

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

TRABALHO DE FORMATURA

**PROPOSTA DE UM MODELO DE RISCO UTILIZANDO
OTIMIZAÇÃO MULTIPERÍODO**

FREDERICO FAVA SIMIONATO

ORIENTADORA: PROF^a. CELMA DE OLIVEIRA RIBEIRO

2000

FF 2000
Si 45p

*Aos meus pais, Edson e Eloísa Maria
À minha irmã, Cristina
Aos meus avós, Darcy, Edith, Irene e Judith*

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer à professora Celma de Oliveira Ribeiro pela excelente orientação dada e pelas inúmeras idéias que complementaram, de forma tão brilhante, este trabalho.

Agradeço ao amigo Ricardo Alves pelos ensinamentos transmitidos durante o trabalho.

Aos companheiros de trabalho, pelo suporte e incentivo dados.

Aos colegas da turma, pelos cinco anos de convivência.

E a Deus.

Sumário

Este Trabalho de Formatura, realizado junto à área de Gestão de Riscos de um *Asset Management* de São Paulo, tem como objetivo propor um modelo de risco baseado em otimização multiperíodo para obtenção de uma carteira com risco mínimo. Para isso, estaremos utilizando um modelo estático e expandindo seu uso para um estrutura multiperíodo. O modelo proposto é discutido, apresentando suas vantagens e desvantagens além de propormos possíveis melhorias futuras.

Índice

| | |
|--|----|
| 1. Trabalho de Formatura | 1 |
| 1.1. Introdução | 1 |
| 1.2. Motivação | 2 |
| 1.3. Objetivos e Estrutura do Trabalho | 2 |
| 2. Conceitos de Mercado | 4 |
| 2.1. Bolsas de Valores | 4 |
| 2.2. Ações | 4 |
| 2.3. Derivativos | 5 |
| 2.4. Carteira | 5 |
| 2.5. <i>Hedge</i> | 5 |
| 2.6. Margem de Garantia | 5 |
| 2.7. Volatilidade | 6 |
| 2.8. <i>Value-at-Risk</i> | 7 |
| 2.9. Opções | 8 |
| 2.9.1. O Preço de uma Opção | 11 |
| 2.9.2. As Gregas | 14 |
| 2.9.2.1. Delta | 15 |
| 2.9.2.2. Gama | 19 |
| 2.9.2.3. Teta | 20 |
| 2.9.2.4. Vega | 20 |
| 2.9.2.5. Rô | 22 |
| 2.10. Liquidez | 22 |
| 3. Um Primeiro Modelo para Composição de Carteiras | 27 |
| 3.1. O Modelo | 27 |
| 3.2. O Modelo Proposto | 28 |
| 3.3. O Problema Analisado | 33 |
| 4. Modelo Multiperíodo | 43 |

| | |
|--|----|
| 4.1. Uma Carteira Única | 43 |
| 4.2. O Comportamento da Liquidez | 48 |
| 4.3. A Previsão de <i>S</i> | 53 |
| 4.3.1. A Árvore Binomial | 54 |
| 4.4. A Utilização do Modelo | 58 |
| 4.5. Análise de Sensibilidade | 68 |
| 5. Um Modelo Multiperíodo para Cenários de <i>Stress</i> | 72 |
| 5.1. Cenários de <i>Stress</i> | 72 |
| 5.2. Cenários de <i>Stress</i> e o Modelo Multiperíodo | 73 |
| 5.3. Aplicação do Modelo Multiperíodo em um Cenário de <i>Stress</i> ... | 75 |
| 6. Aplicações do Modelo em Gestão de Risco de Empresas | 81 |
| 6.1. O Risco e as Empresas | 81 |
| 6.2. Algumas Aplicações | 81 |
| 6.2.1. Produtores de <i>Commodities</i> | 82 |
| 6.2.2. Carteiras Próprias - Tesouraria | 82 |
| 6.2.3. Carteiras Distintas | 83 |
| 6.2.4. Opções Ilíquidas | 84 |
| 6.3. Gestão de Risco em Empresas | 84 |
| 6.3.1. Metallgesellschaft | 84 |
| 6.3.2. Showa Shell Sekiyu | 85 |
| 7. Conclusão | 86 |
| 8. Bibliografia | 89 |

1

Trabalho de Formatura

1.1. Introdução

“O risco é proporcional ao retorno.” Muitos já ouviram essa frase, porém poucos são aqueles que a vêem de outra maneira: “Meu potencial de perda é tão maior quanto maior for o meu risco.”

Há muito tempo, investidores tentam mensurar o risco em investimentos, buscando adequar ou otimizar as possíveis perdas e ganhos ao perfil de investimento desejado. Assim, utilizando-se de diversos instrumentos, os investidores tentam alcançar as maiores rentabilidades possíveis, assumindo um dado risco.

Certamente, são raros os investimentos cujos retorno esperado e risco são perfeitamente mensuráveis, uma vez que a incerteza proveniente da impossibilidade de previsão do futuro não pode ser evitada.

Quando profissionais envolvidos com o mercado financeiro começaram a aplicar metodologias até então utilizadas cientificamente, como previsões utilizando leis da probabilidade e estatística, é que medidas de risco puderam ser satisfatoriamente desenvolvidas. Com as ferramentas de gestão de risco atualmente difundidas pelo mercado, torna-se necessário discuti-las e aprimorá-las.

Este trabalho, realizado no departamento de risco de uma empresa Gestora de Ativos Financeiros – *Asset Management* -, tem como objetivo propor um modelo de gestão de risco de investimentos, que, utilizando otimização multiperíodo, busca minimizar a exposição dos investimentos ao risco.

1.2. Motivação

A gestão de risco de investimentos tornou-se, nas últimas décadas, a área responsável pela administração das possíveis perdas de uma instituição. Diversas empresas tiveram que contabilizar perdas de milhões ou até mesmo bilhões de dólares devido à má administração de riscos assumidos.

A partir de diferentes técnicas de análises, surgiram vários modelos de gestão de risco que auxiliam a tomada de decisões assim como fornecem dados para uma melhor administração dos riscos.

Objetivando justamente mensurar e aprimorar modelos de gestão de risco, concretizou-se o tema deste trabalho: propor um modelo de gestão de risco multiperíodo, adaptando modelos previamente desenvolvidos, que buscará fornecer uma estratégia de posicionamento no mercado que minimize o risco dos investimentos. Ele deverá ser capaz de captar as oscilações e imperfeições do mercado, assim como ser eficiente o bastante para que os resultados apresentados possam ser indicativos úteis e próximos à realidade.

1.3. Objetivos e Estrutura do Trabalho

Neste trabalho de formatura, estaremos apresentando um modelo de risco baseado em otimização. Utilizando um modelo proposto por DUARTE (1997), buscaremos expandir seu uso, aplicando-o através de uma estrutura temporal, relacionando em uma única estratégia, as tomadas de decisões nos diferentes instantes de tempo.

No capítulo 2, apresentaremos alguns conceitos utilizados no mercado financeiro com o objetivo de apresentar a terminologia e fornecer definições que serão mencionadas no decorrer do trabalho.

No capítulo 3, explicaremos o modelo que propiciou a elaboração do modelo multiperíodo, realizando simulações e analisando o comportamento do mesmo.

No capítulo 4, formalizaremos a elaboração do modelo multiperíodo, explicitando os conceitos utilizados e realizaremos testes buscando identificar falhas na apresentação dos resultados do modelo.

No capítulo 5, estaremos efetuando um teste em uma situação atípica, com o objetivo de analisar o comportamento do modelo nestas situações.

No capítulo 6, discutiremos outras aplicações do modelo para a gestão de risco em empresas.

Por fim, no último capítulo, estaremos apresentando as conclusões finais do trabalho, refletindo sobre os resultados obtidos com sua execução e sugerindo possíveis aperfeiçoamentos do modelo.

2

Conceitos de Mercado

Para um melhor entendimento do modelo, suas aplicações e resultados obtidos, segue uma descrição de alguns conceitos, produtos, etc., que são utilizados no mercado financeiro.

2.1. Bolsas de Valores

São instituições autônomas sem fins lucrativos que buscam oferecer infra-estrutura para que haja negociação de títulos em suas dependências. São compostas por corretoras membros, responsáveis pela intermediação de operações entre diferentes investidores.

2.2. Ações

São instrumentos que representam uma parcela do capital social de uma empresa emitidos com objetivo de captar recursos. O detentor da ação, o acionista, se torna "dono" de uma parcela da empresa, tendo direito a voto ou a distribuição de dividendos, dependendo do tipo de ação que foi adquirida.

As ações que consideraremos nesse trabalho são ações de empresas de capital aberto, ou seja, listadas e negociadas em bolsa e sujeitas as oscilações de mercado. Assim, seu preço varia de acordo com a lei da oferta e demanda, dependendo da situação da empresa e do cenário em que ela se encontra.

2.3. Derivativos

Derivativos são, como o próprio nome diz, instrumentos derivados de ativos do mercado à vista. Logo, os preços dos derivativos são diretamente dependentes dos preços dos ativos aos quais estão relacionados.

São diversos os tipos de derivativos. Os mais conhecidos são *swaps*, futuros e opções, cuja descrição mais detalhada pode ser encontrada em HULL (1997).

2.4. Carteira (ou portfólio)

Uma carteira de investimento pode ser definida como um conjunto de ativos e passivos, usualmente adquiridos através de instrumentos financeiros como ações, títulos, derivativos, etc. O valor da carteira pode ser obtido somando os valores de mercado dos seus ativos e passivos.

2.5. Hedge (ou proteção)

Hedge é o termo utilizado para definir uma estratégia adotada por um investidor, buscando precaver-se contra os riscos provenientes de uma posição assumida no mercado. Ou seja, supondo que um investidor queira se prevenir contra a alta de um bem, ele pode se "hedgear" comprando ou vendendo instrumentos financeiros adequados.

2.6. Margem de Garantia

Buscando minimizar os riscos de não liquidação das operações do mercado, as bolsas de valores muitas vezes solicitam o depósito de ativos sob sua custódia àqueles participantes que assumiram posições de risco no mercado. Os ativos aceitos como margem são: títulos públicos, ouro, dinheiro, ações, cotas de fundos, entre outros.

No caso de um investidor faltar com suas obrigações e não honrar o contrato assumido, a bolsa utiliza a margem depositada pelo mesmo investidor para saldar a dívida.

2.7. Volatilidade

O conceito de volatilidade será amplamente abordado no trabalho e por isso será comentado agora.

O termo volatilidade é diretamente relacionado com incerteza. De uma maneira geral, a volatilidade do preço de um ativo é tão maior quanto maior for a incerteza relacionada aos movimentos do preço do ativo. Logo, um ativo com alta volatilidade tem uma maior chance de atingir preços muito altos ou muito baixos.

Existem dois tipos de volatilidade. A volatilidade histórica é calculada a partir de movimentos passados do ativo em questão, sendo muitas vezes utilizada como estimativa de volatilidade futura. Matematicamente, volatilidade histórica pode ser entendida como sendo o desvio-padrão do logaritmo dos retornos do ativo, durante determinados intervalos de tempo. Pode ser calculada através da seguinte fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n u_i \right)^2}$$

Equação 2.1 – Desvio-Padrão

Sendo u_i o logaritmo dos retornos diários do ativo, a equação acima é uma aproximação da volatilidade diária. Em todos os cálculos, utilizaremos a volatilidade anualizada que pode ser calculada dividindo a volatilidade obtida pela equação acima por \sqrt{t} , onde t é o tempo em anos, entre as observações.

Existe ainda outro tipo de volatilidade, a implícita. Alguns derivativos têm em suas fórmulas de precificação, a variável volatilidade. Muitas vezes, a volatilidade de um ativo não é um dado facilmente obtido, como no caso de uma ação que foi lançada há pouco tempo, e torna-se necessário estimá-la de alguma maneira. Os derivativos têm seus preços negociados constantemente e pode-se então, resolvendo as fórmulas de precificação “de trás para frente”, ou seja, a partir dos preços fornecidos pelo mercado, obter-se a volatilidade que faz com que o preço do derivativo seja igual ao negociado pelo mercado. Essa é a chamada volatilidade implícita, pois ela provém do preço de mercado do derivativo. Esta volatilidade obtida pode ser entendida como uma expectativa da volatilidade futura do ativo.

Muitos operadores se referem à volatilidade implícita como prêmio da opção, mas como veremos a seguir, o prêmio da opção é o valor em que a opção está sendo negociada. Quando dizem “Os níveis de prêmio estão muito altos/baixos”, os operadores, na verdade, estão se referindo à volatilidade implícita.

2.8. Value-at-Risk (VaR)

O VaR é uma metodologia estatística de risco que busca medir a máxima perda de uma carteira de instrumentos financeiros. Resumidamente, o VaR avalia, com um determinado grau de confiança, a máxima perda que a carteira pode ter, dado um intervalo de tempo. O VaR é medido em valores financeiros e quanto menor for o VaR de uma carteira, menor será o seu risco.

Por exemplo, se um gestor de risco disser que o VaR diário de uma carteira é R\$ 100.000,00, com 95% de confiança, isto significa que espera-se que a perda diária da carteira supere o valor de R\$ 100.000,00 em 5% das observações.

Como o trabalho será baseado em opções, descreveremos a seguir, algumas propriedades das opções:

2.9. Opções

Opção é um contrato que dá ao seu titular (comprador), um direito futuro sobre algo, mas não uma obrigação; e ao seu vendedor, uma obrigação futura, caso solicitado pelo comprador da opção.

Podemos dizer que o vendedor de uma opção está, na verdade, vendendo um direito para que alguém (o comprador da opção) faça algo em data futura a suas custas. O comprador da opção paga em data presente o preço da opção, sendo essa a remuneração do vendedor do título por ter se responsabilizado a assumir uma posição no mercado em data futura, se assim solicitar o comprador da opção.

Vejamos algumas definições:

- O preço da opção é chamada de prêmio;
- O preço do contrato é chamado de preço de exercício ou *strike*;
- A data do contrato é chamada de data de exercício ou data de vencimento;
- Exercício é quando o comprador da opção exerce o direito previamente adquirido de comprar ou vender (dependendo do contrato estipulado) um ativo, por um determinado preço, em uma determinada data.

Dessa forma, podemos entender uma opção como sendo todo contrato que define direitos futuros ao comprador e obrigações futuras ao vendedor, ou seja, o comprador de uma opção paga hoje para ter o direito em data futura.

Existem dois tipos de opções: as opções de compra (*call*) e as opções de venda (*put*). Nas opções de compra, o detentor do direito (comprador) tem o direito de comprar algo por determinado preço pré-estabelecido (preço de exercício). Analogamente, nas opções de venda, o comprador da opção tem o direito de vender algo por determinado preço pré-estabelecido.

Em resumo, opção é todo o contrato que dá ao seu detentor ou comprador, o direito, mas não o dever, de comprar, se for uma opção de compra, ou de vender, se for uma opção de venda, determinado bem pelo preço acordado na efetivação do contrato (preço de exercício). O lançador da opção (vendedor) tem a obrigação de vender, no caso de uma opção de compra, ou de comprar, no caso de uma opção de venda, o objeto do contrato pelo preço acertado na efetivação do contrato, se, e somente se, solicitado pelo comprador da opção.

A relação existente entre o preço do ativo e o preço de exercício de uma opção faz com que haja a seguinte classificação das opções:

| Classificação | Opção de Compra | Opção de Venda |
|---|---|---|
| Dentro – do – dinheiro (in – the – money) | Preço do objeto é maior do que o preço de exercício. | Preço do objeto é menor do que o preço de exercício. |
| No – dinheiro (at – the – money) | Preço do objeto é igual (próximo) ao preço de exercício | Preço do objeto é igual (próximo) ao preço de exercício |
| For a – do – dinheiro (out – of – the – money) | Preço do objeto é menor do que o preço de exercício | Preço do objeto é maior do que o preço de exercício. |

Tabela 2.1 – Classificação de Opções

As opções podem ser ainda do tipo americana ou européia. Opções que podem ser exercidas desde o primeiro dia útil após a sua compra, até a data de vencimento do contrato são as opções do tipo americana. Opções

que só podem ser exercidas em uma data específica são conhecidas como opções do tipo européia.

Nos casos em que há a venda de uma *call*, quando o preço do objeto estiver abaixo do preço de exercício, a opção de compra não será exercida, pois seu titular teria que pagar mais pelo ativo do que se comprasse diretamente no mercado. Quando o valor do mercado do ativo superar o preço de exercício, será justificado o exercício da opção. A operação só passará a dar lucro quando a diferença entre o valor do bem no mercado superar a somatória do prêmio mais o preço de exercício. Na venda da *put* a análise é invertida.

Como podemos notar, os compradores de opção, aqueles que pagaram para adquirir um direito, tem risco limitado ao prêmio já pago e possibilidade de retornos ilimitados, por conseguinte, os vendedores de opção assumem riscos ilimitados, sendo o retorno máximo possível, o prêmio recebido caso a opção seja exercida.

Como o máximo que um comprador de opção pode perder será sempre o valor do prêmio por ele já pago, ele não apresenta riscos para o mercado, não havendo necessidade de a bolsa solicitar depósito de margem ao comprador de uma opção.

O lançador da opção, que já recebeu o prêmio, tem risco ilimitado, pois nunca poderemos saber com certeza se a opção vendida será ou não exercida, nem qual será o resultado financeiro desse exercício. Portanto, há risco na operação para o mercado, sendo necessário o depósito de margem em bolsa.

Algumas instituições utilizam-se de contratos mais elaborados que as opções americanas ou européias. Essas opções são confeccionadas para sanar necessidades específicas dos clientes e não são usualmente negociadas em bolsa. Estas opções são chamadas de opções exóticas.

Essas opções apresentam características especiais como a opção com barreira. Neste caso, o risco assumido pelo vendedor da opção é limitado pois caso o preço do ativo atinja um determinado nível (barreira), a opção é exercida automaticamente.

Existem também as opções asiáticas que dependem do preço médio do ativo durante um período de vida da opção; opções binárias cujo exercício rende ao comprador um determinado valor fixo, independente de quão acima do preço de exercício o preço do ativo está; e muitas outras opções exóticas que não serão abordadas em detalhes por não ser este o foco deste trabalho.

2.9.1. O Preço de uma Opção

Precificar uma opção não é uma tarefa trivial. As opções são negociadas não apenas pelo valor "justo" da opção, ou seja, caso um ativo estivesse sendo negociado a R\$ 40,00, uma opção de compra com preço de exercício de R\$ 38,00 seria negociada por um preço superior a R\$ 2,00. A parte excedente ao "prêmio justo" viria de incertezas provenientes de fatores que alterariam o preço da mesma.

