

ARNALDO NASHIRO

**ALOCÇÃO DE CARTEIRAS COM RESTRIÇÃO DE
PERDA MÁXIMA EM SITUAÇÕES DE CRISE
UTILIZANDO A TEORIA DOS VALORES
EXTREMOS**

Trabalho de Formatura apresentado a
Escola Politécnica da Universidade de São
Paulo para Obtenção do Diploma de
Engenheiro de Produção.

Orientador:

Prof. Dr Reinaldo Pacheco da Costa

São Paulo
2004

TF 2004
N 178a

A memória de meu pai, Paulo Nashiro.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar gostaria de agradecer a toda minha família por sempre terem me ajudado nos momentos em que precisei. Agradeço a garra e coragem que minha mãe, Amélia Eiko Nashiro teve para me educar, ao exemplo que tive do meu pai, Paulo Nashiro e a minha prima Dilza por sempre estar presente como uma irmã nos momentos em que mais precisei.

Agradeço, também as pessoas que me ajudaram a escrever este trabalho, ao meu Ex Chefe, e amigo, Antônio Marcos Costa, ao meu professor orientador Reinaldo Pacheco Costa e a todos meus amigos de faculdade que me auxiliaram nesta difícil tarefa.

Por fim, agradeço a todos que trabalham comigo na empresa em que trabalho. Tais agradecimentos são por tudo que aprendi e evolui como pessoa junto com eles. Marcello Paixão, Denis Lee, Marcelo Sardelich, Guilherme Camacho, Rodrigo Chicarolli e Guilherme Esteves, obrigado por tudo.

RESUMO

O presente trabalho propõe um modelo de otimização de *portfolios* usando conceitos da Moderna Teoria dos *Portfolios*, de Henry Markowitz e CAPM de Willian Sharpe, com restrições de risco em situações normais e de *stress*.

Na Moderna Teoria dos Portfólios, foi descrito o conceito de média-variância dos ativos, foram levantadas algumas questões sobre carteiras eficientes e de como encontrar uma solução que maximiza a razão risco retorno. No CAPM foram focados como determinar o preço de um ativo qualquer, dado sua relação risco retorno. Baseado na Teoria dos Valores Extremos foram discutidas as crises e como elas não apresentam uma distribuição normal de retornos.

No ultimo capitulo, foi apresentado o modelo de otimização de *portfolios* que condensa todos os conceitos anteriormente citados e obteve como resultado carteiras eficientes dentro de uma medida de risco parametrizada, que também leva em consideração a possibilidade de um cenário de crise.

ABSTRACT

This paper proposes a portfolio optimization model using the concepts of The Modern Portfolios Theory, from Henry Markowitz and the CAPM from William Sharpe, with risk restrictions in usual and stress situations.

According to the Modern Portfolios Theory, the equity average-variance concept was described, some topics about efficient portfolios and how to find the optimum risk/return ratio were discussed. On CAPM was focused how to explain the fair stock price. Based on the Extreme Value Theory, the crisis and how they doesn't present a normal distribution were mentioned.

At the last chapter, a portfolio optimization model, that uses all of concepts priorly discussed were presented. We had efficient portfolios inside a risk measure in crises situations as the main outputs.

SUMÁRIO

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 4 |
| 1.1 | MOTIVAÇÃO | 4 |
| 1.2 | A EMPRESA | 5 |
| 1.3 | O TRABALHO: | 6 |
| 1.4 | OBJETIVOS: | 7 |
| 1.5 | METODOLOGIA: | 7 |
| 1.6 | ESTRUTURA DO TF: | 8 |
| 2 | FINANÇAS E A MODERNA TEORIA DOS PORTFOLIOS: | 10 |
| 2.1 | INTRODUÇÃO | 10 |
| 2.2 | O MERCADO FINANCEIRO BRASILEIRO | 11 |
| 2.3 | A SELEÇÃO DE CARTEIRA: | 13 |
| 2.3.1 | <i>O CONCEITO DA MÉDIA VARIANCA:</i> | 14 |
| 2.3.2 | <i>A FRONTEIRA EFICIENTE DO PORTFOLIO:</i> | 20 |
| 2.3.3 | <i>CALCULO DA FRONTEIRA EFICIENTE DO PORTFOLIO:</i> | 21 |
| 2.4 | SHARPE E O CAPM: | 22 |
| 2.5 | CONCLUSAO: | 27 |
| 3 | A TEORIA DOS VALORES EXTREMOS | 29 |
| 3.1 | INTRODUÇÃO | 29 |
| 3.2 | HISTÓRICO | 30 |
| 3.3 | OS MODELOS DE VAR | 31 |
| 3.4 | ESTUDOS DESENVOLVIDOS SOBRE O TEMA | 33 |
| 3.5 | OS EXTREMOS | 35 |
| 3.6 | O TEOREMA DE FISHER-TIPPETT | 35 |
| 3.7 | A DISTRIBUIÇÃO DE PARETO GENERALIZADA (GPD) | 37 |
| 3.8 | O VAR NOS VALORES EXTREMOS | 39 |
| 3.8.1 | ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DE CAUDAS DA GPD | 41 |
| 3.8.2 | MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA (MLE – THE MAXIMUM LIKELIHOOD METHOD) | 41 |
| 3.8.3 | MÉTODO DO PERCENTIL ELEMENTAL (EPM – <i>ELEMENTAL PERCENTILE MEHOD</i>) | 42 |
| 3.8.4 | MÉTODO DOS MOMENTOS PONDERADOS (PWM – <i>POWER WEIGHTED MOMENTS</i>) | 42 |
| 3.9 | CONCLUSÃO | 43 |
| 4 | O MODELO DE ALOCAÇÃO DE ATIVOS | 45 |
| 4.1 | INTRODUÇÃO | 45 |
| 4.2 | O MODELO DE OTIMIZAÇÃO | 45 |
| 4.2.1 | A COLETA E O TRATAMENTO DOS DADOS | 49 |
| 4.2.2 | A ESCOLHA DOS ATIVOS | 50 |
| 4.3 | A VALIDAÇÃO DO MODELO | 50 |
| 4.4 | CONCLUSÃO | 57 |
| 5 | ANALISE DOS RESULTADOS | 59 |
| 5.1 | INTRODUÇÃO | 59 |

| | | |
|-----------------|---|-------------------|
| 5.2 | ANALISE DOS RESULTADOS (SETEMBRO-2003 – SETEMBRO-2004) | 59 |
| 5.3 | ANALISE DOS RESULTADOS (JANEIRO-1999 – OUTUBRO-2004) | 70 |
| <u>6</u> | <u>CONCLUSÕES</u> | <u>76</u> |
| 6.1 | SUGESTÕES A TRABALHOS FUTUROS | 77 |
| | <u>ANEXO A</u> | <u>80</u> |
| | <u>ANEXO B</u> | <u>84</u> |
| | <u>ANEXO C</u> | <u>87</u> |
| | <u>REFERÊNCIAS</u> | <u>100</u> |
| | <u>BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA</u> | <u>103</u> |

ÍNDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| Fig. 1.1 - O processo de investimento | 06 |
| Fig. 2.1 - Mercado de Ações Brasileiro | 12 |
| Fig. 2.2 - Curvas de Fronteira Eficiente para varias Correlações | 19 |
| Fig. 2.3 - Fronteira Eficiente para uma carteira | 19 |
| Fig. 2.4 - Retorno esperado e risco quando o ativo livre de risco é misturado à carteira | 21 |
| Fig. 2.5 - Combinação um ativo livre de risco com uma | 22 |
| Fig. 2.6 - Fronteira eficiente sem o ativo livre de risco | 23 |
| Fig. 2.7 - Fronteira eficiente com o ativo livre de risco | 24 |
| Fig. 2.8 - Combinações dos portfolios | 25 |
| Fig. 2.9 - Reta de mercado | 26 |
| Fig. 3.1 - Distribuição de Excessos Sobre o Limiar μ | 33 |
| Fig. 4.1 - Opções do Solver | 47 |
| Fig. 4.2 - Modelo de Otimização de Carteira | 48 |
| Fig. 4.3 - Evolução Retorno IBOVESPA | 54 |
| Fig. 4.4 - Distribuição Acumulada IBOVESPA | 55 |
| Fig. 4.5 - Box Plot IBOVESPA | 55 |
| Fig. 4.6 - Histograma Log-Retornos IBOVESPA | 56 |
| Fig. 4.7 - Distribuição Normal IBOVESPA | 56 |
| Fig. 5.1 - Volatilidade IBOVESPA Setembro 2003 - Setembro 2004 | 62 |
| Fig. 5.2 - Carteira Fevereiro 2004 | 63 |
| Fig. 5.3 - Carteira Março 2004 | 64 |
| Fig. 5.4 - Carteira Maio 2004 | 65 |
| Fig. 5.5 - Carteira Junho 2004 | 66 |
| Fig. 5.6 - Carteira Agosto 2004 | 67 |
| Fig. 5.7 - Volatilidade IBOVESPA (10 anos) | 68 |
| Fig. 5.8 - Rentabilidade Acumulada IBOVESPA x Carteira | 69 |
| Fig. 5.9 - Dispersão IBOVESPA x Carteira | 70 |
| Fig. 5.10 - Carteira <i>Backtest</i> | 72 |
| Fig. 5.11 - Backtest | 73 |
| Fig. 5.12 - Retorno Carteira x IBOVESPA (5 anos) | 74 |
| Fig. 5.13 - Vol Carteira x IBOVESPA (5 anos) | 75 |
| Fig. 6.1 - Fatores do Processo de Otimização | 79 |

ÍNDICE DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 2.1 Retorno x Beta | 24 |
| Tabela 4.1 - Empresas da Carteira | 51 |
| Tabela 4.2 - Melhores Modelos de VaR para Cada Mercado | 52 |
| Tabela 4.3 - Período de Dados dos Ativos | 53 |
| Tabela 4.4 - Informações Estatísticas IBOVESPA | 54 |
| Tabela 4.5 - Estimativa Stress x Dados Reais | 57 |
| Tabela 4.6 - Extrapolações do Valor Stress | 57 |
| Tabela 5.1 - Composição da Carteira Setembro 2003 - Setembro 2004 | 61 |
| Tabela 5.2 - Tabela de Rentabilidades e Extrapolações de VaR e Stress Setembro 2003-Setembro 2004 | 61 |

ÍNDICE DE EQUACÕES

| | |
|---|----|
| Equação 2.1 - O Retorno Médio | 15 |
| Equação 2.2 - Retorno Médio Diferentes Probabilidades | 15 |

| | |
|---|----|
| Equação 2.3 - Variância Série de Retornos | 15 |
| Equação 2.5 - Variância Série de Retornos Diferentes Probabilidades | 16 |
| Equação 2.6 - Retorno da Carteira | 16 |
| Equação 2.7 - Retorno Esperado Dedução | 16 |
| Equação 2.8 - Retorno Esperado Carteira | 16 |
| Equação 2.9 - Variância da Carteira | 17 |
| Equação 2.10 - Variância da Carteira - 2 ativos | 17 |
| Equação 2.11 | 17 |
| Equação 2.12 - Variância da Carteira - Dedução | 17 |
| Equação 2.13 - Variância da Carteira | 17 |
| Equação 2.14 - Covariância | 18 |
| Equação 2.15 - Variância Carteira com Correlação | 18 |
| Equação 2.16 - Dedução Risco Portifolio | 18 |
| Equação 2.17 - Variância Carteira 3 Ativos | 18 |
| Equação 2.18 - Variância Formula Geral | 19 |
| Equação 2.19 - Retorno Esperado com Ativo Livre de Risco | 20 |
| Equação 2.20 - Variância Esperada com Ativo Livre de Risco | 20 |
| Equação 2.21 - Reta Combinação Portifolio e Ativo Livre de Risco | 20 |
| Equação 2.22- Theta | 22 |
| Equação 2.23 - Retorno Esperado - Equação Genérica | 26 |
| Equação 2.24 - CAPM - Formula não Usual | 26 |
| Equação 2.25 - Beta | 27 |
| Equação 2.26 - CAPM - Fórmula Usual | 27 |
| Equação 3.1- Máximo Amostral | 36 |
| Equação 3.2 - Distribuição Maximo | 36 |
| Equação 3.3 - Função H | 36 |
| Equação 3.4 - Gumbel | 36 |
| Equação 3.5 - Fréchet | 36 |
| Equação 3.6 - Weibull | 36 |
| Equação 3.7 - Ksi | 37 |
| Equação 3.8 - Distribuição Generalizada de Valores Extremos | 37 |
| Equação 3.9 - Distribuição de Probabilidades Sobre os Excessos | 37 |
| Equação 3.10 - Distribuição de Probabilidades sobre Excessos II | 38 |
| Equação 3.11 - Exponencial | 38 |
| Equação 3.12- Pareto | 38 |
| Equação 3.13 - Beta | 38 |
| Equação 3.14 - Distribuição Generalizada de Pareto | 38 |
| Equação 3.15 - Condições da GPD | 39 |
| Equação 3.16 - Relação GEV & GPD | 39 |
| Equação 3.17 - Premissa GPD | 40 |
| Equação 3.18 - Estimador Cauda I | 40 |
| Equação 3.19 - GPD com Ksi não Nulo | 40 |
| Equação 3.20 - Estimador de Cauda II | 40 |
| Equação 3.21 - VaR - Valores Extremos | 41 |
| Equação 3.22 - Função Densidade da Distribuição | 42 |
| Equação 3.23 - Função Log-verossimilhança | 42 |
| Equação 3.24 - Estimadores dos Parâmetros das Caudas | 43 |
| Equação 3.25 - Estimadores PWM | 43 |
| Equação 4.1- Função Objetivo | 46 |
| Equação 4.2 - Função Objetivo II | 47 |

INTRODUÇÃO

1 INTRODUÇÃO

“Large changes are most important of all.” – Mandelbrot (2001)

1.1 MOTIVAÇÃO

O Mundo hoje vive uma fase em que os mercados financeiros estão altamente globalizados, o que significa que o capital circulante neste meio é extremamente dinâmico e, em certas vezes, imprevisível.

Dentro do contexto mundial, grande parte desta imprevisibilidade dá-se pela grande instabilidade financeira causada pelas economias ditas como Emergentes uma vez que, em um cenário de dez anos, os grandes responsáveis pela maior parte das grandes crises mundiais foram elas.

Citando algumas ocorrências em um histórico recente, podemos nos lembrar da crise do México, em 1994, a crise Asiática, em 1997, a crise Russa logo no ano seguinte, a do Brasil em 1999, Argentina em 2000 e a Brasileira novamente em 2002 por motivo das eleições presidenciais.

As crises são circunstâncias nas quais **a normalidade das distribuições de retornos não são aplicadas**, isto é, não conseguimos modelar de forma eficiente os retornos através de uma amostra de dados históricos por uma aproximação normal. Tais situações seguem uma distribuição de Valores Extremos, que apresentam maiores perdas e maiores retornos do que aqueles previstos por uma distribuição normal.

Assim, tem-se uma boa sustentação para realização deste trabalho de graduação, que se propõe a desenvolver **um modelo de alocação de carteiras** com restrições de perda máxima baseado na Teoria dos Valores Extremos (EVT – *Extreme Value Theory*), tentando desta forma encontrar um método de criação de carteiras eficientes que levem em consideração a possibilidade de um evento de crise.

1.2 A EMPRESA

O trabalho foi desenvolvido dentro de uma Administradora de Recursos recém criada atuante no mercado financeiro como gestora de fundos para investidores institucionais.

A equipe é composta por apenas oito pessoas sendo que são três sócios um funcionário e quatro estagiários.

A divisão dos trabalhos realizados em uma estrutura tão enxuta funciona com grande agregação de responsabilidades mesmo para os estagiários que são responsáveis por desenvolver e monitorar os sistemas utilizados pela empresa.

Existe uma única divisão dentro da empresa no que se refere a áreas, que é composta pela parte **de Trading** e pela de **Risco**.

A área de Trading é responsável pela decisão, bem como a elaboração das estratégias adotadas para a alocação das carteiras. Já a área de Risco envolve-se com a gestão das posições para que elas não fiquem fora das métricas de risco propostas em cada fundo. Para isso baseia-se em algumas modelagens e conceitos financeiros, dos quais alguns serão especificados neste trabalho.

Os processos envolvem uma sequência bem simples de investimento, alocação de capital e medidas de risco conforme a figura abaixo representada.

A equipe de risco envolve-se com a construção de modelos que tentam representar a realidade de forma simplificada, parametrizando cenários, analisando dados históricos e utilizando simulações. Como resultados destes estudos temos alguns limites de risco delimitados para o processo de investimento, que por sua vez, tentam otimizar a alocação de recursos e investimentos dentro das estratégias por meio dos sistemas internamente desenvolvidos na empresa. Por fim, temos o monitoramento contínuo das estratégias para auxiliar o comitê de riscos e para verificar se esta continua adequada ao modelo anteriormente definido. A figura abaixo representada mostra a dinâmica explicada.

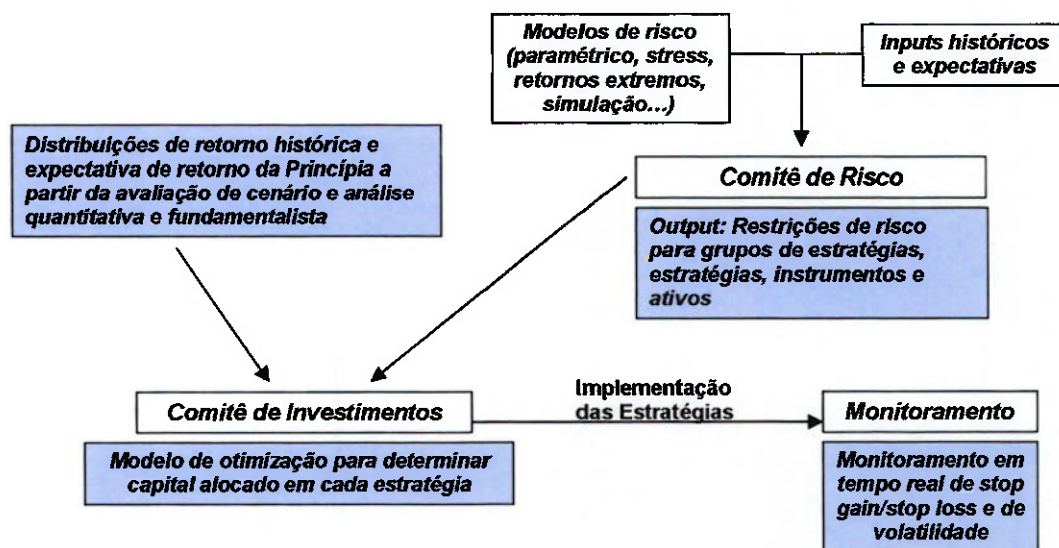


Fig 1.1 O processo de investimento – Adaptado pelo Autor

1.3 O TRABALHO:

Cada vez mais o mercado financeiro vem exigindo técnicas a redução do risco e maximização dos retornos dentro das carteiras administradas. Dentro desta abordagem, o trabalho de formatura tem como objetivo realizar um estudo de alocação de carteiras para ativos de renda variável, com especial enfoque no modelo de Markowitz na Moderna Teoria dos *Portfolios* e Sharpe no CAPM.

A abordagem destes modelos será tomada de forma a demonstrar seus principais atributos e deficiências, esclarecendo, como são tomadas as decisões de alocação de ativos no cenário atual e qual a influência deste modelo nas gestoras de fundos.

Para tanto, será analisado o comportamento dos ativos escolhidos dentro do mercado brasileiro para compor a carteira em situações normais e de crise. Assim, teremos cenários que fogem do comportamento normal, sendo necessárias modelagens baseadas na **Teoria dos Valores Extremos**.

Tal trabalho **encaixa-se** dentro do enfoque da **Engenharia de Produção** uma vez que ele trata, fundamentalmente, com **conceitos estatísticos**, tais como volatilidade, princípios sobre a incerteza dos dados, previsões de resultados futuros, distribuições binomiais, normais e de Pareto, e de **pesquisa operacional**, como, por exemplo, busca por máximos e mínimos de funções sujeitos a restrições e ajuste ótimo de um problema de programação não linear.

1.4 OBJETIVOS:

Este trabalho tem como objetivo aplicar a Moderna Teoria dos *Portfolios*, bem como desenvolver um modelo de otimização de carteiras em cenários de stress, através da Teoria dos Valores Extremos.

Toda esta análise será feita por meio da criação de um sistema de otimização de carteiras, que se utilizará de conceitos desenvolvidos por Markowitz e Sharpe para criar carteiras eficientes. Como restrições ao modelo colocaremos limites de risco e perdas máximas em situações de stress de mercado com base na Teoria dos Valores extremos.

Em outras palavras, temos como objetivo demonstrar a eficácia e aplicabilidade da Teoria dos Valores Extremos na gestão de carteiras e na avaliação de risco da carteira de renda variável composta por ações e ativos de renda fixa.

1.5 METODOLOGIA:

Inicialmente toda a fundamentação teórica necessária à construção do modelo foi desenvolvida nas duas partes da revisão bibliográfica presentes no capítulo 2 e 3.

Para alcançar os objetivos propostos, o trabalho focou-se no desenvolvimento de um modelo para otimização de uma carteira com alguns ativos negociados na BOVESPA utilizando o conceito de risco-retorno elaborado por Markowitz. Tal modelo de otimização foi construído de forma que gerasse como saídas os riscos em situações normais e de *stress* de mercado, segundo a Teoria dos Valores Extremos.

Temos assim, traçada toda a metodologia do desenvolvimento do trabalho, que em um primeiro momento desenvolveu a parte teórica para servir de base para construção de um modelo de otimização de carteiras com restrições de perda máxima em situações de crise e com risco controlado. A estrutura do Trabalho de Formatura está a seguir descrita.

1.6 ESTRUTURA DO TF:

O trabalho foi subdividido em cinco tópicos principais para a abordagem do estudo proposto.

No segundo capítulo temos uma breve descrição do mercado financeiro brasileiro, suas principais características e peculiaridades que o tornam, ao mesmo tempo, extremamente volátil e atrativo para os grandes investidores. Logo em seguida, trataremos da Moderna Teoria dos *Portfolios*, abordando conceitos para formação de **Carteiras Eficientes**, proposta por Harry Markowitz, e o **CAPM** (*Capital Asset Pricing Model*) de William F. Sharpe.

Já no terceiro capítulo, teremos uma análise sobre A Teoria dos Valores Extremos e VaR para modelagens situações em crise. Neste capítulo mostraremos um pouco da evolução desta teoria, e de como podemos utilizá-la como uma ferramenta para o cálculo da perda máxima que a carteira está sujeita em uma situação de crise. Para tanto, foram estudados diversos trabalhos anteriores que foram publicados nesta casa, no IME, pelo departamento de Estatística Aplicada, na FEA, pelo departamento de Economia, além da leitura de alguns publicados na *International Journal of Forecasting*.

No quarto capítulo será descrito como o modelo proposto foi construído, onde os conceitos anteriormente descritos foram utilizados, qual foi a metodologia de coleta de informações. Também neste capítulo serão mostrados quais os testes de validação que foram usados para verificar a funcionalidade do sistema de otimização.

No penúltimo capítulo analisaremos os dados obtidos durante um ano pela metodologia do *Backtesting*, que propõe a análise do que o modelo teria como resposta com os históricos existentes.

Por fim teremos a **conclusão** com relação aos resultados obtidos, além de levantarmos algumas questões relevantes ao trabalho, suas limitações e atributos.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA I

2 FINANÇAS E A MODERNA TEORIA DOS PORTFOLIOS:

*“A gestão de investimentos não é uma arte, nem uma ciência ,
mas engenharia....o desafio encontra-se em não correr mais riscos do que o
necessário para gerar o retorno oferecido”*

– Charles Tschampin (1995)

2.1 INTRODUÇÃO

Durante a maior parte da história dos mercados de ações, cerca de duzentos anos no mercado Norte Americano e ainda mais tempo dentro dos mercados europeus, a noção de valor atribuído a risco nunca existiu. Algumas ações eram mais arriscadas que outras e ponto final.

Tal fato determinava que os investidores mais agressivos buscavam por mais retornos e os mais conservadores detinham-se nos investimentos por cadernetas de poupança e títulos de longo prazo que por sua vez apresentam retornos mais simplórios.

Em Junho de 1952, o *Journal of Finance*, uma importante revista acadêmica de finanças, publicou um artigo de somente catorze páginas intitulado “*Portfolio Selection*” (Seleção de Carteira). Seu autor, Harry Markowitz era um estudante de pós-graduação da Universidade de Chicago.

Tal artigo modificou por completo a idéia de retorno tratado separadamente do risco, como anteriormente era o feito. Seus reflexos são tomados até os dias de hoje e renderam a Markowitz um prêmio Nobel de ciência econômica em 1990.

Este capítulo se propõe a abordar os conceitos da teoria de Seleção de Carteira proposta por Markowitz bem como o modelo proposto por seu aluno, William Sharpe, denominado CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) que propõe determinar o preço justo de qualquer ativo dentro de um mercado.

Antes, porém passaremos por uma breve introdução sobre o mercado financeiro Brasileiro.

2.2 O MERCADO FINANCEIRO BRASILEIRO

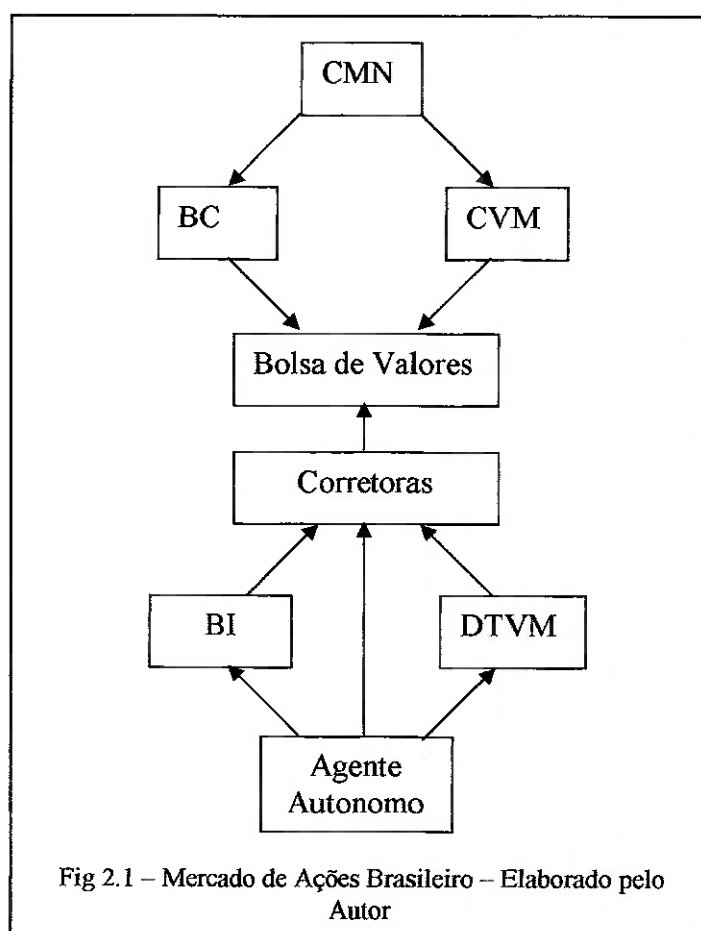
O mercado financeiro brasileiro detém uma série de peculiaridades que em grande parte são atribuídas por ser inserido recentemente na história econômica.

Os modelos financeiros desenvolvidos nos mercados tradicionais sempre passam por uma adaptação as condições singulares que detemos. Assim sendo, é relevante uma análise introdutória do mercado brasileiro para aplicações das teorias a seguir demonstradas.

Na década de oitenta, passamos por um período de grande inflação no qual nossa moeda sofreu grande depreciação. Definitivamente não havia vantagem em deter dinheiro em caixa, pois ele rapidamente perdia valor. Esta época foi marcada pelos grandes investimentos em bens e imóveis, uma vez que a depreciação não os atingia. Avançando um pouco mais em nossa história temos adotado um sistema de câmbio fixo que garantia a paridade do Real com o Dólar e altas taxas de juros para retirar moeda de circulação com o objetivo de acabar com a hiperinflação do período anterior. Tal fator era responsável por onerosos gastos do governo que intervinham no mercado vendendo a moeda estrangeira.

Dentro do cenário macroeconômico atual temos ainda grande preocupação com a volta da inflação, sendo adotada ainda uma elevada taxa de juros como seu instrumento controlador. Desta forma o governo pode frear o fluxo de moeda dentro da economia, contendo a inflação e sufocando o desenvolvimento do país.

No âmbito nacional as principais instituições encontram-se abaixo representadas conforme a figura 2.1.



- **Governo:** o Banco Central do Brasil e a Comissão de Valores Mobiliários.
- **Bolsas:** até alguns anos atrás, o mercado de ações brasileiro era bipolar: havia a Bovespa (Bolsa de Valores de São Paulo) e a BM&F (Bolsa de Mercadorias e Futuros), onde são negociados a maioria dos contratos derivativos no país.
- **Instituições Financeiras:** de um modo geral, o mercado brasileiro tem três tipos de *players*: **corretoras de valores**, **bancos** (tanto de atacado quanto de varejo), e **fundos de investimento**. Muitas vezes, empresas congregam em suas estruturas os três “tipos” de instituição, mas de um modo geral é possível separar suas atividades e propósitos.

Temos como órgão maior, o Conselho Monetário Nacional (CMN) que possui funções normativas em nossa economia. Diretamente ligado a ele estão o Banco Central do Brasil (BC) como órgão executor e a Comissão de Valores Mobiliários (CVM) que responde pela regulamentação do mercado. Em atuação conjunta a essas

entidades as Bolsas de Valores oferecem as condições para negociação de valores mobiliários.

As negociações de valores mobiliários somente podem ser realizadas através das corretoras, Bancos de Investimento (BI) ou distribuidoras (DTVM). Assim o contato das pessoas físicas (Agentes Autônomos) com o mercado acionário deve ser necessariamente intermediado por um destes três agentes.

Tratando-se dos ativos negociados, as ações dividem-se em dois grupos: As ordinárias (que dão direito a voto além de participar dos resultados da companhia) e preferenciais (que normalmente não tem direito a voto, apenas participando dos resultados da empresa).

A produtividade das empresas de automóveis, de uma indústria de alimentos, cosméticos, eletrodomésticos, aço, telecomunicações, energia ou qualquer outro segmento estão condicionadas a um grande objetivo comum, gerar o maior retorno para os acionistas.

O mercado financeiro desta forma precede o desenvolvimento da economia como um todo. Ele financia novos projetos nas empresas, toma riscos por novas empreitadas tecnológicas, gera empréstimos para aqueles que querem alavancar seus negócios, dá liquidez ao mercado, enfim, funciona (ou pelo menos deveria funcionar) como um pulmão ao desenvolvimento econômico. Podemos claramente perceber este fato através de uma análise empírica de um passado recente, pois em 2003 tivemos uma incrível valorização de cerca de 80% da Bolsa de Valores de São Paulo, que acabou por preceder uma série de quebra de recordes de exportações, grande produção de automóveis e a retomada de boas perspectivas ao desenvolvimento do país no ano de 2004.

Passaremos agora a uma análise da teoria dos *portfolios* proposta por Markowitz e como tal influenciou o tratamento dentro mercados financeiros.

2.3 A SELEÇÃO DE CARTEIRA:

Neste capítulo vamos ver uma breve descrição da teoria dos *portfolios* proposta por Harry Markowitz bem como algumas implicações dela no mundo das finanças tais como CAPM proposto por seu aluno, William Sharpe.

A sequência a seguir foi baseada em pesquisas em alguns trabalhos, tais como “**Um Modelo de Otimização de Portfolios de Ações** – ALMEIDA, A. F. J., 1995” e “**Modelo Genético-Neural de Gestão de Carteiras de Ações** – PARREIRAS, L. R. F., 2003”, além da bibliografia citada nas referências.

