

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE LORENA

MATEUS FERREIRA ANDRADE

**Determinação de parâmetros ótimos de controlador PID para um processo
de refrigeração de um reator e análise da dinâmica de resposta**

Lorena
2020

MATEUS FERREIRA ANDRADE

Determinação de parâmetros ótimos de controlador PID para um processo de refrigeração de um reator e análise da dinâmica de resposta

Monografia de conclusão de curso apresentada à Escola de Engenharia de Lorena da Universidade de São Paulo para obtenção do título de bacharel em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Carlos de Queiroz

Lorena
2020

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Automatizado
da Escola de Engenharia de Lorena,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Andrade, Mateus Ferreira

Determinação de parâmetros ótimos de controlador PID
para um processo de refrigeração de um reator e
análise da dinâmica de resposta / Mateus Ferreira
Andrade; orientador Luiz Carlos de Queiroz. -
Lorena, 2020.
58 p.

Monografia apresentada como requisito parcial
para a conclusão de Graduação do Curso de Engenharia
Química - Escola de Engenharia de Lorena da
Universidade de São Paulo. 2020

1. Sintonia de controladores. 2. Pid. 3.
Algoritmo genético. 4. Scilab. I. Título. II.
Queiroz, Luiz Carlos de, orient.

AGRADECIMENTOS

À minha família, por todo o apoio e incentivo ao longo da graduação, em especial aos meus pais, que estiveram sempre ao meu lado.

Ao Prof. Dr. Luiz Carlos, pela orientação e inspiração para a escrita deste trabalho.

Aos meus amigos e colegas, por tantos momentos especiais e memoráveis que tivemos ao longo dos anos.

RESUMO

ANDRADE, Mateus Ferreira. **Determinação de parâmetros ótimos de controlador PID para um processo de refrigeração de um reator e análise da dinâmica de resposta.** 2020. 58 p. Monografia de conclusão de curso em Engenharia Química – Escola de Engenharia de Lorena, Universidade de São Paulo, Lorena, 2020.

O uso de controladores com o objetivo de manter a variável de saída de um sistema em um valor, ou faixa de valores, fixo é de suma importância para os mais variados setores da indústria, desde a farmacêutica, aeroespacial, química, bioquímica, entre outras. Existem diversos métodos para a escolha adequada dos parâmetros de um controlador tais como Ziegler-Nichols e IAE mínimo, e neste trabalho realizou-se um estudo de caso para um sistema de refrigeração de um reator CSTR. Foi utilizada uma metodologia para sintonia fina de controladores proposta por Ogata, que se baseia no uso do método de Ziegler-Nichols como ponto de partida, e um algoritmo de otimização genético multiobjetivo embutido no software SCILAB. Plotou-se os gráficos do lugar das raízes e foi definido como a localização do zero do controlador afeta a estabilidade do sistema. Em seguida foram calculados os parâmetros ótimos pelo método de Ogata e pelo algoritmo genético. A partir dos gráficos de resposta do sistema para cada método de sintonia obteve-se os valores de sobrelevação (*overshoot*), e tempo de acomodação. Obteve-se que a sintonia por Ogata e por GA apresentaram overshoot e tempo de acomodação consideravelmente menores do que pelo método de Ziegler-Nichols e levemente menores do que o método de IAE mínimo.

Palavras-chave: Sintonia de controladores. PID. Algoritmo genético. Scilab.

ABSTRACT

ANDRADE, Mateus Ferreira. **Determination of optimal PID controller parameters for a reactor cooling process and analysis of response dynamics**. 2020. 58 p. Monografia de conclusão de curso em Engenharia Química – Escola de Engenharia de Lorena, Universidade de São Paulo, Lorena, 2020.

The use of controllers in order to keep the output variable of a system at a fixed value, or range of values, is of paramount importance for the most varied sectors of the industry, from pharmaceutical, aerospace, chemistry, biochemistry, among others. There are several methods for the adequate choice of the parameters of a controller such as Ziegler-Nichols and minimum IAE, and in this monograph a case study was carried out for a cooling system of a CSTR reactor. A methodology for fine tuning of controllers proposed by Ogata was used, which is based on the use of the Ziegler-Nichols method as a starting point, and a multiobjective genetic optimization algorithm embedded in the SCILAB software. The root locus graphs were plotted and it was defined how the location of the controller zero affects the stability of the system. Then, the optimal parameters were calculated by the method of Ogata and by the genetic algorithm. From the system response graphs for each tuning method, the values of overshoot and accommodation time were obtained. It was obtained that the tuning by Ogata and by GA presented *overshoot* and settling time considerably shorter than the Ziegler-Nichols method and slightly smaller than the minimum IAE method.

Keywords: Tuning of controllers. PID. Genetic algorithm. Scilab.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Aproximação linear de uma função não linear	20
Figura 2.2 – Diagrama de blocos para uma malha de controle simples	21
Figura 2.3 – Resposta de um sistema subamortecido	22
Figura 2.4 – Efeito da variação do ganho na saída	23
Figura 2.5 – Diagrama de blocos para um controlador proporcional	23
Figura 2.6 – Efeito do aumento do tempo integral na resposta do sistema	25
Figura 2.7 – Efeito do aumento do tempo derivativo na resposta de um sistema	26
Figura 2.8 – (a) Respostas estáveis e (b) Respostas instáveis	27
Figura 2.9 – Relação entre localização das raízes da equação característica e a estabilidade do sistema	28
Figura 2.10 – Lugar das raízes para função de transferência com equação característica: $(s+1)(s+2)(s+3)+K=0$	29
Figura 2.11 – Tabela de Routh para um polinômio de quinto grau.....	31
Figura 3.1 – Esquema de instrumentação do funcionamento do sistema de refrigeração do reator.....	35
Figura 3.2 - Diagrama de blocos do sistema de controle em malha simples.....	36
Figura 3.3 – Código para plotar lugar das raízes com $G_c=1$	38
Figura 4.1 – Valores de K_{cr} e P_{cr}	40
Figura 4.2 – Lugar das raízes sem ação de controle.....	41
Figura 4.3 – Lugar das raízes para $a=0,45$	42
Figura 4.4 – Lugar das raízes para $a=0,2$	43
Figura 4.5 – Lugar das raízes para $a=1,2$	44
Figura 4.6 – Valores ótimos de K e a pelo método proposto por Ogata.....	45
Figura 4.7 – Parâmetros obtidos pelo algoritmo NSGA.....	46
Figura 4.8 – Respostas do sistema por Ziegler-Nichols e pelo método proposto por Ogata.....	47
Figura 4.9 - Respostas do sistema por GA e pelo método IAE mínimo.....	48

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Parâmetros para sintonia por Ziegler-Nichols.....	32
Tabela 4.1 – Parâmetros encontrados.....	46
Tabela 4.2 –Tempo de acomodação e <i>overshoot</i> obtidos para cada método.....	48

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 – Transformadas de Laplace elementares	16
Quadro 2.2 – Efeito de cada tipo de controle na resposta de um sistema	26
Quadro 2.3 – Diferentes métodos de sintonia e seus parâmetros	33

LISTA DE SIGLAS

CC	Cohen-Coon
CHR	Chien, Hrones e Reswick
CSTR	Reator contínuo perfeitamente agitado
GA	Algoritmo genético
IAE	Integral do erro absoluto
IMC	Modelo de controle interno
ITAE	Integral do erro absoluto ponderado no tempo
MATLAB	Matrix laboratory
NSGA	Algoritmo genético de ordenação não-dominada
P	Proporcional
PI	Proporcional-integral
PID	Proporcional-integral-derivativo
SCILAB	Scientific laboratory
TC	Controlador de temperatura
TT	Transmissor de temperatura
ZN	Ziegler-Nichols

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Objetivo geral	12
1.2	Objetivos específicos	12
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
2.1	Controle de processos químicos	14
2.2	Transformada de Laplace	15
2.2.1	Inversão por frações parciais	16
2.3	Variável desvio	17
2.4	Resposta transiente	18
2.5	Sistemas não lineares	19
2.5.1	Linearização	19
2.6	Diagramas de blocos e malhas de controle	20
2.7	Tipos de controle	21
2.7.1	Controle proporcional	22
2.7.2	Controle integral	24
2.7.3	Controle derivativo	25
2.8	Estabilidade	26
2.8.1	Método do lugar das raízes	28
2.8.2	Crítério de Routh-Hurwitz	30
2.9	Sintonias de controladores	32
2.9.1	Método de Ziegler-Nichols	32
2.9.2	Outros métodos	33
2.10	Software	33
2.10.1	Algoritmos genéticos	34
3	METODOLOGIA	35
3.1	Problema	35
3.2	Proposta de solução	36
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	40
5	CONCLUSÃO	50
	REFERÊNCIAS	51
	ANEXO A	53
	ANEXO B	54

ANEXO C	56
ANEXO D	57
ANEXO E	58

1 INTRODUÇÃO

Sistemas de controle são de grande importância no cenário industrial atualmente, encontram-se em diversos setores, desde os foguetes espaciais até mesmo na indústria química: no resfriamento de reatores, em processos de secagem e em diversas outras operações unitárias.

Nise (2012) apresenta um exemplo de modelos que foram desenvolvidos revelando que há um controle automático do desempenho acadêmico de alunos: neste modelo a entrada é o tempo que o estudante possui para estudar e a saída a sua nota. De acordo com este modelo, é possível prever o tempo necessário para que a nota suba dado um aumento no tempo de estudo.

Através de um controle adequado de processos é possível garantir que o produto atenda as especificações exigidas pelo cliente, assim como diminuir as perdas, o que além de aumentar o lucro da empresa também reduz perdas e a geração de dejetos, que por sua vez possui grande importância na época contemporânea, em que a preocupação com o meio ambiente se encontra tão alta.

Os controladores são o coração da maioria dos sistemas de controle, de acordo com Astrom e Hagglund (1995), 95% de todos as malhas de controle utilizam controladores PID, sendo a maioria deles PI. Mas para que estes equipamentos realizem a ação de controle de forma adequada é necessário que seja feita a sua sintonia, ou seja, a escolha dos parâmetros do controlador. Esta deve ser feita de forma que a resposta a alguma perturbação seja a mais rápida possível e com o menor erro.

Existem diversos métodos de sintonia de controladores tais como: métodos empíricos tais como Ziegler-Nichols, métodos analíticos como aqueles baseados em técnicas que utilizam o lugar das raízes, e métodos de otimização tal como o critério do erro mínimo integral. O método de Ziegler-Nichols é um dos mais reconhecidos, porém ele apresenta alguns problemas: ele não utiliza informações suficientes do processo e não possui uma alta robustez em processos com malha fechada, ou seja, o controlador não consegue agir de forma ideal quando ocorrem pequenas mudanças nos parâmetros do processo (FERMINO, 2014).

De posse de tantas formas distintas de sintonia, faz-se necessário um comparativo entre elas de forma a se determinar quais técnicas oferecem os melhores resultados. O método de Ziegler-Nichols será utilizado para sintonia do controlador de um sistema de refrigeração de um reator encamisado. Pretende-se também testar outras técnicas para encontrar os parâmetros ideais, como por exemplo: utilizar um método de otimização por algoritmos genéticos (GA) para melhoria da performance do sistema e comparar os resultados obtidos com o método de Ziegler-Nichols.

Para a simulação dos processos é de grande valia a utilização de softwares como o MATLAB e SCILAB. O SCILAB se mostra uma ótima ferramenta computacional para a utilização por estudantes, uma vez que se trata de um software livre. Nesta monografia buscou-se utilizá-lo em conjunto com os métodos de sintonia para a simulação de processos e análise dos resultados.

1.1 Objetivo geral

O objetivo geral desta monografia foi desenvolver um estudo comparativo entre os métodos que podem ser usados para sintonia de controladores: Ziegler-Nichols, um método de deslocamento do zero do controlador proposto por Ogata e um algoritmo genético de otimização aplicados a um sistema de refrigeração de um reator CSTR encamisado.

