

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

MODELAGEM EM MULTICORPOS DE UM VEÍCULO FERROVIÁRIO DE
CARGA

João Ribeiro de Oliveira Gomes.

São Paulo
2010

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

MODELAGEM EM MULTICORPOS DE UM VEÍCULO FERROVIÁRIO DE
CARGA

Trabalho de formatura apresentado à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do título de Graduação
em Engenharia Mecânica.

João Ribeiro de Oliveira Gomes.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa.

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica.

São Paulo
2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Gomes, João Ribeiro de Oliveira

**Modelagem em multicorpos de um veículo ferroviário de carga / J.R.O. Gomes. – São Paulo, 2010.
96 p.**

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Vagões de carga 2. Dinâmica veicular 3. Segurança de tráfego I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II. t.

RESUMO

A modelagem de sistemas dinâmicos permite explorar vários aspectos do comportamento destes a um custo muito inferior ao de uma análise baseada em experimentos em campo. Além disso, é possível avaliar situações dificilmente reproduzíveis em um ambiente de teste real, bem como variar parâmetros para estudo dos seus efeitos. Considerando tais aspectos da modelagem e avaliando a importância do transporte ferroviário de cargas, foi feita a modelagem da dinâmica de um veículo sobre trilhos para transportes de carga tendo como base modelos estudados durante a revisão bibliográfica. Devido à complexa interação entre os rodapés e a via e o elevado número de vínculos e corpos formando o veículo, mostrou-se a necessidade de utilizar a teoria de multicorpos para estudo do sistema. As equações diferenciais de movimento foram obtidas através do *software* Autolev e a integração foi feita em rotina programada em C. As simulações e análises mostram a capacidade do código de tratar aspectos não lineares. Através dos resultados é possível determinar condições mais seguras de tráfego já que várias trajetórias, com raios e velocidades diferentes foram analisadas.

ABSTRACT

The modeling of dynamical systems permits to explore many aspects of the behavior of those systems at a cost lower than of an analysis based in experiments a field. Further, it's possible to evaluate situations hardly reproducible in real test environment, as well as change parameters to study the effect. Considering such aspects of the modeling and evaluating the importance of the freight cars, has been done a modeling of a freight wagon based on the studied models. Due to the complex interaction between the wheel and the rail and the high number of connections and bodies constituting the vehicle, has been showed the need to use the multibody approach to study the system. The differential movement equations were obtained by Autolev software and the integration using a C routine. The simulation and analysis show the capability of the code to treat non linear aspects. With the results it's possible to determine safety conditions for the traffic in many trajectories, with different radius and speeds

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivo	2
1.2	Motivação	3
2	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA E ESTADO DA ARTE	4
3	MÉTODO DE ABORDAGEM	7
4	DESCRIÇÃO DOS PROGRAMAS UTILIZADOS	9
4.1	MATLAB® e Simulink®	9
4.2	Autolev	10
5	MODELAGEM DO CONTATO VEÍCULO VIA	12
5.1	Escorregamento (creepage).....	12
5.2	Forças no contato.....	19
5.2.1	Contato linear	20
5.2.2	Contato não linear.....	22
6	MODELAGEM DA VIA	26
7	MODELO LINEAR	28
7.1	Rodeiro	30
7.2	Suspensão primária.....	32
7.3	Estrutura do truque	33
8	SIMULAÇÃO E ANÁLISE DO MODELO LINEAR	35
9	MODELO NÃO LINEAR.....	40
9.1	Modelo do rodeiro no Autolev	40
9.2	Restrição de movimento do rodeiro	43
9.3	Determinação das cargas normais aplicadas na região de contato.....	43
9.3.1	Método 1, equilíbrio de momento	44
9.3.2	Método 2, utilizando restrição de movimento.....	46
9.4	Modelo completo do vagão e truque	48
10	SIMULAÇÃO E ANÁLISE DO RODEIRO.....	50
10.1	Condição de força lateral constante.....	50
10.2	Condição de aumento de força lateral até o descarrilamento	54
11	SIMULAÇÃO E ANÁLISE DO VEÍCULO COMPLETO	57

11.1	Inscrição e saída em curva de pequeno raio em alta velocidade.....	57
11.2	Variação do índice L/V de acordo com a velocidade e raio da trajetória...	65
11.3	Velocidade crítica.....	67
12	CONCLUSÃO	70
	Anexo A – modelo do vagão de carga (Autolev)	72
	Anexo B – funções em código c utilizadas	85
	Anexo C – parâmetros de entrada.....	89
	Referências	94

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Composição percentual da carga transportada, em tonelada-quilômetro, ano 2000, [1].	1
Figura 2: truque ferroviário.	3
Figura 3: diagrama de blocos para o modelo simplificado e multicorpos.	8
Figura 4: vista lateral do rodeiro em uma curva.	13
Figura 5: vista superior do rodeiro em uma curva.	14
Figura 6: velocidades dos pontos de contato do trilho.	15
Figura 7: velocidades angulares do ponto de contato.	17
Figura 8: diagrama de esforços no rodeiro [9].	19
Figura 9: rigidez na superfície de contato.	21
Figura 10: saturação da força de contato pela lei de Coulomb.	21
Figura 11: discretização da superfície de contato, $m_x=6$, $m_y=5$	23
Figura 12: efeito da discretização sobre o valor calculado.	24
Figura 13: variação da força de contato lateral com os escorregamentos.	24
Figura 14: variação da força de contato longitudinal com os escorregamentos.	25
Figura 15: representação da via.	26
Figura 16: transição de curvatura em clotóide.	27
Figura 17: vista superior do modelo.	28
Figura 18: vista lateral do modelo.	29
Figura 19: modelo construído no simulink.	30
Figura 20: subsistema do rodeiro.	31
Figura 21: subsistema dos escorregamentos.	31
Figura 22: subsistema das forças de contato.	32
Figura 23: subsistema da suspensão primária.	33
Figura 24: subsistema do corpo do truque.	34
Figura 25: curvatura do rodeiro dianteiro.	35
Figura 26: deslocamento angular e lateral do rodeiro dianteiro.	36
Figura 27: força lateral no rodeiro dianteiro.	37
Figura 28: deslocamentos laterais dos corpos.	37

Figura 29: variação real dos raios em um rodeiro em função do deslocamento lateral.	38
Figura 30: deslocamento lateral do rodeiro dianteiro considerando variação real dos raios.	39
Figura 31: vista traseira do rodeiro e seus referenciais.	41
Figura 32: vista superior do rodeiro e seus referenciais.	41
Figura 33: detalhes da Figura 31 e Figura 32.	42
Figura 34: forças no plano de contato.	44
Figura 35: método para a resolução do sistema com restrição de movimento.	47
Figura 36: modelo do vagão completo.	49
Figura 37: condição do rodeiro para o <i>benchmark</i> .	50
Figura 38: simulação de descarrilamento ($\mu = 0.6$)	54
Figura 39: forças longitudinais e laterais normalizadas ($\mu = 0.6$)	55
Figura 40: trajetória simulada.	57
Figura 41: deslocamento lateral em cada rodeiro.	58
Figura 42: ângulo de ataque em cada rodeiro.	58
Figura 43: forças de contato na roda direita do rodeiro 1.	59
Figura 44: forças de contato na roda direita do rodeiro 2.	59
Figura 45: forças de contato na roda esquerda do rodeiro 1.	60
Figura 46: forças de contato na roda esquerda do rodeiro 2.	60
Figura 47: modo de inscrição do truque.	63
Figura 48: índice L/V nas rodas do truque frontal.	63
Figura 49: módulo da força tangencial total na região de contato.	64
Figura 50: saturação das forças tangenciais para coeficiente de atrito 0,6.	64
Figura 51: Variação de L/V.	66
Figura 52: Variação de L/V.	67
Figura 53: Veículo a 49,5 m/s ou 178,2 Km/h.	68
Figura 54: Veículo a 49,6 m/s ou 178,6 Km/h.	68

1 INTRODUÇÃO

A malha ferroviária brasileira abrange todas as regiões do país concentrando-se no Nordeste, Sudeste e Sul. No total, conforme a Agência Nacional de Transportes Terrestres (ANTT), são 29.187 quilômetros de extensão com uma importante contribuição no percentual de carga transportado pelo país, como mostra a Figura 1. No transporte de passageiros, veículos guiados são fundamentais nas grandes metrópoles, em São Paulo, 2,5 milhões de passageiros por dia usufruem da rede de metrô.

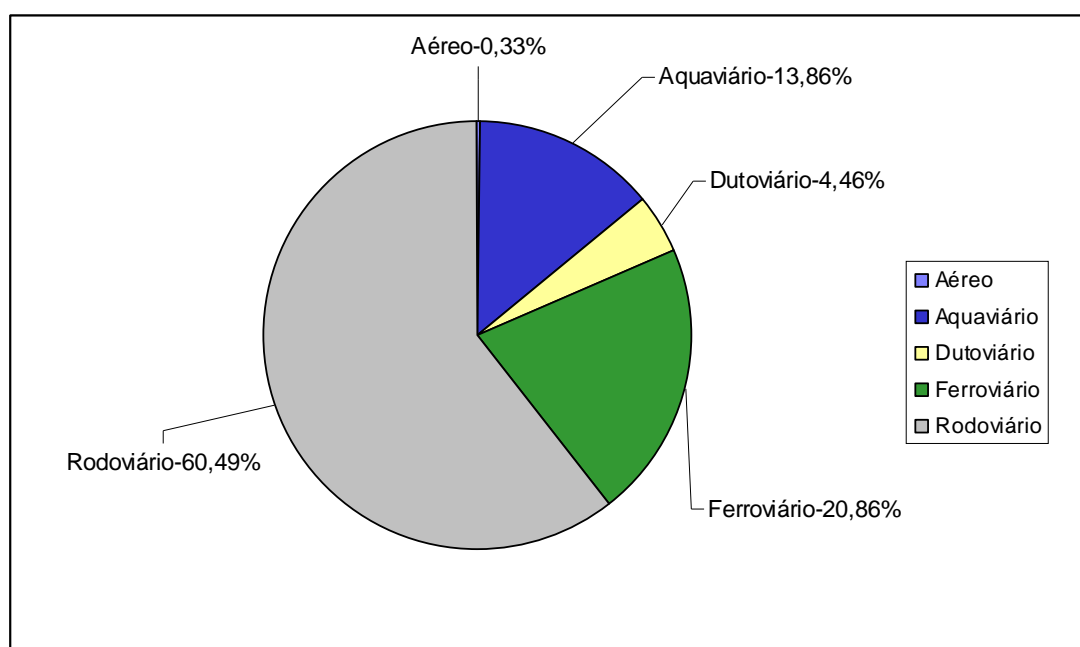


Figura 1: Composição percentual da carga transportada, em tonelada-quilômetro, ano 2000, [1].

Dado sua importância, é fundamental se estudar os aspectos que determinam as velocidade e cargas máximas, bem como os fatores que influem no conforto dos usuários. Tendo em mente esta direção, diversos pesquisadores contribuíram com a evolução da tecnologia ferroviária a ponto de permitir a criação de trens que atingem velocidades superiores a 500 km/h [2].

Nota-se também, os avanços das ferramentas computacionais empregadas nos estudos da dinâmica destes veículos. O uso de sistemas de multicorpos permite

explorar a níveis bem próximos do real todo o comportamento de sistemas de múltiplas partes como um veículo ferroviário.

Levando em conta estes aspectos, o presente trabalho desenvolve-se no sentido de expor os aspectos relevantes na modelagem através de simulações computacionais e análises posteriores. Abaixo, seguem os objetivos e os motivos que levam ao desenvolvimento deste estudo.

1.1 Objetivo

Sucintamente, o objetivo deste trabalho de conclusão de curso é a análise do comportamento dinâmico lateral de um veículo ferroviário de carga. Através de resultados da simulações é analisada a segurança de tráfego. Isto é possível com o uso das técnicas e conhecimentos adquiridos durante o curso de engenharia mecânica, também foi utilizado o que já está estabelecido nas referências. Destaca-se o uso de mecânica do contato, vibrações e dinâmica de corpos rígidos.

O trabalho se divide em duas frentes, uma baseada em simplificações com número reduzido de graus de liberdade e outra focada em um sistema complexo de multicorpos construído partindo de representações mais precisas dos elementos constituintes do veículo estudado.

Na primeira frente, com o uso dos programas MATLAB e Simulink é proposto um modelo simplificado de um truque (Figura 2) representado essencialmente na forma de diagramas de blocos. Como se propõe um sistema simples, para isto, é fundamental compreender quais são os principais parâmetros envolvidos e como seus efeitos se manifestam para que as simplificações não eliminem aspectos importantes da dinâmica.

Já na segunda frente, com base na capacidade de modelagem complexa da teoria de multicorpos, da mesma forma que no modelo implantado no Simulink, um vagão completo foi criado. A diferença fica no grau de complexidade, com o

programa Autolev as simplificações são poucas, aproximando o sistema virtual de um real, de modo que o modelo obtido é representativo para estudos precisos.

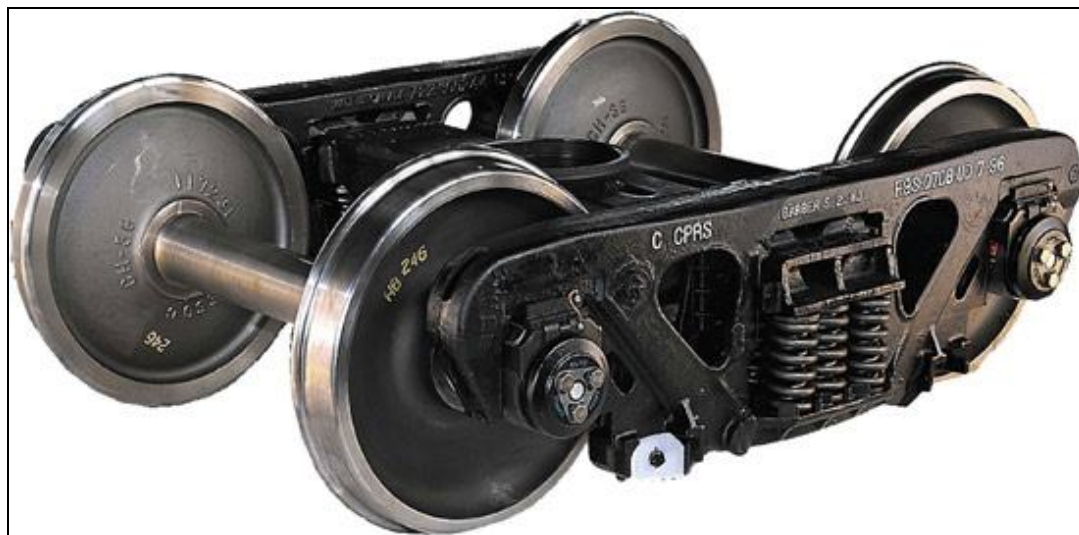


Figura 2: truque ferroviário.

As entradas para as simulações são definidas por condições reais da vias e pelos *benchmarks* da *International Association of Vehicle System Dynamics (IAVSD)* para que também possa ser possível a comparação com os resultados de outros autores.

Por fim, com a análise das simulações pretende-se especificar as condições de tráfego seguro conforme o perfil da trajetória e velocidade do veículo. Com isso pretende-se que o estudo sirva de parâmetro para o projeto de vias e modos de operação mais seguros.

1.2 Motivação

O motivo para a realização deste trabalho é a pouca literatura produzida no Brasil em um tema tão importante quanto o transporte ferroviário de carga. Os modelos desenvolvidos neste trabalho permitem uma maior compreensão dos aspectos envolvidos na segurança de tráfego de um veículo do tipo ferroviário de carga e, portanto, contribuem para o desenvolvimento desta tecnologia.

2 REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA E ESTADO DA ARTE

Atualmente os testes e desenvolvimentos através de softwares tem tido grande aceitação no mercado. As vantagens deste tipo de abordagem sobre a validação com modelos reais em escala estão, sobretudo, nos custos inferiores e capacidade de testes dos mais diferentes tipos de veículos em várias situações dificilmente reprodutíveis com modelos reais. Neste sentido, a comunidade de dinâmica de veículos ferroviários busca estudar os fenômenos que tem mais influência para aprimorar os modelos e dispor de ferramentas virtuais precisas.

Com base nesta direção, no objetivo e na motivação deste trabalho, a busca de referências bibliográficas foi direcionada para estudos do comportamento do veículo em trajetórias envolvendo principalmente a dinâmica lateral.

Para o desenvolvimento deste estudo é fundamental o trabalho de Barbosa [3], no qual um veículo completo foi desenvolvido através da teoria de multicorpos possibilitando o estudo deste em diversas situações como submetido à um esforço lateral, em uma trajetória curva e passando por um desvio. Barbosa mostra que devido a não-linearidade do contato, pequenas irregularidades nos trilhos podem mudar drasticamente o comportamento do veículo. Mesmo à baixa velocidade, 5,5 m/s, o rodeiro passando por um desvio de 50 mrad sofre deslocamento no qual o friso da roda começa a subir no trilho sendo esta uma condição crítica.

Outra fonte importante são os modelos analíticos desenvolvidos por Wickens [2] para estudo de direção e estabilidade. Através do tratamento simplificado da zona de contato, o autor desenvolve na obra todo o equacionamento para análise de um rodeiro, de truques e de veículos articulados.

Além destas publicações que tratam do veículo completo, foi necessário para melhor compreensão dos modelos de contato utilizados por Barbosa e Wickens o conhecimento da pesquisa de Kalker [4]. Seu trabalho é importante, pois consegue determinar de forma satisfatória todos os esforços na área de contato. Em uma

trajetória curvilínea as forças centrípetas responsáveis pela aceleração centrípeta e consequentemente realização da curva tem origem em uma pequena área de interação entre o rodeiro e o trilho. Portanto, é fundamental o efeito da mecânica do contato na determinação do comportamento lateral deste tipo de veículo. Um dos modelos mais utilizado para contato é o da teoria simplificada de Kalker, todo o equacionamento proposto foi sintetizado em uma rotina rápida de cálculo de propriedades de contato, o FASTSIM. Para pequenos escorregamentos a teoria do contato pode ser simplificada por relações lineares.

Na simulação de dinâmica lateral outros fatores importantes a serem considerados são listados por Evans [5]:

- Desgaste: o rodeiro desgasta o trilho e a si de maneira a aumentar a área de contato, isto leva à necessidade de considerar estas pequenas modificações na forma para cálculos mais realísticos das propriedades de contato.
- Forças de tração e frenagem em curva: Segundo Elkins [6], forças de tração destroem o desempenho dos truques em curvas aumentando o deslocamento lateral e o ângulo de inclinação.
- Forças aerodinâmicas: As velocidades dos ventos laterais para tombar um trem são da ordem de 35-40 m/s [7], podendo acontecer na prática. Em velocidades mais baixas pode levar a dificuldade operacional devido à excitação dos modos de vibrar da suspensão.

O estado da arte em modelagem de veículos ferroviários encontra-se nas mais recentes publicações do periódico internacional *Vehicles System Dynamics*. Abaixo, dois artigos que mostram a fronteira do conhecimento em modelagem e simulação.

Como já mencionado, o contato é de extrema importância. Simulações em com multicorpos necessitam de métodos eficazes já que a posição dos pontos de contato tem considerável influencia na direção e intensidade das forças de contato.

Auciello [8] propõe um novo método para a detecção dos pontos de contato através da aproximação da superfície da roda e do trilho por expressões analíticas conhecidas. Os pontos de contato são determinados através do mínimo entre a diferença das superfícies.

No campo da determinação de condições seguras de tráfego no mais recente trabalho, Barbosa [9], analisa a segurança de um rodeiro em uma simulação com aumento de força lateral. O critério definido pelo autor explora as 3 dimensões do fenômeno de contato, incluindo o efeito longitudinal e rotacional. Os resultados mostram que este critério é consistente para condições de médio atrito.

3 MÉTODO DE ABORDAGEM

Para se atingir o objetivo proposto deste trabalho foi necessário, antes de tudo, desenvolver o método pelo qual o problema foi abordado. O texto a seguir é apenas uma descrição de como foi feita a modelagem e simulação neste trabalho.

Quanto a modelagem, o modelo matemático pode ser definido como um conjunto de equações capaz de representar o comportamento de um sistema dinâmico de forma semelhante, nunca igual, ao sistema real. Segundo Barbosa [3], estão envolvidos os seguintes passos:

1. Descrever um modelo físico do sistema contendo os aspectos relevantes para o estudo pretendido, com respectivas simplificações.
2. Obter as equações constitutivas que descrevam matematicamente o comportamento do sistema.
3. Resolver as equações resultantes analiticamente ou numericamente, visando obter o comportamento do sistema.
4. Verificar o resultado teórico do modelo por comparação com o comportamento do sistema real, e;
5. Modificar o sistema físico propriamente dito ou, utilizar os resultados como realimentação do processo de projeto e construção.

Seguindo esta estrutura de desenvolvimento, o modelo simplificado foi definido analisando os aspectos que mais influem na resposta do sistema estudado. Definidos quais são, cada um passou por nova análise de modo a simplificar sua descrição. Com isso pode-se aplicar o método de Newton-Euler para o cálculo das equações matemáticas do sistema.

Para o modelo de multicorpos foi elaborado virtualmente um sistema com características bem semelhantes ao real. A partir dos vínculos entre os corpos, sua geometria e restrições o programa de multicorpos deduz as equações que regem a dinâmica do sistema.

Tanto para o modelo simples quanto para o complexo a estrutura de cálculos segue conforme na Figura 3. A partir do perfil do rodeiro, do trilho, bitola e deslocamento lateral, pode-se calcular os pontos de contato entre rodeiro e trilho. Com estes pontos e com as forças que o vagão exerce sobre o truque determinam-se as forças de interação entre rodeiro e via por meio da mecânica do contato. Estas forças são necessárias para dar entrada no modelo matemático juntamente com os parâmetros definidos pelo *benchmarks* da IASVD ou outra condição que se queira estudar. Feito isto e se resolvendo o sistema de equações diferenciais tem se novas forças e deslocamentos que servem como entradas para os cálculos do instante seguinte.

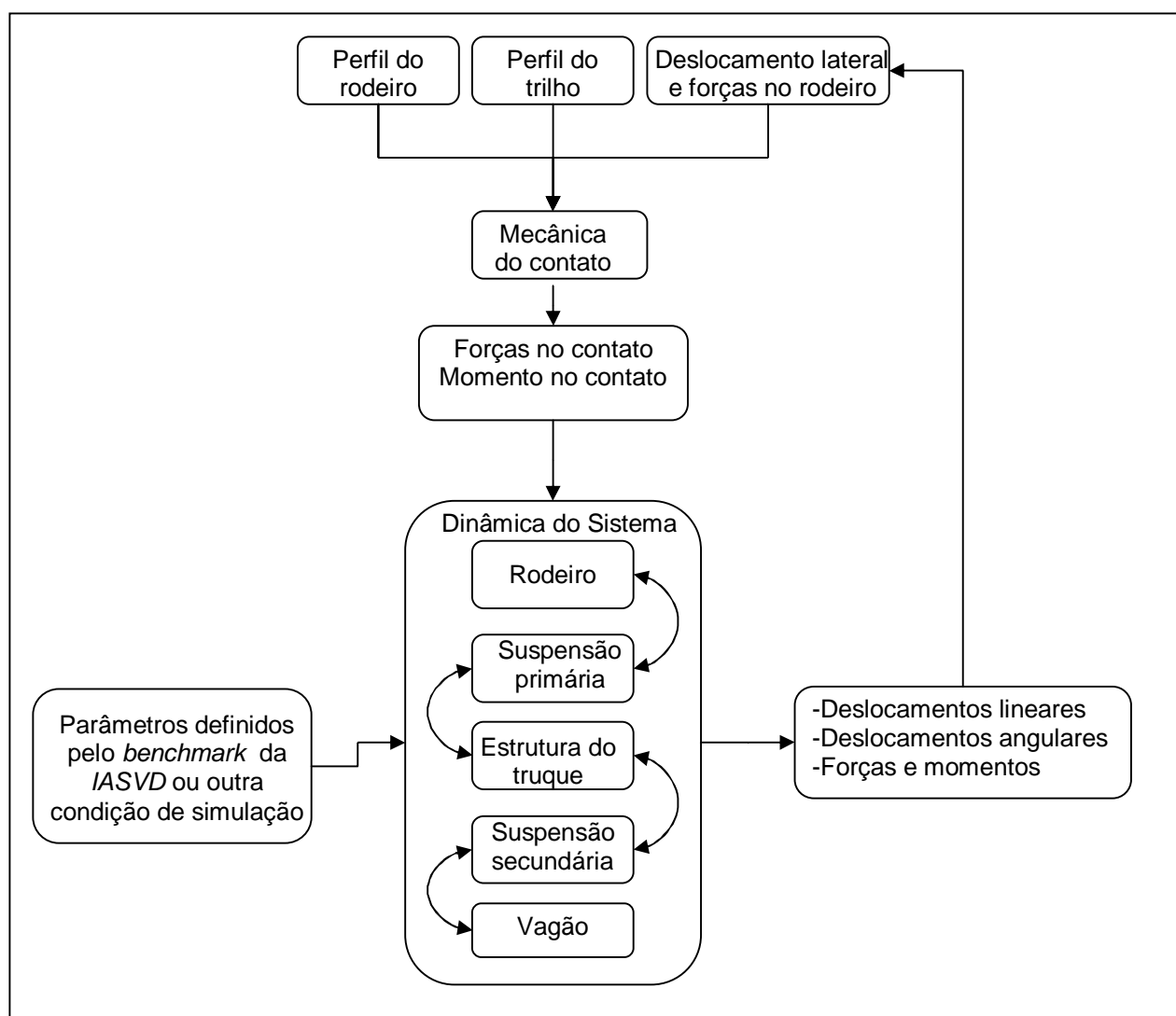


Figura 3: diagrama de blocos para o modelo simplificado e multicorpos.

4 DESCRIÇÃO DOS PROGRAMAS UTILIZADOS

São três os programas que auxiliarão na modelagem do sistema simplificado e do sistema complexo de multicorpos. Além destes, são usadas rotinas em C++ desenvolvidas para completar o código gerado no Autolev..

4.1 MATLAB[®] e Simulink[®]

Por MATLAB se entende computação matricial, segundo a detentora dos direitos, MathWorks [10], é uma linguagem de programação de alto desempenho para computação técnica. No meio acadêmico é reconhecida como uma importante ferramenta para cursos que envolvem conhecimentos e aplicação de matemática avançada como é o caso de engenharia. No meio profissional é uma opção para realizar análises e com isso desenvolver novos produtos. Entre seus diversos potenciais destacam-se a capacidade de desenvolvimento de modelos, simulação e visualização de gráficos para posteriores análises.

Por ser baseado em matrizes, o sistema se comporta muito bem com este tipo de manipulação e como trabalhar com um sistema dinâmico envolve manipulação matricial, a linguagem MATLAB mostra-se como uma importante ferramenta para o desenvolvimento deste trabalho de formatura. Através das ferramentas já embarcadas nos sistemas será possível realizar todas as análises necessárias sem a necessidade desenvolver rotinas de cálculos já conhecidos, como exemplo, o caso da integração de sistemas de equações diferenciais. Com base nisto o enfoque será realmente na modelagem e análise do sistema e não nos aspectos matemáticos envolvidos.

O Simulink é um programa integrado com o MATLAB que permite a modelagem, simulação e análise de sistemas dinâmicos multivariáveis. A vantagem do Simulink é poder modelar através de diagramas de blocos. O modelo pode ser desenhado conforme visto nos livros apenas arrastando da biblioteca do sistema blocos com funções pré-definidas. As equações diferenciais podem ser escritas da forma como são deduzidas sem a necessidade de modificações para a linguagem de

programação. Além disso, todos os recursos do MATLAB encontram-se integrados com o Simulink tornando muito fácil o pós-processamento dos dados oriundos de simulações.

Pela praticidade da criação de modelos neste programa e a extensão de suas funções este será usado juntamente com o MATLAB para programar o modelo dinâmico simplificado.

4.2 Autolev

O programa Autolev, desenvolvido por Kane, T. R e Lenvison, D. A [11], é um manipulador simbólico para modelagem de sistemas dinâmicos. O procedimento para gerar as equações de movimento consiste em declarar e especificar os seguintes elementos:

- Referencial Newtoniano, referenciais de corpos, bases auxiliares e pontos a serem utilizados. Incluem-se aqui a definição da massa e propriedades de inércia de cada corpo.
- Coordenadas generalizadas, que serão as variáveis a serem integradas e cuja resposta define o comportamento do sistema.
- Matrizes de rotação entre os corpos e os referenciais que especificam a posição entre os vários referenciais.
- Velocidades lineares e angulares para serem derivadas e então se obter as acelerações.
- Restrições de movimento, caso necessário, impondo que o comportamento seja restrito aos limites físicos estabelecidos por uma equação.

Com todos os parâmetros definidos, as equações dinâmicas são calculadas pelo método de Kane. A integração é feita através do comando de geração de código para uso em compiladores C++ ou no Matlab.

Este programa permiti que o esforço intelectual esteja voltado para os aspectos físicos do modelo multicorpos e não para a dedução das equações, portanto seu uso é necessário para o modelo não linear que envolve muitos graus de liberdade e matrizes de rotação.

5 MODELAGEM DO CONTATO VEÍCULO VIA

O rodeiro é o elemento que transmite todos os esforços entre o vagão ferroviário e o trilho. Na região do contato surgem forças normais e tangenciais responsáveis por sustentar o peso do veículo e guia-lo ao longo da trajetória desejada. As forças tangenciais são particularmente importantes em trajetórias curvas onde a aceleração centrípeta necessária deve ser fornecida pela soma destes esforços. Caso estas forças não cumpram os requisitos de intensidade ocorrerão situações de perda de estabilidade podendo levar a acidentes.

Devido à pressão entre os dois corpos elásticos, surge uma pequena área de contato entre o trilho e a roda. Nesta região haverá velocidade relativa não nula entre as superfícies da roda e do trilho surgindo escorregamentos. Aplicada a teoria simplificada de Kalker [4], através dos escorregamentos e das dimensões da elipse de contato de Hertz [12], é possível se determinar todos os esforços atuantes e consequentemente deduzir a lei de movimento do rodeiro. Para melhor compreensão, segue um estudo detalhado.

5.1 Escorregamento (creepage)

Supondo que o rodeiro está em uma trajetória retilínea e que não há deformações na zona de contato entre a roda e o trilho, então, o sistema exhibe comportamento de corpo rígido. A velocidade do baricentro, ponto G da Figura 4 e Figura 5, é dada pelo produto da velocidade angular Ω pelo raio r_o de equilíbrio. Nesta situação a velocidade de translação de G tem o mesmo valor da velocidade do ponto de contato, portanto a velocidade relativa entre estes é nula e consequentemente não há escorregamento. Em uma situação real os corpos se deformam, como deformação está relacionada a tensão pela lei de Hooke, aparecem forças tangenciais na região de contato. Os pontos D e E do rodeiro passam a ter velocidade relativa ao trilho diferente de zero, ou seja, estão escorregando e não rolando sobre a via. Daí vem a definição de escorregamento, velocidade relativa entre as superfícies de contato divididos pela velocidade média de translação.

No caso de um rodeiro ferroviário o escorregamento (\bar{v}) é definido como a subtração entre a velocidade do ponto de contato da roda \vec{V}_R e a do ponto de contato do trilho \vec{V}_T normalizada pela velocidade média $|\vec{V}_o|$, conforme a equação (1). Vale ressaltar que \vec{V}_R para a roda esquerda e direita é dada em relação ao referencial Exyz e Dxyz (Figura 5) respectivamente. Estes referenciais têm o eixo y paralelo ao eixo de simetria do rodeiro. A velocidade \vec{V}_T é calculada no mesmo referencial de \vec{V}_R .

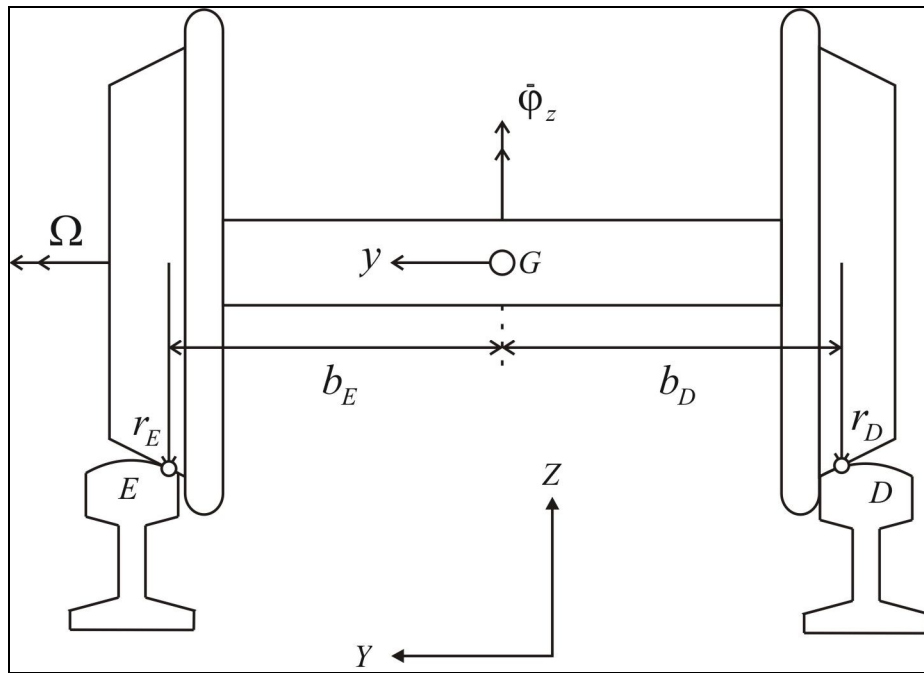


Figura 4: vista lateral do rodeiro em uma curva.