No começo da década de 70, Fischer Black e Myron Scholes desenvolveram um modelo de precificação de opções que significou um avanço substancial na modelagem de precificação de derivativos. A fórmula estabelece uma relação contínua entre as diferentes variáveis que afetam o preço da opção.

A gestão de risco foi uma das grandes beneficiárias desse avanço pois, ao utilizar-se de uma função derivável, pode-se analisar como o comportamento de cada variável influi no preço da opção. Essa continuidade será de fundamental importância para a elaboração do nosso modelo. Outros modelos discretos como o binomial, apresentam resultados muito similares aos obtidos através da fórmula de Black & Scholes, porém a análise de

sensibilidade é bem mais rústica e aproximada pela inexistência de equações que determinem relações contínuas entre as variáveis.

O modelo utiliza então as seguintes variáveis para obter o preço de uma opção HULL (1997), TALEB (1996), NATENBERG (1994):

1. O preço do ativo cuja opção está sendo negociada;
2. O preço de exercício da opção;
3. O tempo até a data de exercício da opção;
4. A taxa de juros no período de vigência da opção;
5. A volatilidade do ativo em questão;

Atualmente o modelo de Black & Scholes (e suas adaptações) é certamente o mais utilizado e difundido no mercado devido à sua praticidade e coerência. Ao criar o modelo, os autores partem de algumas premissas fundamentais para o seu entendimento. Dentre elas, destacam-se:

- O preço do ativo segue um movimento Browniano geométrico, com média e desvio-padrão constantes. O desvio-padrão pode ser interpretado como a volatilidade, considerada portanto constante para o modelo.
- Não há custos operacionais. Os custos, por serem dependentes dos locais de negociação, não entram na formulação. Eles poderiam ser inclusos como despesas em operações efetivamente realizadas.
- Não há oportunidades de arbitragem sem risco. Supõe-se que o mercado seja arbitrado, ou seja, não há lucros sem associá-los à um determinado risco.

- A taxa de juros é constante no período. Esta é uma premissa bastante razoável dado que são raras as vezes em que taxas de juros apresentam volatilidades elevadas, principalmente em pequenos intervalos de tempo.

A análise do modelo em si não será discutida mais a fundo por não apresentar divergências significativas com a utilização aplicada e por não ser o foco do trabalho. Referências como HULL (1997) e TALEB (1996) são excelentes fontes para pesquisa pois ambos citam as premissas utilizadas para a formulação do modelo, bem como os contrastes existentes com a realidade.

Assim, o modelo apresenta a seguinte fórmula para a avaliação do preço de opções europeias:

$$c = SN(d_1) - Xe^{-rt}N(d_2)$$

Equação 2.2 – Preço da *call*

$$p = Xe^{-rt}N(-d_2) - SN(-d_1)$$

Equação 2.3 – Preço da *put*

Onde:

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

Equação 2.4 – Fator d_1

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Equação 2.5 – Fator d_2

E:

- c é o preço da opção de compra (*call*);
- p é o preço da opção de venda (*put*);
- S é o preço do ativo;
- X é o preço de exercício;
- r é a taxa de juros;
- t é o tempo restante até o exercício;
- σ é a volatilidade do ativo;

2.9.2. As Gregas

É intuitivo pensar que, devido às oscilações das variáveis citadas acima, o preço da opção também varie ao longo do tempo. Certamente, ao assumir uma posição no mercado de opções, o investidor fica exposto aos riscos inerentes às oscilações das variáveis que influenciam o preço da opção.

Uma vez posicionado, o *hedge* perfeito pode ser feito assumindo uma posição oposta à inicialmente assumida. Porém, nem sempre é possível encontrar uma contraparte disposta a assumir um risco idêntico ao risco previamente assumido.

Torna-se necessário então, compreender e analisar como cada variável influi no preço da opção. Assim, a gestão de risco utiliza-se das “gregas”, nome dado às derivadas parciais da fórmula de Black & Scholes em relação a cada uma das variáveis. A seguir faremos uma descrição de cada uma delas:

2.9.2.1. Delta

O Delta de uma opção é a taxa de variação do preço da opção dada uma variação no preço do ativo em questão. Ou seja, o Delta é a primeira derivada de Black & Scholes em função do preço do ativo.

O Delta é muitas vezes utilizado para *hedge* uma vez que, para pequenas variações no preço do ativo, o Delta reflete muito bem a variação do preço da opção. Um situação de *delta hedging* seria vender ou comprar opções de modo a tornar nula a variação da carteira composta pelo ativo e as opções.

Muitas vezes é necessário calcular o Delta de uma carteira de opções de um mesmo ativo. Assim, o Delta de uma carteira de opções nada mais é que a somatória dos produtos entre o Delta de cada opção multiplicados pela quantidade que a carteira possui (posição) daquela opção. Sendo p_i a quantidade de ações (posição) do i -ésimo ativo e Δ_i o delta do mesmo, com $1 \leq i \leq n$, temos:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n x_i \Delta_i$$

Equação 2.6 – Delta de uma Carteira

Para que não haja oscilação do valor da carteira deveríamos fazer com que ela tivesse um delta igual a 0, ou seja torná-la Delta-neutra, fazendo com que ficasse insensível às variações do preço do ativo.

Com o Delta, é possível estabelecer o grau de exposição a um ativo, dada uma pequena oscilação no preço do mesmo. O Delta é uma estimativa linear (coeficiente) que mostra a taxa de variação do preço da opção dada uma pequena oscilação no preço do ativo, ou seja, supondo que o preço de um ativo varia de R\$ 10,00 para R\$ 12,00, espera-se que o preço de uma

opção cujo Delta seja igual a 0,5 suba R\$ 1,00 (0,5 * R\$[12 – 10]). Vejamos uma situação de *delta hedging*.

Exemplo: Suponhamos que um investidor estivesse “comprado” em 100.000 ações de Telemar PN. Devido à instabilidades do mercado, o investidor deseja tornar-se imune à oscilações no preço do ativo. Assim, o investidor deseja ficar delta-neutro e, para isso, é necessário assumir uma posição no mercado de opções que torne sua carteira imune às oscilações do preço do ativo. Sabendo que existe uma opção sobre Telemar PN cujo Delta é de 0,25, qual a posição necessária a ser assumida para que o Delta da carteira seja 0? Sabendo que o Delta do ativo é sempre 1, pois é a derivada do preço do ativo em relação a ele mesmo, temos:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n x_i \Delta_i = 0$$

$$100.000 * 1 + x_1 * 0,25 = 0$$

$$x_1 = -400.000$$

Então ele vende 400.000 opções de Telemar PN com Delta de 0,25. Analisemos o efeito esperado do *hedge*, no caso de a ação subir 2,5% e no caso de cair 1%.

| Situação Inicial | | | | | Situação Final 1 | | | |
|------------------------|-----------|------|-------|-------|------------------|-----------|-------|-------|
| | | | | | Posição (x) | Preço* | Valor | |
| | | | | | Telemar PN | 100,000 | 41.00 | 4,100 |
| | | | | | Opções | (400,000) | 2.25 | (900) |
| Telemar PN | 100,000 | 1.00 | 40.00 | 4,000 | | | Total | 3,200 |
| Opções | (400,000) | 0.25 | 2.00 | (800) | | | | |
| | | | Total | 3,200 | | | | |
| *por lote de mil ações | | | | | Situação Final 2 | | | |
| | | | | | Posição (x) | Preço* | Valor | |
| | | | | | Telemar PN | 100,000 | 39.60 | 3,960 |
| | | | | | Opções | (400,000) | 1.90 | (760) |
| | | | | | | | Total | 3,200 |

Tabela 2.1 – Exemplo de Delta Hedge

Analisemos então, os possíveis resultados de *hedge*. Na situação final 1, o preço do ativo valoriza R\$ 1,00. Com um Delta de 0,25, é esperado que a opção atinja o um preço de R\$ 2,25. Já na segunda situação, as ações de Telemar sofreram uma desvalorização de 1%, até R\$ 39,60. Assim, as mesmas opções deveriam desvalorizar-se R\$ 0,10. Em ambos os casos, o valor da carteira não foi alterada, demonstrando o sucesso do *delta hedging*.

Esse exemplo retrata uma situação hipotética pois, como vimos anteriormente, existem outros fatores que influenciam o preço da opção. Porém, a interpretação do Delta *hedge* continua sendo a mesma.

O gráfico a seguir mostra a estimativa da alteração do preço da opção pela Delta. Percebe-se que o preço da opção não apresenta uma relação

linear com o preço do ativo. Por isso, a estimativa calculada através do Delta, apesar de próxima, não é precisa. Ela provém de uma expansão de Taylor de primeira ordem. A diferença entre o preço estimado pelo Delta e o preço real gerada pela convexidade da relação entre o preço do ativo e da opção, pode ser minimizada através do uso do Gama, que será visto mais a frente.

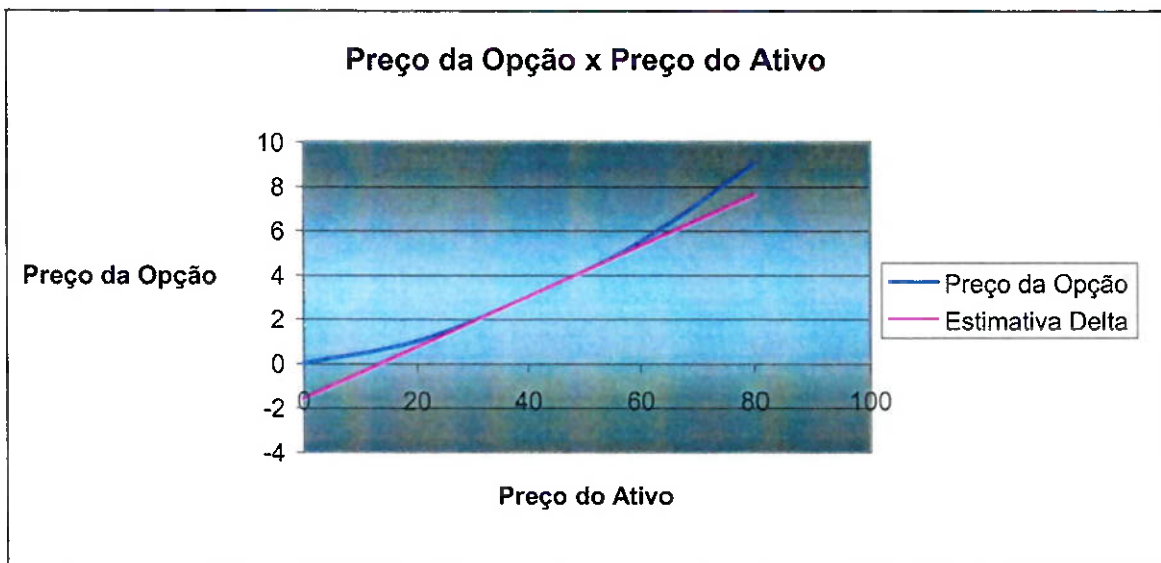


Gráfico 2.1 – Estimativa do preço de uma opção pelo Delta

O Delta *hedge* é feito em um determinado instante no tempo e, logo após a variação dos preços deve ser feito um rebalanceamento pois o Delta da opção já não será mais igual ao Delta inicial. Ao ter o preço do ativo aumentado, a opção adquire um Delta maior, fazendo-se necessário a redução na posição vendida nas opções. Já no caso do preço do ativo apresentar uma redução, o delta das opções também será reduzido, sendo necessário vender mais opções.

Seguindo o modelo de Black & Scholes, é possível calcular o Delta através da seguinte fórmula:

$$\Delta = N(d_1) \text{ para calls e}$$

$$\Delta = N(d_1) - 1 \text{ para puts.}$$

Equação 2.7 – Delta

O valor do Delta torna-se importante sob o ponto de vista da mensuração da exposição com relação ao ativo. Ao fazer com que uma carteira seja Delta-neutra, sua exposição ao ativo torna-se muito reduzida. Já uma carteira com um Delta igual a 1, é o mesmo que ter assumido uma exposição equivalente ao ativo em questão. O Delta pode ser entendido como a elasticidade da opção com relação à mudanças no preço do ativo.

2.9.2.2. Gama

Ao derivar a função de Black & Scholes duas vezes com relação ao preço do ativo, ou simplesmente derivar a função Delta em relação ao preço do ativo, obtém-se a função Gama.

O Gama de uma carteira pode ser entendido como a variação do Delta da carteira em função do preço do ativo. Se o Gama for baixo, serão necessários pequenos ajustes para o Delta *hedge*, caso o preço do ativo mude. Caso contrário, com um Gama alto, a sensibilidade do Delta torna-se relevante, assim como os ajustes necessários.

O Delta é uma aproximação linear do que ocorre com o valor de uma opção caso o ativo tenha seu preço alterado. O componente relativo à convexidade da curva pode ser expressa pelo Gama. A fórmula para o cálculo do Gama é:

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{t}} \quad \text{onde } N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Equação 2.8 - Gama

2.9.2.3. Teta

O Teta de uma opção é a taxa de variação do valor da opção dada uma variação no tempo remanescente para o seu exercício. É muitas vezes chamada de decaimento relativo ao tempo (*time decay*). Geralmente, o Teta é negativo pois a opção tende a perder valor no tempo devido à redução das incertezas futuras.

Como instrumento de *hedge*, o decaimento do valor da opção relativa ao Teta torna-se inevitável pois não é possível evitar a evolução do tempo. Assim, ao comprar uma opção, supondo que tudo permanecesse constante, após esperarmos o tempo passar até chegarmos ao exercício, a opção tenderia a valer a diferença entre o preço do ativo e o preço de exercício caso essa diferença fosse superior a 0, ou caso contrário não valeria nada, no caso de uma *call*.

Para o cálculo do Teta temos:

$$\Theta = -\frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{t}} - rXe^{-rt}N(d_2) \quad \text{para calls e}$$

$$\Theta = -\frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{t}} + rXe^{-rt}N(-d_2) \quad \text{para puts.}$$

Equação 2.9 - Teta

2.9.2.4. Vega

A volatilidade é o único componente da fórmula de Black & Scholes que não podemos considerar um parâmetro pois, ao negociar uma opção, os

investidores observam justamente a volatilidade implícita a partir dos preços praticados no mercado. Muitas vezes, ao comprar uma opção, o investidor pode, na verdade, estar “comprando volatilidade”.

A volatilidade é assumida constante quando se utilizam fórmulas de precificação, porém ela tende a mudar durante o tempo de vida da opção. Além disso, apresentam valores distintos (no caso da volatilidade implícita) para opções de diferentes preços de exercício (usualmente chamado de *volatility smile*), que pode ser vista no gráfico a seguir:

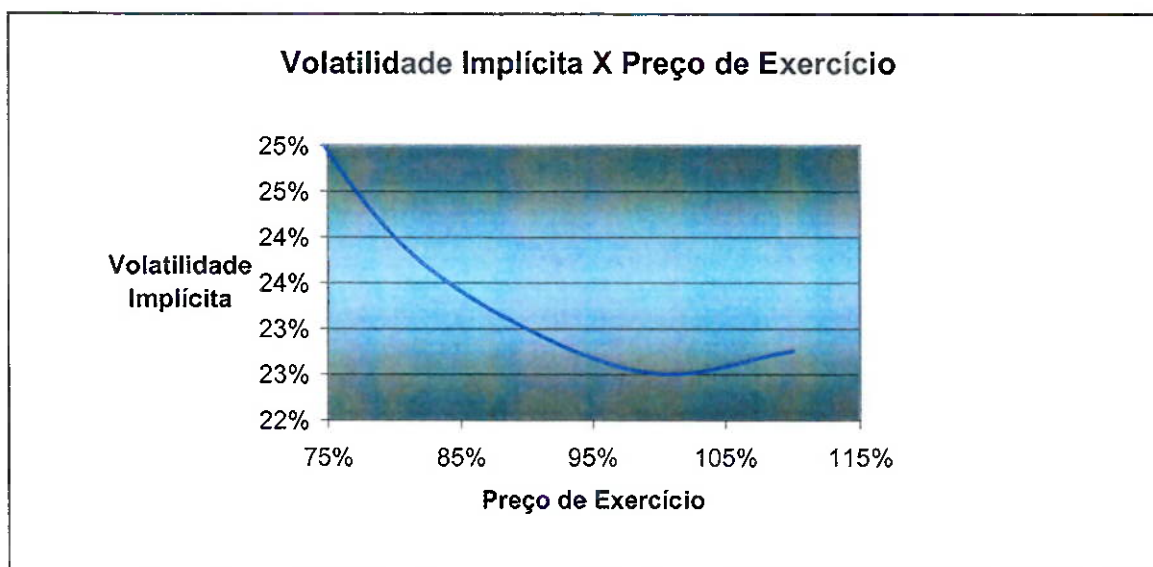


Gráfico 2.2 – *Volatility Smile*

Para mensurar a sensibilidade do preço da opção com relação à volatilidade do ativo, tem-se a seguinte fórmula para o Vega:

$$\vartheta = S\sqrt{t}N'(d_1) = \sigma t S^2 \text{Gama}$$

Equação 2.10 - Vega

A fim de obter as volatilidades implícitas de opções, é preciso, como dito anteriormente, resolver a equação de Black & Scholes em função da volatilidade. Porém, matematicamente é complicado isolar a variável.

Utiliza-se então métodos numéricos iterativos como dicotomia ou o proposto por Newton-Raphson (HULL, 1997). Para este último método, é necessário obter a equação da derivada de Black & Scholes em função da volatilidade; no caso o Vega.

2.9.2.5. Rô

O Rô encaixa-se nas chamadas Gregas inferiores. O preço das opções é pouco sensível a mudanças na taxa de juros, e o Rô retrata essa sensibilidade. Exceto em opções cujo ativo em questão é a taxa de juros, o Rô é muitas vezes desconsiderado por não influenciar muito no preço da opção.

Algumas modificações foram propostas para a utilização do Rô, porém os gestores de risco tendem a se preocupar mais com os riscos associados ao Delta, Gama e Vega.

O Rô pode ser expresso por:

$$\rho = Xte^{-rt} N(d_2) \text{ para "calls" e}$$

$$\rho = -Xte^{-rt} N(-d_2) \text{ para "puts".}$$

Equação 2.11 - Rô

2.10. Liquidez

Uma importante medida de risco é a liquidez. Apesar de ser reconhecida por todos os operadores do mercado financeiro, é difícil formular uma definição, universalmente aceita por todos, que retrate e conceitue se um ativo ou derivativo é líquido ou ilíquido.

