

RICARDO GOLGETTO DOMINGOS

**SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO MULTIFÁSICO EM MEIOS
POROSOS PELO MÉTODO MOVING PARTICLE SEMI-IMPLICIT
(MPS)**

**São Paulo
2011**

RICARDO GOLGETTO DOMINGOS

**SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO MULTIFÁSICO EM MEIOS
POROSOS PELO MÉTODO MOVING PARTICLE SEMI-IMPLICIT
(MPS)**

Trabalho de Formatura em Engenharia de
Petróleo do curso de graduação do
Departamento de Engenharia de Minas e
de Petróleo da Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo.

Orientador: Prof. Dr. Cheng Liang Yee

São Paulo
2011

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais Vanderlei e Fátima.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a toda equipe do Tanque de Provas Numérico por todo o apoio concedido e também ao aprendizado que adquiri nesses últimos quatro anos. Sem eles este trabalho não seria possível.

Agradeço também aos meus amigos e minha família por estarem presentes nos momentos felizes e tristes de minha vida.

*Those people who tell you not to take chances
They are all missing on what life's about
You only live once, so take hold of the chance
Don't end up like others, same song and dance*

James Hetfield

RESUMO

A modelagem matemática e a simulação computacional de sistemas produtores de petróleo têm ganhado grande importância nos últimos anos. Isso se deve ao interesse da indústria em desenvolver novos métodos de recuperação secundária, que permitam aumentar a quantidade de óleo produzido a custos aceitáveis. Neste âmbito se encaixa o estudo do escoamento multifásico de fluidos em meios porosos, cuja importância reside na melhor compreensão dos fenômenos físicos atuantes em um meio complexo como é a malha de poros de uma rocha reservatório. O presente estudo utiliza o método de partículas *Moving Particle Semi-Implicit* (MPS) para modelar o escoamento multifásico em um meio poroso. O MPS é um método totalmente lagrangeano que discretiza o domínio em partículas e não usa malhas. Ele resolve as equações de conservação de massa e de quantidade de movimento por meio da substituição dos operadores diferenciais por operadores derivados de um modelo de interação entre partículas. Como caso de estudo, foi simulado o escoamento de dois fluidos imiscíveis em uma amostra de arenito, cuja geometria foi obtida a partir da tomografia computadorizada de alta resolução de uma rocha real. Serão apresentados os resultados das simulações, bem como valores de perda de carga e permeabilidade relativa para cada fluido, obtidos por formulações semi-empíricas.

Palavras-chave: simulação computacional, método de partículas, MPS, escala granular, escoamento multifásico

ABSTRACT

The modeling and computational simulation of petroleum production systems gained great importance in the last years. This is due to the interest of the industry in developing new methods of secondary oil recovery, which will allow an increase in the production at reasonable costs. Within this context, the study of the multiphase flow through porous media, which allows a better comprehension of the physical phenomena inside a complex medium such as a reservoir rock, is of great interest. The present study uses the Moving Particle Semi-Implicit (MPS) method to model the multiphase flow through a porous medium. MPS is fully lagrangean, meshless method that discretizes the simulation domain in particles. It solves the mass and moment conservation equations by using the differential operators derived from a particle interaction model. As a study case, the flow of two immiscible fluids through a sandstone sample was simulated. The geometry used was obtained by a high resolution CT scan of a real porous rock.

Keywords: computational simulation, particle method, MPS, grainscale, multiphase flow

ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: representação gráfica da vizinhança de uma partícula i , dado o seu r_e .	16
Figura 2: Função potencial entre as partículas a partir da formulação de Kondo (2007)	19
Figura 3: Algoritmo do método de partículas (adaptado de Tsukamoto, 2006)	21
Figura 4: Ilustração conceitual de permeabilidade em um meio poroso (Dandekar, 2006)	22
Figura 5: Curvas de permeabilidade relativa vs. saturação de água (Rosa et al., 2006)	23
Figura 6: Visualização dos poros da amostra de arenito	24
Figura 7: Escoamento multifásico de água e óleo em meio poroso onde o óleo é a fase molhante	25
Figura 8: Distribuição das partículas de fluido dentro da amostra após atingir a saturação irredutível de óleo nos casos em que (a) o óleo é o fluido molhante, (b) não há preferência por nenhum fluido e (c) a água é o fluido molhante	28
Figura 9: Distribuição das partículas de fluido dentro da amostra após atingir a saturação irredutível de água nos casos em que (a) o óleo é o fluido molhante, (b) não há preferência por nenhum fluido e (c) a água é o fluido molhante	29
Figura 10: Medida da pressão ao longo do tempo para os casos de escoamento monofásico	29
Figura 11: Medidas de pressão e vazão ao longo do tempo para uma amostra preenchida por óleo com injeção de água	30
Figura 12: Medidas de pressão e vazão ao longo do tempo para uma amostra preenchida por água com injeção de óleo	31

