92	0,0307	0,0831	0,3696	3,9238
2,94	0,0298	0,0813	0,3665	3,9993
2,96	0,0289	0,0796	0,3633	4,0763
2,98	0,0281	0,0779	0,3602	4,1547
3	0,0272	0,0762	0,3571	4,2346
3,02	0,0264	0,0746	0,3541	4,3160
3,04	0,0256	0,0730	0,3511	4,3989
3,06	0,0249	0,0715	0,3481	4,4835
3,08	0,0242	0,0700	0,3452	4,5696
3,1	0,0234	0,0685	0,3422	4,6573
3,12	0,0228	0,0671	0,3393	4,7467
3,14	0,0221	0,0657	0,3365	4,8377
3,16	0,0215	0,0643	0,3337	4,9304
3,18	0,0208	0,0630	0,3309	5,0248
3,2	0,0202	0,0617	0,3281	5,1210
3,22	0,0196	0,0604	0,3253	5,2189
3,24	0,0191	0,0591	0,3226	5,3186
3,26	0,0185	0,0579	0,3199	5,4201
3,28	0,0180	0,0567	0,3173	5,5234
3,3	0,0175	0,0555	0,3147	5,6286
3,32	0,0170	0,0544	0,3121	5,7358
3,34	0,0165	0,0533	0,3095	5,8448
3,36	0,0160	0,0522	0,3069	5,9558
3,38	0,0156	0,0511	0,3044	6,0687
3,4	0,0151	0,0501	0,3019	6,1837
3,42	0,0147	0,0491	0,2995	6,3007
3,44	0,0143	0,0481	0,2970	6,4198
3,46	0,0139	0,0471	0,2946	6,5409
3,48	0,0135	0,0462	0,2922	6,6642
3,5	0,0131	0,0452	0,2899	6,7896
3,52	0,0127	0,0443	0,2875	6,9172
3,54	0,0124	0,0434	0,2852	7,0471
3,56	0,0120	0,0426	0,2829	7,1791
3,58	0,0117	0,0417	0,2806	7,3135
3,6	0,0114	0,0409	0,2784	7,4501
3,62	0,0111	0,0401	0,2762	7,5891
3,64	0,0108	0,0393	0,2740	7,7305

M	p/p_0	ρ/ρ_0	T/T_0	A/A^*
3,66	0,0105	0,0385	0,2718	7,8742
3,68	0,0102	0,0378	0,2697	8,0204
3,7	0,0099	0,0370	0,2675	8,1691
3,72	0,0096	0,0363	0,2654	8,3202
3,74	0,0094	0,0356	0,2633	8,4739
3,76	0,0091	0,0349	0,2613	8,6302
3,78	0,0089	0,0342	0,2592	8,7891
3,8	0,0086	0,0335	0,2572	8,9506
3,82	0,0084	0,0329	0,2552	9,1148
3,84	0,0082	0,0323	0,2532	9,2817
3,86	0,0080	0,0316	0,2513	9,4513
3,88	0,0077	0,0310	0,2493	9,6237
3,9	0,0075	0,0304	0,2474	9,7990
3,92	0,0073	0,0299	0,2455	9,9771
3,94	0,0071	0,0293	0,2436	10,1581
3,96	0,0069	0,0287	0,2418	10,3420
3,98	0,0068	0,0282	0,2399	10,5289
4	0,0066	0,0277	0,2381	10,7188
4,02	0,0064	0,0271	0,2363	10,9117
4,04	0,0062	0,0266	0,2345	11,1077
4,06	0,0061	0,0261	0,2327	11,3068
4,08	0,0059	0,0256	0,2310	11,5091
4,1	0,0058	0,0252	0,2293	11,7147
4,12	0,0056	0,0247	0,2275	11,9234
4,14	0,0055	0,0242	0,2258	12,1354
4,16	0,0053	0,0238	0,2242	12,3508
4,18	0,0052	0,0234	0,2225	12,5695
4,2	0,0051	0,0229	0,2208	12,7916
4,22	0,0049	0,0225	0,2192	13,0172
4,24	0,0048	0,0221	0,2176	13,2463
4,26	0,0047	0,0217	0,2160	13,4789
4,28	0,0046	0,0213	0,2144	13,7151
4,3	0,0044	0,0209	0,2129	13,9549
4,32	0,0043	0,0205	0,2113	14,1984
4,34	0,0042	0,0202	0,2098	14,4456
4,36	0,0041	0,0198	0,2083	14,6965
4,38	0,0040	0,0194	0,2067	14,9513
4,4	0,0039	0,0191	0,2053	15,2099