Há diferentes abordagens que tentam conceituar e medir a liquidez dos ativos e a idéia que suporta todas estas baseia-se na facilidade de desfazer uma posição em um ativo assumida previamente no mercado.

Assim, quanto mais fácil for, para um investidor, liquidar uma posição assumida no mercado, maior será a liquidez do ativo.

Algumas dessas abordagens são, segundo LAWRENCE (1995):

➤ Pulverização

Considerando uma empresa de capital aberto, dizemos que suas ações estão pulverizadas se a razão entre a quantidade média de ações detidas por cada investidor sobre o número de ações da empresa for baixa. Quanto maior for a pulverização das ações de uma empresa, maior será a liquidez da ação. Esse conceito é perfeitamente aceitável quando consideramos que quanto maior for o número de participantes do mercado, maior será o interesse em negociar essa ação pois, por diversas razões como excesso ou falta de caixa, alterações na estratégia de investimentos, etc., os investidores precisam comprar e vender seus ativos e quanto mais participantes o mercado tiver, maiores são as chances de encontrar investidores que desejam assumir posições opostas.

➤ Volume Negociado

Outro indicativo de liquidez refere-se ao volume financeiro do ativo negociado. Esse conceito é visto sob uma ótica de valores absolutos, considerando apenas o montante financeiro envolvido nos negócios do dia, que muitas vezes pode ser falho. Quando se tem altos volumes de negociação, presume-se que haja uma maior facilidade para um investidor liquidar suas posições, dado que muitas operações estão sendo realizadas. Assim, um ativo que possui altos volumes financeiros de negociação em um determinado período pode ser considerado um ativo líquido.

➤ Razão de volume negociado sobre pulverização

Os dois conceitos apresentados anteriormente podem ser usados para definir liquidez, porém podem levar a interpretações falhas. Consideremos um exemplo em que uma empresa com muitos funcionários possua um plano de incentivo que os bonifique, dependendo do desempenho, através de ações, que só poderiam ser negociadas após um longo período de tempo. Se todos os funcionários tivessem ações, a pulverização das ações da empresa seria alta, no entanto, não haveria muitos negócios com as ações e dificilmente um investidor poderia vender suas ações. Este seria um mercado ilíquido. Consideremos agora que poucos investidores de uma empresa, negociassem, entre eles, volumes altos. O volume diário de negociação da ação pode ser considerado alto, porém por serem poucos os negócios ocorridos, pode ser que a liquidez seja reduzida. A razão entre o volume negociado e a pulverização pode ser um índice mais útil para a medida de liquidez.

➤ Diferença entre preços de compra e venda (*spread*) sobre o volume de negociação padrão

Alguns participantes do mercado são responsáveis por viabilizar que os negócios aconteçam constantemente. Estes são chamados de *market-makers*. Eles sempre fornecem um *spread* indicativo para volumes de negociações considerados normais. A amplitude do *spread* pode ser considerada uma medida de liquidez pois é possível saber quanto se perde para sair de uma posição, no entanto, não existem dados sobre as perdas decorrentes do *spread*.

De qualquer forma, todos os conceitos acima citados buscam mensurar a viabilidade de negociação, de modo a permitir a liquidação de posições previamente assumidas. Liquidez, sob a ótica do mercado de um

ativo, pode ser entendida como uma mistura de eficiência e equilíbrio do mercado, ou seja, um mercado líquido pode ser descrito como um mercado com alto número de negócios e altos volumes negociados, constantemente, durante o dia inteiro.

Sob a ótica do investidor, um mercado líquido é aquele que permite que ele liquide sua posição em um preço relativamente próximo do último preço negociado. O risco de liquidez pode ser definido como “o risco proveniente da incapacidade de se liquidar uma posição em tempo apropriado a um preço razoável” MURANGA (1997).

Considerando os fatores preço de liquidação e tempo de liquidação mencionados anteriormente, pode-se dividir o risco de liquidez em:

➤ Custo de execução

Compreende o *spread* de compra e venda e o impacto de mercado. O *spread* representa o custo da transação. O impacto de mercado é a variação de preço do ativo causado pela liquidação da posição. Quando uma posição muito grande é vendida, o preço do ativo tende a cair, causando maior impacto no mercado. É intuitivo pensar que a medida que o tempo passe, esse custo tende a ser minimizado pois, em um período longo de tempo é possível encontrar mais investidores dispostos a assumir posições opostas. Além disso, ao se desfazer aos poucos de uma posição, durante um intervalo de tempo maior, o impacto causado pelo volume tende a decrescer.

➤ Custo de oportunidade

Resume-se no custo de ser forçado a postergar a transação. Caso o ativo apresente uma redução contínua no seu preço, o custo causado pela redução aumentará continuamente ao longo do tempo.

Considerando as relações entre os custos de oportunidade e execução com o tempo, podemos representá-los graficamente:

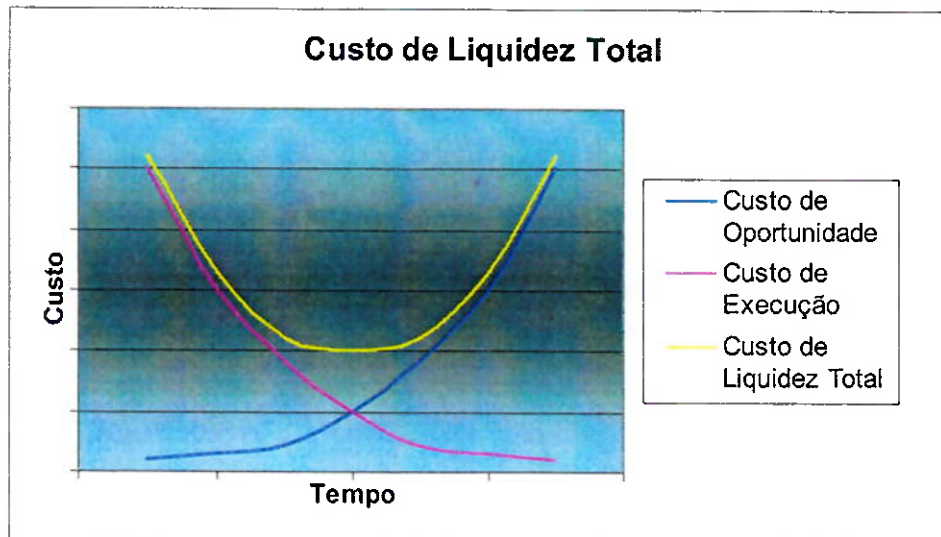


Gráfico 2.3 – Custo de Liquidez Total

Ao somarmos os dois riscos acima, temos uma medida de risco de liquidez total. Evidentemente, é muito difícil mensurar tais riscos, e por isso, o risco de liquidez total pode ser visto sob uma ótica mais qualitativa, onde a experiência do operador pode definir quais os melhores momentos de liquidação de posições.

Tendo exibido as definições e terminologias que serão utilizadas no decorrer do trabalho, vamos apresentar o modelo de gestão de risco proposto por DUARTE (1997).

3

Um Primeiro Modelo para Composição de Carteiras

3.1. O Modelo

Muitos associam derivativos ao risco. É preferível associá-los ao controle e gestão de riscos. Certamente, grandes instituições, financeiras ou não, mantêm controles rígidos de risco buscando identificar as possíveis exposições à grandes perdas.

O mercado financeiro oferece inúmeros instrumentos para a redução dos riscos e quando investidores os utilizam, é necessário que os riscos inerentes aos próprios instrumentos e às posições assumidas sejam conhecidos e muitas vezes anulados. Existem também diversas maneiras de se proteger (*hedgear*) uma carteira contra as oscilações do mercado.

O mercado brasileiro é um mercado mais volátil que os mercados americano e europeu. Por isso, o *hedge* dinâmico, ou seja, aquele em que, a partir das movimentações do mercado, se avalia as exposições e busca-se o rebalanceamento e conseqüente novo *hedge*, é o tipo de *hedge* mais apropriado e mais utilizado.

Ao rebalancear continuamente, técnicas de otimização são de essencial importância. Elas podem refletir bem a realidade através das restrições adicionadas bem como estabelecer estratégias bem definidas com resultados quantitativos.

Este trabalho busca justamente utilizar-se desta ferramenta para *hedgear* carteiras de opções através da obtenção da mínima variância da mesma.

3.2. O Modelo Proposto

O modelo que iremos utilizar neste capítulo foi proposto por DUARTE (1997) e consiste em minimizar a variância de uma carteira de opções através da ponderação das posições dos possíveis ativos. A medida de variância é utilizada como a medida de risco inerente à carteira, ou seja, quanto menor for a variância da carteira, menor será seu risco. Pode-se utilizar técnicas de otimização, buscando obter a configuração ótima da carteira que minimiza seu risco.

O autor considera que o *hedge* será feito com base em uma carteira de opções já existentes, no caso, uma carteira de opções exóticas. A premissa utilizada foge do escopo do trabalho, pois no mercado brasileiro as opções exóticas não são negociadas de forma organizada (ou seja, em bolsa de valores). Então, ele busca efetuar o *hedge* assumindo posições em opções negociadas em bolsa de valores. A nova carteira, composta pelas opções exóticas somadas às novas opções adquiridas no mercado, deve possuir variância mínima.

Antes de analisar o modelo em si devemos entender quais as suposições que o modelo leva em consideração a fim de evitar erros de interpretação e falhas nos resultados obtidos.

- Deve-se considerar que todas as opções envolvidas devem possuir o mesmo vencimento bem como serem opções sobre um mesmo ativo.
- Todas as volatilidades implícitas são assumidas idênticas por motivos operacionais (cálculos mais rápidos, matrizes de correlação menores, etc.).

Como visto anteriormente, o preço de uma opção varia em função do preço do ativo (S), do preço de exercício (X), da taxa de juros no período de

vigência da opção (r), do tempo até o exercício da opção (t) e da volatilidade do ativo em questão (σ). Considerando o preço de uma opção como $V(S, X, r, t, \sigma)$, para pequenas variações nos fatores citados acima, temos que o preço da opção apresenta a seguinte variação:

$$dV \approx \Delta(dS) + \frac{\Gamma}{2}(dS)^2 + \vartheta(d\sigma) + \rho(dr) + \Theta(dt)$$

Equação 3.1 – Aproximação da Variação do Preço de uma Opção

onde Δ , Γ , ϑ , ρ e Θ são as gregas citadas anteriormente.

Já que desejamos minimizar a variância de uma carteira, devemos minimizar $Var(dP)$, onde P é o valor do *portfolio*. Fazendo então

$$R_s \equiv \frac{dS}{S}, R_\sigma \equiv \frac{d\sigma}{\sigma}, R_r \equiv \frac{dr}{r},$$

Equação 3.2 – Aproximação de R_s , R_σ , R_r

podemos escrever a equação anterior como:

$$dV \approx \Delta SR_s + \frac{\Gamma S^2}{2} R_s^2 + \vartheta \sigma R_\sigma + \rho r R_r + \Theta(dt)$$

Equação 3.3 - Aproximação da Variação do Preço de uma Opção, utilizando R_s , R_σ , R_r

E obtemos uma aproximação para $Var(dV)$ proveniente de uma expansão de Taylor de segunda ordem:

$$\begin{aligned} \text{Var}(dV) = & \Delta^2 S^2 \text{Var}(R_S) + \frac{\Gamma^2 S^4}{4} \text{Var}(R_S^2) + \vartheta^2 \sigma^2 \text{Var}(R_\sigma) + \rho^2 r^2 \text{Var}(R_r) + \\ & + \Delta \Gamma S^3 \text{Cov}(R_S, R_S^2) + 2\Delta \vartheta S \sigma \text{Cov}(R_S, R_\sigma) + 2\Delta \rho S r \text{Cov}(R_S, R_r) + \\ & + \Gamma \vartheta S^2 \sigma \text{Cov}(R_S^2, R_\sigma) + \Gamma \rho S^2 r \text{Cov}(R_S^2, R_r) + 2\vartheta \rho \sigma r \text{Cov}(R_\sigma, R_r) \end{aligned}$$

Equação 3.4 – Variância de dV

Essa torna-se a função que devemos minimizar para obter o *hedge* de mínima variância. Para isso, é preciso melhor entender o que a função retrata. Primeiramente, analisemos os parâmetros da equação:

➤ $\text{Var}(R_S)$

Como visto anteriormente, R_S equivale a dS/S , que podemos aproximar por $(S_t - S_{t-1})/S_t$ que nada mais é que a variação percentual do ativo em um determinado intervalo de tempo. $\text{Var}(R_S)$ é aproximada pela variância dos retornos diários do ativo.

➤ $\text{Var}(R_\sigma)$

Analogamente a análise citada acima, R_σ equivale a $d\sigma/\sigma$, que podemos aproximar por $(\sigma_t - \sigma_{t-1})/\sigma_t$ que nada mais é que a variação percentual da volatilidade em um determinado intervalo de tempo. Para o cálculo da volatilidade, usamos uma série histórica dos preços do ativo e calculamos o desvio-padrão dos retornos para 20 dias de negociação, que, como visto anteriormente, pode ser utilizado como estimativa da volatilidade. $\text{Var}(R_\sigma)$ é aproximada pela variância das volatilidades do ativo.

➤ $\text{Var}(R_r)$

R_r equivale a dr/r , que podemos aproximar por $(r_t - r_{t-1})/r_t$ que nada mais é que a variação percentual das taxas de juros em um determinado intervalo de tempo. Da mesma forma que foi feita com

R_s , $Var(R_r)$ foi calculado como sendo a variância das mudanças percentuais das taxas de juros diárias.

➤ S, σ, r

Estes dados são facilmente obtidos no momento da solução do problema. S é o preço do ativo, r é a taxa de juros, e σ pode ser estimada através da volatilidade histórica, ou utilizar uma volatilidade qualquer desejada.

Em seguida, temos as variáveis, no caso, as gregas. Como visto anteriormente, o Delta de uma carteira pode ser calculado como a somatória dos produtos das posições x_i de cada opção pelo seu respectivo Delta. Analogamente, as outras gregas são calculadas da mesma forma para a carteira em questão. É fácil perceber que, na verdade, as variáveis acabam sendo x_i pois as gregas de cada opção também são obtidas através do mercado, portanto são parâmetros, e o modelo buscará obter justamente os valores das posições x_i .

A situação proposta pelo autor se baseia, como dito anteriormente, no *hedge* de uma carteira de opções exóticas. A carteira possui, no instante da elaboração do *hedge*, Delta, Gama, Vega e Rô pois, como visto anteriormente, a soma das gregas de cada opção multiplicadas pelas respectivas posições, equivale às gregas da carteira, e isso se aplica também às opções exóticas. Desta maneira, o autor elabora o seguinte problema de otimização:

$$\text{Min} \quad \text{Var}(\Delta_p S R_s + \frac{\Gamma_p S^2}{2} R_s^2 + \vartheta_p \sigma R_\sigma + \rho_p r R_r)$$

Equação 3.5 – Função Objetivo – DUARTE, 1997

Sujeito a:

$$\Delta_E + \sum_{i=1}^n l_i n_i \Delta_i = \Delta_P$$

$$\Gamma_E + \sum_{i=1}^n l_i n_i \Gamma_i = \Gamma_P$$

$$\vartheta_E + \sum_{i=1}^n l_i n_i \vartheta_i = \vartheta_P$$

$$\rho_E + \sum_{i=1}^n l_i n_i \rho_i = \rho_P$$

$$n_i \in \mathbb{Z},$$

$$\Delta_i, \Gamma_i, \vartheta_i, \rho_i \in \mathfrak{R}$$

Onde o índice E se refere à carteira de exóticas.

O autor supõe que “a quantidade de opções usadas para *hedge* deve ser um múltiplo do lote mínimo disponível para negociação. Ou seja, o número de opções a serem compradas ou vendidas deve ser modelado matematicamente usando-se variáveis inteiras de forma a evitar o mercado fracionário”. Então, l_i é o tamanho do lote mínimo negociado da i -ésima opção e n_i denota o número de lotes na carteira.

O problema proposto apresenta suas restrições de forma linear pois, do ponto de vista computacional, é uma forma benéfica de apresentação (WINSTON, 1997). No entanto, o mesmo problema pode ser escrito da seguinte forma:

$$\text{Min } x^T \Sigma x$$

Onde:

$$x = \begin{bmatrix} \left(\Delta_E + \sum_{i=1}^n l_i n_i \Delta_i \right) S \\ \left(\Gamma_E + \sum_{i=1}^n l_i n_i \Gamma_i \right) \frac{S^2}{2} \\ \left(\vartheta_E + \sum_{i=1}^n l_i n_i \vartheta_i \right) \sigma \\ \left(\rho_E + \sum_{i=1}^n l_i n_i \rho_i \right) r \end{bmatrix} \text{ e } \Sigma \text{ é a matriz de covariância entre } R_S, R_S^2, R_\sigma, R_r.$$

Sujeito a:

$$\begin{aligned} n_i &\in \mathbb{Z}, \\ \Delta_i, \Gamma_i, \vartheta_i, \rho_i &\in \mathfrak{R} \end{aligned}$$

Este é um problema simples de minimização sem restrições (exceto que o número de lotes é um número inteiro). Algumas restrições como exigir que a carteira fosse delta neutra ou gama positiva poderiam ser adicionadas, customizando o problema perante as necessidades do investidor.

3.3. O Problema Analisado

Tendo o modelo definido, partimos agora para a seleção de dados e posterior análise dos resultados. Para isto devemos utilizar dados reais e analisar o efeito dos resultados apresentados pelo modelo na carteira.

Buscando encontrar possíveis diferenças nas configurações apresentadas pelo modelo, utilizamos duas ações que apresentaram comportamentos distintos no último ano:

- PLIM4 – Globocabo S.A.

As ações de Globocabo PN foram altamente voláteis quando consideramos que a partir do fim do ano de 1999, começou o “boom da internet”, quando ações de empresa do setor de tecnologia se

valorizaram muito. Já no meio do ano 2000, o “*crash*” da Nasdaq (bolsa eletrônica americana onde ações de empresas de tecnologia são negociadas) fez com que as mesmas empresas tivessem suas ações desvalorizadas substancialmente;

➤ **PETR4 – Petróleo Brasileiro S.A**

Já as ações de Petrobrás PN apresentaram um comportamento menos volátil. Por ser uma empresa mais tradicional e estabelecida, esta sofre menos influência das inovações tecnológicas desencadeadas pela internet. Suas ações apresentaram valorização significativa com uma volatilidade menor. Vale ressaltar que ocorreram momentos de alta volatilidade no período como a crise mundial do petróleo e o lançamento de ADRs – American Depositary Receipts -, que são recibos de ações PETR4 negociadas na bolsa americana New York Stock Exchange, mas a volatilidade foi menor que as de Globocabo.