Pela definição de escorregamento já apresentada, matematicamente temos:

$$\bar{v} = \frac{\vec{V}_R - \vec{V}_T}{|\vec{V}_o|} \quad (1)$$

Na direção x:

$$v_x = \frac{V_{R,x} - V_{T,x}}{|\vec{V}_o|} \quad (2)$$

Na direção y:

$$v_y = \frac{V_{R,y} - V_{T,y}}{|V_o|} \quad (3)$$

Na direção z:

$$v_{spin} = \frac{\omega_{R,z} - \omega_{R,z}}{|V_o|} \quad (4)$$

A velocidade média é expressa da seguinte forma:

$$|V_o| = \frac{|\vec{V}_R + \vec{V}_T|}{2} \quad (5)$$

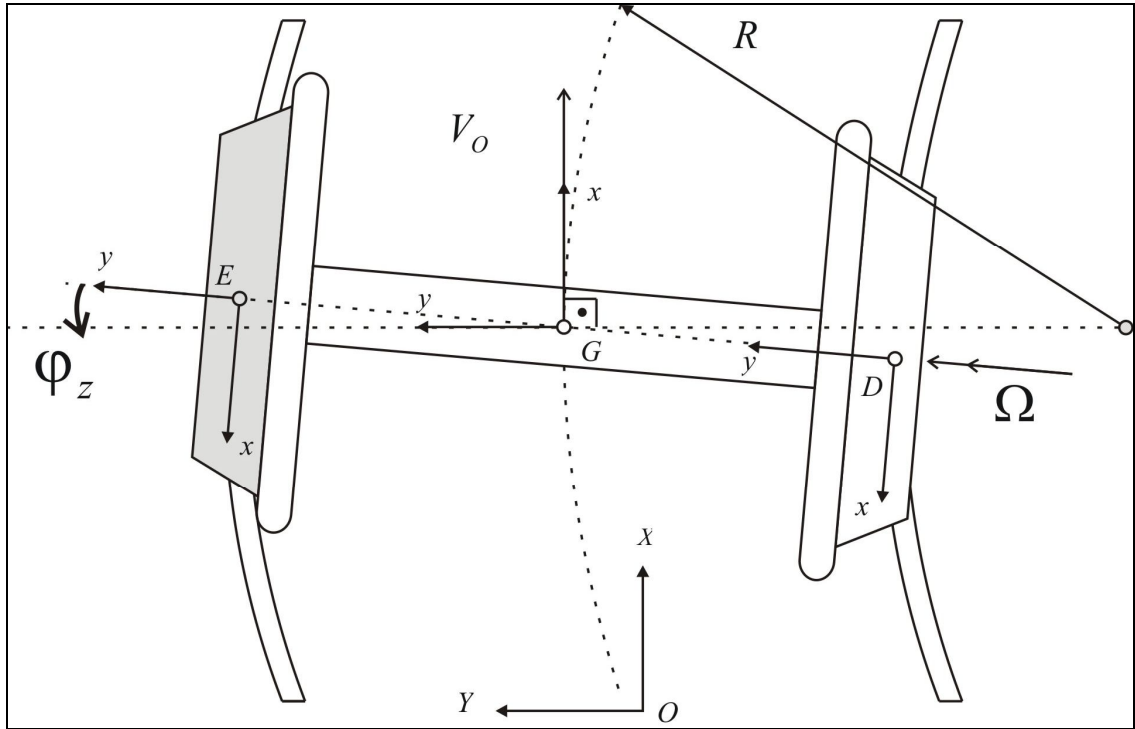


Figura 5: vista superior do rodeiro em uma curva.

De acordo com a Figura 5, na região de contato temos as seguintes velocidade dos ponto D_R e E_R do rodeiro em relação ao referencial móvel $Dxyz$ e $Exyz$ respectivamente:

$$V_{R,x}^D = \Omega \cdot r_D + \dot{\phi}_z \cdot b_D \quad (6)$$

$$V_{R,x}^E = \Omega \cdot r_E - \dot{\varphi}_z \cdot b_E \quad (7)$$

$$V_{R,y}^D = V_{R,x}^E = \dot{y} - V_O \sin(\varphi_z) \quad (8)$$

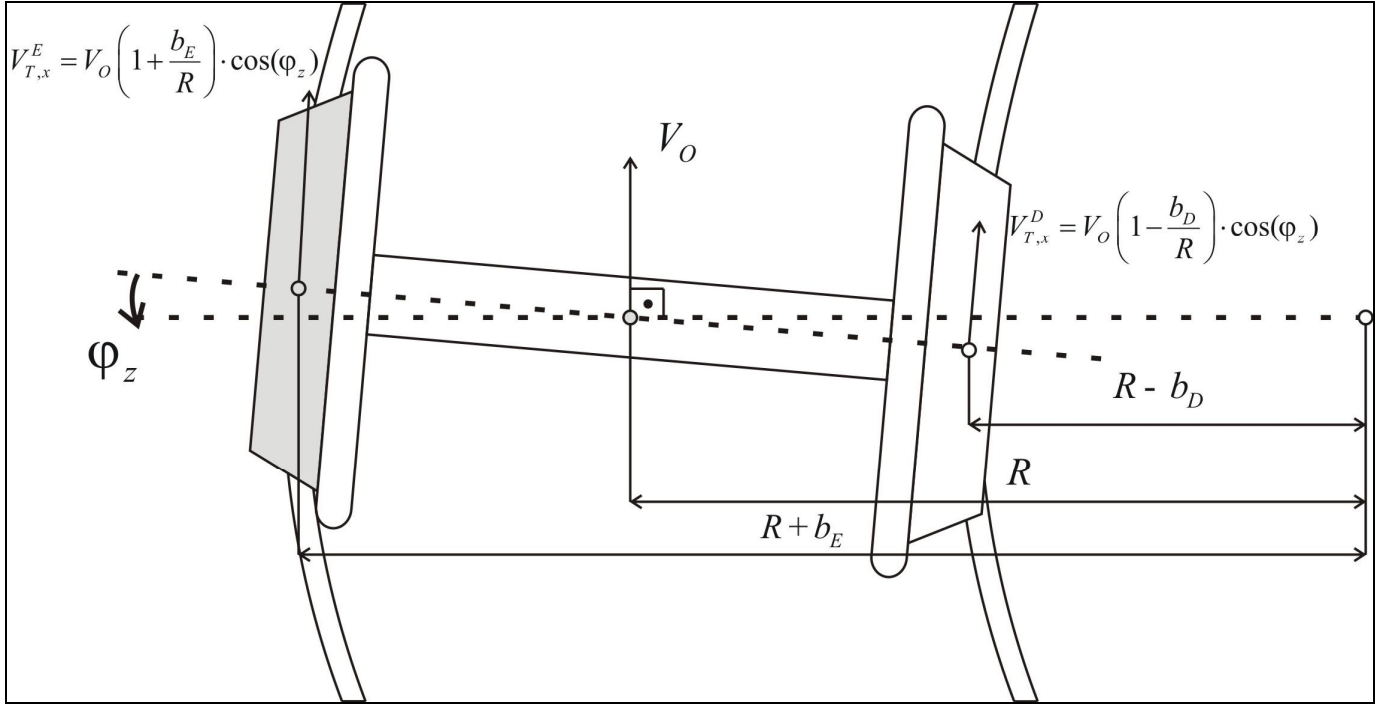


Figura 6: velocidades dos pontos de contato do trilho.

As velocidades do ponto de contato no trilho pode ser determinada sabendo que o ponto G está na velocidade V_O em uma curva de raio R , portanto, a velocidade angular do rodeiro em relação à curva é $-V_O / R$. Considerando que o ângulo φ_z é pequeno, as velocidades dos pontos D_T e E_T do trilho nos mesmos referenciais da velocidade das rodas \vec{V}_R são:

$$V_{T,x}^D = V_O \left(1 - \frac{b_D}{R}\right) \cdot \cos(\varphi_z) \quad (9)$$

$$V_{T,x}^E = V_O \left(1 + \frac{b_E}{R}\right) \cdot \cos(\varphi_z) \quad (10)$$

$$V_{T,y}^D = V_{T,y}^E = 0 \quad (11)$$

Admitindo pequenos ângulo e pelas equações (2), (6) e (7), resulta que a componente v_x do escorregamento na direção x, para os pontos D e E são dadas por:

$$v_x^D = \frac{\Omega \cdot r_D + \dot{\phi}_z \cdot b_D - V_o \left(1 - \frac{b_D}{R}\right) \cdot \cos(\varphi_z)}{V_o} = \frac{\Omega \cdot r_D + \dot{\phi}_z \cdot b_D - V_o + \frac{V_o b_D}{R}}{V_o} \quad (12)$$

$$v_x^E = \frac{\Omega \cdot r_E - \dot{\phi}_z \cdot b_E - V_o \left(1 + \frac{b_E}{R}\right) \cdot \cos(\varphi_z)}{V_o} = \frac{\Omega \cdot r_E - \dot{\phi}_z \cdot b_E - V_o - \frac{V_o b_E}{R}}{V_o} \quad (13)$$

A componente v_y será igual para os dois pontos:

$$v_y^D = v_y^E = \frac{\dot{y} - V_o \cdot \sin(\varphi_z)}{V_o} = \frac{\dot{y}}{V_o} - \varphi_z \quad (14)$$

O rodeiro ao se deslocar lateralmente pelos trilhos sofre uma variação de valor tanto no raio da direita quanto no da esquerda. Estes podem ser calculados em função do deslocamento lateral y . Desse modo, o raio da direita pode ser substituído pela soma do raio de equilíbrio mais a alteração sofrida, de modo que ao final o escorregamento v_x^D pode ser simplificado por:

$$v_x^D = \frac{\Omega \cdot (r_o + \Delta r_D) + \dot{\phi}_z \cdot b_D - V_o + \frac{V_o b_D}{R}}{V_o} = \frac{\Delta r_D}{r_o} + \frac{\dot{\phi}_z \cdot b_D}{V_o} + \frac{b_D}{R} \quad (15)$$

De modo análogo, substituindo o raio da esquerda pelo raio de equilíbrio mais a variação em função do deslocamento lateral. Feito isto, pode-se calcular o escorregamento v_x^E da roda da esquerda:

$$v_x^E = \frac{\Omega \cdot (r_o + \Delta r_E) - \dot{\phi}_z \cdot b_E - V_o - \frac{V_o b_E}{R}}{V_o} = \frac{\Delta r_E}{r_o} - \frac{\dot{\phi}_z \cdot b_E}{V_o} - \frac{b_E}{R} \quad (16)$$

Conforme a Figura 7, a velocidade angular do ponto D_R do rodeiro e do ponto D_T do trilho no referencial $Dx'y'z'$ (perpendicular à área de contato) são:

$$\omega_{R,z'}^D = \varphi_z \cdot \cos(\delta_D) + \Omega \cdot \sin(\delta_D) \quad (17)$$

$$\omega_{T,z'}^D = -\frac{V_o}{R} \cdot \cos(\delta_D) \quad (18)$$

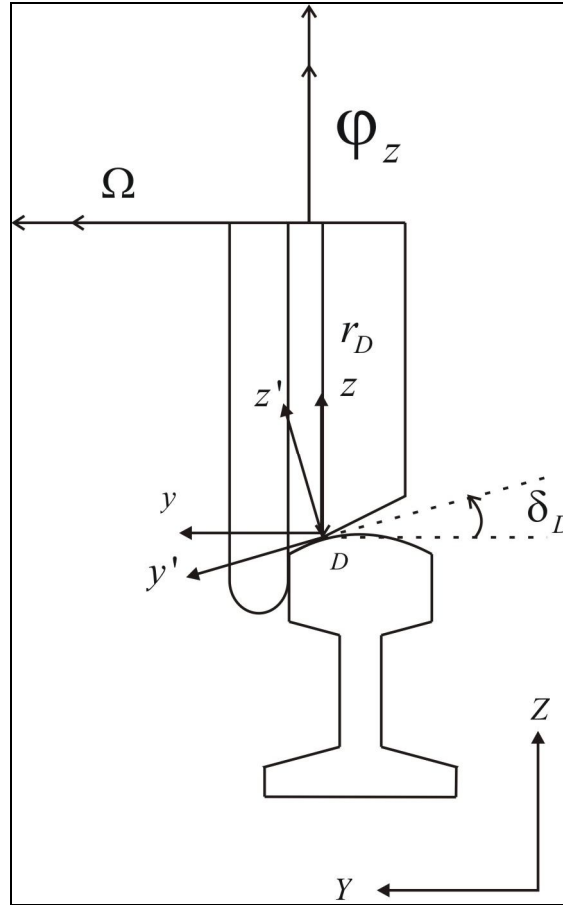


Figura 7: velocidades angulares do ponto de contato.

Então, o escorregamento angular no referencial $Dx'y'z'$ (Figura 7) para a roda direita pode ser calculado substituindo as equações (17) e (18) em (4):

$$v_{spin'}^D = \frac{1}{V_o} \left(\left(\varphi_z - \frac{V_o}{R} \right) \cos(\delta_D) + \Omega \cdot \sin(\delta_D) \right) = \frac{\dot{\varphi}_z}{V_o} - \frac{\delta_D}{r_o} + \frac{1}{R} \quad (19)$$

De maneira semelhante, para a roda esquerda vem:

$$v_{spin'}^E = \frac{1}{V_o} \left(\left(\varphi_z - \frac{V_o}{R} \right) \cos(\delta_E) - \Omega \cdot \sin(\delta_E) \right) = \frac{\dot{\varphi}_z}{V_o} - \frac{\delta_E}{r_o} + \frac{1}{R} \quad (20)$$

Neste mesmo referencial perpendicular ao plano de contato, os escorregamentos em x permanecem os mesmos e em y devem ser divididos pelo $\cos(\delta_E)$ ou $\cos(\delta_D)$. De modo que no final temos:

$$\begin{aligned} v_{x'}^D &= v_x^D = \frac{\Delta r_D}{r_o} + \frac{\dot{\varphi}_z \cdot b_D}{V_o} + \frac{b_D}{R} \\ v_{y'}^D &= \frac{v_y^D}{\cos(\delta_D)} = \left(\frac{\dot{y}}{V_o} - \varphi_z \right) \cdot \sec(\delta_D) \\ v_{spin'}^D &= \frac{\dot{\varphi}_z}{V_o} - \frac{\delta_D}{r_o} + \frac{1}{R} \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} v_{x'}^E &= v_x^E = \frac{\Delta r_E}{r_o} - \frac{\dot{\varphi}_z \cdot b_E}{V_o} - \frac{b_E}{R} \\ v_{y'}^E &= \frac{v_y^E}{\cos(\delta_E)} = \left(\frac{\dot{y}}{V_o} - \varphi_z \right) \cdot \sec(\delta_E) \\ v_{spin'}^E &= \frac{\dot{\varphi}_z}{V_o} - \frac{\delta_E}{r_o} + \frac{1}{R} \end{aligned} \quad (22)$$

Matricialmente os escorregamentos podem ser obtidos por:

$$\begin{Bmatrix} v_{x'}^D \\ v_{y'}^D \\ v_{spin'}^D \end{Bmatrix} = \frac{1}{V_o} \cdot \begin{bmatrix} b_D & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_z \\ \dot{y} \cdot \sec(\delta_D) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_z \cdot \sec(\delta_D) \\ y \end{Bmatrix} + \frac{1}{r_o} \begin{Bmatrix} \Delta r_D \\ 0 \\ -\delta_D \end{Bmatrix} + \frac{1}{R} \begin{Bmatrix} b_D \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{Bmatrix} v_{x'}^E \\ v_{y'}^E \\ v_{spin'}^E \end{Bmatrix} = \frac{1}{V_o} \cdot \begin{bmatrix} -b_E & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_z \\ \dot{y} \cdot \sec(\delta_E) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_z \cdot \sec(\delta_E) \\ y \end{Bmatrix} + \frac{1}{r_o} \begin{Bmatrix} \Delta r_E \\ 0 \\ -\delta_E \end{Bmatrix} + \frac{1}{R} \begin{Bmatrix} -b_E \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (24)$$

5.2 Forças no contato

Com base na teoria da elasticidade, tensão (σ) e deformação (ε) se relacionam através da conhecida lei de Hooke (equação (25)) de modo que estas obrigatoriamente aparecem juntas. Assim, ao se aplicar uma força em um corpo em contato com outro, uma região de deformação surge e consequentemente um campo de tensões. Na direção oposta às deformações aparecem as forças de fricção, resultado do campo de tensões criado.

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]\end{aligned}\tag{25}$$

No contato entre rodeiro e trilho em uma curva estas forças são responsáveis por manter o veículo em uma trajetória curvilínea segura. Como a região de contato está inclinada de um ângulo δ (Figura 8) em relação ao referencial inercial, o que se tem como força lateral é resultado da soma da componente na direção Y das forças N e T_y .

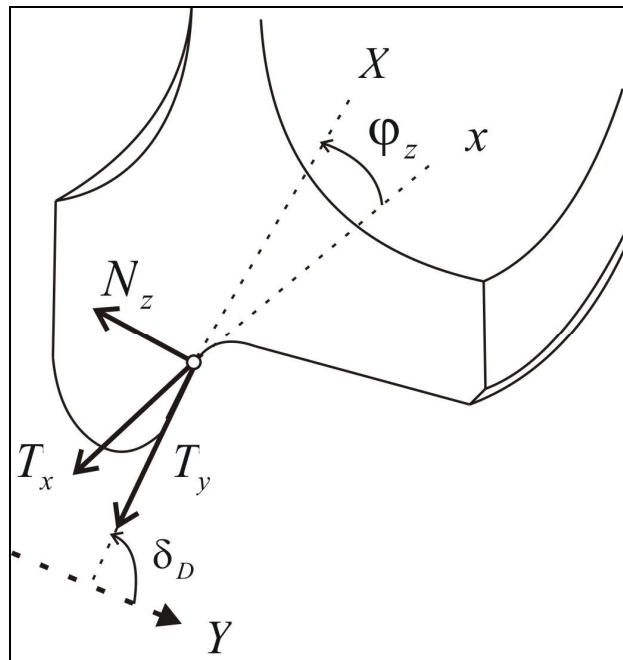


Figura 8: diagrama de esforços no rodeiro [9].

A área de contato é calculada através da teoria desenvolvida por Hertz. Esta região tem a forma de uma elipse com semi-eixos a e b . Tais dimensões são calculadas através da curvatura das superfícies no ponto de contato e da força normal agindo sobre a região. Dessa forma, a distribuição de pressões adquire a forma de um semi-elipsóide.

Conhecidos o escorregamento lateral, longitudinal e rotacional, através da teoria linear desenvolvida por Kalker, é possível se calcular as forças através das seguintes relações:

$$\vec{T} = T_x \cdot \vec{i} + T_y \cdot \vec{j} + N_z \cdot \vec{k} \quad (26)$$

$$T_x = -(G \cdot a \cdot b \cdot C_{11}) \cdot v_x \quad (27)$$

$$T_y = -(G \cdot a \cdot b \cdot C_{22}) \cdot v_y - (G \cdot (a \cdot b)^{\frac{3}{2}} \cdot C_{23}) \cdot v_{Spin} \quad (28)$$

Os escorregamentos v_x , v_y , ϕ : são definidos pelas equações (23) e (24). O módulo de elasticidade transversal G é função do material do trilho e rodeiro. Os termos C_{11}, C_{22}, C_{23} são conhecidos como coeficientes de Kalker e estão tabelados em função de várias excentricidades da área de contato elíptico.

As relações (26), (27) e (28) estão de acordo com o referencial do plano de contato, no entanto, é necessário se determinar estes esforços no referencial inercial do rodeiro. Como mostra a Figura 8, isto pode ser feito através da seguinte mudança de coordenadas:

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ N_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \cos \delta \cdot \sin \varphi & \cos \delta \cdot \cos \varphi & -\sin \delta \\ \sin \delta \cdot \sin \varphi & \sin \delta \cdot \cos \varphi & \cos \delta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ N_z \end{bmatrix} \quad (29)$$

5.2.1 Contato linear

Considerando pequenos escorregamentos, de modo que a deformação na região de contato seja elástica, é razoável representar o contato como duas molas de

rigidez linear e uma de rigidez angular como mostra a Figura 9. Assim, as forças podem ser calculadas da seguinte maneira:

$$T_x = -(G \cdot a \cdot b \cdot C_{11}) \cdot v_x = -K_x \cdot v_x \quad (30)$$

$$T_y = -(G \cdot a \cdot b \cdot C_{22}) \cdot v_y - (G \cdot (a \cdot b)^{\frac{3}{2}} \cdot C_{23}) \cdot v_{Spin} = -K_y \cdot v_y - K_{spin} \cdot v_{Spin} \quad (31)$$

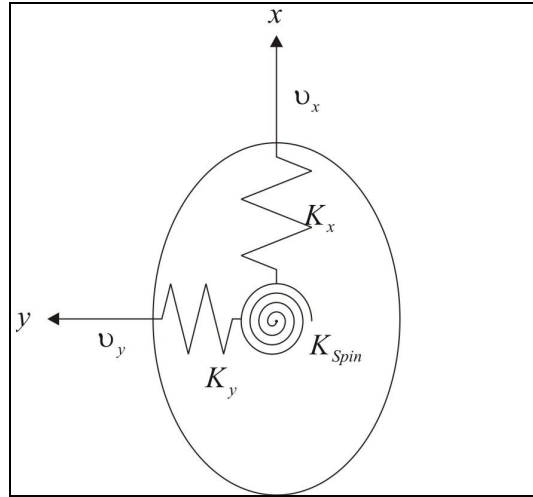


Figura 9: rigidez na superfície de contato.

Esta aproximação é válida uma vez a força de contato em função do escorregamento se comporta como na Figura 10, de modo que a inclinação, ou seja, a rigidez é constante para um pequeno trecho do gráfico.

Esta abordagem muito simplificada será utilizada na construção do modelo linear. Nota-se que para escorregamentos de maior valor é necessário o uso de uma teoria que considere a saturação pelo limite de Coulomb.

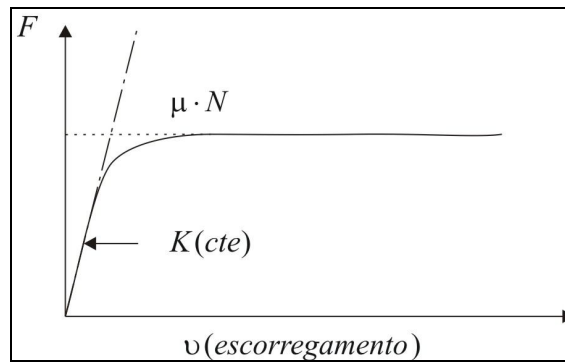


Figura 10: saturação da força de contato pela lei de Coulomb.

5.2.2 Contato não linear

As equações (26) a (28) são válidas apenas para uma pequena faixa de valores de escorregamento e não considera a saturação das forças de contato, limitadas pelo atrito de Coulomb:

$$\sqrt{T_x^2 + T_y^2} \leq \mu \cdot N_z \quad (32)$$

Para contornar este problema, é utilizado o algoritmo de cálculo de forças tangenciais desenvolvido por Kalker, o FASTSIM. É uma rotina largamente utilizada para simulações dinâmicas de veículos ferroviários com boa aproximação em relação à teoria exata de contato, apresentando também grande velocidade de execução.

A superfície elíptica de contato é discretizada em várias regiões de dimensões dx por dy , nestas áreas é feito o cálculo da pressão exercida conforme (33) e consequentemente da força normal exercida sobre a região.

$$P_{x,y} = \frac{3 \cdot N}{2 \cdot \pi \cdot a \cdot b} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \quad (33)$$

Feito isto é verificada a condição de aderência ou escorregamento e então se determina a parcela de força tangencial na direção x e y que está sendo gerada naquela região. Com a soma destes valores discretos tem-se a força total. As entradas são os escorregamentos normalizados, dados por:

$$\begin{aligned} NUX &= 0.589 \cdot \frac{G \cdot a \cdot b \cdot C_{11}}{\mu \cdot N} \cdot v_x \\ NUY &= 0.589 \cdot \frac{G \cdot a \cdot b \cdot C_{22}}{\mu \cdot N} \cdot v_y \\ FIY &= 2 \cdot \frac{G \cdot (a \cdot b)^{3/2} \cdot C_{23}}{\mu \cdot N} \cdot v_{Spin} \\ FIX &= \frac{b}{a} \cdot FIY \end{aligned} \quad (34)$$

Deve-se ter atenção no valor $G \cdot a \cdot b \cdot C_{11}$, como estão tabelados em função de uma carga normal de 1 N e segundo a teoria de Hertz a área da elipse é proporcional a $N^{2/3}$, então, o correto é que seja fornecido $(G \cdot a \cdot b \cdot C_{11})_{Tabelado} \cdot N^{2/3}$. O mesmo vale para NUY e FIY, considerando que em FIY é $(G \cdot (a \cdot b)^{1.5} \cdot C_{23})_{Tabelado} \cdot N$. Outras entradas são os valores de mx e my, que representam o número de regiões na direção x e y respectivamente, conforme a Figura 11.

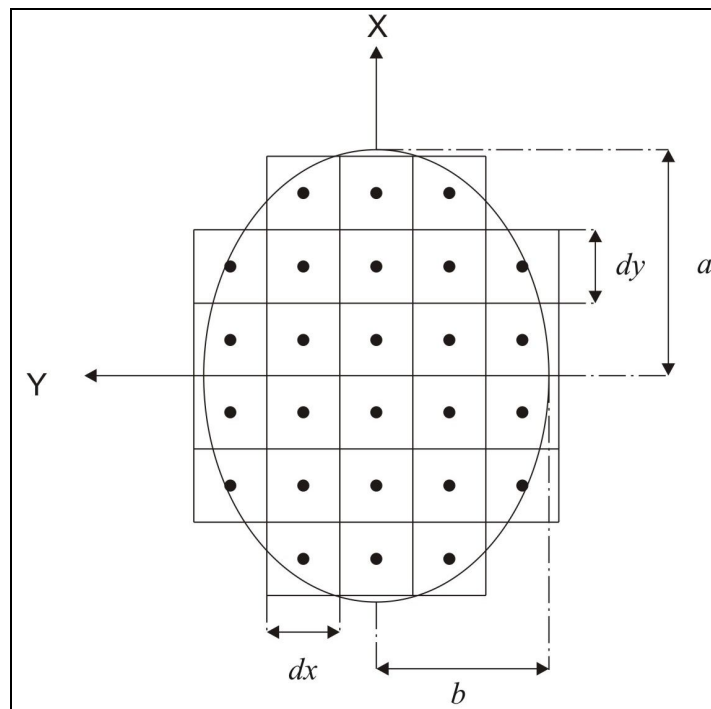


Figura 11: discretização da superfície de contato, mx=6, my=5.

Com as entradas corretas o FASTSIM fornece os valores normalizados de força TX e TY. Assim, para a determinação do resultado real basta que seja feita a multiplicação pelo termo $\mu \cdot N_z$.

O efeito do número de elementos de discretização da região de contato sobre o valor final é mostrado na Figura 12. A partir de 20 elementos não há mais diferença significativa do resultado e, portanto o erro foi calculado tomando como referência o resultado obtido com mx=my=20. O gráfico representa o erro no cálculo da força

lateral. As propriedades de contato foram tomadas para o rodeiro no centro e a força normal é de 100 kN.

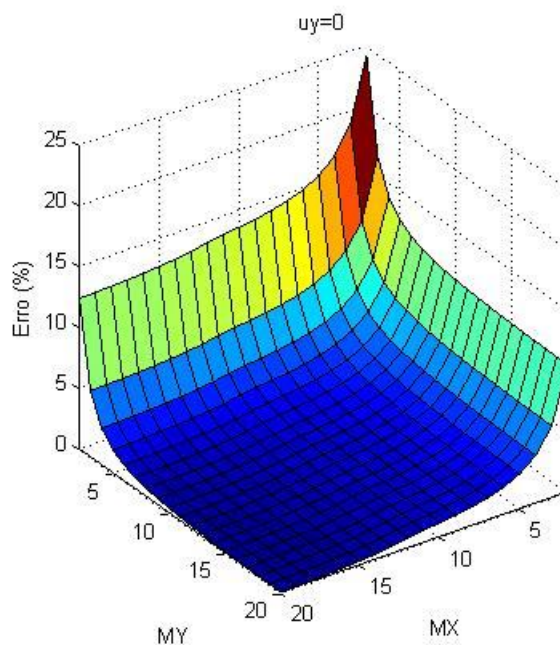


Figura 12: efeito da discretização sobre o valor calculado.

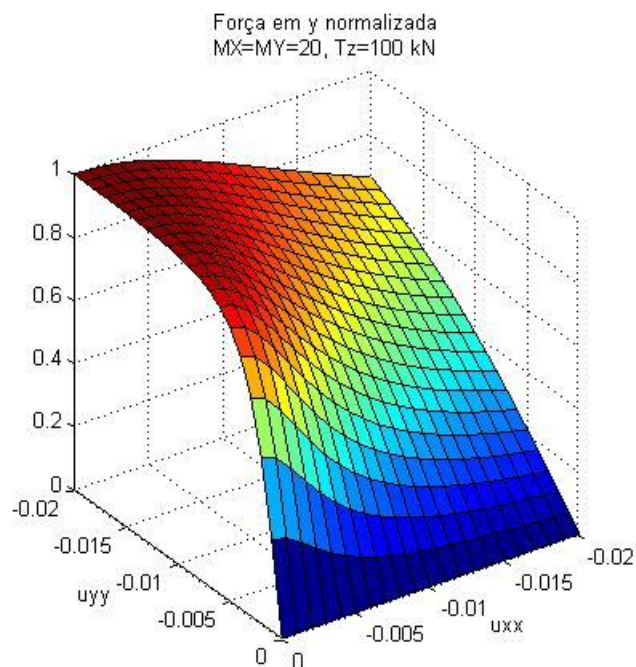


Figura 13: variação da força de contato lateral com os escorregamentos.

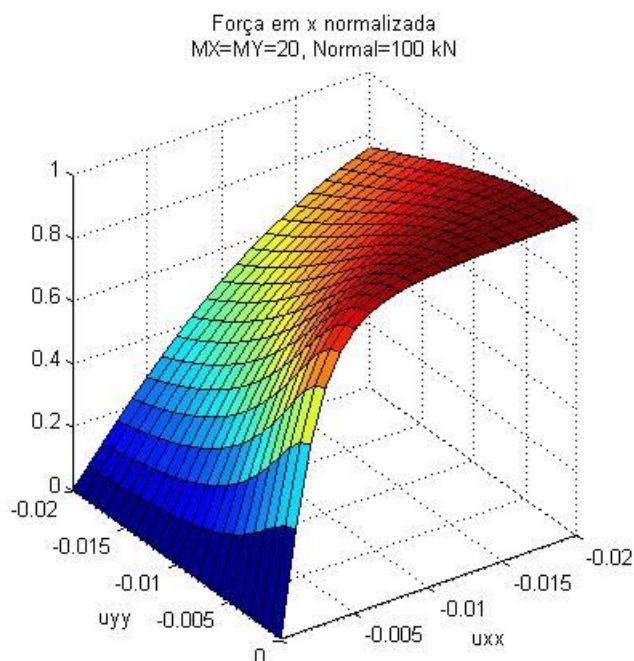


Figura 14: variação da força de contato longitudinal com os escorregamentos.

A Figura 13 e Figura 14 mostram como variam as forças tangenciais em função dos escorregamentos. A normalização foi feita dividindo os valores pelo produto do coeficiente de atrito pela normal.

Como esperado, se não houver escorregamento na direção y não haverá força nesta direção, de modo análogo ocorre para a força na direção x . O gráfico da força em y mostra que se houver escorregamento em x , quanto maior este for menor deverá ser o limite de saturação desta força. Isto acontece porque a força em x e a força em y estão limitadas pelo limite de saturação imposto pelo coeficiente de atrito entre as superfícies, como demonstra a equação (32).

6 MODELAGEM DA VIA

Para a representação da trajetória da via são utilizadas coordenadas curvilíneas, do mesmo modo que foi feito por Wickens [2]. A variável s é a posição ao longo da curva como mostra a Figura 15.