PREMISSAS:

Como todo modelo é uma simplificação da realidade, e este não foge a regra, devemos adotar algumas premissas quanto ao perfil de mercado e dos investidores de forma a tornar sua lógica factível e aplicável. Assim, temos as seguintes premissas ao modelo de Markowitz:

- Os investidores preocupam-se apenas com o valor esperado e com a variância (ou desvio padrão da taxa de retorno);
- Os investidores têm preferência por maiores retornos e menores riscos;
- Os investidores desejam ter carteiras eficientes: aquelas que dão máximo retorno esperado, dado o risco, ou mínimo risco, dado o retorno esperado;
- Os investidores estão de acordo com as distribuições de probabilidades das taxas de retorno dos ativos, o que assegura a existência de um único conjunto de carteiras eficientes.

Podemos perceber que embora tais premissas restrinjam um pouco o universo tratado, são pressupostos um tanto quanto razoáveis e concisos. Passaremos agora aos conceitos.

2.3.1 O CONCEITO DA MÉDIA VARIANCIA:

A existência do risco para um ativo significa que não se pode classificá-lo somente por um valor de retorno, dado que existe também a probabilidade de ocorrência do mesmo.

Assim, temos que as series de retornos podem ser representadas por uma tendência central a qual denominamos de retorno esperado ou médio e uma medida de risco a

ele associado denominada de variância ou desvio padrão. Ao adotarmos essas premissas, estamos também supondo implicitamente a normalidade da série de retornos dos ativos.

O **retorno médio** esperado do ativo i , com iguais probabilidades de ocorrência, dentro de um histórico com M valores pode ser representado pela seguinte fórmula:

$$\bar{R}_i = \sum_{j=1}^M \frac{R_{ij}}{M}$$

Equação 2.1 - O Retorno Médio

Já para o retorno médio do ativo i com probabilidades diferentes de ocorrência temos:

$$\bar{R}_i = \sum_{j=1}^M P_{ij} R_{ij}$$

Equação 2.2 - Retorno Médio Diferentes Probabilidades

Como já foi citado temos que o retorno esperado não é suficiente para sabermos se o ativo em questão é melhor ou pior que outro, é necessário também uma medida de quanto ele pode divergir do valor médio. Assim temos que calcular sua segunda característica, a variância, que determina o risco envolvido naquele ativo.

A variância da série de retornos do ativo i que detém iguais probabilidades de ocorrência é:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^M \frac{(R_{ij} - \bar{R}_i)^2}{M - 1}$$

Equação 2.3 - Variância Série de Retornos

Já a variância da série de retornos com diferentes probabilidades pode ser representada através da fórmula:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^M P_{ij} (R_{ij} - \bar{R}_i)^2$$

Equação 2.4 - Variância Série de Retornos Diferentes Probabilidades

Agora que já sabemos como é realizado o calculo da média e variância para um ativo qualquer, podemos começar a tratá-los dentro de uma carteira.

Tratando agora como R_{pj} o retorno da j -ésima carteira e como X_i o peso que determinado ativo com retorno R_i tem dentro deste, podemos chegar na seguinte fórmula abaixo descrita:

$$R_{pj} = \sum_{i=1}^N X_i R_{ij}$$

Equação 2.5 - Retorno da Carteira

O retorno esperado pode ser tratado com sendo uma média ponderada dos retornos esperados dos ativos tomados individualmente, conforme temos abaixo representado:

$$\bar{R}_p = E(R_p) = E\left(\sum_{i=1}^N X_i R_{ij}\right)$$

Equação 2.6 - Retorno Esperado Dedução

Mas sabe-se, que os valores esperados de vários retornos é igual a soma dos retornos esperados.

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^N E(X_i R_{ij}) = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_{ij}$$

Equação 2.7 - Retorno Esperado Carteira

Assim temos o calculo dos retornos esperados dentro de um *portfolio*, sendo que para uma série de ativos a grande questão é definir como encontramos o retorno esperado, pois a composição dele na carteira é conhecida.

Tomemos agora o estudo da variância para um *portfolio*. Tal medida é um pouco mais complexa de se obter do que o retorno esperado.

Primeiramente realizaremos a dedução da variância para uma carteira com somente dois ativos, para depois tomarmos uma análise genérica. A variância de um *portfolio* P, definida por σ_p^2 é definida por:

$$\sigma_p^2 = E (R_p - \bar{R}_p)^2$$

Equação 2.8 - Variância da Carteira

Pode-se expandir a formula, supondo somente dois ativos no *portfolio* da seguinte forma:

$$\sigma_p^2 = E \left[X_1(R_{1j} - \bar{R}_1) + X_2(R_{2j} - \bar{R}_2) \right]^2$$

Equação 2.9 - Variância da Carteira - 2 ativos

Sabe-se que:

$$(X + Y)^2 = X^2 + Y^2 + 2 * XY$$

Equação 2.10

Aplicando a equação 2.9 na 2.10 chegamos a fórmula:

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + 2 X_1 X_2 E[(R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{2j} - \bar{R}_2)] + X_2^2 \sigma_2^2$$

Equação 2.11 - Variância da Carteira - Dedução

Como $E[(R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{2j} - \bar{R}_2)]$ representa a covariância entre os ativos um e dois temos que a fórmula pode ser reescrita como sendo:

$$\sigma_p^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + 2 X_1 X_2 \sigma_{12} + X_2^2 \sigma_2^2$$

Equação 2.12 - Variância da Carteira

A covariância é uma medida do quanto os retornos dos ativos movem-se juntos. Ela é positiva quando os retornos dos ativos assumem comportamentos similares no mesmo período analisado, e negativa quando o oposto ocorre.

Por questões práticas usualmente é usada a correlação (ρ_{ik}) para medir os movimentos dos ativos. Pode se chegar à correlação através da covariância pela fórmula:

$$\rho_{ik} = \frac{\sigma_{ik}}{\sigma_i \sigma_k}$$

Equação 2.13 - Correlação

A correlação é uma medida mais prática, pois ela varia dentro de um universo que se limita ao intervalo de $[-1;1]$, sendo que quando os ativos têm comportamentos idênticos no período analisado, seu valor é 1, e, quando completamente opostos, -1. Caso os ativos não tenham nenhuma relação, sua correlação é zero. Assim, substituindo a equação 2.13 na equação 2.12 temos:

$$\sigma_P^2 = X_1^2 \sigma_1^2 + 2 X_1 X_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} + X_2^2 \sigma_2^2$$

Equação 2.14 - Variância Carteira com Correlação

A partir desta dedução podemos agora partir para o caso de um *portfolio* com n ativos. A adição de um novo ativo dentro da carteira causaria dois efeitos a fórmula. Um deles seria a necessidade de incluir a variância deste novo ativo e o outro seria considerar sua correlação com os demais ativos do *portfolio* seguindo o seguinte raciocínio.

$$\begin{aligned} \sigma_P^2 = & X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + X_3^2 \sigma_3^2 + 2 X_1 X_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12} + \\ & 2 X_1 X_3 \sigma_1 \sigma_3 \rho_{13} + 2 X_2 X_3 \sigma_2 \sigma_3 \rho_{23} \end{aligned}$$

Equação 2.15 - Dedução Risco Portfolio

Simplificando a fórmula temos:

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^3 X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

Equação 2.16 – Variância Carteira 3 Ativos

Para o caso genérico de n ativos no *portfolio* temos a mesma dedução feita anteriormente e assim encontraremos a fórmula abaixo descrita:

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

Equação 2.17 - Variância Formula Geral

Dadas as formulas anteriormente explicitadas, podemos determinar a relação que temos entre Risco-Retorno dentro de um *portfolio*. Na figura 2.2, abaixo representada, podemos ver traçadas o lugar geométrico das fronteiras eficientes para diferentes valores de correlações. Já na figura 2.3 temos um exemplo de fronteira eficiente para uma carteira qualquer.

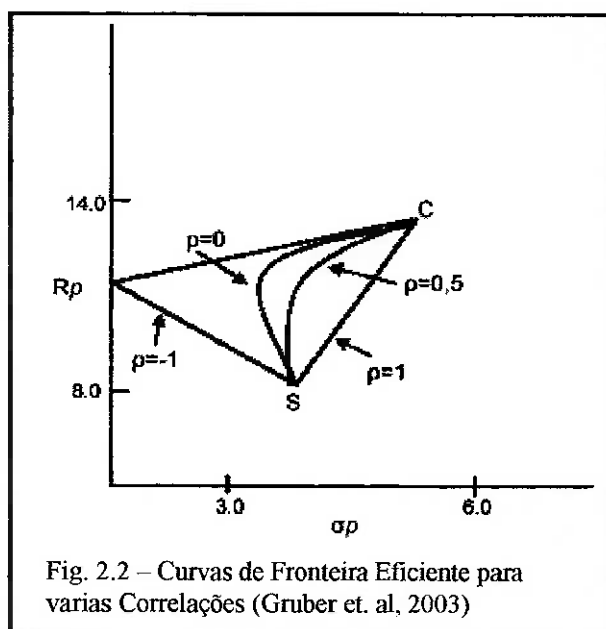


Fig. 2.2 – Curvas de Fronteira Eficiente para varias Correlações (Gruber et. al, 2003)

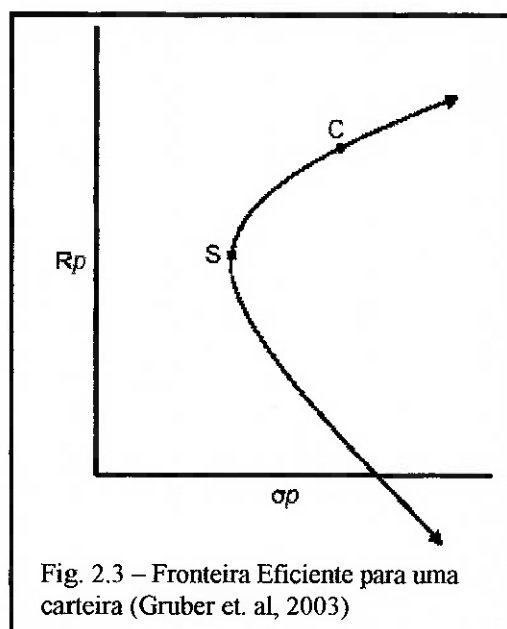


Fig. 2.3 – Fronteira Eficiente para uma carteira (Gruber et. al, 2003)

Uma importante conclusão que podemos chegar a partir da figura 2.3 é que claramente podemos perceber que a fronteira eficiente deve ficar em algum ponto entre o segmento S-C tendo dado o pressuposto anteriormente assumido de que o investidor prefere maiores retornos com riscos menores. Podemos também verificar que através da formação do *portfolio*, conseguimos obter uma relação Risco-Retorno que seria impossível de ser obtida com qualquer dos ativos individualmente, sendo que, caso o este tenha suficiente número de ativos, o risco próprio dos ativos que constituem o *portfolio* é reduzido a zero pelo efeito da diversificação, sobrando somente o chamado risco conjuntural β .

2.3.2 A FRONTEIRA EFICIENTE DO PORTFOLIO:

Até agora discutimos as propriedades da fronteira eficiente, dos efeitos da diversificação e como ela altera as relações Risco-Retorno. Nesta seção vamos nos aprofundar na questão da determinação do *portfolio* eficiente com a introdução de um ativo livre de risco, que no caso serão LFTs, letras financeiras do tesouro.

Definiremos como $(1-X)$ a fração do financeiro investida no ativo livre de risco e X a investida na carteira. Temos então que as expectativas de retorno e risco acabam sendo definidas pelas fórmulas:

$$\overline{R}_c = (1 - X)R_F + X\overline{R}_A$$

Equação 2.18 - Retorno Esperado com Ativo Livre de Risco

$$\sigma_c^2 = (1 - X)^2 \sigma_F^2 + X^2 \sigma_A^2 + 2X(1-X)\sigma_A \sigma_F \rho_{AF}$$

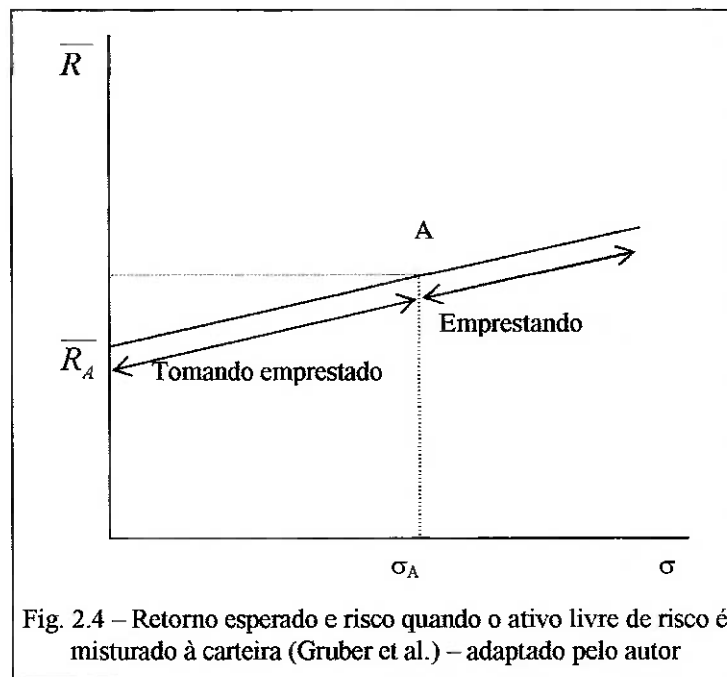
Equação 2.19 - Variância Esperada com Ativo Livre de Risco

Tais configuram uma linha reta que liga R_F a carteira A escolhida, podemos através de alguns cálculos chegar a seguinte equação:

$$\overline{R}_c = R_F + \left(\frac{\overline{R}_A - R_F}{\sigma_A} \right) \sigma_c$$

Equação 2.20 - Reta Combinação *Portfolio* e Ativo Livre de Risco

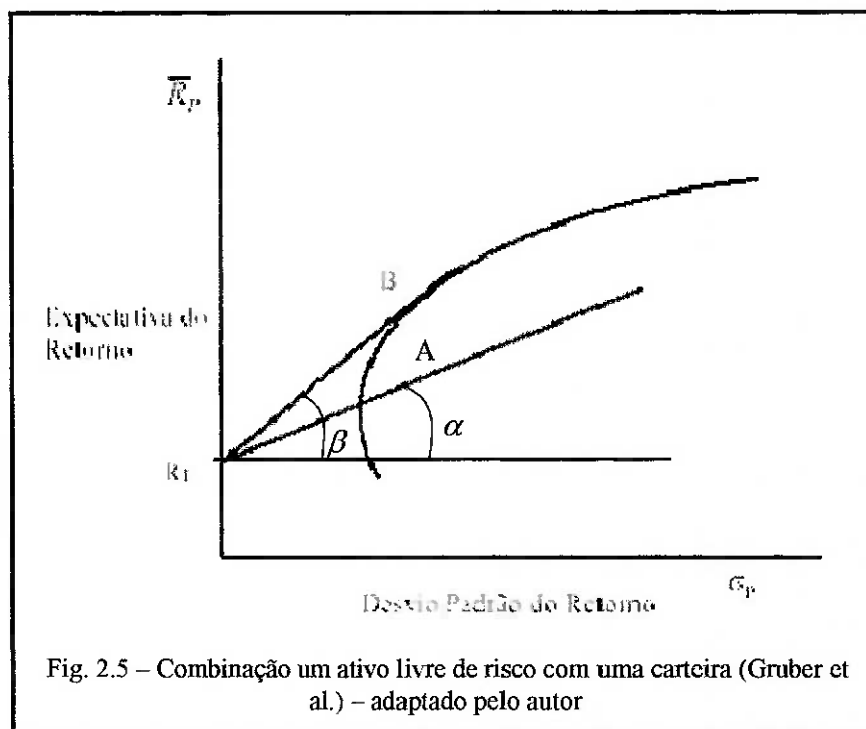
Note que a equação acima definida representa uma reta onde, até o ponto de intersecção da reta com a fronteira eficiente definida pela carteira dos ativos, se está tomando emprestado o ativo livre de risco, e após este ponto, se está o emprestando, tomando uma posição short ou vendida. Podemos verificar esta condição na figura 2.4



Vejamos agora uma metodologia para o cálculo da fronteira eficiente utilizando estes conceitos.

2.3.3 *CALCULO DA FRONTEIRA EFICIENTE DO PORTFOLIO:*

Uma das maneiras utilizadas na determinação da carteira ótima B é maximizar o coeficiente angular desta reta. Na figura abaixo podemos ver representada a fronteira eficiente pelo segmento R_F-B e seu coeficiente angular β , sendo que β é o máximo valor do ângulo formado por uma reta que intercepta a fronteira eficiente em algum ponto.



Sendo assim, um método encontrar β através da maximização da seguinte equação:

$$\theta = \frac{\overline{R}_B - R_F}{\sigma_B} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i (\overline{R}_i - R_F)}{\left[\sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N X_i X_j \sigma_{ij} \right]^{1/2}}$$

Equação 2.21- Theta

Desta forma, se queremos encontrar o *portfolio* eficiente, uma forma bastante usual é o método de otimização não linear, problema típico de pesquisa operacional. Mais detalhes sobre esta abordagem serão fornecidos no capítulo 4 em que discutiremos o modelo de otimização.

2.4 SHARPE E O CAPM:

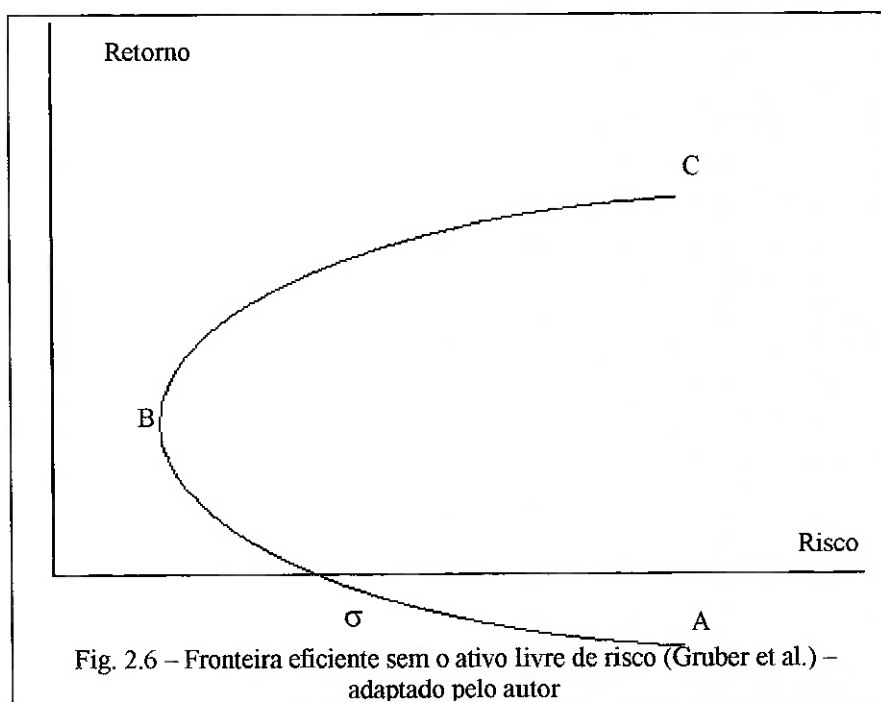
O CAPM, *Capital Asset Pricing Model*, tem como intuito a construção de um modelo genérico de equilíbrio que nos permite determinar uma relevante medida de

risco e sua relação com o retorno esperado, para qualquer ativo a ser analisado dentro de um mercado em equilíbrio. Ela é uma teoria que parte de alguns pressupostos e simplificações para conseguir seus objetivos e descrever os preços dos ativos dentro do mercado de capitais. São os mesmos descritos para o modelo de Markowitz, além destes citados abaixo:

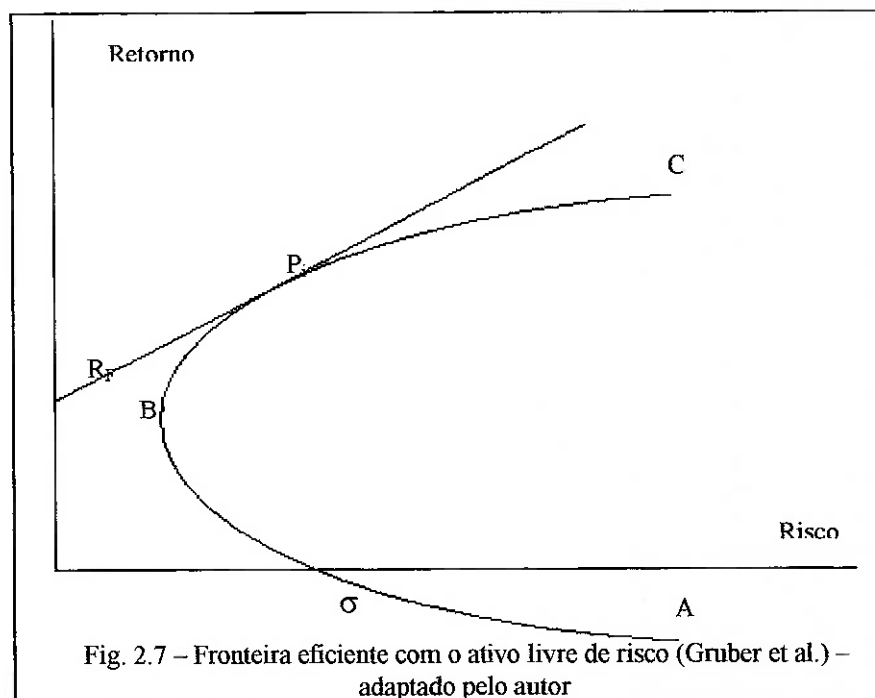
- Não existem custos de transação, ou impostos entre os ativos.
- Os ativos são infinitamente divisíveis.
- Um indivíduo não pode afetar o preço de um ativo comprando ou vendendo o mesmo.
- Existe um ativo livre de risco e ele pode comprá-lo e vendê-lo em qualquer quantidade.

Tais pressupostos estão longe de ser uma representação fiel do mercado brasileiro, contudo pode-se afirmar que para alguns tipos de ativos sob algumas condições de mais longo prazo, tais condições funcionam e, dentro destes que focamos a análise do trabalho.

Na seção anterior mostramos a fronteira eficiente dos ativos formado somente pela carteira de ativos, e incluindo o ativo livre de risco. As duas representações encontram-se nas figuras abaixo representadas nas figuras 2.6 e 2.7.



Pode-se perceber na figura 2.6 que a melhor composição da carteira é aquela que se encontra dentro do segmento BC da fronteira eficiente.



Já na figura 2.7, com a inclusão do ativo livre de risco, temos que a melhor composição da carteira é a que se encontra na reta determinada pelo ativo, que intercepta a fronteira eficiente do *portfolio*.

A determinação da equação da fronteira eficiente do *portfolio*, que combina o ativo livre de risco com a carteira, foi definida conforme a equação 2.20. Contudo ela somente é válida para *portfolios* eficientes, não sendo válida para os não eficientes ou ativos individuais. Para uma análise completa seguiremos o seguinte raciocínio intuitivo.

Suponha dois *portfolios* dotados das seguintes características:

| Portifolio | Retorno Esperado | Beta |
|------------|------------------|------|
| A | 10 | 1.0 |
| B | 12 | 1.4 |

Tabela 2.1 Retorno x Beta – (Gruber et. Al.)

Como já foi visto, o retorno esperado da carteira formada por estes dois *portfolios* é formada pela soma dos retornos de cada um multiplicada pela proporção destes na

carteira. Ao beta, também se pode aplicar o mesmo raciocínio, por ele se tratar do risco conjuntural, ou de mercado, que é o risco que a bolsa detém.

Temos então que o lugar geométrico de todas as possíveis combinações entre os *portfolios* A e B pode ser definido por uma reta. Esta encontra-se representada na figura abaixo:

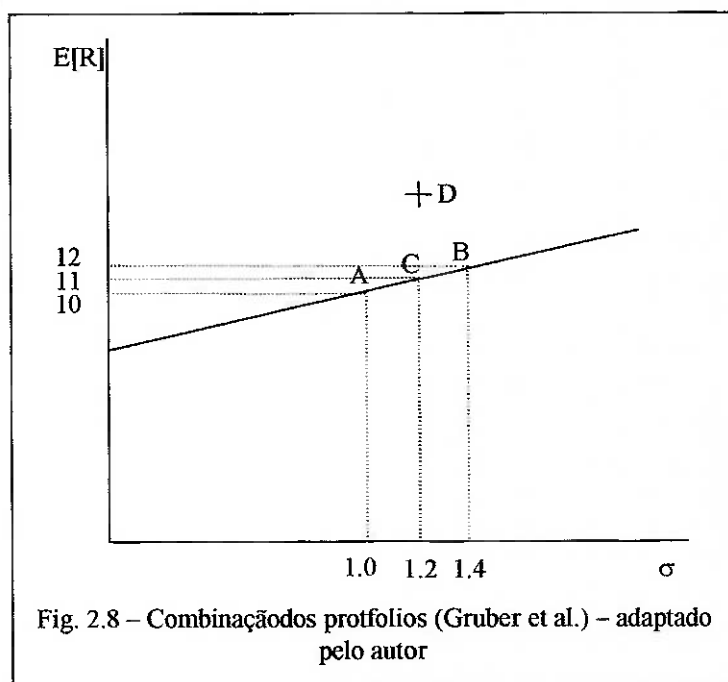


Fig. 2.8 – Combinações dos portfólios (Gruber et al.) – adaptado pelo autor

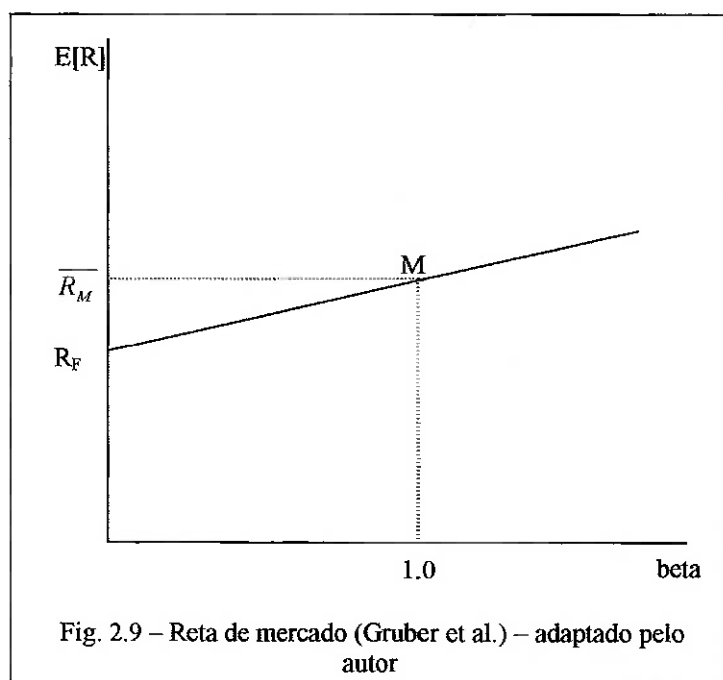
Suponha que exista um *portfolio* D que tenha o mesmo beta de C com um retorno esperado maior que C. Assim sendo, eu posso vender o *portfolio* C e comprar o D sem nenhum risco e tendo um ganho da diferença dos retornos dos dois, gerando uma situação de arbitragem, fato que refutamos ao adotar as premissas no início desta seção. Com isso podemos concluir que todas as carteiras possíveis do mercado, supondo ele sem arbitragem, estão dentro deste lugar geométrico, inclusive a carteira de mercado. A carteira de mercado tem algumas características peculiares, pois ela representa todo o universo de ativos negociados. Justamente por este motivo, ela tem o beta igual a um, pois seu risco conjuntural é igual ao risco do mercado.

A equação de retorno de cada carteira num mercado em equilíbrio pode ser escrita a partir da equação genérica:

$$\overline{R}_i = a + b\beta_i$$

Equação 2.22 - Retorno Esperado - Equação Genérica

A partir desta equação, tentaremos deduzir a fórmula do CAPM, com o auxílio da figura abaixo representada.



Analisando a figura 2.9 para obtermos os parâmetros da reta de mercado seguimos o raciocínio a seguir.

Adotando a situação de risco conjuntural zero, temos que $\overline{R}_i = R_F = a$.

Na situação em que beta é igual a 1, temos que $b = (\overline{R}_M - a)$.

Assim, substituindo os valores de a e b na equação 2.22, chegamos a fórmula do CAPM:

$$\overline{R}_i = R_F + \beta_i(\overline{R}_M - R_F)$$

Equação 2.23 – CAPM – Fórmula não Usual

Sabemos que:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

Equação 2.24 – Beta

Substituindo a equação 2.24 na 2.23 chegamos a fórmula mais usual do CAPM que é:

$$\overline{R_i} = R_F + \left(\frac{\overline{R_M} - R_F}{\sigma_M^2} \right) \sigma_{iM}$$

Equação 2.25 - CAPM - Fórmula Usual

Esta dedução não envolveu muitos cálculos matemáticos e raciocínios complexos para tornar o entendimento do modelo mais fácil. A dedução matemática completa pode ser encontrada no *Anexo A* deste trabalho.

2.5 CONCLUSÃO:

A Moderna Teoria dos *Portfolios* foi brevemente apresentada neste capítulo. Percebemos que tal, como qualquer modelo científico, contém simplificações da realidade, que muitas vezes podem não ser as mais adequadas para determinada situação.

Dentro deste trabalho, foram definidos ativos e situações de mercado nas quais estas simplificações da realidade tiveram uma boa aplicabilidade e resultados adequados. O modelo da Markowitz, basicamente será utilizado para a definição das proporções nas quais serão alocados os ativos dentro da carteira e o CAPM será aplicado na definição de quais ativos são aqueles que apresentam relações risco-retorno razoáveis para a formulação do *portfolio*, além de determinar se a relação risco retorno encontrada pela carteira é razoável ou não para o mercado atual.

A seguir vamos conhecer um pouco da Teoria dos Valores Extremos, que é outro importante fundamento teórico para a definição das condições de montagem do modelo de otimização da carteira de ativos.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA II

3 A TEORIA DOS VALORES EXTREMOS

“There is always going to be an element of doubt as one extrapolating into areas one doesn’t know about. But what the extreme value theory is doing is making the best use of whatever data you have about extreme phenomena”.

– Embrechts et al. (1997) p. vii.

3.1 INTRODUÇÃO

Uma das grandes preocupações humanas é de entender como se desenvolve uma crise ao longo do tempo. Como estudá-la e quais os meios de se preparar para tais eventos tão raros e contundentes dentro de quaisquer áreas que elas englobem. A Teoria dos Valores Extremos propõe-se a estudar estes efeitos extremamente raros de ocorrer.

As aplicações desta teoria são muito amplas, indo desde a análise de fenômenos naturais e grandes catástrofes até aplicações no campo das finanças para determinação de cenários de crise.

Se nos propusermos a analisar as frequências e intensidade de fenômenos naturais, temos uma grande aplicação na área de seguros, quando tratamos de qual seria a perda máxima da empresa na ocorrência de um grande tremor de terra, enchente, tornados ou qualquer que seja o fenômeno. Na engenharia e física, temos que tal teoria encontrou larga aplicabilidade dentro do estudo de resistência dos materiais; podemos imaginar quais seriam os testes para o desenvolvimento do revestimento térmico de um ônibus espacial, ou a resistência a pressão e atrito que uma broca de perfuração oceânica da Petrobrás deve ter.

Assim, passaremos por um breve estudo sobre esta teoria, e sua aplicabilidade no mundo das finanças. Antes, porém veremos um breve histórico da evolução desta teoria.

3.2 HISTÓRICO

Desde 1700 Nicolas Bernoulli já se deparava com o problema de Valor Extremo ao tratar da média da distância máxima a origem de pontos aleatoriamente posicionados em uma linha reta de tamanho fixo.