A escolha desses dois ativos foi feita quando consideramos alguns fatores:

- São empresas de setores diferentes, logo influenciadas por fatores externos diferentes;
- Terem apresentado volatilidades distintas, o que pode a influenciar o vega da carteira proposta pelo modelo;
- Ambas as ações têm opções listadas na Bolsa de Valores de São Paulo, o que permitiria efetuar o *hedge* através do posicionamento em opções do mercado.

Para compararmos os resultados apresentados pelo modelo para as duas ações, supusemos existir uma carteira de opções exóticas, como proposto por DUARTE (1997), com configurações similares para ambas as

ações. Ao fazer isso, empregamos o modelo em sua forma original porém poderíamos considerar a carteira de exóticas como uma carteira de opções sobre ADRs do ativo em questão, ou ainda, outra carteira de uma área de um banco que não tivesse a responsabilidade de efetuar o *hedge*, por exemplo. Apresentamos algumas opções disponíveis para negociação, bem como calculamos as respectivas gregas, utilizando os preços de fechamento do mercado. Todas as opções listadas apresentam a mesma data de vencimento e todos os dados se referem a um mesmo dia de negociação.

Apresentaremos duas configurações para cada ação: a primeira é a carteira composta somente pelas opções exóticas e a segunda é a carteira proposta pelo modelo, adicionando as posições assumidas nas opções disponíveis no mercado. Para efeitos de cálculo e por acreditar que a apresentação do modelo nesta etapa do trabalho tenha um caráter demonstrativo, utilizamos $l_i = 1$.

Os resultados gerados pelo modelo são apresentados em tabelas cuja estrutura é explicada abaixo:

| Portifólio Inicial (E) | | | | |
|----------------------------|------|------|-----|------------|
| Delta | Gama | Vega | Rô | |
| ddd | ggg | vvv | rrr | |
| Opções Listadas | | | | |
| xxx nn | ddd | ggg | vvv | rrr |
| xxx nn | ddd | ggg | vvv | rrr |
| xxx nn | ddd | ggg | vvv | rrr |
| xxx nn | ddd | ggg | vvv | rrr |
| Posições (xi) | | | | |
| | | | x1 | |
| | | | x2 | |
| | | | x3 | |
| | | | x4 | |
| | | | | Var (dV) |
| | | | | vvv |
| S | S'2 | vol | r | |
| S | S'2 | vol | r | |
| Restrições - Nova Carteira | | | | |
| Delta | ddd | | | |
| Gama | ggg | | | |
| Vega | vvv | | | |
| Rô | rrr | | | |
| li | li | | | |

Tabela 3.1 – Exemplo

Na parte superior, temos o *portfolio* inicial. Estes índices são as gregas da carteira de exóticas (Delta, Gama, Vega e Teta).

Logo abaixo, temos as opções listadas em bolsa, também com suas respectivas gregas. Ao lado direito, na coluna de **Posições (xi)**, temos a quantidade de opções que o modelo sugere para nos posicionarmos, de modo que otimize o *hedge* do *portfolio*, ou seja, obtendo a mínima variância. Posições positivas são posições "compradas" e posições negativas são posições "vendidas" Esta pode ser vista ao lado direito das **Posições (xi)**, sob **Var(dV)**. Este é o valor que devemos comparar pois é onde perceberemos a eficiência do *hedge*.

Os parâmetros do modelo são exibidos abaixo das opções listadas. São, como visto anteriormente, o preço do ativo, o preço do ativo ao quadrado, a volatilidade e a taxa de juros, respectivamente representados por **S**, **S²**, **vol** e **r**.

As **Restrições – Nova Carteira** demonstra as gregas do *portfolio* final gerado pelo modelo, ou seja, as gregas do *portfolio* composto pelas exóticas somadas as opções listadas em bolsa.

Por fim, o campo **li** é utilizado para definir qual o lote mínimo de negociação.

Vejamos agora como o modelo gera seus resultados. Para a carteira inicial de Petrobrás temos:

| Portfólio Inicial (E) | | | | |
|-----------------------|--------|---------|---------|--|
| Delta | Gama | Vega | Rô | |
| -125.69 | -13.52 | -389.76 | -158.33 | |

| Opções Listadas | | | | | Posições (xi) | Var (dV) 29,623.58 |
|-----------------|------|------|------|------|---------------|------------------------------|
| Petr 52 | 0.66 | 0.11 | 3.23 | 0.92 | 0 | |
| Petr 46 | 0.94 | 0.02 | 1.06 | 1.18 | 0 | |
| Petr 50 | 0.81 | 0.07 | 2.43 | 1.08 | 0 | |
| Petr 54 | 0.42 | 0.12 | 3.45 | 0.59 | 0 | |

| S | S^2 | vol | r | |
|----|------|--------|--------|--|
| 53 | 2809 | 31.48% | 16.51% | |

| Restrições - Nova Carteira | |
|----------------------------|---------|
| Delta | -125.69 |
| Gama | -13.52 |
| Vega | -389.76 |
| Rô | -158.33 |
| li | 1 |

Tabela 3.2 – Situação Inicial – PETR4

A variância inicial da carteira composta somente pelas gregas (veja que as Posições xi são iguais a 0) é igual a 29.624. Quando utilizamos o modelo, fazendo com que haja um novo posicionamento através das opções listadas obtemos:

| Portfolio Inicial (E) | | | | |
|----------------------------|--------|---------|---------|------|
| Delta | Gama | Vega | Rô | |
| -125.69 | -13.52 | -389.76 | -158.33 | |
| Opções Listadas | | | | |
| | Delta | Gama | Vega | Rô |
| Petr 52 | 0.66 | 0.11 | 3.23 | 0.92 |
| Petr 46 | 0.94 | 0.02 | 1.06 | 1.18 |
| Petr 50 | 0.81 | 0.07 | 2.43 | 1.08 |
| Petr 54 | 0.42 | 0.12 | 3.45 | 0.59 |
| Restrições - Nova Carteira | | | | |
| Delta | -0.01 | | | |
| Gama | 0.01 | | | |
| Vega | 0.60 | | | |
| Rô | 5.69 | | | |
| li | 1 | | | |

| S | S ² | vol | r |
|----|----------------|--------|--------|
| 53 | 2809 | 31.48% | 16.51% |

| Posições (xi) | |
|---------------|-----|
| | 128 |
| | 109 |
| | -87 |
| | 21 |

| | |
|----------|-------------|
| Var (dV) | 0.00 |
|----------|-------------|

Tabela 3.3 – Carteira com *Hedge* – PETR4

Analogamente, para a situação inicial da carteira de Globocabo temos:

| Portfolio Inicial (E) | | | | |
|----------------------------|---------|---------|---------|------|
| Delta | Gama | Vega | Rô | |
| -125.69 | -13.52 | -389.76 | -158.33 | |
| Opções Listadas | | | | |
| | Delta | Gama | Vega | Rô |
| Plim 2 | 0.99 | 0.16 | 0.01 | 0.05 |
| Plim 2.5 | 0.56 | 0.36 | 0.16 | 0.03 |
| Plim 3 | 0.07 | 0.40 | 0.05 | 0.00 |
| Restrições - Nova Carteira | | | | |
| Delta | -125.69 | | | |
| Gama | -13.52 | | | |
| Vega | -389.76 | | | |
| Rô | -158.33 | | | |
| li | 1 | | | |

| S | S ² | vol | r |
|-----|----------------|--------|--------|
| 2.4 | 5.76 | 28.37% | 16.51% |

| Posições (xi) | |
|---------------|---|
| | 0 |
| | 0 |
| | 0 |

| | |
|----------|---------------|
| Var (dV) | 346.93 |
|----------|---------------|

Tabela 3.4 – Situação Inicial – PLIM4

E após utilizarmos o modelo, temos:

| Portfolio Inicial (E) | | | | |
|-----------------------|---------|--------|---------|---------|
| | Delta | Gama | Vega | Rô |
| | -125.69 | -13.52 | -389.76 | -158.33 |

| Opções Listadas | Delta | Gama | Vega | Rô | Posições (xi) |
|-----------------|-------|------|------|------|---------------|
| Plim 2 | 0.99 | 0.16 | 0.01 | 0.05 | -1680 |
| Plim 2.5 | 0.56 | 0.36 | 0.16 | 0.03 | 3493 |
| Plim 3 | 0.07 | 0.40 | 0.05 | 0.00 | -2433 |

| S | S^2 | vol | r |
|-----|------|--------|--------|
| 2.4 | 5.76 | 28.37% | 16.51% |

| Restrições - Nova Carteira | |
|----------------------------|---------|
| Delta | 0.03 |
| Gama | 0.11 |
| Vega | 7.79 |
| Rô | -168.95 |
| li | 1 |

| | |
|----------|------|
| Var (dV) | 0.03 |
|----------|------|

Tabela 3.5 – Carteira com Hedge – PLIM4

Podemos perceber que a variância estimada para as duas carteiras propostas pelo modelo é muito próxima de zero, que por si só justifica o novo posicionamento para o *hedge* da carteira. “Quando obtendo o *hedge* de mínima variância, o Value-at-Risk da carteira já estará sendo minimizado” DUARTE (1997). Como visto anteriormente, a medida de risco assumida, no caso a variância da carteira, foi reduzida drasticamente mostrando a eficiência do modelo.

Uma análise dos resultados obtidos para as duas ações demonstram que, além de terem suas variâncias muito próximas de zero, as gregas da carteira *hedgeada* apresentaram valores bem reduzidos.

No caso de Petrobrás, o Delta e o Gama ficaram muito próximos de zero. As opções disponibilizadas para efetuar o *hedge* são opções cujo preço de exercício são percentualmente próximas do preço do ativo. As

gregas dessas opções possuem valores mais próximos umas das outras (o que não ocorre com as opções de Globocabo) e acaba permitindo que haja um balanceamento mais efetivo, obtendo-se um *hedge* menos sensível às mudanças do preço do ativo.

A seguir, será feita uma análise de sensibilidade para as duas carteiras *hedgedas* propostas, buscando identificar as possíveis diferenças decorrentes da mudança da volatilidade nos ativos. Para isso, fizemos com que a volatilidade sofresse um acréscimo de 4%. Vale lembrar que esse aumento implica em alteração das gregas das opções listadas, uma vez que a volatilidade é uma variável na equação de Black & Scholes.

Assim, para Petrobrás temos:

| Portfolio Inicial (E) | | | | |
|----------------------------|----------------|---------|---------|-----------------|
| Delta | Gama | Vega | Rô | |
| -125.69 | -13.52 | -389.76 | -158.33 | |
| Opções Listadas | | | | |
| | Delta | Gama | Vega | Rô |
| Petr 52 | 0.65 | 0.10 | 3.28 | 0.89 |
| Petr 46 | 0.93 | 0.02 | 1.22 | 1.16 |
| Petr 50 | 0.78 | 0.07 | 2.58 | 1.05 |
| Petr 54 | 0.43 | 0.11 | 3.47 | 0.60 |
| Posições (xi) | | | | |
| | | | | |
| | | | | 128 |
| | | | | 109 |
| | | | | -87 |
| | | | | 21 |
| | | | | 4.73 |
| | | | | Var (dV) |
| S | S ² | vol | r | |
| 53 | 2809 | 34.63% | 16.51% | |
| Restrições - Nova Carteira | | | | |
| Delta | -0.86 | | | |
| Gama | -1.04 | | | |
| Vega | 10.51 | | | |
| Rô | 4.04 | | | |
| li | 1 | | | |

Tabela 3.6 – Sensibilidade à Volatilidade – PETR4

E para Globocabo temos:

| Portfolio Inicial (E) | | | | |
|----------------------------|----------------|---------|---------|-----------------|
| Delta | Gama | Vega | Rô | |
| -125.69 | -13.52 | -389.76 | -158.33 | |
| Opções Listadas | | | | |
| Plim 2 | 0.98 | 0.20 | 0.02 | 0.05 |
| Plim 2.5 | 0.35 | 1.82 | 0.15 | 0.02 |
| Plim 3 | 0.08 | 0.42 | 0.06 | 0.01 |
| Posições (xi) | | | | |
| | | | | -1680 |
| | | | | 3493 |
| | | | | -2433 |
| | | | | 7,855.78 |
| Var (dV) | | | | |
| | | | | |
| S | S ² | vol | r | |
| 2.4 | 5.76 | 31.20% | 16.51% | |
| Restrições - Nova Carteira | | | | |
| Delta | | -748.22 | | |
| Gama | | 4978.82 | | |
| Vega | | -47.07 | | |
| Rô | | -184.29 | | |
| li | | | | 1 |

Tabela 3.7 – Sensibilidade à Volatilidade – PLIM4

Quando foi efetuado o *hedge*, pode-se perceber a diferença entre os valores obtidos para os Vegas das carteiras. Para uma ação mais volátil, poderíamos esperar que a sensibilidade do preço com relação à mudanças na volatilidade fosse maior, uma vez que oscilações bruscas na volatilidade implicam em oscilações bruscas no preço, o que dificulta bastante a manutenção do *hedge*. Isso é refletido nas opções de Globocabo. O Vega gerado pelo modelo para a carteira de Globocabo, apesar de pequeno, é superior ao obtido para a carteira de Petrobrás, pois esta é uma ação menos volátil que a de Globocabo, e vemos que, quando temos o acréscimo na volatilidade, a variância da carteira aumenta substancialmente. Isso demonstra a sensibilidade da carteira com relação à aumentos na volatilidade.

Assim, podemos perceber que o modelo é coerente com seus resultados, mostrando, não só a eficácia na elaboração da composição da

nova carteira para o *hedge*, como uma boa previsão dos movimentos provenientes das variáveis em questão.

Citamos no início da explanação do modelo que ele poderia ser usado continuamente para o rebalanceamento da carteira, em um dia de operações no mercado financeiro. Ao estabelecer a análise de sensibilidade feita com Petrobrás, pode-se perceber que pouco afetou a variância da carteira quando o aumento de volatilidade foi feito, o contrário ocorrendo com a carteira de Globocabo.

Surge então a possibilidade de mantermos uma estratégia única de posicionamento, durante um intervalo de tempo, sem que haja constantes movimentações na carteira, permanecendo dentro de limites de risco pré-estabelecidos.

No entanto, algumas perguntas devem ser feitas sobre essa possibilidade: Quais seriam os benefícios e malefícios causados pela estabilidade e manutenção das posições da carteira? Qual o intervalo de tempo que esta carteira estaria dentro dos limites aceitáveis de risco?

No próximo capítulo, estudaremos a viabilidade de mantermos uma estratégia de posicionamento, através de um modelo multiperíodo.

4

Modelo Multiperíodo

4.1. Uma Carteira Única

No mercado brasileiro, as opções mais negociadas são as mais próximas do vencimento. Outra característica das opções locais é apresentar períodos de vida relativamente curtos (aproximadamente dois meses ou 40 dias de negociação) pois elas geralmente começam a ser negociadas quando a data de exercício do período anterior está próximo de ser atingida.

Pensando nisso, surge uma pergunta: seria válido buscar efetuar um *hedge* para todo o período de vida da opção, ou seja, haveria alguma forma de obter a mínima variância da carteira dado um conjunto de futuros cenários? Ao criar uma carteira que se fizesse eficiente sob o ponto de vista do *hedge*, ou seja, uma carteira que apresentasse níveis aceitáveis de risco, sem que houvesse a necessidade de rebalanceamento constante, estaríamos reduzindo os esforços para manutenção da carteira, mantendo-nos em níveis de risco conhecidos.

Ao estabelecer uma carteira única para o período, estaríamos usufruindo dos seguintes benefícios:

- Redução dos custos operacionais (corretagem e outras taxas) pois quando não efetuamos o rebalanceamento constante, não arcamos com tais custos;
- Redução do prejuízo causado pela diferença de preços do comprador e vendedor (spread). Um spread muito “largo” pode fazer com que o custo do rebalanceamento seja alto demais;
- Redução dos riscos operacionais (liquidações física e financeira).

Como podemos ver, a constante mudança nas posições assumidas geram custos altos e riscos inerentes às operações, fora o fato de demandar tempo do operador deve monitorar a carteira bem como efetuar as operações constantemente.

No entanto, existem fatores que influenciam de forma negativa essa decisão. Ao não balancear constantemente teremos:

- Um possível aumento na variância da carteira, o que pode mostrar-se relevante caso o preço do ativo, sua volatilidade ou a taxa de juros apresentem variações bruscas;
- As “previsões” dos futuros cenários podem ser completamente distintas do que realmente acontecerá, o que pode gerar resultados indesejados como aumentos na exposição ao risco.

Faremos então, a proposta de um modelo que buscará criar uma estratégia única de posicionamento, considerando que somente será possível a alteração da carteira (rebalanceamento do *portfolio*) em instantes pré-determinados. Este será o modelo multiperíodo. Ele utilizará o modelo explicado no capítulo anterior em diferentes momentos no tempo, buscando relacionar a variância da carteira com as alterações das variáveis e do tempo.

Para que fizéssemos, logo no instante $t = 0$, um balanceamento para diversos períodos, deveríamos estabelecer diferentes cenários para os diferentes períodos, considerando as possíveis alterações que as variáveis e os parâmetros poderiam vir a sofrer. Considerando o modelo proposto por DUARTE (1997), vamos identificar quais poderão permanecer estáticos e quais são sujeitos à incertezas:

- r , a taxa de juros é assumida constante para vida das opções no próprio modelo de Black & Scholes. É perfeitamente aceitável que a mantivéssemos constante;
- t , o tempo será igual ao tempo até o exercício no instante inicial menos Δt , que é o intervalo de tempo entre os cenários. Esta é uma variável determinística;
- X , os preços de exercício permanecem constantes;
- σ , a volatilidade que entra como variável na equação de Black & Scholes para a obtenção das gregas poderia ser considerada constante para os instantes onde os cenários são formulados, pois é uma das hipóteses utilizadas na formulação do próprio modelo de Black & Scholes.
- Σ , a matriz de correlação construída no instante inicial, pode ser mantida constante uma vez que pouco se alterará com a inclusão de novos dados.
- S , o preço do ativo é certamente a variável mais influente. Estimar o preço do ativo no instante $t + \Delta t$ é certamente a tarefa mais relevante quando desejamos aplicar o modelo multiperíodo pois esta variável afeta diretamente as gregas, que por sua vez, influenciam diretamente no resultado do modelo. Para a previsão do preço do ativo, poderíamos utilizar diversos métodos numéricos. Poderíamos empregar modelos similares aos utilizados para previsão de demanda (como alisamento exponencial, por exemplo), árvores binomiais, métodos qualitativos como a própria expectativa do operador, ou até mesmo combinações de todos os métodos acima.