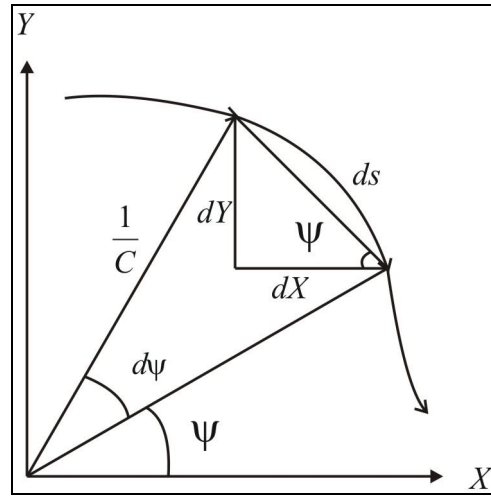


Figura 15: representação da via

Pela figura, é fácil notar que existem as seguintes relações geométricas que definem a trajetória:

$$\begin{aligned} dX &= ds \cdot \cos(\psi) \\ dY &= ds \cdot \sin(\psi) \\ d\psi &= ds \cdot C \end{aligned} \tag{35}$$

Derivando em relação ao tempo, temos as velocidades da trajetória:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \dot{s} \cdot \cos(\psi) \\ \dot{Y} &= \dot{s} \cdot \sin(\psi) \\ \dot{\psi} &= \dot{s} \cdot C \end{aligned} \tag{36}$$

Novamente, com a segunda derivada, tem-se a aceleração:

$$\begin{aligned}
\ddot{X} &= \ddot{s} \cdot \cos(\psi) - \dot{s} \cdot \dot{\psi} \cdot \sin(\psi) \\
\ddot{Y} &= \ddot{s} \cdot \sin(\psi) + \dot{s} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos(\psi) \\
\ddot{\psi} &= \ddot{s} \cdot C + \dot{s} \cdot \dot{C}
\end{aligned} \tag{37}$$

Para os casos a serem estudados foi considerado que o veículo possui velocidade constante, portanto, $s = V \cdot t$. A trajetória pode ser uma reta, uma curva ou uma transição.

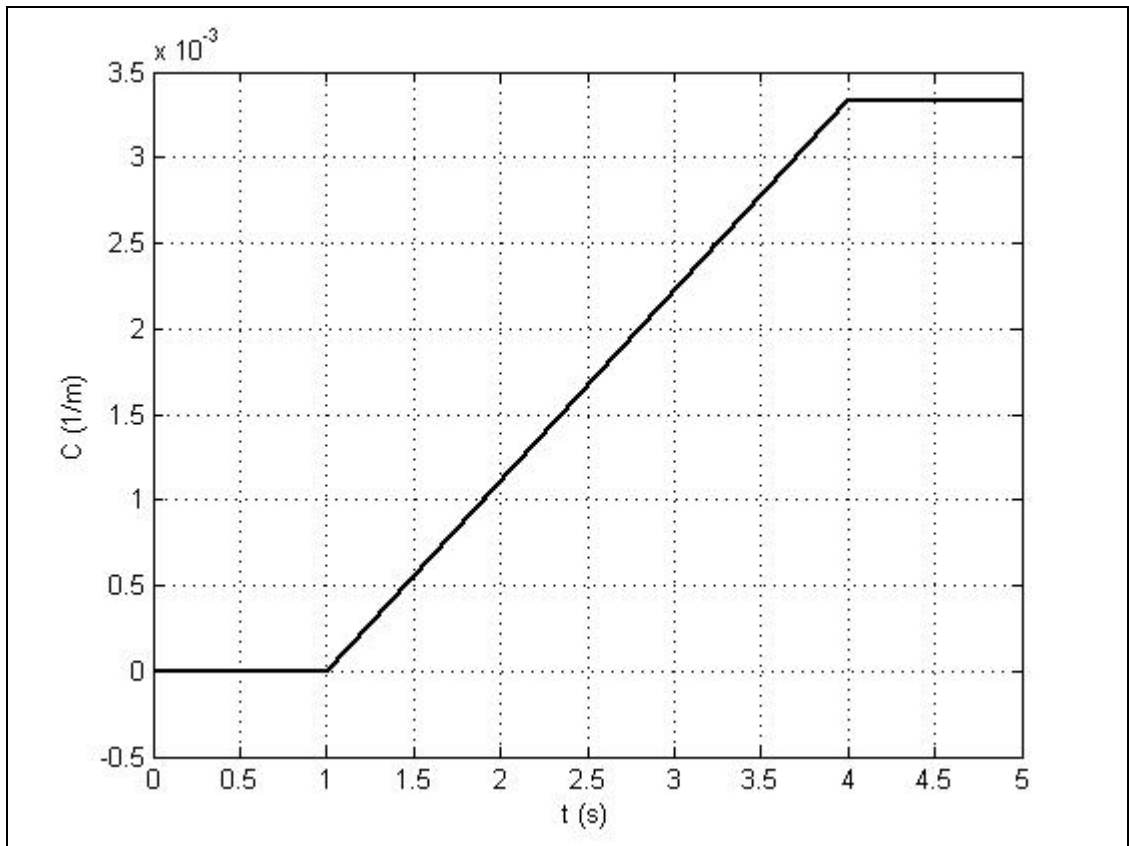


Figura 16: transição de curvatura em clotóide.

No caso de uma transição a curvatura C irá variar desde o valor antes da transição até o seguinte, existem vários modos de se fazer esta transição. Neste trabalho, é adotada uma transição do tipo clotóide representada pela Figura 16. A transição é feita linearmente à uma taxa constante de variação da curvatura em função da distância s percorrida. Se o veículo estiver à 10 m/s esta transição de um raio infinito até um de 300 (m) é feita em 30 (m) à uma taxa de 1/900 (1/m.s). Nota-se que a derivada da curvatura tem a forma de um degrau para este tipo de transição.

7 MODELO LINEAR

Neste primeiro modelo será estudada a dinâmica lateral de um truque composto por 2 rodeiros, suspensões primárias e o corpo suspenso. Este modelo é baseado na referência [2]. Os rodeiros são conectados ao corpo do truque por meio de elementos elásticos e de dissipação de energia considerados de massa desprezível como mostra a Figura 17. O modelo é simétrico, portanto, tanto para o rodeiro dianteiro quanto para o traseiro a rigidez e as distâncias são iguais.

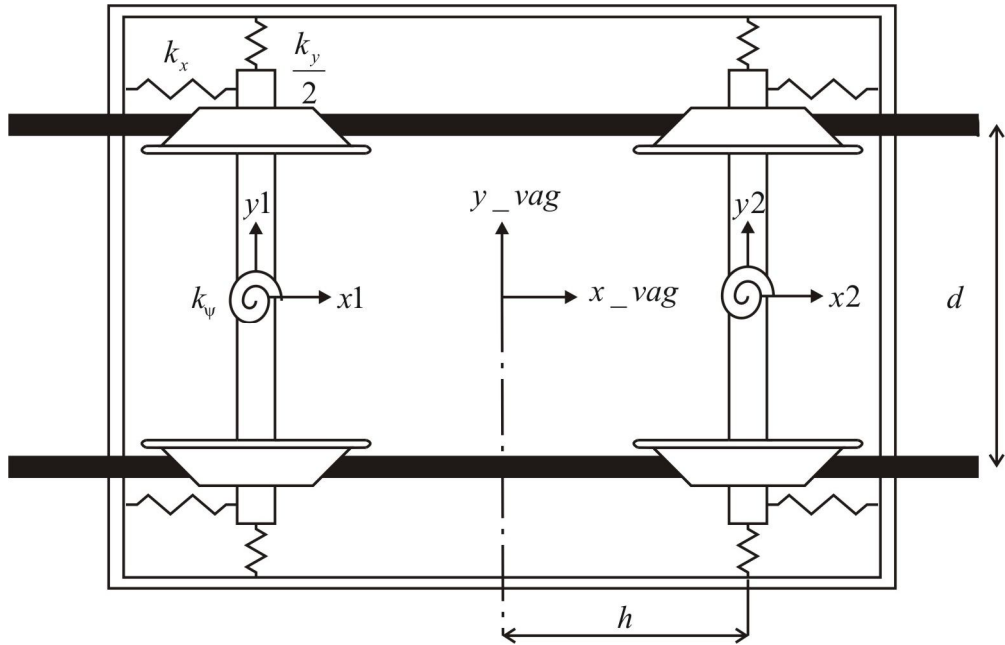


Figura 17: vista superior do modelo.

Os rodeiros tem liberdade para se deslocarem na direção y e angularmente através do ângulo ψ , além de ter a rotação em torno de seu eixo próprio $\dot{\theta}$, os outros graus de liberdade foram desconsiderados. Considerando ainda que a velocidade $\dot{\theta}$ permanece constante, o rodeiro pode ser representado por dois graus de liberdade.

Conforme a Figura 18 o corpo do truque é ligado aos dois rodeiros por uma mola linear na direção y e duas molas angulares para os deslocamentos ψ e φ . Portanto este possui três graus de liberdade. O sistema total é representado por 7 (sete) variáveis de movimento.

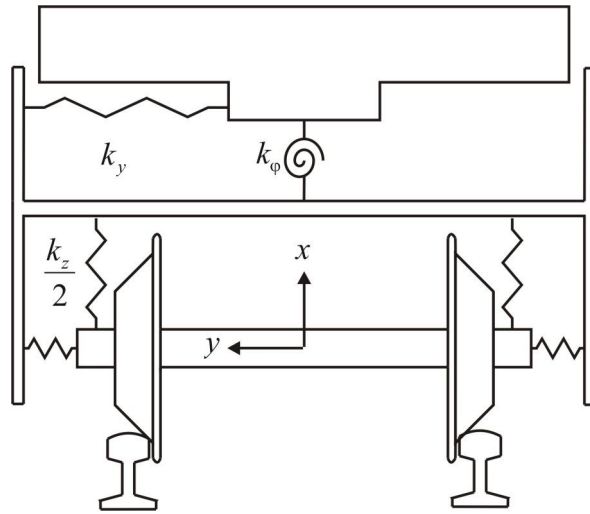


Figura 18: vista lateral do modelo.

Estas coordenadas generalizadas são medidas em relação ao referencial da via. Neste modelo foi adotado três, um para cada rodeiro e outro para a estrutura do truque. As coordenadas destes referenciais são definidas do modo como estabelecido pelas equações (35), (36) e (37). Considerando o rodeiro dianteiro com uma trajetória cujo $s_1 = V \cdot t$, o rodeiro traseiro irá ter $s_2 = V \cdot t - 2 \cdot h$ e o centro do truque $s_b = V \cdot t - h$.

As forças de contato são calculadas supondo coeficientes de rigidez de contato constantes que são substituídos nas equações (30) e (31). Os escorregamentos são determinados pelas expressões (23) e (24).

A Figura 19 fornece uma visão geral de como o sistema está integrado, bem como as entradas e saídas de cada um dos subsistemas. A modelagem por partes do problema, ao invés de equacionar direto todas as 7 equações de movimento, tornou mais simples as equações dentro de cada bloco e maior clareza em saber com o que se está trabalhando. Isto facilita o entendimento e minimiza possíveis erros. Adiante segue um maior detalhamento dos subsistemas, bem como as equações que estão sendo usadas por cada um.

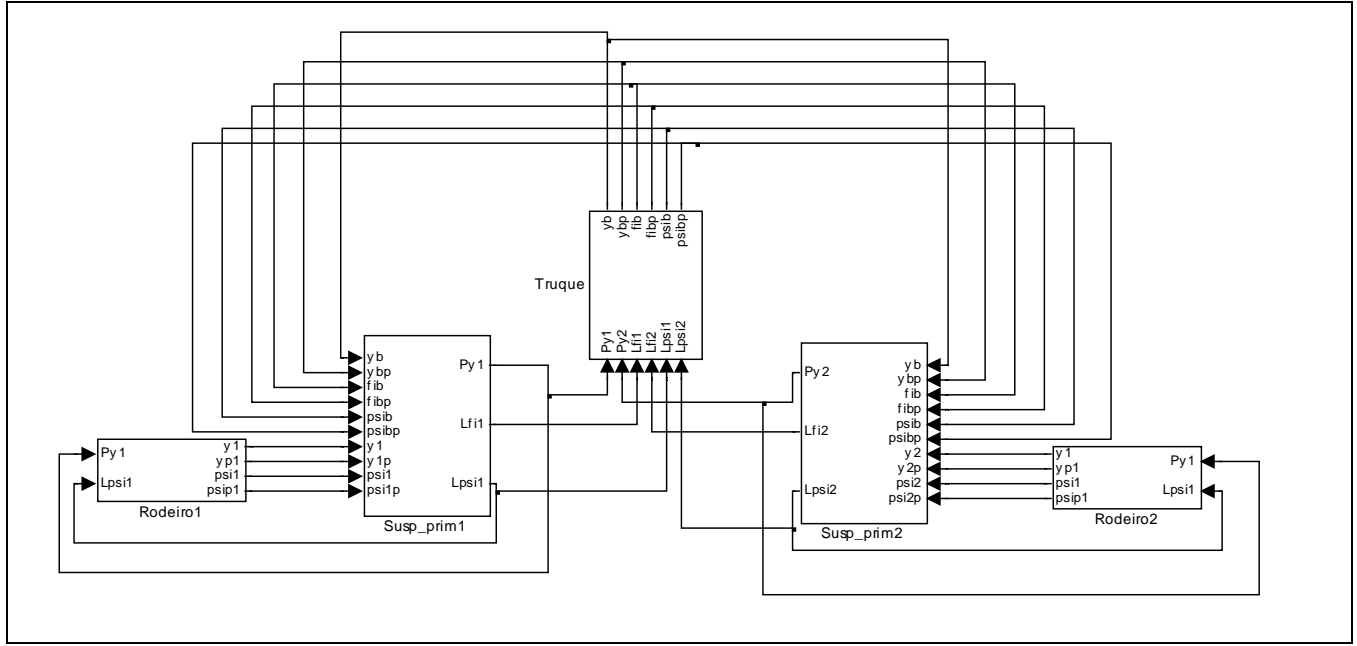


Figura 19: modelo construído no simulink.

7.1 Rodeiro

Considerando os dois graus de liberdade já descritos do rodeiro e que as forças da suspensão primária que influenciam estas variáveis podem ser descritas pelas entradas Py e $Lpsi$ respectivamente, temos as seguintes equações de movimento para um rodeiro simplificado:

$$\begin{aligned} m_{Rod} \cdot \ddot{y} - T_y + m_{Rod} \cdot (\dot{s})^2 \cdot C + P_y &= 0 \\ I_z \cdot \ddot{\psi} - M_z + L_{\psi} &= 0 \end{aligned} \quad (38)$$

A curvatura C e \dot{s} são entradas em função do tempo representadas pelo “Lookup Table” da Figura 20. Conforme mostrado as equações são integradas duas vezes no tempo e suas variáveis são utilizadas para cálculos de escorregamentos, força no contato e utilizadas pelos outros subsistemas que calculam as forças na suspensão primária ($Py1$ e $Lpsi1$) que retornam para o sistema do rodeio.

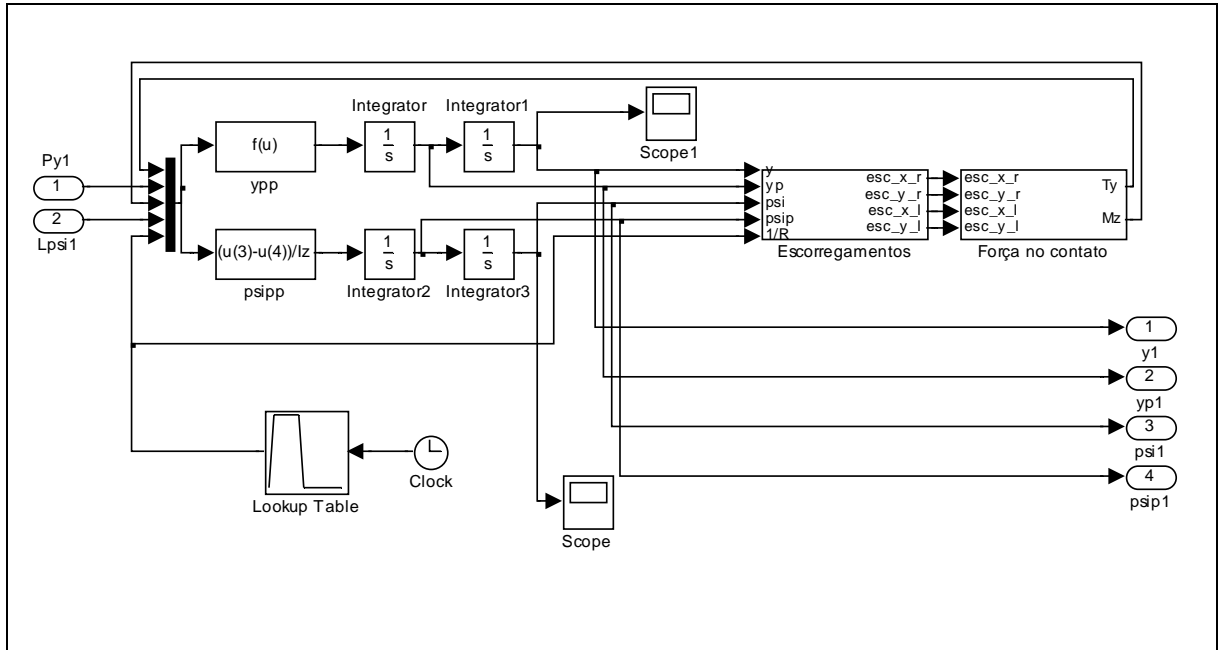


Figura 20: subsistema do rodeiro.

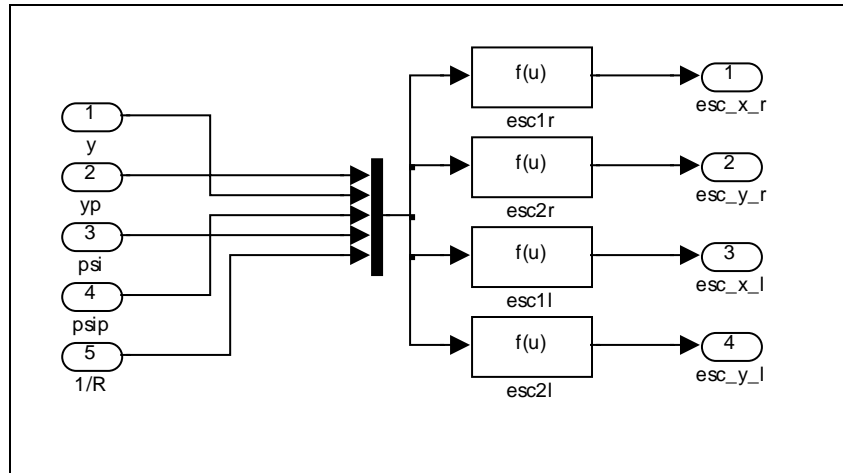


Figura 21: subsistema dos escorregamentos.

De acordo com as equações (30) e (31), para o cálculo das forças na área de contato é necessário que se tenha os escorregamentos. Estes são calculados utilizando as relações (23) e (24) tendo como entrada as variáveis do sistema do rodeiro mostradas na Figura 21, com isto, um cálculo direto fornece os valores desejados. Vale ressaltar que as simplificações implicam que δ_E e δ_D sejam iguais a zero. Além disso, Δr_E e Δr_D que tem função não linear em função do deslocamento lateral do rodeiro, foram tomados como $\Delta r_E = +\lambda \cdot y$ e $\Delta r_D = -\lambda \cdot y$, onde λ é a conicidade do rodeiro.

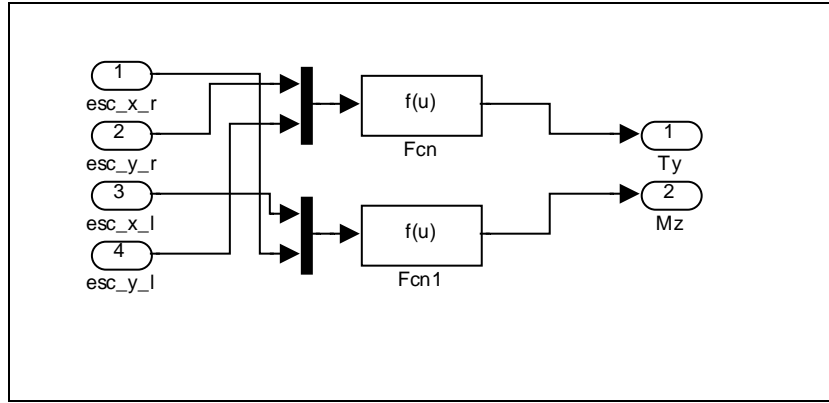


Figura 22: subsistema das forças de contato.

Com os escorregamentos calculados, outro subsistema (Figura 22) é responsável pelas forças simplificadas na região de contato. Assim, o subsistema do rodeiro está completo e pode ser integrado com os outros.

7.2 Suspensão primária

Com base na Figura 17 e Figura 18 pode-se calcular as forças elásticas e de amortecimento da suspensão primária do seguinte modo:

$$P_y = d \cdot k_y \cdot \phi_b + c_y \cdot d \cdot \dot{\phi}_b - h \cdot k_y \cdot \psi_b - c_y \cdot h \cdot \dot{\psi}_b + k_y \cdot y + c_y \cdot \dot{y} - k_y \cdot y_b - c_y \cdot \dot{y}_b \quad (39)$$

$$L_\phi = -k_\phi \cdot \phi_b - c_\phi \cdot \dot{\phi}_b \quad (40)$$

$$L_\psi = k_\psi \cdot \psi + c_\psi \cdot \dot{\psi} - k_\psi \cdot \psi_b - c_\psi \cdot \dot{\psi}_b \quad (41)$$

Estas são as forças de ligação do rodeiro dianteiro com a estrutura do truque, em forma de diagramas fica como na Figura 23. Através de pequenas alterações geométricas nas equações (39), (40) e (41) e com o mesmo diagrama é possível obter-se as forças de suspensão para o rodeiro traseiro.

Tal subsistema tem a função de ligação física entre o rodeiro e a estrutura do truque como mostra a Figura 19.

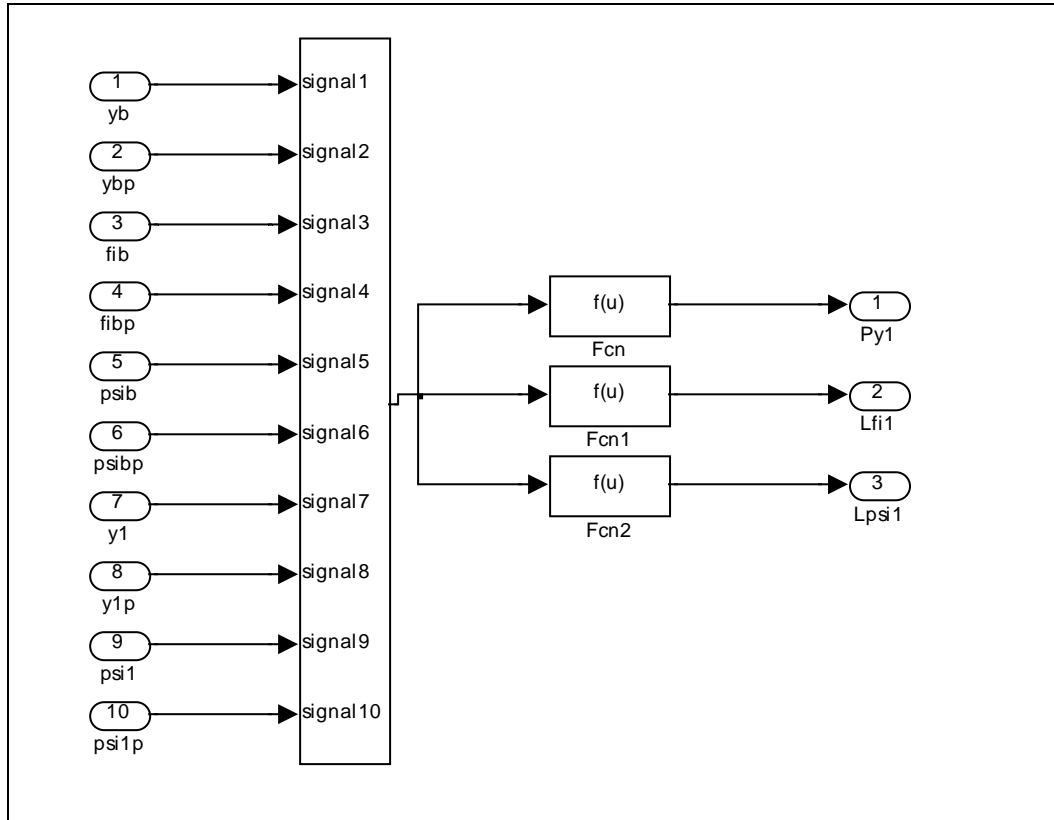


Figura 23: subsistema da suspensão primária.

7.3 Estrutura do truque

As equações de movimento da estrutura do truque baseadas no trabalho de Wickens [2] são:

$$\begin{aligned}
 m_{bogie} \cdot \ddot{y}_b - P_{y1} + m_{bogie} \cdot (\dot{s}_b)^2 \cdot C_b - P_{y2} &= 0 \\
 I_{xb} \cdot \ddot{\phi}_b - L_{\phi1} - L_{\phi2} + d \cdot P_{y1} + d \cdot P_{y1} &= 0 \\
 I_{zb} \cdot \ddot{\psi}_b - L_{\psi1} - L_{\psi1} - h \cdot P_{y1} + h \cdot P_{y2} &= 0
 \end{aligned} \tag{42}$$

Assim, como os rodeiros, o corpo do truque recebe como entradas a trajetória da via que ele deve seguir. Do mesmo modo, as equações de movimento são integradas no tempo e os resultados podem ser usados para cálculos nos outros blocos do sistema completo. Os detalhes do diagrama desta peça podem ser vistos na Figura 24.

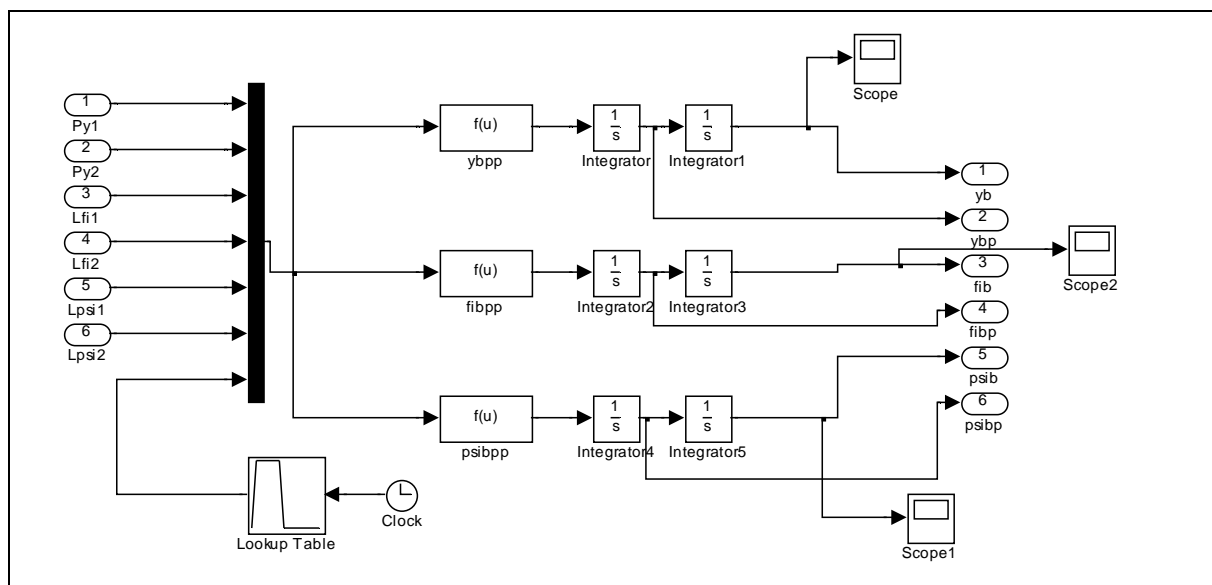


Figura 24: subsistema do corpo do truque.

8 SIMULAÇÃO E ANÁLISE DO MODELO LINEAR

Os parâmetros físicos do problema que se mantêm constantes durante toda a simulação são:

- Massa do rodeiro: $m_{Rod} = 1751$ kg.
- Momento de inércia em relação a Z: $I_z = 800$ kg.m².
- Raio do rodeiro: $r_o = 0.4572$ m.
- Conicidade do rodeiro: $\lambda = 0.05$
- Massa do corpo do truque: $m_{bogie} = 2500$ m.
- Momento de inércia do corpo em relação a Z: $I_{zb} = 3500$ kg.m².
- Momento de inércia do corpo em relação a X: $I_{xb} = 1000$ kg.m².
- Comprimentos: $l=0.7175$ m; $d=0.2$ m; $h=0.125$ m.
- Constantes elásticas: $k_y = 40 \cdot 10^5$ N/m; $k_\phi = 1 \cdot 10^6$ N/m; $k_\psi = 80 \cdot 10^6$ N/m.
- Constantes de amortecimento: $c_y = 0$ N.s/m; $c_\phi = 10 \cdot 10^3$ N.s/m; $c_\psi = 0$ N.s/m.
- Rigidez do contato: $K_y = 6.5 \cdot 10^6$ N/m; $K_x = 6.2 \cdot 10^5$ N/m.

A trajetória simulada corresponde a uma transição de 60 m variando de um trecho reto até um trecho de raio de 900 m. Em seguida o truque permanece na curva por 150 m e depois retorna a uma trajetória retilínea. A velocidade do veículo é de 30 m/s. Graficamente a curvatura do rodeiro dianteiro varia no tempo de acordo com a Figura 25.

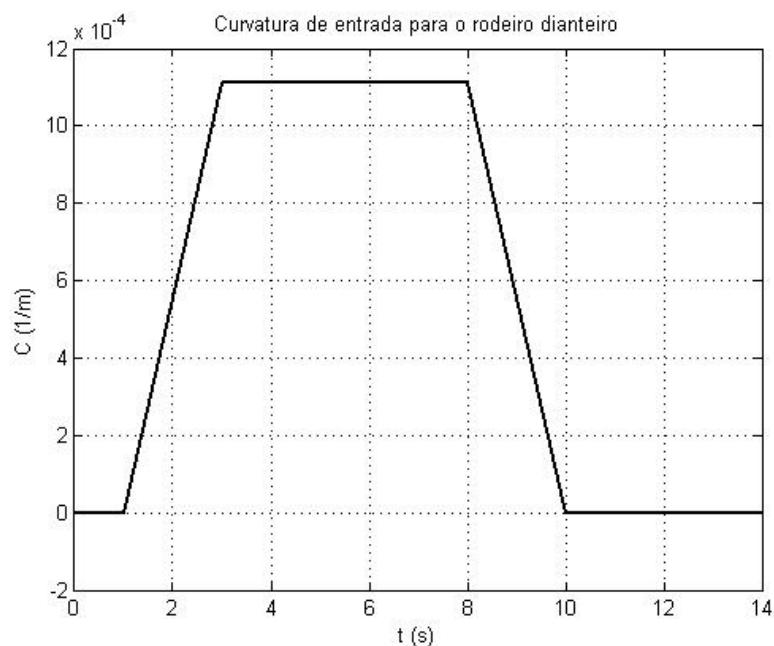


Figura 25: curvatura do rodeiro dianteiro.

A Figura 26 mostra o deslocamento lateral e angular do rodeiro dianteiro. Do instante 0 ao 1 (s) a trajetória é reta, portanto, como esperado, os deslocamentos são nulos. A partir de 1 (s) começa a transição, o rodeiro se desloca na direção y à medida de o raio da pista passa de infinito para 900 (m). No instante 3 (s) a inscrição tem fim, porém, devido à inércia, o sistema ainda se desloca um pouco mais. Por mais 5 segundos a trajetória é de curva com raio constante, as forças se estabilizam e a dissipação no contato amortece o sistema até um ponto estável de deslocamento lateral 7,3 (mm). Depois disto ocorre uma nova transição de uma curva para uma reta e novamente é possível notar o transitório até a estabilização em torno de zero. O deslocamento angular é negativo e assim como o deslocamento lateral, também é sensível à mudança de curvatura e ao amortecimento.