1.2 Objetivos específicos

Para atingir este objetivo, foi necessário atingir os seguintes objetivos específicos:

- Estudar o problema de refrigeração de um reator encamisado proposto por Julio;
- Elaborar a malha de controle do sistema e desenvolver o algoritmo para escolha dos parâmetros do controlador através do método proposto por Ogata;

- Utilizar o SCILAB para os cálculos de otimização pelo algoritmo genético e elaboração do gráfico da resposta ao degrau do sistema e comparação com os outros métodos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Controle de processos químicos

O controle automático de processos tem grande importância e diversas aplicações na engenharia como um todo. É empregado em sistemas de veículos espaciais, direcionamento de mísseis, sistemas robóticos, entre outros. Como um exemplo específico pode-se citar o controle de pressão, temperatura, umidade em operações industriais (OGATA, 2007).

Ogata (2007) oferece algumas definições fundamentais para controle de processos:

- Variável controlada e manipulada: a variável controlada é aquela que deve ser medida e mantida em uma dada faixa de valores. A variável manipulada se trata daquela que deve ser alterada de modo a exercer uma mudança na variável controlada;
- Distúrbio: trata-se de um sinal que provoca uma mudança indesejada no valor da variável de saída de um sistema;
- Controle com realimentação: é um sistema no qual, na presença de um distúrbio, ocorre uma diminuição na diferença entre a saída do processo e um valor de referência.

Uma planta química deve satisfazer a alguns requisitos, tais como segurança: o bem estar dos colaboradores é de vital importância para o bom funcionamento e crescimento da empresa; especificação do produto: a planta deve ser capaz de produzir em quantidade e qualidade satisfatórias os produtos a serem vendidos; regulações ambientais: a indústria deve obedecer a legislação vigente em sua região com relação a concentração e volume de efluentes (STEPHANOPOULOS, 1984).

Em diversos processos se faz necessário manter a variável controlada em um dado valor para evitar alterações nas especificações do produto final. Para tal é utilizado um sistema de controle automático, que ajusta a variável manipulada em seu ponto fixo, independentemente de distúrbios (SMITH; CORRIPIO, 2008).

2.2 Transformada de Laplace

A transformada de Laplace é uma operação matemática de grande ajuda na resolução de equações diferenciais. Através de seu uso é possível converter funções comuns como senoidais e exponenciais em funções algébricas de uma variável complexa 's'. Termos diferenciais e integrais podem ser convertidos em operações algébricas simples no plano complexo (OGATA, 2007).

Ogata (2007) apresenta a definição da transformada de Laplace.:
seja $f(t)$ uma função definida nos números reais não negativos. A transformada de Laplace é representada pela equação 1.

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (1)$$

Boyce e DiPrima (2010) oferecem uma relação para se calcular a transformada de Laplace de um termo diferencial no formato $f^n(t)$, apresentada na equação 2.

$$L\{f^n(t)\} = s^n L\{f(t)\} - s^{n-1}f(0) - \dots - sf^{n-2}(0) - f^{n-1}(0) \quad (2)$$

Uma vez que a transformada de Laplace de uma função é conhecida, é possível calcular a transformada inversa para obter a solução do problema. É de grande valia a utilização de uma tabela contendo as transformadas de Laplace para agilização desse processo. O quadro 2.1 apresenta a transformada de alguns termos comumente vistos.

Quadro 2.1 – Transformadas de Laplace elementares

$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
1	$\frac{1}{s}, \quad s > 0$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}, \quad s > a$
$t^n, \quad n = \text{inteiro positivo}$	$\frac{n!}{s^{n+1}}, \quad s > 0$
$t^p, \quad p > -1$	$\frac{\Gamma(p+1)}{s^{p+1}}, \quad s > 0$
$\text{sen } at$	$\frac{a}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\text{cos } at$	$\frac{s}{s^2 + a^2}, \quad s > 0$
$\text{senh } at$	$\frac{a}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$\text{cosh } at$	$\frac{s}{s^2 - a^2}, \quad s > a $
$e^{at} \text{sen } bt$	$\frac{b}{(s-a)^2 + b^2}, \quad s > a$

Fonte: Boyce e DiPrima (2010).

2.2.1 Inversão por frações parciais

Muitas vezes o termo desejado não se encontra em nenhum dos formatos apresentados e faz-se necessária a utilização de transformações algébricas para que se possa calcular a transformada inversa. A expansão de uma fração em frações parciais é um método muito utilizado com esse propósito.

Sauter, Azevedo e Strauch (2020) descrevem o funcionamento do método: para um caso em que a fração a ser decomposta esteja no formato $P(x)/Q(x)$, em que $P(x)$ e $Q(x)$ são polinômios e o grau de P é menor que o grau de Q . É possível fatorar o polinômio $Q(x)$ em polinômios de grau um e dois, conforme a equação 3.

$$Q(x) = (a_1x + b_1)^{l_1} \dots (a_nx + b_n)^{l_n} (c_1x^2 + d_1x + e_1)^{p_1} \dots (c_mx^2 + d_mx + e_m)^{p_m} \quad (3)$$

A partir desta relação pode-se calcular constantes A, B, e C, conforme a equação 4.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} = \sum_{k=0}^{l_1-1} \frac{A_{1,k}}{(a_1x+b_1)^{l_1-k}} + \dots + \sum_{k=0}^{l_n-1} \frac{A_{n,k}}{(a_nx+b_n)^{l_n-k}} + \sum_{k=0}^{p_1-1} \frac{B_{1,k}x+C_{1,k}}{(c_1x^2+d_1x+e_1)^{p_1-k}} + \dots + \sum_{k=0}^{p_m-1} \frac{B_{m,k}x+C_{m,k}}{(c_mx^2+d_mx+e_m)^{p_m-k}} \quad (4)$$

Uma vez calculados os valores das constantes, basta calcular a transformada inversa de cada uma das frações parciais para obtenção da função resposta.

2.3 Variável desvio

A variável de saída de um processo pode sofrer alterações devido a distúrbios na entrada assim como alterações de sua condição inicial. Para se realizar a modelagem utiliza-se o conceito de variável desvio, conforme equação 5. Presume-se que a variável estava em estado estacionário quando sofreu uma alteração.

$$Y(t) = y(t) - y_s \quad (5)$$

Na equação 5: $Y(t)$: valor de y em variável desvio.

$y(t)$: valor de y.

y_s : valor de y no estado estacionário.

Desta forma tem-se que a condição inicial é zero independente do problema a ser atacado, conforme equação 6.

$$Y(0) = y(0) - y_s = y_s - y_s = 0 \quad (6)$$

2.4 Resposta transiente

No estudo do controle de processos, é comum se estudar a resposta de um sistema a algum tipo de perturbação, seja no seu ponto de referência ou na sua carga. Essas perturbações são muitas vezes funções forçantes, tais como as funções degrau, impulso, rampa, etc (COUGHANOWR; LEBLANC, 2009).

A função degrau unitária é definida como sendo 1 para valores de tempo maiores que zero e zero para valores menores. Sua transformada de Laplace é dada pela equação 7.

$$L\{u(t)\} = \frac{1}{s} \quad (7)$$

A função impulso unitária, também conhecida como delta de Dirac, pode ser denotada de acordo com as equações 8 e 9.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad \delta(t) = 0 \quad (8)$$

$$\delta(t) = 0 \quad (9)$$

Para todo $t > 0$. Coughanowr e Leblanc (2009) citam que tal equação é mais usada como auxílio matemático do que como função de entrada de um sistema. Sua transformada de Laplace é dada na equação 10.

$$L\{\delta(t)\} = 1 \quad (10)$$

A função rampa por sua vez é uma relação que cresce linearmente conforme descrito nas equações 11 e 12.

$$X = 0 \quad t < 0 \quad (11)$$

$$X = bt \quad t \geq 0 \quad (12)$$

E Sua transformada de Laplace é expressa pela equação 13.

$$L\{X(t)\} = \frac{b}{s^2} \quad (13)$$

2.5 Sistemas não lineares

Segundo Ogata (2007), um sistema é não linear se o princípio da superposição não se aplica a ele. Ou seja, não é possível obter a resposta de duas entradas simultâneas simplesmente considerando cada entrada separadamente e somando os resultados. Apesar de que boa parte das relações de grandezas físicas são representadas por sistemas lineares, em muitos casos isso só é válido para intervalos limitados.

2.5.1 Linearização

Em diversos casos estuda-se comportamento de um sistema sofrendo variações próximas ao ponto de equilíbrio. Para pequenas perturbações, próximo do estado estacionário, pode-se aproximar um sistema não linear a um linear. Esse modelo linear é de grande valia na engenharia de controle (STEPHANOPOULOS, 1984).

Para efetuar a linearização utiliza-se a expansão em série de Taylor em torno do ponto de equilíbrio. Para funções de uma única variável pode-se utilizar as equações a seguir. Supondo uma função $f(x)$ não linear, conforme a equação 14.

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \quad (14)$$

Expandindo-se $f(x)$ em uma série de Taylor com relação ao ponto x_0 , conforme a equação 15.

$$\begin{aligned} f(x) = f(x_0) + \frac{\partial f(x_0)}{\partial x} \frac{x-x_0}{1!} + \frac{\partial^2 f(x_0)}{\partial x^2} \frac{(x-x_0)^2}{2!} + \dots \\ + \frac{\partial^n f(x_0)}{\partial x^n} \frac{(x-x_0)^n}{n!} + \dots \end{aligned} \quad (15)$$

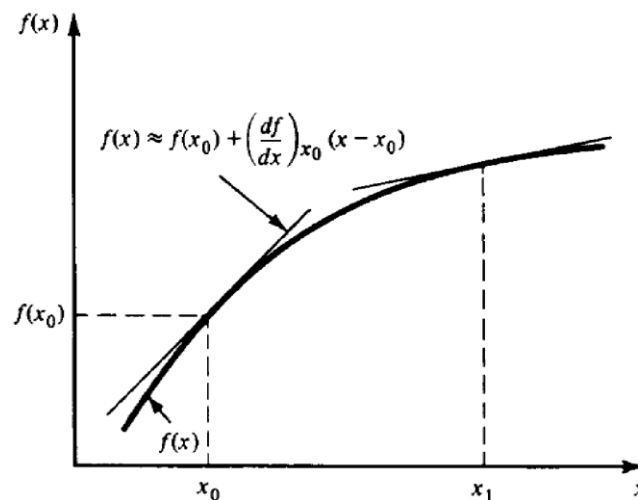
Desconsiderando-se os termos de ordem $n \geq 2$, pode-se utilizar a aproximação dada pela equação 16.

$$f(x) \approx f(x_0) + \frac{\partial f(x_0)}{\partial x} (x - x_0) \quad (16)$$

De acordo com Stephanopoulos (1984), o erro desta aproximação possui a mesma magnitude que o termo de segunda ordem da equação, portanto ela só é válida para pontos próximos de x_0 .

A figura 2.1 demonstra este aspecto, nela destacam-se os pontos x_0 e x_1 e as aproximações lineares. Cada linearização só é válida para as proximidades dos pontos de referência.

Figura 2.1 – Aproximação linear de uma função não linear



Fonte: Stephanopoulos (1984).

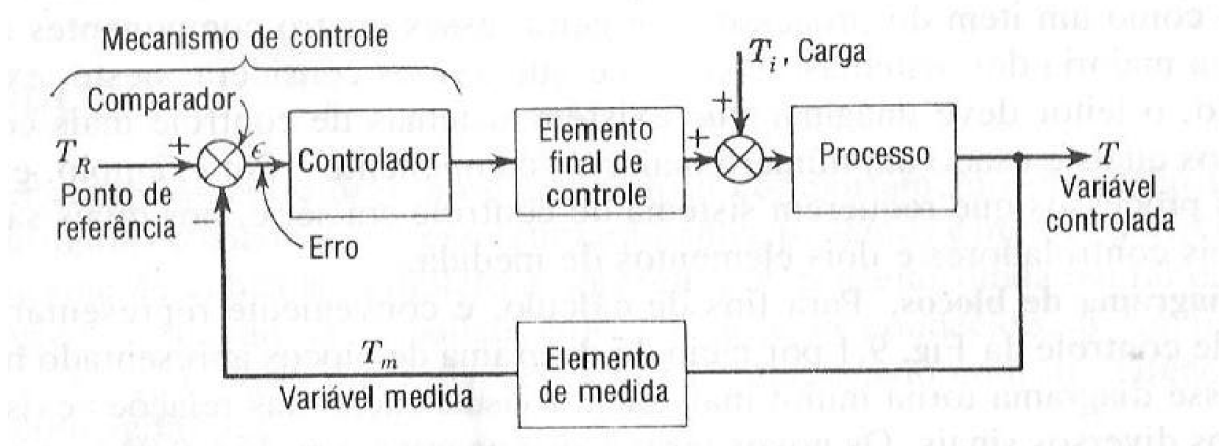
2.6 Diagramas de blocos e malhas de controle

De acordo com Coughanowr e Leblanc (2009), quando se deseja projetar uma malha de controle, é fundamental a presença dos seguintes componentes:

- Processo;
- Elemento de medida (termômetro, medidor de vazão, pressão, etc.);
- Controlador;
- Elemento final de controle (válvula de controle);

Estes são os componentes de uma malha de controle básica, porém existem sistemas de controle mais complexos, que utilizam até mesmo outros componentes. A figura 2.2 apresenta um diagrama de blocos para uma malha de controle simples.