A Teoria dos Valores Extremos surgiu da necessidade dos astrônomos de utilizar ou rejeitar observações discrepantes em seus dados. Temos estudos que datam desde 1914, sendo que na década de vinte Bortkiewicz (1922), von Mises (1923), Fréchet (1927) e Tippett (1928) identificaram distribuições assintóticas para estatísticas de valores extremos. Tivemos novos resultados durante a década de trinta e quarenta, com destaque aos trabalhos de Gnedenko (1943), Gumbel (1935) e Gumbel (1947). A teoria, até então desenvolvida para variáveis unidimensionais passou a ser desenvolvida para variáveis multidimensionais, onde até hoje estão sendo pesquisadas.

Um caso amplamente citado é o dimensionamento dos diques construídos nos Países Baixos para controlar o avanço do mar. O último grande transbordamento havia ocorrido em 1953 e causou a morte de mais de 1800 pessoas. O trabalho dos matemáticos holandeses foi decisivo para o dimensionamento do tamanho dos diques com base na Teoria dos Valores Extremos. O problema que eles detinham era: dadas as observações até aquela data (o nível máximo foi de 3.85m), qual seria o possível nível máximo do mar nos próximos 10.000 anos (probabilidade associada a 10^{-4})? Chegou-se a um valor de 5.14m através da estimação de máximo por valores extremos e esta marca até os dias atuais nunca foi superada.

Recentemente a Teoria dos Valores Extremos encontrou espaço dentro do campo das finanças onde tivemos alguns trabalhos publicados. Tivemos os trabalhos de Danielsson & Vries, Embrechts et al. (1997); Ramazan Gençay e Faruk Selçuk* (1997); Mc Neil (1998); Diebold (1998); Mc Neil e Frey (1999); Mhamed-Ali El-Aroui e Jean Diebolt** (2001); entre muitos outros.

* O presente trabalho foi baseado no paper "Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets." onde é comprovada a aplicabilidade da Teoria dos Valores Extremos dentro de mercados emergentes.

** Para estimação dos parâmetros da modelagem de valores extremos foi utilizada a metodologia desenvolvida no paper "On the use of the peaks over thresholds method for estimating out-of-sample quantiles".

A grande aplicabilidade em finanças desta teoria se encontra na análise do risco. Busca-se através dela modelar o comportamento menos freqüente, ou raro, de perdas ou ganhos associados a eventos financeiros. Os eventos mais raros são intuitivamente os de maiores perdas ou ganhos relativos a algum ativo financeiro então nossa preocupação passa a se focar em condições extremas que possam acontecer tanto no ganho quanto na perda.

3.3 OS MODELOS DE VAR

Para os órgãos reguladores financeiros estes conceitos são fundamentais para exigir que as instituições a eles vinculadas deixem capital suficiente para honrar seus compromissos em épocas de crise, permitindo assim a saúde do sistema financeiro. Além desta parte de análise de reserva de capital, as instituições financeiras a utilizam para modelagem de análise de risco de mercado, sendo a metodologia *Value at Risk* (valor em risco, VaR) a mais difundida, e, a que vai ser analisada neste trabalho de formatura.

Quando tratamos de uma modelagem por VaR, temos várias metodologias a ele relacionadas. Pode-se definir como hipótese fundamental à normalidade da distribuição de seus retornos como é feito na abordagem de Simulação Histórica ou então se pode assumir uma distribuição estocástica de seus retornos tal qual é feito na Simulação de Monte Carlo.

Na Simulação Histórica temos que ao assumir a normalidade da distribuição dos retornos onde são desconsiderados os efeitos das caudas pesadas, tendo assim uma sub-avaliação do risco do *portfolio* quando analisamos períodos de crise.

Já na simulação de Monte Carlo, temos uma poderosa ferramenta para cálculo do Valor em risco abordando “grande quantidades de riscos”, inclusive os não lineares, os de volatilidade e, até mesmo, os de modelo, podendo incorporar a variação temporal da volatilidade, caudas grossas e cenários extremos.

Temos, contudo, um *trade-off* chave neste modelo que é seu grande custo computacional, por demais oneroso, além da necessidade deste modelo deter um processo estocástico confiável e específico para fatores subjacentes ao risco. Logo

temos um grande risco destes modelos serem inadequados. Como não está dentro do escopo deste trabalho a análise destes modelos, não aprofundaremos neste tema*.

Em geral, embora somente as caudas das distribuições são utilizadas para a obtenção do VaR, estes modelos fazem uma simulação de toda a distribuição. Assim sendo, os movimentos extraordinários não são devidamente captados, ou se captados, demandam um custo tecnológico e de ferramental técnico e teórico muito grande.

A Teoria dos Valores Extremos surge então para contribuição do aprimoramento dos modelos de VaR, por concentrar-se no ajuste de distribuição apenas sobre os valores extremos da variável aleatória, diminuindo a influência dos valores centrais através de um modelo simples de ser implementado e sem a necessidade de um histórico de dados muito extenso e intensa capacidade computacional.

A metodologia univariada permite analisar a distribuição de probabilidades dos retornos de um ativo, sendo que no caso de um *portfolio* a análise é feita sobre os retornos de cada ativo, além da carteira como um todo.

A Teoria dos Valores Extremos concentra-se em classes especiais de distribuições de probabilidade tais como a GEV (*Generalized Extreme Value Distribution* – distribuições de valor extremo generalizadas), classe que inclui as distribuições de Gumbel, Fréchet e Weibull e a GPD (*Generalized Pareto Distribution* – distribuições de Pareto generalizadas), como a Exponencial a de Pareto e a Beta.

Temos duas diferentes metodologias para tratar as variáveis aleatórias com valores extremos. A primeira, e a que foi utilizada neste trabalho, é denominada POT (*Peaks Over Threshold*) que consiste analisar os pontos de uma distribuição que excederam um limite de confiança por uma modelagem de valores extremos, que em geral uma é uma função generalizada de Pareto. Já a outra abordagem, o *Block* de Máxima, investiga o conjunto de valores máximos e mínimos dentro de blocos de observação/intervalos de tempo, e associando a eles as distribuições de valores extremos generalizada. Para análises de riscos de mercados em determinados períodos, busca-se associar as probabilidades aos retornos máximos/mínimos através da abordagem de *Block* de Máxima.

* Para um estudo mais detalhado sobre as Simulações Históricas e de Monte Carlo, sugere-se a leitura de "Jorion, Philippe – **Value at Risk: The new benchmark for controlling market risk**, 1997"

Já para a probabilidade de perdas/ganhos máxima a partir de um ponto de corte, como é feito na análise de *portfolios*, o POT é mais recorrente.

Na figura 3.1 temos representada a metodologia de tratamento de variáveis de valores extremos POT, que usa os valores coletados acima do limiar u para traçar a distribuição de Pareto generalizada.

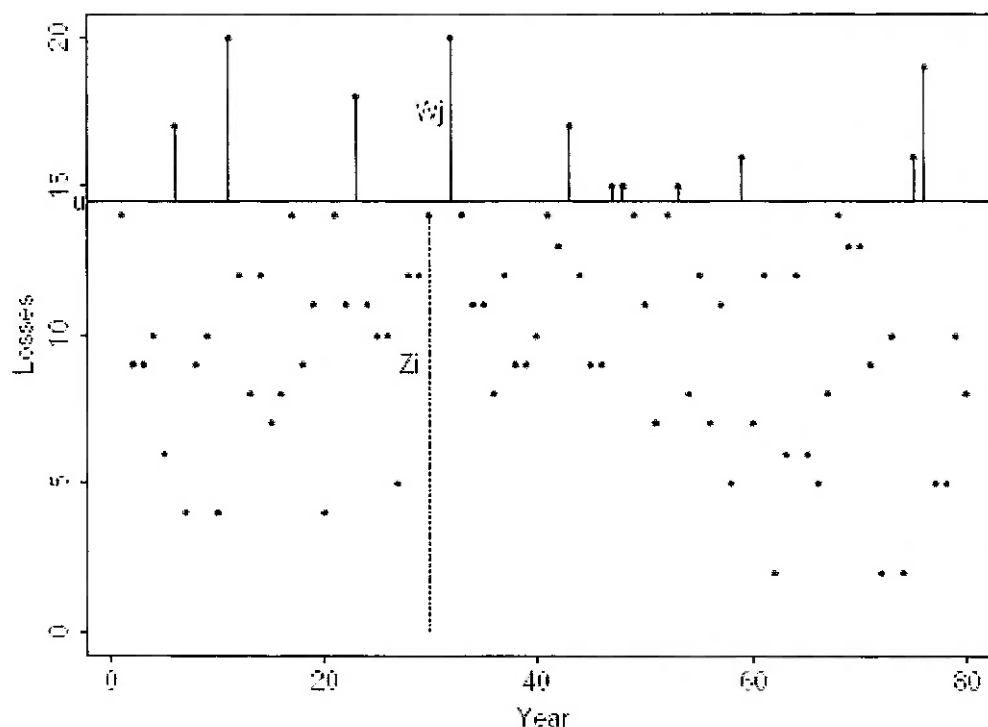


Fig. 3.1 - Distribuição de Excessos Sobre o Limiar μ - EMBRECHS, 2001

3.4 ESTUDOS DESENVOLVIDOS SOBRE O TEMA

Dentro de nosso país, tivemos como destaques, os trabalhos publicados por Souza (1999) e Ferreira (1999), pelo departamento de Economia da USP, Carpinelli (2002), pelo departamento de Matemática e Estatística também desta Universidade, e Dantas, (2002), pela Engenharia de Produção. O trabalho de Ferreira recorreu ao método de *Block* de Máxima para análise de índices de ações de mercados emergentes latino-americanos tais como o brasileiro (IBOVESPA), o argentino (MERVAL), o chileno (IPSA) e o mexicano (IPyC). Os trabalhos de Souza e Carpinelli foram detalhados no intuito de encontrar os parâmetros da distribuição de valores extremos através dos

procedimentos propostos por Danielsson & de Vries (1998) para algumas séries de ativos. Já o trabalho de Dantas focou no uso da Teoria dos Valores Extremos como uma ferramenta auxiliar aos riscos de mercado.

O presente trabalho difere dos anteriores por ter um perfil mais aplicado, visando a utilização da TVE na formação de *portfolios*, gerando restrições de perda máxima. Para tanto, este trabalho foi baseado nos resultados anteriores de consistência do modelo dentro do cenário Brasileiro e em mais dois artigos sendo eles:

-"Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets", GUENÇAY, R.; SELÇUK, F.(2004)

"On the use of the peaks over thresholds method for estimating out-of-sample quantiles", DIEBOLT, J; EL-AROUÏ, M.(2002).

O primeiro artigo trata sobre a aplicabilidade da TVE dentro de mercados emergentes, comparando sua eficácia com de outros modelos de gestão de risco. Demonstra que os mercados emergentes estão muito mais sujeitos a mudanças bruscas de seus regimes econômicos em curtos intervalos de tempo, e, justamente por este motivo, a modelagem por valores extremos é parte fundamental na gestão de risco nestes mercados.

Já o segundo artigo aborda um estudo prático sobre uma metodologia de estimação dos parâmetros de uma GPD para o cálculo das perdas máximas.

Assim sendo, com base nas pesquisas e trabalhos publicados, tanto no exterior quanto no Brasil, é evidente a aplicabilidade e eficácia da Teoria dos Valores Extremos dentro de mercados emergentes e dos ativos que compõem a bolsa de valores (BOVESPA). Encontramos, portanto, argumentos suficientes para desenvolver o trabalho proposto, de aplicação prática desta teoria, visando a alocação de carteiras com restrições de perda máxima.

A seguir teremos uma explanação teórica mais detalhada sobre os pontos até agora discutidos da TVE, que precisam ser demonstrados para a construção do modelo e no capítulo seguinte uma aplicação prática do modelo, bem como sua validação.

3.5 OS EXTREMOS

Passaremos agora por uma breve análise sobre a Teoria dos Valores Extremos. Veremos as distribuições de valores extremos, assim como as de Pareto e os métodos para estimação de parâmetros.

Essa teoria concentra-se na análise estatística de eventos extremos que nada mais são do que valores máximos ou mínimos de uma variável aleatória que excedem um limite que pode ser pré determinado ou não. Tem como resultado central o teorema de Fisher – Tippet, que caracteriza a distribuição limite para o máximo. A principal característica das distribuições de valor extremo é o fato de terem caudas pesadas, associadas à medida de *kurtose* (momento de quarta ordem) maior do que três ou a algum momento ilimitado. Na distribuição normal a kurtose deve ser três.

Por convenção costuma-se apresentar a EVT para o caso dos máximos. Contudo o que for dito para os máximos também pode ser replicado para os mínimos assumindo que os mínimos são equivalentes aos pontos de máximo multiplicados por -1.

É importante ressaltar que o comportamento de máximos e mínimos não necessariamente são simétricos, sendo que cada caso deve ser analisado em separado.

A modelagem destas séries segue o teorema a seguir explicado:

3.6 O TEOREMA DE FISHER-TIPPETT

A média converge para uma distribuição normal e isso pode ser demonstrado através da teoria do limite central. Da mesma forma, a família dos valores extremos converge para uma das distribuições generalizadas de valores extremos (GEV – *Generalized Extreme Value Distribution*), através da teoria de convergência de máxima.

Suponha uma amostra $X_n = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ independente e uniformemente distribuída com média μ e desvio σ . Chama-se estatísticas de ordem os elementos de X_n ordenados de forma que $X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n$. Denotam-se as observações ordenadas, de agora em diante, estatísticas de ordem, da forma $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$.

Podemos denominar o máximo amostral como sendo:

$M1 = X1$ e $Mn = \max(X1, X2, \dots, Xn)$ para $n > 2$

Equação 3.1- Máximo Amostral

É possível, portanto, escrever a distribuição de máximo como sendo:

$$\Pr\{Mn < x\} = \Pr\{X1 < x, \dots, Xn < x\} = \prod_{i=1}^n P(X_i \leq x) = \prod_{i=1}^n F_{x_i}(x)$$

Equação 3.2 - Distribuição Maximo

Dada a seqüência de $c_n > 0$, $d_n \in \mathbb{R}$ e uma não degenerada função H tal que:

$$\frac{(M_n - d_n)}{c_n} \xrightarrow{d} H$$

Equação 3.3 – Função H

Então H pertence a uma das três famílias de distribuição:

$$\text{Gumbel: } \Lambda(x) = \exp(-\exp^{-x}), \quad x \in \mathbb{R}$$

Equação 3.4 - Gumbel

$$\text{Fréchet: } \Phi_\alpha(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \exp(-x^{-\alpha}) & x > 0, \alpha > 0 \end{cases}$$

Equação 3.5 - Fréchet

$$\text{Weibull: } \Psi_\alpha(x) = \begin{cases} \exp[-(-x^{-\alpha})], & x \leq 0, \alpha > 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

Equação 3.6 - Weibull

Trata-se de um teorema central na Teoria dos Valores Extremos, com papel semelhante às diversas versões do Teorema do Limite Central. Em outras palavras os máximos de uma distribuição, caso ela não seja uma função degenerada, convergem para uma das três equações acima apresentadas.

Através da substituição do parâmetro alfa por κ , como foi proposto por Jenkinson (1955) e von Mises (1936) na equação 3.7, as distribuições de Fréchet, Gumbel e Weibull podem ser representadas em um modelo unificado com um único parâmetro.

$$\xi = 1/\alpha$$

Equação 3.7 – Ksi

Chegamos assim a GEV (*Generalized Extreme Value Distribution* – distribuição generalizada de valores extremos), conforme a equação 3.8, que representa a distribuição de máximos de, por exemplo, uma série de retornos financeiros:

$$H_{\xi}(x) = \begin{cases} \exp \{-(1 + \xi x)^{1/\xi}\}, & \xi \neq 0, 1 + \xi x > 0 \\ \exp \{-\exp(-x)\}, & \xi = 0 \end{cases}$$

Equação 3.8 - Distribuição Generalizada de Valores Extremos

Esta equação termina por sintetizar as três distribuições de valores extremos.

3.7 A DISTRIBUIÇÃO DE PARETO GENERALIZADA (GPD)

Em geral não estamos interessados no máximo das observações, mas no comportamento da parte das observações que excedem um determinado limite imposto.

Uma metodologia para a extração dos extremos de uma distribuição X_t , $t = 1, 2, 3, \dots, n$ com a função de distribuição $F(x) = \Pr\{X_t \leq x\}$ é medir o número de excessos de um que ocorrem adotando um elevado nível de confiança μ . O excesso sobre esse nível ocorre quando $X_t > \mu$ para um t qualquer, sendo $t = 1, 2, 3, \dots, n$. Ele é definido como sendo $y = X_t - \mu$.

Dado μ , a distribuição de probabilidades dos excessos de da distribuição X sobre o nível de confiança μ é definido por:

$$F_{\mu}(y) = \Pr \{X - \mu \leq u \mid X > \mu\}$$

Equação 3.9 - Distribuição de Probabilidades Sobre os Excessos

Esta função representa a probabilidade do valor X exceder o limite de confiança μ . Substituindo-se $x = y + \mu$, pode também ser escrita como:

$$F(x) = [1 - F(\mu)]F_\mu(y) + F(\mu)$$

Equação 3.10 – Distribuição de Proabilidades sobre Excessos II

O teorema de Haan, 1974 e Pickhands, 1975 demonstra que para um limiar suficientemente alto de confiança μ , a função de distribuição dos excessos converge para uma Distribuição de Pareto Generalizada (GPD).

As distribuições de Pareto são a Exponencial, a Pareto e a Beta, apresentadas a seguir segundo a α -parametrização:

$$\text{Exponencial: } W_0(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Equação 3.11 - Exponencial

$$P: W_{1,\alpha}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 1 - x^{-\alpha}, & x \geq 1 \end{cases}$$

Equação 3.12- Pareto

$$\text{Beta: } W_{2,\alpha}(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 1 - (-x)^{-\alpha}, & -1 \leq x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

Equação 3.13 - Beta

A GPD deriva da união destas três distribuições e pode ser definida como:

$$G_{\xi,\sigma,\nu}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{x - \nu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}, & \xi \neq 0 \\ 1 - e^{-(x - \nu)/\sigma}, & \xi = 0 \end{cases}$$

Equação 3.14 - Distribuição Generalizada de Pareto

com:

$$x \in \begin{cases} [\nu, \infty], & \xi \geq 0 \\ [\nu, \nu - \sigma / \xi] & \xi < 0 \end{cases}$$

Equação 3.15 – Condições da GPD

Onde $\xi = 1/\alpha$ é o parâmetro de *shape* da distribuição, α é o índice de cauda, σ o parâmetro de escala e ν é o parâmetro local. Caso $\nu = 0$ e $\sigma = 1$, a representação é conhecida como GPD padrão. Assim, se queremos modelar os excessos a um nível de confiança suficientemente alto podemos utilizar uma GPD. Tal modelagem usualmente é feita nos fundos para medir o quanto de risco estamos tomando em um investimento em um caso muito raro de ocorrer, situação típica de análise de cenários de *stress*.

Existe uma relação entre a GEV e a GPD padrão segundo a seguinte formula:

$$G_{\xi}(x) = 1 + \text{Log } H_{\xi}(x) \quad \text{se } H_{\xi} > -1$$

Equação 3.16 - Relação GEV & GPD

Passaremos agora uma análise de como podemos medir o VaR através da modelagem dos excessos ao limiar de confiança μ .

3.8 O VAR NOS VALORES EXTREMOS

Foi demonstrado até agora que uma distribuição de máximos converge para uma GEV e que uma distribuição de excessos sobre um nível de confiança significativamente alto converge a uma distribuição GPD.

Para a determinação de extrapolações de valores dado um limiar, como é feito para a determinação do VaR de uma carteira é utilizada a modelagem GPD.

Para tal análise voltemos a equação 3.10 anteriormente apresentada:

$$F(x) = [1 - F(\mu)]F_{\mu}(y) + F(\mu) \quad (3.10)$$

Tomando como premissa que $F_{\mu}(y)$ converge para uma GPD com um limiar suficientemente alto de confiança μ , e $x = y + \mu$ com $X > \mu$ temos:

$$F(x) = [1 - F(\mu)]G_{\xi\sigma\mu}(x - \mu) + F(\mu)$$

Equação 3.17 - Premissa GPD

Após determinar um limiar suficientemente alto de confiança μ , podemos estimar $F(\mu)$ por $(n - n_\mu)/n$ onde n_μ é o número de excessos e n é o tamanho da amostra. Como resultado, após algumas deduções matemáticas, temos o seguinte estimador:

$$\hat{F}(x) = 1 + \frac{n_\mu}{n} (G_{\xi\sigma\mu}(x - \mu) - 1)$$

Equação 3.18 - Estimador Cauda I

Assumindo que o parâmetro de *shape* ξ não seja nulo, fator que é razoável de se admitir em distribuições de Valores Extremos segundo Gençay, 1997, temos que a GPD é representada por:

$$G_{\xi,\sigma,\nu}(x) = 1 - \left(1 + \xi \frac{x - \nu}{\sigma} \right)^{-1/\xi}$$

Equação 3.19 - GPD com Ksi não Nulo

Substituindo a equação 3.19 na 3.18, temos o seguinte estimador de cauda:

$$\hat{F} = 1 + \frac{n_\mu}{n} \left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^{-1/\xi}$$

Equação 3.20 - Estimador de Cauda II

Para uma dada probabilidade $q > F(\mu)$ uma estimativa do VaR pode ser calculada pela inversa do estimador de cauda*, representado na equação 3.20, obtendo:

$$VaR = \mu + \frac{\sigma}{\xi} \left(\left(\frac{n_\mu}{n} \alpha \right)^{-\xi} - 1 \right)$$

Equação 3.21 - VaR - Valores Extremos

Temos agora a função que representa o VaR para distribuições de Valores Extremos. Pode-se perceber o que precisamos são de boas estimativas para os parâmetros de

cauda $\hat{\xi}$ e $\hat{\sigma}$ para obtermos um estimador de cauda razoável e por consequência uma boa medida do risco.

Na próxima seção veremos algumas metodologias desenvolvidas para a determinação destes índices de caudas que são parte fundamental para a análise de VaR nos extremos.

3.8.1 ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DE CAUDAS DA GPD

Estimar os parâmetros de escala e o *shape* das caudas não é uma tarefa simples. Tal tarefa demanda certo trabalho pelo fato destes serem valores não intuitivos de se imaginar, tais como a média e o desvio padrão para uma distribuição normal. Podemos chegar a eles através de alguns métodos que serão brevemente apresentados pois não se tratar do escopo deste trabalho.

3.8.2 Máxima Verossimilhança (MLE – The maximum likelihood method)

A máxima verossimilhança é um método que tenta encontrar os parâmetros através de uma série de iterações, que geram bons resultados de estimadores, porém, exigem grande capacidade computacional e pela possibilidade de em alguns casos serem numericamente intratáveis. Tal conceito encontra-se descrito no *Anexo A*.

O algoritmo de máxima verossimilhança aplicado a Teoria dos Valores Extremos foi proposto por Davison & Smith, 1987 e Grimshaw, 1993 e determinava que para a densidade f da distribuição GPD:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \frac{x}{\sigma} \right)^{-\frac{1}{\xi} - 1}$$

Equação 3.22 - Função Densidade da Distribuição

E, portanto, correspondente função log-verossimilhança a ser maximizada passa a ser:

$$l(\xi, \sigma) = -n \log(\sigma) - \left(\frac{1}{\xi} + 1 \right) \sum_{i=1}^n \left(1 + \frac{\xi}{\sigma} X_i \right)$$

Equação 3.23 - Função Log-verossimilhança

Para encontrar os parâmetros ξ e σ devemos, portanto, derivar a equação acima e verificar as suas soluções. Tal resolução não está no escopo deste trabalho uma vez que este método não foi o adotado pelo modelo de otimização de carteiras.

3.8.3 Método do Percentil Elemental (EPM – *Elemental percentile method*)

Castillo & Handi, 1997 propuseram outros estimadores baseados no método do percentil elemental. Os estimadores novamente envolvem intensivos cálculos computacionais e somente apresentam alguma performance boa quando o termo ξ for maior que zero.

3.8.4 Método dos Momentos Ponderados (PWM – *Power weighted moments*)

Hosking & Wallis, 1987 propuseram os estimadores dos momentos ponderados. Tais são mais fáceis de serem calculados e em geral, mais eficientes, segundo o estudo feito por Diebolt, 2001, sobre métodos de estimação dos parâmetros de cauda para determinação do VaR.

O estudo propõe que para a estimação dos parâmetros de escala e *shape* das caudas, deve-se utilizar as seguintes equações abaixo descritas:

$$\hat{\sigma} = \frac{2\nu_0 \nu_1}{\nu_0 + 2\nu_1} \quad \text{e} \quad \hat{\xi} = \frac{\nu_0}{\nu_0 - 2\nu_1} - 2$$

Equação 3.24 - Estimadores dos Parâmetros das Caudas

Sendo que os termos ν_0 e ν_1 são obtidos através da seguinte equação empírica:

$$\hat{\nu}_r = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (1 - p_{im})^r y(i), \quad r \in \{0, 1\} \quad \text{onde} \quad p_{im} = \frac{i - 0.35}{m}$$

Equação 3.25 - Estimadores PWM

Onde m é o número de elementos utilizado para a estimação dos parâmetros.

Podemos perceber que este método é facilmente aplicável pois somente envolve operações simples sem a necessidade de inúmeras operações que seriam demandadas em processos de otimização.

Temos assim bons argumentos para utilização destes fatores para implementação deste método dentro do modelo de otimização. Mais detalhes sobre a determinação dos estimadores serão tratados no capítulo 4.

3.9 CONCLUSÃO

Neste capítulo apresentamos uma breve introdução à Teoria dos Valores Extremos. Constatamos que uma distribuição de máximos converge para uma Distribuição de Valores Extremos Generalizada, através de uma das três distribuições de valores extremos. Além disso, percebemos que a distribuição de excessos sobre um nível de confiança suficientemente alto converge para uma Distribuição de Pareto Generalizada.

Assim, temos fundamentos para desenvolver uma ferramenta de cálculo de VaR (Valor em Risco) em situações de crise, uma vez que conseguimos obter sua equação, deduzida a partir de uma GPD, e seus parâmetros de cauda.

Temos, ferramental necessário para prosseguirmos na elaboração do modelo de otimização de carteiras que utilizará restrições de valores extremos em sua análise, criando uma carteira eficiente que leve em consideração situações de stress de mercado, que geralmente são as mais difíceis de serem analisadas e extremamente prejudiciais aos fundos.

Terminamos assim a fundamentação teórica deste trabalho, onde foram discutidos modelos de otimização de *portfolio* e métodos de cálculo de VaR. No capítulo seguinte teremos como tais conceitos entraram na elaboração do modelo de otimização de carteiras e se tais conceitos são realmente aplicáveis dentro das condições de análise propostas.

O MODELO

4 O MODELO DE ALOCAÇÃO DE ATIVOS

"The real world is sufficiently complex that to understand it and construct models of how it works, one must assume away those complexities that are thought to have only a small (or no) effect on its behavior"

– Gruber et. al.

4.1 INTRODUÇÃO

Faremos aqui a apresentação do modelo de otimização de uma carteira de ações submetido às restrições de valores extremos de perda máxima. Adotaremos algumas restrições adicionais tais como não possibilidade de posições short e alavancagem.

Teremos como objetivos a comprovação das chamadas *fat-tails*, ou caldas gordas, nas distribuições de retornos dos ativos estudados, na comprovação da eficácia do modelo GPD para a estimação de perda máxima em cenários de crise, bem como a demonstração que com a aplicação da Moderna Teoria dos *Portfolios*, é possível obter resultados motivadores para sua aplicabilidade.

4.2 O MODELO DE OTIMIZAÇÃO

O modelo de otimização consiste em maximizar o retorno da carteira, dentro de um universo de treze ativos selecionados dentro de algumas condições de risco para situações usuais e de crise.

Tal otimização é fundamentada na maximização do ângulo *theta* segundo a equação 2.22, definida no capítulo 2, e abaixo representada.

$$f.o. \quad \text{Max}(\theta) = \frac{\overline{R_B} - R_F}{\sigma_B}$$

Equação 4.1- Função Objetivo

Como os parâmetros R_F e σ_B são valores conhecidos, supondo que é conhecido o retorno livre de risco e o risco máximo que a carteira poderá estar exposta ser um valor predeterminado, temos que a função objetivo restringe-se somente a encontrar o valor de máximo retorno para a carteira.

Chegamos à equação 4.2 representada:

$$f.o. \text{ Max}(\theta) = \overline{R_B}$$

Equação 4.2 - Função Objetivo II

Tal função acaba sendo sujeita às restrições de risco da carteira, tanto para situações usuais (estimamos o VaR pela aproximação dos retornos a uma distribuição Normal com 95% de certeza), como para situações de crise (aproximamos os retornos acima do limiar de 95% por uma GPD, e utilizamos esta distribuição para o cálculo do VaR com 99,92% de confiança, ou seja, uma extrapolação a cada cinco anos, aproximadamente).

O sistema foi totalmente realizado no Ms Excel, e o solver foi o sistema adotado para realização do processo de otimização, e foi ajustado para um máximo de 150 iterações, com tempo máximo de execução de 1500s, com o método de estimativas quadráticas, adequado a problemas de otimização não lineares.

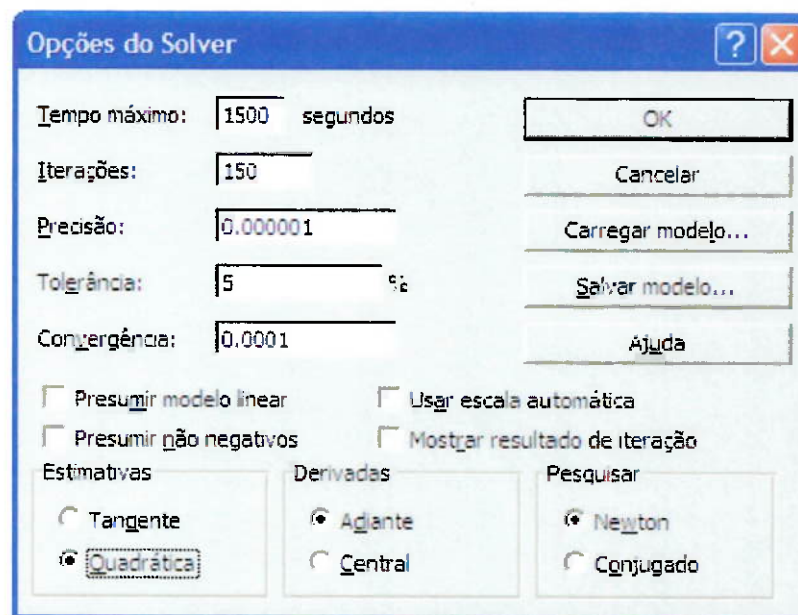


Fig. 4.1 – Opções do Solver – Elaborado pelo Autor

Segue a interface do sistema criado para realizar a otimização da carteira.