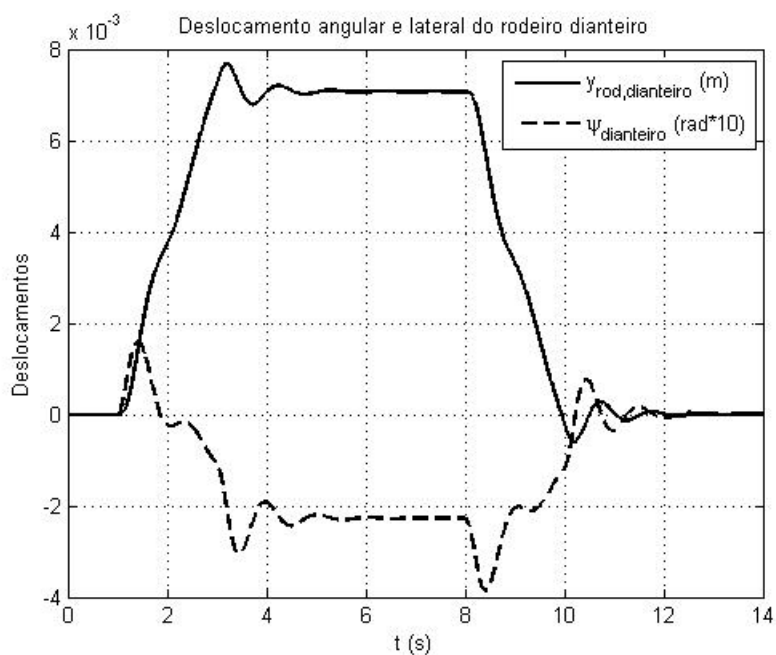


Figura 26: deslocamento angular e lateral do rodeiro dianteiro.

A força lateral (Figura 27), responsável por colocar e manter o rodeiro em trajetória curvilínea é nula nas regiões de reta e varia conforme o raio da curva. É negativa porque o rodeiro está fazendo uma curva para a direita e consequentemente a aceleração centrípeta tem direção contrária ao do eixo y da Figura 17.

Na Figura 28 pode-se perceber como variam os deslocamentos para os 3 corpos. A suspensão primária faz com que todos tentem acompanhar a trajetória havendo apenas um pequeno deslocamento entre eles.

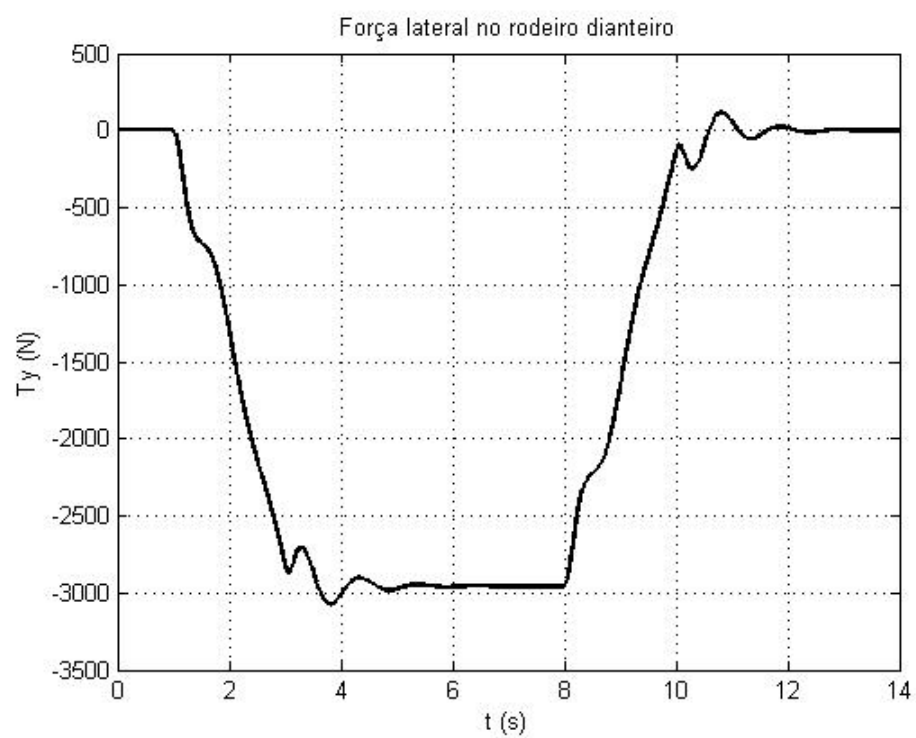


Figura 27: força lateral no rodeiro dianteiro.

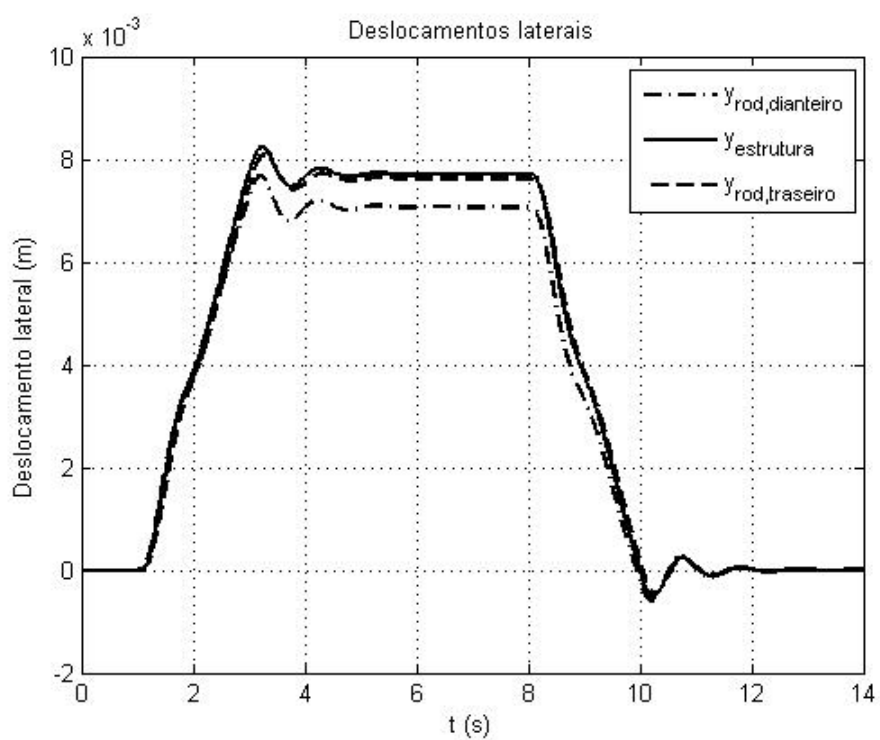


Figura 28: deslocamentos laterais dos corpos.

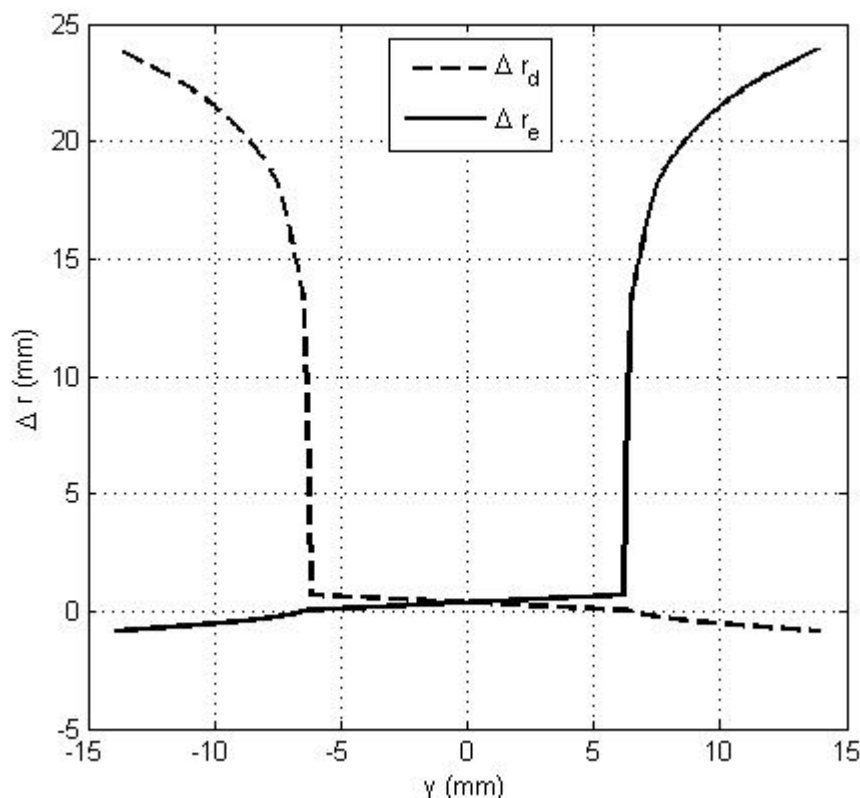


Figura 29: variação real dos raios em um rodeiro em função do deslocamento lateral.

O deslocamento lateral do rodeiro dianteiro, como mostra a Figura 26, chega próximo de 8 (mm), porém este valor já não está mais entra a zona de linearidade. A variação real do raio de rolamento em função do deslocamento lateral está representada na Figura 29. Até 6,2 (mm) pode-se considerar que o raio varia conforme a conicidade já considerada anteriormente, porém, a partir daí a variação do raio ocorre de maneira abrupta.

Com base nisto foi feita uma pequena alteração no modelo de forma que não mais se considerou o delta dos raios como função linear ($\Delta r_E = +\lambda \cdot y$ e $\Delta r_D = -\lambda \cdot y$). Feita esta alteração, estes valores são calculados interpolando-se em função do deslocamento lateral de forma que esta não linearidade pôde ser representada de forma bem precisa.

O resultado da simulação para os mesmos parâmetros iniciais e curva de transição é conforme mostra a Figura 30. Nota-se que ao atingir o deslocamento de

6,2 (mm) a grande mudança do raio de rolamento esquerdo faz com que ocorram oscilações muito rápidas, isto é a derivada do y atinge valores acentuados. Além disso, o rodeiro não passa de 6,3 (mm), como esperado, devido à alta não linearidade.

Esta pequena alteração no modelo já alerta à respeito do que ocorre na região de contato entre o friso e o trilho, certamente as variações bruscas de propriedade provocam efeitos que um modelo linear certamente não mostra. Por isso a necessidade de desenvolvimento de um modelo linear que contemple a variação não linear dos raios, da rigidez de contato, dos ângulos entre o rodeiro e o trilho bem como das outras propriedades. Além disso, é necessário que seja modelado um rodeiro com todos os graus de liberdade para que seja estudada de forma mais precisa como variam os estados do problema.

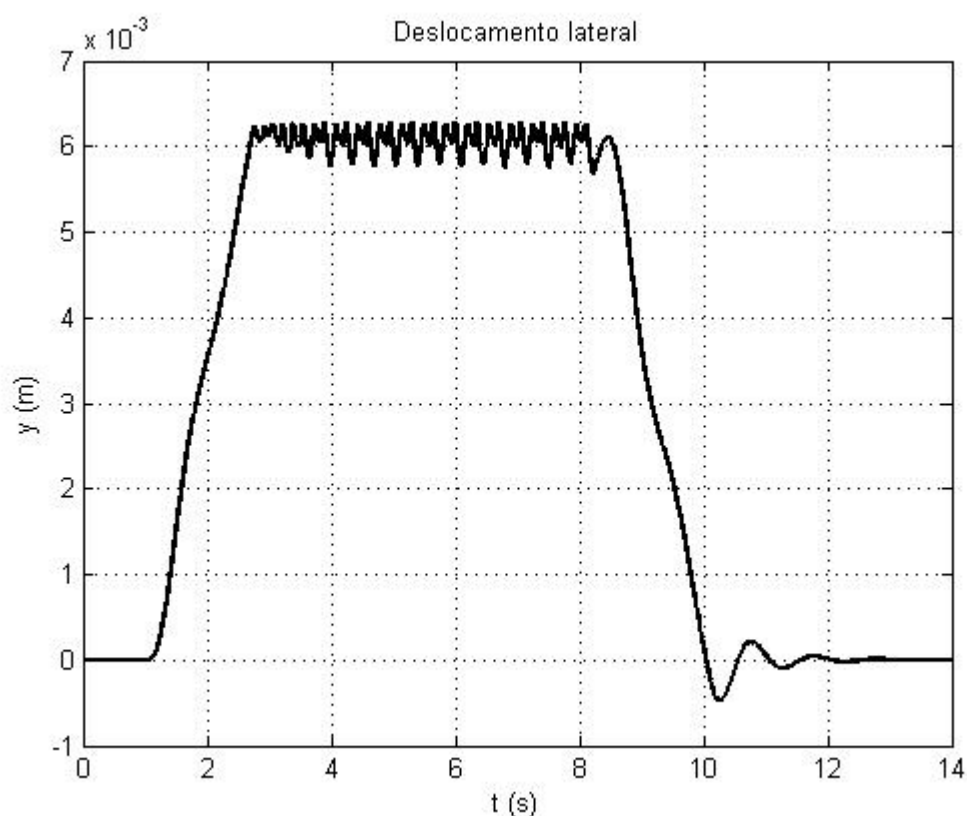


Figura 30: deslocamento lateral do rodeiro dianteiro considerando variação real dos raios.

9 MODELO NÃO LINEAR

O modelo linear apresentado nas secções anteriores mostra suas limitações para representar a dinâmica do sistema estudado, como já discutido. Assim, é necessário que se obtenha um modelo confiável capaz de representar os diversos fenômenos envolvidos na dinâmica de um veículo ferroviário.

Para obtenção deste modelo foi necessário o uso do programa Autolev. Através da abordagem do sistema pelo método de Kane foram deduzidas as equações diferenciais e de restrição. Adicionalmente a este equacionamento, é adicionada a rotina para determinação das forças tangenciais de contato, o FASTSIM.

O modelo é validado pela comparação com o resultado de outros autores. Os estudos de caso são feitos a partir da proposta de *benchmark* da IAVSD.

9.1 Modelo do rodeiro no Autolev

Aqui é descrito como foi feito a modelagem do elemento de ligação entre os trilhos e a estrutura do veículo ferroviário. Detalhadamente são apresentados todos os passos necessários para obter o modelo com o auxílio do Autolev.

Primeiramente é definido um referencial inercial N , e outros quatro referenciais auxiliares, dois tangentes aos planos de contato, um que representa a trajetória, e o referencial do rodeiro, criado juntamente com a declaração deste corpo. Além disso, são definidos pontos para a aplicação de esforços, tais como as forças de contato e forças externas.

Com isso, são definidos os graus de liberdade do sistema através das suas variáveis de estado. Neste caso, o modelo é representado por 6 estados, os deslocamentos lineares (u_x, u_y e u_z) e angulares (φ, θ, ψ) nas 3 direções x, y e z .

Adicionalmente é criada a trajetória de referência da via calculando-se conforme apresentado na equação (37).

Vale ressaltar que foi definido o referencial da via para que os deslocamentos do rodeiro, sejam angulares ou lineares, possam ser medidos relativamente a este, uma vez que são estes os valores importantes para se fazer uma análise do comportamento dinâmico.

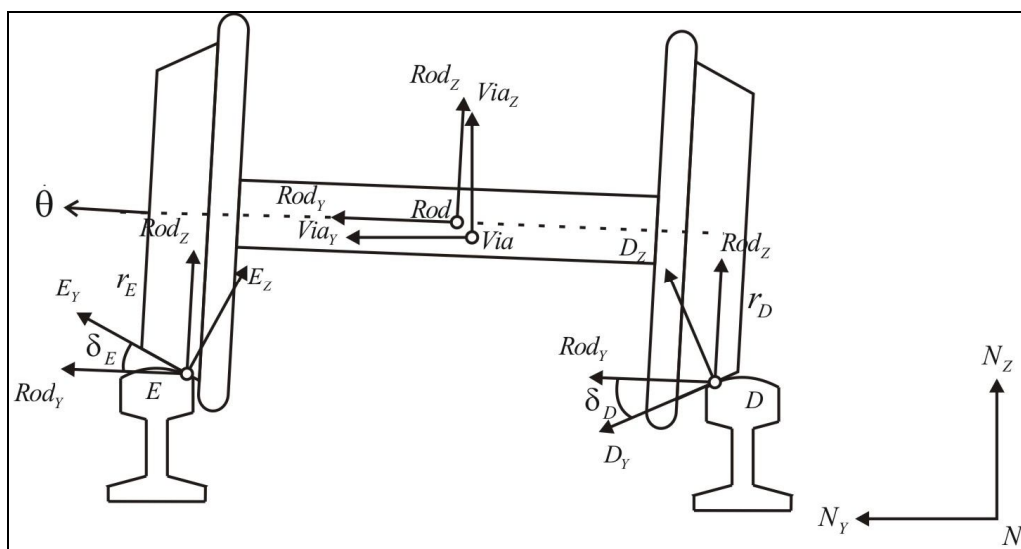


Figura 31: vista traseira do rodeiro e seus referenciais.

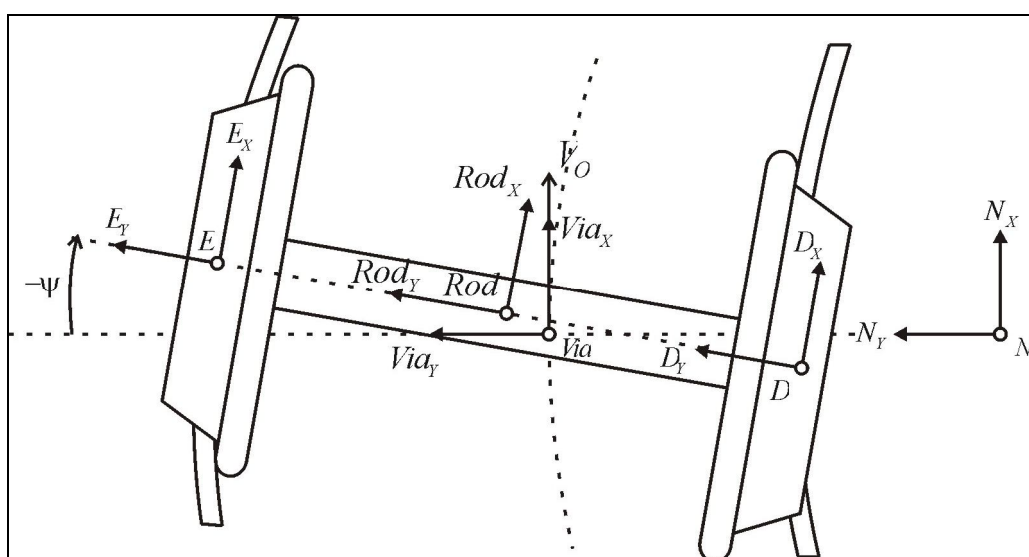


Figura 32: vista superior do rodeiro e seus referenciais.

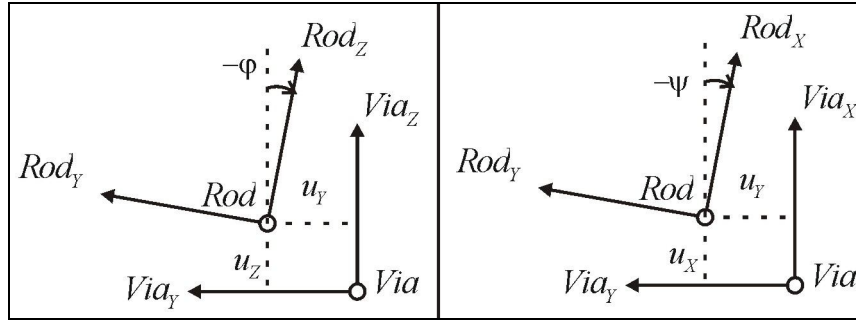


Figura 33: detalhes da Figura 31 e Figura 32.

A Figura 31 mostra os ângulos de contato entre o rodeiro e o trilho δ_E e δ_D . Esta mudança de coordenadas é feita no Autolev definindo-se uma matriz de rotação entre os referenciais de contato e o rodeiro. Por exemplo, para o referencial E foi feita uma rotação de um ângulo δ_E em torno do eixo Rod_x , de modo que o eixo E_x tenha a mesma direção que o eixo Rod_x .

Já na Figura 32, vista superior, nota-se o deslocamento lateral do rodeiro. Na Figura 33 pode ser visto mais detalhadamente como são os deslocamentos. Assim, no Autolev defini-se que o baricentro do rodeiro (Rod) tem sua posição linear em relação à via dada pelo vetor $u_x \cdot \overline{via_x} + u_y \cdot \overline{via_y} + u_z \cdot \overline{via_z}$. A posição angular em relação à via é definida por uma matriz de rotação impondo um deslocamento angular φ em torno do eixo Rod_x e sucessivamente ψ em torno do eixo Rod_z . Além disso, deve-se declarar a posição dos referenciais de contato e dos pontos que eventualmente tenham sido criados.

Com os vetores de posição claramente especificados, o próximo passo é definir as velocidades lineares e angulares do centro dos referenciais criados e do baricentro do rodeiro para que estas possam ser derivadas em relação ao tempo e através do método de Kane obter as equações de movimento para integração e solução do problema.

Com as velocidades determinadas os escorregamentos são calculados pela diferença de velocidades entre a superfície do rodeiro e a superfície do trilho no

plano de contato. O escorregamento angular é dado pela diferença da velocidade angular normal às superfícies.

Por fim aplicam-se as forças gravitacionais e de contato e com isso são obtidas as equações de movimento.

9.2 Restrição de movimento do rodeiro

No caso do rodeiro temos dois pontos de contato entre este e o trilho. Portanto, existem duas restrições de movimento que devem ser impostas para que não ocorram situações fisicamente impossíveis. Estas duas restrições são dadas pelas equações (43) e (44):

$$(\bar{V}_{E,Rod} - \bar{V}_{E,Trilho}) \cdot \bar{E}_Z = \bar{0} \quad (43)$$

$$(\bar{V}_{D,Rod} - \bar{V}_{D,Trilho}) \cdot \bar{D}_Z = \bar{0} \quad (44)$$

Estas restrições impõem que a velocidade entre a superfície do rodeiro e do trilho seja nula na direção normal ao plano de contato, ou seja, o rodeiro está sempre em contato com o trilho, mas nunca penetra neste.

Com estas duas equações o número de graus de liberdade do sistema é reduzido de 4 para 6, já que as duas equações acima podem ser usadas para isolar 2 variáveis em função das demais.

No caso do rodeiro, esta restrição foi feita escolhendo o deslocamento uz e o ângulo de rolagem φ como variáveis dependentes dos outros estados.

9.3 Determinação das cargas normais aplicadas na região de contato

Até o momento foram apresentados os movimentos relativos entre os referenciais da trajetória, do baricentro do rodeiro e dos planos de contato. Porém,

para a solução das equações diferenciais, é necessário que se tenha o valor da força normal e tangencial na região de intersecção entre rodeiro e trilho.

Existem dois métodos através dos quais isto pode ser feito, o primeiro consiste em fazer o equilíbrio do momento na direção x e calcular repetidamente tomando valores da iteração anterior até convergir dentro de uma tolerância especificada. O segundo parte das restrições de velocidade na região de contato, duas variáveis de estado se tornam dependentes das demais. A partir disso, duas equações diferenciais de movimento se transformam em um sistema algébrico e dele se isola as duas forças normais, direita e esquerda, para com o FASTSIM determinar os esforços tangenciais.

9.3.1 Método 1, equilíbrio de momento

No trabalho de Barbosa [3] as forças verticais são obtidas através do equilíbrio de momentos em relação ao plano Y-Z. As expressões destas forças são:

$$V_E = -\frac{F_Z d_2 - F_Y r_O + M_{xx}}{(d_1 + d_2)} \quad (45)$$

$$V_D = -\frac{F_Z d_2 + F_Y r_O + M_{xx}}{(d_1 + d_2)} \quad (46)$$

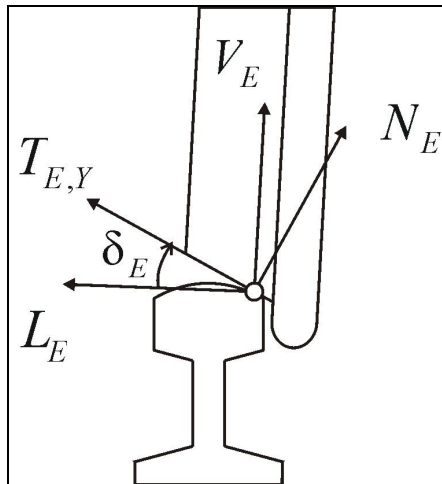


Figura 34: forças no plano de contato.

A força F_Z é resultado da dinâmica vertical e da força gravitacional que multiplicada pela distância d_2 até o apoio esquerdo produz um momento na direção x. A força F_Y é resultado da dinâmica lateral e sua parcela de momento em x é dada pela multiplicação desta pelo raio nominal do rodeiro. O termo M_{xx} corresponde aos momentos nesta direção.

Com as forças verticais definidas, calcula-se a força normal N através da projeção da parcela vertical e lateral no plano de contato. Como mostra a Figura 34, basta que seja feita a seguinte multiplicação:

$$\begin{bmatrix} T_E \\ N_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\delta_E) & \sin(\delta_E) \\ -\sin(\delta_E) & \cos(\delta_E) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_E \\ V_E \end{bmatrix} \quad (47)$$

Com o valor da força normal, escorregamentos e deslocamento lateral do rodeiro é dada entrada na rotina FASTSIM. A partir das propriedades previamente tabeladas em função do deslocamento lateral são calculadas as forças tangenciais na região de contato. Este procedimento repetido dentro de uma rotina de cálculo leva ao correto valor das forças normais e tangenciais, pois o valor converge para a solução buscada.

9.3.2 Método 2, utilizando restrição de movimento

A dedução das equações de movimento do sistema leva a um sistema de seis equações diferenciais como mostrado abaixo, em que as acelerações são funções das velocidades, deslocamentos e esforços:

$$\begin{aligned}
 &\ddot{u}_X(u_X, \dot{u}_X, u_Y, \dot{u}_Y, u_Z, \dot{u}_Z, \varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, N_E, N_D, T_{E,X}, T_{D,X}, T_{E,Y}, T_{D,Y}, F_{Ext}, M_{Ext}) \\
 &\ddot{u}_Y(u_X, \dot{u}_X, u_Y, \dot{u}_Y, u_Z, \dot{u}_Z, \varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, N_E, N_D, T_{E,X}, T_{D,X}, T_{E,Y}, T_{D,Y}, F_{Ext}, M_{Ext}) \\
 &\ddot{u}_Z(u_X, \dot{u}_X, u_Y, \dot{u}_Y, u_Z, \dot{u}_Z, \varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, N_E, N_D, T_{E,X}, T_{D,X}, T_{E,Y}, T_{D,Y}, F_{Ext}, M_{Ext}) \\
 &\ddot{\varphi}(u_X, \dot{u}_X, u_Y, \dot{u}_Y, u_Z, \dot{u}_Z, \varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, N_E, N_D, T_{E,X}, T_{D,X}, T_{E,Y}, T_{D,Y}, F_{Ext}, M_{Ext}) \\
 &\ddot{\theta}(u_X, \dot{u}_X, u_Y, \dot{u}_Y, u_Z, \dot{u}_Z, \varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, N_E, N_D, T_{E,X}, T_{D,X}, T_{E,Y}, T_{D,Y}, F_{Ext}, M_{Ext}) \\
 &\ddot{\psi}(u_X, \dot{u}_X, u_Y, \dot{u}_Y, u_Z, \dot{u}_Z, \varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, N_E, N_D, T_{E,X}, T_{D,X}, T_{E,Y}, T_{D,Y}, F_{Ext}, M_{Ext})
 \end{aligned} \tag{48}$$

Ao se utilizar as equações de restrições $(\bar{V}_{E,Rod} - \bar{V}_{E,Trilho}) \cdot \bar{E}_Z = \bar{0}$ e $(\bar{V}_{D,Rod} - \bar{V}_{D,Trilho}) \cdot \bar{D}_Z = \bar{0}$ as variáveis deslocamento na direção z e ângulo de rolagem do rodeiro (φ) passam a depender exclusivamente do deslocamento lateral, longitudinal e do ângulo de inclinação. Isto acontece porque com a restrição são geradas duas equações e com estas é possível isolar a velocidade \dot{u}_Z e $\dot{\varphi}$ em função de $\dot{u}_X, \dot{u}_Y, \psi$. Ao derivar \dot{u}_Z e $\dot{\varphi}$ as acelerações \ddot{u}_Z e $\ddot{\varphi}$ ficam dependente de $\dot{u}_X, \ddot{u}_X, \dot{u}_Y, \ddot{u}_Y, \psi, \dot{\psi}$.

$$\begin{aligned}
 &\dot{u}_Z(\dot{u}_X, \dot{u}_Y, \psi) \\
 &\dot{\varphi}(\dot{u}_X, \dot{u}_Y, \psi) \\
 &\ddot{u}_Z(\dot{u}_X, \ddot{u}_X, \dot{u}_Y, \ddot{u}_Y, \psi, \dot{\psi}) \\
 &\ddot{\varphi}(\dot{u}_X, \ddot{u}_X, \dot{u}_Y, \ddot{u}_Y, \psi, \dot{\psi})
 \end{aligned} \tag{49}$$

Substituindo \dot{u}_Z , $\dot{\varphi}$, \ddot{u}_Z e $\ddot{\varphi}$ definidos pelas equações (49) no sistema de equações (48) resulta em 6 equações diferenciais para apenas 4 estados, uma vez que 2 deles se tornaram dependentes. Isto permite que 2 equações sejam utilizadas para

isolar 2 termos desconhecidos. Portanto, chega-se na expressão das forças normais nos planos de contato dependentes das variáveis mostradas na equação (50), abaixo:

$$\begin{aligned} N_D(u_X, \dot{u}_X, \ddot{u}_X, u_Y, \dot{u}_Y, \ddot{u}_Y, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}, T_{E,X}, T_{D,X}, T_{E,Y}, T_{D,Y}, F_{Ext}, M_{Ext}) \\ N_E(u_X, \dot{u}_X, \ddot{u}_X, u_Y, \dot{u}_Y, \ddot{u}_Y, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}, T_{E,X}, T_{D,X}, T_{E,Y}, T_{D,Y}, F_{Ext}, M_{Ext}) \end{aligned} \quad (50)$$

Por fim, substituindo as expressões (50) nas 4 equações diferenciais restantes, chega-se no sistema final a ser integrado. Repare que as funções não dependem das forças normais nem dos deslocamentos u_z, φ .

$$\begin{aligned} \ddot{u}_X(u_X, \dot{u}_X, u_Y, \dot{u}_Y, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}, T_{E,X}, T_{D,X}, T_{E,Y}, T_{D,Y}, F_{Ext}, M_{Ext}) \\ \ddot{u}_Y(u_X, \dot{u}_X, u_Y, \dot{u}_Y, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}, T_{E,X}, T_{D,X}, T_{E,Y}, T_{D,Y}, F_{Ext}, M_{Ext}) \\ \ddot{\theta}(u_X, \dot{u}_X, u_Y, \dot{u}_Y, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}, T_{E,X}, T_{D,X}, T_{E,Y}, T_{D,Y}, F_{Ext}, M_{Ext}) \\ \ddot{\psi}(u_X, \dot{u}_X, u_Y, \dot{u}_Y, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, \ddot{\psi}, T_{E,X}, T_{D,X}, T_{E,Y}, T_{D,Y}, F_{Ext}, M_{Ext}) \end{aligned} \quad (51)$$

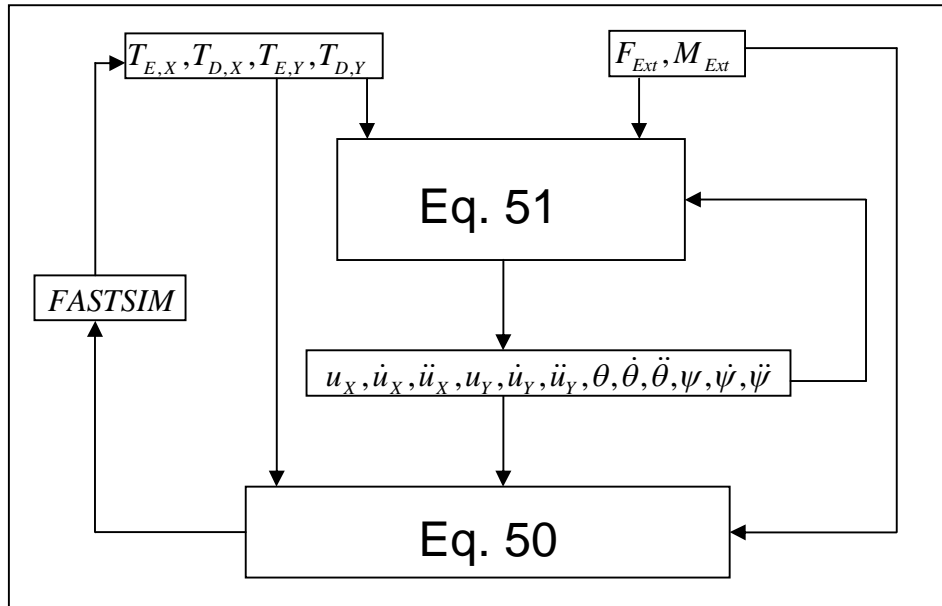


Figura 35: método para a resolução do sistema com restrição de movimento.

Numericamente a resolução destas equações é feita como mostrado na Figura 35. Para cada passo de integração este ciclo é repetido até que se atinja a tolerância especificada.

9.4 Modelo completo do vagão e truque

Em um vagão de carga típico a caixa suspensa, onde se transporta a carga, é sustentada por dois truques. Este truque possui uma travessa, onde se liga o vagão e duas barras laterais que se conectam a travessa e aos 2 rodeiros. Assim, o veículo final possui 11 corpos, a caixa do vagão, duas travessas, quatro barras laterais e quatro rodeiros. A forma como o conjunto está montado é representado na Figura 36.