Figura 2.2 – Diagrama de blocos para uma malha de controle simples



Fonte: Coughanowr e Leblanc (2009).

Neste sistema a variável controlada é medida e seu valor, juntamente com seu valor de referência são enviados ao controlador que tomará uma ação de controle para reduzir o erro. O sistema apresentado na figura é chamado de malha fechada ou de realimentação. Quando se busca estudar a resposta do sistema frente a uma variação no ponto de referência (*setpoint*), tem-se um problema servo e quando a variação ocorre na carga, ou seja, uma perturbação na entrada do processo tem-se um problema regulador.

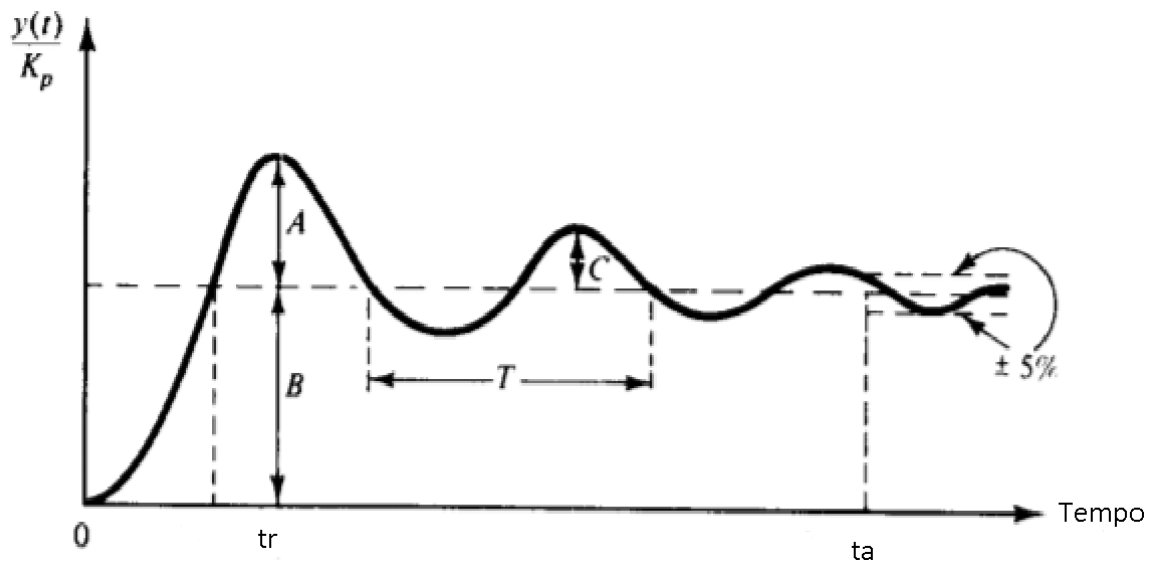
2.7 Tipos de controle

Um dos modos de controle mais simples é o modo de duas opções, nele o controlador funciona como um interruptor liga-desliga (totalmente aberto ou totalmente fechado). É um tipo de operação bastante simples e pode ser usado em malhas de controle com dinâmica de resposta lenta tais como o controle de temperatura de um ar condicionado.

Uma alternativa é o modo de operação em que a variável manipulada pode assumir diferentes valores, podendo ocupar uma faixa contínua de valores (SARAIVA, 2011).

Algumas variáveis importantes que devem ser consideradas ao se analisar um gráfico da resposta de um sistema podem ser vistos na figura 2.3:

Figura 2.3 – Resposta de um sistema subamortecido



Fonte: Adaptado de Stephanopoulos (1984).

Em que:

- A/B : sobrelevação (overshoot);
- C/A : taxa de decaimento;
- T : Período de oscilação;
- t_r : tempo de ascensão;
- t_a : tempo de acomodação;

2.7.1 Controle proporcional

Segundo Ogata (2007), o controle proporcional, o controlador recebe o erro e envia uma resposta proporcional a este, conforme expresso pela equação 17.

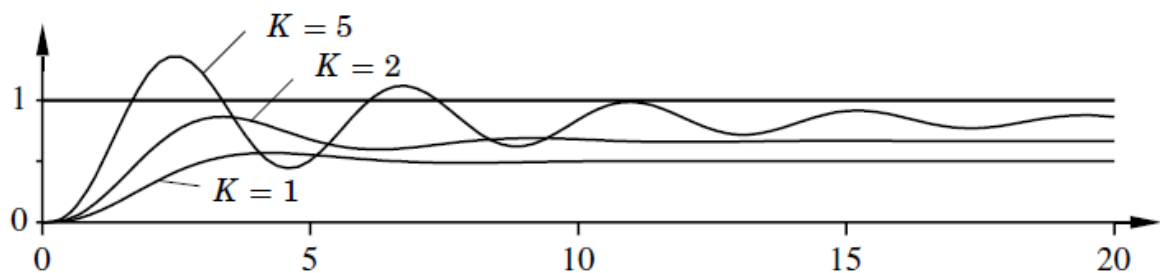
$$u(t) = K_p e(t) \quad (17)$$

Em que $u(t)$ é a saída do controlador, K_p é o ganho proporcional do controlador e $e(t)$ é a diferença entre o valor de referência e o valor medido da variável controlada. A função de transferência neste caso é mostrada na equação 18.

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \quad (18)$$

Uma desvantagem deste tipo de controle é a presença de um erro residual. A saída do sistema sempre tenderá a um valor de estado estacionário para um sistema estável, porém este valor não é o mesmo do valor de referência. Quanto maior o valor do ganho, menor o erro residual, porém a saída tende a ser mais oscilatória. Este efeito pode ser visto na figura 2.4.

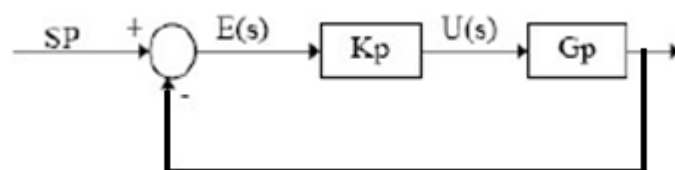
Figura 2.4 – Efeito da variação do ganho na saída



Fonte: Astrom (2002).

O diagrama de blocos para um controlador proporcional é mostrado na figura 2.5. O Controlador, com função de transferência $G_c=K_p$, recebe o valor do *setpoint* (SP), compara com a saída do sistema e calcula o erro ($E(s)$). Com base no erro, o controlador envia um sinal ($U(s)$) para o processo (G_p).

Figura 2.5 – Diagrama de blocos para um controlador proporcional



Fonte: Saraiva (2011)

2.7.2 Controle integral

Neste caso a saída do controlador é proporcional à integral do erro entre o valor de referência e o valor medido. Conforme pode ser visto na equação 19.

$$u(t) = K \int_0^t e(t) dt \quad (19)$$

E a função de transferência é apresetada na equação 20.

$$\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K}{s} \quad (20)$$

Porém raramente é utilizado isoladamente, é comum sua utilização em conjunto com a ação proporcional da equação 21.

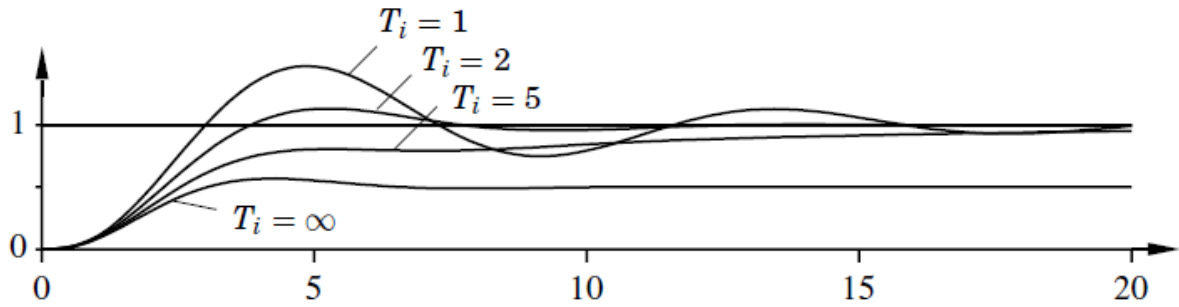
$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt \quad (21)$$

Sendo que τ_I é o tempo integral. Para este tipo de controle a função de transferência é dada pela equação 22.

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} \right) \quad (22)$$

Com a adição do termo integral ao controle proporcional pode-se perceber o desaparecimento do erro residual, porém a tendência ao comportamento oscilatório aumenta. O aumento do valor de τ_I tende a diminuir o comportamento oscilatório, porém aumenta-se o tempo necessário para que a variável controlada atinja o estado estacionário (ASTROM, 2002). Tal efeito pode ser visto na figura 2.6.

Figura 2.6 – Efeito do aumento do tempo integral na resposta do sistema



Fonte: Astrom (2002).

2.7.3 Controle derivativo

Neste caso, o sinal de saída do controlador é proporcional ao erro e à sua taxa de variação. Alterações na variável controlada só serão compensadas após um certo tempo ao se utilizar este tipo de controle pois ele apresenta um certo atraso (SARAIVA, 2011). A equação característica para o controle proporcional integral derivativo (PID) é representada pela equação 23.

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{\tau_I} \int_0^t e(t) dt + K_p \tau_d \frac{de(t)}{dt} \quad (23)$$

Em que τ_d é o tempo derivativo do controlador e sua função de transferência, conforme a equação 24.

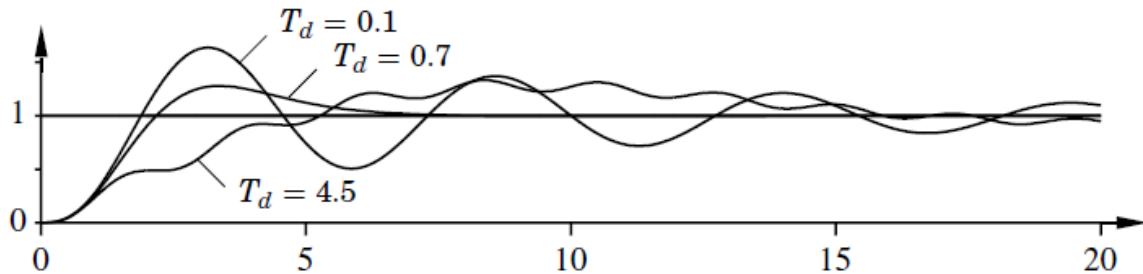
$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_I s} + \tau_d s \right) \quad (24)$$

Stephanopoulos (1984) aponta que conforme aumenta-se o valor de τ_d a resposta se torna mais amortecida, o que causa um maior tempo de ascensão, porém se obtém uma resposta mais robusta.

O termo derivativo provê uma predição do comportamento por extrapolação linear pelo tempo τ_d . Através deste mecanismo fica claro que a ação derivativa não obtém resultados satisfatórios se τ_d for muito grande. Como pode ser observado na figura 2.7, o período de oscilação sem o controle derivativo é de

aproximadamente 6 segundos. O termo derivativo deixa de ser eficaz quando τ_d é maior do que 1 segundo (um sexto do período).

Figura 2.7 – Efeito do aumento do tempo derivativo na resposta de um sistema



Fonte: Astrom (2002).

O quadro 2.2 mostra o efeito de cada tipo de controle na resposta da saída:

Quadro 2.2 – Efeito de cada tipo de controle na resposta de um sistema

Resposta	Tempo de subida	Sobrelevação	Tempo de estabilização	Erro estacionário
Proporcional	Diminuição	Aumento	Sem alteração	Diminuição
Integral	Diminuição	Aumento	Aumento	Elimina
Derivativo	Sem alteração	Diminuição	Diminuição	Sem alteração

Fonte: Saraiva (2011).