Modelo de Otimização de Carteira

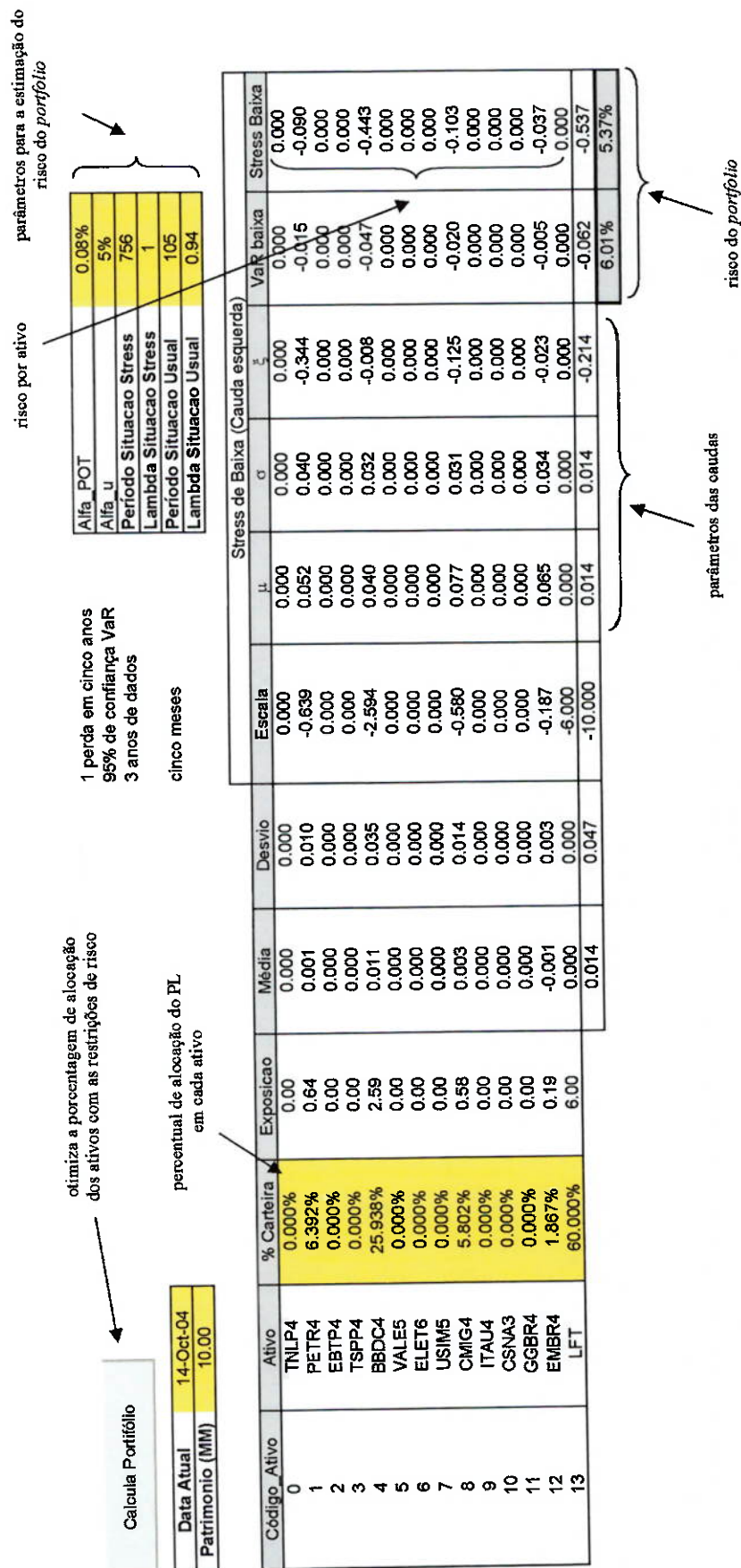


Fig. 4.2 – Modelo de Otimização de Carteira – Elaborado pelo autor

As médias e desvios para cada ativo foram calculados com base no histórico de 105 dias, ou cinco meses através do método dos estimadores de momento, descrito no *Anexo A*, de primeira ordem e segunda ordem. Os parâmetros de cauda ξ e σ com um histórico de 756 dias, ou cinco anos através da metodologia dos momentos ponderados descrita no capítulo 3, seguindo a metodologia proposta por Hosking e Wallis, 1987 através da equação 3.24 e a equação 3.25.

$$\hat{\sigma} = \frac{2v_0v_1}{v_0 + 2v_1} \quad \text{e} \quad \hat{\xi} = \frac{v_0}{v_0 - 2v_1} - 2 \quad (3.24)$$

$$\hat{v}_r = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (1 - p_{i,m})^r y(i), \quad r \in \{0,1\} \quad \text{onde} \quad p_{i,m} = \frac{i - 0.35}{m} \quad (3.25)$$

O retorno médio da carteira foi calculado com base na equação 2.7 do capítulo 2.

$$\bar{R}_P = \sum_{i=1}^N E(X_i R_{ij}) = \sum_{i=1}^N X_i \bar{R}_{ij} \quad (2.7)$$

O desvio padrão da carteira também é calculado com base na teoria de Markowitz descrita no capítulo 2, e está representada na equação 2.17.

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad (2.17)$$

O VaR medido em situações usuais, com 95% de confiança, usa como parâmetros o retorno e o risco da carteira. Ele admite a normalidade dos retornos e o valor em risco é calculado pela fórmula Normal Inversa do Excel.

O Stress é calculado segundo a equação descrita no capítulo 3 através da equação 3.21, que segue abaixo representada:

$$VaR = \mu + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left(\left(\frac{n_\mu}{n} \alpha \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right) \quad (3.21)$$

A volatilidade anualizada adotada como restrição de risco para a carteira foi de 11% aa e a perda máxima em uma situação de *stress* foi determinada como 15%, isto quer dizer que em uma conjuntura de crise com a Crise Asiática, o fundo pode perder até 15% de seu Patrimônio.

A matriz de correlações entre os ativos foi calculada com um intervalo de 42 dias, ou dois meses, e recalculada mensalmente para medir possíveis alterações entre o comportamento dos ativos da carteira. Podem ser encontradas no *Anexo B* deste trabalho as matrizes de correlações.

Por fim, foram definidas algumas condições de não alavancagem e venda a descoberto, alocação de somente 40% do financeiro total em renda variável, sendo o restante alocado em LFTs, cujas rentabilidades foram consideradas como sendo as do CDI,, por questões práticas de simplificação do modelo.

4.2.1 A COLETA E O TRATAMENTO DOS DADOS

Os dados que compõem um modelo são todo o esqueleto em que ele se sustenta, pois caso os estes não sejam confiáveis ou não tiveram um tratamento adequado, todo o resultado do experimento acaba sendo comprometido.

Assim a coleta dos dados seguiu uma rigorosa metodologia de conferência das informações e de procedimentos adequados ao tratamento de valores vazios, zerados, ex-proventos e submetidos a alguma outra alteração no valor negociado da ação par somente serem captadas as alterações nos preços dos ativos que tiverem relação com alterações de oferta e demanda.

Os dados foram reunidos desde o dia primeiro de janeiro de 1999 até o dia quatorze de outubro deste ano, totalizando 1440 observações.

4.2.2 A ESCOLHA DOS ATIVOS

Ao todo foram escolhidos treze ativos para compor a carteira do modelo. Os ativos foram escolhidos por apresentarem maior liquidez na Bolsa, terem um grande fluxo de informação, por apresentarem volume diário negociado significativo e por serem as ações com boa relação risco retorno, segundo o modelo CAPM de Sharpe. As empresas utilizadas na carteira são as seguintes:

| Empresa | Codigo |
|--------------------------------|--------|
| TELEMAR | TNLP4 |
| PETROBRÁS | PETR4 |
| EMBRATEL | EBTP4 |
| TELESP CELULAR | TSPP4 |
| BRADESCO | BBDC4 |
| VALE DO RIO DOCE | VALE5 |
| ELETROBRÁS | ELET6 |
| USIMINAS | USIM5 |
| CEMIG | CMIG4 |
| ITAU | ITAU4 |
| COMPANHIA SIDERURGICA NACIONAL | CSNA3 |
| GERDAU | GGBR4 |
| EMBRATEL | EMBR4 |

Tabela 4.1 – Empresas da Carteira – Elaborado pelo autor

Foram treze as empresas escolhidas para o modelo pois, segundo a tese *Análise da persistência de performance dos fundos de ações brasileiros no período de 1995-1998* - ODA, André Luiz, 1997, com aproximadamente doze ativos no mercado brasileiro, a carteira apresenta, como medida de risco, somente seu risco conjuntural β , não sendo necessários mais ativos para a diversificação.

Assim temos todos os parâmetros do modelo definidos, nas próximas seções veremos a validação do modelo, a análise dos resultados obtidos e quais conclusões tiradas a partir deste sistema proposto.

4.3 A VALIDAÇÃO DO MODELO

O modelo desenvolvido partiu do pressuposto que a Teoria dos Valores Extremos é aplicável em mercados emergentes tais como o Brasil. Esse pressuposto foi

fundamentado nos artigos e trabalhos sobre o tema citados no capítulo 3. No artigo publicado por Gençay e Selçuk (2001), temos uma tabela que compara diferentes metodologias de VaR em quantis elevados nos mercados emergentes, sendo que a Teoria dos Valores Extremos foi a que obteve os melhores resultados.

| | Cauda Esquerda | | | | | Cauda Direita | | | | |
|-----------|----------------|-------|----|-------|-------|---------------|-------|----|-------|-------|
| | 5% | 2.50% | 1% | 0.50% | 0.10% | 5% | 2.50% | 1% | 0.50% | 0.10% |
| Argentina | N | T | E | E | E | E | E | E | E | E |
| Brasil | E | E | E | E | E | E | H | T | T | E |
| Hong Kong | N | T | E | E | E | E | N | T | T | E |
| Indonésia | N | T | E | E | E | T | T | T | N | T |
| Korea | T | T | T | T | T | T | T | E | E | E |
| México | T | T | T | E | E | E | T | T | E | E |
| Singapura | E | T | T | E | H | N | N | T | E | E |
| Taiwan | N | T | T | T | E | N | E | T | E | E |
| Turquia | T | T | E | E | E | N | T | E | T | E |

E Distribuição de Pareto Generalizada (GPD)
 T Distribuição de T-Student
 N Distribuição Normal
 H Simulação Histórica

Tabela 4.2 – Melhores Modelos de VaR para Cada Mercado – Gençay & Selçuk, 2001

Os países foram classificados com relação à compatibilidade dos retornos com a Teoria dos Valores Extremos em ordem decrescente de cima para baixo. Pode-se notar que o Brasil enquadra-se em todos os níveis de confiança para as perdas, fator que acaba por reforçar a aplicabilidade da Teoria.

Passaremos agora a discutir a questão da não normalidade dos retornos para valores acima de dado limiar de confiança, bem como a distribuição destes valores convergirem a uma distribuição GPD conforme a Teoria dos Valores Extremos.

Para esta análise foram utilizados os treze ativos que compõem a carteira, mais o Índice da Bolsa de Valores de São Paulo. O período analisado dos ativos foi de cinco anos e, para o do índice, quase dez anos.

| Ativos | Período | | Numero Dados |
|--------|----------|-----------|--------------|
| IBOV | 2-Jan-95 | 14-Oct-04 | 2465 |
| TNLP4 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |
| PETR4 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |
| EBTP4 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |
| TSPP4 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |
| BBDC4 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |
| VALE5 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |
| ELET6 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |
| USIM5 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |
| CMIG4 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |
| ITAU4 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |
| CSNA3 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |
| GGBR4 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |
| EMBR4 | 4-Jan-99 | 14-Oct-04 | 1440 |

Tabela 4.3 – Período de Dados dos Ativos – Elaborado pelo autor

Analisaremos o índice da bolsa de valores, o IBOVESPA, para comprovar a primeira hipótese. O índice, em termos de liquidez, refere-se a uma carteira teórica composta por ações que representam mais 80% do volume de negócios e do volume financeiro da BOVESPA, e, em termos de capitalização, representa a carteira teórica com mais de 70% do somatório de toda essa capitalização dentro do mercado acionário. Assim sendo é um significativo representante da maioria dos ativos que compõem a bolsa e sua análise pode servir de base aos outros ativos.

O histórico levantado começa em Janeiro de 1995 até mês de Outubro de 2004 para realização de testes de normalidade com seus log-retornos. No gráfico a seguir, temos representados os retornos do IBOVESPA por todo o período.

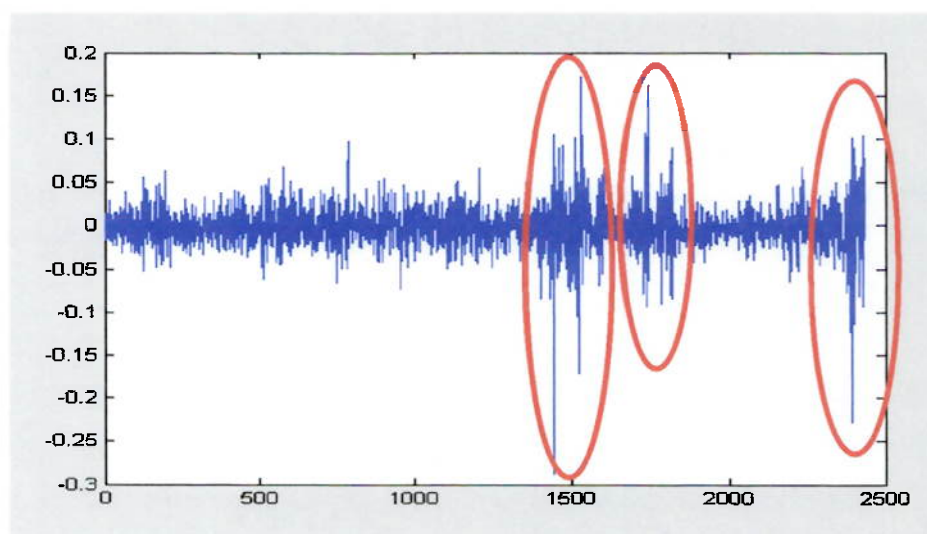


Fig 4.3 – Evolução Retorno IBOVESPA – Elaborado pelo autor

É importante perceber nesta série os períodos de crise dentro do histórico. Eles podem ser observados nos três períodos marcados, no primeiro da esquerda para a direita temos duas crises consecutivas, a Asiática e a Russa, em seguida temos a desvalorização cambial de 1999 no Brasil e recentemente temos o 11 de Setembro, junto com a sucessão do governo, em 2002.

Na tabela a seguir temos alguns dados estatísticos sobre o histórico da distribuição do IBOVESPA durante este período estudado. Podemos perceber que a *kurtose** e a *skewness***, não indicam uma distribuição normal.

| MEDIA | DESVIO | MINIMO | MAXIMO | MEDIANA | KURTOSE | SKEWNESS |
|---------|--------|---------|--------|---------|---------|----------|
| -0.0007 | 0.0255 | -0.2882 | 0.1723 | -0.0013 | 16.1235 | -0.6123 |

Tabela 4.4 – Informações Estatísticas IBOVESPA – Elaborado pelo autor

Na figura 4.3 representada abaixo temos a distribuição acumulada do índice confrontada com a distribuição normal. Podemos perceber que as distribuições são bem similares, contudo a distribuição normal tem um decaimento mais rápido quando chega aos

* *kurtose* - medida do índice de caudas que assume valor 3 para distribuições normais

** *skewness* – medida de simetria da distribuição, é zero quando temos distribuições de valores simétricas.

extremos. O eixo x do gráfico representa o retorno do IBOVESPA e o eixo y representa a probabilidade acumulada.

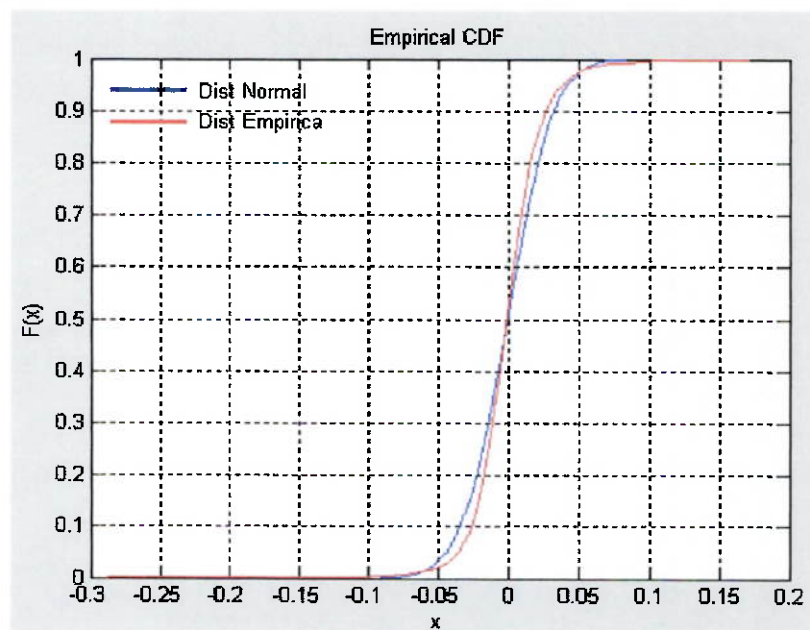


Fig. 4.4 – Distribuição Acumulada IBOVESPA – Elaborado pelo autor

A seguir temos representado o gráfico *Box-Plot* da série de retornos do IBOVESPA, podemos perceber que existem uma série de pontos fora dos limites tanto para retornos positivos quanto negativos.

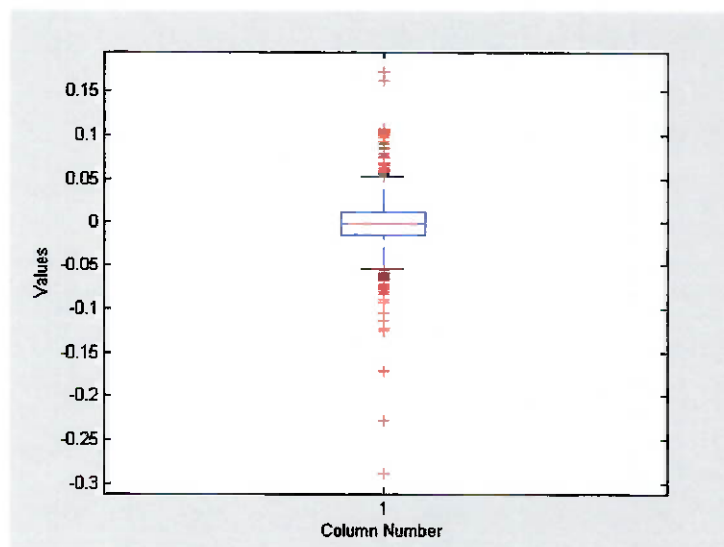


Fig 4.5 – Box Plot IBOVESPA – Elaborado pelo autor

Para analisarmos a normalidade dos retornos traçamos dois gráficos, com auxílio do software *Matlab*. O primeiro é um histograma dos log-retornos, já o segundo é a comparação dos dados observados com uma distribuição normal.

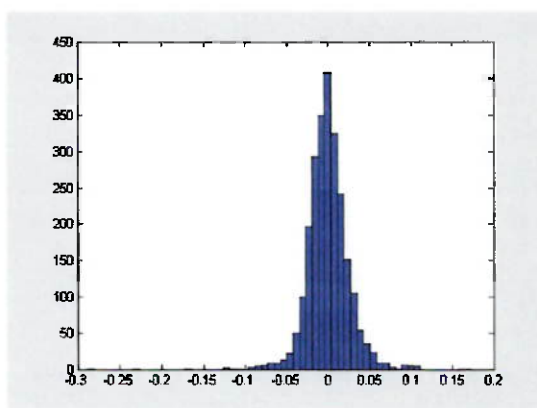


Fig 4.6- Histograma Log-Retornos IBOVESPA
- Elaborado pelo Autor

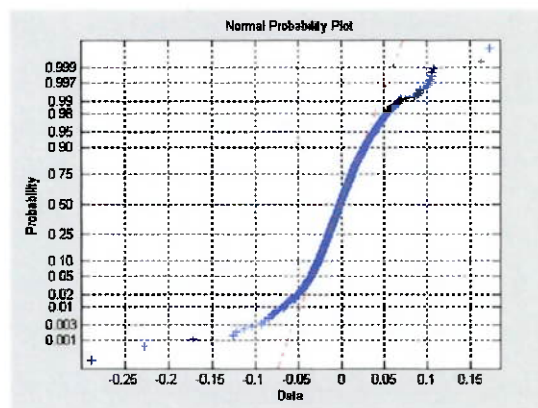


Fig 4.7 – Distribuição Normal IBOVESPA
Elaborado pelo Autor

Pode se perceber claramente que a distribuição, no intervalo de confiança que vai de 5% a 95% segue uma distribuição muito próxima da normal. Observamos, também que para ganhos ou perdas mais raros de ocorrer, esta distribuição diverge da normalidade, sendo que para os retornos temos maiores ganhos e perdas, temos maiores diferenças.

Assim, após toda essa análise, é possível afirmar que para situações raras, de grandes ganhos ou perdas, uma modelagem normal não é muito adequada. Além disso, se a não conseguirmos uma boa modelagem dos dados com uma distribuição normal, também não conseguiremos uma boa estimativa de VaR. Desta forma os sistemas usuais de risco, que se utilizam de distribuições normais, subestimam suas perdas possíveis.

Uma análise semelhante a do índice da bolsa também foi realizada para cada ativo e encontra-se no anexo B deste trabalho.

Passaremos agora para a análise empírica dos resultados para estimativas de VaR em situações de crise com base no modelo proposto.

Cada um dos ativos foi testado dentro do modelo e seu pior retorno, em um período de cinco dias, dentro de um histórico de cinco anos, foi levantado e comparado com a pior

perda estimada com 99,92% de certeza prevista pelo modelo. Tal probabilidade representa uma extrapolação a cada cinco anos, aproximadamente. A tabela está a seguir representada.

| Ativos | Piores Perdas | Estimativa Stress | Diferença |
|--------|---------------|-------------------|-----------|
| TNLP4 | -12.58% | -7.54% | -5.04% |
| PETR4 | -8.43% | -6.78% | -1.65% |
| EBTP4 | -31.14% | -24.22% | -6.92% |
| TSPP4 | -31.79% | -25.75% | -6.04% |
| BBDC4 | -11.89% | -8.15% | -3.74% |
| VALE5 | -8.64% | -6.97% | -1.67% |
| ELET6 | -9.57% | -8.57% | -1.00% |
| USIM5 | -10.42% | -9.00% | -1.42% |
| CMIG4 | -11.97% | -8.57% | -3.40% |
| ITAU4 | -11.89% | -10.26% | -1.63% |
| CSNA3 | -10.00% | -10.29% | 0.29% |
| GGBR4 | -25.12% | -26.03% | 0.91% |
| EMBR4 | -19.70% | -19.14% | -0.56% |

Tabela 4.5 – Estimativa Stress x Dados Reais – Elaborado pelo autor

Podemos perceber uma boa estimativa dos resultados ocorridos com os previstos para os ativos dentro do histórico levantado. Uma outra maneira de avaliarmos o quanto o modelo acertou com relação à previsão pode se analisar quantas vezes o retorno foi inferior ao Stress calculado dentro do histórico.

Chegamos assim a seguinte tabela:

| Ativos | Extrapolação | Probabilidade |
|--------|--------------|---------------|
| TNLP4 | 8 | 99.46% |
| PETR4 | 6 | 99.59% |
| EBTP4 | 3 | 99.80% |
| TSPP4 | 3 | 99.80% |
| BBDC4 | 9 | 99.39% |
| VALE5 | 1 | 99.93% |
| ELET6 | 8 | 99.46% |
| USIM5 | 9 | 99.39% |
| CMIG4 | 3 | 99.80% |
| ITAU4 | 4 | 99.73% |
| CSNA3 | 0 | 100.00% |
| GGBR4 | 0 | 100.00% |
| EMBR4 | 1 | 99.93% |

Tabela 4.6 – Extrapolações do Valor Stress – Elaborado pelo autor

Temos que todos os ativos tiveram resultados próximos do valor de 99,92% que é o nível de confiança adotado no modelo.

Assim pode-se perceber que, tanto com relação as piores perdas, quanto às extrapolações do modelo, tivemos bons resultados. Sendo assim o modelo é válido para estes ativos neste período analisado.

4.4 CONCLUSÃO

Neste capítulo vimos os conceitos e raciocínios usados dentro do modelo de otimização da carteira, bem como um estudo de enquadramento de cada um dos ativos dentro da teoria dos Valores Extremos.

Podemos concluir com esta análise que os ativos brasileiros estudados apresentam retornos que seguem a distribuição de valores extremos nas caudas. Para um estudo mais detalhado sobre o comportamento das caudas de ativos em mercados emergentes recomenda-se a leitura do artigo: -“*Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets*”, GUENÇAY, R.; SELÇUK, F., 2004.

No capítulo seguinte serão apresentados os resultados obtidos em 1 ano com os retornos mensais e 5 anos através de uma metodologia mais genérica ao período utilizando o *backtest*, que nada mais é do que uma análise de como os resultados seriam realizados em um histórico passado.

ANALISE DOS RESULTADOS

5 ANALISE DOS RESULTADOS

“Administrar o risco significa perguntar o que pode acontecer no 1% restante das vezes”. –Richard Felix, diretor chefe de crédito do Morgan Stanley

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo vamos analisar os resultados com os testes feitos no modelo. O modelo foi testado com relação a dois critérios distintos:

- Para se verificar a qualidade das previsões em situações de *stress* de mercado, onde as perdas são muito significativas e raras de ocorrer, e em situações usuais, quando as condições macroeconômicas permanecem estáveis.
- Para verificar a melhoria na questão risco retorno da carteira pela diversificação dos ativos e utilização de modelo de otimização.

As análises foram feitas em períodos de tempo distintos, pois o modelo de Valores Extremos realiza boas extrapolações de previsão de retornos. Assim, este foi analisado dentro de um período de um ano e de cinco anos.

5.2 ANALISE DOS RESULTADOS (SETEMBRO-2003 – SETEMBRO-2004)

Temos a seguir a os resultados obtidos com o modelo durante o período indicado. A carteira foi calculada mensalmente juntamente com sua matriz de covariâncias sendo que ela é representativa de dois meses do histórico. Tais podem ser encontradas no *Anexo B* deste trabalho.

Resultados Sistema Setembro 2003 – Setembro 2004

| Ativo | September-03 | October-03 | November-03 | December-03 | January-04 | February-04 | March-04 | April-04 | May-04 | June-04 |
|--------|--------------|------------|-------------|-------------|------------|-------------|----------|----------|--------|---------|
| TNLP4 | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 8.49% | 3.26% |
| PETRA | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 12.00% | 0.00% | 12.00% | 12.00% | 0.00% | 3.99% |
| EBTP4 | 11.99% | 12.00% | 7.19% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% |
| TSPP4 | 0.00% | 4.00% | 12.00% | 0.00% | 4.02% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.13% |
| BDDC4 | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 12.00% | 0.00% | 0.00% | 1.59% | 12.00% |
| VALES | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 12.00% | 0.00% | 12.00% | 8.08% | 0.00% | 10.95% | 0.00% |
| ELET6 | 12.00% | 12.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 3.16% | 0.00% | 0.00% |
| USIM5 | 0.00% | 12.00% | 12.00% | 0.00% | 12.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% |
| CMIG4 | 12.00% | 0.00% | 0.00% | 12.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 7.77% | 0.00% | 12.00% |
| ITALU4 | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 12.00% | 0.00% | 1.18% | 12.00% | 5.07% | 0.00% | 0.00% |
| CSNA3 | 4.01% | 0.00% | 8.81% | 0.00% | 3.45% | 1.65% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% |
| GGBR4 | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 8.53% | 6.84% | 7.36% | 12.00% | 0.00% | 3.99% |
| EMBR4 | 0.00% | 0.00% | 0.00% | 4.00% | 0.00% | 6.33% | 0.55% | 0.00% | 6.97% | 4.62% |
| LFT | 60.00% | 60.00% | 60.00% | 60.00% | 60.00% | 60.00% | 60.00% | 60.00% | 60.00% | 60.00% |

Tabela 5.1 – Composição da Carteira Setembro 2003 – Setembro 2004 – Elaborada pelo Autor

| Ativo | September-03 | October-03 | November-03 | December-03 | January-04 | February-04 | March-04 | April-04 | May-04 | June-04 |
|----------------------|--------------|------------|-------------|-------------|------------|-------------|----------|----------|--------|---------|
| Rentabilidade | 8.37% | 5.04% | 4.11% | 4.04% | 1.54% | -1.12% | 2.52% | -8.87% | 4.78% | 3.71% |
| Rentabilidade Acum. | 8.37% | 13.83% | 18.51% | 23.31% | 25.21% | 23.80% | 26.92% | 18.19% | 23.85% | 28.44% |
| Extrapolações VaR | - | 2 | - | 3 | 2 | 2 | - | 6 | 1 | - |
| Extrapolações Stress | - | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

Tabela 5.2 – Tabela de Rentabilidades e Extrapolações de VaR e Stress Setembro 2003 – Setembro 2004 – Elaborada pelo Autor

Analisando os retornos e as extrapolações aos riscos projetados, temos que o modelo conseguiu resultados satisfatórios por proporcionar medidas de risco adequadas e retornos significativamente satisfatórios.

Com relação às carteiras otimizadas mensalmente, percebemos que em alguns meses o modelo não encontrava uma solução factível dentro dos limites de risco impostos nas restrições do modelo.

O sistema não conseguiu encontrar uma solução nos meses de Fevereiro, Março, Maio, Junho e Agosto referentes ao ano de 2004 dentro dos limites de risco. Tal performance ocorreu em função de mudanças nos patamares de volatilidade do mercado conforme podemos visualizar na figura abaixo representado da volatilidade do índice BOVESPA no mesmo período:

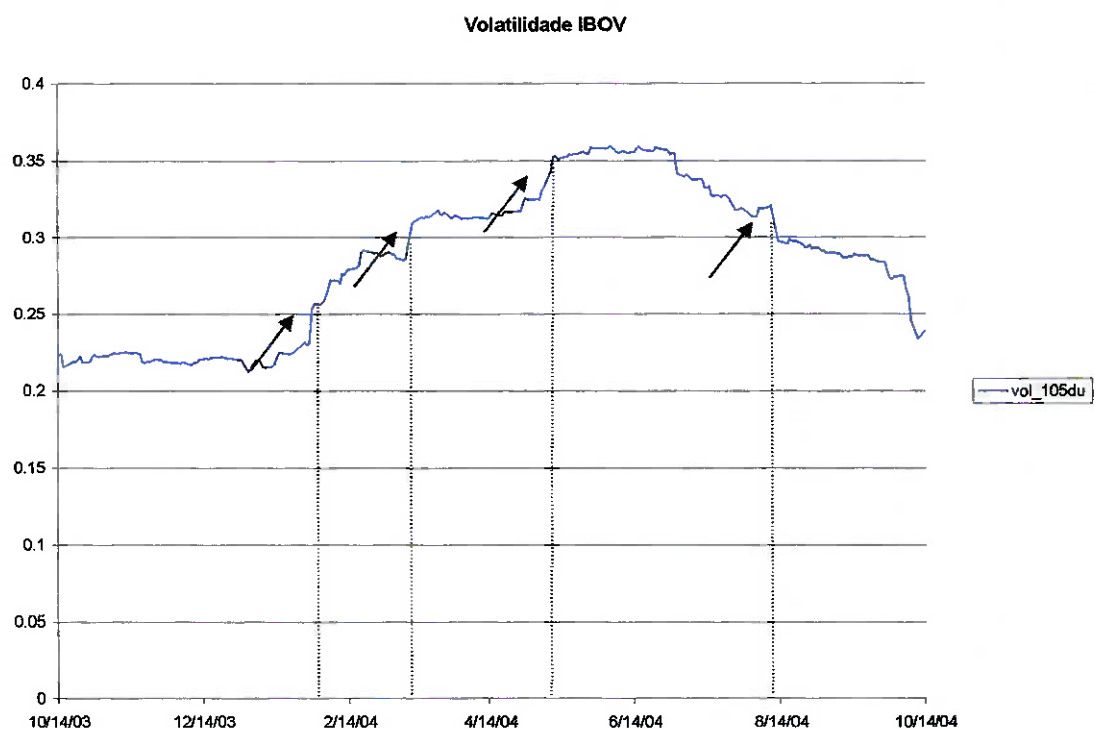


Fig – 5.1 - Volatilidade IBOVESPA Setembro 2003 – Setembro 2004– Elaborado pelo Autor

A seguir temos as carteiras dos meses em que o modelo não encontrou uma solução factível.