Qualquer que seja o método utilizado, fica a critério do operador assumir qualquer posição no mercado de opções. É importante ressaltar que o modelo é uma ferramenta de auxílio na tomada de decisão e seus resultados devem servir de indicativos para o operador. Este pode, a qualquer momento, fazer análises de sensibilidade, até mesmo utilizando dados qualitativos, buscando utilizar as informações que possam auxiliá-lo a assumir uma posição coerente com suas expectativas futuras.

Ao utilizarmos o modelo para os diferentes períodos de tempo, estaríamos minimizando a variância da carteira naquele determinado instante. O modelo geraria, para os diferentes momentos, configurações diferentes, e as posições x_i das carteiras poderiam ser totalmente distintas em cada um dos períodos. Considerando que, ao atingir o próximo período, haveria a possibilidade de rebalanceamento, as alterações nas posições propostas pelo modelo multiperíodo (que seriam de grandes amplitudes) acarretariam em altos custos operacionais, tornando desaconselhável, sob o ponto de vista econômico, efetuar o rebalanceamento. Desta forma, o modelo multiperíodo deve ser influenciado pelas movimentações ocorridas entre os períodos.

Vejamos agora como formular o nosso modelo multiperíodo, levando em consideração as variâncias obtidas para cada período e as movimentações existentes entre cada período.

Seja $x^{(j)}$ a composição da carteira no período j onde:

$$x^{(j)} \in X \quad \forall j \in \{0, 1, 2, \dots, m\}.$$

O problema consiste em encontrar $(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(m)})$ que minimize a função aditiva:

$$\Phi(x^{(0)}, \dots, x^{(m)}) = \sum_{j=0}^m H(x^{(j)})L_j + \sum_{j=0}^{m-1} \Psi(x^{(j)}, x^{(j+1)})$$

Equação 4.1 – Função Objetivo do Modelo Multiperíodo

Observe que a função do modelo a ser minimizada consiste em duas somatórias:

- A primeira somatória refere-se à minimização das variâncias nos instantes j , calculadas através do modelo mencionado no capítulo anterior e representadas pela função $H(\bullet)$. No entanto, a liquidez encontrada nos diferentes instantes, representada pela constante L_j , se relaciona com a variância do período, pois é mais difícil efetuar movimentações em períodos de menor liquidez, como logo após o exercício anterior ou restando poucos dias para o exercício da opção. Logo, buscamos que o modelo reduza ao máximo a variância nesses períodos onde a redução do risco é mais relevante.
- A segunda somatória é uma função dependente dos valores das posições de uma mesma opção i , nos diferentes períodos j , e tem como objetivo penalizar as grandes movimentações de uma mesma opção, após um rebalanceamento. Num primeiro instante, vamos admitir que $\Psi(\bullet)$ é uma penalidade quadrática (FLETCHER, 1987). Assim como a função $H(\bullet)$, a função $\Psi(\bullet)$ se relaciona com a liquidez. Em períodos de baixa liquidez, o *spread* é mais largo e o impacto de mercado é maior, como visto no capítulo 2, causando um custo de execução maior. Assim, adicionaremos uma constante α_j , dependente da liquidez no instante j , e teremos:

$$\Psi(x^j, x^{j+1}) = \alpha_j \sum_{i=1}^N (x_i^j - x_i^{j+1})^2$$

Equação 4.2 – Função $\Psi(\bullet)$

Onde o índice i se refere à i -ésima de N opções que compõe a carteira, e o índice j se refere ao j -ésimo período.

Ao analisarmos as variáveis que são utilizadas para os cálculos das variâncias das carteiras, muitas delas variam à medida que o tempo passa. Então, estamos supondo que a variância da carteira é uma medida de risco dependente do tempo pois é influenciada pelas diferentes condições do nos diferentes instantes de tempo.

Todas as variáveis do modelo multiperíodo podem ser obtidas quando geramos, sucessivamente, o modelo apresentado no capítulo 3, exceto os índices L_j e α_j . Como citado anteriormente, os dois índices estão relacionados com a liquidez e para determinarmos os valores que os índices valerão em cada período, devemos estabelecer padrões de comportamento da liquidez e buscar relacioná-los com os termos envolvidos (no caso, as variâncias das carteiras e as movimentações dos ativos).

4.2. O Comportamento da Liquidez

Como visto anteriormente, a liquidez é um fator relevante no momento de se medir o risco de uma carteira. A incapacidade de liquidação das posições muitas vezes não é considerada, e o risco da posição torna-se maior.

No modelo multiperíodo proposto, estaremos considerando diferentes níveis de liquidez nos instantes em que fizermos as previsões. Logo, as variâncias nos períodos de rebalanceamento (que são as nossas medida de risco) deverão ser multiplicadas pelo índice proveniente da liquidez naquele período.

Para definirmos um índice de liquidez, devemos discutir como a mesma se comporta durante o período de vida da opção. Como mencionado no início do capítulo, as opções do mercado brasileiro possuem uma vida relativamente curta (próxima de 40 dias úteis) e devemos então estabelecer um padrão de comportamento durante os seus poucos dias de vida.

Pensando nisso, buscaremos identificar uma medida que pudesse ser utilizada como medida de liquidez. Dentre as diferentes metodologias de cálculo de liquidez apresentado no Capítulo 2, a que é possível utilizarmos devido à falta de dados adequados, é a que se baseia no volume negociado. As opções mais negociadas geralmente apresentam volumes considerados normais, ou seja, é possível que um investidor liquide sua posição sem que o custo de execução seja excessivamente alto. Além disso, estas opções apresentam alta negociabilidade pois não acontecem poucos negócios com altos volumes.

Utilizamos, para nossa análise, uma série de dados referentes a duas opções bastante líquidas com os maiores volumes de negócios no período e buscamos identificar um comportamento padrão, considerando o tempo restante até o exercício das opções e o volume negociado. A fim de evitar valores absolutos, fizemos uma razão (R_i) entre o volume negociado no i -ésimo dia (V_i) e a média de todos os p volumes obtidos no período. Assim, para cada dia de negociação i , temos o seguinte valor para a razão:

$$R_i = \frac{V_i P}{\sum_{i=1}^p V_i}$$

Equação 4.3 – Razão R_i

Quando a função fornece um valor abaixo de 1 a liquidez está abaixo da média.

Ao analisar o comportamento dos volumes das opções ao longo do tempo, identificamos similaridade estrutural entre elas. Assim, faremos um gráfico de R_i pelo tempo, considerado como o número de dias restantes até a data de exercício das opções. Tal análise não busca validar estatisticamente o comportamento da liquidez e sim identificar um comportamento padrão para os níveis de liquidez das opções, considerando o tempo.

O gráfico a seguir mostra um comportamento muito similar para as duas opções. Logo que as opções começam a ser negociadas (restando aproximadamente 35 dias para o exercício), elas apresentam liquidez reduzida. Tal fato pode ser explicado pelo exercício do período anterior. Muitos investidores fazem operações com opções que são geralmente liquidadas na data de exercício. Conseqüentemente, tanto as posições assumidas nas opções quanto as posições assumidas no ativo, são liquidadas. Então, após o exercício, a busca por oportunidades atraentes no mercado de opções (sejam operações que envolvam o ativo em questão ou operações especulativas) faz com que haja um aumento de negócios, associado a um aumento na liquidez. Esse aumento é progressivo até restarem aproximadamente 15 dias para a data de exercício.

Após esse período, o mercado atinge um equilíbrio e o número das oportunidades atraentes já é bastante reduzido. Os investidores que de alguma maneira se posicionaram anteriormente, tanto para *hedging* quanto em posições especulativas (ou seja, operações que busquem oscilações no mercado), provavelmente manterão suas posições até o exercício e, aqueles que não o fizeram terão um custo muito alto caso venham a se posicionar, o que poderá vir a ser prejudicial ao retorno esperado na operação.

Começa então um período de declínio da liquidez das opções, até o exercício, quando não há praticamente nenhuma transação especulativa,

restando somente as operações que envolvem o exercício das opções propriamente dito.

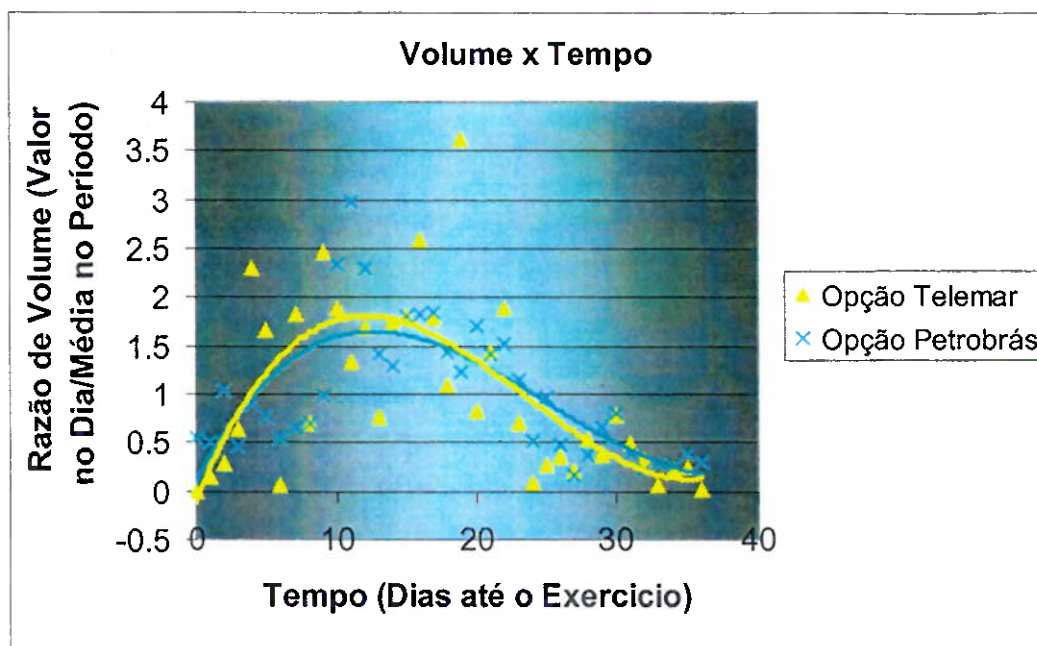


Gráfico 4.1 – Comportamento do Volume das Opções

O gráfico 4.1 retrata bem este comportamento. Com o auxílio de programas de análises estatísticas, poderíamos estudar melhor este comportamento e tentar definir, matematicamente, uma função que nos fornecesse uma estimativa de liquidez em função do volume negociado. Poder-se-ia até incluir outras variáveis, como número de negócios do dia, tentando fazer com que a estimativa fosse mais próxima da realidade. Porém, foge do escopo desse trabalho, uma análise mais detalhada sobre o comportamento da liquidez para o mercado de opções. O objetivo deste trabalho, como visto anteriormente, é estabelecer um modelo genérico capaz de absorver adaptações como, por exemplo, uma função de liquidez que seria utilizada para ponderar a variância da carteira.

De qualquer maneira, o programa utilizado para gerar o gráfico 4.1 também é capaz de gerar uma equação de tendência para cada uma das duas séries, utilizando a minimização dos erros quadráticos. As equações

são polinômios do terceiro grau e podemos definir uma “equação geral” que nos forneça os índices R_i que seriam utilizados para a elaboração do índice L_j , usado na ponderação das variâncias das carteiras nos diferentes cenários previamente gerados. Vale lembrar que o intuito de criar o índice L_j é aumentar o peso do risco da carteira quando a liquidez for baixa e diminuir o risco quando ele for alto.

$$R(t) = 0.0025t^3 - 0.0172t^2 + 0.3t + 0.1$$

Equação 4.4 – Índice R em função de t

Como visto anteriormente, quando a função acima retorna um valor abaixo de 1, a liquidez está abaixo da média. Portanto, o risco da carteira neste período deve ser aumentado. O índice L_j apresenta um comportamento inversamente proporcional ao de R_i , ou seja, quando o valor de R_i é alto, o de L_j é baixo. Assim, podemos aproximar a função L_j como a seguir:

$$L_j = \frac{1}{0.00025j^3 - 0.0172j^2 + 0.3j + 0.1}$$

Equação 4.5 – Índice de Liquidez

Onde j é o tempo, em dias úteis, restante até o exercício.

Tendo definido o índice L_j , analisemos a função da constante α_j . Quando temos uma transação no mercado, o participante (comprador ou vendedor) arca com o custo do *spread*. Além disso, os custos inerentes às transações penalizam aqueles que as efetuam. Portanto, o índice α_j deve ser tão grande quanto forem os custos e o *spread* no mercado. Evidentemente, dimensionar o valor de α_j é, de certa forma, qualitativo. No entanto, ao utilizarmos o índice α_j , criamos a possibilidade de alterar o valor da função objetivo perante os custos de *spread* e custos operacionais.

Vejamos agora qual a relação existente entre os índices α_j e L_j . A liquidez pode ser vista como um fator ampliador do *spread* pois pode até inviabilizar as operações. Quando temos a liquidez altamente reduzida, os participantes que buscam assumir posições opostas à posição do operador tendem a não participar do mercado. Sob o aspecto do *spread*, α_j e L_j deveriam apresentar um comportamento diretamente proporcional pois quanto menor fosse a liquidez do mercado, maior seria L_j , e maior seria o custo de *spread*, sendo maior o valor de α_j .

4.3. A Previsão de S

Como citado anteriormente, estabelecer o preço de S em um cenário futuro tem um importante impacto nos resultados gerados no modelo, já que influencia todo o cálculo das gregas das opções. Assim, estabelecer o preço do ativo nos distintos cenários é uma tarefa que merece atenção especial.

Certamente, se soubéssemos quais seriam os preços futuros do ativo, o *hedge* dinâmico utilizando as gregas das opções tornar-se-ia irrelevante, pois saberíamos previamente quais opções deveriam ser exercidas e, conseqüentemente, seu valor "justo". Porém, se é impossível prevê-lo, não é estimá-lo.

Diversos métodos podem ser utilizados para estimarmos o preço do ativo no futuro. O modelo de Black & Scholes, por exemplo, assume que o preço do ativo se mova ao longo do tempo segundo um processo estocástico, e poderíamos usar este processo para estimar o preço do ativo.

Outro método que poderia ser utilizado é um modelo baseado em dados históricos como os de previsão de demanda. O modelo de suavizamento exponencial é um modelo que poderíamos utilizar mas não será usado por sofrer influência de preços passados.

4.3.1. A Árvore Binomial

Suponhamos que a vida da opção possa ser dividida em vários pequenos intervalos de tempo Δt e que o valor da ação poderá, ao final de um intervalo de tempo Δt , assumir apenas dois valores; um superior ao seu preço inicial (Su) e um inferior (Sd), onde u e d são os fatores de correção de S (geralmente, u é maior que 1 e d é menor que 1), com diferentes probabilidades, constantes durante todo o período. Para um aumento no preço, temos uma probabilidade igual a p , e para um decréscimo no preço, uma probabilidade igual a $(1-p)$.

Consideremos agora que haja uma repetição dos movimentos a partir do ponto final do movimento anterior e que os movimentos oscilatórios ao longo dos intervalos de tempo Δt são independentes, isto é, o resultado de um movimento não tem influência nenhuma no resultado de qualquer outro movimento. A composição destes movimentos gera uma árvore binomial.

A árvore de preços é formada a partir do preço inicial e seus fatores de correção, ou seja u e d . Por exemplo, quando se tem dois movimentos de acréscimo de preço, o preço do ativo no fim dos movimentos é igual a Su^2 . A árvore de probabilidades é formada a partir das probabilidades de ocorrências dos movimentos oscilatórios, ou seja, a probabilidade do preço de um ativo sofrer dois acréscimos em dois intervalos de tempo Δt , é p^2 .

Assim, podemos confeccionar as árvores de preços e probabilidades como demonstrado a seguir:

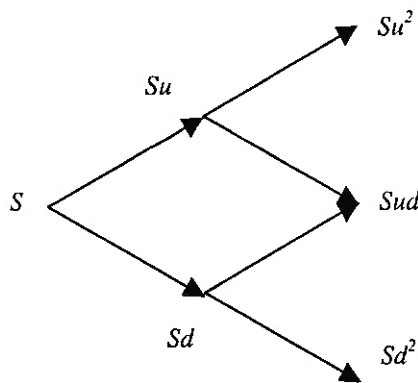


Figura 4.1 - Árvore de preços

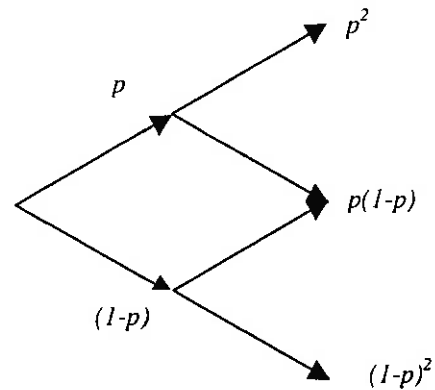


Figura 4.2 - Árvore de probabilidades

A árvore binomial proposta por Cox, Ross e Rubinstein (HULL, 1997) equivale a uma aproximação discreta do modelo de Black & Scholes. Ela considera que, em um mercado em equilíbrio, ou seja, onde não haja oportunidades de arbitragem:

- O retorno esperado para todos os ativos é equivalente à taxa de juros local;
- O valor presente de um fluxo de caixa equivale ao valor futuro descontado pela taxa de juros local.

E as seguintes condições devem ser satisfeitas:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}, \quad d = \frac{1}{u}, \quad a = e^{r\Delta t}, \quad p = \frac{a - d}{u - d}$$

Equação 4.6 - Condições da Árvore Binomial

onde:

- u é o fator de correção para um movimento de aumento no preço do ativo;

- d é o fator de correção para um movimento de decréscimo no preço do ativo;
- p é a probabilidade de ocorrer um movimento de aumento no preço do ativo;
- $(1-p)$ é a probabilidade de ocorrer um movimento de decréscimo no preço do ativo;

Ao final da montagem da árvore, temos os possíveis preços e suas respectivas probabilidades de ocorrência. Somando os produtos dos preços pelas respectivas probabilidades de ocorrência, temos o valor esperado do ativo após o período da árvore, preço este que utilizaremos para as formações dos cenários.