2.8 Estabilidade

Stephanopoulos (1984) define um sistema de controle estável pela máxima da entrada limitada, saída limitada:

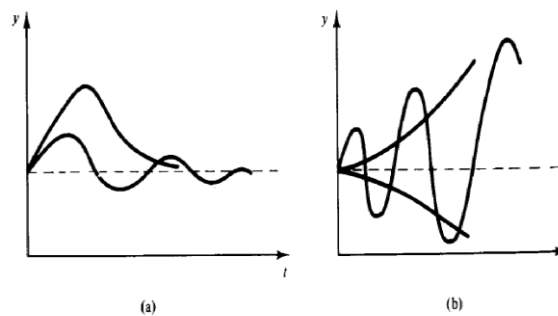
“Um sistema dinâmico é considerado estável se para cada entrada limitada é produzida uma saída limitada, independentemente do estado inicial do sistema (STEPHANOPOULOS, 1984).”

Por entrada limitada tende-se a pensar que ela não é infinita, mas na prática nenhuma variável de sistema pode alcançar este valor, então convém dizer que uma entrada ou saída não limitada se trata de um número muito alto (STEPHANOPOULOS, 1984).

Coughanowr e Leblanc (2009) apresenta um exemplo para demonstrar isto: uma válvula de controle linear apresenta uma relação linear entre a pressão exercida no diafragma e o fluxo de dado fluido, porém somente até um certo ponto, aplicar pressão acima deste ponto não acarretará em alteração na vazão. Afinal de contas a válvula só pode se encontrar entre os estados de completamente aberta e completamente fechada. Este fenômeno é conhecido como saturação.

A figura 2.8 apresenta exemplos de respostas estáveis e respostas instáveis. Com o decorrer do tempo a resposta estável se mantém em uma faixa de valores ou converge para um valor fixo enquanto a instável tende ao infinito.

Figura 2.8 – (a) Respostas estáveis e (b) Respostas instáveis



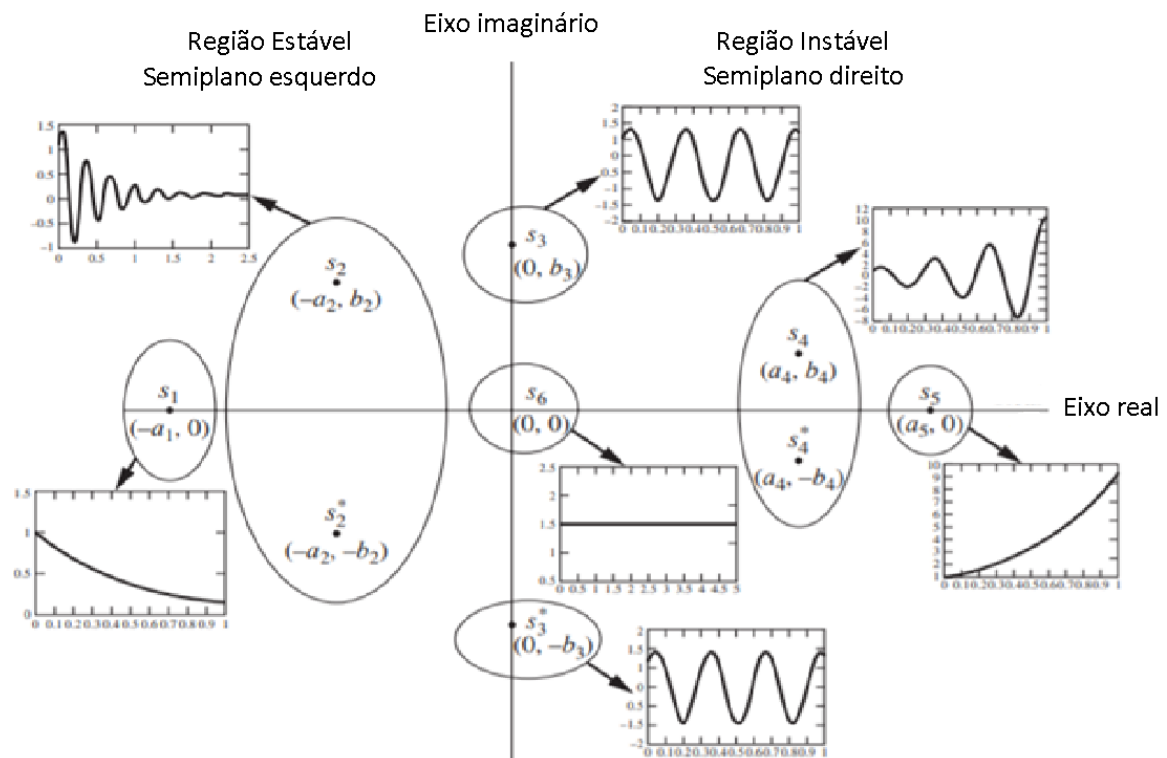
Fonte: Stephanopoulos (1984).

Considerando um sistema com função de transferência $G(s)$, se esta possuir ao menos um polo com parte real positiva, o sistema gerará uma resposta instável. (OGATA, 2007). Pois como Stephanopoulos aponta: se a função de transferência possuir um polo positivo isso acarretará na aparição de um termo $C_1 e^{p t}$ que tende a crescer indefinidamente com o passar do tempo. A figura 2.9 mostra a relação entre a localização dos polos e a estabilidade do sistema.

Carvalho (2014) realiza um estudo da estabilidade de uma malha de controle para um tanque de aquecimento. Nele observa-se a influência do valor do ganho proporcional do controlador na estabilidade do processo para uma perturbação na carga (problema regulador). Ele encontra que para valores de K_c maiores do que 3,9179 o sistema se torna instável. O valor do ganho proporcional pode acelerar o tempo de resposta e diminuir o erro residual quando se utiliza somente controle proporcional, porém seu valor deve ser comedido pois muitas

vezes um valor de K_c elevado aumenta o comportamento oscilatório da resposta e pode levar à instabilidade.

Figura 2.9 – Relação entre localização das raízes da equação característica e a estabilidade do sistema



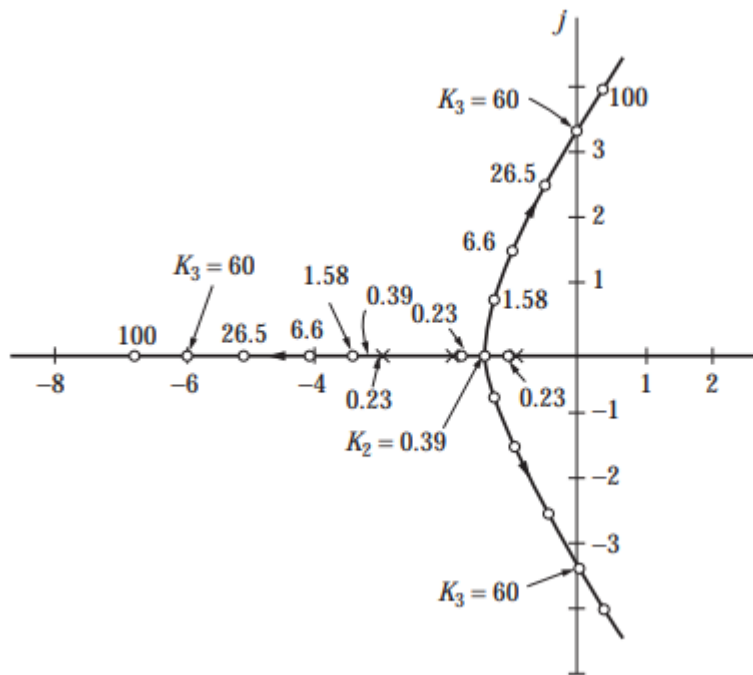
Fonte: Adaptado de Coughanowr e Leblanc (2009)

2.8.1 Método do lugar das raízes

Os pólos da malha fechada são as raízes da equação característica da função de transferência, porém como Ogata (2007) aponta, para equações de grau superior a 3 a resolução destas equações se torna trabalhosa e se faz necessária a utilização de software, como MATLAB ou SCILAB. Pensando nisto, W.R. Evans criou um gráfico que permite localizar as raízes da equação característica conforme se varia um determinado parâmetro. Este muitas vezes é o ganho do sistema, mas qualquer outra variável da função de transferência pode ser utilizada (OGATA, 2007).

A figura 2.1 apresenta um exemplo de gráfico do lugar das raízes. Conforme me aumenta o valor do ganho K as raízes da equação característica se movimentam no plano complexo s . Para este exemplo vale notar que para $K=60$ o sistema se torna criticamente estável, ou seja, possui um par de raízes conjugadas com parte real nula.

Figura 2.10 – Lugar das raízes para função de transferência com equação característica: $(s+1)(s+2)(s+3)+K=0$



Fonte: Coughanowr e Leblanc (2009).

Considerando uma malha de controle simples, a função de transferência da malha fechada é dada conforme a equação 25.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} \quad (25)$$

Igualando-se o denominador a zero obtém-se sua equação característica, conforme a equação 26.

$$1 + G(s)H(s) = 0 \quad (26)$$

As raízes desta equação, conforme se varia o ganho de zero até infinito, são plotadas em um plano complexo para obtenção do gráfico do lugar das raízes.

2.8.2 Critério de Routh-Hurwitz

O critério de Routh-Hurwitz de estabilidade permite a obtenção de informações de estabilidade de um sistema sem a necessidade de se calcular os pólos da malha fechada. Com ele é possível descobrir onde no plano s se encontram os pólos, no semiplano da esquerda ou direita, e quantos pólos existem. O único revés desta técnica é que ela não fornece os valores dos pólos (NISE, 2012).

Considerando-se uma função de transferência no formato da equação 27.

$$G(s) = \frac{M(s)}{a_5s^5 + a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (27)$$

E com isto preenchem-se as duas primeiras linhas da tabela de Routh. Cada um dos elementos seguintes é calculado pelo negativo do determinante dos elementos das duas linhas anteriores dividido pelo elemento da primeira coluna logo acima da linha que está sendo calculada. Como pode ser visto na figura 2.11.

Figura 2.11 – Tabela de Routh para um polinômio de quinto grau

s^5	a_5	a_3	a_1
s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	$-\frac{\begin{vmatrix} a_5 & a_3 \\ a_4 & a_2 \end{vmatrix}}{a_4} = b_1$	$-\frac{\begin{vmatrix} a_5 & a_1 \\ a_4 & a_0 \end{vmatrix}}{a_4} = b_2$	$-\frac{\begin{vmatrix} a_5 & 0 \\ a_4 & 0 \end{vmatrix}}{a_4} = 0$
s^2	$-\frac{\begin{vmatrix} a_4 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}{b_1} = c_1$	$-\frac{\begin{vmatrix} a_4 & a_0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = c_2$	$-\frac{\begin{vmatrix} a_4 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$
s^1	$-\frac{\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}}{c_1} = d_1$	$-\frac{\begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$	$-\frac{\begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$
s^0	$-\frac{\begin{vmatrix} c_1 & c_2 \\ d_1 & 0 \end{vmatrix}}{d_1} = e_1$	$-\frac{\begin{vmatrix} c_1 & 0 \\ d_1 & 0 \end{vmatrix}}{d_1} = 0$	$-\frac{\begin{vmatrix} c_1 & 0 \\ d_1 & 0 \end{vmatrix}}{d_1} = 0$

Fonte: Nise (2012).

A primeira coluna tem um papel crucial na interpretação da tabela. Uma destas é que se pode retirar da tabela de Routh é que o número de raízes presentes no semiplano direito é igual ao número de mudanças de sinal que ocorre na primeira coluna da tabela. Como um sistema só é estável se todos os polos se encontram no semiplano esquerdo, é seguro afirmar que para que um sistema seja estável, só pode haver elementos com o mesmo sinal na primeira coluna da tabela de Routh (NISE, 2012).

Outra conclusão que se pode retirar da tabela é de que se um par de raízes se encontra sobre o eixo imaginário, à mesma distância da origem e todas as outras raízes estão localizadas no semiplano esquerdo a penúltima linha da tabela pode ser removida e a localização do par de raízes sobre o eixo imaginário pode ser determinado resolvendo-se a equação 28 (COUGHANOWR E LEBLANC, 2009).

$$Cs^2 + D = 0 \quad (28)$$

Em que C e D são os elementos da penúltima linha da tabela de Routh.