O modelo do rodeiro foi descrito nas seções anteriores, sendo apenas acrescentado em sua equação dinâmica os esforços da suspensão primária que o liga as duas barras laterais do truque. Esta ligação é feita por molas e amortecedores lineares.

Nesse tipo de truque as barras laterais estão ligadas à travessa por meio de molas lineares e cunhas de fricção. Estes elementos não lineares, por enquanto, não foram introduzidos, sendo simplificados por amortecedores proporcionais a velocidade. Desta mesma forma, a ligação entre o vagão e as travessas também está simplificada pela presença de apenas elementos lineares.

Exceto os rodeiros, barras laterais, travessas e vagão, têm os deslocamentos angulares e lineares medidos em relação ao referencial inercial. Ou seja, seus deslocamentos não são relativos como no caso do rodeiro. É necessário, portanto, fazer uma mudança de coordenadas para estudo de movimentos relativos entre as peças e a trajetória ideal destas, mas isto não é problema, uma vez que se pretende estudar a segurança e esta está diretamente ligada aos deslocamentos e esforços no rodeiro.

As barras laterais, travessas e vagão estão livres nos seus 6 graus de liberdade e o rodeiro é restrito na direção z e na rotação ϕ , assim, o modelo completo possui 54 graus de liberdade. Maiores detalhes podem ser vistos no anexo A, estão descritas todos os referenciais, posições, velocidades, restrições e esforços necessários para a dedução das equações diferenciais de movimento.

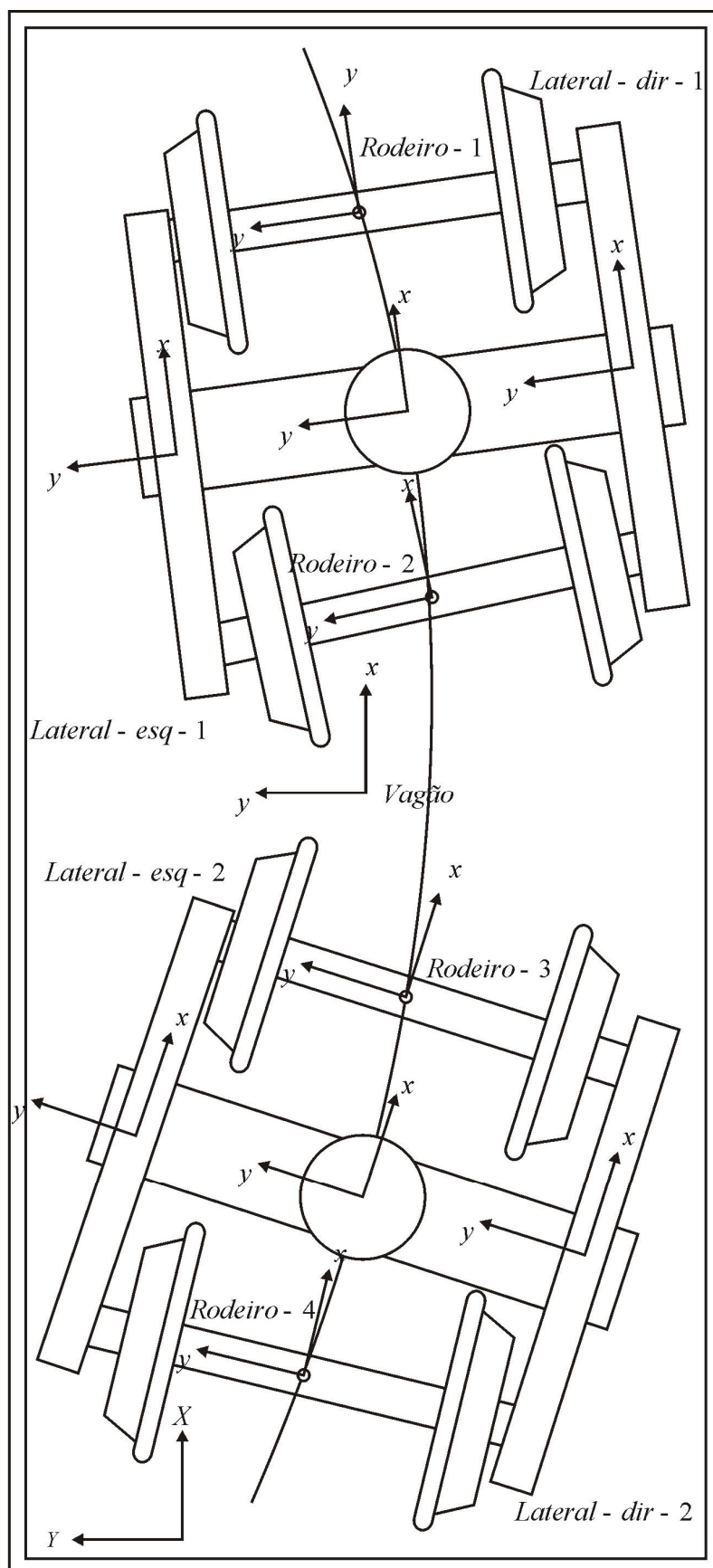


Figura 36: modelo do vagão completo.

10 SIMULAÇÃO E ANÁLISE DO RODEIRO

Com o objetivo de avaliar a confiabilidade e validar o modelo aqui proposto são feitas simulações baseadas em estudos de casos (*benchmarks*) já realizados por outros autores. Isto é possível, pois todas as simulações foram feitas conforme o padrão estabelecido no *Benchmark To Test Wheel/Rail Contact Forces* [13].

10.1 Condição de força lateral constante

Nesta simulação um único rodeiro é submetido à um esforço externo de 20 (kN), na altura do raio nominal de modo que não há efeito sobre as forças verticais (como na Figura 37). Existe uma mola de torção na direção z para restringir o ângulo de inclinação ψ em torno de zero. A velocidade de tráfego é de 30 m/s (constante) e a trajetória é em linha reta.

O perfil de roda estudado é o UIC-60 na interação com o trilho padrão S-1002, a bitola da via é de 1.435 m. A massa do rodeiro é de 1887 kg, há ainda um esforço externo de 154715 N, somando um total de 173226 N de carga vertical no rodeiro.

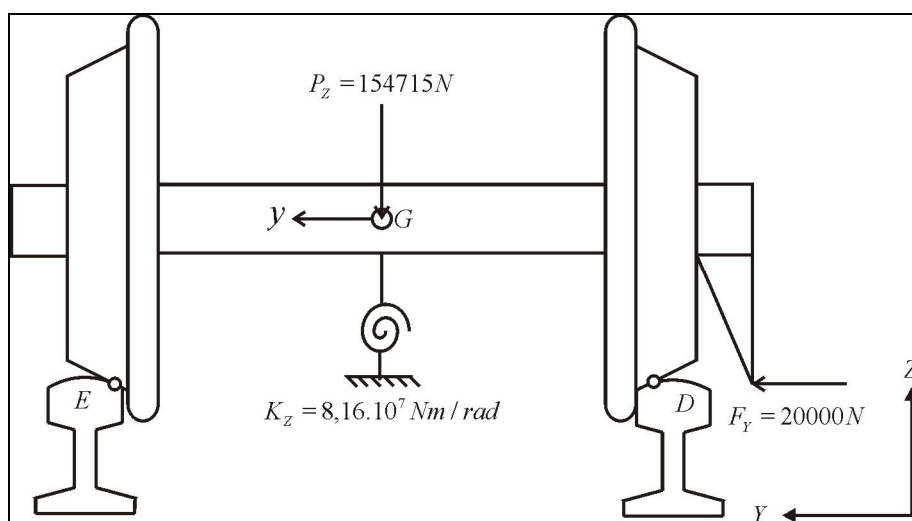


Figura 37: condição do rodeiro para o *benchmark*.

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos na condição de equilíbrio para diferentes coeficientes de atrito. A posição representa o deslocamento lateral, yaw é o ângulo de inclinação ψ , a tangente de delta representa o ângulo de contato. Os esforços são divididos em vertical e força Fy (lateral), que são calculados no referencial externo e normal, força Fx e Fy creep, presentes no referencial de contato de cada roda.

Tabela 1: resultados obtidos para vários valores de coeficiente de adesão (atrito).

Coeficiente de adesão	Posição (mm)	Yaw (mrad)	Vertical (kN)	Normal (kN)	Tangente de delta	Força Fx (kN)	Força Fy (kN)	Fy creep (kN)
Dir. (D) 0.01	4.573	-0.015	86.597	86.599	0.239	-0.851	0.676	-0.127
Esq. (E)			173.220				-20.000	
D 0.1	4.590	-0.146	86.623	89.057	0.243	0.849	-20.676	0.006
E			86.599	86.591		-8.309	-0.435	-1.237
D 0.2	4.731	-0.279	173.221		0.276		-20.000	
E			86.622	88.792		8.296	-19.565	1.469
D 0.3	4.928	-0.398	86.598	86.581	0.328	-15.911	-1.452	-2.243
E			173.220				-20.000	
D 0.4	5.317	-0.505	86.622	88.434	0.388	15.881	-18.548	5.177
E			86.595	86.569		-22.656	-2.480	-3.258
D 1	5.756	-0.879	173.221		0.520		-20.000	
E			86.626	87.765		22.604	-17.520	10.395
D 0.4	5.317	-0.505	86.594	86.561	0.388	-28.793	-3.453	-4.205
E			173.221				-20.000	
D 1	5.756	-0.879	86.627	86.732	0.520	28.711	-16.547	15.973
E			86.606	86.538		-50.128	-7.915	-8.668
			173.221				-20.000	
			86.615	82.367		49.956	-12.085	29.371

Observa-se pelos valores da Tabela 1 a soma das forças verticais permanece constante e igual a 173.2 kN e a força lateral das duas rodas somadas tem valor de 20 kN, conforme o esperado. O modelo responde corretamente aos esforços externos.

Nota-se que o aumento do ângulo de inclinação (yaw) é proporcional ao aumento da força Fx, contrabalanceando os momentos em torno do eixo z e levando à condição de equilíbrio. Isto explica o aumento deste ângulo com o aumento do coeficiente de atrito. Quanto maior for o μ , mais força Fx pode ser aplicada e consequentemente maior será o binário resultante do momento de Fx na esquerda e

direita, portanto o momento a ser equilibrado pelo torque gerado na mola de rigidez torcional aumenta, levando a um maior deslocamento angular.

Outro ponto é a diferença de força lateral na roda externa (esquerda) e interna (direita). Considerando $\mu = 0.1$ a roda esquerda aplica 97.8% do valor da força lateral, ou seja, para baixos coeficientes de atrito, a roda externa é responsável por resistir a quase toda a força lateral. À medida que aumenta o coeficiente de atrito há também aumento da contribuição da roda interna na resistência à força externa lateral. Para $\mu = 1$, externa e interna contribuem respectivamente com 60 e 40% da força lateral necessária. O deslocamento máximo é de 5.756 mm, condição esta longe do descarrilamento.

Tabela 2: comparação de resultados obtidos neste trabalho e de outros autores.

Coeficiente de adesão $\mu=0,3$	Posição (mm)	Yaw (mrad)	Vertical (kN)	Normal (kN)	Tangente de delta	Força Fx (kN)	Força Fy (kN)	Fy creep (kN)
Dir. (D)	5.426	-0.423	84.790	84.800	0.320	-23.000	-3.170	-3.170
VOCO								
Esq. (E)			88.440	89.350		23.000	-16.830	10.500
D	4.880	-0.422	n/d	84.110	n/d	-23.200	n/d	-3.300
Medina								
E			n/d	94.320		23.200	n/d	11.400
D	4.930	-0.427	n/d	84.140	n/d	-23.610	n/d	-3.340
RyVehSim								
E			n/d	90.210		23.400	n/d	9.650
D	5.193	-0.421	n/d	84.110	n/d	-23.490	n/d	-2.880
Robotran								
E			n/d	90.320		23.290	n/d	9.950
D	5.251	-0.415	84.097	84.074	0.320	-22.885	-2.349	-3.065
SIDIVE								
E			89.130	90.271		22.694	-17.650	10.334
D	4.906	-0.420	86.020	85.998	0.319	-23.970	-2.220	-2.988
Barbosa								
E			87.205	88.475		23.790	-17.780	9.642
D	4.928	-0.398	86.595	86.569	0.328	-22.656	-2.480	-3.258
Gomes(2010)								
E			86.626	87.765		22.604	-17.520	10.395

A Tabela 2 apresenta o resultado das simulações numéricas de outros autores e pacotes de simulação para coeficiente de aderência (μ) de 0.3. As demais condições de simulação são as mesmas propostas no *benchmark*, por isso é possível a

comparação. Estes resultados foram extraídos diretamente do trabalho de Barbosa [3], sendo acrescentado os resultados obtidos pelo modelo aqui desenvolvido (Gomes(2010)). Para comparação foi calculada a divergência em porcentagem entre o valor atingido com modelo deste trabalho e resultado do trabalho dos outros autores. Estes dados estão reunidos na Tabela 3. Além disso, foram calculadas as médias, desvios padrão e valores máximos para cada uma das colunas de resultado.

Tabela 3: comparação entre o modelo deste trabalho e outros (caso a caso)

Coeficiente de adesão $\mu=0,3$	Posição (mm)	Yaw (mrad)	Vertical (kN)	Normal (kN)	Tangente de delta	Força Fx (kN)	Força Fy (kN)	Fy creep (kN)
Dir. (D) VOCO Esq. (E)	9.2%	5.9%	2.1%	2.1%	2.5%	1.5%	21.8%	2.8%
			2.1%	1.8%		1.7%	4.1%	1.0%
Medina	1.0%	5.7%	n/d	2.9%	n/d	2.3%	n/d	1.3%
			n/d	6.9%		2.6%	n/d	8.8%
RyVehSim	0.0%	6.8%	n/d	2.9%	n/d	4.0%	n/d	2.5%
			n/d	2.7%		3.4%	n/d	7.7%
Robotran	5.1%	5.5%	n/d	2.9%	n/d	3.6%	n/d	13.1%
			n/d	2.8%		2.9%	n/d	4.5%
SIDIVE	6.2%	4.1%	3.0%	3.0%	2.5%	1.0%	5.6%	6.3%
			2.8%	2.8%		0.4%	0.7%	0.6%
Barbosa	0.4%	5.2%	0.7%	0.7%	2.8%	5.5%	11.7%	9.0%
			0.7%	0.8%		5.0%	1.5%	7.8%
Média	3.7%	5.5%	1.9%	1.9%	2.6%	3.0%	13.0%	5.8%
			1.8%	1.8%		2.7%	2.1%	5.1%
Desv.padrão	3.7%	0.9%	1.2%	0.9%	0.2%	1.7%	8.2%	4.6%
			1.1%	2.1%		1.6%	1.8%	3.6%
Máximo	9.2%	6.8%	3.0%	3.0%	2.8%	5.5%	21.8%	13.1%
			2.8%	6.9%		5.0%	4.1%	8.8%

A força Fy foi a que apresentou maior variação, 21.8%, no entanto o desvio padrão de 8.2% mostra que os outros autores também tiveram grande divergência neste resultado. A força Fy tem 21.8% de diferença quanto ao obtido no VOCO, porém apenas 5.6% de variação em relação ao SIDIVE, ou seja, se for comparado o

SIDIVE com o VOCO também haverá grande variação. Isto confirma que este é parâmetro que varia muito modelo a modelo.

Quanto ao resto das colunas, os valores atingidos são muito bons. Em média os resultados variam menos de 6%. O desvio padrão mostra que existe pequena variação entre a comparação com os autores, mas sempre oscilando em torno do valor médio. Assim, o modelo desenvolvido é tão consistente quanto os demais e dessa forma pode ser utilizado para simulações não lineares.

10.2 Condição de aumento de força lateral até o descarrilamento

Com base nos estudos da referência [9], foi feita a simulação da aplicação de força lateral crescente. Nesta simulação o mesmo rodeiro do item anterior é submetido a uma força externa lateral que aumenta a uma taxa de 50 kN por segundo partindo do zero. A simulação tem fim quando o ângulo atinge 70° e o rodeiro não mais pode se centralizar, levando ao descarrilamento.

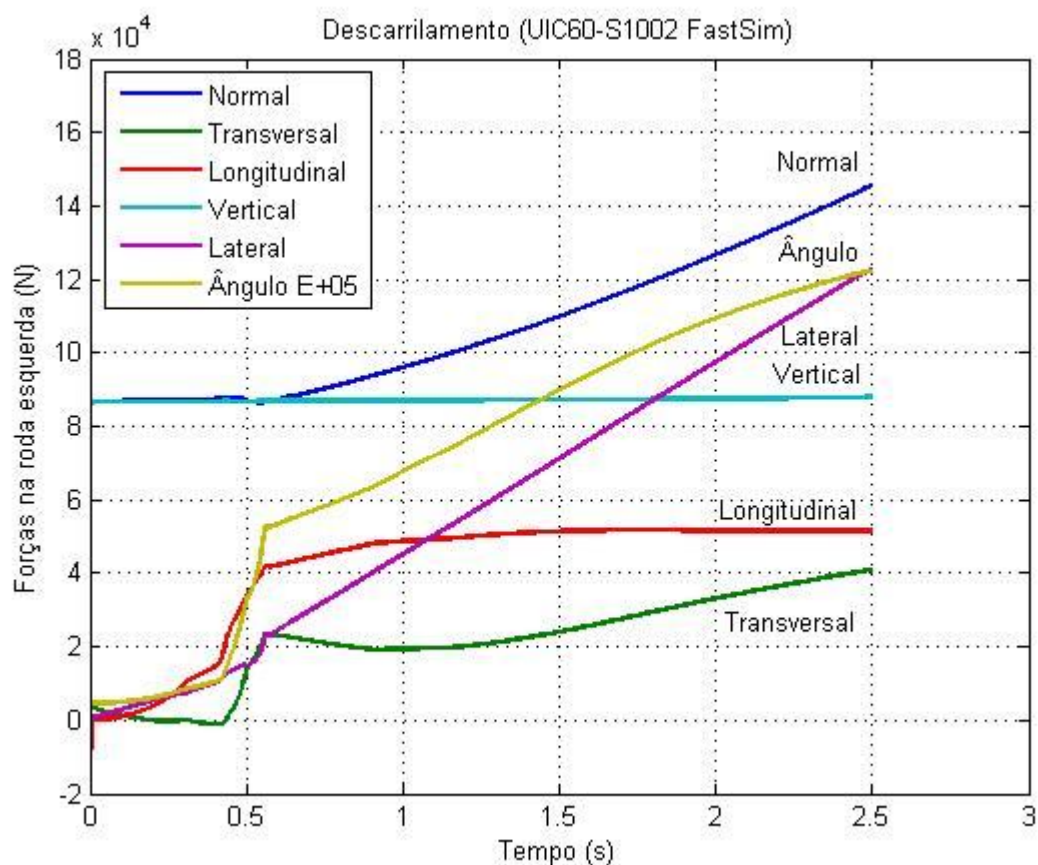


Figura 38: simulação de descarrilamento ($\mu = 0.6$)

A Figura 38 apresenta os esforços e o ângulo de contato para a roda externa durante o tempo de simulação. A força vertical e lateral são relativas ao referencial externo, já as forças longitudinal, transversal e normal correspondem aos esforços no plano de contato entre o rodeiro e o trilho.

Como esperado, a força vertical permanece constante durante toda a simulação, já que a aplicação da força lateral é na altura do contato e consequentemente não provoca aumento de força vertical.

É possível notar claramente o efeito das não linearidades provocadas pelas mudanças repentinas de propriedades de contato quando o friso da roda se aproxima do trilho. Isto ocorre por volta do instante $t=0.4$ s. A partir deste instante a variação do ângulo de contato faz com que grande parte da força lateral se projete na força normal e por isto acontece o aumento. A partir de $t=1$ s a força longitudinal fica praticamente constante e a transversal aumenta de modo que a força tangencial se aproxima do limite de saturação.

O rodeiro permanece se deslocando lateralmente até que o ângulo de contato atinge 1.22 rad (70°), condição esta em que se considera que haverá descarrilamento.

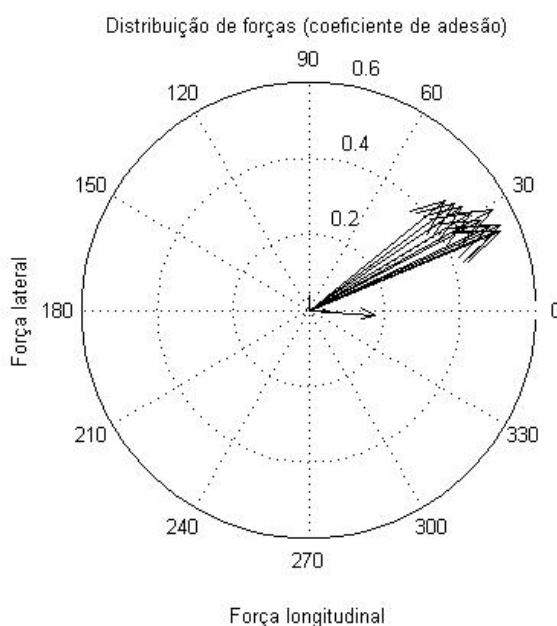


Figura 39: forças longitudinais e laterais normalizadas ($\mu=0.6$)

A Figura 39 apresenta a força tangencial na região do contato, isto é feito por meio da soma vetorial da força lateral com a força longitudinal. A direção varia de 20° a 40° , considerando um valor intermediário de 30° a força lateral de descarrilamento pode atingir aproximadamente a metade ($\text{seno}(30^\circ)$) do valor da força tangencial de saturação.

11 SIMULAÇÃO E ANÁLISE DO VEÍCULO COMPLETO

11.1 Inscrição e saída em curva de pequeno raio em alta velocidade

A trajetória proposta para esta simulação é formada por um pequeno trecho reto inicial (20 metros), seguido por uma transição em clotóide de 80 (m) até um trecho de raio de curvatura de 300 (m), que se estende ao longo de 180 (m) depois passa por uma nova transição para retornar a trajetória retilínea e nela permanecer até o fim da simulação.

A velocidade é de 30 m/s (108 km/h), uma velocidade bastante elevada para um veículo de carga, principalmente para um trecho de raio pequeno. A simulação nesta velocidade mostra a capacidade de convergência do código mesmo em situações críticas de contato roda trilho.

O vagão possui massa de 92000 kg, os rodeiros têm perfil S-1002 e os trilhos UIC-60, o mesmo das simulações anteriores. Os parâmetros de suspensão encontram-se no anexo C, juntamente com a massa de cada um dos corpos e suas propriedades de inércia.

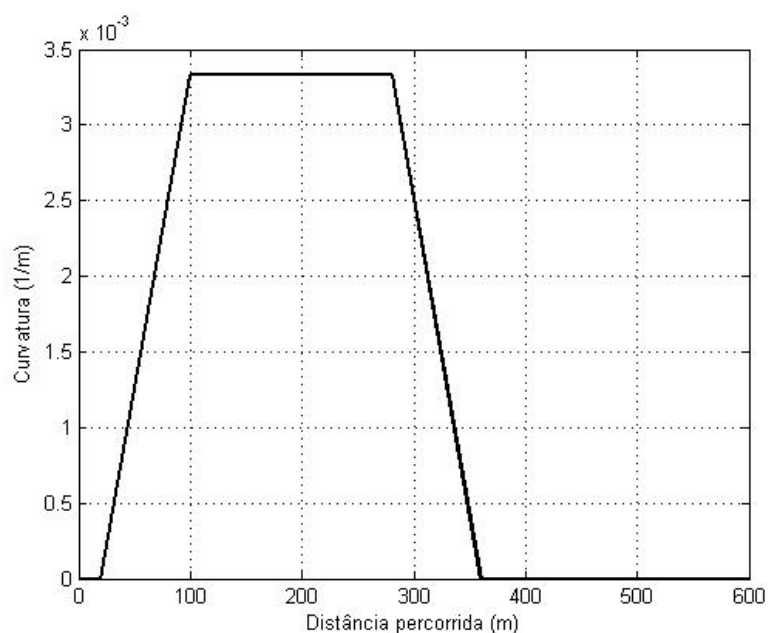


Figura 40: trajetória simulada.

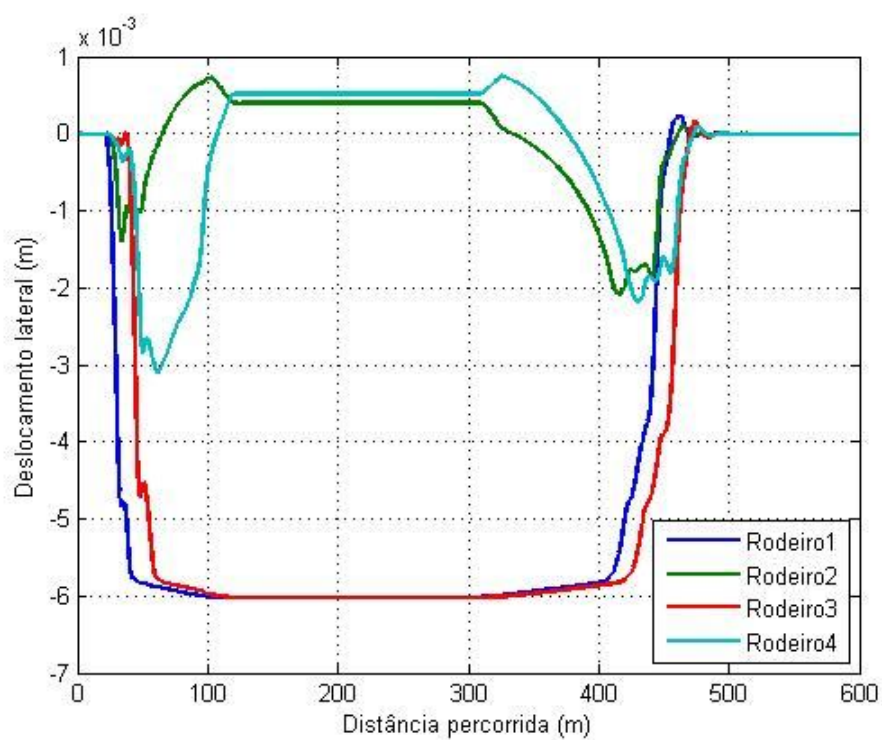


Figura 41: deslocamento lateral em cada rodeiro.

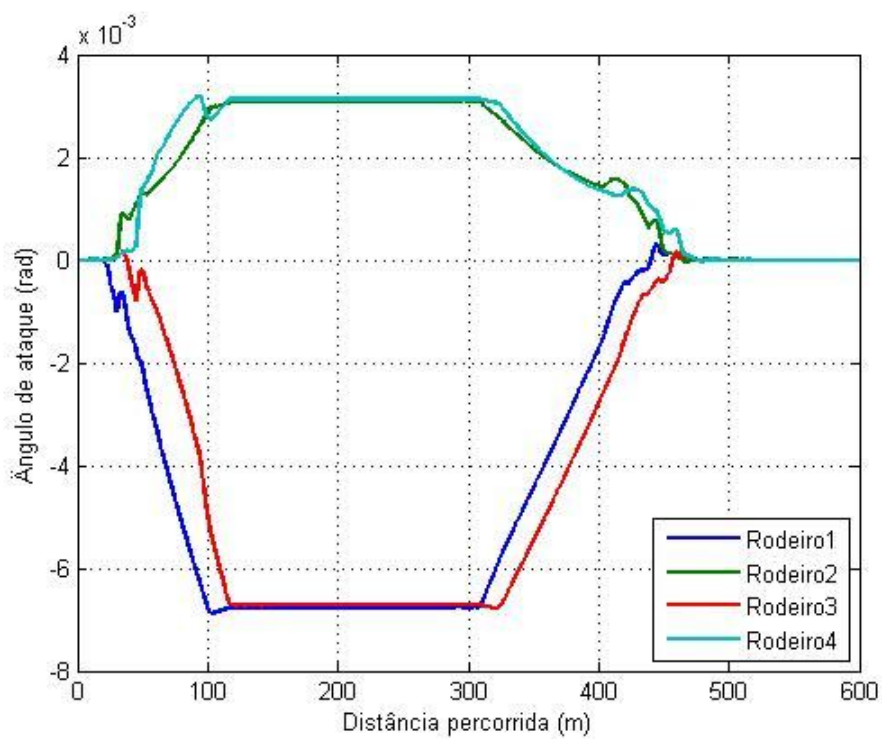


Figura 42: ângulo de ataque em cada rodeiro.

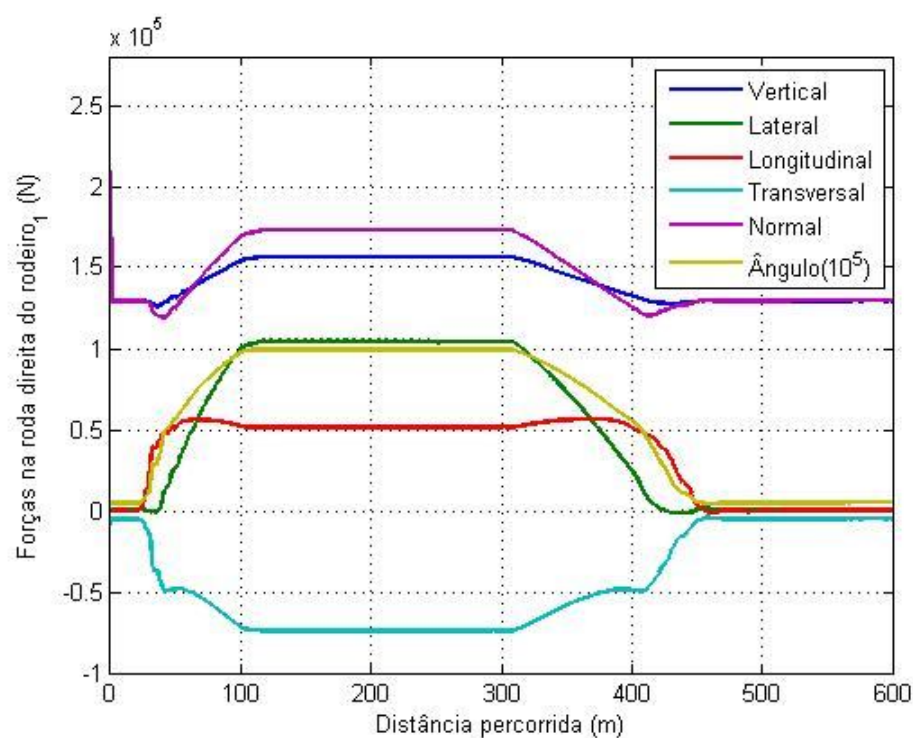


Figura 43: forças de contato na roda direita do rodeiro 1.

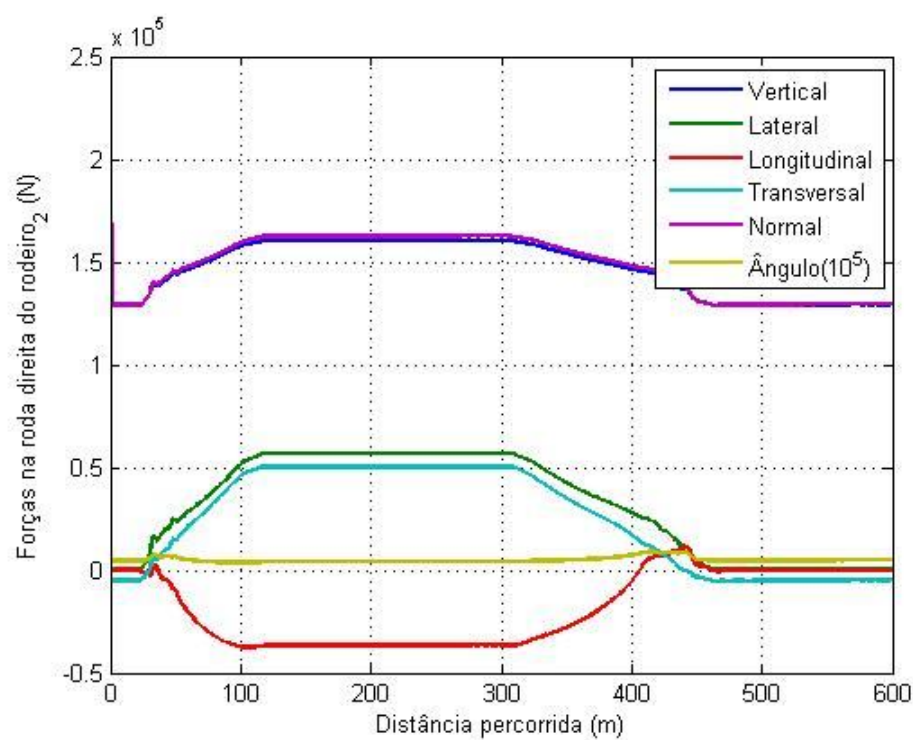


Figura 44: forças de contato na roda direita do rodeiro 2.