Sendo j o número de intervalos de tempo Δt da árvore, teremos $j+1$ possibilidades de preços. Pode-se demonstrar matematicamente que, ao final de j passos, a probabilidade do ativo assumir um determinado preço $Su^k d^{(j-k)}$ é:

$$P(Su^k d^{(j-k)}) = \binom{j}{k} p^k (1-p)^{(j-k)}$$

onde:

$$\binom{j}{k} = \frac{j!}{(j-k)!k!}$$

Equação 4.7 – Probabilidade na Árvore Binomial

Vejamos um exemplo de uma árvore binomial de 11 passos. Consideremos os seguintes dados:

- Preço inicial do ativo igual a 52.8;

4.4. A Utilização do Modelo

Nesta etapa do trabalho, iremos buscar efetuar um *hedge* multiperíodo para uma carteira de opções, utilizando o modelo acima proposto. Para isso, devemos fazer algumas considerações:

- A carteira que será *hedgeada* é uma carteira hipotética de opções exóticas, cujas gregas foram obtidas através de aproximações. Utilizaremos a idéia de uma carteira de opções exóticas semelhante à proposta de DUARTE (1997) estaremos utilizando o modelo da mesma maneira em que sua proposta inicial;
- A medida de risco que será minimizada será a variância total para o período, somada a função de penalização decorrente das movimentações, como visto na equação 4.1;
- O ativo que será utilizado será Petrobrás PN, e suas respectivas opções listadas em bolsa;
- A previsão do preço do ativo será feita através de sucessivas árvores binomiais, como discutido anteriormente;
- Os instantes de rebalanceamento foram escolhidos aleatoriamente. Para a utilização do modelo, definimos que o investidor estaria habilitado a rebalancear sua carteira em apenas três instantes (KLAASSEN, 1998): um balanceamento inicial e dois rebalanceamentos posteriores. O balanceamento inicial será feito logo no início do período de vida das opções negociadas em bolsa, o primeiro rebalanceamento será feito em um momento em que haja uma liquidez acima da média, e por fim, o segundo rebalanceamento será feito em um instante próximo a quando temos o início da queda da liquidez das opções;

- Para efeitos de cálculo, consideraremos o lote mínimo negociado sendo igual a 1.
- Os valores das gregas, tanto das opções negociadas no mercado quanto para as opções exóticas em carteira, serão estimadas através da variação do preço do ativo e do tempo até o exercício, considerando a volatilidade, preços de exercício e a taxa de juros constantes para todos os instantes, até a data de exercício.
- O índice de liquidez (L_j) nos períodos será calculado através da expressão 4.5;
- Por fim, a função utilizada para penalizar as movimentações entre os períodos será a diferença quadrática das posições, conforme a equação 4.2.
- Para os valores de α_j será utilizado o valor de (L_j), pois consideraremos que este valor seja proporcional a α_j .

Assim, utilizando todas as premissas acima, projetamos os seguintes cenários:

| <i>Período</i> | <i>Tempo (dias úteis)</i> | <i>S</i> | <i>r</i> | <i>Volatilidade</i> | <i>Índice Liquidez (L_i)</i> |
|----------------|---------------------------|----------|----------|---------------------|---|
| Inicial | 36 | 52.00 | 16.51% | 31.48% | 3.67 |
| Prim. Rebal. | 18 | 52.56 | 16.51% | 31.48% | 0.72 |
| Seg. Rebal. | 7 | 52.87 | 16.51% | 31.48% | 0.69 |

Tabela 4.2 - Cenário

Vejamos agora, qual a variância calculada para a carteira de exóticas, sem que haja nenhuma posição em opções listadas, para cada instante (inicial, primeiro rebalanceamento e segundo rebalanceamento) e o valor da função objetivo.

Proposta de um Modelo de Risco Baseado em Otimização Multiperíodo

Foi inserida abaixo da saída de Var(dv), uma área para o cálculo das penalidades quadráticas e um campo para a medida do risco total no período. Para o período inicial temos:

| Portfolio Inicial (E) | | Período Inicial | | Índice Liquidez |
|----------------------------|----------------|-----------------|---------|------------------------|
| Delta | Gama | Vega | Rô | 3.67 |
| -73.50 | -4.30 | -656.69 | -479.82 | |
| Opções Listadas | | | | |
| | Delta | Gama | Vega | Rô |
| Petr 52 | 0.59 | 0.04 | 7.65 | 3.77 |
| Petr 46 | 0.80 | 0.03 | 5.57 | 4.71 |
| Petr 50 | 0.67 | 0.04 | 7.15 | 4.16 |
| Petr 54 | 0.50 | 0.05 | 7.84 | 3.26 |
| Posições (xi) | | | | |
| | 0 | | | |
| | 0 | | | |
| | 0 | | | |
| | 0 | | | |
| | | | | Var (dV) |
| | | | | 35,773.85 |
| S | S ² | vol | r | |
| 52 | 2704 | 31.48% | 16.51% | |
| Restrições - Nova Carteira | | | | |
| Delta | -73.50 | | | |
| Gama | -4.30 | | | |
| Vega | -656.69 | | | |
| Rô | -479.82 | | | |
| | | | | Penalidades |
| | | | | 0.00 |
| | | | | 0.00 |
| | | | | 0.00 |
| | | | | 0.00 |
| | | | | Total (Inicial) |
| | | | | 35,773.85 |
| li | 1 | | | |

Tabela 4.3 – Carteira sem Hedge no Instante Inicial

Para o primeiro instante de rebalanceamento:

| Portfolio Inicial (E) | | | | Período 1 | Índice Liquidez |
|----------------------------|----------------|---------|---------|-----------|-----------------|
| Delta | Gama | Vega | Rô | | 0.72 |
| -75.69 | -5.75 | -448.50 | -259.67 | | |
| Opções Listadas | | | | | Posições (xi) |
| Petr 52 | 0.60 | 0.06 | 5.44 | 2.01 | 0 |
| Petr 46 | 0.86 | 0.03 | 3.08 | 2.69 | 0 |
| Petr 50 | 0.70 | 0.05 | 4.87 | 2.31 | 0 |
| Petr 54 | 0.47 | 0.06 | 5.59 | 1.62 | 0 |
| | | | | | Var (dV) |
| | | | | | 7,546.37 |
| S | S ² | vol | r | | Penalidades |
| 52.56 | 2762.554 | 31.48% | 16.51% | | |
| Restrições - Nova Carteira | | | | | |
| Delta | -75.69 | | | | |
| Gama | -5.75 | | | | |
| Vega | -448.50 | | | | |
| Rô | -259.67 | | | | |
| li | | | | | Total (1) |
| 1 | | | | | 7,546.37 |

Tabela 4.4 –Carteira Sem Hedge no Primeiro Instante de Rebalanceamento

Para o segundo instante de rebalanceamento:

| Portfolio Inicial (E) | | | | Período 2 | Índice Liquidez |
|----------------------------|----------------|---------|---------|-----------|------------------|
| Delta | Gama | Vega | Rô | | 0.69 |
| -82.36 | -7.58 | -232.84 | -114.17 | | |
| Opções Listadas | | | | | Posições (xi) 2 |
| Petr 52 | 0.62 | 0.09 | 3.35 | 0.85 | 0 |
| Petr 46 | 0.95 | 0.02 | 0.89 | 1.20 | 0 |
| Petr 50 | 0.78 | 0.07 | 2.63 | 1.04 | 0 |
| Petr 54 | 0.43 | 0.10 | 3.45 | 0.59 | 0 |
| | | | | | Var (dV) |
| | | | | | 12,400.12 |
| S | S ² | vol | r | | Penalidades |
| 52.87 | 2795.237 | 31.48% | 16.51% | | |
| Restrições - Nova Carteira | | | | | |
| Delta | -82.36 | | | | |
| Gama | -7.58 | | | | |
| Vega | -232.84 | | | | |
| Rô | -114.17 | | | | |
| li | | | | | Total (2) |
| 1 | | | | | 12,400.12 |
| | | | | | Função Objetivo |
| | | | | | 55,720.35 |

Tabela 4.5 –Carteira Sem Hedge no Segundo Instante de Rebalanceamento

Proposta de um Modelo de Risco Baseado em Otimização Multiperíodo

Inicialmente, sem assumirmos nenhuma posição, a função objetivo nos traz um valor próximo a 56,000. Vejamos agora, qual o novo valor da função objetivo, com a aplicação do modelo multiperíodo:

Para o instante inicial temos:

| Portfolio Inicial (E) | | | | Período Inicial | Índice Liquidez |
|----------------------------|----------------|---------|---------|-----------------|-----------------|
| Delta | Gama | Vega | Rô | | 3.67 |
| -73.50 | -4.30 | -656.69 | -479.82 | | |
| Opções Listadas | | | | | Posições (xi) |
| Petr 52 | 0.59 | 0.04 | 7.65 | 3.77 | 22 |
| Petr 46 | 0.80 | 0.03 | 5.57 | 4.71 | 43 |
| Petr 50 | 0.67 | 0.04 | 7.15 | 4.16 | 30 |
| Petr 54 | 0.50 | 0.05 | 7.84 | 3.26 | 13 |
| | | | | | |
| S | S ² | vol | r | | Var (dV) |
| 52 | 2704 | 31.48% | 16.51% | | 5.66 |
| Restrições - Nova Carteira | | | | | Penalidades |
| Delta | 0.13 | | | | 0.00 |
| Gama | -0.46 | | | | 0.00 |
| Vega | 67.71 | | | | 0.00 |
| Rô | -27.20 | | | | |
| li | 1 | | | | Total (Inicial) |
| | | | | | 5.66 |

Tabela 4.6 - Carteira Com Hedge no Instante Inicial

Para o primeiro instante de rebalanceamento:

Proposta de um Modelo de Risco Baseado em Otimização Multiperíodo

| Portfolio Inicial (E) | | | | Período 1 | Índice Liquidez |
|----------------------------|----------------|---------|---------|---------------|-----------------|
| | | | | | 0.72 |
| Delta | Gama | Vega | Rô | | |
| -75.69 | -5.75 | -448.50 | -259.67 | | |
| Opções Listadas | | | | Posições (xi) | |
| Petr 52 | 0.60 | 0.06 | 5.44 | 2.01 | |
| Petr 46 | 0.86 | 0.03 | 3.08 | 2.69 | |
| Petr 50 | 0.70 | 0.05 | 4.87 | 2.31 | |
| Petr 54 | 0.47 | 0.06 | 5.59 | 1.62 | |
| | | | | | Var (dV) |
| | | | | | 1.13 |
| S | S ² | vol | r | | |
| 52.56 | 2762.554 | 31.48% | 16.51% | | |
| Restrições - Nova Carteira | | | | | |
| Delta | 0.86 | | | Penalidades | |
| Gama | -0.88 | | | 0.00 | |
| Vega | 19.31 | | | 0.72 | |
| Rô | -11.95 | | | 0.00 | |
| | | | | Total (1) | |
| | | | | 1.85 | |
| li | 1 | | | | |

Tabela 4.7 –Carteira Com Hedge no Primeiro Instante de Rebalanceamento

Para o segundo instante de rebalanceamento:

| Portfolio Inicial (E) | | | | Período 2 | Índice Liquidez |
|----------------------------|----------------|---------|---------|-----------------|-----------------|
| | | | | | 0.69 |
| Delta | Gama | Vega | Rô | | |
| -82.36 | -7.58 | -232.84 | -114.17 | | |
| Opções Listadas | | | | Posições (xi) 2 | |
| Petr 52 | 0.62 | 0.09 | 3.35 | 0.85 | |
| Petr 46 | 0.95 | 0.02 | 0.89 | 1.20 | |
| Petr 50 | 0.78 | 0.07 | 2.63 | 1.04 | |
| Petr 54 | 0.43 | 0.10 | 3.45 | 0.59 | |
| | | | | | Var (dV) |
| | | | | | 2.72 |
| S | S ² | vol | r | | |
| 52.87 | 2795.237 | 31.48% | 16.51% | | |
| Restrições - Nova Carteira | | | | | |
| Delta | 0.56 | | | Penalidades | |
| Gama | -1.20 | | | 0.00 | |
| Vega | 5.50 | | | 0.00 | |
| Rô | -5.65 | | | 0.69 | |
| | | | | Total (2) | |
| | | | | 3.41 | |
| | | | | Função Objetivo | |
| | | | | 10.92 | |
| li | 1 | | | | |

Tabela 4.8 –Carteira Com Hedge no Segundo Instante de Rebalanceamento

O valor obtido para a função objetivo após os rebalanceamentos é de 10.92, muito inferior ao valor de aproximadamente 56,000 visto na carteira sem *hedge*.

Podemos perceber também que os valores de x_i também não se alteraram muito. Isso pode ser explicado pela proposição de cenários que fizemos. As ações de Petrobrás PN, apresentam uma volatilidade considerada baixa quando comparada com as de Globocabo PN no final do ano de 1999, porém, quando a comparamos com ações de outros mercados (como o europeu, por exemplo) sua volatilidade é bem superior. Variações de aproximadamente 1% no preço do ativo, como foram consideradas as valorizações entre estes períodos, podem ser vistas como variações baixas. Logo, não houve a necessidade de um rebalanceamento brusco, e as posições se mantiveram praticamente constantes.

Vejamos como teria sido o desempenho da estratégia caso tivéssemos seguido o posicionamento proposto pelo modelo. Para estabelecer as gregas das opções listadas, consideramos os preços reais praticados no mercado.

Para o período inicial nossa medida de risco permanece constante pois os dados utilizados não foram estimados, e sim obtidos no mercado no instante $t = 0$.

E temos para o primeiro período de rebalanceamento:

A função objetivo atingiu o valor de 13.21 contra o valor de 11.52 quando fizemos a previsão. O resultado é bastante satisfatório quando consideramos que o valor total diminuiu de aproximadamente 56,000 para aproximadamente 13. Certamente, o fato de as previsões terem sido bem próximas do real foi um fator determinante para que esse sucesso fosse atingido.

De qualquer forma, ao buscar prever o valor do ativo em um tempo futuro, toda a estratégia tomada buscando uma minimização de riscos será tão mais eficiente quanto maior for a precisão da previsão.

Vejamos agora como o modelo se comporta quando o preço do ativo oscilar mais, fazendo com que nossa estimativa apresentasse um valor mais distante do real.

Para isso, escolhemos um dia em que o preço do ativo atingiu um valor bem superior ao estimado, considerando como período observado, o intervalo de tempo referente à vida das opções. Neste dia, seria possível fazer o primeiro rebalanceamento. Vejamos qual o resultado do modelo:

| | | | | | |
|-----------------------------------|--------|------------------|--------|------------------------|----|
| Portfolio Inicial (E) | | Período 1 | | Índice Liquidez | |
| Delta | Gama | Vega | Rô | 1.06 | |
| -74.64 | -4.83 | -55.85 | -34.82 | | |
| Opções Listadas | | | | Posições (xi) | |
| Petr 52 | 0.83 | 0.04 | 4.37 | 3.73 | 22 |
| Petr 46 | 0.95 | 0.01 | 1.89 | 3.83 | 42 |
| Petr 50 | 0.88 | 0.03 | 3.42 | 3.83 | 30 |
| Petr 54 | 0.71 | 0.05 | 5.83 | 3.24 | 13 |
| | | | | Var (dV) | |
| | | | | 726.89 | |
| | | | | Penalidades | |
| | | | | 0.00 | |
| | | | | 1.06 | |
| | | | | 0.00 | |
| | | | | 0.00 | |
| | | | | Total (1) | |
| | | | | 727.95 | |
| Restrições - Nova Carteira | | | | | |
| Delta | 18.92 | | | | |
| Gama | -1.91 | | | | |
| Vega | 298.40 | | | | |
| Rô | 365.41 | | | | |
| li | 1 | | | | |

Tabela 4.11 – Carteira Com Hedge em Situação Extrema

Mesmo com uma diferença grande entre o valor previsto e o valor real, o modelo não teve um aumento muito grande na sua medida de risco (apesar de ser muito superior aos valores estimados, ficam muito aquém dos 56,000 iniciais), mostrando a eficiência do *hedge*.

Um operador poderia ter feito uma análise de sensibilidade e ele obteria, através da geração dos cenários, diferentes valores de risco total. Com estes dados em mãos, ele poderia definir sua estratégia buscando manter os riscos dentro de limites aceitáveis.

Vale ressaltar que é aconselhável que o operador monitore constantemente suas posições assumidas e que ele tenha um controle sobre os riscos inerentes. Seria muita irresponsabilidade acreditar que, após ter os resultados gerados pelo modelo, ele poderia simplesmente ignorar a existência da carteira, pois, como vimos anteriormente, as oscilações de variáveis como preço do ativo e volatilidade do ativo podem influenciar significativamente o valor da função objetivo.

Um estudo estatístico sobre o comportamento do preço do ativo poderia ser feito buscando obter um método mais preciso para a previsão e estimativas referentes ao preço do ativo.

Uma possibilidade de análise do preço poderia ser feita através de um teste de hipótese, utilizando cenários extremos. Para isso, poder-se-ia fazer uma análise estatística da distribuição de probabilidades dos retornos para períodos pré-estabelecidos, que deveria ser similar a uma distribuição log-normal, segundo HULL (1997).

Com estes dados, o próximo passo seria definir um intervalo de confiança para os retornos. Tendo os extremos do intervalo definidos, os cenários seriam montados e, então utilizaríamos o modelo buscando identificar as variações nas diferentes carteiras geradas, e até mesmo

simular quais seriam os riscos das mesmas, considerando os cenários extremos.

4.5. Análise de Sensibilidade

Como mencionado acima, iremos agora realizar um teste de sensibilidade para o modelo, buscando identificar as possíveis alterações ocorridas quando variamos os dados de entrada.

Ao iniciar nossa análise, devemos pensar quais as variáveis mais importantes a serem alteradas de modo a medirmos a sensibilidade. Certamente, as variáveis que, intuitivamente, devem afetar de maneira mais significativa são a volatilidade e o preço do ativo.

O estudo da volatilidade não é trivial e não o faremos neste trabalho, pois fugiria do seu escopo. Já o comportamento dos retornos do ativo foi citado anteriormente. O modelo de Black & Scholes se baseia na hipótese de log-normalidade da distribuição das taxas de retorno, ou seja, a distribuição de probabilidade dos logaritmos dos retornos de um certo ativo em determinados intervalos de tempo é normal. Partindo desse pressuposto, faremos agora uma análise de sensibilidade considerando alterações no preço do ativo.