2.9 Sintonias de controladores

Para cada sistema que se deseja controlar é necessário definir certos parâmetros conforme a necessidade do processo de forma a tender as especificações e os limites de cada caso. A sintonia de um controlador nada mais é do que escolher os parâmetros do controlador de forma a obter um processo estável, e que consiga realizar as ações de controle da forma mais adequada possível, respeitando sempre os limites do sistema (SARAIVA, 2011).

Um exemplo a ser citado é o caso de Fermino (2014) que determinou os parâmetros de um controlador para um motor de corrente contínua, analisando os efeitos de uma variação na tensão da armadura no motor e a resposta apresentada na velocidade de rotação. Apesar de haver inúmeros métodos de sintonia, os mais conhecidos se baseiam na equação 29:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) \quad (29)$$

2.9.1 Método de Ziegler-Nichols

É um dos métodos mais famosos de sintonia de controladores. Baseia-se em calcular o ganho que proporciona uma resposta criticamente estável (K_u) e no período desta (T_u). Com estes valores usa-se a tabela 2.1 para determinar os parâmetros do controlador com base no tipo de controle desejado.

Tabela 2.1 – Parâmetros para sintonia por Ziegler-Nichols

Tipo de controle	K	T_i	T_d
P	$0,5K_u$		
PI	$0,6K_u$	$0,8T_u$	
PID	$0,4K_u$	$0,5T_u$	$0,125T_u$

Fonte: Astrom (2002).

2.9.2 Outros métodos

O método Cohen-Coon (CC) foi criado em 1953 por G.H. Cohen e G.A. Coon, este método é muito similar ao de Ziegler-Nichols, porém para um tempo morto mais elevado (Julio, 2016).

O método IAE mínimo é um método que minimiza a integral do erro para obter os parâmetros do controlador. O método ITAE foi baseado no método anterior e devido aos bons resultados ele inspirou muitos estudos que vieram em seguida (Julio, 2016).

O quadro 2.3 apresenta os valores dos parâmetros para diversos métodos de sintonia.

Quadro 2.3 – Diferentes métodos de sintonia e seus parâmetros

Método	Kp	Ti	Td
ZN	$\frac{1,2}{k} * \frac{\tau}{\theta}$	$2 * \theta$	$0,5 * \theta$
CHR - 0%	$\frac{0,6}{k} * \frac{\tau}{\theta}$	τ	$0,5 * \theta$
CHR - 20%	$\frac{0,95}{k} * \frac{\tau}{\theta}$	$1,357 * \tau$	$0,474 * \theta$
CC	$\frac{1}{k} * \left(0,25 + 1,35 * \frac{\tau}{\theta}\right)$	$\theta * \left(\frac{1,35 + 0,25 * \frac{\theta}{\tau}}{0,54 + 0,33 * \frac{\theta}{\tau}}\right)$	$\frac{0,5 * \theta}{1,35 + 0,25 * \frac{\theta}{\tau}}$
ITAE - s	$\frac{0,965}{k} * \left(\frac{\tau}{\theta}\right)^{0,85}$	$\frac{\tau}{0,796 + 0,1465 * \frac{\theta}{\tau}}$	$\frac{0,308}{k} * \tau * \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0,929}$
ITAE - r	$\frac{1,357}{k} * \left(\frac{\tau}{\theta}\right)^{0,947}$	$\frac{0,965}{k} * \left(\frac{\tau}{\theta}\right)^{0,85}$	$\frac{0,381}{k} * \tau * \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0,995}$
IMC	$\frac{2 * \tau + \theta}{2,6 * k * \theta}$	$\tau + \frac{\theta}{2}$	$\frac{\tau * \theta}{2 * \tau + \theta}$

Fonte: Saraiva (2011).

2.10 Software

Muitos dos processos estudados em problemas de engenharia possuem soluções trabalhosas e muitas vezes repetitivas. É neste contexto que surgem os

softwares numéricos como o MATLAB, SCILAB, Excel e Mathematica, que permitem uma grande economia de tempo e diminuição do risco de erro.

Atualmente o acesso a computadores se tornou de grande facilidade com a redução de seu custo. E a melhoria constante do poder de processamento daqueles faz com que sejam grandes aliados do engenheiro. Apesar do maior acesso às máquinas, a aquisição de ferramentas computacionais proprietárias, como o MATLAB ainda é custosa. Frente a este impecílio, alguns softwares livres como o SCILAB se mostram de grande valia para realização de cálculos numéricos e simulações (SALCEDO; MARTÍNEZ; BLASCO; HERRERO, 2002).

2.10.1 Algoritmos genéticos

Algoritmos genéticos (GA) são técnicas de otimização que funcionam por simular o fenômeno da seleção natural. Com base em uma população de indivíduos e a partir destes só os indivíduos mais bem adaptados ao ambiente são escolhidos. A população é composta por um conjunto de pontos, ou valores, dentro das restrições do projeto. Assim como na natureza, neste tipo de algoritmo existem parâmetros que são aplicados à população para escolha do melhor indivíduo.

O primeiro deles é a seleção, busca-se os indivíduos com os melhores cromossomos para dar continuidade à espécie, isto depende da função a ser otimizada (função custo). O segundo é chamado de *crossover*, novos indivíduos são gerados pela combinação dos cromossomos de dois indivíduos cada. O terceiro passo é a mutação, mudanças aleatórias em dadas partes do cromossomo de um indivíduo gerarão novos indivíduos (SALCEDO; MARTÍNEZ; BLASCO; HERRERO, 2002).

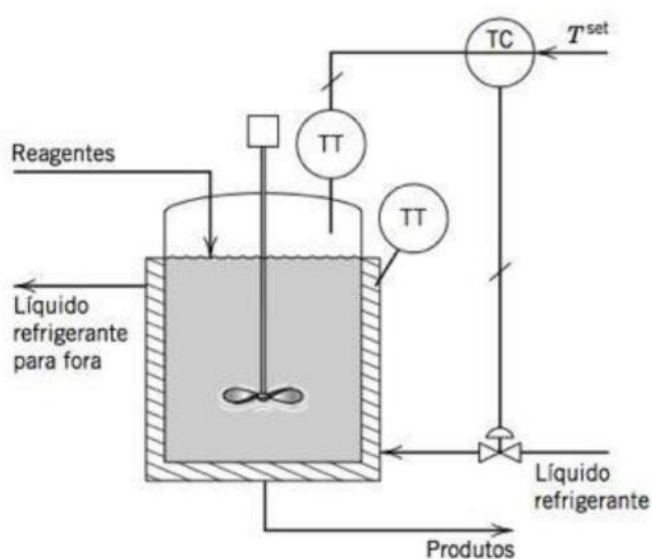
3 METODOLOGIA

3.1 Problema

Neste trabalho foi realizado um estudo de caso, que nada mais é do que um método de estudo intensivo, objetivando-se a compreensão do assunto investigado em sua totalidade (FACHIM, 2006). O caso estudado foi um problema de refrigeração de um reator CSTR encamisado, conforme proposto por Smith e Corripio (2008) e estudado por Julio (2016).

No reator ocorre uma reação exotérmica, e para a manutenção da temperatura no seu valor de projeto é utilizada uma malha de controle. Um sensor/transmissor de temperatura (TT) instalado no reator envia o valor da temperatura para o controlador (TC), que o compara com o valor de referência (*setpoint*) e envia uma ação de controle ao elemento final de controle, uma válvula neste caso. Uma representação esquemática do problema pode ser encontrada na figura 3.1. A variável de entrada neste caso é o valor do *setpoint* e a de saída a temperatura dentro do reator. São dadas as constantes das funções de transferência da válvula e do transmissor de temperatura. O objetivo do problema é obter a resposta do sistema à uma variação de 5°C no valor de referência.

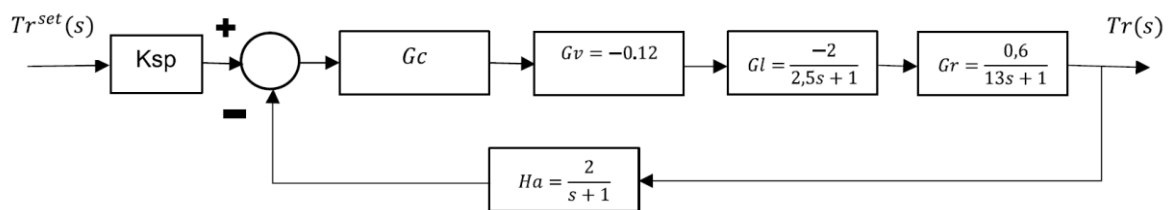
Figura 3.1 – Esquema de instrumentação do funcionamento do sistema de refrigeração do reator



Fonte: Smith e Corripio (2008).

Com base no sistema, Julio (2016) construiu um diagrama de blocos para a malha de controle em estudo. O diagrama de blocos do sistema é mostrado na figura 3.2.

Figura 3.2 – Diagrama de blocos do sistema de controle em malha simples



Fonte: Julio(2016).

3.2 Proposta de solução

Julio (2016) realizou a sintonia do controlador em malha simples e em cascata por Ziegler-Nichols e pelo método do IAE mínimo para as duas malhas. Ele obteve a função de transferência para a malha de controle apresentada:

$$\frac{T_{reator}(s)}{T_{setpoint}(s)} = \frac{0,288(s+1)G_c}{(2,5s+1)(13s+1)(s+1)+0,288G_c} \quad (30)$$

Em que:

- $T_{reator}(s)$: função de transferência da temperatura do reator em variável desvio;
- $T_{setpoint}(s)$: função de transferência do valor de referência;
- G_c : função de transferência do controlador;

Porém neste trabalho foram utilizados dois métodos diferentes para sintonia do controlador em malha simples.

O primeiro foi proposto por Ogata (2007) e baseou-se na sintonia fina tendo como recurso inicial o método de Ziegler-Nichols. O segundo é através do uso de

um tipo de GA. Uma vez realizadas as sintonias pelo primeiro método citado, foi analisado o gráfico do lugar das raízes para o sistema e as respostas ao degrau.

Para este estudo foram considerados como indicadores de eficiência o *overshoot* e o tempo de acomodação. Os resultados serão comparados com os obtidos por Julio (2016) e será determinado qual método apresenta a melhor resposta.

O primeiro passo foi calcular os valores de ganho crítico (K_{cr}) e o período crítico (P_{cr}) do sistema. Julio (2016) já calculou estes valores, porém ele resolveu algebricamente, e sua solução só se aplica ao seu problema, portanto utilizou-se o Scilab para determinar os valores críticos. O código para cálculo destes pode ser encontrado no anexo A.

A metodologia de resolução foi a seguinte para encontrar K_{cr} , partiu-se da função de transferência para um controlador proporcional e incrementou-se o valor de K_{cr} até que a equação característica da função de transferência, conforme equação 31, possuísse polos sobre o eixo imaginário, indicando que qualquer aumento no valor do ganho resultaria em raízes com partes reais positivas, o que caracteriza um sistema instável.

$$(2,5s + 1)(13s + 1)(s + 1) + 0,288Gc = 32,5s^3 + 48s^2 + 16,5s + 1 + 0,288Kc \quad (31)$$

O cálculo de P_{cr} foi realizado simplesmente substituindo-se s por ωi e Kc por K_{cr} na equação característica do sistema; em que ω é a frequência oscilatória crítica. E através da equação 32 calculou-se o período crítico.

$$P_{cr} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (32)$$

De posse destes, foi feita a sintonia por Ziegler-Nichols para o controlador PID.

A metodologia proposta por Ogata (2007) mostra que a equação de transferência de um controlador PID pode ser escrita conforme a equação 33.

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) = K \frac{(s+a)^2}{s} \quad (33)$$

Em que K e a são “novos” parâmetros de sintonia. E que para a sintonia por Ziegler-Nichols obtém-se K pela equação 34 e a pela equação 35.

$$K = 0,075 K_{cr} P_{cr} \quad (34)$$

$$a = \frac{4}{P_{cr}} \quad (35)$$

Estes serviram como valores de base para se ter uma ideia da magnitude dos parâmetros.