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: propriedades dos fluidos utilizados nas simulações.....	26
Tabela 2: situações de molhabilidade abordadas neste estudo.	26
Tabela 3: casos de escoamento multifásico simulados neste trabalho.....	26
Tabela 4: Saturação irredutível de óleo na amostra para cada caso simulado.	27
Tabela 5: Saturação irredutível de água na amostra para cada caso simulado.	28

LISTA DE SÍMBOLOS

ρ	Densidade do fluido $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$
\vec{u}	Velocidade da partícula $\left(\frac{m}{s}\right)$
P	Pressão (Pa)
ν	Viscosidade cinemática $\left(\frac{m^2}{s}\right)$
m	Massa (kg)
$\vec{\gamma}$	Força de tensão superficial (N)
\vec{f}	Forças externas (N)
$w(r)$	Função peso
r_e	Raio efetivo (m)
r	Distância entre partículas (m)
\vec{r}_i	Vetor posição da partícula i
pnd	Densidade do número de partículas
d	Número de dimensões espaciais
λ	Parâmetro de crescimento de variância
t	Tempo (s)
Δt	Incremento de tempo (s)
u'_i	Correção de velocidade $\left(\frac{m}{s}\right)$
C	Coeficiente de potencial entre partículas $\left(\frac{N}{m}\right)$
l_0	Distância inicial entre partículas (m)
σ	Coeficiente de tensão superficial $\left(\frac{N}{m}\right)$
$p(r)$	Função de forma do potencial entre partículas

γ^{smooth}	Tensão superficial suavizada $\left(\frac{N}{m}\right)$
C_{smooth}	Constante de suavização
C_{fs}	Coeficiente de potencial entre partículas sólidas e líquidas $\left(\frac{N}{m}\right)$
θ	Ângulo de contato (°)
β	Coeficiente para verificação de superfície livre
k	Permeabilidade (mD)
Q	Vazão $\left(\frac{m^3}{s}\right)$
μ	Viscosidade dinâmica (Pa.s)
L	Comprimento da amostra na direção do escoamento (m)
ΔP	Queda de pressão (Pa)
A	Área da seção horizontal da amostra (m^2)
V_s	Velocidade aparente de escoamento $\left(\frac{m}{s}\right)$
k_r	Permeabilidade relativa de um fluido
k_e	Permeabilidade efetiva de um fluido (mD)
S_i	Saturação irredutível de um fluido

SUMÁRIO

1.	Introdução	12
2.	Revisão da literatura.....	13
3.	Objetivos	14
4.	O método computacional	15
4.1	Equações governantes	15
4.2	Densidade do número de partículas (<i>pn</i> _d)	16
4.3	Vetor gradiente e laplaciano.....	17
4.4	Incompressibilidade.....	17
4.5	Tensão superficial.....	18
4.5.1	Força potencial entre partículas.....	18
4.5.2	Molhabilidade.....	19
4.6	Condições de contorno	19
4.6.1	Superfície livre	19
4.6.2	Paredes rígidas.....	20
4.6.3	<i>Inflow</i>	20
4.7	Algoritmo	20
5.	Permeabilidade	21
5.1	Permeabilidade absoluta.....	22
5.2	Permeabilidade relativa e efetiva	22
6.	Estudo de caso.....	24
6.1	A amostra de arenito.....	24
6.2	Pré-processamento.....	24
6.3	Propriedades dos fluidos	26
6.4	Simulação do escoamento	26
6.5	Pós-processamento	27
7.	Resultados	27
7.1	Saturação irredutível.....	27
7.1.1	Saturação irredutível de óleo	27
7.1.2	Saturação irredutível de água	28
7.2	Permeabilidade absoluta.....	29
7.3	Queda de pressão e vazão no escoamento multifásico	30
8.	Conclusões	31
	Bibliografia.....	33

1. Introdução

O petróleo em seu estado líquido é uma substância oleosa, inflamável, menos densa que a água, com cheiro característico e de cor variando entre o castanho claro até o negro. Ele é constituído basicamente de hidrocarbonetos cujas moléculas podem conter desde cinco a até mais de trinta átomos de carbono (Thomas, 2001).