Carteira Otimizada Fevereiro-2004

| | | | |
|-------------------|--|-------------------------|-------|
| Calcula Portfólio | | Alfa POT | 0.08% |
| | | Alfa u | 5% |
| | | Período Situação Stress | 756 |
| | | Lambda Situação Stress | 1 |
| | | Período Situação Usual | 105 |
| | | Lambda Situação Usual | 0.94 |
| | | 5% | |

1 perda em cinco anos
95% de confiança VaR
3 anos de dados
cinco meses

| | |
|-----------------|-----------|
| Data Atual | 13-Feb-04 |
| Patrimônio (MM) | 10.00 |

| | | Stress de Baixa (Cauda esquerda) | | | | | | | | | |
|--------------|-------|----------------------------------|-----------|--------|--------|---------|-------|----------|--------|-----------|--------------|
| Código Ativo | Ativo | % Carteira | Exposição | Média | Desvio | Escala | μ | σ | ξ | VaR baixa | Stress Baixa |
| 0 | TNLP4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 1 | PETRA | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | EBTP4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | TSPP4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | BBOC4 | 12.000% | 1.20 | 0.001 | 0.028 | -1.200 | 0.084 | 0.026 | 0.206 | -0.045 | -0.307 |
| 5 | VALE5 | 12.000% | 1.20 | 0.001 | 0.029 | -1.200 | 0.088 | 0.017 | -1.333 | -0.047 | -0.121 |
| 6 | ELET6 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 7 | USIM5 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 8 | CMIG4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 9 | ITAU4 | 1.182% | 0.12 | 0.000 | 0.003 | -0.118 | 0.095 | 0.029 | 0.254 | -0.005 | -0.036 |
| 10 | CSNA3 | 1.649% | 0.16 | 0.001 | 0.005 | -0.165 | 0.102 | 0.030 | -0.041 | -0.008 | -0.035 |
| 11 | GGBR4 | 6.841% | 0.68 | 0.002 | 0.017 | -0.684 | 0.083 | 0.035 | -0.420 | -0.025 | -0.104 |
| 12 | EMBR4 | 6.328% | 0.63 | -0.002 | 0.015 | -0.633 | 0.097 | 0.053 | 0.025 | -0.027 | -0.206 |
| 13 | LFT | 60.000% | 6.00 | 0.000 | 0.000 | -6.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| | | | | 0.003 | 0.073 | -10.000 | 0.026 | 0.014 | -0.102 | -0.117 | -0.732 |
| | | | | | | | | | | 11.32% | 7.32% |

Fig. 5.2 – Carteira Fevereiro 2004 – Elaborado pelo Autor

Carteira Otimizada Março-2004

| | |
|-------------------------|-------|
| Alfa POT | 0.08% |
| Alfa U | 5% |
| Período Situação Stress | 756 |
| Lambda Situação Stress | 1 |
| Período Situação Usual | 105 |
| Lambda Situação Usual | 0.94 |
| | 5% |

1 perda em cinco anos
95% de confiança VaR
3 anos de dados
cinco meses

Calcula Portfólio

| | |
|-----------------|-----------|
| Data Atual | 12-Mar-04 |
| Patrimônio (MM) | 10.00 |

| | | Stress de Baixa (Cauda esquerda) | | | | | | | | | |
|--------|-------|----------------------------------|-----------|--------|--------|---------|-------|----------|--------|-----------|--------------|
| Código | Ativo | % Carteira | Exposição | Média | Desvio | Escala | μ | σ | ξ | VaR baixa | Stress Baixa |
| 0 | TNLP4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 1 | PETRA | 12.000% | 1.20 | 0.000 | 0.027 | -1.200 | 0.083 | 0.035 | -0.424 | -0.044 | -0.182 |
| 2 | EBTP4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | TSPP4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | BDDC4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 5 | VALE5 | 8.083% | 0.81 | -0.005 | 0.018 | -0.808 | 0.098 | 0.039 | -1.468 | -0.035 | -0.100 |
| 6 | ELET6 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 7 | USIM5 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 8 | CMIG4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 9 | ITAU4 | 12.000% | 1.20 | -0.003 | 0.027 | -1.200 | 0.089 | 0.033 | 0.172 | -0.048 | -0.347 |
| 10 | CSNA3 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 11 | GGBR4 | 7.365% | 0.74 | 0.000 | 0.017 | -0.736 | 0.083 | 0.035 | -0.424 | -0.027 | -0.112 |
| 12 | EMBR4 | 0.552% | 0.06 | 0.000 | 0.002 | -0.055 | 0.115 | 0.045 | 0.133 | -0.003 | -0.020 |
| 13 | LFT | 60.000% | 6.00 | 0.000 | 0.000 | -6.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| | | | | -0.008 | 0.081 | -10.000 | 0.032 | 0.008 | -0.056 | -0.142 | -0.608 |
| | | | | | | | | | | 13.70% | 6.08% |

Fig. 5.3 – Carteira Março 2004 – Elaborado pelo Autor

Carteira Otimizada Maio-2004

| | |
|-------------------------|-----------|
| Calcula Portfólio | |
| Data Atual | 14-May-04 |
| Patrimônio (MM) | 10.00 |
| 1 perda em cinco anos | |
| 95% de confiança VaR | |
| 3 anos de dados | |
| cinco meses | |
| Alfa POT | 0.08% |
| Alfa u | 5% |
| Período Situação Stress | 756 |
| Lambda Situação Stress | 1 |
| Período Situação Usual | 105 |
| Lambda Situação Usual | 0.94 |
| 5% | |

| Stress de Baixa (Cauda esquerda) | | | | | | | | | |
|----------------------------------|-------|------------|-----------|--------|--------|--------|--------|----------|--------|
| Código Ativo | Ativo | % Carteira | Exposicao | Média | Desvio | Escala | μ | σ | ξ |
| 0 | TNLP4 | 8.494% | 0.85 | -0.001 | 0.019 | -0.849 | 0.083 | 0.024 | 0.129 |
| 1 | PETR4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 2 | EBTP4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | TSPP4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | BDDC4 | 1.592% | 0.16 | 0.000 | 0.004 | -0.159 | 0.081 | 0.022 | 0.288 |
| 5 | VALE5 | 10.949% | 1.09 | 0.004 | 0.029 | -1.095 | 0.088 | 0.018 | -0.249 |
| 6 | ELET6 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 7 | USIM5 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 8 | CMIG4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 9 | ITAU4 | 12.000% | 1.20 | 0.003 | 0.025 | -1.200 | 0.071 | 0.024 | 0.306 |
| 10 | CSNA3 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 11 | GGBR4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 12 | EMBR4 | 6.966% | 0.70 | -0.001 | 0.019 | -0.697 | 0.101 | 0.047 | 0.095 |
| 13 | LFT | 60.000% | 6.00 | 0.000 | 0.000 | -6.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| | | | | | | | 0.027 | 0.010 | 0.169 |
| | | | | | | | 11.52% | | 8.52% |

Fig. 5.4 – Carteira Maio 2004 – Elaborado pelo Autor

Carteira Otimizada Junho-2004

| | |
|-------------------------|-------|
| Alfa POT | 0.08% |
| Alfa u | 5% |
| Periodo Situacao Stress | 756 |
| Lambda Situacao Stress | 1 |
| Periodo Situacao Usual | 105 |
| Lambda Situacao Usual | 0.94 |

1 perda em cinco anos
95% de confiança VaR
3 anos de dados

cinco meses

| Calcula Portfólio | |
|-------------------|-----------|
| Data Atual | 14-Jun-04 |
| Patrimônio (MM) | 10.00 |

[illegible]

Fig. 5.5 – Carteira Junho 2004 – Elaborado pelo Autor

Carteira Otimizada Agosto-2004

| | | | |
|-------------------|--|-------------------------|-------|
| Calcula Portfólio | | Alfa POT | 0.08% |
| Data Atual | | Alfa u | 5% |
| Patrimonio (MM) | | Período Situacao Stress | 756 |
| | | Lambda Situacao Stress | 1 |
| | | Período Situacao Usual | 105 |
| | | Lambda Situacao Usual | 0.94 |
| | | | 5% |

1 perda em cinco anos
95% de confiança VaR
3 anos de dados
cinco meses

| Data Atual | | 13-Aug-04 | |
|-----------------|--|-----------|--|
| Patrimonio (MM) | | 10.00 | |
| cinco meses | | | |
| | | 5% | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| </ | | | |

Fig. 5.6 – Carteira Agosto 2004 – Elaborado pelo Autor

Podemos perceber então que para mudanças de patamares de volatilidade do mercado, acabam por interferir no modelo de otimização.

Tais mudanças influenciam na previsão da volatilidade esperada do modelo pois ele se baseia nos dados passados para realizar as previsões. Sendo assim, o modelo acaba não tendo uma performance muito boa no processo de otimização nestes casos. Temos, contudo, que a volatilidade é uma medida mais constante do que os retornos e tem certa persistência com o passar do tempo, sendo assim o modelo é razoável durante a maior parte do tempo. A figura 5.7 abaixo, mostra a persistência da volatilidade durante anos.

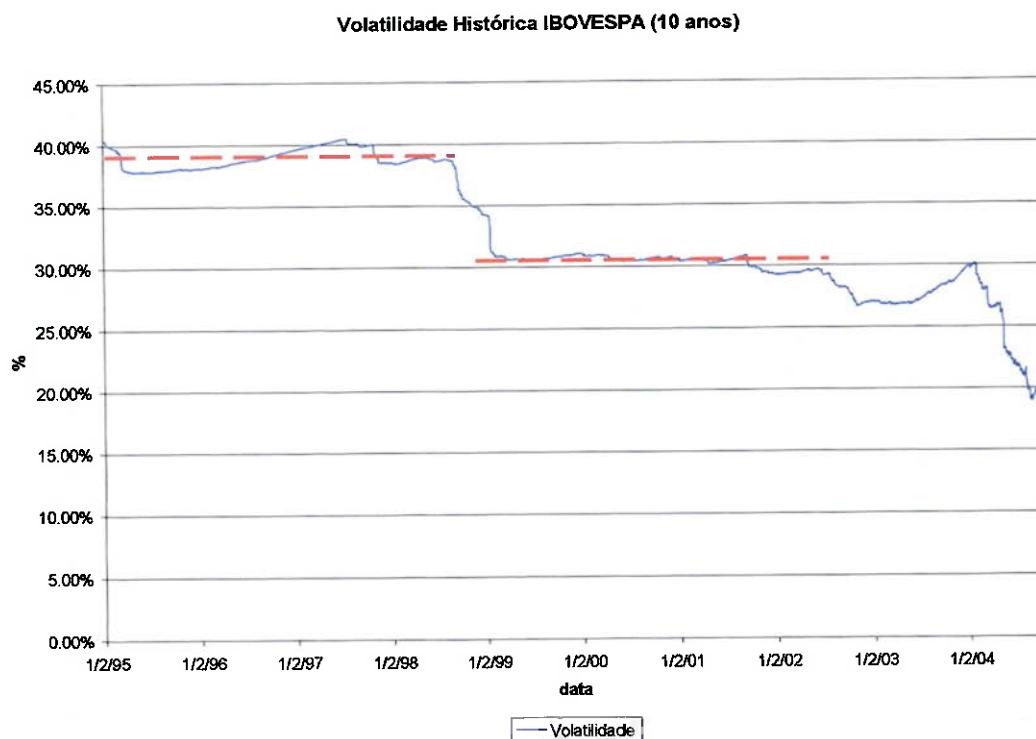


Fig – 5.7 - Volatilidade IBOVESPA (10 anos)– Elaborado pelo Autor

Analisaremos agora a rentabilidade da carteira com relação à do índice BOVESPA durante o mesmo período. Segue a figura 5.8 representado abaixo.

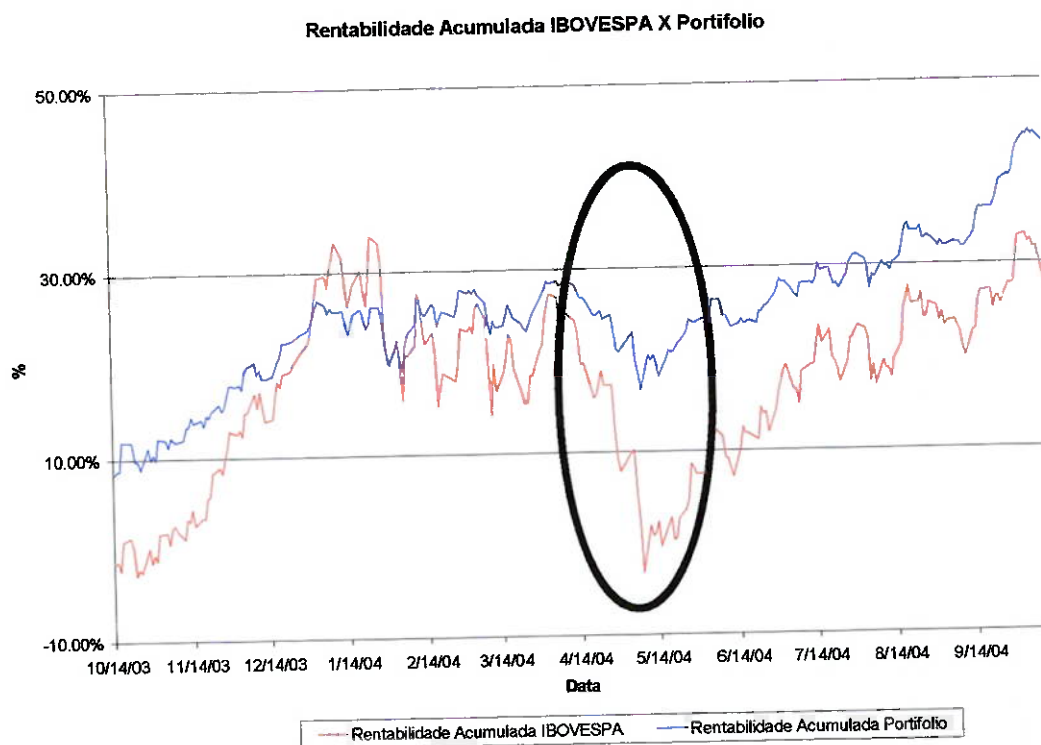


Fig 5.8 – Rentabilidade Acumulada IBOVESPA x Carteira – Elaborado pelo Autor

Podemos perceber que a rentabilidade acumulada da carteira, ao final do período, chegava aos 43,14% enquanto que a do índice chegou somente aos 28,12%. Com relação a volatilidade também conseguimos perceber significativo melhora com relação ao IBOVESPA, principalmente pelo período marcado onde o índice chegou a quase zerar seu ganho acumulado no período enquanto que a carteira caiu muito menos. Para uma melhor análise da volatilidade foi realizado um gráfico de dispersão das rentabilidades do IBOVESPA confrontado com o da carteira, conforme a figura 5.8 abaixo representada.

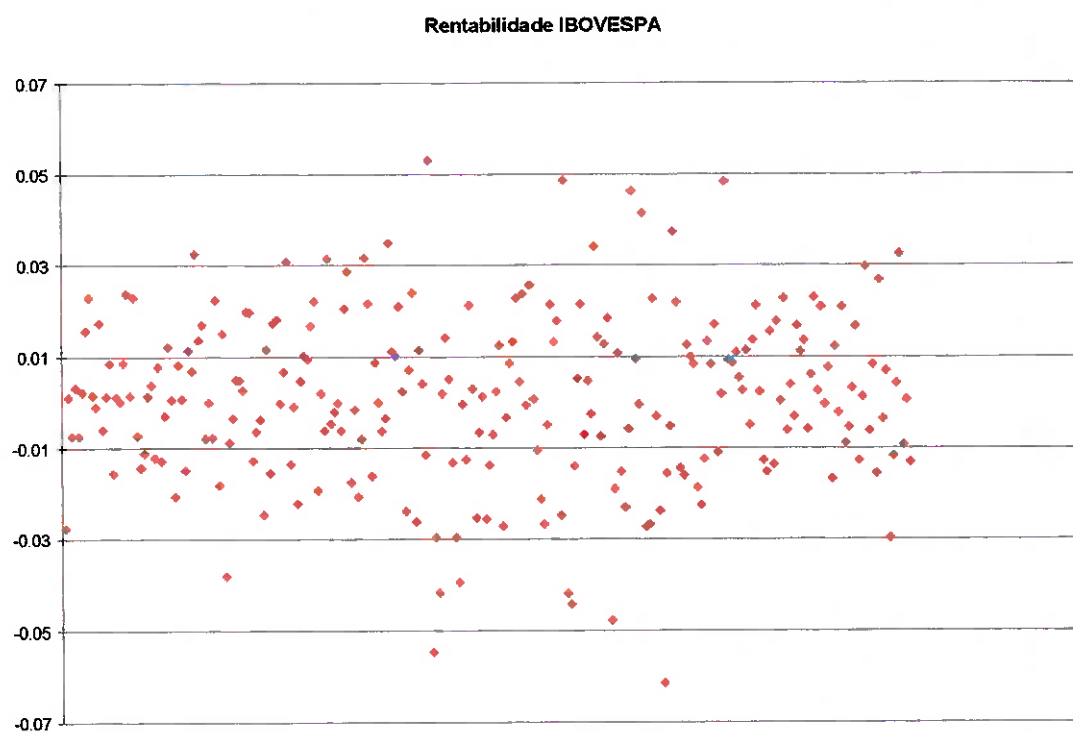
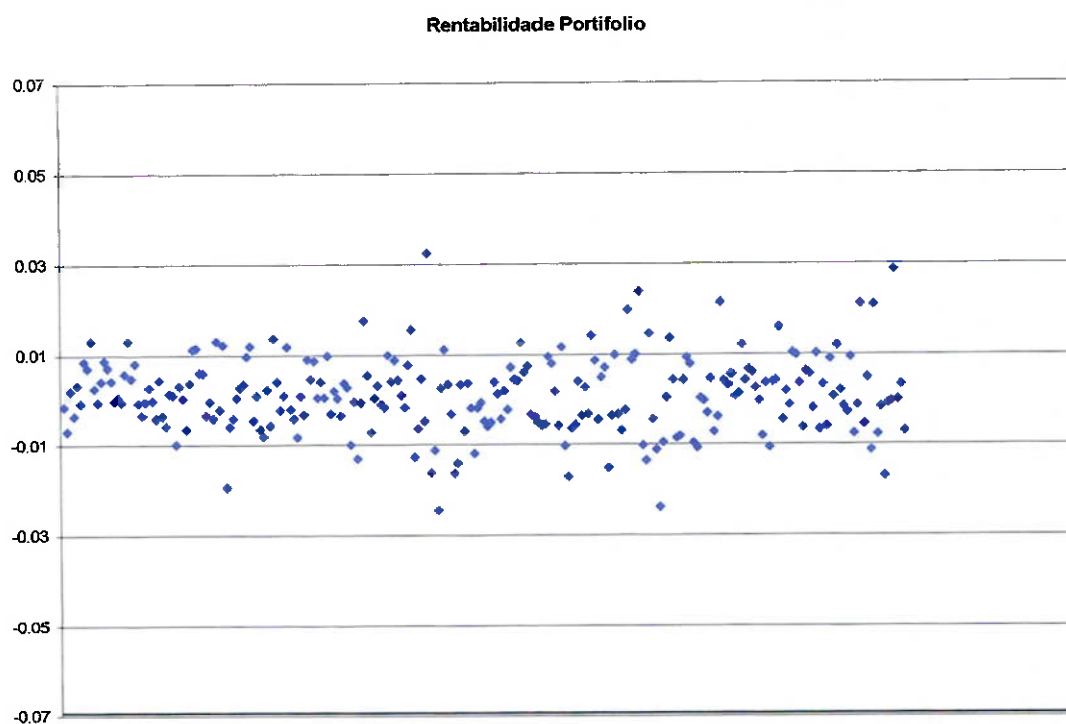


Fig 5.9 – Dispersão IBOVESPA x Carteira – Elaborado pelo Autor

Fica claro neste gráfico que a dispersão dos retornos do IBOVESPA é maior do que a obtida na carteira a partir da análise visual.

A volatilidade histórica da carteira é de 13.44% e a do IBOVESPA está em 19.71% no dia 14 de outubro de 2004.

Nesta análise conseguimos perceber que o modelo funcionou bem dentro do período proposto, apresentando algumas limitações com relação à otimização quando os níveis de volatilidade de mercado se alteram bruscamente. Vimos também que estes níveis não costumam sofrer alterações significativas ao longo dos anos e, mesmo com estas alterações, os resultados das carteiras propostos pelo modelo não desenvolveram resultados não satisfatórios.

Para uma ultima análise do modelo precisamos testar a eficácia da previsão dos extremos em uma janela maior de tempo, uma vez que durante um ano, os dados obtidos são muito pequenos para que o modelo passe por algum momento de crise.

Para tanto segue a análise dentro de um intervalo de um pouco mais de cinco anos de histórico.

5.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS (JANEIRO-1999 – OUTUBRO-2004)

Para realização desta análise foram coletados os dados históricos dos ativos no período de 01 de Janeiro de 1999 até 14 de Outubro de 2004, totalizando 1440 dados. Tal período envolveu ao todo três grandes crises que foram a cambial, em 1999, a do *World Trade Center*, em 2001 e a da sucessão presidencial, em 2002.

Foi calculada a matriz de correlações dos ativos no período correspondente e a carteira foi otimizada chegando-se à configuração representada na figura 5.9. Com esta carteira, foram calculados os retornos durante período e observados os limites projetados para VaR e Stress. Seguem a seguir as duas análises.

Carteira Otimizada - Backtest

| | | | | | | | | | | |
|-------------------------------|-------|--|-----------|--|--------|--|-------|----------|--------|-----------|
| Calcula Portfólio | | 1 perda em cinco anos 95% de confiança VaR 3 anos de dados | | Alfa POT Alfa u Período Situacao Stress Lambda Situacao Stress Período Situacao Usual Lambda Situacao Usual | | 0.08% 5% 756 1 105 0.94 | | | | |
| Data Atual Patrimonio (MM) | | 14-Oct-04 10.00 | | cinco meses | | | | | | |
| | | | | | | Stress de Baixa (Cauda esquerda) | | | | |
| Código | Ativo | % Carteira | Exposicao | Média | Desvio | Escala | μ | σ | ξ | VaR baixa |
| 0 | TNLP4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | -0.009 |
| 1 | PETRA | 4.000% | 0.40 | 0.001 | 0.006 | -0.400 | 0.052 | 0.040 | -0.344 | 0.000 |
| 2 | EBTP4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 3 | TSPP4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 4 | BDDC4 | 12.000% | 1.20 | 0.005 | 0.016 | -1.200 | 0.040 | 0.032 | -0.008 | -0.022 |
| 5 | VALE5 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 6 | ELET6 | 12.000% | 1.20 | 0.005 | 0.030 | -1.200 | 0.084 | 0.038 | -0.279 | -0.045 |
| 7 | USIM5 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 8 | CMIG4 | 12.000% | 1.20 | 0.006 | 0.029 | -1.200 | 0.077 | 0.031 | -0.125 | -0.041 |
| 9 | ITAU4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 10 | CSNA3 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 11 | GGBR4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 12 | EMBR4 | 0.000% | 0.00 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| 13 | LFT | 60.000% | 6.00 | 0.000 | 0.000 | -6.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| | | | | 0.016 | 0.064 | -10.000 | 0.020 | 0.016 | -0.407 | -0.089 |
| | | | | | | | | | | 8.55% |

Fig. 5.10 – Carteira *Backtest* – Elaborado pelo Autor

Backtest

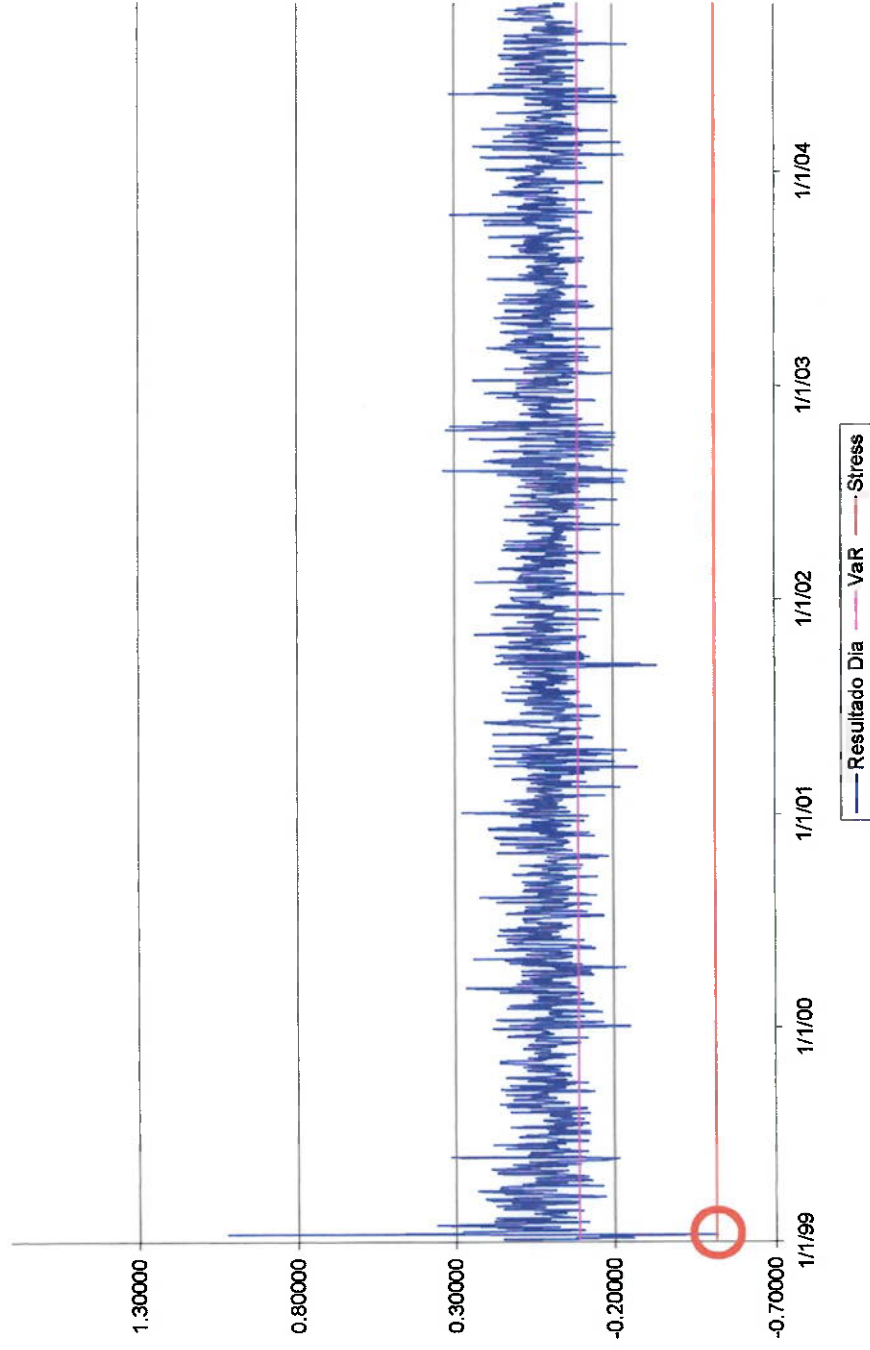


Fig 5.11 – *Backtest* – Elaborado pelo Autor

Podemos perceber que o modelo de stress, dentro do período analisado apresentou somente uma extrapolação ao valor calculado. Se formos tomar percentualmente este dado chegamos que 99.93% dos valores de retornos estão dentro do previsto pelo modelo. Tal valor percentual é muito próximo do nível de confiança de cálculo de stress, que foi parametrizado em 99.92%.

Com relação à rentabilidade acumulada do modelo, temos ela comparada ao Índice da Bolsa no gráfico 5.12 abaixo.

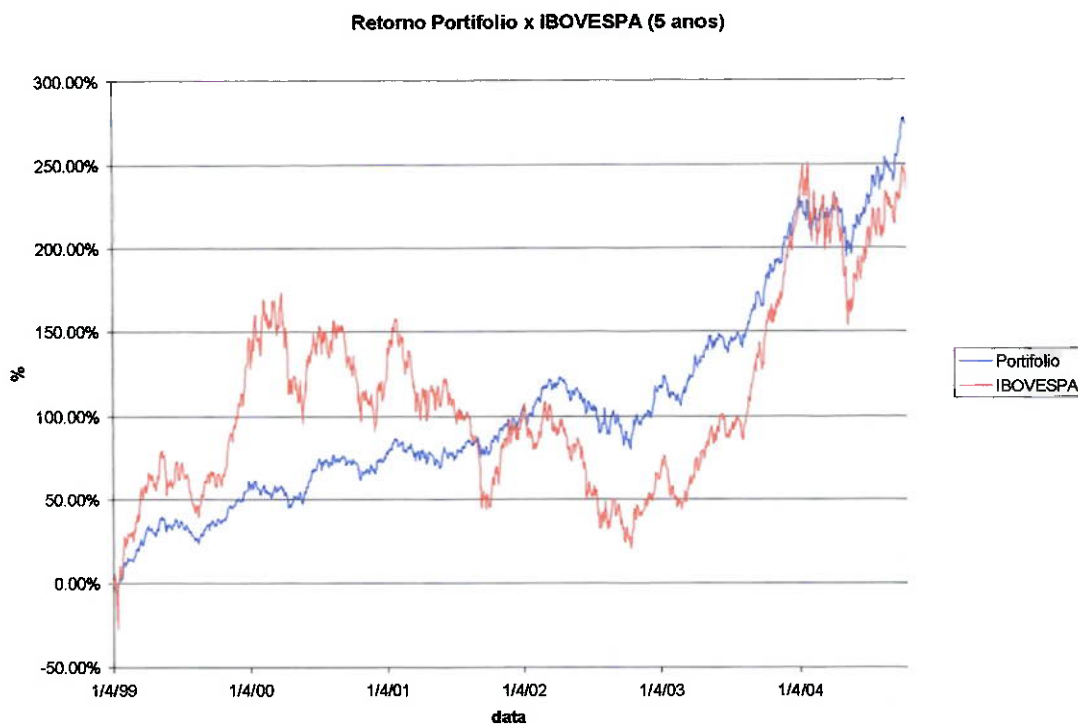


Fig 5.12 – Retorno Carteira x IBOVESPA (5 anos) – Elaborado pelo Autor

Podemos perceber que o retorno final da carteira novamente foi superior ao do índice. O retorno da carteira ficou em 273.84% enquanto que o do índice chegou a 235.53%, contudo, nota-se que em diversos períodos a performance do índice foi melhor que a da carteira.

Quando analisamos dentro do período a volatilidade da carteira com relação à do índice, podemos perceber que ela é significativamente mais baixa, sendo que a diferença vem diminuindo ao longo dos anos, o que indica uma melhora na conjuntura macroeconômica do país. Na carteira temos uma volatilidade da ordem de 15,54% enquanto que o índice apresenta uma volatilidade de 21,69%.

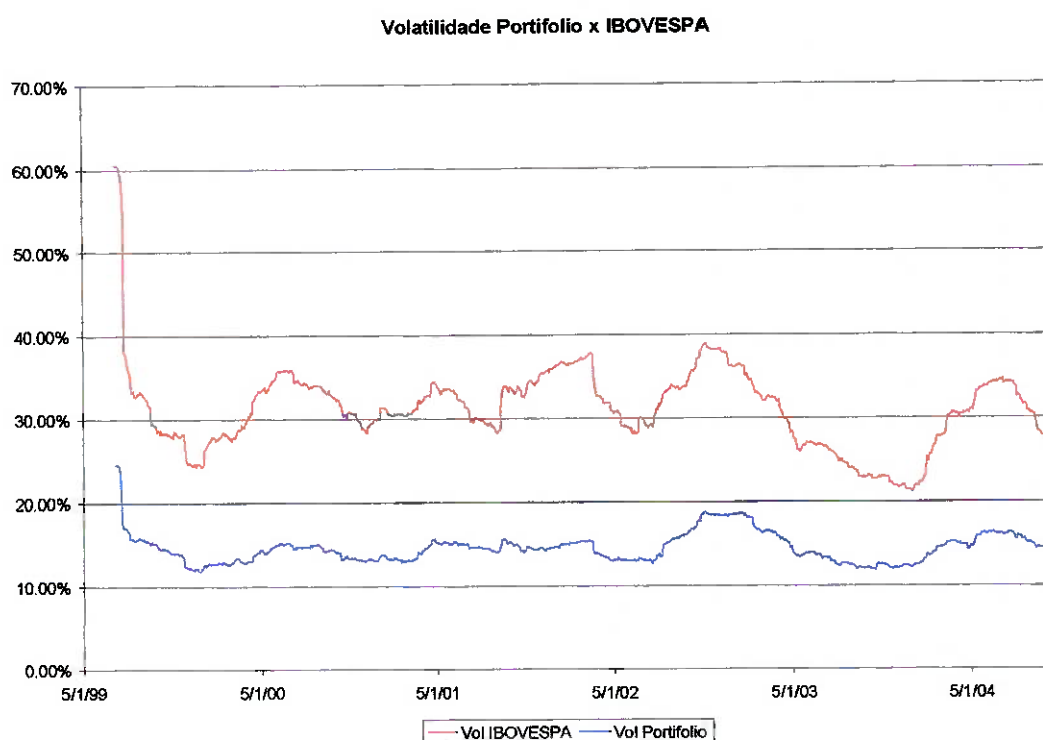


Fig 5.13 – Vol Carteira x IBOVESPA (5 anos) – Elaborado pelo Autor

Sendo assim podemos perceber que o sistema obteve resultados satisfatórios com relação aos períodos analisados. Ele provou ser um modelo consistente em diferentes janelas de tempo e apresentou previsões adequadas a cenários mais intangíveis, que são aqueles de stress de mercado, fato que poucos sistemas de risco apresentam e que nenhum de tal simplicidade em termos de custos computacionais e de capital humano detém.