Para isso, faremos uma estimativa da volatilidade dos retornos de um período de 15 dias, visando definir um intervalo de confiança. Vejamos como é sua distribuição de probabilidades através do histograma a seguir:

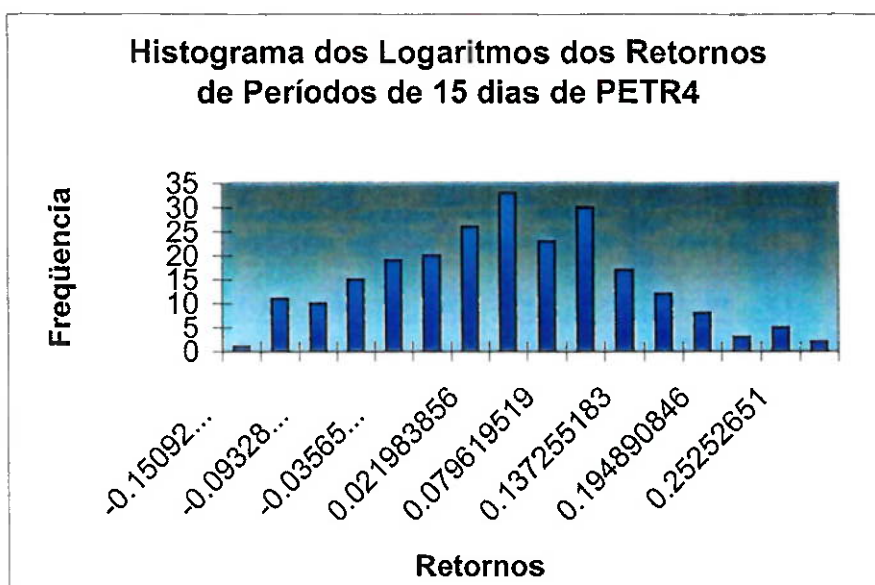


Gráfico 4.2 – Histograma dos Retornos

Podemos ver que há uma semelhança da distribuição dos logaritmos dos retornos com uma distribuição normal (apesar que a cauda esquerda apresenta maior concentração, tal fato pode ser explicado pelas crises que houveram no período de coleta de dados). Apesar de não termos validado estatisticamente, assumimos que:

$$X : N(\mu, \sigma^2)$$

Onde,

- X é a variável aleatória correspondente ao logaritmo do retorno de um período de 15 dias;
- μ é a média dos logaritmo dos retornos de 15 dias, e;
- σ é o desvio-padrão dos logaritmos dos retornos de 15 dias.

Através dos cálculos feitos, obtivemos os seguintes valores para:

$$\mu = 3.48\% \text{ e } \sigma = 9.14\%.$$

Segundo COSTA NETO (1977), um intervalo de 95% de confiança para a variável aleatória da distribuição normal com as características acima pode ser definido como:

$$] 3.48\% - 1.96 * 9.14\%, 3.48\% + 1.96 * 9.14\% [, \text{ que equivale a}$$

$] -14.43\%, 21.39\% [$, ou seja uma variação de 17.9% acima ou abaixo da média.

Assim, consideraremos que o preço do ativo sofrerá uma variação de 19.6% (lembrando que analisamos os logaritmos dos retornos; assim a variação nominal é de $1 - e^{0.179} = 19.6\%$) no instante do segundo rebalanceamento. Vejamos como o modelo se comporta:

| Portfolio Inicial (E) | | Período 1 | | Índice Liquidez | |
|----------------------------|----------------|-----------|---------|-----------------|----------|
| Delta | Gama | Vega | Rô | 0.72 | |
| -75.69 | -4.88 | -528.03 | -305.71 | | |
| Opções Listadas | | | | Posições (xi) | |
| Petr 52 | 0.94 | 0.02 | 1.98 | 3.39 | 22 |
| Petr 46 | 1.00 | 0.00 | 1.22 | 2.98 | 42 |
| Petr 50 | 0.96 | 0.01 | 1.39 | 3.35 | 30 |
| Petr 54 | 0.91 | 0.02 | 2.78 | 3.37 | 13 |
| | | | | Var (dV) | 1,083.27 |
| S | S ² | vol | r | Penalidades | |
| 62.19 | 3867.845 | 31.48% | 16.51% | 0.00 | 0.72 |
| Restrições - Nova Carteira | | | | 0.00 | 0.00 |
| Delta | 27.43 | | | Total (1) | |
| Gama | -3.87 | | | 1,083.99 | |
| Vega | -355.44 | | | | |
| Rô | 38.12 | | | | |
| li | 1 | | | | |

Tabela 4.12 – Análise de Sensibilidade no Primeiro Instante de Rebalanceamento

Mesmo com a variação do preço do ativo em 19.6%, a variância da carteira neste momento do primeiro rebalanceamento foi aumentada em um valor relativamente baixo, inferior a 1.100. Quando consideramos a variância de 7.546 obtida sem efetuarmos o *hedge*, percebemos que o modelo nos

fornece um resultado bastante eficiente, demonstrando o sucesso do *hedge* efetuado.

Enfim, podemos perceber que o modelo além de muito eficiente, é muito flexível e passível de adaptações que o façam refletir melhor a realidade.

E algumas vezes, a realidade impõe situações inesperadas, onde as previsões ficam distantes do real, os resultados atingem amplitudes adversas, enfim, os investidores se vêem completamente vulneráveis ao mercado. Como o modelo reagiria sob estas condições?

5

Um Modelo Multiperíodo para Cenários de Stress

5.1. Cenários de Stress

Se as preocupações de todos os investidores pudessem ser resumidas em uma pergunta, ela seria: "Se investir neste ativo, quanto poderei perder?" Os riscos inerentes às transações são dificilmente mensurados assim como a avaliação das perdas, devido às incertezas das inúmeras variáveis que influenciam o mercado.

Muitas vezes, movimentações adversas e inesperadas ocorrem nos mercados (como a desvalorização cambial ocorrida no Brasil em 1999) e muitos investidores que não gerenciam corretamente seus riscos, perdem grandes volumes financeiros.

Apesar de inesperadas, existe a possibilidade de estas movimentações efetivamente ocorrerem. Situações atípicas são chamadas de cenários de *stress*, ou seja, são cenários onde ocorrem oscilações bruscas e repentinas dos fatores que influenciam os mercados. Nos cenários usuais, as ferramentas utilizadas para a gestão de risco fornecem resultados com bastante precisão, porém seriam tão precisos os resultados fornecidos caso acontecesse um cenário de *stress*? Então a pergunta anterior poderia ser refeita da seguinte forma: "Em um cenário de *stress*, qual seria a minha perda potencial?".

Buscando simular as condições de *stress* de mercado, devemos tentar identificar as variáveis que, ao entrarem em um cenário de *stress*, influenciariam as posições assumidas, assim como a magnitude das variações causadas. É muito importante que, ao projetar um cenário de *stress*, identifiquemos as variáveis-chave a serem alteradas, e que as

alterações sejam feitas de maneira coerente, buscando simular um evento real.

5.2. Cenários de Stress e o Modelo Multiperíodo

Como visto anteriormente, definir um cenário de *stress* coerente é fundamental para avaliar as perdas e riscos de uma carteira. Assim, nesta etapa do trabalho, discutiremos como utilizar nosso modelo multiperíodo considerando um cenário adverso, onde muitas das premissas utilizadas para as formulações dos modelos utilizados podem não valer.

O primeiro passo é analisar qual seria o comportamento do modelo caso supuséssemos uma situação de *stress*. As perguntas que devem ser respondidas dizem respeito à relação existente entre o comportamento do mercado quando está em *stress* e as premissas utilizadas para a formulação do modelo.

Por exemplo, em um cenário de *stress*, a hipótese de lognormalidade das taxas de retorno utilizada na formulação do modelo de Black & Scholes certamente não é obedecida. Os retornos diários são geralmente direcionais e de amplitudes muito maiores que os considerados normais, logo esta hipótese não é válida.

No entanto, não há dados suficientes que permitam fazer uma análise detalhada sobre o comportamento das variáveis quando se encontram em cenários de *stress*. Os cenários passados são as melhores fontes de dados utilizadas para a simulação de um cenário de *stress* qualquer, não cabendo uma análise estatística, devido justamente à peculiaridade inerente a cada cenário. Considerando cenários passados e adotando-se técnicas qualitativas, pode-se simular um cenário adverso e buscar identificar as mudanças que ocorrem na carteira.

Mesmo em cenários de *stress*, os modelos utilizados pela maioria dos investidores são os mesmos utilizados em cenários normais. No nosso modelo, também os utilizaremos. Logo, será utilizado o modelo de Black & Scholes para precificação das opções e obtenção das gregas, e as relações entre as variáveis do modelo proposto por DUARTE (1997), representada pela matriz de correlação Σ , será mantida constante.

As inovações apresentadas no modelo multiperíodo, os índices L_j e α_j e a função Ψ , serão discutidas em mais detalhes.

- O índice de liquidez L_j busca aumentar ou diminuir a variância da carteira dependendo da liquidez no instante j . Nestes cenários queremos que a variância de nossa carteira seja a mínima possível e que devemos aumentar o valor do risco inerente às posições assumidas em grandezas substanciais, de modo a penalizar a manutenção de altas variâncias em períodos de liquidez reduzida (como neste caso, uma situação de *stress*). Assim, arbitrariamente, utilizaremos o valor de 100 para o índice de liquidez, quando o instante de rebalanceamento for caracterizado como um cenário de *stress*.
- O índice α_j e a função Ψ são relacionadas às movimentações entre os períodos de rebalanceamento. Como discutido anteriormente, as penalidades decorrentes das movimentações devem ser tão maiores quanto menor for a liquidez. Em cenários de *stress*, a liquidez de todos os mercados são reduzidas, causando um aumento substancial nos custos de execução, como visto no capítulo 2. Os movimentos dos preços são geralmente direcionais e constantes, ou seja, o custo de oportunidade se torna muito alto rapidamente. Muitas vezes não é possível que um investidor liquide toda sua posição quando eventos que desencadeiam uma situação de *stress* acontecem. Assim, desejamos que as

movimentações dos ativos em cenários de *stress* sejam altamente penalizadas na nossa função objetivo. Considerando a relação existente entre α_j e L_j , utilizaremos a seguinte função Ψ :

$$\Psi(x^j, x^{j+1}) = \left\{ \begin{array}{ll} 0, & \text{se } (x_i^j - x_i^{j+1}) = 0 \\ \alpha_j e^{(x_i^j - x_i^{j+1})^2}, & \text{se } (x_i^j - x_i^{j+1}) \neq 0 \end{array} \right\} \quad \text{onde } \alpha_j = L_j$$

Equação 5.1 - Função $\Psi(\bullet)$ em *Stress*

5.3. Aplicação do Modelo Multiperíodo em um Cenário de *Stress*

Veremos agora como o modelo realiza o *hedge* de uma carteira, considerando uma cenário de *stress* no primeiro instante de rebalanceamento.

Para isso, utilizaremos o cenário inicial e a projeção para o segundo instante de rebalanceamento iguais aos utilizados no capítulo anterior. Já no primeiro instante de rebalanceamento os dados serão alterados. Como mencionado anteriormente, devemos estabelecer quais as variáveis que devem ser alteradas para a confecção do cenário de *stress*. As variáveis que serão utilizados no modelo e suas respectivas variações são:

- S , o preço do ativo sofrerá uma variação negativa de 30%. Quedas dessa magnitude ocorreram à índices de ações em diferentes cenários de *stress* como na Crise da Ásia em 1997 e na Crise da Rússia em 1998;
- r , a taxa de juros local terá seu valor dobrado. Altas taxas de juros tendem a evitar ataques especulativos às economias, diminuindo os efeitos causados pelo pânico dos investidores;

- σ , cenários de *stress* são usualmente classificados como períodos de alta volatilidade. Com essa consideração, dobraremos também o valor da volatilidade utilizada no modelo.

Para os cenários que não estão em *stress*, todos os cálculos serão feitos como demonstrado no capítulo anterior. Assim, utilizando todas as premissas acima, projetamos os seguintes cenários:

| Período | Tempo (dias úteis) | S | r | Volatilidade | Índice Liquidez (Li) |
|--------------|--------------------|-------|--------|--------------|----------------------|
| Inicial | 36 | 52.00 | 16.51% | 31.48% | 3.67 |
| Prim. Rebal. | 18 | 36.40 | 33.02% | 62.96% | 100 |
| Seg. Rebal. | 7 | 52.87 | 16.51% | 31.48% | 0.69 |

Tabela 5.1 – Cenário com *Stress*

Considerando somente os cenários, sem assumir nenhuma posição nas opções listadas em bolsa, vejamos qual o valor da função objetivo, com o cenário de *stress*:

Para o período inicial temos:

| | | | | | | |
|----------------------------|------|-----------------|---------|-----------------|---|-----------------|
| Portfolio Inicial (E) | | Período Inicial | | Índice Liquidez | | |
| | | | | 3.67 | | |
| Delta | | Gama | Vega | Rô | | |
| -73.50 | | -4.30 | -656.69 | -479.82 | | |
| Opções Listadas | | | | Posições (xi) | | |
| Petr 52 | 0.59 | 0.04 | 7.65 | 3.77 | 0 | |
| Petr 46 | 0.80 | 0.03 | 5.57 | 4.71 | 0 | |
| Petr 50 | 0.67 | 0.04 | 7.15 | 4.16 | 0 | |
| Petr 54 | 0.50 | 0.05 | 7.84 | 3.26 | 0 | |
| | | | | | | Var (dV) |
| | | | | | | 35,773.85 |
| S | | S ² | vcl | r | | |
| 52 | | 2704 | 31.48% | 16.51% | | |
| Restrições - Nova Carteira | | | | | | |
| Delta | | -73.50 | | | | |
| Gama | | -4.30 | | | | |
| Vega | | -656.69 | | | | |
| Rô | | -479.82 | | | | |
| | | | | | | Penalidades |
| | | | | | | 0.00 |
| | | | | | | 0.00 |
| | | | | | | 0.00 |
| | | | | | | 0.00 |
| | | | | | | Total (Inicial) |
| | | | | | | 35,773.85 |
| li | | 1 | | | | |

Tabela 5.2 – Carteira Sem Hedge no Período Inicial

Proposta de um Modelo de Risco Baseado em Otimização Multiperíodo

Para o primeiro instante de rebalanceamento temos:

| Portfolio Inicial (E) | | Período 1 | | | | Índice Liquidez | |
|----------------------------|---------|-----------|----------------|---------|---------|---|--------------------------------|
| | | Delta | Gama | Vega | Rô | 100.00 | |
| | | -66.44 | -4.83 | -361.77 | -145.93 | | |
| Opções Listadas | | | | | | Posições (xi) | |
| Petr 52 | 0.10 | 0.02 | 1.74 | 0.24 | 0 | Var (dV) 420,314.11 | |
| Petr 46 | 0.27 | 0.03 | 3.24 | 0.60 | 0 | | |
| Petr 50 | 0.17 | 0.03 | 2.43 | 0.38 | 0 | | |
| Petr 54 | 0.07 | 0.02 | 1.36 | 0.17 | 0 | | |
| | | S | S ² | vol | r | Penalidades 0.00 0.00 0.00 0.00 | |
| | | 36.4 | 1324.96 | 62.96% | 33.02% | | |
| Restrições - Nova Carteira | | | | | | | Total (1) 420,314.11 |
| Delta | -66.44 | | | | | | |
| Gama | -4.83 | | | | | | |
| Vega | -361.77 | | | | | | |
| Rô | -145.93 | | | | | | |
| li | 1 | | | | | | |

Tabela 5.3 – Carteira Sem Hedge no Primeiro Instante de Rebalanceamento com Stress

E para o segundo período de rebalanceamento temos:

| Portfolio Inicial (E) | | Período 2 | | | | Índice Liquidez | |
|----------------------------|---------|-----------|----------------|---------|---------|---|---|
| | | Delta | Gama | Vega | Rô | 0.69 | |
| | | -82.36 | -7.58 | -232.84 | -114.17 | | |
| Opções Listadas | | | | | | Posições (xi) 2 | |
| Petr 52 | 0.62 | 0.09 | 3.35 | 0.85 | 0 | Var (dV) 12,400.12 | |
| Petr 46 | 0.95 | 0.02 | 0.89 | 1.20 | 0 | | |
| Petr 50 | 0.78 | 0.07 | 2.63 | 1.04 | 0 | | |
| Petr 54 | 0.43 | 0.10 | 3.45 | 0.59 | 0 | | |
| | | S | S ² | vol | r | Penalidades 0.00 0.00 0.00 0.00 | |
| | | 52.87 | 2795.237 | 31.48% | 16.51% | | |
| Restrições - Nova Carteira | | | | | | | Total (2) 12,400.12 Função Objetivo 468,488.08 |
| Delta | -82.36 | | | | | | |
| Gama | -7.58 | | | | | | |
| Vega | -232.84 | | | | | | |
| Rô | -114.17 | | | | | | |
| li | 1 | | | | | | |

Tabela 5.4 - Carteira Sem Hedge no Segundo Instante de Rebalanceamento

Como era esperado, sob um cenário de *stress* a variância da carteira foi altamente penalizada, e a maior parcela do valor final da função objetivo é decorrente do primeiro instante de rebalanceamento. O valor final da função objetivo próximo a 470.000 é muito superior aos 56.000 obtidos sob condições normais, como no capítulo anterior, ou seja, sem situações de *stress* no mercado.

Vejamos agora, utilizando o modelo multiperíodo, qual seria a configuração ideal que minimizaria a variância de nossa carteira, levando em consideração um cenário de *stress*.