A sociedade atual depende fortemente deste recurso natural: ele é a principal fonte de energia mundial e é matéria-prima para uma infinidade de produtos, desde combustíveis à plásticos de alta tecnologia. Desta forma, não é impressionante o esforço despendido pelo homem para garantir a disponibilidade do petróleo a um preço aceitável. Estima-se que um sexto da economia mundial é dedicado à atividade de exploração e produção de petróleo (Shah, 2004).

Devido aos altos riscos e a alta tecnologia envolvida na extração de óleo e gás natural, a quantidade de dinheiro investido na indústria do petróleo é substancialmente maior do que em qualquer outra indústria. Uma empresa operadora deve ter um patrimônio na ordem das dezenas de bilhões de dólares para sobreviver nesse mercado. Dentro deste contexto, qualquer gasto com pesquisas que almejam aumentar a taxa de recuperação de um reservatório de petróleo pode ser facilmente justificado.

Um exemplo é o estudo do comportamento dos fluidos dentro dos poros de uma rocha reservatório. Os detalhes microscópicos do escoamento em meios porosos ainda não estão muito claros, devido principalmente à dificuldade de se observar este fenômeno. A computação científica pode ajudar a resolver este problema, por meio de simulações que representem este comportamento.

A modelagem numérica do escoamento de fluidos em meios porosos é de grande interesse para a indústria do petróleo, pois permite a compreensão de como a física de interfaces afeta o comportamento dos fluidos e suas propriedades macroscópicas.

Tradicionalmente, a simulação numérica de fluidos é realizada usando a descrição euleriana e discretização do espaço usando malhas de cálculo. No entanto, recentemente, métodos baseados na discretização do espaço usando partículas lagrangeanas vêm ganhando terreno devido a sua flexibilidade na modelagem.

Apesar de exigirem um custo computacional maior, os métodos de partículas são mais indicados para simular o escoamento em meios porosos, pois conseguem modelar geometrias complexas com facilidade e representam melhor certos fenômenos, como a fragmentação e junção do escoamento multifásico.

Considerando o desenvolvimento de novos métodos especiais de recuperação secundária, alguns estudos na área de simulações numéricas têm sido relatados recentemente. Entre as recentes contribuições, Tartakovsky & Meakin (2006) modelaram o escoamento água-óleo em meio poroso 2D usando o método *Smooth Particle Hydrodynamics* (SPH) e Holmes et al. (2009) reproduziram este mesmo experimento em um modelo tridimensional. Apesar de usarem um meio poroso composto por esferas, o que lhe conferiu uma alta porosidade, seus resultados numéricos proporcionam importantes reflexões sobre a relevância da tensão superficial na eficiência da recuperação de óleo. Por outro lado, Ovaysi & Piri

(2010) realizaram simulações usando o método *Moving Particle Semi-Implicit* (MPS) para obter a permeabilidade de uma amostra de arenito.

2. Revisão da literatura

O método MPS foi proposto por Koshizuka & Oka (1996) para a simulação de escoamentos incompressíveis viscosos com fragmentação de fluido. Ele apresentou grande potencial para simular geometrias e fenômenos mais complexos do que os métodos que utilizavam malhas como, por exemplo, superfície livre e a fragmentação e junção de fluido.

Em Koshizuka & Oka (1996), o método foi utilizado para simular uma coluna de fluido presa em um dos lados de um tanque regular sendo liberada e depois chocando-se com um obstáculo. O fluido fragmentou-se e sofreu grandes deformações. Os resultados foram comparados com os obtidos experimentalmente por Martin & Moyce (1952), apresentando uma boa aderência de resultados, mesmo durante a fragmentação do fluido devido ao choque.

A formulação inicial do MPS foi adaptada por diversos autores, com o intuito de melhorar os resultados obtidos, ou adicionar a capacidade de simular outros fenômenos físicos. Tanaka & Masunaga (2010), por exemplo, propuseram uma forma de calcular o gradiente de pressão que reduz de forma drástica a oscilação de pressão típica das simulações MPS.