CONCLUSÕES

6 CONCLUSÕES

Ao longo deste trabalho percebemos que a realidade que nos cerca é algo de intensa complexidade que não conseguimos processar por completo para a tomada de decisões. Neste contexto surgem os modelos matemáticos e estatísticos, que nada mais são do que uma tentativa de simplificação do mundo real para nos guiar a tomada de decisões.

Percebemos, portanto, que as teorias e metodologias aplicadas tiveram **bons resultados** com relação aos testes dentro das condições impostas, contudo elas envolvem simplificações e definições de limites de controle **que ao longo do tempo** com certeza **deverão ser reajustadas** devido a novas situações de mercado e mudanças de conjuntura.

Com relação à **análise de risco**, a utilização dos valores extremos apresentou se como uma **distribuição que se ajusta melhor a distribuição dos retornos** do que os modelos de distribuição normal, que são largamente utilizados nos modelos de risco.

Ainda tratando-se da teoria dos valores extremos, o modelo conseguiu uma **boa estimativa de risco** mesmo em um período anterior a quantidade de dados que ele detinha para análise histórica, fato que demonstra **boa capacidade de extrapolação** de previsões e **estabilidade** do modelo **ao longo do tempo**, fatores muito importantes aos sistemas de risco. Segundo Danielson, 2002, um modelo de risco deve ser analisado com relação a quatro diferentes fatores, sendo eles:

- Robustez: quanto a capacidade de manter a acurácia entre diferentes ativos e horizontes de tempo, para diferentes níveis de risco;
- Volatilidade das Previsões de Risco: Referente a flutuações das previsões entre períodos de tempo, nem sempre desejáveis por promover indesejáveis realocações de ativos;

- **Horizonte de Estimação e Horizonte de Previsão:** fatores que o modelo deve ter flexibilidade para um ajuste de maior ou menor sensibilidade;
- **Risco de correlação:** Avaliando a capacidade do modelo de gerar resultados satisfatórios de risco conjunto a vários outros fatores, que envolve medidas de dependência entre eles.

Tratando-se **do modelo**, uma grande vantagem encontra-se em sua **simplicidade e flexibilidade de operação**, não requerendo complexos softwares ou máquinas de grande capacidade de processamento obtendo resultados satisfatórios quanto ao retorno gerado pela carteira, ajustados ao seu risco.

Percebemos também algumas limitações ao sistema como, por exemplo, as estimativas de retornos e de riscos associadas aos ativos. Tais, em alguns períodos fizeram com que a carteira não encontrasse uma solução ótima, mas sim uma razoável dentro das condições possíveis.

Por fim, quanto ao modelo de **Markowitz** e o método de otimização não linear, observamos uma **boa performance**, superando em termos de retorno e resultado o índice da bolsa, mesmo com um modelo bastante simplificado. Quanto à otimização vale a pena ressaltar que não são consideradas as incertezas que estão envolvidas as previsões de risco e de retorno. Assim sendo, se por acaso existirem dois ativos de mesmo risco previsto e retornos diferentes na casa dos centavos, o modelo alocará todo o capital no ativo de maior retorno, mesmo existindo a probabilidade deste ser efetivamente menor.

6.1 SUGESTÕES A TRABALHOS FUTUROS

Conforme o trabalho demonstrou, o processo de otimização de um portfólio envolve os seguintes fatores abaixo representados:

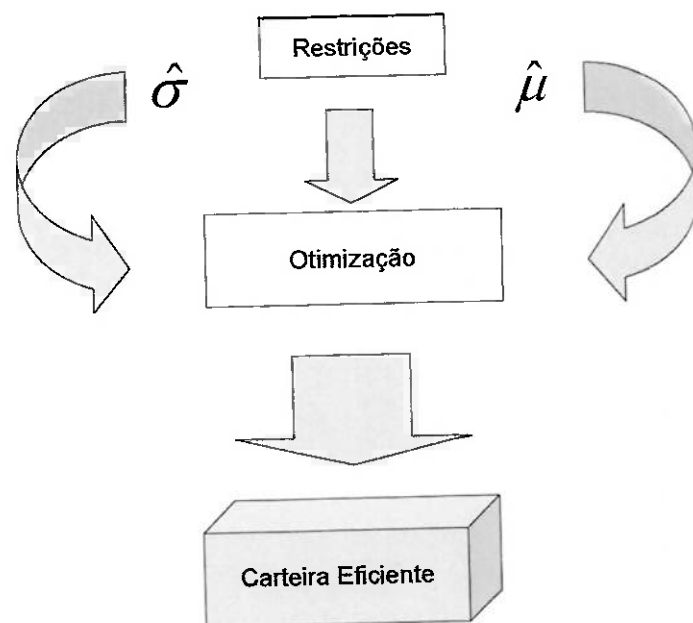


Fig. 6.1 - Fatores do Processo de Otimização – Elaborado pelo Autor

Assim sendo, como sugestões a trabalhos futuros, podemos destacar alguns aspectos levantados na seção anterior, que fazem parte deste processo indicado na figura 6.1. É importante ressaltar que tais aspectos não foram explorados por questões de limitação de escopo e de simplificações de modelo, uma vez que ele apresentou bons resultados. Seguem as sugestões:

- A previsão de **Retornos e Volatilidades** para os ativos: É possível que ao aplicar algumas metodologias mais sofisticadas para o cálculo destas variáveis para os ativos, o modelo tenha alguma melhoria de performance. Segundo Jorion, 1997, metodologia **Garch** é eficiente para previsões de volatilidade, em tratando-se da previsibilidade dos retornos no trabalho de formatura de Parreiras, 2003, sobre **Redes Neurais** demonstrou ser uma eficiente ferramenta para tal, desde que a rede seja devidamente treinada. O ponto a ser avaliado é se o *trade-off* entre o ganho de performance e o custo para sua aplicação é viável ou não.
- Melhorias no **Sistema de Otimização**: Como foi citado, o modelo não incorpora incertezas com relação ao risco e retorno dos ativos, sendo assim seria interessante o

desenvolvimento de um procedimento afim de incorporar estas incertezas as restrições existentes para uma melhor otimização dos resultados.

- **Ampliação do Universo dos Ativos da Carteira:** Os ativos da carteira foram limitados a ações neste estudo. Seria interessante e altamente aplicável uma ampliação dos ativos usados no processo tais como opções, moedas, derivativos em geral e preços de juros. Para tal incorporação alguns conceitos devem ser explorados tais como as curvas de juros, a definição dos preços justos das opções, a volatilidade implícita, a fórmula de *Black and Scholes*, cenários macroeconômicos, juros, inflação, câmbio, entre outros.

Para finalizar, com relação a todo o trabalho exposto, podemos concluir, com toda certeza, que um modelo sempre será uma simplificação, um ajuste que conecta o campo dos estudos ao mundo real, e, por este universo ser altamente dinâmico e inovador, o modelo deverá sempre ser atualizado à altura de tais transformações. Assim sendo, este estudo está longe de chegar ao fim tendo em vista a infinidade de possibilidades e campos a serem pesquisados e descobertos.

ANEXO A

ESTIMADORES DE MOMENTOS

Estimadores de momentos são estimadores de certos parâmetros populacionais, tais como a média e a variância.

A média populacional é um caso particular daquilo que chamamos de momento. Na verdade, ela é o primeiro momento. Se X for v.a. contínua, com densidade $f(x, \theta_1, \dots, \theta_r)$, dependendo de r parâmetros, então:

$$\mu_1 = E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x, \theta_1, \dots, \theta_r) dx$$

Para uma parametrização geral podemos definir o k -ésimo momento como sendo:

$$\mu_k = E(x^k) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f(x, \theta_1, \dots, \theta_r) dx, k = 1, 2, \dots$$

Assim para $k = 2$ temos o momento de segunda ordem:

$$\mu_2 = E(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x, \theta_1, \dots, \theta_r) dx$$

No caso acima da normal, temos que $E(x^2) = Var(X) + [E(X)]^2$. Suponha agora que trabalharemos com uma amostra de tamanho n da população (X_1, X_2, \dots, X_n) . Definimos o k -ésimo momento amostral como sendo:

$$m_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k, k = 1, 2, \dots, r$$

Assim temos que o estimador do momento de primeira ordem m_1 , que representa um estimador da média, é definido por:

$$\bar{X} = m_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

E o estimador de momento de segunda ordem fica:

$$m_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$$

Assim o desvio padrão pode ser definido por:

$$\sigma^2 = m_2 - m_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X}^2$$

ESTIMADORES DE MÁXIMA VEROSSIMILHANÇA

O princípio da verossimilhança afirma que devemos escolher aquele valor do parâmetro desconhecido que maximiza a probabilidade de obter a amostra particular observada, ou seja, torna a amostra “mais provável”.

Esta função é definida por:

$$L(\theta; x_1, \dots, x_n) = f(x_1; \theta) \dots f(x_n; \theta)$$

Que é em razão de theta. O estimador de máxima verossimilhança de theta é aquele cujo valor $\hat{\theta}_{MV}$ que maximiza $L(\theta; x_1, \dots, x_n)$.

DEDUÇÃO MATEMÁTICA DO CAPM

Para uma dedução mais rigorosa do CAPM vamos utilizar a equação 2.21 do capítulo 2.

$$\theta = \frac{\overline{R_B} - R_F}{\sigma_B}$$

Ao derivarmos a equação acima com relação a theta dentro de todos os ativos do portfólio, encontramos:

$$\lambda(X_1\sigma_{1k} + X_2\sigma_{2k} + \dots + X_k\sigma_k^2 + \dots + X_N\sigma_{Nk}) = \overline{R_k} - R_F$$

Sabemos que o retorno esperado do mercado acaba sendo definido por:

$$R_M = \sum_{i=1}^N X_i' R_i$$

E a covariância é definida como sendo:

$$\text{cov}(R_k R_M) = E \left[(R_k - \overline{R_k}) \left(\sum_{i=1}^N X_i' R_i - \sum_{i=1}^N X_i' \overline{R_i} \right) \right]$$

Arranjando a equação conseguimos chegar a:

$$\text{cov}(R_k R_M) = E \left[(R_k - \overline{R_k}) \left(\sum_{i=1}^N X_i' (R_i - \overline{R_i}) \right) \right]$$

Multiplicando os termos da direita da equação e rearranjando seus termos chegamos a:

$$\begin{aligned} \text{cov}(R_k R_M) = & X_1' E(R_k - \overline{R_k})(R_1 - \overline{R_1}) + \dots + X_k' E(R_k - \overline{R_k})^2 + \dots + \\ & X_N' E(R_N - \overline{R_N})(R_N - \overline{R_N}) \end{aligned}$$

Substituindo a equação 2 pela equação 6 acabamos chegando em:

$$\lambda \text{cov}(R_k R_M) = \overline{R_k} - R_F$$

Caso tenhamos todos os ativos do mercado em nossa carteira, e o termo $\text{cov}(R_k R_M)$ acaba sendo $\text{cov}(R_M R_M) = \sigma_M$. Temos:

$$\lambda = \frac{\overline{R_k} - R_F}{\sigma_M^2}$$

Substituindo essa equação na anterior, chegamos a formula usual do CAPM:

ANEXO B

Matrizes – Out-2004 – Set -2003

| 14-Oct-04 | TNLP4 | PETRA | EBTP4 | TSPP4 | BBDC4 | VALE5 | ELET6 | USIM5 | CMIG4 | ITAUA | CSNA3 | GGBR4 | EMBR4 |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| TNLP4 | 0.023494 | 0.023439 | 0.023417 | 0.023409 | 0.023471 | 0.023434 | 0.023525 | 0.023376 | 0.023513 | 0.023437 | 0.023376 | 0.023196 | 0.023177 |
| PETRA | 0.023439 | 0.023602 | 0.023368 | 0.023438 | 0.023517 | 0.023509 | 0.023574 | 0.023411 | 0.023585 | 0.023506 | 0.023427 | 0.023338 | 0.023276 |
| EBTP4 | 0.023417 | 0.023368 | 0.023656 | 0.023439 | 0.023413 | 0.023434 | 0.023531 | 0.023436 | 0.023524 | 0.023384 | 0.023411 | 0.023408 | 0.023133 |
| TSPP4 | 0.023409 | 0.023438 | 0.023439 | 0.023666 | 0.023489 | 0.023419 | 0.023355 | 0.023417 | 0.02345 | 0.023459 | 0.02339 | 0.023226 | 0.023213 |
| BBDC4 | 0.023471 | 0.023517 | 0.023413 | 0.023489 | 0.023641 | 0.023537 | 0.023602 | 0.023441 | 0.023593 | 0.023582 | 0.023453 | 0.023337 | 0.023324 |
| VALE5 | 0.023434 | 0.023509 | 0.023434 | 0.023419 | 0.023537 | 0.023743 | 0.023582 | 0.023524 | 0.023551 | 0.023465 | 0.023538 | 0.023434 | 0.023298 |
| ELET6 | 0.023525 | 0.023574 | 0.023531 | 0.02355 | 0.023602 | 0.023582 | 0.024057 | 0.023477 | 0.023679 | 0.023601 | 0.023492 | 0.023686 | 0.023211 |
| USIM5 | 0.023376 | 0.023411 | 0.023436 | 0.023417 | 0.023441 | 0.023524 | 0.023477 | 0.023649 | 0.023475 | 0.023374 | 0.023592 | 0.023452 | 0.023237 |
| CMIG4 | 0.023513 | 0.023585 | 0.023524 | 0.02345 | 0.023593 | 0.023551 | 0.023879 | 0.023475 | 0.024023 | 0.023604 | 0.023488 | 0.023492 | 0.023259 |
| ITAUA | 0.023437 | 0.023506 | 0.023384 | 0.023459 | 0.023582 | 0.023465 | 0.023601 | 0.023374 | 0.023604 | 0.023635 | 0.023377 | 0.02324 | 0.023298 |
| CSNA3 | 0.023376 | 0.023427 | 0.023411 | 0.02339 | 0.023453 | 0.023538 | 0.023492 | 0.023592 | 0.023488 | 0.023377 | 0.023666 | 0.02334 | 0.023192 |
| GGBR4 | 0.023196 | 0.023338 | 0.023408 | 0.023226 | 0.023337 | 0.023434 | 0.023686 | 0.023452 | 0.023492 | 0.02324 | 0.02334 | 0.027641 | 0.02308 |
| EMBR4 | 0.023177 | 0.023276 | 0.023133 | 0.023213 | 0.023324 | 0.023298 | 0.023211 | 0.023237 | 0.023259 | 0.023298 | 0.023192 | 0.02308 | 0.023353 |

| 14-Sep-04 | TNLP4 | PETRA | EBTP4 | TSPP4 | BBDC4 | VALE5 | ELET6 | USIM5 | CMIG4 | ITAUA | CSNA3 | GGBR4 | EMBR4 |
|-----------|----------|----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| TNLP4 | 0.000319 | 0.000106 | 0.000322 | 0.00028 | 0.000199 | 0.000148 | 0.000336 | 0.000243 | 0.00029 | 0.000168 | 0.000232 | 0.000136 | 2.07E-06 |
| PETRA | 0.000106 | 0.000143 | 0.000118 | 0.000167 | 0.000148 | 9.14E-05 | 0.000183 | 9.45E-05 | 0.000182 | 0.000141 | 0.000102 | 0.000242 | 2.31E-05 |
| EBTP4 | 0.000322 | 0.000118 | 0.000735 | 0.000424 | 0.00022 | 0.000203 | 0.000497 | 0.000416 | 0.000483 | 0.000221 | 0.000323 | 0.000395 | -1.54E-05 |
| TSPP4 | 0.00028 | 0.000167 | 0.000424 | 0.000693 | 0.000278 | 0.000157 | 0.000395 | 0.000252 | 0.00039 | 0.000315 | 0.000249 | 0.000216 | -1.44E-05 |
| BBDC4 | 0.000199 | 0.000148 | 0.00022 | 0.000278 | 0.000312 | 0.000164 | 0.000332 | 0.000171 | 0.000318 | 0.000268 | 0.000178 | 0.000189 | 5E-06 |
| VALE5 | 0.000148 | 9.14E-05 | 0.000203 | 0.000157 | 0.000164 | 0.000214 | 0.000245 | 0.000205 | 0.000267 | 0.000145 | 0.000177 | 0.000258 | 4.24E-05 |
| ELET6 | 0.000336 | 0.000183 | 0.000497 | 0.000395 | 0.000332 | 0.000245 | 0.000823 | 0.000429 | 0.000622 | 0.000325 | 0.000389 | 0.000602 | -4.12E-05 |
| USIM5 | 0.000243 | 9.45E-05 | 0.000416 | 0.000252 | 0.000171 | 0.000205 | 0.000429 | 0.000485 | 0.0004 | 0.000181 | 0.000343 | 0.000349 | 4.78E-05 |
| CMIG4 | 0.00029 | 0.000182 | 0.000483 | 0.00039 | 0.000318 | 0.000267 | 0.000622 | 0.0004 | 0.000772 | 0.000321 | 0.000319 | 0.00042 | 5.23E-05 |
| ITAUA | 0.000168 | 0.000141 | 0.000221 | 0.000315 | 0.000268 | 0.000145 | 0.000325 | 0.000181 | 0.000321 | 0.000326 | 0.000201 | 0.000166 | 2.34E-05 |
| CSNA3 | 0.000232 | 0.000102 | 0.000323 | 0.000249 | 0.000178 | 0.000177 | 0.000389 | 0.000343 | 0.000319 | 0.000201 | 0.000375 | 0.000195 | 3.13E-05 |
| GGBR4 | 0.000136 | 0.000242 | 0.000395 | 0.000216 | 0.000189 | 0.000258 | 0.000602 | 0.000349 | 0.00042 | 0.000166 | 0.000195 | 0.004704 | 9.55E-05 |
| EMBR4 | 2.07E-06 | 2.31E-05 | -1.54E-05 | -1.44E-05 | 5E-06 | 4.24E-05 | -4.1E-05 | 4.78E-05 | 5.23E-05 | 2.34E-05 | 3.13E-05 | 9.55E-05 | 0.000326 |

| 14-Aug-04 | TNLP4 | PETRA | EBTP4 | TSPP4 | BBDC4 | VALE5 | ELET6 | USIM5 | CMIG4 | ITAUA | CSNA3 | GGBR4 | EMBR4 |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| TNLP4 | 0.000445 | 0.000157 | 0.000265 | 0.000302 | 0.000266 | 0.000144 | 0.000402 | 0.000308 | 0.000393 | 0.000214 | 0.000311 | 0.000157 | 0.000106 |
| PETRA | 0.000157 | 0.000207 | 0.000144 | 0.000208 | 0.000127 | 0.000122 | 0.000254 | 9.2E-05 | 0.000241 | 0.000127 | 0.000146 | 0.000207 | 6.55E-05 |
| EBTP4 | 0.000265 | 0.000144 | 0.000776 | 0.000358 | 0.000216 | -4.3E-05 | 0.000361 | 0.000273 | 0.000406 | 0.000255 | 0.000313 | 0.000144 | 0.000166 |
| TSPP4 | 0.000302 | 0.000208 | 0.000358 | 0.000653 | 0.000278 | 7.11E-05 | 0.000491 | 0.000293 | 0.00048 | 0.000322 | 0.000353 | 0.000208 | 6.5E-05 |
| BBDC4 | 0.000266 | 0.000127 | 0.000216 | 0.000278 | 0.000372 | 6.33E-05 | 0.000326 | 0.000277 | 0.000346 | 0.000289 | 0.000191 | 0.000127 | 4.91E-05 |
| VALE5 | 0.000144 | 0.000122 | -4.3E-05 | 7.11E-05 | 6.33E-05 | 0.00042 | 0.000248 | 0.000194 | 0.000227 | 6.71E-05 | 0.000205 | 0.000122 | 3.24E-06 |
| ELET6 | 0.000402 | 0.000254 | 0.000361 | 0.000491 | 0.000326 | 0.000248 | 0.000912 | 0.000471 | 0.000735 | 0.000298 | 0.000402 | 0.000254 | -2.84E-06 |
| USIM5 | 0.000308 | 9.2E-05 | 0.000273 | 0.000293 | 0.000277 | 0.000194 | 0.000471 | 0.000615 | 0.000515 | 0.000268 | 0.000491 | 9.2E-05 | 7.42E-05 |
| CMIG4 | 0.000393 | 0.000241 | 0.000406 | 0.00048 | 0.000346 | 0.000227 | 0.000735 | 0.000515 | 0.000941 | 0.000345 | 0.000435 | 0.000241 | 0.000135 |
| ITAUA | 0.000214 | 0.000127 | 0.000255 | 0.000322 | 0.000289 | 6.71E-05 | 0.000298 | 0.000268 | 0.000345 | 0.000361 | 0.000266 | 0.000127 | 8.08E-05 |
| CSNA3 | 0.000311 | 0.000146 | 0.000313 | 0.000353 | 0.000191 | 0.000205 | 0.000402 | 0.000491 | 0.000435 | 0.000266 | 0.000635 | 0.000146 | 0.0001 |
| GGBR4 | 0.000157 | 0.000207 | 0.000144 | 0.000208 | 0.000127 | 0.000122 | 0.000254 | 9.2E-05 | 0.000241 | 0.000127 | 0.000146 | 0.000207 | 6.55E-05 |
| EMBR4 | 0.000106 | 6.55E-05 | 0.000166 | 6.5E-05 | 4.91E-05 | 3.24E-06 | -2.8E-06 | 7.42E-05 | 0.000135 | 8.08E-05 | 0.0001 | 6.55E-05 | 0.000459 |

| 14-Jul-04 | TNLP4 | PETRA | EBTP4 | TSPP4 | BBDC4 | VALE5 | ELET6 | USIM5 | CMIG4 | ITAUA | CSNA3 | GGBR4 | EMBR4 |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| TNLP4 | 0.000465 | 0.000151 | 0.000344 | 0.00036 | 0.000203 | 0.000231 | 0.000447 | 0.00029 | 0.000401 | 0.000259 | 0.000309 | 0.000151 | 0.000181 |
| PETRA | 0.000151 | 0.000363 | 0.000284 | 0.000199 | 0.000148 | 0.000193 | 0.000255 | 0.000149 | 0.000347 | 0.000123 | 0.0002 | 0.000363 | 0.000193 |
| EBTP4 | 0.000344 | 0.000284 | 0.000901 | 0.000546 | 0.000179 | 8.14E-05 | 0.000533 | 0.000296 | 0.000481 | 0.000272 | 0.000335 | 0.000284 | 0.000327 |
| TSPP4 | 0.00036 | 0.000199 | 0.000546 | 0.000778 | 0.000189 | 0.000138 | 0.000535 | 0.000264 | 0.000416 | 0.000334 | 0.000253 | 0.000199 | 0.000295 |
| BBDC4 | 0.000203 | 0.000148 | 0.000179 | 0.000189 | 0.000323 | 0.000186 | 0.000205 | 0.000171 | 0.000334 | 0.000253 | 0.000222 | 0.000148 | 0.000178 |
| VALE5 | 0.000231 | 0.000193 | 8.14E-05 | 0.000138 | 0.000186 | 0.000785 | 0.000168 | 0.000228 | 0.000284 | 0.000191 | 0.000455 | 0.000193 | 0.000186 |
| ELET6 | 0.000447 | 0.000255 | 0.000533 | 0.000535 | 0.000205 | 0.000168 | 0.000888 | 0.000362 | 0.000616 | 0.000213 | 0.000263 | 0.000255 | 0.000195 |
| USIM5 | 0.00029 | 0.000149 | 0.000296 | 0.000264 | 0.000171 | 0.000228 | 0.000362 | 0.000555 | 0.000398 | 0.000208 | 0.000445 | 0.000149 | 9.84E-05 |
| CMIG4 | 0.000401 | 0.000347 | 0.000481 | 0.000416 | 0.000334 | 0.000284 | 0.000616 | 0.000398 | 0.000982 | 0.000333 | 0.00041 | 0.000347 | 0.000214 |
| ITAUA | 0.000259 | 0.000123 | 0.000272 | 0.000272 | 0.000253 | 0.000191 | 0.000213 | 0.000208 | 0.000333 | 0.000335 | 0.000276 | 0.000123 | 0.000199 |
| CSNA3 | 0.000309 | 0.0002 | 0.000335 | 0.000312 | 0.000222 | 0.000455 | 0.000263 | 0.000445 | 0.00041 | 0.000276 | 0.000746 | 0.0002 | 0.000116 |
| GGBR4 | 0.000151 | 0.000363 | 0.000284 | 0.000199 | 0.000148 | 0.000193 | 0.000255 | 0.000149 | 0.000347 | 0.000123 | 0.0002 | 0.000363 | 0.000193 |
| EMBR4 | 0.000181 | 0.000193 | 0.000327 | 0.000295 | 0.000178 | 0.000186 | 0.000195 | 9.84E-05 | 0.000214 | 0.000199 | 0.000116 | 0.000193 | 0.000666 |

| 14-Jun-04 | TNLP4 | PETRA | EBTP4 | TSPP4 | BBDC4 | VALE5 | ELET6 | USIM5 | CMIG4 | ITAU4 | CSNA3 | GGBR4 | EMBR4 |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| TNLP4 | 0.000531 | 0.000339 | 0.000519 | 0.000553 | 0.000333 | 0.000328 | 0.00067 | 0.000652 | 0.000526 | 0.000377 | 0.000546 | 0.000339 | 0.000275 |
| PETRA | 0.000339 | 0.000742 | 0.000512 | 0.000455 | 0.000471 | 0.000376 | 0.000654 | 0.000807 | 0.000713 | 0.000402 | 0.000621 | 0.000742 | 0.000373 |
| EBTP4 | 0.000519 | 0.000512 | 0.001351 | 0.000637 | 0.000404 | 0.00026 | 0.000894 | 0.000912 | 0.000709 | 0.000408 | 0.000659 | 0.000512 | 0.000276 |
| TSPP4 | 0.000553 | 0.000455 | 0.000837 | 0.001296 | 0.00044 | 0.000395 | 0.000953 | 0.000896 | 0.000575 | 0.00048 | 0.000712 | 0.000455 | 0.000408 |
| BBDC4 | 0.000333 | 0.000471 | 0.000404 | 0.00044 | 0.000519 | 0.000401 | 0.000486 | 0.00074 | 0.000537 | 0.000391 | 0.000602 | 0.000471 | 0.000329 |
| VALE5 | 0.000328 | 0.000376 | 0.00026 | 0.000395 | 0.000401 | 0.000719 | 0.000363 | 0.000556 | 0.000446 | 0.00035 | 0.000624 | 0.000376 | 0.000258 |
| ELET6 | 0.00067 | 0.000654 | 0.000894 | 0.000953 | 0.000486 | 0.000363 | 0.001349 | 0.001081 | 0.000863 | 0.000603 | 0.000705 | 0.000654 | 0.000424 |
| USIM5 | 0.000652 | 0.000807 | 0.000912 | 0.000896 | 0.00074 | 0.000556 | 0.001081 | 0.001704 | 0.000795 | 0.00059 | 0.001151 | 0.000807 | 0.000405 |
| CMIG4 | 0.000526 | 0.000713 | 0.000709 | 0.000575 | 0.000537 | 0.000446 | 0.000863 | 0.000795 | 0.001199 | 0.000522 | 0.000715 | 0.000713 | 0.000373 |
| ITAU4 | 0.000377 | 0.000402 | 0.000408 | 0.00048 | 0.000391 | 0.00035 | 0.000603 | 0.00059 | 0.000522 | 0.000451 | 0.000528 | 0.000402 | 0.000302 |
| CSNA3 | 0.000546 | 0.000621 | 0.000659 | 0.000712 | 0.000602 | 0.000624 | 0.000705 | 0.001151 | 0.000715 | 0.000528 | 0.001159 | 0.000621 | 0.000247 |
| GGBR4 | 0.000339 | 0.000742 | 0.000512 | 0.000455 | 0.000471 | 0.000376 | 0.000654 | 0.000807 | 0.000713 | 0.000402 | 0.000621 | 0.000742 | 0.000373 |
| EMBR4 | 0.000275 | 0.000373 | 0.000276 | 0.000408 | 0.000329 | 0.000258 | 0.000424 | 0.000405 | 0.000373 | 0.000302 | 0.000247 | 0.000373 | 0.00026 |

| 14-May-04 | TNLP4 | PETRA | EBTP4 | TSPP4 | BBDC4 | VALE5 | ELET6 | USIM5 | CMIG4 | ITAU4 | CSNA3 | GGBR4 | EMBR4 |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| TNLP4 | 0.000775 | 0.00037 | 0.000592 | 0.000799 | 0.000407 | 0.000343 | 0.00074 | 0.000794 | 0.000462 | 0.000365 | 0.000655 | 0.00037 | 0.000369 |
| PETRA | 0.00037 | 0.000558 | 0.000355 | 0.000627 | 0.000353 | 0.00028 | 0.000559 | 0.000732 | 0.000473 | 0.000298 | 0.000601 | 0.000558 | 0.000312 |
| EBTP4 | 0.000592 | 0.000355 | 0.001592 | 0.000767 | 0.000411 | 0.000232 | 0.000627 | 0.001 | 0.000343 | 0.000299 | 0.00065 | 0.000355 | 0.000348 |
| TSPP4 | 0.000799 | 0.000627 | 0.000767 | 0.001584 | 0.000566 | 0.000513 | 0.001036 | 0.001273 | 0.000679 | 0.000462 | 0.000996 | 0.000627 | 0.000555 |
| BBDC4 | 0.000407 | 0.000353 | 0.000411 | 0.000566 | 0.000445 | 0.000306 | 0.000528 | 0.000756 | 0.000336 | 0.000332 | 0.000551 | 0.000353 | 0.000276 |
| VALE5 | 0.000343 | 0.00028 | 0.000232 | 0.000513 | 0.000306 | 0.000492 | 0.000442 | 0.000602 | 0.000219 | 0.000282 | 0.00049 | 0.00028 | 0.000276 |
| ELET6 | 0.00074 | 0.000559 | 0.000627 | 0.001036 | 0.000528 | 0.000442 | 0.001085 | 0.001061 | 0.000585 | 0.000442 | 0.00081 | 0.000559 | 0.000444 |
| USIM5 | 0.000794 | 0.000732 | 0.001 | 0.001273 | 0.000756 | 0.000602 | 0.001061 | 0.001756 | 0.000653 | 0.000568 | 0.001207 | 0.000732 | 0.000665 |
| CMIG4 | 0.000462 | 0.000473 | 0.000343 | 0.000679 | 0.000336 | 0.000219 | 0.000585 | 0.000653 | 0.000857 | 0.000234 | 0.000584 | 0.000473 | 0.00035 |
| ITAU4 | 0.000365 | 0.000298 | 0.000299 | 0.000462 | 0.000332 | 0.000282 | 0.000442 | 0.000568 | 0.000234 | 0.000345 | 0.000402 | 0.000298 | 0.000248 |
| CSNA3 | 0.000655 | 0.000601 | 0.00065 | 0.000996 | 0.000551 | 0.00049 | 0.00081 | 0.001207 | 0.000584 | 0.000402 | 0.001068 | 0.000601 | 0.000479 |
| GGBR4 | 0.00037 | 0.000558 | 0.000355 | 0.000627 | 0.000353 | 0.00028 | 0.000559 | 0.000732 | 0.000473 | 0.000298 | 0.000601 | 0.000558 | 0.000312 |
| EMBR4 | 0.000369 | 0.000312 | 0.000348 | 0.000555 | 0.000276 | 0.000276 | 0.000444 | 0.000665 | 0.00035 | 0.000248 | 0.000479 | 0.000312 | 0.000268 |