Feito isto, foram plotados os gráficos de lugar das raízes usando-se a função `evans` do SCILAB para determinar como a variação de K e a alteram a estabilidade do sistema. O primeiro gráfico é o lugar das raízes sem a ação de controle, com $G_c = 1$. Seu código é apresentado na figura 3.3.

Figura 3.3 – código para plotar lugar das raízes com $G_c = 1$

```

1 s=%s
2 Gv=-0.12;
3 Gl=-2/(2.5*s+1);
4 Gr=0.6/(13*s+1);
5 Ha=2/(s+1)
6 Gc=1;
7
8 Gs=Gc*Gv*Gl*Gr*Ha
9 clf
10 evans(Gs)
11 mtlb_axis([-1.2 0.4 -1 1.2])
12 xgrid

```

Fonte: próprio autor.

O segundo gráfico foi elaborado já considerando o valor de a calculado pela sintonia de Ziegler-Nichols e o terceiro e quarto gráficos mostram como a variação no valor de a influencia a estabilidade do sistema. Seus códigos podem ser encontrados no anexo B.

Feito isto, foi escrito um programa em Scilab para encontrar os parâmetros K e a que produzirão as melhores respostas. O programa consiste basicamente em variar os valores de K e de a . Para cada valor do par K, a é calculado o *overshoot* e o tempo de acomodação para tolerância de 5%. Para este problema utilizou-se de um *overshoot* máximo de 10% e mínimo de 1% para evitar que a

resposta seja superamortecida. E o tempo de acomodação menor do que 5 minutos. O código para isto pode ser encontrado no anexo C.

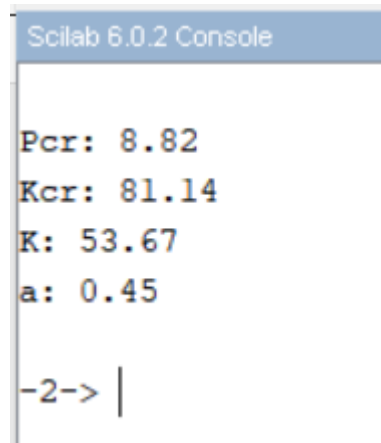
Utilizando-se um GA embutido no SCILAB, NSGA (algoritmo genético de ordenação não-dominada), determinou-se quais seriam os valores dos parâmetros que minimizam o *overshoot* e o tempo de acomodação. Seu código está presente no anexo D.

Finalmente de posse dos parâmetros de cada método plotou-se os gráficos de resposta para cada um e determinou-se o tempo de acomodação e o *overshoot* de cada. A programação para tal se encontra no anexo E.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O programa do anexo A mostra os valores de ganho e período crítico para a malha de controle em questão. Seu resultado pode ser visto na figura 4.1.

Figura 4.1 – Valores de Kcr e Pcr



```
Scilab 6.0.2 Console

Pcr: 8.82
Kcr: 81.14
K: 53.67
a: 0.45

-2-> |
```

Fonte: próprio autor.

Com base nestes valores, pode-se calcular os parâmetros do controlador por Ziegler-Nichols segundo as equações 36 a 38.

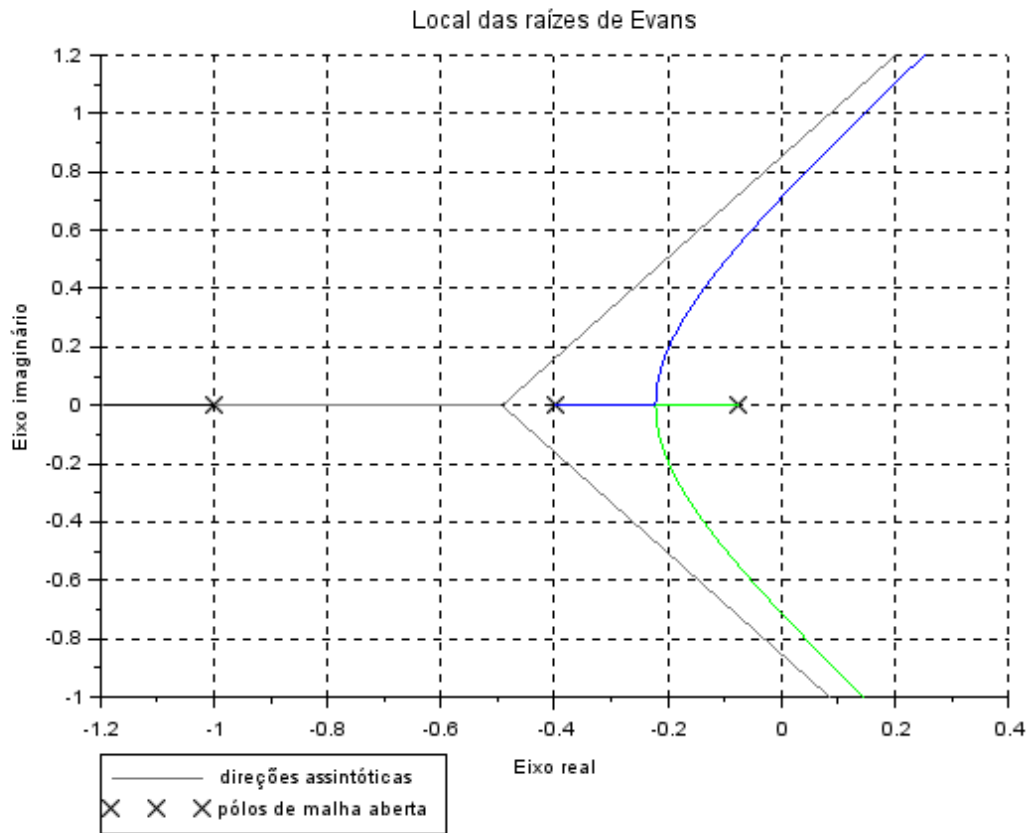
$$K_c = 0,4K_{cr} = 32,46 \quad (36)$$

$$\tau_I = 0,5P_{cr} = 4,41 \quad (37)$$

$$\tau_D = 0,125P_{cr} = 1,10 \quad (38)$$

O gráfico do lugar das raízes para $G_c = 1$ está apresentado na figura 4.2.

Figura 4.2 – Lugar das raízes sem ação de controle

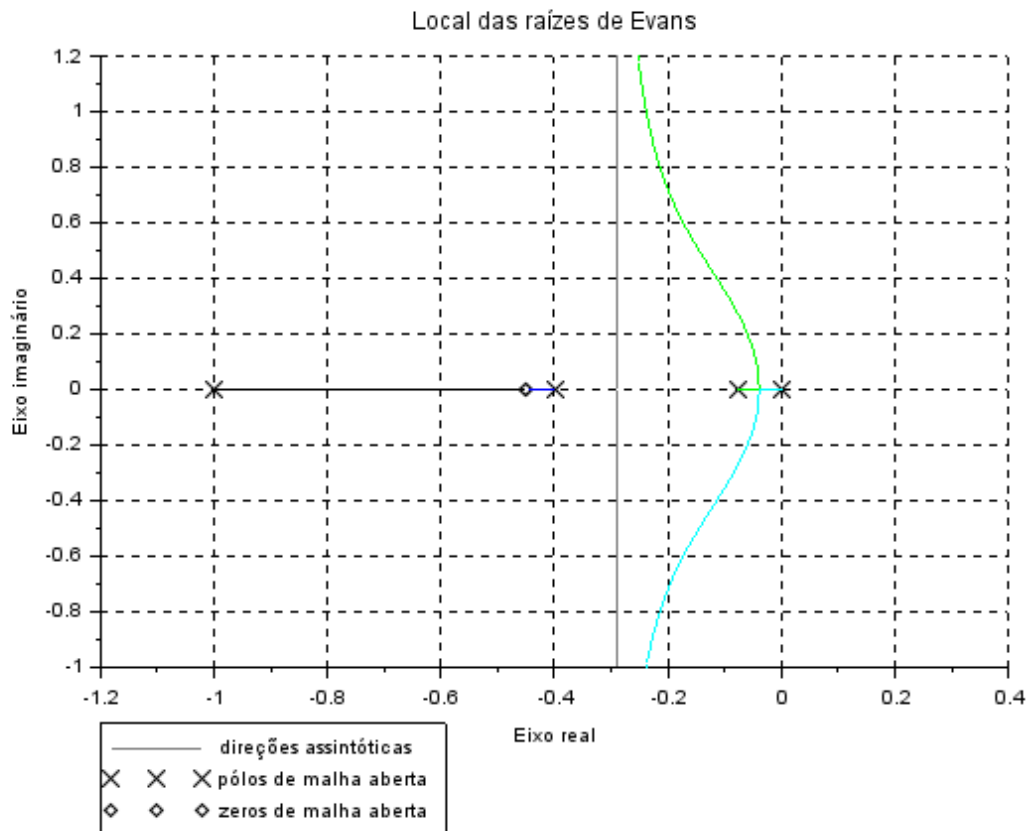


Fonte: próprio autor.

Neste gráfico é possível ver a localização dos três polos da malha de controle, em $s=-0,07$, $s=-0,4$ e $s=-1$. Conforme o valor do ganho K_c aumenta, é possível observar que existe um ponto ($K_c=K_{cr}=81,14$) em que as raízes da equação característica possuem parte real positiva, um indicativo de instabilidade.

A figura 4.3 mostra o gráfico do lugar das raízes para $G_c = \frac{K(s+a)^2}{s}$ para $a=0,45$.

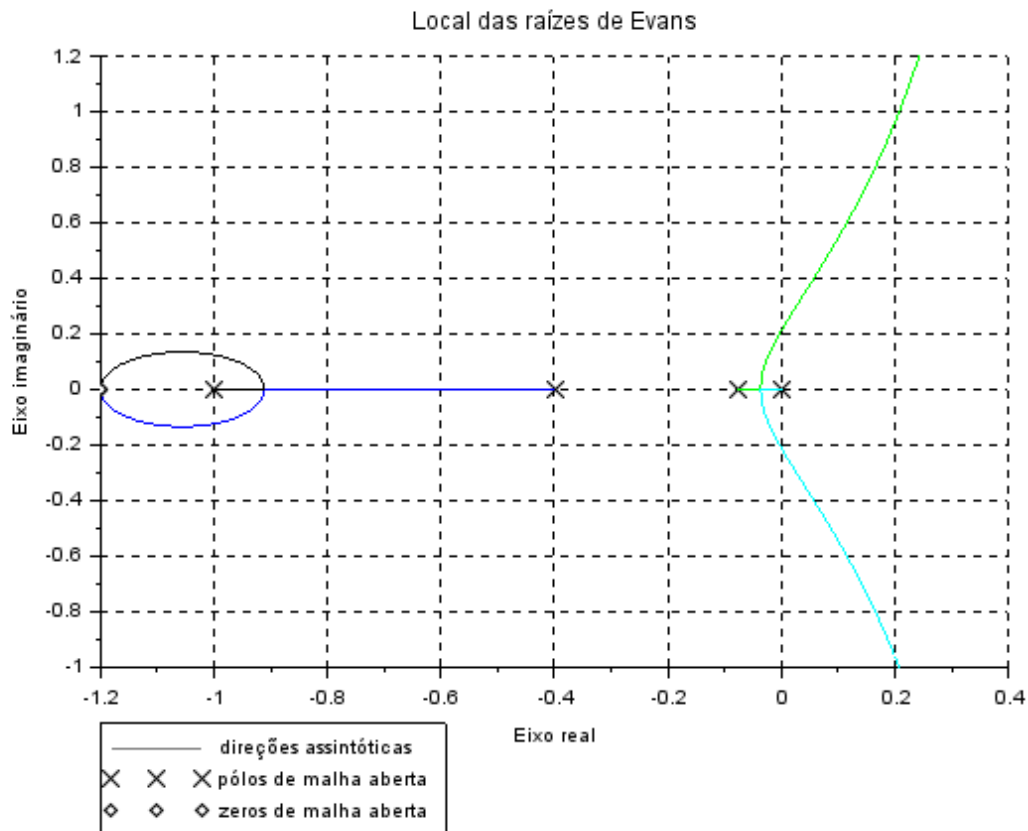
Figura 4.3 – Lugar das raízes para $a=0,45$



Fonte: próprio autor.