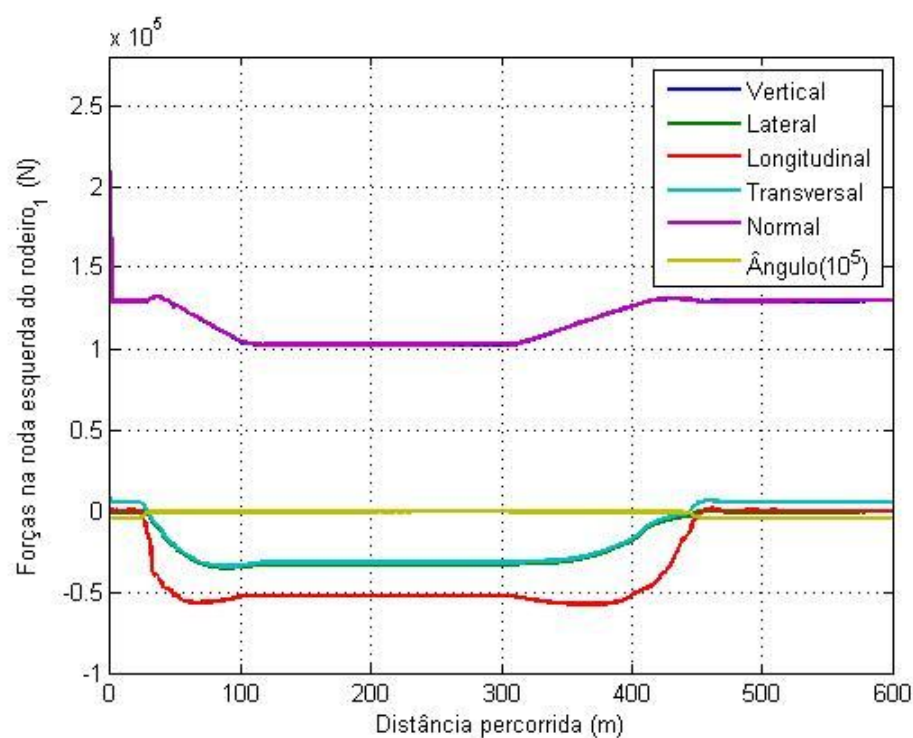


Figura 45: forças de contato na roda esquerda do rodeiro 1.

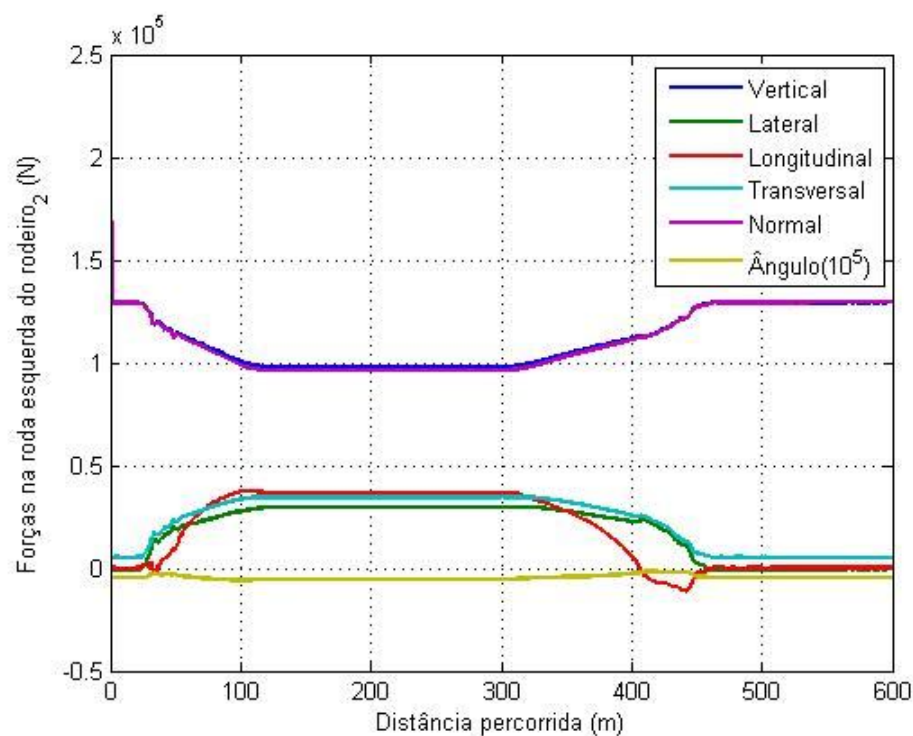


Figura 46: forças de contato na roda esquerda do rodeiro 2.

A Figura 41 e Figura 42 mostram o deslocamento lateral e angular dos rodeiros do truque frontal e traseiro. De 0 a 20 (m) a trajetória é reta, portanto, como esperado, os deslocamentos são nulos. A partir de 20 (m) começa a transição, os rodeiros se deslocam na direção y à medida que o raio da pista passa de infinito para 300 (m). Em 100 (m) de percurso a inscrição tem fim. Por mais 180 metros a trajetória é de curva com raio constante, as forças se estabilizam e as dissipações do sistema amortecem as oscilações até um ponto estável de deslocamento lateral -6 (mm) para os rodeiros frontais e aproximadamente 0,5 (mm) para os traseiros. A 280 (m) o veículo percorre nova transição por mais 80 (m) para voltar a uma trajetória retilínea.

É interessante notar no resultado da simulação do deslocamento lateral e do ângulo de ataque de cada um dos quatro rodeiros, que os frontais sofrem deslocamento lateral e angular negativo e os traseiros de cada truque passam por deslocamentos positivos. Este comportamento ocorre porque ao entrar em trajetória curvilínea o rodeiro frontal é imediatamente solicitado a resistir aos esforços decorrentes da aceleração centrípeta. Assim, se o veículo está fazendo uma curva para a esquerda, os rodeiros frontais são direcionados para a direita, em sentido contrário. Seguindo esta mesma linha de raciocínio, os rodeiros traseiros também deveriam experimentar deslocamentos negativos. Isto não aconteceu devido ao mecanismo das barras laterais e travessas. Ao sofrer um deslocamento positivo, o rodeiro frontal empurra as extremidades das barras laterais as quais está ligado no mesmo sentido. As extremidades opostas, e ligadas aos rodeiros traseiros, são forçadas a um deslocamento positivo, no sentido contrário. Este efeito aliado com a aceleração centrípeta faz com que os rodeiros traseiros possam experimentar tanto deslocamentos positivos quanto negativos dependendo dos parâmetros da suspensão primária, da velocidade e da geometria da curva.

Nota-se ainda o efeito da transição nos rodeiros traseiros. Na inscrição estes começam se deslocando conforme os rodeiros frontais, mas repentinamente, pelos mecanismos já comentados, passam a se deslocar em sentido contrário, estabilizando em uma posição positiva durante a curva. Na saída, estes voltam ao centro, mas

continuam a se deslocar no sentido negativo só para depois estabilizar em posição central.

Quanto ao deslocamento angular, os rodeiros frontais se inscrevem com um ângulo de ataque negativo. Esta condição é desfavorável, pois tem sentido contrário ao da curva. Com isso, a suspensão primária é forçada de forma que os rodeiros traseiros passam a se inscrever com ângulo positivo, sendo, portanto beneficiados.

As Figura 43 e Figura 45 mostram os esforços no rodeiro dianteiro. Nota-se o aumento da força vertical do lado direito e a redução do lado esquerdo já que com a aceleração centrípeta a travessa transfere carga do lado esquerdo para o lado direito. Resultado semelhante é obtido no rodeiro traseiro, como mostra Figura 44 e Figura 46. Exceto na roda direita do rodeiro frontal, nas demais o valor do esforço vertical é bem próximo da normal, uma vez que o ângulo de contato para estas outras rodas é aproximadamente zero.

A roda direita do rodeiro frontal é responsável pela maior força lateral (Figura 43). Isto ocorreu devido ao grande deslocamento lateral, o ângulo de ataque chegou a 1 rad (58°) e grande parte da força normal ficou projetada na direção do esforço vertical. Já em todas as outras rodas o valor da força lateral é aproximadamente igual ao da força transversal já que o ângulo de contato é muito pequeno. Vale ressaltar que a roda esquerda do rodeiro frontal foi a única a ter esforço lateral negativo, tal fato decorre do ângulo de ataque negativo que força escorregamento positivo na direção y da roda conforme eq. (22). A resposta a este escorregamento é uma força no sentido oposto.

As forças longitudinais nos dois rodeiros estão representadas na Figura 47 por setas fortes, o sentido foi tomado de acordo com o resultado das simulações. O centro de curvatura dos dois rodeiros se encontra no ponto O. O rodeiro dianteiro foi representado com um ângulo de ataque negativo e o rodeiro traseiro com ângulo positivo, lembrando que o ângulo de ataque é medido em referencial relativo, ou seja, em relação à reta que liga o centro de cada rodeiro ao centro de curvatura. Esta

condição de inscrição força a lateral esquerda em compressão e a direita em tração. O momento na direção z gerado por estes esforços passa pela suspensão primária, pela da travessa e vagão de modo que o veículo todo acompanha a trajetória curva.

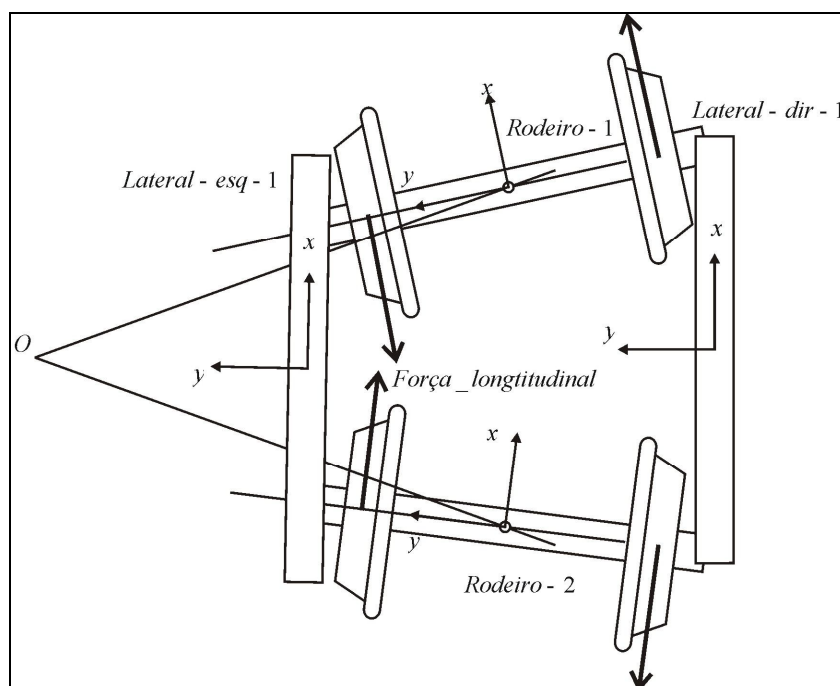


Figura 47: modo de inscrição do truque.

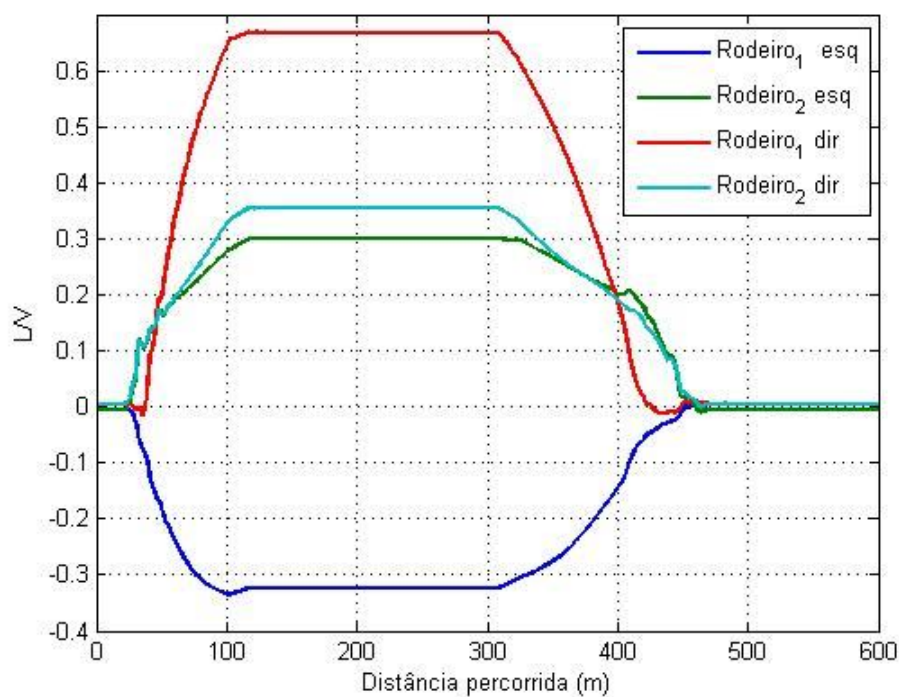


Figura 48: índice L/V nas rodas do truque frontal.

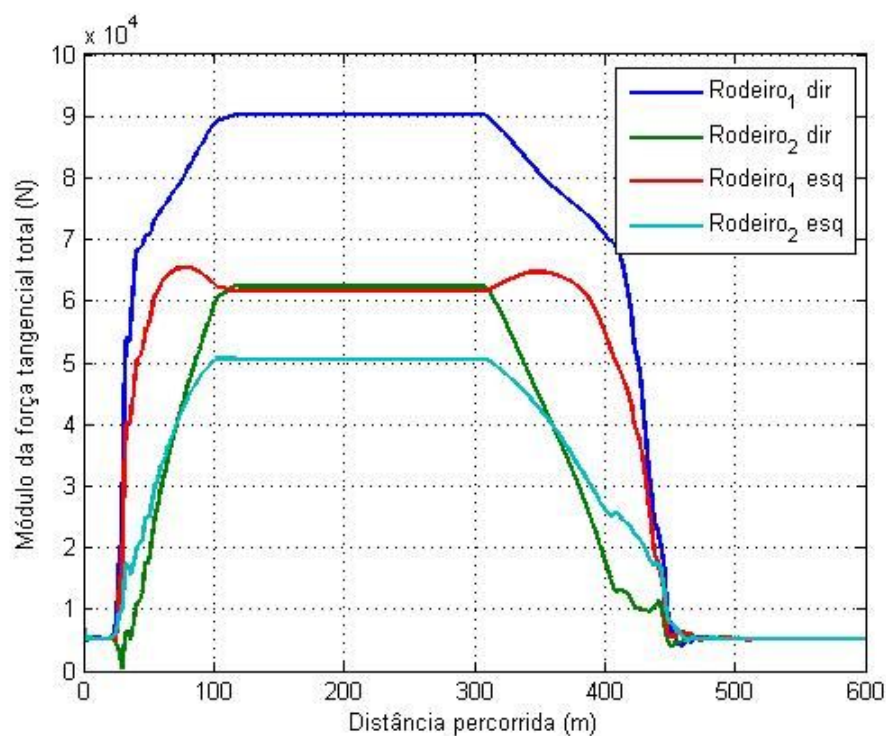


Figura 49: módulo da força tangencial total na região de contato.

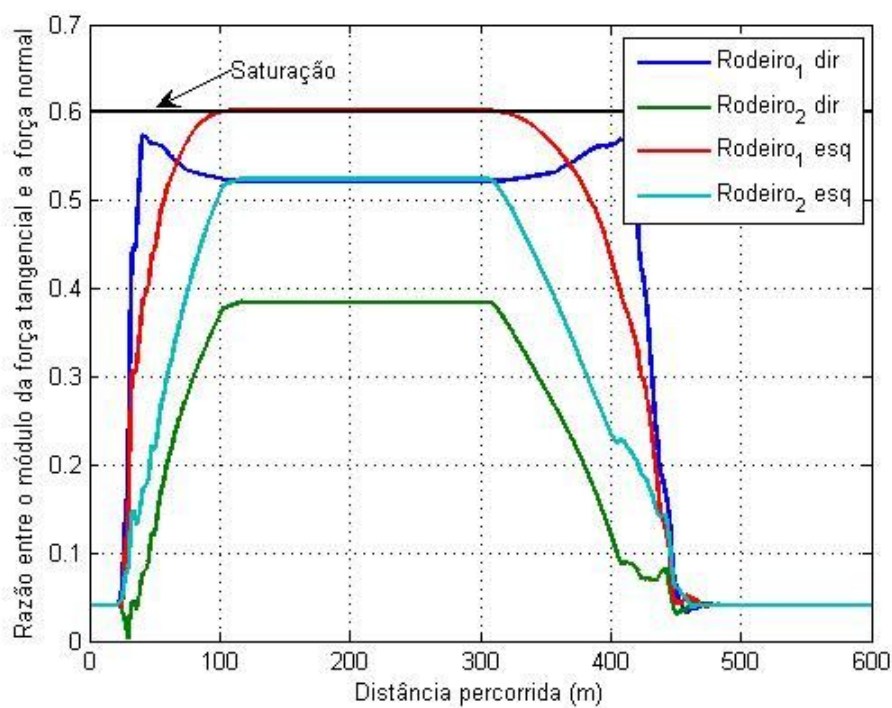


Figura 50: saturação das forças tangenciais para coeficiente de atrito 0,6.

Analisando a segurança desta trajetória, pela Figura 48, fica claro que a roda direita do rodeiro dianteiro passou pelas condições mais severas. A força lateral aplicada sobre ela chegou a 67% da força vertical disponível. Além disso, o rodeiro frontal é o que sofreu maior deslocamento lateral, com contato entre flange e trilho, mostrando que um possível descarrilamento por subida de flange pode vir a ocorrer neste rodeiro.

As forças tangenciais totais em cada uma das rodas foram calculadas através do módulo da soma vetorial das forças longitudinais e transversais. O resultado é o gráfico da Figura 49. Novamente, a roda direita do rodeiro frontal foi a mais solicitada como era esperado.

A Figura 50 mostra que embora a roda externa do rodeiro tenha sido a mais solicitada, a força tangencial não saturou, visto que a razão entre seu módulo e a da força normal não chegou ao valor do coeficiente de atrito ($\mu=0,6$). Devido ao elevado valor de força normal, a força saturaria apenas em 105 kN. Já a roda interna deste mesmo rodeiro, que sofreu uma redução de força normal, chegou à condição limite de saturação.

11.2 Variação do índice L/V de acordo com a velocidade e raio da trajetória

Para estudo de segurança em curvas foi avaliado o índice de força lateral sobre força vertical do lado direito do rodeiro mais solicitado, que no caso é o frontal do truque dianteiro. Este índice foi tomado em situação de regime permanente, depois que os efeitos transitórios da inscrição já se passaram.

Foram avaliadas trajetórias com raio variando de 300 a 700 metros e velocidade de 10 a 30 m/s. Os resultados estão mostrados na Figura 51 e Figura 52. Como esperado o índice é maior, indicando trajetórias mais inseguras, para menores raios de curva e maiores velocidades. Nota-se ainda a variação não linear deste índice.

Com estes mapas é possível determinar a velocidade de tráfego de acordo com o raio da curva e o índice L/V máximo desejado pela concessionária da linha de

trem. Por exemplo, supondo que o índice máximo determinado pela operadora do trem seja 0,55 e a inscrição será em uma curva de 350 metros de raio, então a velocidade máxima permitida é de 25 m/s conforme Figura 52.

Já a Figura 51 permite determinar o raio mínimo para certa velocidade e índice de segurança desejado. Se a velocidade de tráfego é de 30 m/s e o índice máximo de 0,55 o raio mínimo de curva permitido é de 380 metros.

Assim, estes gráficos permitem um planejamento prévio da viagem do trem de carga. Conforme a curva pode-se prever com antecedência qual a velocidade ideal a se ter em sua inscrição permitindo maior segurança de tráfego. Estes veículos demoram muito para sofrer variação na sua velocidade devido a grande massa deslocada, por isso é importante planejar com antecedência já que não adianta chegar a 50 metros de uma curva e querer reduzir a velocidade como em um automóvel.

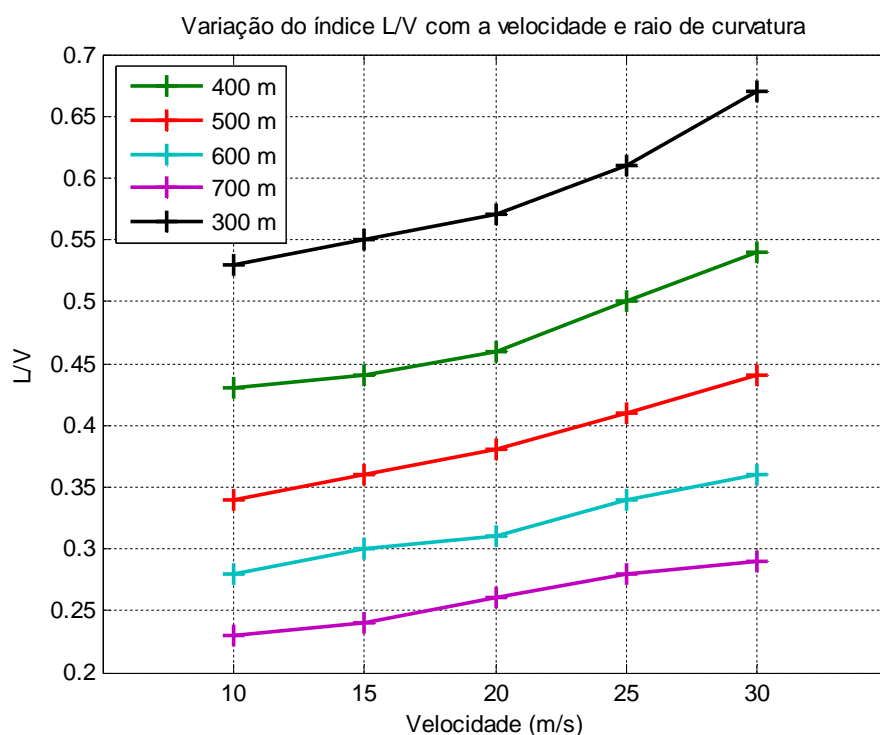


Figura 51: Variação de L/V .

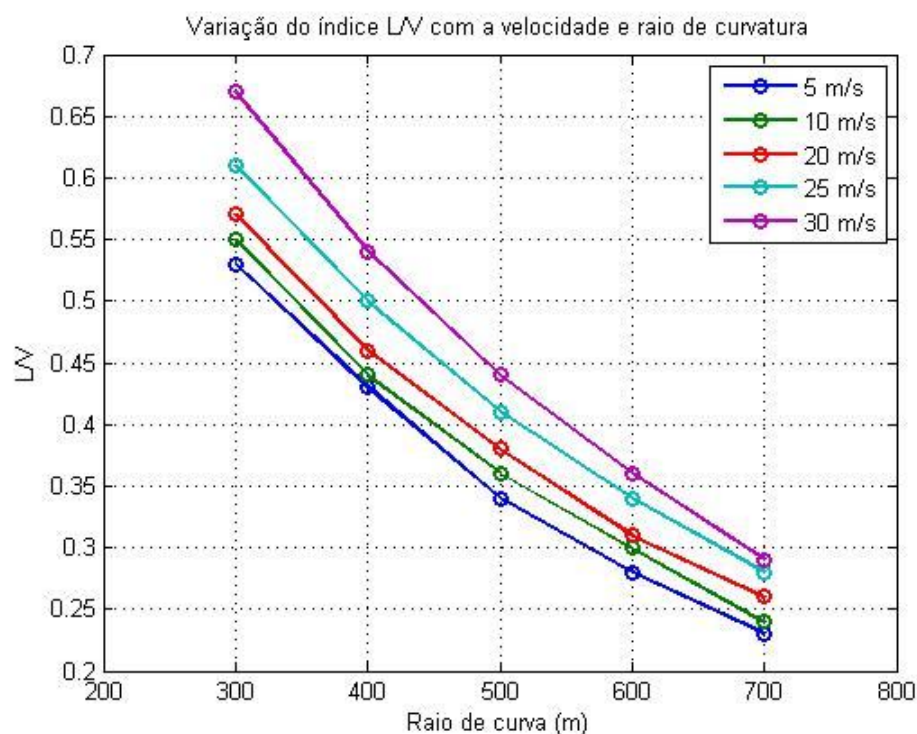


Figura 52: Variação de L/V.

11.3 Velocidade crítica

O movimento dos rodeiros é capaz de excitar toda a estrutura do truque e do vagão influenciando o movimento de todo o veículo. Ao sofrer uma perturbação na sua posição lateral o rodeiro começa a passear em torno do centro da trajetória em um movimento oscilatório chamado de *hunting*. Devido aos elementos que dissipam energia, esta oscilação é atenuada até o retorno ao centro da trajetória. Porém a medida que se aumenta a velocidade do veículo esta dissipação de energia pode não ser mais suficiente e a amplitude de oscilação do rodeiro aumenta até que este começa a tocar as flanges no trilho podendo levar a descarrilamento.

A velocidade crítica é definida como a velocidade para a qual a oscilação do rodeiro é mantida sem que aumente nem diminua [14]. Para a determinação desta velocidade o veículo foi posto em uma reta com um deslocamento inicial de 2 mm em cada um dos 4 rodeiros e se observou o comportamento lateral destes. A velocidade foi variada gradualmente de modo que foi possível notar a transição de comportamento com centralização e comportamento instável, com contato entre flange e trilho.

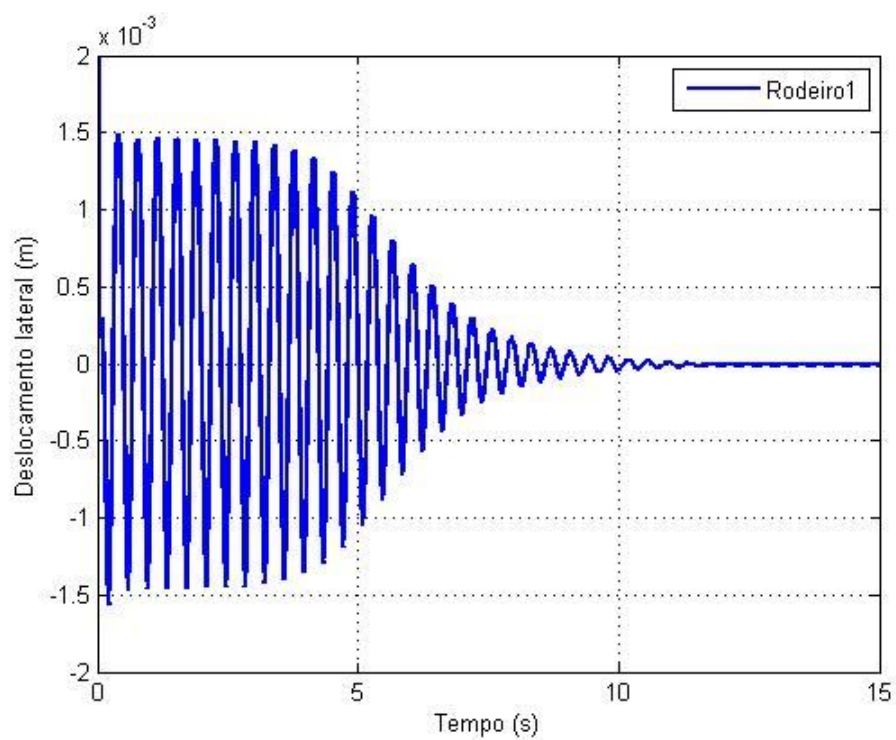


Figura 53: Veículo a 49,5 m/s ou 178,2 Km/h.

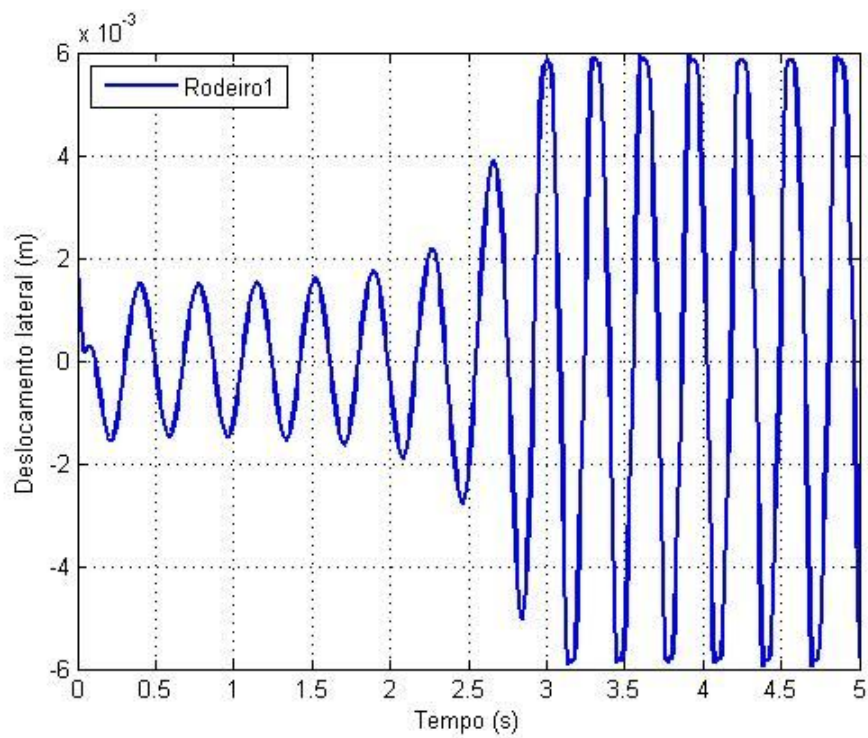


Figura 54: Veículo a 49,6 m/s ou 178,6 Km/h.

Conforme a Figura 53 e Figura 54 a velocidade crítica está entre 178,2 e 178,6 Km/h. A 178,2 Km/h o vagão e seus elementos de ligação ainda conseguem atenuar o distúrbio inicial de 2 mm na posição lateral dos rodeiros. A 178,6 Km/h isto já não é mais possível, a oscilação aumenta de amplitude até que os rodeiros ficam oscilando entre as posições máximas de +6 e -6 mm ao redor da linha de centro da trajetória. Para estes deslocamento, e já discutido anteriormente, há o contato entre a flange e o trilho sendo está uma condição crítica de segurança pois pode levar ao descarrilamento.

Sendo assim, o veículo não pode trafegar a mais de 178 Km/h, o que de certa forma é uma velocidade altíssima para um veículo de transporte de carga, não sendo, portanto, um grande problema.

12 CONCLUSÃO

Foi desenvolvido um modelo simplificado de um truque através de diagramas de blocos no programa Simulink. Com este modelo e suas simulações se mostrou a necessidade de desenvolver um sistema complexo capaz de tratar adequadamente as forças na região de contato, bem como permitir o acoplamento entre as variáveis de forma a abranger os aspectos não lineares.

Com isto foi desenvolvido um modelo de rodeiro com todos os 6 graus de liberdade modelados. O tratamento das forças no plano de contato foi feito com a rotina ,já muito difundida, FASTSIM, que através de pequenos elementos de área é capaz de representar a saturação, além de levar em conta o escorregamento angular juntamente com os escorregamentos lateral e longitudinal.

Este modelo não linear foi posto nas condições de *benchmark*, na qual uma força constante foi aplicada na lateral. Os resultados desta simulação foram comparados com os resultados de diversos autores. Nesta comparação notou-se que o modelo de rodeiro aqui apresentado é tão consistente quanto os que foram comparados, tendo variações médias menores que 6%.

Na segunda simulação foram avaliadas as forças no plano de contato e no referencial externo em uma condição partindo de força lateral nula e aumentando até o descarrilamento. Os resultados mostrados na forma de gráficos demonstram a capacidade de tratamento dos aspectos não lineares uma vez que o rodeiro teve grande deslocamento lateral passando por condições repentinas de mudança de propriedades de contato.

Foi desenvolvido um modelo completo de vagão apoiado sobre dois truques de carga. Este modelo possui 54 graus de liberdade abrangendo todos os seis graus de liberdade de cada um dos seus 11 corpos exceto rodeiros que possuem restrições de movimento. Esta modelagem e simulações mostram o poder da técnica de multicorpos, uma vez que foi possível modelar um sistema de elevado grau de

complexidade devido às não linearidades de contato, trajetória e relação entre as partes móveis.

Ao vagão se impôs uma trajetória de inscrição e saída de curva semelhante as existentes nas linhas ferroviárias do Brasil, mas em velocidade muito alta. A convergência da simulação nesta condição mostra que o modelo é capaz de tratar situações muito severas como o contato de flange e trilho em grandes deslocamentos laterais. Além disso, ao contrário de softwares comerciais que levam muito tempo para simulação, o código deste trabalho trabalha em tempo muito próximo do real, sendo uma ferramenta eficiente e rápida.

A simulação em curva mostrou com varia o índice de segurança L/V para cada um dos rodeiros. Conforme esperado, o rodeiro frontal direito (externo) foi o mais solicitado, não só em termos de força lateral, mas também tangencial total e deslocamento angular e lateral. Isto leva a conclusão que este é o rodeiro com maior chance de sofrer descarrilamento.