| 14-Apr-04 | TNLP4 | PETRA | EBTP4 | TSPP4 | BBDC4 | VALE5 | ELET6 | USIM5 | CMIG4 | ITAU4 | CSNA3 | GGBR4 | EMBR4 |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| TNLP4 | 0.000906 | 0.000437 | 0.000784 | 0.000875 | 0.000545 | 0.000372 | 0.000817 | 0.000855 | 0.000569 | 0.000463 | 0.00053 | 0.000437 | 0.000383 |
| PETRA | 0.000437 | 0.00045 | 0.000353 | 0.000681 | 0.000349 | 0.000268 | 0.000532 | 0.000586 | 0.000429 | 0.000306 | 0.000367 | 0.00045 | 0.000268 |
| EBTP4 | 0.000784 | 0.000353 | 0.001475 | 0.000737 | 0.000469 | 0.000321 | 0.000761 | 0.000757 | 0.000537 | 0.000365 | 0.000391 | 0.000353 | 0.000396 |
| TSPP4 | 0.000875 | 0.000581 | 0.000737 | 0.00157 | 0.000575 | 0.000426 | 0.000939 | 0.001096 | 0.000822 | 0.000464 | 0.000598 | 0.000581 | 0.000536 |
| BBDC4 | 0.000545 | 0.000349 | 0.000469 | 0.000575 | 0.000562 | 0.000316 | 0.000619 | 0.000688 | 0.000455 | 0.000406 | 0.000418 | 0.000349 | 0.000352 |
| VALE5 | 0.000372 | 0.000268 | 0.000321 | 0.000426 | 0.000316 | 0.00049 | 0.00044 | 0.000496 | 0.000296 | 0.000258 | 0.000274 | 0.000268 | 0.000419 |
| ELET6 | 0.000817 | 0.000532 | 0.000761 | 0.000939 | 0.000619 | 0.00044 | 0.001146 | 0.000839 | 0.000634 | 0.000473 | 0.000503 | 0.000532 | 0.000395 |
| USIM5 | 0.000855 | 0.000586 | 0.000757 | 0.001096 | 0.000688 | 0.000496 | 0.000839 | 0.001446 | 0.000719 | 0.000541 | 0.000796 | 0.000586 | 0.000679 |
| CMIG4 | 0.000569 | 0.000429 | 0.000537 | 0.000822 | 0.000455 | 0.000296 | 0.000634 | 0.000719 | 0.00083 | 0.000292 | 0.000394 | 0.000429 | 0.000389 |
| ITAU4 | 0.000463 | 0.000306 | 0.000365 | 0.000464 | 0.000406 | 0.000258 | 0.000473 | 0.000541 | 0.000292 | 0.000445 | 0.000349 | 0.000306 | 0.000267 |
| CSNA3 | 0.00053 | 0.000367 | 0.000391 | 0.000598 | 0.000418 | 0.000274 | 0.000503 | 0.000796 | 0.000394 | 0.000349 | 0.000759 | 0.000367 | 0.000472 |
| GGBR4 | 0.000437 | 0.00045 | 0.000353 | 0.000581 | 0.000349 | 0.000268 | 0.000532 | 0.000586 | 0.000429 | 0.000306 | 0.000367 | 0.00045 | 0.000268 |
| EMBR4 | 0.000383 | 0.000268 | 0.000396 | 0.000536 | 0.000352 | 0.000419 | 0.000395 | 0.000679 | 0.000389 | 0.000267 | 0.000472 | 0.000268 | 0.000791 |

| 14-Mar-04 | TNLP4 | PETRA | EBTP4 | TSPP4 | BBDC4 | VALE5 | ELET6 | USIM5 | CMIG4 | ITAU4 | CSNA3 | GGBR4 | EMBR4 |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| TNLP4 | 0.000655 | 0.000462 | 0.000777 | 0.000748 | 0.000434 | 0.000266 | 0.000673 | 0.000787 | 0.000615 | 0.000396 | 0.000405 | 0.000462 | 0.000224 |
| PETRA | 0.000462 | 0.000532 | 0.000589 | 0.000512 | 0.000343 | 0.000313 | 0.000533 | 0.000619 | 0.000399 | 0.000336 | 0.000316 | 0.000532 | 0.000239 |
| EBTP4 | 0.000777 | 0.000589 | 0.001382 | 0.000912 | 0.000562 | 0.000458 | 0.000692 | 0.000935 | 0.000875 | 0.000438 | 0.000535 | 0.000589 | 0.000295 |
| TSPP4 | 0.000748 | 0.000512 | 0.000912 | 0.001946 | 0.000538 | 0.000238 | 0.000841 | 0.00101 | 0.001073 | 0.000496 | 0.000514 | 0.000512 | 0.000347 |
| BBDC4 | 0.000434 | 0.000343 | 0.000562 | 0.000538 | 0.000561 | 0.000184 | 0.000565 | 0.000598 | 0.000526 | 0.000359 | 0.000292 | 0.000343 | 0.000265 |
| VALE5 | 0.000266 | 0.000313 | 0.000458 | 0.000238 | 0.000184 | 0.000496 | 0.000389 | 0.000445 | 0.000306 | 0.000172 | 0.000291 | 0.000313 | 0.000244 |
| ELET6 | 0.000673 | 0.000533 | 0.000892 | 0.000841 | 0.000565 | 0.000389 | 0.00141 | 0.000885 | 0.0009 | 0.000408 | 0.000408 | 0.000533 | 0.000323 |
| USIM5 | 0.000787 | 0.000619 | 0.000935 | 0.00101 | 0.000598 | 0.000445 | 0.000885 | 0.001572 | 0.000821 | 0.00048 | 0.000841 | 0.000619 | 0.000389 |
| CMIG4 | 0.000615 | 0.000399 | 0.000875 | 0.001073 | 0.000526 | 0.000306 | 0.0009 | 0.000821 | 0.001088 | 0.000413 | 0.000407 | 0.000399 | 0.000305 |
| ITAU4 | 0.000396 | 0.000336 | 0.000438 | 0.000496 | 0.000359 | 0.000172 | 0.000408 | 0.00048 | 0.000413 | 0.000531 | 0.000291 | 0.000336 | 0.000224 |
| CSNA3 | 0.000405 | 0.000316 | 0.000535 | 0.000514 | 0.000292 | 0.000291 | 0.000408 | 0.000841 | 0.000407 | 0.000291 | 0.000812 | 0.000316 | 0.000251 |
| GGBR4 | 0.000462 | 0.000532 | 0.000589 | 0.000512 | 0.000343 | 0.000313 | 0.000533 | 0.000619 | 0.000399 | 0.000336 | 0.000316 | 0.000532 | 0.000239 |
| EMBR4 | 0.000224 | 0.000239 | 0.000295 | 0.000347 | 0.000265 | 0.000244 | 0.000323 | 0.000389 | 0.000305 | 0.000224 | 0.000251 | 0.000239 | 0.000643 |

| 14-Oct-03 | TNLP4 | PETRA | EBTP4 | TSPP4 | BBDC4 | VALE5 | ELET6 | USIM5 | CMIG4 | ITAU4 | CSNA3 | GGBR4 | EMBR4 |
|-----------|----------|----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|-----------|
| TNLP4 | 0.000469 | 0.000117 | 0.000339 | 0.000439 | 0.000229 | 5.8E-05 | 0.000358 | 0.000216 | 0.000235 | 0.000158 | 0.000193 | 0.000117 | 7.5E-05 |
| PETRA | 0.000117 | 0.000298 | 0.000156 | 0.00013 | 0.000162 | 3.94E-05 | 0.000221 | 0.00018 | 0.000183 | 0.000189 | 0.000122 | 0.000298 | 0.000159 |
| EBTP4 | 0.000339 | 0.000156 | 0.000902 | 0.000481 | 0.000264 | 0.000119 | 0.000475 | 0.000268 | 0.000296 | 0.000122 | 0.000149 | 0.000156 | 1.54E-05 |
| TSPP4 | 0.000439 | 0.00013 | 0.000481 | 0.000831 | 0.000225 | -2.91E-05 | 0.00031 | 0.000316 | 0.000219 | 8.74E-05 | 0.000282 | 0.00013 | 7.24E-05 |
| BBDC4 | 0.000229 | 0.000162 | 0.000264 | 0.000225 | 0.000362 | 2.12E-05 | 0.000287 | 2.97E-05 | -1.32E-05 | 8.19E-05 | 6.49E-05 | 9.64E-05 | 4.19E-05 |
| VALE5 | 5.8E-05 | 3.94E-05 | 0.000119 | -2.91E-05 | 2.12E-05 | 0.000287 | 2.97E-05 | -1.32E-05 | 8.19E-05 | 6.49E-05 | 9.64E-05 | 3.94E-05 | 4.19E-05 |
| ELET6 | 0.000358 | 0.000221 | 0.000475 | 0.00031 | 0.000315 | 2.97E-05 | 0.000816 | 0.000219 | 0.000469 | 0.000254 | 0.000165 | 0.000221 | -1.93E-05 |
| USIM5 | 0.000216 | 0.00018 | 0.000268 | 0.000316 | 0.000206 | -1.32E-05 | 0.000219 | 0.000761 | 0.000146 | 0.000114 | 0.00053 | 0.00018 | 0.000202 |
| CMIG4 | 0.000235 | 0.000183 | 0.000296 | 0.000219 | 0.00024 | 8.19E-05 | 0.000469 | 0.000146 | 0.000404 | 0.000227 | 0.000151 | 0.000183 | 8.95E-06 |
| ITAU4 | 0.000158 | 0.000189 | 0.000122 | 8.74E-05 | 0.000312 | 6.49E-05 | 0.000254 | 0.000114 | 0.000227 | 0.000412 | 0.000157 | 0.000189 | 6.91E-05 |
| CSNA3 | 0.000193 | 0.000122 | 0.000149 | 0.000282 | 0.000201 | 9.64E-05 | 0.000165 | 0.00053 | 0.000151 | 0.000157 | 0.000744 | 0.000122 | 0.000279 |
| GGBR4 | 0.000117 | 0.000298 | 0.000156 | 0.00013 | 0.000162 | 3.94E-05 | 0.000221 | 0.00018 | 0.000183 | 0.000189 | 0.000122 | 0.000298 | 0.000159 |
| EMBR4 | 7.5E-05 | 0.000159 | 1.54E-05 | 7.24E-05 | 6.76E-05 | 4.19E-05 | -1.9E-05 | 0.000202 | 8.95E-06 | 6.91E-05 | 0.000279 | 0.000159 | 0.000484 |

| 14-Sep-03 | TNLP4 | PETRA | EBTP4 | TSPP4 | BBDC4 | VALE5 | ELET6 | USIM5 | CMIG4 | ITAU4 | CSNA3 | GGBR4 | EMBR4 |
|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| TNLP4 | 0.000456 | 0.000158 | 0.00036 | 0.0003 | 0.000214 | 6.68E-06 | 0.000377 | 0.000171 | 0.000225 | 0.000131 | 9.74E-05 | 0.000158 | 7.64E-05 |
| PETRA | 0.000158 | 0.000215 | 0.000205 | 0.000123 | 0.000111 | -9.81E-07 | 0.000175 | 0.000189 | 0.000106 | 5.84E-05 | 4.41E-05 | 0.000215 | 3.8E-05 |
| EBTP4 | 0.00036 | 0.000205 | 0.000746 | 0.000281 | 0.000266 | 9.69E-05 | 0.000428 | 0.000269 | 0.000316 | 0.000185 | 0.00016 | 0.000205 | 0.000184 |
| TSPP4 | 0.0003 | 0.000123 | 0.000281 | 0.000537 | 0.000235 | -9.36E-05 | 0.000345 | 0.000177 | 0.000287 | 0.000116 | 0.000118 | 0.000123 | 6.12E-05 |
| BBDC4 | 0.000214 | 0.000111 | 0.000266 | 0.000235 | 0.000348 | 1.03E-05 | 0.000331 | 9.25E-05 | 0.000258 | 0.000248 | 0.000101 | 0.000111 | 7.24E-05 |
| VALE5 | 6.68E-06 | -9.81E-07 | 9.69E-05 | -9.36E-05 | 1.03E-05 | 0.000243 | 3.13E-05 | -7.05E-05 | 3.04E-05 | 2.22E-05 | -5.05E-06 | -9.81E-07 | 2.69E-05 |
| ELET6 | 0.000377 | 0.000175 | 0.000428 | 0.000345 | 0.000331 | 3.13E-05 | 0.000686 | 0.000112 | 0.000387 | 0.000223 | 8.91E-05 | 0.000175 | 0.000115 |
| USIM5 | 0.000171 | 0.000189 | 0.000269 | 0.000177 | 9.25E-05 | -7.05E-05 | 0.000112 | 0.00074 | 4.7E-05 | 3.61E-05 | 0.000311 | 0.000189 | 0.000176 |
| CMIG4 | 0.000225 | 0.000106 | 0.000316 | 0.000287 | 0.000258 | 3.04E-05 | 0.000387 | 4.7E-05 | 0.000328 | 0.000203 | 7.31E-05 | 0.000106 | 4.03E-05 |
| ITAU4 | 0.000131 | 5.84E-05 | 0.000165 | 0.000116 | 0.000248 | 2.22E-05 | 0.000223 | 3.61E-05 | 0.000203 | 0.000289 | 5.16E-05 | 5.84E-05 | -1.89E-05 |
| CSNA3 | 9.74E-05 | 4.41E-05 | 0.00016 | 0.000118 | 0.000101 | -5.05E-06 | 8.91E-05 | 0.000311 | 7.31E-05 | 5.16E-05 | 0.00043 | 4.41E-05 | 9.39E-05 |
| GGBR4 | 0.000158 | 0.000215 | 0.000205 | 0.000123 | 0.000111 | -9.81E-07 | 0.000175 | 0.000189 | 0.000106 | 5.84E-05 | 4.41E-05 | 0.000215 | 3.8E-05 |
| EMBR4 | 7.64E-05 | 3.8E-05 | 0.000184 | 6.12E-05 | 7.24E-05 | 2.69E-05 | 0.000115 | 0.000176 | 4.03E-05 | -1.89E-05 | 9.39E-05 | 3.8E-05 | 0.000412 |

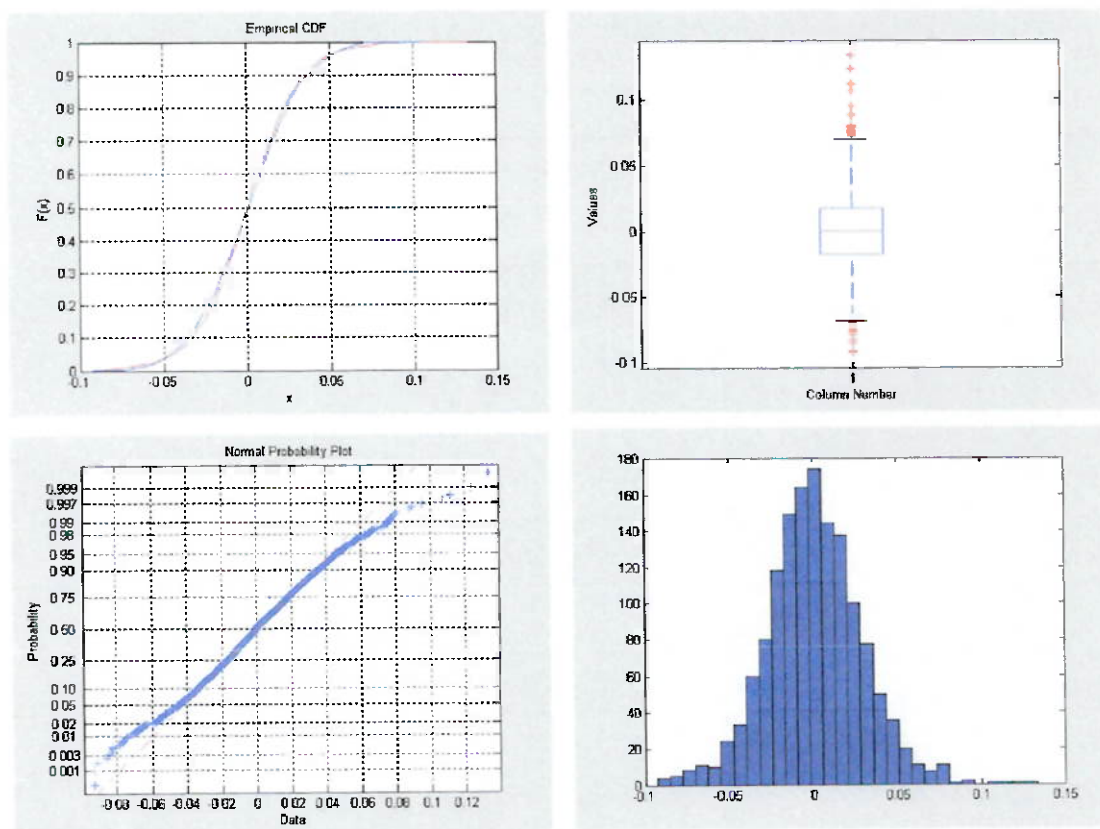
Matriz – 5 Anos

| | TNLP4 | PETRA | EBTP4 | TSPP4 | BBDC4 | VALE5 | ELET6 | USIM5 | CMIG4 | ITAU4 | CSNA3 | GGBR4 | EMBR4 |
|-------|----------|----------|-----------|-----------|----------|----------|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| TNLP4 | 0.000319 | 0.000106 | 0.000322 | 0.00028 | 0.000199 | 0.000148 | 0.000336 | 0.000243 | 0.00029 | 0.000168 | 0.000232 | 0.000136 | 2.07E-06 |
| PETRA | 0.000106 | 0.000143 | 0.000118 | 0.000167 | 0.000148 | 9.14E-05 | 0.000183 | 9.45E-05 | 0.000182 | 0.000141 | 0.000102 | 0.000242 | 2.31E-05 |
| EBTP4 | 0.000322 | 0.000118 | 0.000735 | 0.000424 | 0.00022 | 0.000203 | 0.000497 | 0.000416 | 0.000483 | 0.000221 | 0.000323 | 0.000395 | -1.54E-05 |
| TSPP4 | 0.00028 | 0.000167 | 0.000424 | 0.000693 | 0.000278 | 0.000157 | 0.000395 | 0.000252 | 0.00039 | 0.000315 | 0.000249 | 0.000216 | -1.44E-05 |
| BBDC4 | 0.000199 | 0.000148 | 0.00022 | 0.000278 | 0.000312 | 0.000164 | 0.000332 | 0.000171 | 0.000318 | 0.000268 | 0.000178 | 0.000189 | 5E-06 |
| VALE5 | 0.000148 | 9.14E-05 | 0.000203 | 0.000157 | 0.000164 | 0.000214 | 0.000245 | 0.000205 | 0.000267 | 0.000145 | 0.000177 | 0.000258 | 4.24E-05 |
| ELET6 | 0.000336 | 0.000183 | 0.000497 | 0.000395 | 0.000332 | 0.000245 | 0.000823 | 0.000429 | 0.000622 | 0.000325 | 0.000389 | 0.000602 | -4.12E-05 |
| USIM5 | 0.000243 | 9.45E-05 | 0.000416 | 0.000252 | 0.000171 | 0.000205 | 0.000429 | 0.000485 | 0.0004 | 0.000181 | 0.000343 | 0.000349 | 4.78E-05 |
| CMIG4 | 0.00029 | 0.000182 | 0.000483 | 0.00039 | 0.000318 | 0.000267 | 0.000622 | 0.0004 | 0.000772 | 0.000321 | 0.000319 | 0.00042 | 5.23E-05 |
| ITAU4 | 0.000168 | 0.000141 | 0.000221 | 0.000315 | 0.000268 | 0.000145 | 0.000325 | 0.000181 | 0.000321 | 0.000326 | 0.000201 | 0.000166 | 2.34E-05 |
| CSNA3 | 0.000232 | 0.000102 | 0.000323 | 0.000249 | 0.000178 | 0.000177 | 0.000389 | 0.000343 | 0.000319 | 0.000201 | 0.000375 | 0.000195 | 3.13E-05 |
| GGBR4 | 0.000136 | 0.000242 | 0.000395 | 0.000216 | 0.000189 | 0.000258 | 0.000602 | 0.000349 | 0.00042 | 0.000166 | 0.000195 | 0.000704 | 9.55E-05 |
| EMBR4 | 2.07E-06 | 2.31E-05 | -1.54E-05 | -1.44E-05 | 5E-06 | 4.24E-05 | -4.12E-05 | 4.78E-05 | 5.23E-05 | 2.34E-05 | 3.13E-05 | 9.55E-05 | 0.000326 |

ANEXO C

TELEMAR – TNLP4

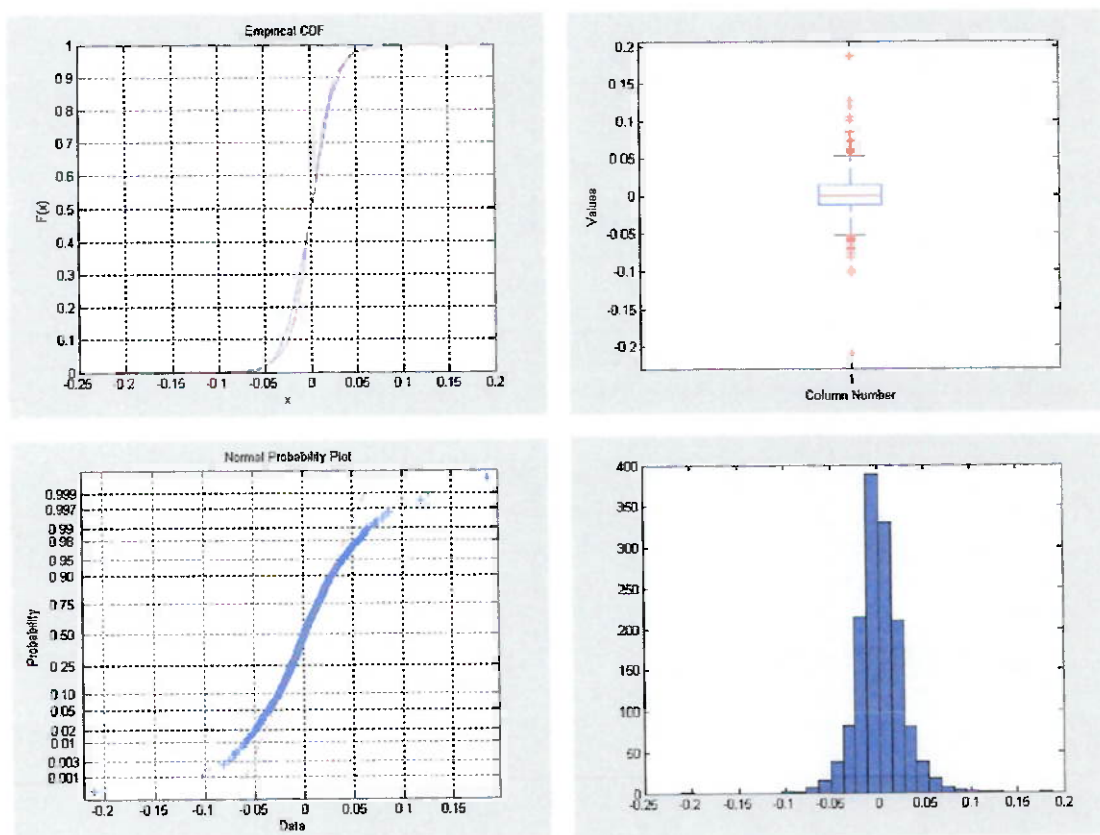
A serie histórica analisada da Telemar estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



Podemos perceber as mesmas características, quanto a normalidade que foram observadas no gráfico do IBOVESPA, sendo que para probabilidades acima de 95% e abaixo de 5% podemos perceber a existência de caudas gordas.

PETROBRAS – PETR4

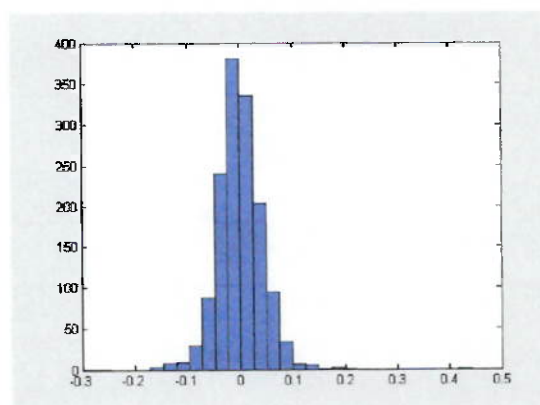
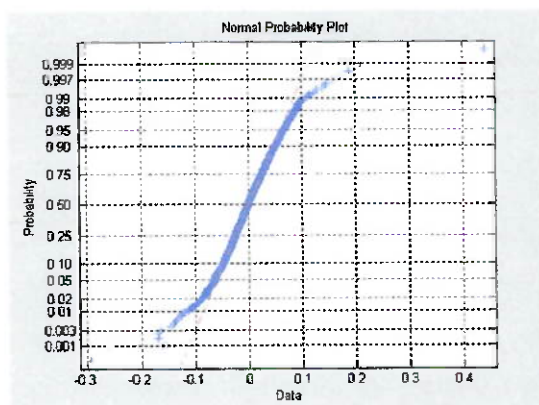
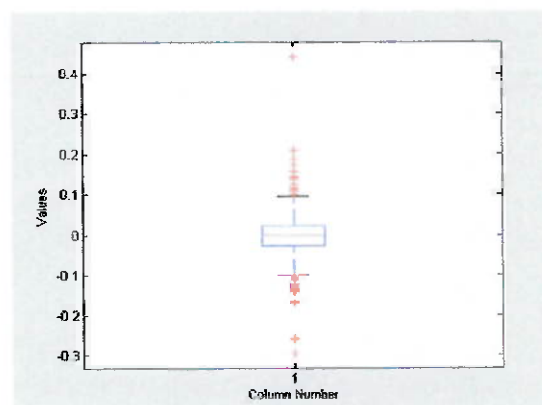
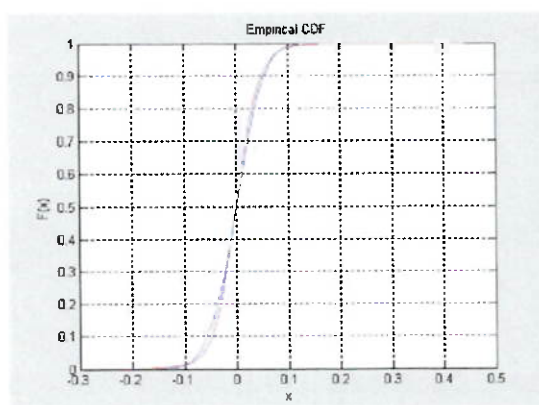
A serie histórica analisada da Petrobrás estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



A mesma tendência é observada nos gráficos da Petrobrás, sendo que para probabilidades acima de 95% e abaixo de 5% são verificadas as caudas gordas. Pode-se também verificar que a Petrobrás é uma empresa mais estável.

EMBRATEL - EBTP4

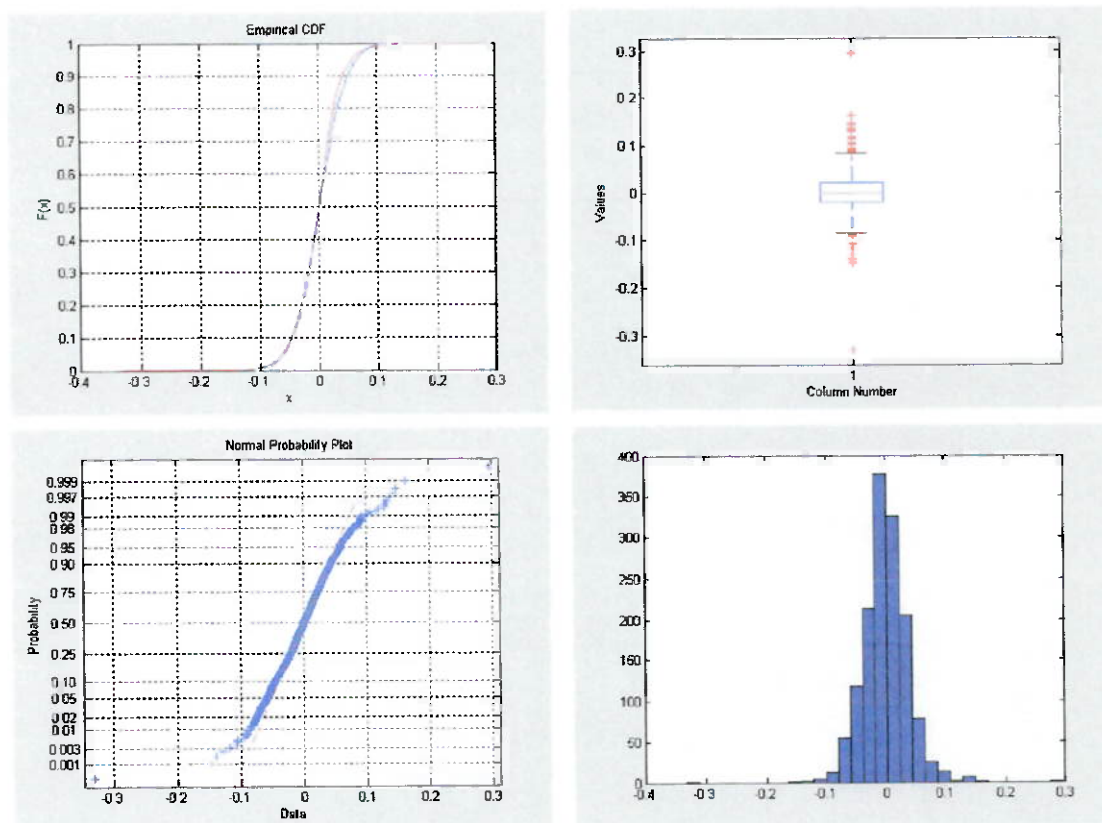
A serie histórica analisada da Embratel estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



Para a Embratel, no entanto a normalidade é mais constante, contudo, em probabilidades acima de 98% e abaixo de 2% as caudas gordas são novamente verificadas.