A partir deste gráfico, pode-se notar o deslocamento do lugar das raízes para a esquerda em relação à figura 4.2 e uma alteração no sentido da concavidade. Nesta figura pode-se observar a presença de um novo polo, agora em $s=0$ e de um zero duplo em $s=-0,45$. É interessante notar que independentemente do valor do ganho K , o sistema jamais será instável.

No caso da figura 4.4, o zero duplo se encontra entre os polos $s=-0,4$ e $s=-0,077$ e novamente há uma mudança no sentido da concavidade, porém desta vez percebe-se que o lugar das raízes tende a uma assíntota vertical e assim como no caso da figura 4.3 ele não será instável independentemente do valor de ganho escolhido.

Figura 4.5 – Lugar das raízes para $a=1,2$ 

Fonte: próprio autor.

A partir destes gráficos é possível notar uma tendência, quanto mais longe do eixo imaginário o zero duplo se encontrar, maior valor de a , mais o lugar das raízes se aproximará do semiplano direito e maior a tendência de instabilidade. Os gráficos para $a=0,45$ e $a=0,2$ apresentam resultados interessantes pois são sempre estáveis. O que significa que se pode aumentar à vontade o ganho sem se preocupar com a instabilidade da resposta.

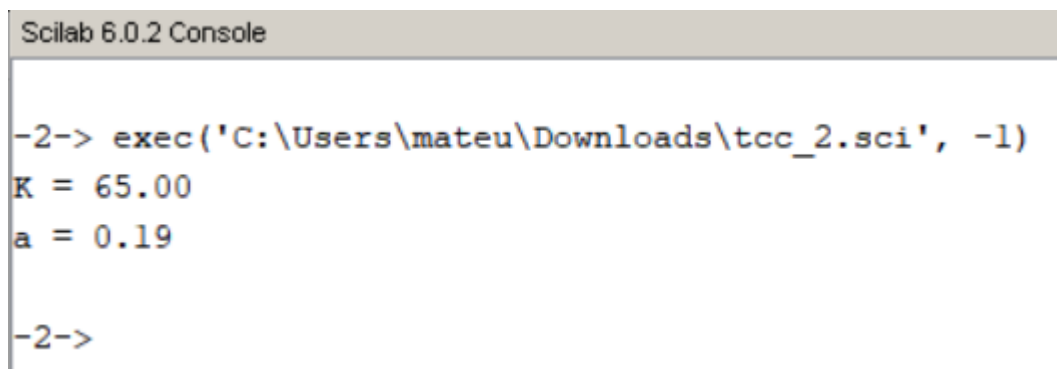
O aumento do ganho provoca um aumento na velocidade de resposta, porém tende a aumentar a instabilidade e aumenta o valor do *overshoot*. Nos dois casos a instabilidade não é um problema, porém para $a=0,45$ percebe-se que conforme aumenta-se o valor do ganho também se diminui o valor do fator de amortecimento e consequentemente há um aumento no *overshoot*.

Já para $a=0,2$ pode-se notar que há raízes próximas ao eixo imaginário, para alguns valores de K essas raízes agirão como polos dominantes e é possível utilizar valores de ganho mais elevados e com um alto fator de amortecimento,

baixo *overshoot*. Com isto é possível inferir que a malha com os melhores valores de overshoot e tempo de acomodação possuirá um valor de a tal que o zero duplo esteja entre os polos $s=-0,4$ e $s=-0,077$.

Utilizando-se o programa do anexo C obteve-se o resultado mostrado na figura 4.6.

Figura 4.6 – Valores ótimos de K e a pelo método proposto por Ogata (2007)



```
Scilab 6.0.2 Console
-2-> exec('C:\Users\mateu\Downloads\tcc_2.sci', -1)
K = 65.00
a = 0.19
-2->
```

Fonte: próprio autor.

De posse de tais valores é possível calcular o valor de K_c , τ_I e τ_D , conforme as equações 39 e 40.

$$G_c = \frac{K(s+a)^2}{s} = K \frac{(s^2+2as+a^2)}{s} \quad (39)$$

$$G_c = K(s + 2a + \frac{a^2}{s}) = 2Ka(\frac{s}{2a} + 1 + \frac{a}{2s}) \quad (40)$$

E portanto, obteve-se os parâmetros a partir das equações 41 a 43.

$$K_c = 2Ka = 24,7 \quad (41)$$

$$\tau_I = \frac{2}{a} = 10,53 \quad (42)$$

$$\tau_D = \frac{1}{2a} = 2,63 \quad (43)$$

Para o algoritmo de otimização GA, conforme a figura 4.7.

Figura 4.7 – Parâmetros obtidos pelo algoritmo NSGA

```
optim_nsga: iteration 10 / 10
min / max value found = 1.830000 / 1.830000
Kc: 28.86
Ti: 15.89
Td: 3.07
```

Fonte: próprio autor.

Os parâmetros do controlador para o método de IAE mínimo obtidos por Julio (2016) são apresentados nas equações 44 a 46.

$$Kc = 16,56 \quad (44)$$

$$\tau_I = 20,31 \quad (45)$$

$$\tau_D = \frac{1}{2a} = 1,068 \quad (46)$$

A tabela 4.1 foi elaborada com os valores dos parâmetros encontrados por cada método. Os únicos dados externos são os do IAE, obtidos por Julio.

Tabela 4.1 – Parâmetros encontrados

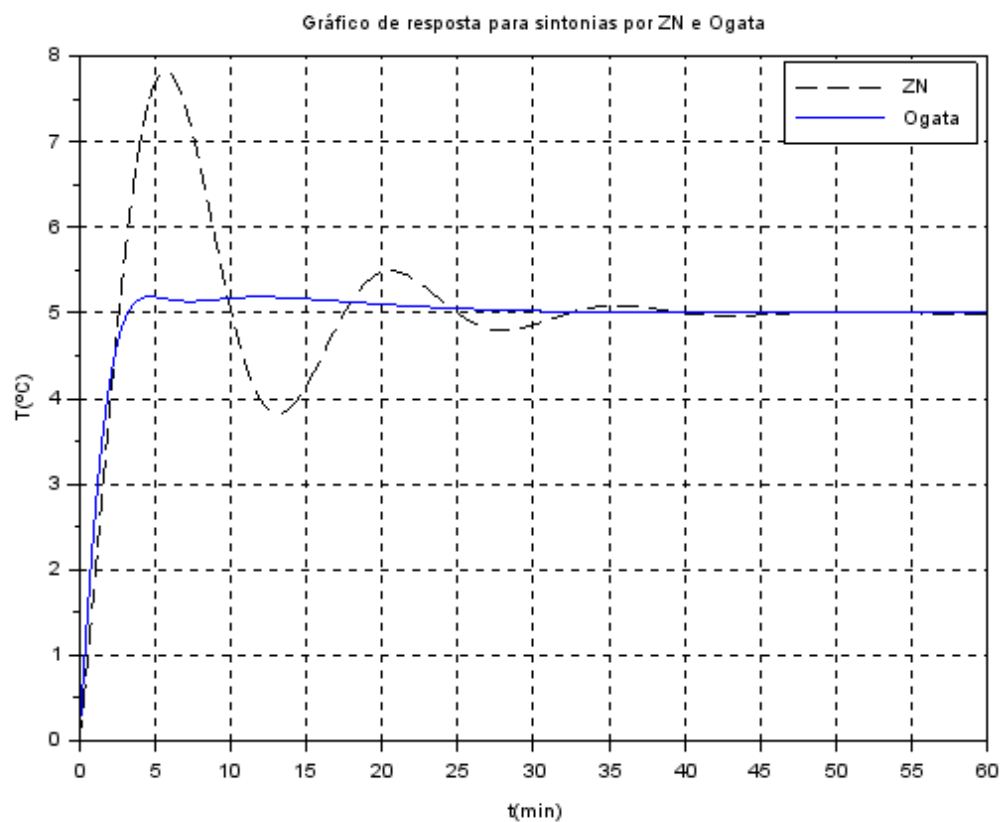
Método	IAE	Ogata	ZN	GA
Kc	16,56	24,7	32,46	28,86
Ti	20,31	10,53	4,41	15,89
Td	1,068	2,63	1,1	3,07

Fonte: Julio(2016) e autoria própria.

De posse destes valores, foram plotados os gráficos para cada um dos métodos e determinou-se o *overshoot* e tempo de acomodação de cada com base no algoritmo do anexo E.

Através do gráfico da figura 4.8 pode-se observar o poder da técnica de sintonia fina do controlador, o *overshoot* é consideravelmente menor, assim como seu tempo de acomodação. Pode-se perceber que o sistema sintonizado por ZN é muito mais oscilatório.

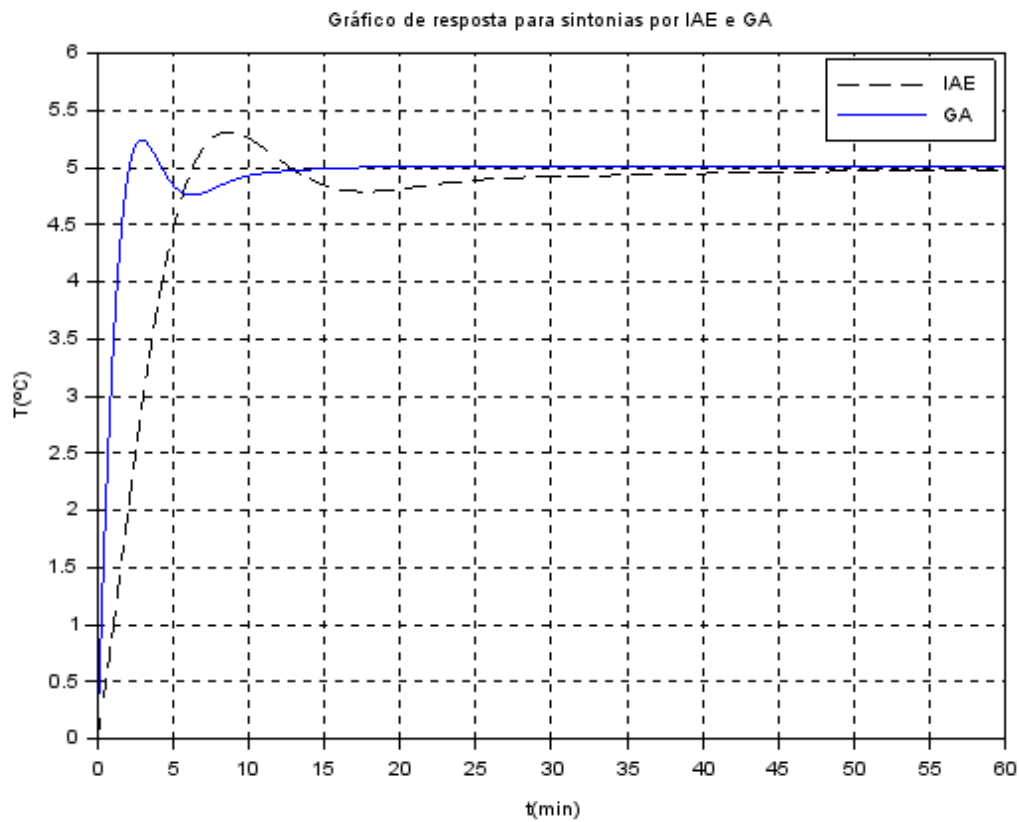
Figura 4.8 – Respostas do sistema por Ziegler-Nichols e pelo método proposto por Ogata (2007)



Fonte: próprio autor.

Na figura 4.9 as diferenças entre os resultados são mais sutis, mas perceptíveis. O tempo de ascensão pelo algoritmo genético foi menor e já pode-se afirmar que o tempo de acomodação foi consideravelmente menor. O método da integral do erro apresentou uma maior oscilatoriedade e *overshoot* ligeiramente maior.

Figura 4.9 - Respostas do sistema por GA e pelo método IAE mínimo



Fonte: próprio autor.

Conforme a tabela 4.2 aponta, os métodos de sintonia de Ogata (2007) e por GA apresentaram resultados superiores a ZN e a IAE mínimo. A capacidade dos outros métodos de encontrar bons parâmetros frente ao método de Ziegler-Nichols é evidente. O método de sintonia por GA obteve resultados levemente superiores aos obtidos pelo método da integral do erro quanto ao *overshoot*, porém seu tempo de acomodação é notavelmente menor.