O índice de segurança de tráfego L/V foi mapeado para várias condições de raio e velocidade permitindo um planejamento prévio da viagem, tornando-a mais segura e eficiente. Foi determinada a velocidade crítica, a partir da qual o rodeiro não mais centraliza e pode ocorrer descarrilamento.

Fica como sugestão para melhorias introduzir as não linearidades da cunha de fricção, como o atrito seco e o efeito da sua geometria. Além disso, seria interessante avaliar como varia a segurança do veículo de acordo com os parâmetros de suspensão e também condições da via, como trechos desgastados. Enfim, esta é uma área que tem muito a ser explorada, principalmente no Brasil, e que permiti o enfrentamento de problemas desafiadores.

Anexo A – modelo do vagão de carga (Autolev)

```
%Referencial Newtoniano,corpos,bases,pontos_____
%autoz on

Newtonian N
Frames Via{4}
Bodies Rod{4},travessa{2},Vagao,LATD{2},LATE{2}
Frames E{4}, D{4}
Points pcd{4},
pce{4},raux{4},PRE{4},PRD{4},PTE{4},PTD{4},VD,VT,PLATE{4},PLATD{4},PTF{4},PTT{4}

% Variaveis,constantes_____

Constants g,Ro,V,h,eo,D,a
Input g=10, Ro=3000, V=30, h=1.5, eo=0.61, D=15, a=0.15

MotionVariables' ux{4}",uy{4}",uz{4}", fi{4}",tet{4}", psi{4}"
MotionVariables' uxT{2}",uyT{2}",uzT{2}", fiT{2}",tetT{2}", psiT{2}"
MotionVariables' uxV",uyV",uzV", fiV",tetV", psiV"
MotionVariables' uxLATD{2}",uyLATD{2}",uzLATD{2}", fiLATD{2}",tetLATD{2}",
psiLATD{2}"
MotionVariables' uxLATE{2}",uyLATE{2}",uzLATE{2}", fiLATE{2}",tetLATE{2}", psiLATE{2}"

Specified Px{4},Py{4}, Pz{4}, Lfi{4}, Ltet{4}, Lpsi{4}, LfiV, LtetV, LpsiV
Specified tzd{4},txd{4}, tyd{4}
Specified tze{4}, txe{4}, tye{4}
Constants lamd{4}, rd{4}, ld{4}, lame{4}, re{4}, le{4}

%Trajetoria_____

VARIABLE s"
VARIABLES alfa{4}"
VARIABLES xr{4}",yr{4}",zr{4}"
SPECIFIED C{4}'
s'=V

alfa1'=s'*C1
alfa1''=DT(alfa1')
xr1'=s'*cos(alfa1)
xr1''=DT(xr1')
yr1'=s'*sin(alfa1)
yr1''=DT(yr1')
zr1=0
zr1'=0
zr1''=0
INPUT xr1 = 0.0
INPUT yr1 = 0.0

alfa2'=s'*C2
alfa2''=DT(alfa2')
xr2'=s'*cos(alfa2)
xr2''=DT(xr2')
yr2'=s'*sin(alfa2)
yr2''=DT(yr2')
zr2=0
zr2'=0
```

```

zr2''=0
INPUT xr2 = 0.0
INPUT yr2 = 0.0

```

```

alfa3'=s'*C3
alfa3''=DT(alfa3')
xr3'=s'*cos(alfa3)
xr3''=DT(xr3')
yr3'=s'*sin(alfa3)
yr3''=DT(yr3')
zr3=0
zr3'=0
zr3''=0
INPUT xr3 = 0.0
INPUT yr3 = 0.0

```

```

alfa4'=s'*C4
alfa4''=DT(alfa4')
xr4'=s'*cos(alfa4)
xr4''=DT(xr4')
yr4'=s'*sin(alfa4)
yr4''=DT(yr4')
zr4=0
zr4'=0
zr4''=0
INPUT xr4 = 0.0
INPUT yr4 = 0.0

```

%Massas_____

```

Mass Rod1=Mrod1
Input Mrod1=1887
Inertia Rod1, Ir11, Ir12, Ir13, 0, 0, 0
INPUT Ir11=800, Ir12=800, Ir13=800

```

```

Mass Rod2=Mrod2
Input Mrod2=1887
Inertia Rod2, Ir21, Ir22, Ir23, 0, 0, 0
INPUT Ir21=800, Ir22=800, Ir23=800

```

```

Mass travessa1=Mtravessa1
Input Mtravessa1=1887
Inertia travessa1, IT11, IT12, IT13, 0, 0, 0
INPUT IT11=800, IT12=800, IT13=800

```

```

Mass Rod3=Mrod3
Input Mrod3=1887
Inertia Rod3, Ir31, Ir32, Ir33, 0, 0, 0
INPUT Ir31=800, Ir32=800, Ir33=800

```

```

Mass Rod4=Mrod4
Input Mrod4=1887
Inertia Rod4, Ir41, Ir42, Ir43, 0, 0, 0
INPUT Ir41=800, Ir42=800, Ir43=800

```

```

Mass travessa2=Mtravessa2
Input Mtravessa2=1887
Inertia travessa2, IT21, IT22, IT23, 0, 0, 0

```

INPUT IT21=800, IT22=800, IT23=800

Mass Vagao=Mvagao
 Input Mvagao=110000
 Inertia Vagao, IV1, IV2, IV3, 0, 0, 0
 INPUT IV1=30000, IV2=5000, IV3=1000000

Mass LATD1=MLATD1
 Input MLATD1=500
 Inertia LATD1, ILATD11, ILATD12, ILATD13, 0, 0, 0
 INPUT ILATD11=100, ILATD12=500, ILATD13=500

Mass LATD2=MLATD2
 Input MLATD2=500
 Inertia LATD2, ILATD21, ILATD22, ILATD23, 0, 0, 0
 INPUT ILATD21=100, ILATD22=500, ILATD23=500

Mass LATE1=MLATE1
 Input MLATE1=500
 Inertia LATE1, ILATE11, ILATE12, ILATE13, 0, 0, 0
 INPUT ILATE11=100, ILATE12=500, ILATE13=500

Mass LATE2=MLATE2
 Input MLATE2=500
 Inertia LATE2, ILATE21, ILATE22, ILATE23, 0, 0, 0
 INPUT ILATE21=100, ILATE22=500, ILATE23=500

%Sistemas de coordenadas_____

Dircos(N,via1,body312,alfa1,0,0)
 Dircos(via1,rod1,body312,psi1,fi1,0)
 Dircos(rod1,D1,body123,lamd1,0,0)
 Dircos(rod1,E1,body123,lame1,0,0)

Dircos(N,via2,body312,alfa2,0,0)
 Dircos(via2,rod2,body312,psi2,fi2,0)
 Dircos(rod2,D2,body123,lamd2,0,0)
 Dircos(rod2,E2,body123,lame2,0,0)

Dircos(N,travessa1,body123,1*fiT1,1*tetT1,psiT1)

Dircos(N,via3,body312,alfa3,0,0)
 Dircos(via3,rod3,body312,psi3,fi3,0)
 Dircos(rod3,D3,body123,lamd3,0,0)
 Dircos(rod3,E3,body123,lame3,0,0)

Dircos(N,via4,body312,alfa4,0,0)
 Dircos(via4,rod4,body312,psi4,fi4,0)
 Dircos(rod4,D4,body123,lamd4,0,0)
 Dircos(rod4,E4,body123,lame4,0,0)

Dircos(N,travessa2,body123,1*fiT2,1*tetT2,psiT2)

Dircos(N,Vagao,body123,1*fiV,1*tetV,psiV)

Dircos(N,LATD1,body123,1*fiLATD1,1*tetLATD1,psiLATD1)

Dircos(N,LATD2,body123,1*fiLATD2,1*tetLATD2,psiLATD2)

Dircos(N,LATE1,body123,1*fiLATE1,1*tetLATE1,psiLATE1)

Dircos(N,LATE2,body123,1*fiLATE2,1*tetLATE2,psiLATE2)

pause

% Vetores de posição (P_A_B=>vetor(B-A))_____

P_No_via1o>= xr1*N1>+yr1*N2>+zr1*N3>
 P_Via1O_Rod1O>= ux1*via11>+uy1*via12>+uz1*via13>
 P_Via1O_raux1>= ux1*via11>+uy1*via12>+uz1*via13>
 P_rod1o_d1o>= -rd1*rod13>+ld1*rod12>
 P_rod1o_e1o>= -re1*rod13>+le1*rod12>
 P_rod1o_pcd1>= -rd1*rod13>+ld1*rod12>
 P_rod1o_pce1>= -re1*rod13>+le1*rod12>
 P_rod1o_PRE1>=eo*rod12>
 P_rod1o_PRD1>=-eo*rod12>

P_No_via2o>= xr2*N1>+yr2*N2>+zr2*N3>
 P_Via2O_Rod2O>= ux2*via21>+uy2*via22>+uz2*via23>
 P_Via2O_raux2>= ux2*via21>+uy2*via22>+uz2*via23>
 P_rod2o_d2o>= -rd2*rod23>+ld2*rod22>
 P_rod2o_e2o>= -re2*rod23>+le2*rod22>
 P_rod2o_pcd2>= -rd2*rod23>+ld2*rod22>
 P_rod2o_pce2>= -re2*rod23>+le2*rod22>
 P_rod2o_PRE2>=eo*rod22>
 P_rod2o_PRD2>=-eo*rod22>

P_No_travessa1o>=uxt1*N1>+uyt1*N2>+uzt1*N3>

P_No_LATE1o>=uxLATE1*N1>+uyLATE1*N2>+uzLATE1*N3>

P_No_LATD1o>=uxLATD1*N1>+uyLATD1*N2>+uzLATD1*N3>

P_No_via3o>= xr3*N1>+yr3*N2>+zr3*N3>
 P_Via3O_Rod3O>= ux3*via31>+uy3*via32>+uz3*via33>
 P_Via3O_raux3>= ux3*via31>+uy3*via32>+uz3*via33>
 P_rod3o_d3o>= -rd3*rod33>+ld3*rod32>
 P_rod3o_e3o>= -re3*rod33>+le3*rod32>
 P_rod3o_pcd3>= -rd3*rod33>+ld3*rod32>
 P_rod3o_pce3>= -re3*rod33>+le3*rod32>
 P_rod3o_PRE3>=eo*rod32>
 P_rod3o_PRD3>=-eo*rod32>

P_No_via4o>= xr4*N1>+yr4*N2>+zr4*N3>
 P_Via4O_Rod4O>= ux4*via41>+uy4*via42>+uz4*via43>
 P_Via4O_raux4>= ux4*via41>+uy4*via42>+uz4*via43>
 P_rod4o_d4o>= -rd4*rod43>+ld4*rod42>
 P_rod4o_e4o>= -re4*rod43>+le4*rod42>
 P_rod4o_pcd4>= -rd4*rod43>+ld4*rod42>
 P_rod4o_pce4>= -re4*rod43>+le4*rod42>
 P_rod4o_PRE4>=eo*rod42>
 P_rod4o_PRD4>=-eo*rod42>

P_No_travessa2o>=uxt2*N1>+uyt2*N2>+uzt2*N3>

P_No_LATE2o>=uxLATE2*N1>+uyLATE2*N2>+uzLATE2*N3>

$P_No_LATD2o >= uxLATD2*N1 > + uyLATD2*N2 > + uzLATD2*N3 >$

$P_LATE1o_PTE1 >= h*LATE11 >$
 $P_LATD1o_PTD1 >= h*LATD11 >$
 $P_LATE1o_PTE2 >= -h*LATE11 >$
 $P_LATD1o_PTD2 >= -h*LATD11 >$
 $P_LATE2o_PTE3 >= h*LATE21 >$
 $P_LATD2o_PTD3 >= h*LATD21 >$
 $P_LATE2o_PTE4 >= -h*LATE21 >$
 $P_LATD2o_PTD4 >= -h*LATD21 >$

$P_LATE1o_PLATE1 >= a*LATE11 >$
 $P_LATE1o_PLATE2 >= -a*LATE11 >$
 $P_LATD1o_PLATD1 >= a*LATD11 >$
 $P_LATD1o_PLATD2 >= -a*LATD11 >$

$P_travessa1o_PTF1 >= eo*travessa12 > + a*travessa11 >$
 $P_travessa1o_PTF2 >= eo*travessa12 > - a*travessa11 >$
 $P_travessa1o_PTF3 >= -eo*travessa12 > + a*travessa11 >$
 $P_travessa1o_PTF4 >= -eo*travessa12 > - a*travessa11 >$

$P_LATE2o_PLATE3 >= a*LATE21 >$
 $P_LATE2o_PLATE4 >= -a*LATE21 >$
 $P_LATD2o_PLATD3 >= a*LATD21 >$
 $P_LATD2o_PLATD4 >= -a*LATD21 >$

$P_travessa2o_PTT1 >= eo*travessa22 > + a*travessa21 >$
 $P_travessa2o_PTT2 >= eo*travessa22 > - a*travessa21 >$
 $P_travessa2o_PTT3 >= -eo*travessa22 > + a*travessa21 >$
 $P_travessa2o_PTT4 >= -eo*travessa22 > - a*travessa21 >$

$P_No_vagao >= uxV*N1 > + uyV*N2 > + uzV*N3 >$
 $P_vagao_VD >= D/2*vagao1 >$
 $P_vagao_VT >= -D/2*vagao1 >$

pause

% Velocidades angulares _____

$w_via1_n >= (alfa1')*via13 >$
 $w_rod1_via1 >= tet1'*rod12 > + fi1'*rod11 > + (psi1')*rod13 >$

$w_via2_n >= (alfa2')*via23 >$
 $w_rod2_via2 >= tet2'*rod22 > + fi2'*rod21 > + (psi2')*rod23 >$

$w_travessa1_n >= fiT1'*travessa11 > + tetT1'*travessa12 > + psiT1'*travessa13 >$

$w_via3_n >= (alfa3')*via33 >$
 $w_rod3_via3 >= tet3'*rod32 > + fi3'*rod31 > + (psi3')*rod33 >$

$w_via4_n >= (alfa4')*via43 >$
 $w_rod4_via4 >= tet4'*rod42 > + fi4'*rod41 > + (psi4')*rod43 >$

$w_travessa2_n >= fiT2'*travessa21 > + tetT2'*travessa22 > + psiT2'*travessa23 >$

$w_vagao_n >= fiV'*vagao1 > + tetV'*vagao2 > + psiV'*vagao3 >$

$w_LATE1_n >= fiLATE1'*LATE11 > + tetLATE1'*LATE12 > + psiLATE1'*LATE13 >$
 $w_LATE2_n >= fiLATE2'*LATE21 > + tetLATE2'*LATE22 > + psiLATE2'*LATE23 >$

```
w_LATD1_n>=fiLATD1'*LATD11>+tetLATD1'*LATD12>+psiLATD1'*LATD13>
w_LATD2_n>=fiLATD2'*LATD21>+tetLATD2'*LATD22>+psiLATD2'*LATD23>
```

```
pause
```

```
% Velocidades
```

```
V_via1o_N>=DT(P_no_via1o>,N)
V_rod1o_via1>=DT(P_via1o_rod1o>,via1)
v2pts(n,via1,via1o,raux1)
V1pt(n,via1,raux1,rod1o)
v2pts(n,via1,raux1,pce1)
v2pts(via1,rod1,rod1o,e1o)
v1pt(n,via1,pce1,e1o)
v2pts(n,via1,raux1,pcd1)
v2pts(via1,rod1,rod1o,d1o)
v1pt(n,via1,pcd1,d1o)
```

```
V_via2o_N>=DT(P_no_via2o>,N)
V_rod2o_via2>=DT(P_via2o_rod2o>,via2)
v2pts(n,via2,via2o,raux2)
V1pt(n,via2,raux2,rod2o)
v2pts(n,via2,raux2,pce2)
v2pts(via2,rod2,rod2o,e2o)
v1pt(n,via2,pce2,e2o)
v2pts(n,via2,raux2,pcd2)
v2pts(via2,rod2,rod2o,d2o)
v1pt(n,via2,pcd2,d2o)
```

```
V_travessa1o_N>=DT(P_No_travessa1o>,N)
```

```
V_LATE1o_N>=DT(P_No_LATE1o>,N)
```

```
V_LATD1o_N>=DT(P_No_LATD1o>,N)
```

```
v2pts(n,rod1,rod1o,PRE1)
v2pts(n,rod1,rod1o,PRD1)
v2pts(n,rod2,rod2O,PRE2)
v2pts(n,rod2,rod2O,PRD2)
```

```
V_via3o_N>=DT(P_no_via3o>,N)
V_rod3o_via3>=DT(P_via3o_rod3o>,via3)
v2pts(n,via3,via3o,raux3)
V1pt(n,via3,raux3,rod3o)
v2pts(n,via3,raux3,pce3)
v2pts(via3,rod3,rod3o,e3o)
v1pt(n,via3,pce3,e3o)
v2pts(n,via3,raux3,pcd3)
v2pts(via3,rod3,rod3o,d3o)
v1pt(n,via3,pcd3,d3o)
```

```
V_via4o_N>=DT(P_no_via4o>,N)
V_rod4o_via4>=DT(P_via4o_rod4o>,via4)
v2pts(n,via4,via4o,raux4)
V1pt(n,via4,raux4,rod4o)
v2pts(n,via4,raux4,pce4)
v2pts(via4,rod4,rod4o,e4o)
v1pt(n,via4,pce4,e4o)
v2pts(n,via4,raux4,pcd4)
```

v2pts(via4,rod4,rod4o,d4o)
v1pt(n,via4,pcd4,d4o)

V_travessa2o_N>=DT(P_No_travessa2o>,N)

V_LATE2o_N>=DT(P_No_LATE2o>,N)

V_LATD2o_N>=DT(P_No_LATD2o>,N)

v2pts(n,rod3,rod3o,PRE3)
v2pts(n,rod3,rod3o,PRD3)
v2pts(n,rod4,rod4O,PRE4)
v2pts(n,rod4,rod4O,PRD4)

v2pts(n,LATE1,LATE1o,PTE1)
v2pts(n,LATD1,LATD1o,PTD1)
v2pts(n,LATE1,LATE1o,PTE2)
v2pts(n,LATD1,LATD1o,PTD2)
v2pts(n,LATE2,LATE2o,PTE3)
v2pts(n,LATD2,LATD2o,PTD3)
v2pts(n,LATE2,LATE2o,PTE4)
v2pts(n,LATD2,LATD2o,PTD4)

v2pts(n,LATE1,LATE1o,PLATE1)
v2pts(n,LATE1,LATE1o,PLATE2)
v2pts(n,LATD1,LATD1o,PLATD1)
v2pts(n,LATD1,LATD1o,PLATD2)

v2pts(n,travessa1,travessa1o,PTF1)
v2pts(n,travessa1,travessa1o,PTF2)
v2pts(n,travessa1,travessa1o,PTF3)
v2pts(n,travessa1,travessa1o,PTF4)

v2pts(n,LATE2,LATE2o,PLATE3)
v2pts(n,LATE2,LATE2o,PLATE4)
v2pts(n,LATD2,LATD2o,PLATD3)
v2pts(n,LATD2,LATD2o,PLATD4)

v2pts(n,travessa2,travessa2o,PTT1)
v2pts(n,travessa2,travessa2o,PTT2)
v2pts(n,travessa2,travessa2o,PTT3)
v2pts(n,travessa2,travessa2o,PTT4)

V_vagao_N>=DT(P_No_vagao>,N)

v2pts(n,vagao,vagao,VD)
v2pts(n,vagao,vagao,VT)

pause

%Escorregamentos

Specified escd1{3}, esce1{3}
escd11=dot(v_d1o_n>-0*V_pcd1_n>,d11>)/V
escd12=dot(v_d1o_n>-0*V_pcd1_n>,d12>)/V
escd13=dot(w_rod1_n>-w_via1_n>,d13>)/V
esce11=dot(v_e1o_n>-0*V_pce1_n>,e11>)/V
esce12=dot(v_e1o_n>-0*V_pce1_n>,e12>)/V
esce13=dot(w_rod1_n>-w_vial_n>,e13>)/V

```

pause
Specified      escd2{3}, esce2{3}
escd21=dot(v_d2o_n>-0*V_pcd2_n>,d21>)/V
escd22=dot(v_d2o_n>-0*V_pcd2_n>,d22>)/V
escd23=dot(w_rod2_n>-w_via2_n>,d23>)/V
esce21=dot(v_e2o_n>-0*V_pce2_n>,e21>)/V
esce22=dot(v_e2o_n>-0*V_pce2_n>,e22>)/V
esce23=dot(w_rod2_n>-w_via2_n>,e23>)/V
pause
Specified      escd3{3}, esce3{3}
escd31=dot(v_d3o_n>-0*V_pcd3_n>,d31>)/V
escd32=dot(v_d3o_n>-0*V_pcd3_n>,d32>)/V
escd33=dot(w_rod3_n>-w_via3_n>,d33>)/V
esce31=dot(v_e3o_n>-0*V_pce3_n>,e31>)/V
esce32=dot(v_e3o_n>-0*V_pce3_n>,e32>)/V
esce33=dot(w_rod3_n>-w_via3_n>,e33>)/V

Specified      escd4{3}, esce4{3}
escd41=dot(v_d4o_n>-0*V_pcd4_n>,d41>)/V
escd42=dot(v_d4o_n>-0*V_pcd4_n>,d42>)/V
escd43=dot(w_rod4_n>-w_via4_n>,d43>)/V
esce41=dot(v_e4o_n>-0*V_pce4_n>,e41>)/V
esce42=dot(v_e4o_n>-0*V_pce4_n>,e42>)/V
esce43=dot(w_rod4_n>-w_via4_n>,e43>)/V

pause
%Motion constraints_____

Auxiliary[1] = Dot( v_d1o_n>-V_pcd1_n>, d13> )
Auxiliary[2] = Dot( v_e1o_n>-V_pce1_n>, e13> )
Auxiliary[3] = Dot( v_d2o_n>-V_pcd2_n>, d23> )
Auxiliary[4] = Dot( v_e2o_n>-V_pce2_n>, e23> )

Auxiliary[5] = Dot( v_d3o_n>-V_pcd3_n>, d33> )
Auxiliary[6] = Dot( v_e3o_n>-V_pce3_n>, e33> )
Auxiliary[7] = Dot( v_d4o_n>-V_pcd4_n>, d43> )
Auxiliary[8] = Dot( v_e4o_n>-V_pce4_n>, e43> )

%Constrain( Auxiliary[uz1',fi1',uz2',fi2',uz3',fi3',uz4',fi4'] )

pause
%Forces_____

Gravity( -g*n3> )

Force_D1o>= txd1*d11>+tzd1*d13>+tyd1*d12>
Force_E1o>= txe1*e11>+tze1*e13>+tye1*e12>
Force_rod1o> += Px1*via11>+Py1*via12>+Pz1*via13>

Force_D2o>= txd2*d21>+tzd2*d23>+tyd2*d22>
Force_E2o>= txe2*e21>+tze2*e23>+tye2*e22>
Force_rod2o> += Px2*via21>+Py2*via22>+Pz2*via23>

Force_D3o>= txd3*d31>+tzd3*d33>+tyd3*d32>
Force_E3o>= txe3*e31>+tze3*e33>+tye3*e32>
Force_rod3o> += Px3*via31>+Py3*via32>+Pz3*via33>

Force_D4o>= txd4*d41>+tzd4*d43>+tyd4*d42>

```


Force_E4o>= txe4*e41>+tze4*e43>+tye4*e42>
 Force_rod4o> += Px4*via41>+Py4*via42>+Pz4*via43>

pause

%Suspensão_TRAVESSA_____

CONSTANTS Kx3,Ky3,Kz3,cx3,cy3,cz3

INPUT Kx3 = 219300000

INPUT Ky3 = 200000000

INPUT kz3 = 200000000

INPUT cx3 = 0

INPUT cy3 = 0

INPUT cz3 = 0

SPECIFIED FSETx{4},FSETy{4},FSETz{4}

SPECIFIED FSDTx{4},FSDTy{4},FSDTz{4}

SPECIFIED FSECTx{4},FSECTy{4},FSECTz{4}

SPECIFIED FSDCTx{4},FSDCTy{4},FSDCTz{4}

FSETx1 = (Kx3/2)*(DOT(P_PLATE1_PTF1>,LATE11>))

FSETy1 = (Ky3/2)*(DOT(P_PLATE1_PTF1>,LATE12>))

FSETz1 = (Kz3/2)*(DOT(P_PLATE1_PTF1>,LATE13>))

FSDTx1 = (Kx3/2)*(DOT(P_PLATD1_PTF3>,LATD11>))

FSDTy1 = (Ky3/2)*(DOT(P_PLATD1_PTF3>,LATD12>))

FSDTz1 = (Kz3/2)*(DOT(P_PLATD1_PTF3>,LATD13>))

FSETx2 = (Kx3/2)*(DOT(P_PLATE2_PTF2>,LATE11>))

FSETy2 = (Ky3/2)*(DOT(P_PLATE2_PTF2>,LATE12>))

FSETz2 = (Kz3/2)*(DOT(P_PLATE2_PTF2>,LATE13>))

FSDTx2 = (Kx3/2)*(DOT(P_PLATD2_PTF4>,LATD11>))

FSDTy2 = (Ky3/2)*(DOT(P_PLATD2_PTF4>,LATD12>))

FSDTz2 = (Kz3/2)*(DOT(P_PLATD2_PTF4>,LATD13>))

FSECTx1 = (cx3/2)*DT(DOT(P_PLATE1_PTF1>,LATE11>),LATE1)

FSECTy1 = (cy3/2)*DT(DOT(P_PLATE1_PTF1>,LATE12>),LATE1)

FSECTz1 = (cz3/2)*DT(DOT(P_PLATE1_PTF1>,LATE13>),LATE1)

FSDCTx1 = (cx3/2)*DT(DOT(P_PLATD1_PTF3>,LATD11>),LATD1)

FSDCTy1 = (cy3/2)*DT(DOT(P_PLATD1_PTF3>,LATD12>),LATD1)

FSDCTz1 = (cz3/2)*DT(DOT(P_PLATD1_PTF3>,LATD13>),LATD1)

FSECTx2 = (cx3/2)*DT(DOT(P_PLATE2_PTF2>,LATE11>),LATE1)

FSECTy2 = (cy3/2)*DT(DOT(P_PLATE2_PTF2>,LATE12>),LATE1)

FSECTz2 = (cz3/2)*DT(DOT(P_PLATE2_PTF2>,LATE13>),LATE1)

FSDCTx2 = (cx3/2)*DT(DOT(P_PLATD2_PTF4>,LATD11>),LATD1)

FSDCTy2 = (cy3/2)*DT(DOT(P_PLATD2_PTF4>,LATD12>),LATD1)

FSDCTz2 = (cz3/2)*DT(DOT(P_PLATD2_PTF4>,LATD13>),LATD1)

FORCE(PLATE1/PTF1,-FSETx1*LATE11>-FSETy1*LATE12>-FSETz1*LATE13>)

FORCE(PLATE2/PTF2,-FSETx2*LATE11>-FSETy2*LATE12>-FSETz2*LATE13>)

FORCE(PLATD1/PTF3,-FSDTx1*LATD11>-FSDTy1*LATD12>-FSDTz1*LATD13>)

FORCE(PLATD2/PTF4,-FSDTx2*LATD11>-FSDTy2*LATD12>-FSDTz2*LATD13>)

FORCE(PLATE1/PTF1,-FSECTx1*LATE11>-FSECTy1*LATE12>-FSECTz1*LATE13>)

FORCE(PLATE2/PTF2,-FSECTx2*LATE11>-FSECTy2*LATE12>-FSECTz2*LATE13>)

FORCE(PLATD1/PTF3,-FSDCTx1*LATD11>-FSDCTy1*LATD12>-FSDCTz1*LATD13>)

FORCE(PLATD2/PTF4,-FSDCTx2*LATD11>-FSDCTy2*LATD12>-FSDCTz2*LATD13>)

FSETx3 = (Kx3/2)*(DOT(P_PLATE3_PTT1>,LATE21>))

FSETy3 = (Ky3/2)*(DOT(P_PLATE3_PTT1>,LATE22>))

FSETz3 = (Kz3/2)*(DOT(P_PLATE3_PTT1>,LATE23>))

FSDTx3 = (Kx3/2)*(DOT(P_PLATD3_PTT3>,LATD21>))

```

FSDTy3 = (Ky3/2)*(DOT(P_PLATD3_PTT3>,LATD22>))
FSDTz3 = (Kz3/2)*(DOT(P_PLATD3_PTT3>,LATD23>))
FSETx4 = (Kx3/2)*(DOT(P_PLATE4_PTT2>,LATE11>))
FSETy4 = (Ky3/2)*(DOT(P_PLATE4_PTT2>,LATE22>))
FSETz4 = (Kz3/2)*(DOT(P_PLATE4_PTT2>,LATE23>))
FSDTx4 = (Kx3/2)*(DOT(P_PLATD4_PTT4>,LATD21>))
FSDTy4 = (Ky3/2)*(DOT(P_PLATD4_PTT4>,LATD22>))
FSDTz4 = (Kz3/2)*(DOT(P_PLATD4_PTT4>,LATD23>))

FSECTx3 = (cx3/2)*DT(DOT(P_PLATE3_PTT1>,LATE21>),LATE2)
FSECTy3 = (cy3/2)*DT(DOT(P_PLATE3_PTT1>,LATE22>),LATE2)
FSECTz3 = (cz3/2)*DT(DOT(P_PLATE3_PTT1>,LATE23>),LATE2)
FSDCTx3 = (cx3/2)*DT(DOT(P_PLATD3_PTT3>,LATD21>),LATD2)
FSDCTy3 = (cy3/2)*DT(DOT(P_PLATD3_PTT3>,LATD22>),LATD2)
FSDCTz3 = (cz3/2)*DT(DOT(P_PLATD3_PTT3>,LATD23>),LATD2)
FSECTx4 = (cx3/2)*DT(DOT(P_PLATE4_PTT2>,LATE21>),LATE2)
FSECTy4 = (cy3/2)*DT(DOT(P_PLATE4_PTT2>,LATE22>),LATE2)
FSECTz4 = (cz3/2)*DT(DOT(P_PLATE4_PTT2>,LATE23>),LATE2)
FSDCTx4 = (cx3/2)*DT(DOT(P_PLATD4_PTT4>,LATD21>),LATD2)
FSDCTy4 = (cy3/2)*DT(DOT(P_PLATD4_PTT4>,LATD22>),LATD2)
FSDCTz4 = (cz3/2)*DT(DOT(P_PLATD4_PTT4>,LATD23>),LATD2)

FORCE(PLATE3/PTT1,-FSETx3*LATE21>-FSETy3*LATE22>-FSETz3*LATE23>)
FORCE(PLATE4/PTT2,-FSETx4*LATE21>-FSETy4*LATE22>-FSETz4*LATE23>)
FORCE(PLATD3/PTT3,-FSDTx3*LATD21>-FSDTy3*LATD22>-FSDTz3*LATD23>)
FORCE(PLATD4/PTT4,-FSDTx4*LATD21>-FSDTy4*LATD22>-FSDTz4*LATD23>)
FORCE(PLATE3/PTT1,-FSECTx3*LATE21>-FSECTy3*LATE22>-FSECTz3*LATE23>)
FORCE(PLATE4/PTT2,-FSECTx4*LATE21>-FSECTy4*LATE22>-FSECTz4*LATE23>)
FORCE(PLATD3/PTT3,-FSDCTx3*LATD21>-FSDCTy3*LATD22>-FSDCTz3*LATD23>)
FORCE(PLATD4/PTT4,-FSDCTx4*LATD21>-FSDCTy4*LATD22>-FSDCTz4*LATD23>)

```

%Suspensão_____

```

CONSTANTS Kx,Ky,Kz,cx,cy,cz
INPUT Kx = 219300000
INPUT Ky = 200000000
INPUT kz = 200000000
INPUT cx = 0
INPUT cy = 0
INPUT cz = 0
CONSTANTS kx2,ky2,kz2,cx2,cy2,cz2
INPUT kx2 = 100000
INPUT ky2 = 100000
INPUT kz2 = 100000
INPUT cx2 = 10000
INPUT cy2 = 10000
INPUT cz2 = 10000

SPECIFIED FSEx{4},FSEy{4},FSEz{4}
SPECIFIED FSDx{4},FSDy{4},FSDz{4}
SPECIFIED FSECx{4},FSECy{4},FSECz{4}
SPECIFIED FSDCx{4},FSDCy{4},FSDCz{4}

FSEx1 = (Kx/2)*(DOT(P_PRE1_PTE1>,via11>))
FSEy1 = (Ky/2)*(DOT(P_PRE1_PTE1>,via12>))
FSEz1 = (Kz/2)*(DOT(P_PRE1_PTE1>,via13>))
FSDx1 = (Kx/2)*(DOT(P_PRD1_PTD1>,via11>))
FSDy1 = (Ky/2)*(DOT(P_PRD1_PTD1>,via12>))