A abordagem da força potencial entre partículas para simular o efeito da tensão superficial foi utilizada no MPS pela primeira vez por Shirakawa et al. (2001). Em seu estudo, a relação entre o coeficiente de tensão superficial, a molhabilidade e o potencial entre partículas não estava claro.

Tartakovsky & Meakin (2005) aplicaram essa abordagem no método *Smooth Particle Hydrodynamics* (SPH). Através da definição do potencial entre as partículas da fase líquida e da parede, eles demonstraram que é possível determinar o ângulo de contato entre as duas fases e, portanto, a molhabilidade do sólido pelo líquido.

Kondo et al. (2007) introduziram o conceito para determinar a tensão superficial e a molhabilidade no método MPS. Derivaram as relações entre o potencial, o coeficiente de tensão superficial e os ângulos de contato.

Recentemente, os métodos baseados em partículas têm recebido uma atenção especial em relação à simulação do escoamento em meios porosos. Dentre as últimas contribuições podemos citar Tartakovsky & Meakin (2006) e Holmes et al. (2009), que modelaram o escoamento água-óleo em um meio poroso usando o método SPH. Apesar de usarem um meio poroso composto por esferas, o que lhe conferiu uma alta porosidade, seus resultados numéricos proporcionam importantes reflexões sobre a relevância da tensão superficial na eficiência da recuperação de óleo.

No mesmo âmbito, Ovaysi & Piri (2010) realizaram simulações usando o método MPS para obter a permeabilidade de uma amostra de arenito. Eles obtiveram valores substancialmente superiores aos tipicamente encontrados para esse tipo de rocha, mas essa discrepância foi atribuída ao pequeno volume da amostra utilizada, menor que o volume representativo. Além disso, estes autores compararam seus resultados com os obtidos por Hu Dong (2007) para um modelo de malha reconstruída de poros e um usando o método de

Lattice-Boltzmann, e constataram que a magnitude dos valores obtidos foi a mesma para todos os casos.

Zhao et al. (2010) afirmam que a molhabilidade assume um papel importante na movimentação dos fluidos dentro do reservatório, e estudaram a influência do ângulo de contato do sistema óleo/água/rocha na recuperação de óleo.

De acordo com Askvik et al. (2005), não existem valores definidos para os ângulos de contato do sistema óleo/água/rocha, pois eles dependem fortemente de fatores como o pH da água e do óleo. Além disso, eles não são constantes ao longo do reservatório. Em um mesmo reservatório, podem existir regiões em que a rocha é molhada preferencialmente pelo óleo, zonas intermediárias onde não é possível distinguir a preferência por algum fluido e regiões em que a água molha a rocha.

Dandekar (2006) desenvolveu um estudo sobre as propriedades dos fluidos e da matriz rochosa que compõem um reservatório de petróleo. Ele faz uma interpretação destas propriedades sob o olhar da produção de petróleo e as relaciona com a capacidade de produção do reservatório. Os parâmetros que Dandekar aborda que são pertinentes a este trabalho de formatura são tensão superficial e permeabilidades absoluta e relativa.

Rosa et al. (2006) publicaram um manual de engenharia de reservatórios de petróleo. Neste livro, eles desenvolveram conceitos pertinentes ao comportamento dos fluidos dentro do reservatório. Seu estudo sobre as permeabilidades absoluta e relativa foram de grande importância para o desenvolvimento deste trabalho de formatura.

3. Objetivos

Os objetivos do presente estudo são mostrar uma implementação do método MPS para simular o escoamento multifásico de fluidos em meios porosos e, a partir dele, modelar um sistema que represente um reservatório de petróleo e estudar o comportamento deste durante a fase de produção. Será estudada a influência dos ângulos de contato dos líquidos presentes no reservatório na produção. Além disso, serão estudados outros fenômenos, como a perda de carga dos fluidos devido às forças de atrito e a permeabilidade do meio poroso.