Tabela 4.2 –Tempo de acomodação e *overshoot* obtidos para cada método

Método	IAE	ZN	Ogata	GA
Tempo de acomodação (min)	10,08	23,19	2,67	1,83
Overshoot (%)	6,25	56,47	3,77	4,86

Fonte: próprio autor.

Comparado com o método proposto por Ogata (2007), GA é uma alternativa à altura, possuindo overshoot e tempos de acomodação muito similares. Enquanto GA se mostra mais eficiente em encontrar parâmetros para reduzir o tempo de acomodação, o algoritmo de Ogata (2007) se mostra melhor quanto ao overshoot. A escolha de um ou de outro fica a cargo do projetista do sistema, conforme as especificações do processo.

5 CONCLUSÃO

Das simulações realizadas notou-se que quanto mais se distancia o zero duplo do eixo imaginário, maior a tendência do sistema a se tornar instável e que com um cuidadoso posicionamento é possível determinar uma faixa de valores ótimos de α .

O método de sintonia de ZN possui grande reconhecimento e é muito útil como ponto de partida para a posterior sintonia fina do controlador, pela parametrização de Ogata pôde-se melhorar consideravelmente a resposta do sistema. Resultando em *overshoot* e tempo de resposta muito menores. Através do uso do algoritmo genético de otimização multiobjetivo NSGA foram obtidos ótimos resultados, comparáveis aos do método de Ogata. Cada problema tem suas especificidades, porém os dois métodos de sintonia de controladores empregados demonstraram gerar ótimos resultados.

A escolha do método vai depender do processo em questão, se ele permite um *overshoot* maior para alcançar um tempo de acomodação menor, ou se o processo deve ter o menor overshoot possível, mesmo que isto signifique um tempo de acomodação maior.

REFERÊNCIAS

ASTROM, K. J. **Control system design**. Santa Barbara: University of California, 2002.

ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. **PID controllers: theory, design and tuning**. EUA: Instrument Society of America, 1995. 346 p.

BEQUETTE, B. W. **Process dynamics: Modeling, analysis and simulation**. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 1998. 621 p.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. 9 ed., Rio de Janeiro: LTC, 2010. 607 p.

CARVALHO, R. V. **Análise de estabilidade do processo controlado de aquecimento de um líquido em um tanque com agitação: estudo de caso**. Lorena: Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de Lorena, 2014. 46 p.

COUGHANOWR, D. R.; LEBLANC, S. E. **Process systems analysis and control**. 3 ed. New York: Mc Graw-Hill's, 2009. 602 p.

FACHIM, O. **Fundamentos de metodologia**. 5 ed. São Paulo: Saraiva, 2006. 210 p.

FERMINO, F. **Estudo comparativo de métodos de sintonia de controladores PID**. São Carlos: Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de São Carlos, 2014. 82 p.

FOGLER, H. S. **Elementos de engenharia das reações químicas**. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. 853 p.

JULIO, B. H. S. **Comparação de um processo controlado em malha única e em cascata com parâmetros PID sintonizados por IAE mínimo**. Lorena: Universidade de São Paulo – Escola de Engenharia de Lorena, 2016. 62 p.

LEVENSPIEL, O. **Engenharia das reações químicas**. 3ed. São Paulo: Edgard Blucher LTDA, 2011. 563 p.

NISE, N. R. **Engenharia de sistemas de controle**. 6 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. 745 p.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 4ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007. 788 p.

SARAIVA, F. A. **Métodos de sintonia de controladores PID**. Canoas: Centro Universitário La Salle, 2011. 46 p.

SALCEDO, J. V.; MARTÍNEZ, M.; BLASCO, X.; HERRERO, J. M. **Optimal PID tuning with genetic algorithms for non linear process models**. *Valencia: Universidad Politécnica de Valencia*, 2002. 7 p.

SAUTER, E.; AZEVEDO, F. S.; STRAUCH, I. M. F. **Transformada de Laplace: um livro colaborativo**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2020.

SMITH, C. S.; CORRIPIO, A. B. **Princípios e prática do controle automático de processos**. 3 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. 505p.

STEPHANOPOULOS, G. **Chemical process control: An introduction to theory and practice**. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 1984. 696p.

ANEXO A – Código para cálculo do ganho crítico (Kcr) e período crítico (Pcr) para resultado referente à figura 4.1.

//Encontra Kcr e Pcr

function rreal=Acha_Raizes(**vec**)

 a=0;

 r=roots(**vec**);

for n=1:length(r)

if imag(r(n))<>0 **then**

 rreal=real(r(n))

 a=1;

break

end

end

if a==0 **then** *//caso não possua raízes imaginárias*

 rreal=-1

end

endfunction

passo=0.001;

Kcr=0; *//valor inicial de Kcr*

pol=[32.5 48 16.5 1+0.288*Kcr]

clc

c=Acha_Raizes(pol)

while(c<0)

 Kcr=Kcr+passo;

 c=Acha_Raizes([32.5 48 16.5 1+0.288*Kcr]);

end

if c>0 **then**

 Kcr=Kcr-passo;

end

//Calcula Pcr

s=%s

Gcr=syslin('c', Kcr*0.288*(s+1), (2.5*s+1)*(13*s+1)*(s+1)+0.288*Kcr);

om=poly(0,'om');

Eq=Gcr.den;

P=real(horner(Eq,om;%i));

raizes=roots(P);

for n=1:length(raizes)

if raizes(n)>0 **then**

break

end

end

Pcr=2*%pi/raizes(n)

K=0.075*Kcr*Pcr;

a=4/Pcr;

printf('Pcr: %.2f\n',Pcr)

printf('Kcr: %.2f\n',Kcr)

printf('K: %.2f\n',K)

printf('a: %.2f\n',a)

ANEXO B – Código para plotar os gráficos das figuras 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5, consecutivamente.

//Figura 4.2

```
s=%s;

Gv=-0.12;
Gl=-2/(2.5*s+1);
Gr=0.6/(13*s+1);
Ha=2/(s+1);
Gc=1;
Gs=Gv*Gl*Gr*Gc;

Gs=Gc*Gv*Gl*Gr*Ha
clf
evans(Gs)
mtlb_axis([-1.2 0.4 -1 1.2])
xgrid
```

//Figura 4.3

```
s=%s;
a=0.45;

Gv=-0.12;
Gl=-2/(2.5*s+1);
Gr=0.6/(13*s+1);
Ha=2/(s+1);
Gc=((s+a)^2)/s;
Gs=Gv*Gl*Gr*Gc;

Gs=Gc*Gv*Gl*Gr*Ha
clf
evans(Gs)
mtlb_axis([-1.2 0.4 -1 1.2])
xgrid
```

//Figura 4.4

```
s=%s;
a=0.20;

Gv=-0.12;
Gl=-2/(2.5*s+1);
Gr=0.6/(13*s+1);
Ha=2/(s+1);
Gc=((s+a)^2)/s;
Gs=Gv*Gl*Gr*Gc;

Gs=Gc*Gv*Gl*Gr*Ha
clf
evans(Gs)
mtlb_axis([-1.2 0.4 -1 1.2])
xgrid
```

//Figura 4.5

```
s=%s;
a=1.2;

Gv=-0.12;
Gl=-2/(2.5*s+1);
```



```
Gr=0.6/(13*s+1);  
Ha=2/(s+1);  
Gc=((s+a)^2)/s ;  
Gs=Gv*Gl*Gr*Gc;  
  
Gs=Gc*Gv*Gl*Gr*Ha  
clf  
evans(Gs)  
mtlb_axis([-1.2 0.4 -1 1.2])  
xgrid
```

ANEXO C – Código para determinação de K e a pelo método proposto por Ogata.

```

s=%s;
Gv=-0.12;
Gl=-2/(2.5*s+1);
Gr=0.6/(13*s+1);
Ha=2/(s+1);
Ksp=2;
t=0:0.01:60;

for K=65:-0.1:40
    for a=1.6:-0.01:0.1
        Gc=syslin('c', K*(s+a)^2, s);
        Gs=5*Ksp*Gc*Gv*Gl*Gr/(1+Gc*Gv*Gl*Gr*Ha);
        y=csim('step',t,Gs);
        m=max(y);
        o_s=100*(m-5)/5;

        n=length(y);
        while (abs(y(n)-5)<0.25)
            n=n-1;
        end
        t_a=t(n);

        if(o_s<5 & o_s>1 & t_a<5) then
            break
        end
    end
    if (o_s<5 & o_s>1 & t_a<5) then
        break
    end
end

printf('K = %.2f\n',K)
printf('a = %.2f\n',a)

```

ANEXO D – Código para determinação dos parâmetros por GA

```

function [x1, y1]=Resposta(x)
    Kc=x(1);
    Ti=x(2);
    Td=x(3);
    s=%s
    Gv=-0.12;
    Gl=-2/(2.5*s+1);
    Gr=0.6/(13*s+1);
    Ha=2/(s+1);
    Ksp=2;
    Gc=Kc*(1+1/(Ti*s)+Td*s);
    Gs=5*Ksp*Gc*Gv*Gl*Gr/(1+Gc*Gv*Gl*Gr*Ha);
    t=0:0.01:60;
    y=csim('step',t,Gs);
    n=length(y)
    m=max(y)
    while (abs(y(n)-5)<0.25)
        n=n-1;
    end
    t_a=t(n);
    o_s=(m-5)/5;
    y1=abs(o_s);
    x1=t_a
endfunction
clc

PopSize = 100;
Proba_cross = 0.7;
Proba_mut = 0.1;
NbGen = 10;
NbCouples = 110;
Log = %T;
nb_disp = 10;
pressure = 0.05;

ga_params = init_param ( ) ;
ga_params = add_param ( ga_params , 'minbound' , [0 0 0] )
ga_params = add_param ( ga_params , 'maxbound' , [70 20 20] )
ga_params = add_param ( ga_params , 'dimension' , 2 )

[pop_opt,fobj_pop_opt,pop_init,fobj_pop_init]=optim_nsga(Resposta,PopSize,NbGen,Proba_mut,Proba_cross,Log,ga_params)

[fmin,k]=min(fobj_pop_opt)
xmin=pop_opt(k)
printf('Kc: %.2f\n',xmin(1))
printf('Ti: %.2f\n',xmin(2))
printf('Td: %.2f\n',xmin(3))

```

ANEXO E – Código para gerar os gráficos referentes às figuras 4.8 e 4.9

```
function [os, ta]=Acha_param(y)
    n=length(y)
    m=max(y)
    while (abs(y(n)-5)<0.25)
        n=n-1;
    end
    ta=t(n);
    os=100*(m-5)/5;
endfunction
function [y]=Resp(Kc, Ti, Td)
    t=0:0.01:60;
    s=%s;
    Gv=-0.12;
    Gl=-2/(2.5*s+1);
    Gr=0.6/(13*s+1);
    Ha=2/(s+1);
    Ksp=2;
    Gc=Kc*( 1+ 1/(Ti*s) + Td*s );
    Gs=5*Ksp*Gc*Gv*Gl*Gr/( 1+Gc*Gv*Gl*Gr*Ha );
    y=csim('step',t,Gs);
endfunction
t=0:0.01:60

//Para Ziegler-Nichols
y=Resp(32.46,4.41,1.1);
plot(t,y,'--k')
[osZN, taZN]=Acha_param(y)

//Para Ogata:
y=Resp(24.7,10.53,2.63)
plot(t,y)
legend('ZN','Ogata')
xlabel('t(min)')
ylabel('T(°C)')
xtitle('Gráfico de resposta para sintonias por ZN e Ogata')
xgrid
[osOgata, taOgata]=Acha_param(y)

scf(1) //abre nova janela gráfica
//Para IAE mínimo
y=Resp(16.56,20.31,1.068);
plot(t,y,'--k');
[osIAE, taIAE]=Acha_param(y);

//Para GA
y=Resp(28.86,15.89,3.07);
plot(t,y);
legend('IAE','GA')
xlabel('t(min)')
ylabel('T(°C)')
xtitle('Gráfico de resposta para sintonias por IAE e GA')
xgrid
[osGA, taGA]=Acha_param(y);
printf('Tempo de acomodação: %.2f, %.2f, %.2f, %.2f\n',taZN, taOgata, taIAE, taGA)
printf('Overshoot: %.2f%%, %.2f%%, %.2f%%, %.2f%%\n',osZN, osOgata, osIAE, osGA)
```