TELESP CELULAR – TSPP4

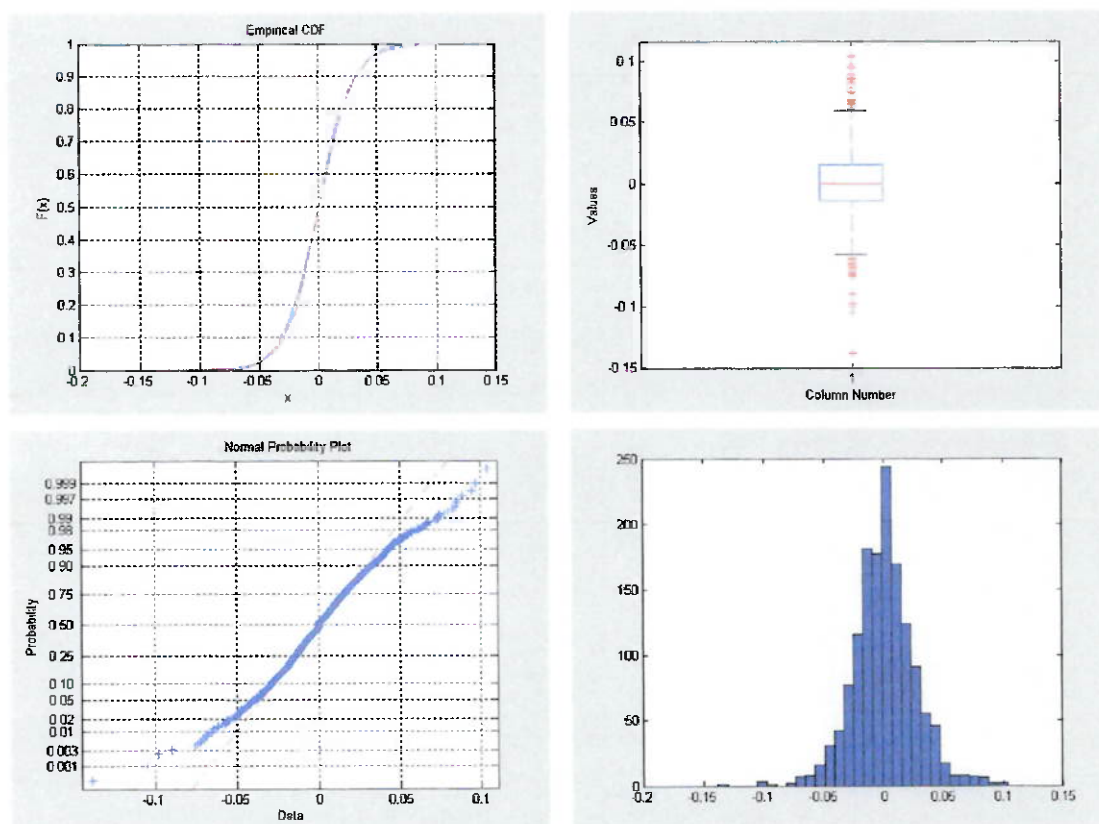
A serie histórica analisada da Telesp Celular estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



Novamente percebemos as caudas gordas presentes em percentuais acima de 95% de confiança e abaixo de 5% para as distribuições de retornos deste papel. Podemos também perceber certa assimetria das caudas, sendo que as perdas são mais significativas.

BRADESCO - BBDC4

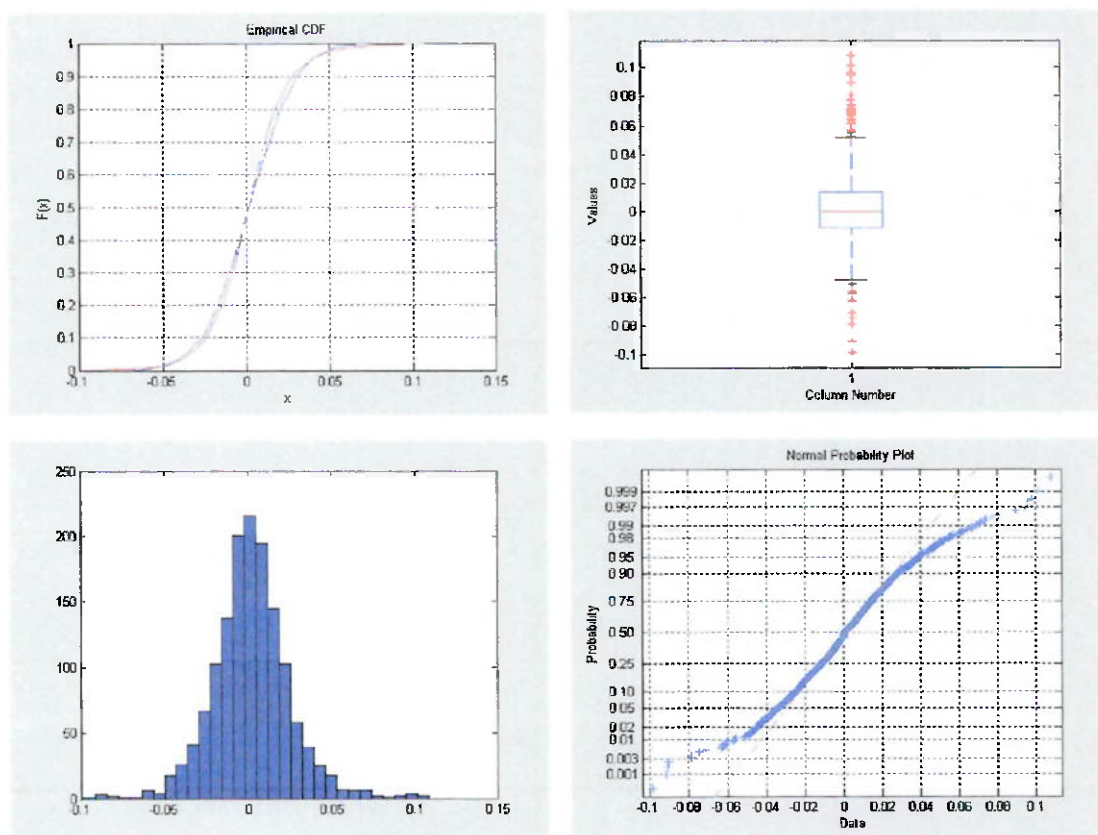
A serie histórica analisada do Bradesco estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



O Bradesco tem uma distribuição igual às demais, novamente seguindo a normalidade até 95% e tendo perdas mais significativas para probabilidades abaixo de 5%. Quanto a simetria, ela apresenta-se entre as caudas.

VALE DO RIO DOCE - VALE5

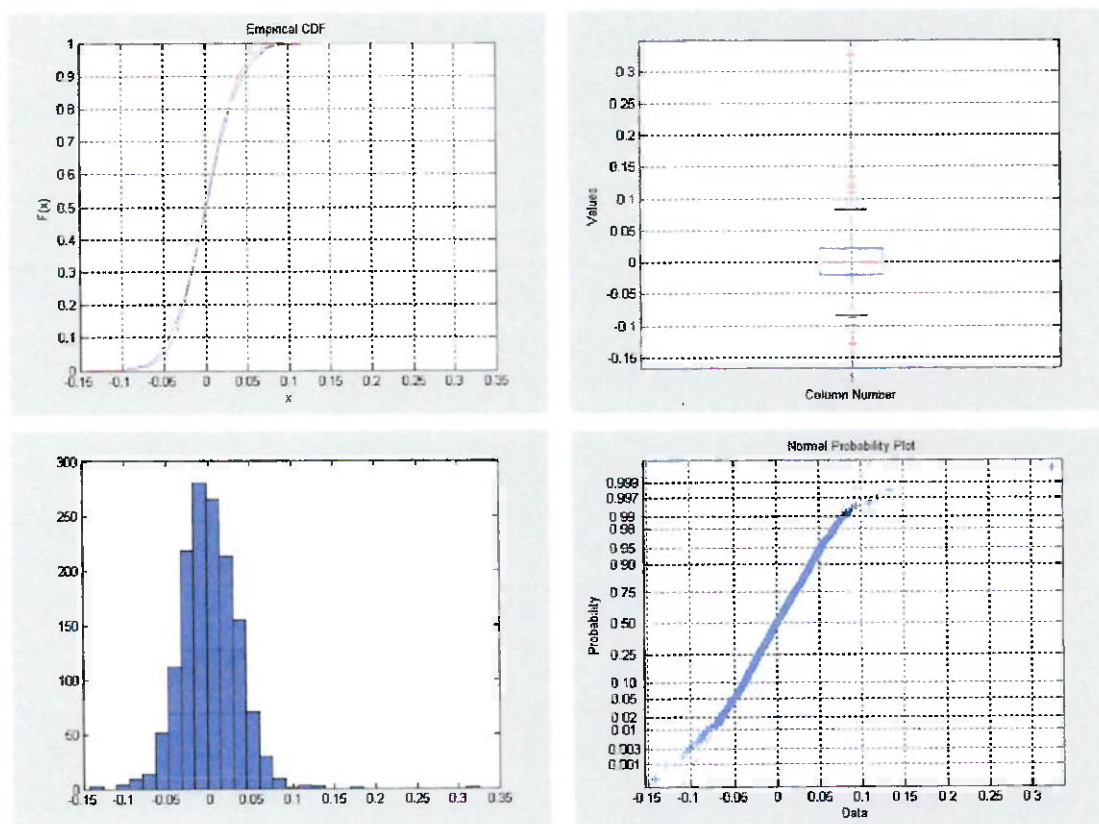
A serie histórica analisada da Vale do Rio Doce estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



Nesta empresa, podemos perceber uma grande volatilidade dos retornos além das caudas aparecerem por volta dos 90% de confiança para os ganhos e abaixo dos 8% para as perdas.

ELETROBRÁS - ELET6

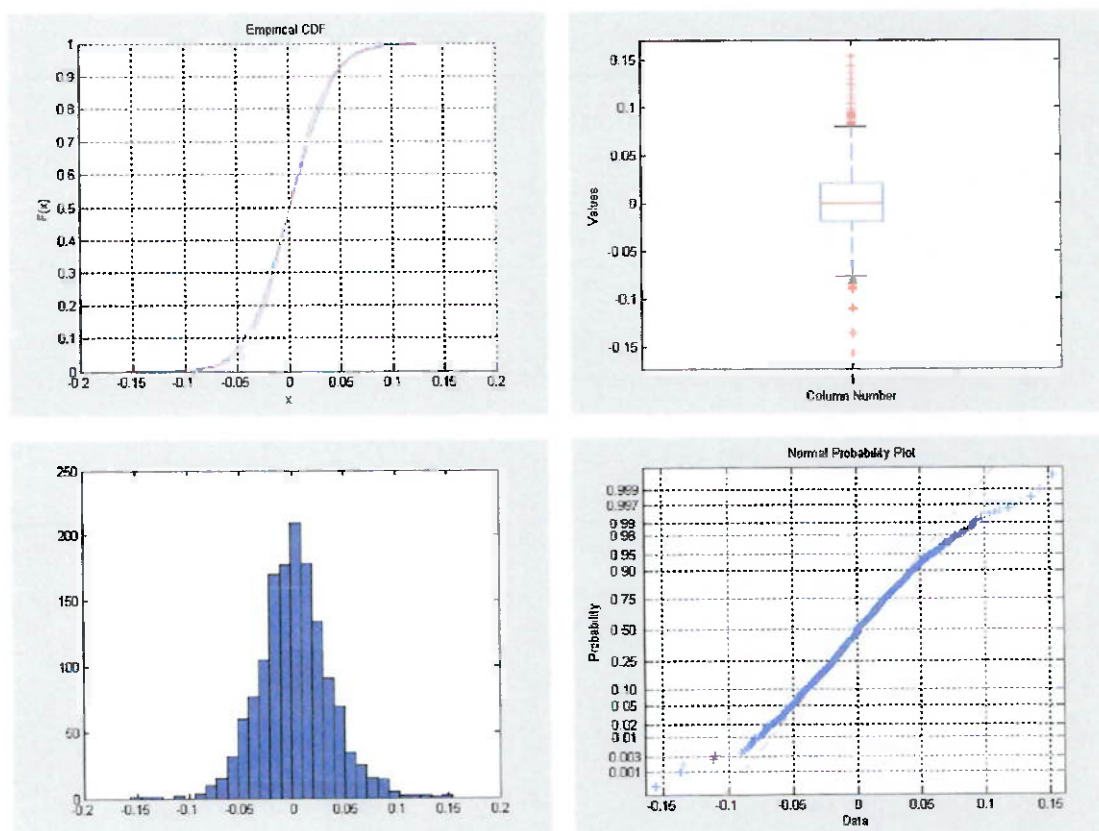
A serie histórica analisada da Eletrobrás estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



A Eletrobrás apresenta-se como uma distribuição normal até 99% de confiança e acima de 1%. Temos a presença das caudas gordas fora destes limites e elas apresentam grande assimetria.

USIMINAS - USIM5

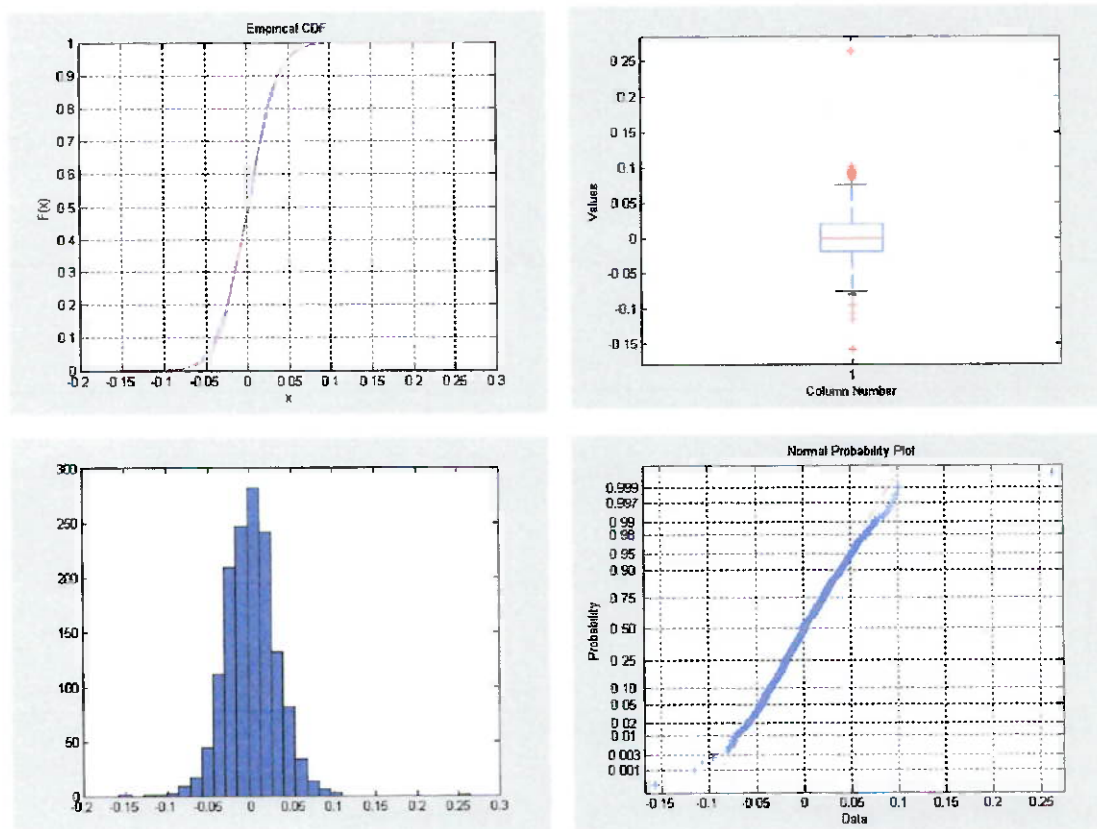
A serie histórica analisada da Usiminas estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



Temos novamente a mesma tendência observada, contudo, para as perdas, as caudas passam a ser gordas a partir dos 3% e cima dos 95%. Novamente há assimetria entre as caudas.

CEMIG - CMIG4

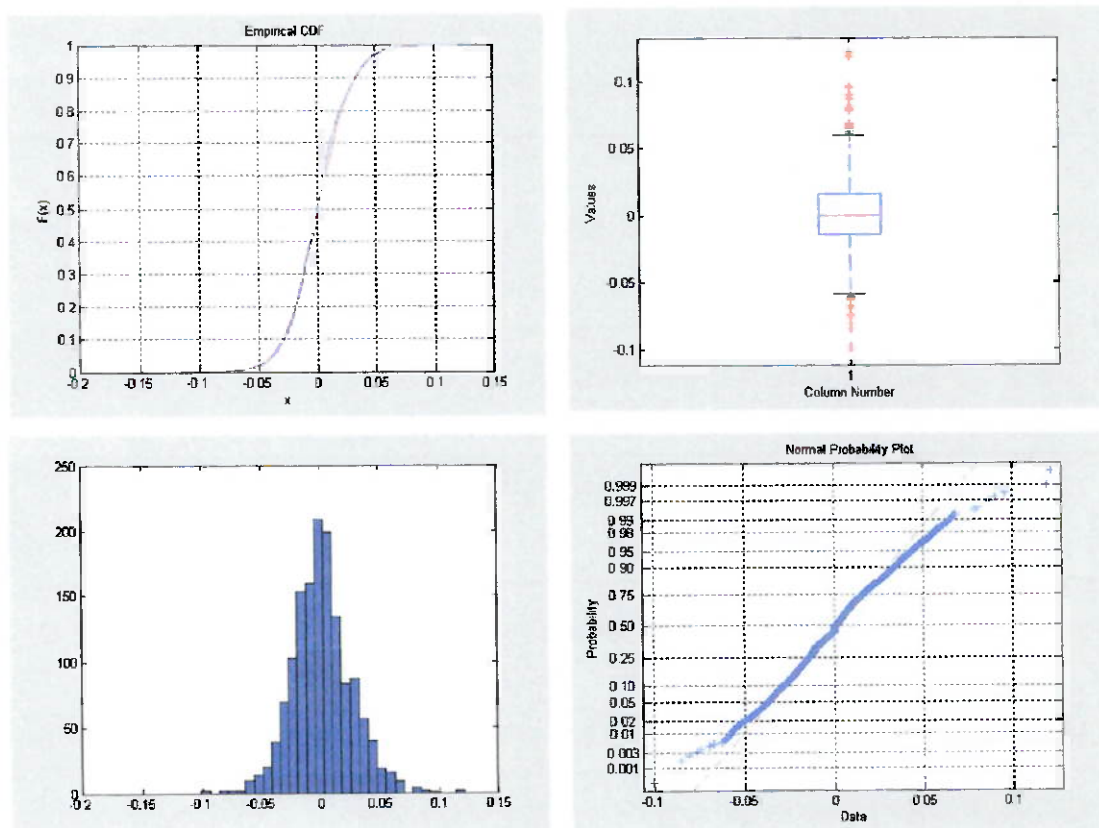
A serie histórica analisada do Cemig estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



Semelhante ao caso da Eletrobrás, a normalidade é mais constante dentro dos retornos da Cemig. Acima de 98% e abaixo de 1% temos que os retornos não seguem a distribuição normal.

ITAU - ITAU4

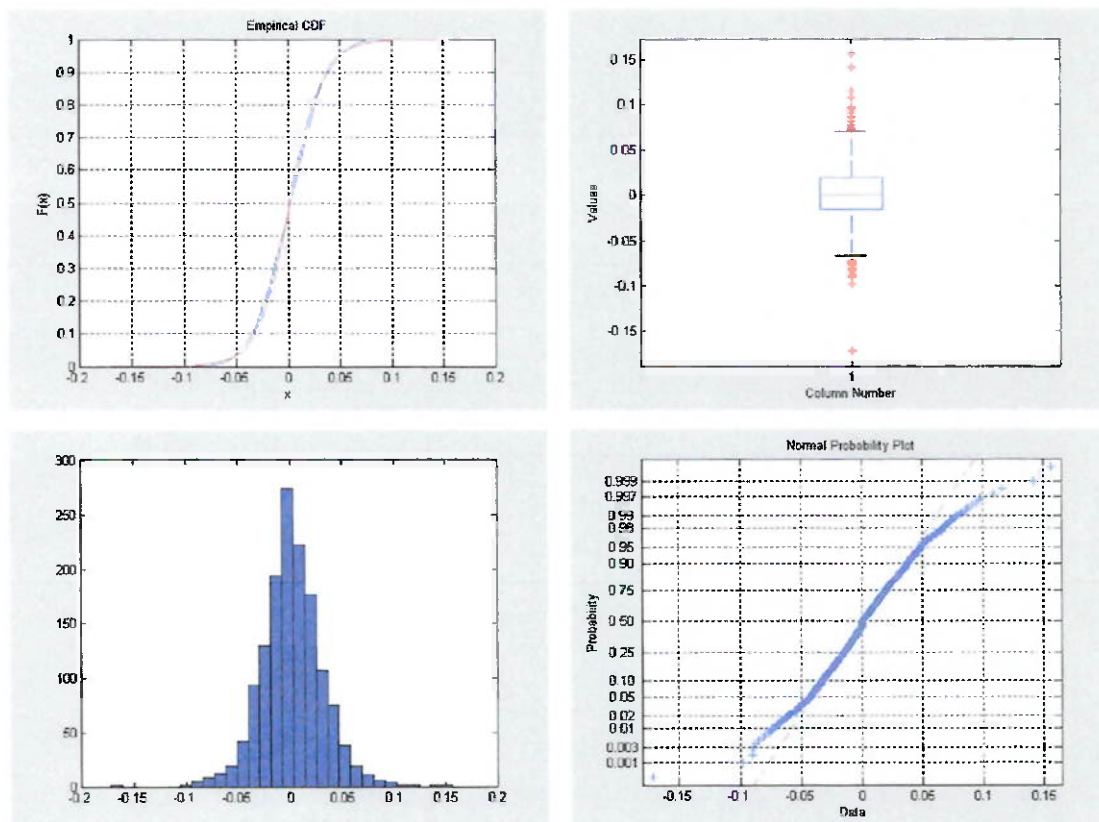
A série histórica analisada do Itaú estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



De forma semelhante a maioria dos ativos analisados temos que a série histórica do Itaú apresentou caudas gordas para probabilidades acima de 95% e abaixo de 5%. A assimetria do retorno das caudas também pode ser observada.

COMPANHIA SIDERURGICA NACIONAL - CSNA3

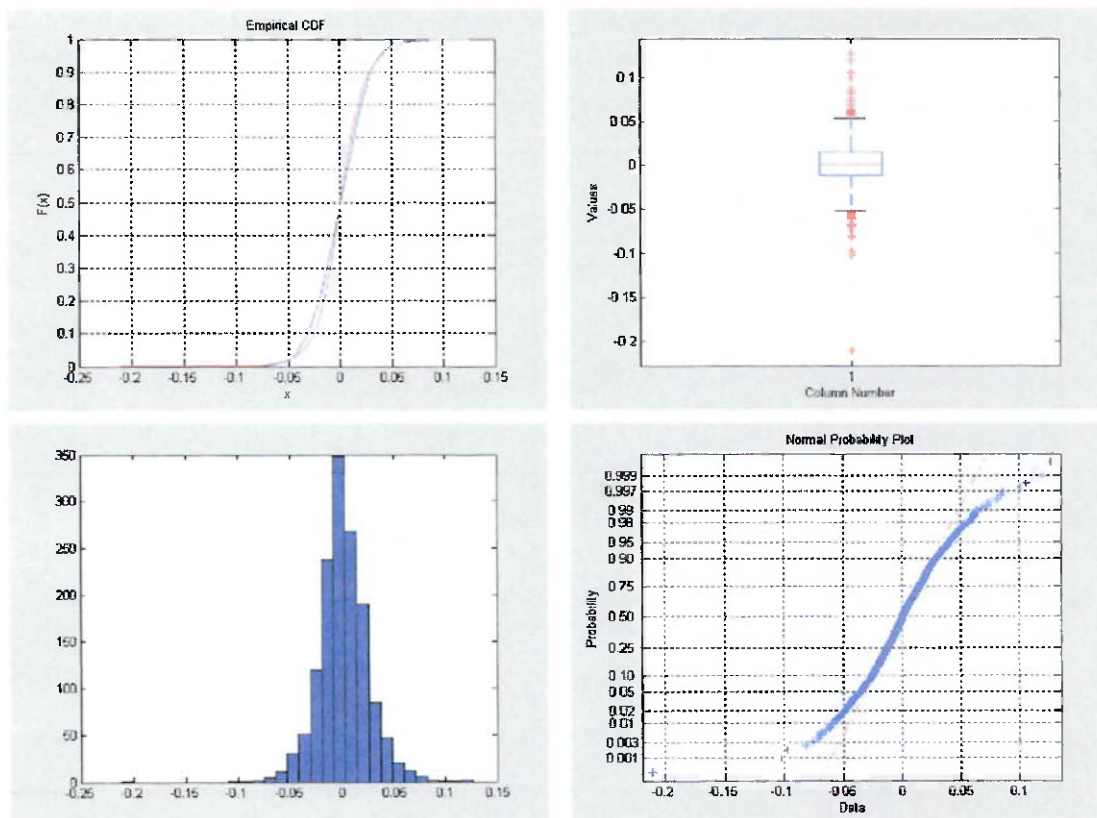
A serie histórica analisada da Companhia Siderúrgica Nacional estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



Temos as caudas gordas para as probabilidades acima de 95% e abaixo de 5% para os retornos da Companhia Siderúrgica Nacional. É interessante o fato de haver simetria entre os retornos da empresa.

GERDAU - GGBR4

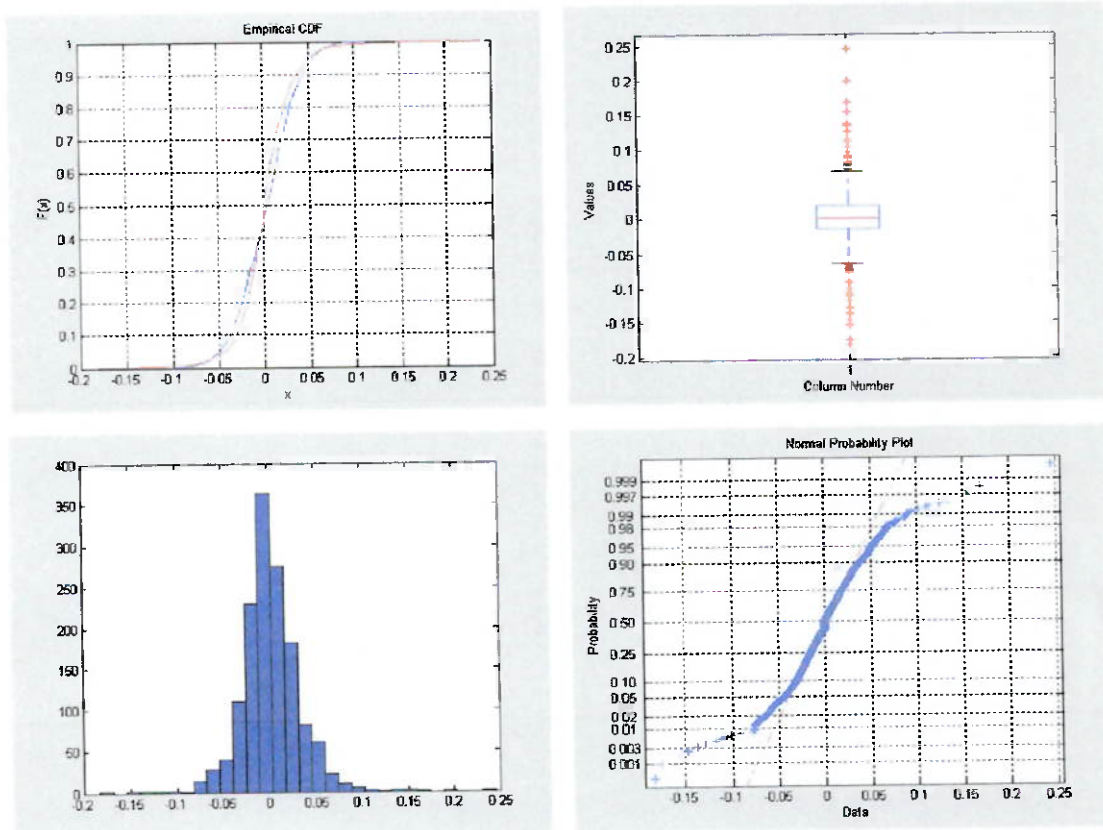
A serie histórica analisada da Gerdau estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



Na Gerdau a mesma relação foi verificada de caudas pesadas para os retornos acima de 95% e abaixo de 5%. Suas caudas apresentaram grande assimetria sendo que as perdas foram maiores.

EMBRAER - EMBR4

A serie histórica analisada do Embraer estende-se desde 04/01/1999 até 14/10/2004, compondo 1441 valores, traçamos os gráficos de retorno, os de comparação dos valores empíricos com os de uma distribuição normal e histograma.



Quanto a Embraer a tendência foi a mesma de caudas pesadas para retornos acima de 95% e abaixo de 5%. A assimetria de seus retornos também foi verificada.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, A. F. J. **Um Modelo de Otimização de Portfolios de Ações**. Trabalho de Conclusão de Curso. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 1995.
- BORTKIEWICZ, L. von. **Variationsbreite und mittlerer Fehler**. Sitzungsber. Berlin. Math. Ges. Berlin, 1922.
- DANIELSSON, Jon; DE VRIES, Casper; HAAN, L. de. **Using a Bootstrap Method to Choose the Sample Fraction in Tail Index Estimation**. Rotterdam: Tinbergen Institute. Financial Markets Group (FMG) working paper, 1998.
- DANTAS, A. E. T. **Uso de teoria dos valores extremos no desenvolvimento de uma ferramenta auxiliar para análises de risco de mercado**. Trabalho de Conclusão de Curso. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, 2002.
- DEMUTH, H. e BEALE, M. **Neural Network Toolbox – for use with MATLAB – User's Guide Version 4**, Natick: The Mathworks, Inc., 2001.
- EL-AROU, Mhamed-Ali; DIEBOLT, Jean. On the use of the peaks over thresholds method for estimating out-of-sample quantiles. **Computational Statistics & Data Analysis**, 39 p. 453 – 475, 2002.
- EMBRECHTS et. al. **Modeling Extremal Events: for insurance and finance**. Berlin: Springer Verlag, 1997.
- FRÉCHET, M. **Sur la loi de Probabilité de l'écart maximum**. Ann. Soc. Polon Math, Cracovie, 1927.

FISCHER, R e TIPPETT L. H. C. **Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of sample.** Procs. Cambridge Philos. Soc., 1928

GNEDENKO, B. **Sur la distribution limited u terme maximum d'une série aléatoire.** Princenton, 1943.

GUMBEL, E. J. **Le valerus extremes des distributions statistiques.** Ann.L'Inst. Henri Poincaré, 1935.

GENÇAY, R.; SELÇUK, F. Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets. **International Journal of Forecasting**, 20 (2004) 287 – 303.

McNEIL, Alexander J.; FREY, Rüdiger. Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: An Extreme Value Approach. **Journal of Empirical Finance**, 7 p. 271-300, 2000.

MISES, R. von. **Über die Variationsbreite einer Beobachtungsreihe.** Sitzungsber. Berlin. Math. Ges. Berlin, 1923.

ODA, André Luiz - **Análise da persistência de performance dos fundos de ações brasileiros no período de 1995-1998.** Dissertação de Mestrado. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, 2000.

PARREIRAS, L. R. F. **Modelo Genético-Neural de Gestão de Carteiras de Ações.** Trabalho de Conclusão de Curso. Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.

PINTO, Flávia Carpinetti. **Teoria de Valores Extremos**. Dissertação de Mestrado. IME - INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA, Universidade de São Paulo, 2002.

SOUZA, L. A. R. **Valor em risco em épocas de crise**. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, 1999.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

BRENSTEIN, Peter L. **Desafio aos Deuses**. São Paulo: Editora Campus, 1997.

GRUBER, E. et al. **Modern Portfolio Theory and Investment Analysis**, Nova York: John Wiley & Sons, 2003.

HULL, John C. **Options, Futures and Other Derivative Securities**. United States of America: Prentice Hall, 1993.

JORION, P. **Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk**, Nova York: McGraw-Hill, 1997.

MANKIW N. Gregory. **Introdução a Economia – Princípios de Micro e Macroeconomia**. Rio de Janeiro. Editora Campus, 2001.

MORETTIN, Pedro A.; BUSSAB, Wilton de O. **Estatística Básica**. São Paulo. Editora Saraiva, 2003.

SECURATO, J. R. **Calculo Financeiro das Tesourarias**. São Paulo Saint Paul Institute of Finance, 2003.

SECURATO, J. R. **Decisões Financeiras em Condições de Risco**. São Paulo. Editora Atlas, 1996.

STEWART, James. **Calculus**. Books Cole. United States of America, 1999.

WINSTON, Wayne L. **Operations Research – Applications and Algorithms**. Belmont, Califórnia. Duxbury, 1994