4. O método computacional

4.1 Equações governantes

O método computacional adotado no presente estudo é o *Moving Particle Semi-Implicit* (MPS) proposto por Koshizuka & Oka (1996). Esse método foi desenvolvido inicialmente para simular o comportamento dinâmico de um fluido incompressível, e é baseado em partículas com a utilização da descrição Lagrangeana para formular as equações governantes: conservação de massa e Navier-Stokes:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho(\nabla \cdot \vec{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2\vec{u} - \frac{1}{m}\vec{\gamma} + \vec{f} \quad (2)$$

onde ρ é a densidade do fluido, \vec{u} é o vetor velocidade, P é pressão, ν é a viscosidade cinemática, m é a massa da partícula, $\vec{\gamma}$ é a força de tensão superficial e \vec{f} é a resultante de outras acelerações.

No método MPS, os operadores diferenciais são substituídos por operadores definidos de um modelo de interação entre partículas baseados em uma função peso $w(r)$:

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1, & r < r_e \\ 0, & r \geq r_e \end{cases} \quad (3)$$

onde r_e é o raio efetivo, que limita a região onde ocorre a interação entre partículas, e r é a distância entre duas partículas, dado por:

$$r = |\vec{r}_j - \vec{r}_i| \quad (4)$$

onde \vec{r}_i e \vec{r}_j são, respectivamente, os vetores posição das partículas i e j . Uma partícula j pertence à vizinhança da partícula i quando r é menor que r_e , conforme a Fig. 1 ilustra.

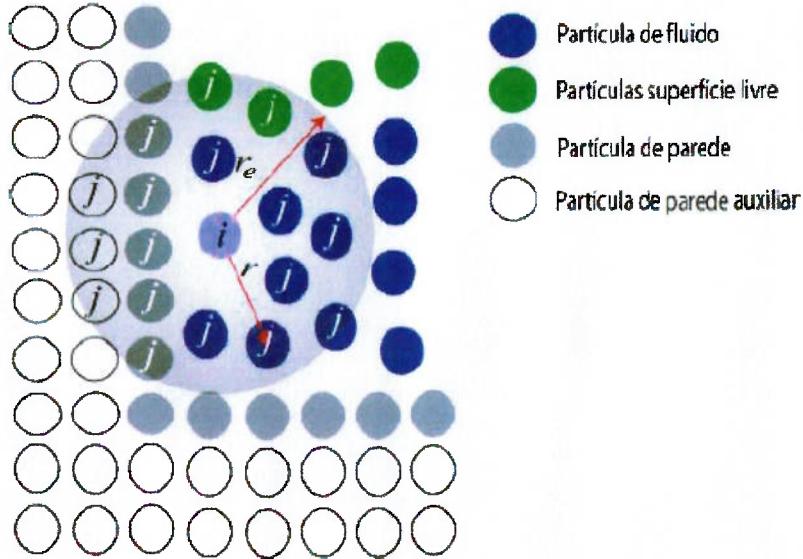


Figura 1: representação gráfica da vizinhança de uma partícula i , dado o seu r_e .

Como a área coberta pela função peso é limitada, a partícula interage com um número finito de partículas vizinhas. O raio da região de interação é determinado pelo parâmetro r_e . Comparado com uma função que cobre uma área infinita, como a função Gaussiana, a função peso (Eq.(3)) escolhida necessita de menos memória e tempo computacional para o cálculo das interações entre as partículas.

Para os casos tridimensionais analisados neste trabalho, r_e foi definido como $2,1l_0$, onde l_0 é a distância inicial entre partículas, para calcular o gradiente de pressão, o pnd , e a tensão superficial. r_e é igual a $4,0l_0$ em casos que envolvem o operador Laplaciano.

4.2 Densidade do número de partículas (pnd)

Para garantir a propriedade de incompressibilidade dos fluidos simulados, o MPS utiliza o conceito de densidade de número de partículas (*particle number density* – pnd). O valor de pnd de uma partícula é definido como a soma dos pesos de todas as partículas j que estão na vizinhança da partícula i e é dado por:

$$\langle pnd \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad (5)$$

De acordo com a equação de continuidade (Eq.(1)), a condição de incompressibilidade é atendida enquanto a densidade for constante. Como o pnd é diretamente proporcional à densidade do fluido, para satisfazer esta condição basta garantir que o pnd seja constante. Para isto, é calculado o seu valor inicial, denominado pnd^0 , que é usado para corrigir o valor de pnd ao longo da simulação.