Para o instante inicial temos:

| Portfolio inicial (E) | | Período Inicial | | Índice Liquidez | |
|----------------------------|---------|-----------------|---------|-----------------|-----------------|
| Delta | Gama | Vega | Rô | 3.67 | |
| -73.50 | -4.30 | -656.69 | -479.82 | | |
| Opções Listadas | | | | Posições (xi) | |
| Petr 52 | 0.59 | 0.04 | 7.65 | 3.77 | -585 |
| Petr 46 | 0.80 | 0.03 | 5.57 | 4.71 | 750 |
| Petr 50 | 0.67 | 0.04 | 7.15 | 4.16 | -837 |
| Petr 54 | 0.50 | 0.05 | 7.84 | 3.26 | 784 |
| | | | | Var (dV) | 2,002.02 |
| S | S^2 | vol | r | Penalidades | |
| 52 | 2704 | 31.48% | 16.51% | 0.00 | 0.00 |
| Restrições - Nova Carteira | | | | 0.00 | 0.00 |
| Delta | 12.86 | | | 0.00 | 0.00 |
| Gama | -4.31 | | | Total (Inicial) | |
| Vega | -789.53 | | | 2,002.02 | |
| Rô | -72.54 | | | | |
| li | 1 | | | | |

Tabela 5.5 – Carteira Com Hedge no Período Inicial

Para o primeiro instante de rebalanceamento, temos:

| Portfolio Inicial (E) | | | | | Período 1 | Índice Liquidez | |
|----------------------------|------|------|------|------|----------------------|-----------------|-------------|
| | | | | | | 100.00 | |
| Delta | | | | | Gama | Vega | Rô |
| -66.44 | | | | | -4.83 | -361.77 | -145.93 |
| Opções Listadas | | | | | Posições (xi) | | |
| Petr 52 | 0.10 | 0.02 | 1.74 | 0.24 | -585 | | |
| Petr 46 | 0.27 | 0.03 | 3.24 | 0.60 | 750 | | |
| Petr 50 | 0.17 | 0.03 | 2.43 | 0.38 | -837 | | |
| Petr 54 | 0.07 | 0.02 | 1.36 | 0.17 | 784 | | |
| | | | | | | Var (dV) | |
| | | | | | | 1,621.31 | |
| S | | | | | S² | vol | r |
| 36.4 | | | | | 1324.96 | 62.96% | 33.02% |
| Restrições - Nova Carteira | | | | | | | |
| Delta | | | | | -3.43 | | Penalidades |
| Gama | | | | | -1.39 | | 0.00 |
| Vega | | | | | 75.72 | | 0.00 |
| Rô | | | | | -15.22 | | 0.00 |
| | | | | | | | Total (1) |
| | | | | | | | 1,621.31 |
| li | | | | | 1 | | |

Tabela 5.6 – Carteira Com Hedge no Primeiro Instante de Rebalanceamento com Stress

E para o segundo instante de rebalanceamento, temos:

| Portfolio Inicial (E) | | | | | Período 2 | Índice Liquidez | |
|----------------------------|------|------|------|------|----------------------|-----------------|-----------------|
| | | | | | | 0.69 | |
| Delta | | | | | Gama | Vega | Rô |
| -82.36 | | | | | -7.58 | -232.84 | -114.17 |
| Opções Listadas | | | | | Posições (xi) 2 | | |
| Petr 52 | 0.62 | 0.09 | 3.35 | 0.85 | -556 | | |
| Petr 46 | 0.95 | 0.02 | 0.89 | 1.20 | 770 | | |
| Petr 50 | 0.78 | 0.07 | 2.63 | 1.04 | -817 | | |
| Petr 54 | 0.43 | 0.10 | 3.45 | 0.59 | 794 | | |
| | | | | | | Var (dV) | |
| | | | | | | 1,476.14 | |
| S | | | | | S² | vol | r |
| 52.87 | | | | | 2795.237 | 31.48% | 16.51% |
| Restrições - Nova Carteira | | | | | | | |
| Delta | | | | | 5.93 | | Penalidades |
| Gama | | | | | -17.85 | | 582.83 |
| Vega | | | | | -809.43 | | 277.21 |
| Rô | | | | | -45.63 | | 277.21 |
| | | | | | | | 69.30 |
| | | | | | | | Total (2) |
| | | | | | | | 2,682.70 |
| | | | | | | | Função Objetivo |
| | | | | | | | 6,306.03 |
| li | | | | | 1 | | |

Tabela 5.7 – Carteira Com Hedge no Segundo Instante de Rebalanceamento com Stress

Podemos perceber que houve uma redução substancial no valor da função objetivo, após efetuarmos o *hedge*. O valor inicial de aproximadamente 470.000 foi reduzido a pouco mais que 6.000.

O primeiro instante de rebalanceamento é definitivamente o instante crítico para a geração da estratégia de posicionamento. Ao considerar os altos custos de movimentação, o modelo buscou assumir uma posição no instante inicial que não tornasse necessária a mudança de posição da carteira no primeiro instante de rebalanceamento. Podemos ver que as penalidades neste período são nulas.

Após este período, as penalidades voltam a ser menos agressivas à função objetivo, e as movimentações geradas pelo modelo possuem maior amplitude. Elas somam aproximadamente 20% do valor da função objetivo, os outros 80% estão divididos entre as variâncias nos três períodos.

Vale ressaltar a eficiência do *hedge* assim como a do métodos utilizados para caracterizar o período de *stress*. As equações das penalidades fizeram com que o modelo obtivesse uma estratégia de posicionamento que evitasse movimentações no período de *stress*, como desejávamos.

Enfim, neste capítulo demonstramos que nosso modelo se adapta muito bem às condições adversas do mercado como o *stress*, além de ser também eficiente nas condições normais de negociação.

Cabe discutir, então, como poderíamos expandir o uso do modelo para situações que sejam distintas da proposta inicialmente: *hedgear* uma carteira de opções exóticas.

6

Aplicações do Modelo em Gestão de Risco de Empresas

6.1. O Risco e as Empresas

A riqueza do mundo vem crescendo rapidamente nas últimas décadas, bem como os instrumentos de investimentos. Estes são constantemente utilizados por empresas que buscam aumentar seus retornos nos investimentos praticados, sejam eles estabelecidos com clientes ou no próprio mercado financeiro.

O mercado financeiro enfrenta crises, de tempos em tempos, devido ao aumento da volatilidade causado por diversas razões (entre elas globalização, avanços tecnológicos e eventos políticos), aumentando o risco quando posições são assumidas.

E unindo o grande montante financeiro envolvido nas transações com o aumento do risco causado pelo aumento da volatilidade, houveram perdas que atingiram valores na casa de bilhões de dólares.

Certamente essas perdas não ocorreram somente com instituições financeiras e sim com diversas empresas que assumiram riscos, e que avaliou-se posteriormente, não fizeram uma gestão sensata e controlada desses riscos. A utilização do nosso modelo seria perfeitamente viável nessas situações e poderia minimizar as perdas.

6.2. Algumas Aplicações

Vejamos algumas situações hipotéticas onde o nosso modelo de *hedge* multiperíodo poderia ser utilizado:

6.2.1. Produtores de Commodities

Empresas como Petrobrás, Companhia Siderúrgica Nacional, ou mesmo cooperativas agrícolas negociam constantemente derivativos sobre os produtos que produzem (petróleo, aço e soja, por exemplo).

O mercado de contratos futuros de café no Brasil, vem se desenvolvendo substancialmente e as cooperativas agrícolas estão tendo a oportunidade de negociar derivativos sobre seus produtos buscando garantias de negócios futuros, aumento de rentabilidade ou *hedge*. Certamente elas possuem em carteira derivativos de diversos tipos e com as mais distintas propriedades. Como o próprio exemplo citado por DUARTE (1997), *hedgear* uma carteira de opções sobre café retrata bem uma possível aplicação.

Muitas empresas utilizam-se de produtos estruturados. Esses derivativos são confeccionados especificamente para determinados clientes, não possuindo liquidez suficiente para efetuar o *hedge* perfeito, ou seja, tornando a empresa incapaz de assumir uma posição oposta. Adicionando os produtos estruturados às opções exóticas, tem-se uma carteira de derivativos ilíquidos que poderiam ser *hedgeadas* utilizando opções mais líquidas, como as negociadas no mercado de bolsa (como a de Chicago, por exemplo).

6.2.2. Carteiras Próprias - Tesouraria

Algumas empresas possuem em seus ativos, suas próprias ações ou debêntures conversíveis, que muitas vezes servem como fonte de receita (através de operações como aluguel de ações, por exemplo) ou redução de custos (eliminando pagamento de juros para terceiros, por exemplo).

Vejamos a situação onde a empresa cede o aluguel de suas ações. Muitas vezes a empresa deseja pulverizar suas ações, buscando promover um aumento de liquidez de suas ações. Então ela as aluga. Uma vez

alugadas, as ações já não podem ser negociadas pelos gestores da carteira da empresa; a contraparte que as alugou é quem detém este direito. Apesar de ter alugado as ações, a empresa as considera como um ativo exigível após um determinado período de tempo, estando ainda, exposta às oscilações do preço da ação.

A empresa pode vir a buscar efetuar um *hedge* contra esse ativo inegociável, que são as ações alugadas, e, para isso, ela pode recorrer ao mercado de opções.

O modelo pode ser utilizado nessa situação, e cabe aqui até uma sugestão de aprimoramento do mesmo. Para o caso de aluguéis mais longos, pode-se estudar o momento ótimo para a mudança de posicionamento, ou seja, quando deve-se liquidar as posições montadas com opções de um exercício e assumir posições com opções do exercício seguinte. (LOPES, 1999)

6.2.3. Carteiras Distintas

Muitas vezes, algumas instituições negociam um mesmo ativo em diferentes mercados, como, por exemplo, negociar ações de Telemar PN no mercado brasileiro e ADRs no mercado americano. Para que esta estrutura seja viabilizada é necessário que hajam dois veículos: um autorizado a negociar Telemar PN no mercado brasileiro, e outro autorizado a negociar ADRs no mercado americano. Apesar de possuírem carteiras distintas, elas se referem a um mesmo ativo e pertencem a uma mesma instituição e, conjuntamente, representam um único risco para a empresa como um todo.

Por razões diversas como diferenças de preços de exercícios ou liquidez entre os dois mercados, as carteiras podem ser *hedgeadas* a partir do modelo, utilizando instrumentos nos dois mercados.

6.2.4. Opções Ilíquidas

Às vezes, um investidor pode se ver, repentinamente, posicionado em opções sem liquidez que, caso ele desejasse liquidar sua posição, teria um custo associado ao risco de liquidez muito alto.

As opções mais negociadas são as opções *at-the-money*, ou seja, as opções cujo preço de exercício é próximo ao preço do ativo no momento da negociação. A situação descrita acima pode vir a acontecer caso o preço do ativo sofra uma variação brusca. Muitas vezes isso acontece quando a empresa apresenta resultados abaixo das expectativas ou quando acontecem fatos relevantes como fusões e aquisições.

Assim, o investidor fica posicionado nas opções ilíquidas e necessita efetuar o *hedge* com as opções mais líquidas. Nessa situação, o modelo pode ser utilizado considerando o horizonte de tempo igual ao tempo restante até o exercício das opções.

Enfim, descrevemos aqui algumas situações em que o modelo de *hedge* multiperíodo pode ser utilizado em diferentes tipos de instituições (financeiras ou não). Evidentemente, resta ainda o uso no dia a dia de participantes efetivos do mercado financeiro como bancos e gestores de ativos, que não será descrito em maiores detalhes.

6.3. Gestão de Risco em Empresas

Vamos ilustrar aqui, alguns exemplos de grandes empresas que, ao gerenciarem inadequadamente seus riscos, apresentaram grandes volumes de perdas no mercado.

6.3.1. Metallgesellschaft

O conglomerado alemão que atua nas setores de exploração e distribuição de petróleo, mineração e industrial quase foi a falência

decorrente de uma estratégia de *hedge* mal sucedida feita pela sua subsidiária americana MG Refining & Marketing.

A subsidiária ofereceu aos seus clientes, contratos a termo de petróleo de longa duração no montante de aproximadamente 180 milhões de barris de petróleo, produção equivalente 85 vezes a produção diária do Kuwait, muito maior que sua produção.

Porém, incapaz de se *hedgear* totalmente, pois tal mercado não possuía liquidez, a empresa optou por efetuar a "rolagem" do *hedge*, que consistia em comprar contratos futuros de petróleo de curta duração, esperar até a liquidação, e recomprar outros contratos.

Em 1993, o preço do petróleo caiu 20% e houve chamada de margem sobre os contratos futuros em aberto. Incapaz de saldar com suas obrigações, as posições tiveram que ser liquidadas gerando um prejuízo de 1.3 bilhões de dólares.

6.3.2. Showa Shell Sekiyu

O departamento de finanças desta refinaria e distribuidora de petróleo japonesa apostou cerca de 6.5 bilhões de dólares na alta do dólar, utilizando contratos futuros de taxa de câmbio.

Quando o movimento da taxa de câmbio foi contrária à esperada pelos executivos da empresa, as posições assumidas nos contratos futuros foram liquidadas e uma perda de aproximadamente 1.1 bilhões de dólares foi contabilizada.

Esses exemplos mostram que se houvesse a preocupação com o *hedge* das posições, muitas perdas seriam evitadas. O nosso modelo poderia ter sido mais uma ferramenta a ser utilizada, buscando uma maior eficiência na proteção.

7 Conclusão

Neste Trabalho de Formatura procuramos elaborar e fornecer instrumentos que se propusessem a aprimorar o controle e a gestão de riscos. Devemos enfatizar que, apesar desse trabalho ter sido aplicado para a análise do risco de mercado de carteiras de opções, os conceitos e modelos podem ser aplicados em diversas empresas de diferentes setores, como discutido no capítulo anterior.

O tema desse trabalho surgiu em virtude da necessidade de se controlar riscos de instrumentos complexos como os derivativos, que são muitas vezes utilizados de maneira errônea acarretando prejuízos excessivamente altos.

Buscando, através de pesquisa na literatura especializada, modelos de risco existentes, tentamos propor um modelo genérico e multiperíodo que viabilizasse uma estratégia única de posicionamento. Ao utilizar o modelo proposto por DUARTE (1997), obtivemos o *hedge* de mínima variância para qualquer que fosse o período. Este modelo por si só poderia ser discutido mais a fundo, sendo possível realizar o trabalho somente sobre ele. No entanto decidimos ir além e elaborar o modelo multiperíodo, expandindo sua aplicação.

Partimos então para a elaboração do nosso modelo. Como visto anteriormente, as configurações geradas pelo modelo poderiam ser completamente distintas o que seria indesejável sob o ponto de vista econômico. Com o objetivo de evitar movimentações excessivas nas posições em cada período, propusemos as penalidades decorrentes das movimentações nos períodos de rebalanceamento. Assim, obtivemos nosso modelo multiperíodo

Nas etapas de análise dos resultados, procuramos fazer a análise de sensibilidade do modelo em diversas situações, tentando avaliar as estratégias propostas. O teste de *stress* proposto buscou não só avaliar a performance do modelo em situações críticas, como sugerir uma alternativa de modelagem nessas situações.

No entanto, algumas modificações podem ser feitas com o intuito de aprimorar o nosso modelo. Alguns fatores não foram estudados a fundo por ser uma tarefa complexa demais para o escopo do trabalho. Porém, foi demonstrado que o comportamento de tais variáveis influencia muito os resultados propostos pelo modelo.

Assim, podemos estabelecer algumas linhas de melhorias:

➤ Previsão do preço do ativo

Este é um estudo que deveria ser feito com a maior preocupação possível. Pudemos perceber que tal variável exerce uma grande influencia nos resultados e portanto merece ser estudada mais a fundo. Poderíamos até propor modelos de otimização estocásticos para aprimorar o modelo multiperíodo.

➤ Liquidez

Associar a liquidez a uma medida de risco certamente é uma tarefa das mais complexas. No modelo proposto, utilizamos aproximações não validadas estatisticamente, porém a relação da liquidez com o risco é de fundamental importância nos cenários de *stress* e pode tornar-se de suma importância ao utilizarmos o modelo.

➤ Volatilidade

O comportamento da volatilidade continua sendo merecedor de estudos de diversos profissionais do mercado financeiro devido à complexidade da base teórica a ela relacionada. O próprio conceito de volatilidade ainda é assunto de discussões entre especialistas do mercado. Assim, tentar definir padrões de comportamento que auxiliem na utilização do modelo será de grande utilidade.

Enfim, o objetivo do trabalho foi atingido. Propusemos nosso modelo multiperíodo e comprovamos sua eficiência. Além disso, sugerimos outras aplicações do modelo na gestão de risco de empresas, demonstrando também a flexibilidade de utilização do modelo.

8

Bibliografia

1. **COSTA NETO, P. L. O.**, *Estatística*, Editora Edgard Blücher, São Paulo, 1997.
2. **DUARTE, A. M. D.**, *Hedge Ótimo de Carteiras de Opções no Brasil*. In: Pesquisa Operacional. São Paulo, 1997. p. 151-163.
3. **FLETCHER, R.**, *Practical Methods of Optimization*, 2.ed., John Wiley & Sons, Londres, 1997.
4. **FORTUNA, E.**, *Mercado Financeiro – Produtos e Serviços*, 10.ed., Rio de Janeiro, Qualitymark Editora, 1997.
5. **HULL, J.**, *Options, Futures, and other Derivatives*, 3.ed., Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1997.
6. **INOUE, O.**, *Modelos para Estimativa do Risco de Mercado em Carteiras de Derivativos*, São Paulo, 1998. (Trabalho de Formatura) – Departamento de Engenharia de Produção, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
7. **JORION, P.**, *Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Derivatives Risk*, McGraw Hill, 1997.
8. **KLAASSEN, P.**, *Financial Asset-Pricing Theory and Stochastic Programming Models for Asset/Liability Management: A Synthesis*. In: Management Science, vol. 44, 1998. p31-48.
9. **LAWRENCE, C.**, *Liquidity, Dynamic Hedging and Value-at-Risk*. In: Risk Management for Financial Institutions, 1998. p63-72.

10. **LOPES, F. P.**, *Gerenciamento de Exposição Cambial: Um Modelo de Otimização Determinística*, São Paulo, 1999. (Trabalho de Formatura) – Departamento de Engenharia de Produção, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
11. **MALZ, A. M.**, *Vega Risk and the Smile*, The Riskmetrics Group, 2000.
12. **MURANGA, J., OHSAWA, M.**, *Measurement of Liquidity Risk in the Context of Market Risk Calculation*, Bank of Japan, 1998.
13. **NATENBERG, B.**, *Option, Volatility and Pricing Strategies*, Chicago, Irwin, 1994.
14. **SACHS & CO**, Goldman, *The Practice of Risk Management*, Clifford Press, Londres, 1998.
15. **SECURATO, J. R.**, *Decisões Financeiras em Condições de Risco*, São Paulo, Editora Atlas, 1993.
16. **SILVA NETO, L. A.**, *Opções – Do Tradicional ao Exótico*, 1.ed., São Paulo, BM&F, 1996.
17. **TALEB, N.**, *Dynamic Hedging*, John Wiley & Sons, Nova Iorque, 1997
18. **WINSTON, W. L.**, *Operations Research – Applications and Algorithms*, 3.ed., Brooks/Cole Pub. Co., 1997.