```

$FSDz1 = (Kz/2) * (DOT(P_PRD1_PTD1>, via13>))$
 $FSEx2 = (Kx/2) * (DOT(P_PRE2_PTE2>, via21>))$
 $FSEy2 = (Ky/2) * (DOT(P_PRE2_PTE2>, via22>))$
 $FSEz2 = (Kz/2) * (DOT(P_PRE2_PTE2>, via23>))$
 $FSDx2 = (Kx/2) * (DOT(P_PRD2_PTD2>, via21>))$
 $FSDy2 = (Ky/2) * (DOT(P_PRD2_PTD2>, via22>))$
 $FSDz2 = (Kz/2) * (DOT(P_PRD2_PTD2>, via23>))$

$FSECx1 = (cx/2) * DT(DOT(P_PRE1_PTE1>, via11>), via1)$
 $FSECy1 = (cy/2) * DT(DOT(P_PRE1_PTE1>, via12>), via1)$
 $FSECz1 = (cz/2) * DT(DOT(P_PRE1_PTE1>, via13>), via1)$
 $FSDCx1 = (cx/2) * DT(DOT(P_PRD1_PTD1>, via11>), via1)$
 $FSDCy1 = (cy/2) * DT(DOT(P_PRD1_PTD1>, via12>), via1)$
 $FSDCz1 = (cz/2) * DT(DOT(P_PRD1_PTD1>, via13>), via1)$
 $FSECx2 = (cx/2) * DT(DOT(P_PRE2_PTE2>, via21>), via2)$
 $FSECy2 = (cy/2) * DT(DOT(P_PRE2_PTE2>, via22>), via2)$
 $FSECz2 = (cz/2) * DT(DOT(P_PRE2_PTE2>, via23>), via2)$
 $FSDCx2 = (cx/2) * DT(DOT(P_PRD2_PTD2>, via21>), via2)$
 $FSDCy2 = (cy/2) * DT(DOT(P_PRD2_PTD2>, via22>), via2)$
 $FSDCz2 = (cz/2) * DT(DOT(P_PRD2_PTD2>, via23>), via2)$

$FORCE(PRE1/PTE1, -FSEx1*via11>-FSEy1*via12>-FSEz1*via13>)$
 $FORCE(PRE2/PTE2, -FSEx2*via21>-FSEy2*via22>-FSEz2*via23>)$
 $FORCE(PRD1/PTD1, -FSDx1*via11>-FSDy1*via12>-FSDz1*via13>)$
 $FORCE(PRD2/PTD2, -FSDx2*via21>-FSDy2*via22>-FSDz2*via23>)$
 $FORCE(PRE1/PTE1, -FSECx1*via11>-FSECy1*via12>-FSECz1*via13>)$
 $FORCE(PRE2/PTE2, -FSECx2*via21>-FSECy2*via22>-FSECz2*via23>)$
 $FORCE(PRD1/PTD1, -FSDCx1*via11>-FSDCy1*via12>-FSDCz1*via13>)$
 $FORCE(PRD2/PTD2, -FSDCx2*via21>-FSDCy2*via22>-FSDCz2*via23>)$

$FSEx3 = (Kx/2) * (DOT(P_PRE3_PTE3>, via31>))$
 $FSEy3 = (Ky/2) * (DOT(P_PRE3_PTE3>, via32>))$
 $FSEz3 = (Kz/2) * (DOT(P_PRE3_PTE3>, via33>))$
 $FSDx3 = (Kx/2) * (DOT(P_PRD3_PTD3>, via31>))$
 $FSDy3 = (Ky/2) * (DOT(P_PRD3_PTD3>, via32>))$
 $FSDz3 = (Kz/2) * (DOT(P_PRD3_PTD3>, via33>))$
 $FSEx4 = (Kx/2) * (DOT(P_PRE4_PTE4>, via41>))$
 $FSEy4 = (Ky/2) * (DOT(P_PRE4_PTE4>, via42>))$
 $FSEz4 = (Kz/2) * (DOT(P_PRE4_PTE4>, via43>))$
 $FSDx4 = (Kx/2) * (DOT(P_PRD4_PTD4>, via41>))$
 $FSDy4 = (Ky/2) * (DOT(P_PRD4_PTD4>, via42>))$
 $FSDz4 = (Kz/2) * (DOT(P_PRD4_PTD4>, via43>))$

$FSECx3 = (cx/2) * DT(DOT(P_PRE3_PTE3>, via31>), via3)$
 $FSECy3 = (cy/2) * DT(DOT(P_PRE3_PTE3>, via32>), via3)$
 $FSECz3 = (cz/2) * DT(DOT(P_PRE3_PTE3>, via33>), via3)$
 $FSDCx3 = (cx/2) * DT(DOT(P_PRD3_PTD3>, via31>), via3)$
 $FSDCy3 = (cy/2) * DT(DOT(P_PRD3_PTD3>, via32>), via3)$
 $FSDCz3 = (cz/2) * DT(DOT(P_PRD3_PTD3>, via33>), via3)$
 $FSECx4 = (cx/2) * DT(DOT(P_PRE4_PTE4>, via41>), via4)$
 $FSECy4 = (cy/2) * DT(DOT(P_PRE4_PTE4>, via42>), via4)$
 $FSECz4 = (cz/2) * DT(DOT(P_PRE4_PTE4>, via43>), via4)$
 $FSDCx4 = (cx/2) * DT(DOT(P_PRD4_PTD4>, via41>), via4)$
 $FSDCy4 = (cy/2) * DT(DOT(P_PRD4_PTD4>, via42>), via4)$
 $FSDCz4 = (cz/2) * DT(DOT(P_PRD4_PTD4>, via43>), via4)$

$FORCE(PRE3/PTE3, -FSEx3*via31>-FSEy3*via32>-FSEz3*via33>)$
 $FORCE(PRE4/PTE4, -FSEx4*via41>-FSEy4*via42>-FSEz4*via43>)$

```

FORCE(PRD3/PTD3,-FSDx3*via31>-FSDy3*via32>-FSDz3*via33>)
FORCE(PRD4/PTD4,-FSDx4*via41>-FSDy4*via42>-FSDz4*via43>)
FORCE(PRE3/PTE3,-FSECx3*via31>-FSECy3*via32>-FSECz3*via33>)
FORCE(PRE4/PTE4,-FSECx4*via41>-FSECy4*via42>-FSECz4*via43>)
FORCE(PRD3/PTD3,-FSDCx3*via31>-FSDCy3*via32>-FSDCz3*via33>)
FORCE(PRD4/PTD4,-FSDCx4*via41>-FSDCy4*via42>-FSDCz4*via43>)

```

%Secundária

```

SPECIFIED FSSDx,FSSDy,FSSDz,FSSDCx,FSSDCy,FSSDCz
SPECIFIED FSSTx,FSSTy,FSSTz,FSSTCx,FSSTCy,FSSTCz

```

```

FSSDx = (kx2)*(DOT(P_vd_travessa1o>,travessa11>))
FSSDy = (ky2)*(DOT(P_vd_travessa1o>,travessa12>))
FSSDz = (kz2)*(DOT(P_vd_travessa1o>,travessa13>))
FSSTx = (kx2)*(DOT(P_vt_travessa2o>,travessa21>))
FSSTy = (ky2)*(DOT(P_vt_travessa2o>,travessa22>))
FSSTz = (kz2)*(DOT(P_vt_travessa2o>,travessa23>))
FSSDCx = (cx2)*DT(DOT(P_vd_travessa1o>,travessa11>),travessa1)
FSSDCy = (cy2)*DT(DOT(P_vd_travessa1o>,travessa12>),travessa1)
FSSDCz = (cz2)*DT(DOT(P_vd_travessa1o>,travessa13>),travessa1)
FSSTCx = (cx2)*DT(DOT(P_vt_travessa2o>,travessa21>),travessa2)
FSSTCy = (cy2)*DT(DOT(P_vt_travessa2o>,travessa22>),travessa2)
FSSTCz = (cz2)*DT(DOT(P_vt_travessa2o>,travessa23>),travessa2)

FORCE(vd/travessa1o,-FSSDx*travessa11>-FSSDy*travessa12>-FSSDz*travessa13>)
FORCE(vt/travessa2o,-FSSTx*travessa21>-FSSTy*travessa22>-FSSTz*travessa23>)
FORCE(vd/travessa1o,-FSSDCx*travessa11>-FSSDCy*travessa12>-FSSDCz*travessa13>)
FORCE(vt/travessa2o,-FSSTCx*travessa21>-FSSTCy*travessa22>-FSSTCz*travessa23>)

```

pause

%Torques

```

Torque_rod1>= lfi1*rod11>+ltet1*rod12>+lpsi1*rod13>
Torque_rod2>= lfi2*rod21>+ltet2*rod22>+lpsi2*rod23>
Torque_rod3>= lfi3*rod31>+ltet3*rod32>+lpsi3*rod33>
Torque_rod4>= lfi4*rod41>+ltet4*rod42>+lpsi4*rod43>
Torque_vagao>= lfiV*vagao1>+ltetV*vagao2>+lpsiV*vagao3>

```

%-----

% Output

```

output T, uxT1, uyT1, uzT1, fiT2, tetT2, psiT2
Output T, ux1, uy1, uz1, fi1, tet1, psi1
Output T, ux2, uy2, uz2, fi2, tet2, psi2
output T, uxT2, uyT2, uzT2, fiT2, tetT2, psiT2
Output T, ux3, uy3, uz3, fi3, tet3, psi3
Output T, ux4, uy4, uz4, fi4, tet4, psi4
output T, uxV, uyV, uzV, fiV, tetV, psiV
output T, uxLATD1, uyLATD1, uzLATD1, fiLATD1, tetLATD1, psiLATD1
output T, uxLATE1, uyLATE1, uzLATE1, fiLATE1, tetLATE1, psiLATE1
output T, uxLATD2, uyLATD2, uzLATD2, fiLATD2, tetLATD2, psiLATD2
output T, uxLATE2, uyLATE2, uzLATE2, fiLATE2, tetLATE2, psiLATE2

output T, txe1, tye1, tze1, txd1, tyd1, tzd1
output T, txe2, tye2, tze2, txd2, tyd2, tzd2
output T, txe3, tye3, tze3, txd3, tyd3, tzd3
output T, txe4, tye4, tze4, txd4, tyd4, tzd4

```

output T, re1,rd1,re2,rd2,lame1,lamd1,lame2,lamd2
output T, re3,rd3,re4,rd4,lame3,lamd3,lame4,lamd4

output T, esce11,esce12,esce13, escd11,escd12,escd13
output T, esce21,esce22,esce23, escd21,escd22,escd23
output T, esce31,esce32,esce33, escd31,escd32,escd33
output T, esce41,esce42,esce43, escd41,escd42,escd43

output T, uxT1', uyT1' , uzT1', fiT2' ,tetT2' , psiT2'
Output T, ux1', uy1' , uz1', fi1' ,tet1' , psi1'
Output T, ux2', uy2' , uz2', fi2' ,tet2' , psi2'
output T, uxT2', uyT2' , uzT2', fiT2' ,tetT2' , psiT2'
Output T, ux3', uy3' , uz3', fi3' ,tet3' , psi3'
Output T, ux4', uy4' , uz4', fi4' ,tet4' , psi4'
output T, uxV', uyV' , uzV', fiV' ,tetV' , psiV'
output T,uxLATD1', uyLATD1', uzLATD1', fiLATD1', tetLATD1', psiLATD1'
output T,uxLATE1', uyLATE1', uzLATE1', fiLATE1', tetLATE1', psiLATE1'
output T,uxLATD2', uyLATD2', uzLATD2', fiLATD2', tetLATD2', psiLATD2'
output T,uxLATE2', uyLATE2', uzLATE2', fiLATE2', tetLATE2', psiLATE2'

OUTPUT T,FSEx1, FSEy1, FSEz1, FSDx1, FSDy1, FSDz1, FSECx1, FSECy1, FSECz1, FSDCx1,
FSDCy1, FSDCz1
OUTPUT T,FSEx2, FSEy2, FSEz2, FSDx2, FSDy2, FSDz2, FSECx2, FSECy2, FSECz2, FSDCx2,
FSDCy2, FSDCz2
OUTPUT T,FSEx3, FSEy3, FSEz3, FSDx3, FSDy3, FSDz3, FSECx3, FSECy3, FSECz3, FSDCx3,
FSDCy3, FSDCz3
OUTPUT T,FSEx4, FSEy4, FSEz4, FSDx4, FSDy4, FSDz4, FSECx4, FSECy4, FSECz4, FSDCx4,
FSDCy4, FSDCz4

OUTPUT T,FSETx1, FSETy1, FSETz1, FSDTx1, FSDTy1, FSDTz1, FSECTx1, FSECTy1,
FSECTz1, FSDCTx1, FSDCTy1, FSDCTz1
OUTPUT T,FSETx2, FSETy2, FSETz2, FSDTx2, FSDTy2, FSDTz2, FSECTx2, FSECTy2,
FSECTz2, FSDCTx2, FSDCTy2, FSDCTz2
OUTPUT T,FSETx3, FSETy3, FSETz3, FSDTx3, FSDTy3, FSDTz3, FSECTx3, FSECTy3,
FSECTz3, FSDCTx3, FSDCTy3, FSDCTz3
OUTPUT T,FSETx4, FSETy4, FSETz4, FSDTx4, FSDTy4, FSDTz4, FSECTx4, FSECTy4,
FSECTz4, FSDCTx4, FSDCTy4, FSDCTz4

output FSSDx,FSSDy,FSSDz,FSSDCx,FSSDCy,FSSDCz
output FSSTx,FSSTy,FSSTz,FSSTCx,FSSTCy,FSSTCz

%-----
% Equations of motion
Zero = Fr() + FrStar()
pause
kane()
%Kane(tze1,tzd1,tze2,tzd2,tze3,tzd3,tze4,tzd4)

%-----
% Code
Code dynamics() vagao3gen6.c

Anexo B – funções em código c utilizadas

```

void leMatriz(double M[MAXL][MAXC], int nlin, int ncol)
{
    /*Le a matriz armazenada em um txt e atribui a M[MAX][MAX]*/
    FILE *data;
    data=fopen("efc2.txt","r");
    int lin, col;
    for (lin=0; lin<nlin; lin++)
        for (col=0; col<ncol; col++)
            fscanf(data, "%lf", &M[lin][col]);
}

double interpola(double M[MAXL][MAXC],int col,double uy)
{
    double fi;
    int lin1=0, lin2=MAXL, lin;
    int dif=MAXL;

    while (dif > 1)
    {
        if (uy>=M[(lin1+lin2)/2][0])
        {
            lin1=(lin1+lin2)/2;
        }
        if (uy<=M[(lin1+lin2)/2][0])
        {
            lin2=(lin1+lin2)/2;
        }
        dif=lin2-lin1;
    }

    for (lin=lin1;lin<=lin2;lin++)
    {
        if (M[lin][0]==uy)
        {
            fi=M[lin][col-1];
        }
        if (M[lin][0]>uy)
        {
            fi=M[lin-1][col-1]+(uy-M[lin-1][0])*(M[lin][col-1]-M[lin-1][col-1])/(M[lin][0]-M[lin-1][0]);
        }
    }
}

return fi;
}

void propriedadesd(double uy, double M[MAXL][MAXC], double *Ld, double *Rd, double
*Alfd,double *fi,double *dfix,double *dzx,double *uz)

```

```

{
*Ld=-717*0.001;
*Rd=interpola(M,13,-uy)*0.001+0.4572;
*Alfd=-interpola(M,14,-uy);
*fi=-interpola(M,2,-uy);
*dfix=-interpola(M,3,-uy);
*dzx=interpola(M,7,-uy)*0.001;
*uz=(interpola(M,4,-uy)*0.001+interpola(M,13,-uy)*0.001)*0.5;
}

void propiedadese(double uy, double M[MAXL][MAXC], double *Le, double *Re, double *Alfe)
{
*Le=717*0.001;
*Re=interpola(M,4,-uy)*0.001+0.4572;
*Alfe=-interpola(M,5,-uy);
}

void fastsimp (double ux,double uy,double fx,double fy,double mx,double my,double *tx,double *ty)
{ int s,klein,nk,aux;
double tz,tol,yf,yf,ymi,dy,pi,c,j,auxtx,auxty;

tol=0.02;
pi=3.14159;

auxtx=0;
auxty=0;

s=1;

while (s>-2)
{ if (fabs(ux)>fabs(fx) || fabs(uy)>fabs(fy))
{ klein=0;
dy=2/my;
s=-1;
ymi=-1;
}
else
{ klein=1;
c=ux/fx*s;
aux=(1-c)*my/2;
j=1+aux;
dy=(1-c)/(j);
ymi=c+dy;
}
nk=1;
yf=(1+dy/2)*s;
while (nk==1)
{ yf=yf-dy*s;
if ((yf*s)<=ymi && klein==0) nk=0;
else
{ if ((yf*s)<=ymi)
{ if (tol<(dy/2)) nk=1;
else
{ nk=0;
sr(mx,my,yf,dy,ux,uy,fx,fy,&auxtx,&auxty);
}
}
dy=dy/2;
}
}
}

```

```

        yf=yf+dy/2*s;
        sr(mx,my,yf,dy,ux,uy,fx,fy,&auxtx,&auxty);
    }
    else sr(mx,my,yf,dy,ux,uy,fx,fy,&auxtx,&auxty);
}
}
s=s-2;
}
tz=pi/2;
*tx=auxtx/tz;
*ty=auxty/tz;
}

```

```

void sr(double mx,double my,double yf,double dy,double ux,double uy,double fx,double fy,double
*tx,double *ty)
{ double a,ar,a2,dx,p,py,px,sx,sy,xo,x,z,b;

```

```

    px=0;
    py=0;
    a2=1-yf*yf;
    xo=sqrt(a2);
    a=xo;
    dx=2*a/mx;
    ar=dx*dy;
    sx=ux-yf*fx;
    b=-a;
    x=a-dx/2;
    while ((x-b)*(-dx)<0)
    { sy=uy+fy*(xo+x)/2;
      px=px-sx*(xo-x);
      py=py-sy*(xo-x);
      z=a2-x*x;
      p=sqrt(px*px+py*py)/z;
      if (p>1)
      { px=px/p;
        py=py/p;
      }
      *tx=*tx+ar*px;
      *ty=*ty+ar*py;
      xo=x;
      x=x-dx;
    }
}

```

```

void forces(double M[MAXL][MAXC], double TzD,double nuxD,double nuyD,double fiD,double
TzE,double nuxE,double nuyE,double fiE,double y,double *TxD,double *TyD,double *TxE,double
*TyE)

```

```

{
double mx, my, mu, ux, uy, fx, fy, tx, ty;
mx=10;
my=10;
mu=0.3;

```

```

ux=0.589*interpola(M,17,-y)*nuxD/(mu*pow(TzD,0.3333));
uy=0.589*interpola(M,18,-y)*nuyD/(mu*pow(TzD,0.3333));
fy=2*interpola(M,19,-y)*fiD/mu;
fx=(interpola(M,15,-y))*fy;

```



```

fastsimp (ux,uy,fx,fy,mx,my,&tx,&ty);
*TxD=mu*TzD*tx;
*TyD=mu*TzD*ty;

ux=0.589*interpola(M,8,-y)*nuxE/(mu*pow(TzE,0.3333));
uy=0.589*interpola(M,9,-y)*nuyE/(mu*pow(TzE,0.3333));
fy=2*interpola(M,10,-y)*fiE/mu;
fx=(interpola(M,6,-y))*fy;
fastsimp (ux,uy,fx,fy,mx,my,&tx,&ty);
*TxE=mu*TzE*tx;
*TyE=mu*TzE*ty;

```

Anexo C – parâmetros de entrada

File: vagao3gen6.in

Note: Use spaces not tabs while editing this file.

Description	Quantity	Units	Value
Constant	a	UNITS	0.3
Constant	cx	UNITS	90000
Constant	cx2	UNITS	90000
Constant	cx3	UNITS	500000
Constant	cy	UNITS	80000
Constant	cy2	UNITS	92000
Constant	cy3	UNITS	92000
Constant	cz	UNITS	180000
Constant	cz2	UNITS	900000
Constant	cz3	UNITS	280000
Constant	D	UNITS	15
Constant	eo	UNITS	0.61
Constant	g	UNITS	9.81
Constant	h	UNITS	1.5
Constant	ILATD11	UNITS	100
Constant	ILATD12	UNITS	500
Constant	ILATD13	UNITS	500
Constant	ILATD21	UNITS	100
Constant	ILATD22	UNITS	500
Constant	ILATD23	UNITS	500
Constant	ILATE11	UNITS	100
Constant	ILATE12	UNITS	500
Constant	ILATE13	UNITS	500
Constant	ILATE21	UNITS	100
Constant	ILATE22	UNITS	500
Constant	ILATE23	UNITS	500
Constant	Ir11	UNITS	800
Constant	Ir12	UNITS	800
Constant	Ir13	UNITS	800
Constant	Ir21	UNITS	800
Constant	Ir22	UNITS	800
Constant	Ir23	UNITS	800
Constant	Ir31	UNITS	800
Constant	Ir32	UNITS	800
Constant	Ir33	UNITS	800
Constant	Ir41	UNITS	800
Constant	Ir42	UNITS	800
Constant	Ir43	UNITS	800
Constant	IT11	UNITS	800
Constant	IT12	UNITS	800
Constant	IT13	UNITS	800
Constant	IT21	UNITS	800
Constant	IT22	UNITS	800
Constant	IT23	UNITS	800
Constant	IV1	UNITS	300000
Constant	IV2	UNITS	500000
Constant	IV3	UNITS	1000000

Constant	Kx	UNITS	2193000000
Constant	kx2	UNITS	151600000
Constant	Kx3	UNITS	151600000
Constant	Ky	UNITS	95250000
Constant	ky2	UNITS	92000000
Constant	Ky3	UNITS	920000000
Constant	Kz	UNITS	10200000
Constant	kz2	UNITS	920000
Constant	Kz3	UNITS	9200000
Constant	lamd1	UNITS	0.0
Constant	lamd2	UNITS	0.0
Constant	lamd3	UNITS	0.0
Constant	lamd4	UNITS	0.0
Constant	lame1	UNITS	0.0
Constant	lame2	UNITS	0.0
Constant	lame3	UNITS	0.0
Constant	lame4	UNITS	0.0
Constant	ld1	UNITS	0.0
Constant	ld2	UNITS	0.0
Constant	ld3	UNITS	0.0
Constant	ld4	UNITS	0.0
Constant	le1	UNITS	0.0
Constant	le2	UNITS	0.0
Constant	le3	UNITS	0.0
Constant	le4	UNITS	0.0
Constant	MLATD1	UNITS	500
Constant	MLATD2	UNITS	500
Constant	MLATE1	UNITS	500
Constant	MLATE2	UNITS	500
Constant	Mrod1	UNITS	1887
Constant	Mrod2	UNITS	1887
Constant	Mrod3	UNITS	1887
Constant	Mrod4	UNITS	1887
Constant	Mtravessa1	UNITS	1887
Constant	Mtravessa2	UNITS	1887
Constant	Mvagao	UNITS	92000
Constant	rd1	UNITS	0.0
Constant	rd2	UNITS	0.0
Constant	rd3	UNITS	0.0
Constant	rd4	UNITS	0.0
Constant	re1	UNITS	0.0
Constant	re2	UNITS	0.0
Constant	re3	UNITS	0.0
Constant	re4	UNITS	0.0
Constant	V	UNITS	20.0
Constant	s"	UNITS	0.0
Initial Value	alfa1	UNITS	0.0
Initial Value	alfa2	UNITS	0.0
Initial Value	alfa3	UNITS	0.0
Initial Value	alfa4	UNITS	0.0
Initial Value	fi1	UNITS	0.0
Initial Value	fi2	UNITS	0.0
Initial Value	fi3	UNITS	0.0
Initial Value	fi4	UNITS	0.0
Initial Value	fiLATD1	UNITS	0.0
Initial Value	fiLATD2	UNITS	0.0
Initial Value	fiLATE1	UNITS	0.0

Initial Value	fiLATE2	UNITS	0.0
Initial Value	fiT1	UNITS	0.0
Initial Value	fiT2	UNITS	0.0
Initial Value	fiV	UNITS	0.0
Initial Value	psi1	UNITS	0.0
Initial Value	psi2	UNITS	0.0
Initial Value	psi3	UNITS	0.0
Initial Value	psi4	UNITS	0.0
Initial Value	psiLATD1	UNITS	0.0
Initial Value	psiLATD2	UNITS	0.0
Initial Value	psiLATE1	UNITS	0.0
Initial Value	psiLATE2	UNITS	0.0
Initial Value	psiT1	UNITS	0.0
Initial Value	psiT2	UNITS	0.0
Initial Value	psiV	UNITS	0.0
Initial Value	s	UNITS	0.0
Initial Value	tet1	UNITS	0.0
Initial Value	tet2	UNITS	0.0
Initial Value	tet3	UNITS	0.0
Initial Value	tet4	UNITS	0.0
Initial Value	tetLATD1	UNITS	0.0
Initial Value	tetLATD2	UNITS	0.0
Initial Value	tetLATE1	UNITS	0.0
Initial Value	tetLATE2	UNITS	0.0
Initial Value	tetT1	UNITS	0.0
Initial Value	tetT2	UNITS	0.0
Initial Value	tetV	UNITS	0.0
Initial Value	ux1	UNITS	0.0
Initial Value	ux2	UNITS	0.0
Initial Value	ux3	UNITS	0.0
Initial Value	ux4	UNITS	0.0
Initial Value	uxLATD1	UNITS	0.0
Initial Value	uxLATD2	UNITS	0.0
Initial Value	uxLATE1	UNITS	0.0
Initial Value	uxLATE2	UNITS	0.0
Initial Value	uxT1	UNITS	0.0
Initial Value	uxT2	UNITS	0.0
Initial Value	uxV	UNITS	0.0
Initial Value	uy1	UNITS	0.0
Initial Value	uy2	UNITS	0.0
Initial Value	uy3	UNITS	0.0
Initial Value	uy4	UNITS	0.0
Initial Value	uyLATD1	UNITS	-0.61
Initial Value	uyLATD2	UNITS	-0.61
Initial Value	uyLATE1	UNITS	0.61
Initial Value	uyLATE2	UNITS	0.61
Initial Value	uyT1	UNITS	0.0
Initial Value	uyT2	UNITS	0.0
Initial Value	uyV	UNITS	0.0
Initial Value	uz1	UNITS	0.0
Initial Value	uz2	UNITS	0.0
Initial Value	uz3	UNITS	0.0
Initial Value	uz4	UNITS	0.0
Initial Value	uzLATD1	UNITS	-2.383014E-002
Initial Value	uzLATD2	UNITS	-2.383014E-002
Initial Value	uzLATE1	UNITS	-2.383014E-002
Initial Value	uzLATE2	UNITS	-2.383014E-002
Initial Value	uzT1	UNITS	-4.936150E-002

Initial Value	uzT2	UNITS	-4.936152E-002
Initial Value	uzV	UNITS	-5.398615E-001
Initial Value	xr1	UNITS	0.0
Initial Value	xr2	UNITS	0.0
Initial Value	xr3	UNITS	0.0
Initial Value	xr4	UNITS	0.0
Initial Value	yr1	UNITS	0.0
Initial Value	yr2	UNITS	0.0
Initial Value	yr3	UNITS	0.0
Initial Value	yr4	UNITS	0.0
Initial Value	fiLATD1'	UNITS	0.0
Initial Value	fiLATD2'	UNITS	0.0
Initial Value	fiLATE1'	UNITS	0.0
Initial Value	fiLATE2'	UNITS	0.0
Initial Value	fiT1'	UNITS	0.0
Initial Value	fiT2'	UNITS	0.0
Initial Value	fiV'	UNITS	0.0
Initial Value	psi1'	UNITS	0.0
Initial Value	psi2'	UNITS	0.0
Initial Value	psi3'	UNITS	0.0
Initial Value	psi4'	UNITS	0.0
Initial Value	psiLATD1'	UNITS	0.0
Initial Value	psiLATD2'	UNITS	0.0
Initial Value	psiLATE1'	UNITS	0.0
Initial Value	psiLATE2'	UNITS	0.0
Initial Value	psiT1'	UNITS	0.0
Initial Value	psiT2'	UNITS	0.0
Initial Value	psiV'	UNITS	0.0
Initial Value	tet1'	UNITS	0.0
Initial Value	tet2'	UNITS	0.0
Initial Value	tet3'	UNITS	0.0
Initial Value	tet4'	UNITS	0.0
Initial Value	tetLATD1'	UNITS	0.0
Initial Value	tetLATD2'	UNITS	0.0
Initial Value	tetLATE1'	UNITS	0.0
Initial Value	tetLATE2'	UNITS	0.0
Initial Value	tetT1'	UNITS	0.0
Initial Value	tetT2'	UNITS	0.0
Initial Value	tetV'	UNITS	0.0
Initial Value	ux1'	UNITS	0.0
Initial Value	ux2'	UNITS	0.0
Initial Value	ux3'	UNITS	0.0
Initial Value	ux4'	UNITS	0.0
Initial Value	uxLATD1'	UNITS	0.0
Initial Value	uxLATD2'	UNITS	0.0
Initial Value	uxLATE1'	UNITS	0.0
Initial Value	uxLATE2'	UNITS	0.0
Initial Value	uxT1'	UNITS	0.0
Initial Value	uxT2'	UNITS	0.0
Initial Value	uxV'	UNITS	0.0
Initial Value	uy1'	UNITS	0.0
Initial Value	uy2'	UNITS	0.0
Initial Value	uy3'	UNITS	0.0
Initial Value	uy4'	UNITS	0.0
Initial Value	uyLATD1'	UNITS	0.0
Initial Value	uyLATD2'	UNITS	0.0
Initial Value	uyLATE1'	UNITS	0.0
Initial Value	uyLATE2'	UNITS	0.0

Initial Value	uyT1'	UNITS	0.0
Initial Value	uyT2'	UNITS	0.0
Initial Value	uyV'	UNITS	0.0
Initial Value	uzLATD1'	UNITS	0.0
Initial Value	uzLATD2'	UNITS	0.0
Initial Value	uzLATE1'	UNITS	0.0
Initial Value	uzLATE2'	UNITS	0.0
Initial Value	uzT1'	UNITS	0.0
Initial Value	uzT2'	UNITS	0.0
Initial Value	uzV'	UNITS	0.0
-----+-----			
Initial Time	TINITIAL	UNITS	0.0
Final Time	TFINAL	UNITS	30.0
Integration Step	INTEGSTP	UNITS	0.001
Print-Integer	PRINTINT	Positive Integer	10
Absolute Error	ABSERR		1.0E-07
Relative Error	RELERR		1.0E-06

Note:

INTEGSTP*PRINTINT is the time-interval for writing of output.

ABSERR should be set equal to $10^{(-8)} \cdot X_{\text{small}}$, where X_{small} is the estimated smallest maximum absolute value of the variables being integrated.

RELERR should be set equal to $10^{(-d)}$, where d is the desired number of significant digits of numerical integration results.

Referências

- [1] Anuário Estatístico dos Transportes - 2001.
Disponível em: < <http://www.geipot.gov.br/anuario2001/complementar/comple.htm>
> Acesso em: 17/10/2009.
- [2] Wickens, A. H. Fundamentals of Rail Vehicle Dynamics. 1ª ed. Holanda: Swets & Zeitlinger B.V, 2005. 286 p.
- [3] Barbosa, R. S. Aplicação de Sistemas Multicorpos na Dinâmica de Veículos Guiados. 1999, 273 p. Tese – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.
- [4] Kalker, J. J. A Fast Algorithm for the Simplified Theory of Rolling Contact. Vehicle System Dynamics, 11: 1, 1 – 13, 1982.
- [5] Evans, J; Berg, M. Challenges in simulation of rail vehicle dynamics. Vehicle System Dynamics, 47:8, 1023 - 1048, 2009.
- [6] Grassie, S. L; Elkins, J. A. Traction and curving behaviour of a railway bogie. Vehicle System Dynamics, 44:1, 883 - 891, 2006.
- [7] Baker, C; Cheli, F; Orellano, A; Paradot, N; Proppe, C; Rocchi, D. Cross-wind effects on road and rail vehicles. Vehicle System Dynamics, 47:8, 983 - 1022, 2009.
- [8] Auciello, J; Meli, E; Falomi, S; Malvezzi, M. Dynamic simulation of railway vehicles: wheel/rail contact analysis. Vehicle System Dynamics, 47:7, 867 – 899, 2009.
- [9] Barbosa, R. S. Safety of a Railway Wheelset – Derailment Simulation with Increasing Lateral Force. Vehicle System Dynamics, 47-12, 1493-1510, 2009.

[10] MATLAB user guide. Version 7.1. The MathWorks, Inc, 2005.

[11] Autolev Tutorial.

Disponível em: <<http://www.autolev.com/>>. Acesso em: 17/02/2010.

[12] Timoshenko, S. P; Goodier, J. N. Theory of Elasticity. 3^a ed. Singapore. McGraw-Hill Book Company, 567 p.

[13] Pascal, J. P. Benchmark To Test Wheel/Rail Contact Forces. Vehicle System. Dynamics, 22:2, 169 - 173, 1993.

[14] Pombo, J; Ambrósio, J; Silva, M. A New Wheel-Rail Contact Model for Railway Dynamics.