4.3 Vetor gradiente e laplaciano

Considerando uma função escalar ϕ , e seguindo a formulação de Tanaka & Masunaga (2010), o vetor gradiente da função escalar ϕ para uma partícula i é dado por:

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{pnd^0} \sum_{i \neq j} \left[\frac{\phi_j + \phi_i}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right] \quad (6)$$

E o Laplaciano de ϕ é dado por:

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{pnd^0 \lambda} \sum_{i \neq j} (\phi_j - \phi_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad (7)$$

onde d é o número de dimensões espaciais e r_i e r_j são, respectivamente, o vetor posição das partículas i e j . λ é um parâmetro que representa o crescimento da variância e é dado por:

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} |\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2 w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)}{\sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)} \quad (8)$$

4.4 Incompressibilidade

Como dito anteriormente, para garantir a incompressibilidade dos fluidos simulados, a densidade deles deve ser constante, ou seja, o pnd deve ser igual a pnd^0 em qualquer instante de tempo. Para isto, primeiramente é calculado pnd^* , que é a densidade de número de partículas resultante dos cálculos explícitos, que então é corrigido implicitamente para pnd^0 pela seguinte equação:

$$pnd^* + pnd' = pnd^0 \quad (9)$$

onde pnd' é o valor de correção da densidade do número de partículas. Ele está relacionado à correção da velocidade da partícula devido à equação de conservação de massa:

$$\frac{1}{\Delta t} \frac{pnd'}{pnd^0} = \nabla \cdot u' \quad (10)$$

onde u' é o valor da correção de velocidade, determinado implicitamente pela seguinte equação:

$$u'_i = -\frac{\Delta t}{\rho} \langle \nabla P \rangle_i^{t+\Delta t} \quad (11)$$

onde t é o instante de tempo atual e Δt é o incremento de tempo.

A equação de Poisson pode ser deduzida da equação de continuidade:

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^{t+\Delta t} = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{pnd_i^* - pnd^0}{pnd^0} \quad (12)$$

O termo à esquerda pode ser discretizado usando o modelo Laplaciano mostrado na Eq. (7), levando a um sistema de equações linear, simétrico e esparsa:

$$\sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|) \cdot (P_i^{t+\Delta t} - P_j^{t+\Delta t}) = \frac{\rho \lambda (\langle pnd^* \rangle_i - pnd_0)}{2d\Delta t^2} \quad (13)$$

A Eq. (13) forma um sistema de equações do tipo $Ax = b$ da ordem do número total de partículas. Com este sistema, obtém-se o valor de $P^{t+\Delta t}$ para todas as partículas, que será utilizado no modelo de gradiente dado pela Eq. (6) para calcular a correção da velocidade da partícula i :

$$u'_i = \frac{d\Delta t}{pnd^0 \rho} \sum_{i \neq j} \left[\frac{P_j^{t+\Delta t} + P_i^{t+\Delta t}}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right] \quad (14)$$

4.5 Tensão superficial

4.5.1 Força potencial entre partículas

Para calcular o efeito da tensão superficial, foi utilizada neste trabalho a abordagem baseada força potencial entre partículas, que é uma analogia às forças inter-moleculares que produzem o efeito. A ideia é determinar os efeitos da tensão superficial como resultado das forças de atração e repulsão entre partículas de fases diferentes.

Para calcular a contribuição do efeito da tensão superficial no movimento das partículas, foi adotada a formulação proposta por Kondo et al. (2007), na qual a força de atração ou repulsão entre duas partículas que distam r entre si é dada por:

$$\vec{\gamma} = m \frac{d\vec{u}}{dt} = C(r - l_0) \cdot (r - r_e) \cdot \frac{\vec{r}}{r} \quad (15)$$

onde l_0 é a distância inicial entre partículas e C é o coeficiente que define a intensidade do potencial. A direção desta força é a mesma direção do vetor \vec{r} que liga duas partículas. C pode ser calculado da seguinte maneira para uma partícula i com n partículas vizinhas:

$$C = 2 \frac{l_0^2}{\sum_{j \neq i}^n p(r_{ij})} \sigma \quad (16)$$

onde σ é o coeficiente de tensão superficial e $p(r)$ é a função que define a forma do potencial, dada por:

$$p(r) = \frac{1}{3} \cdot \left(r - \frac{3}{2} \cdot l_0 + \frac{1}{2} \cdot r_e \right) \cdot (r - r_e)^2 \quad (17)$$

A Figura 2 mostra a relação entre o potencial entre duas partículas e a distância entre elas.

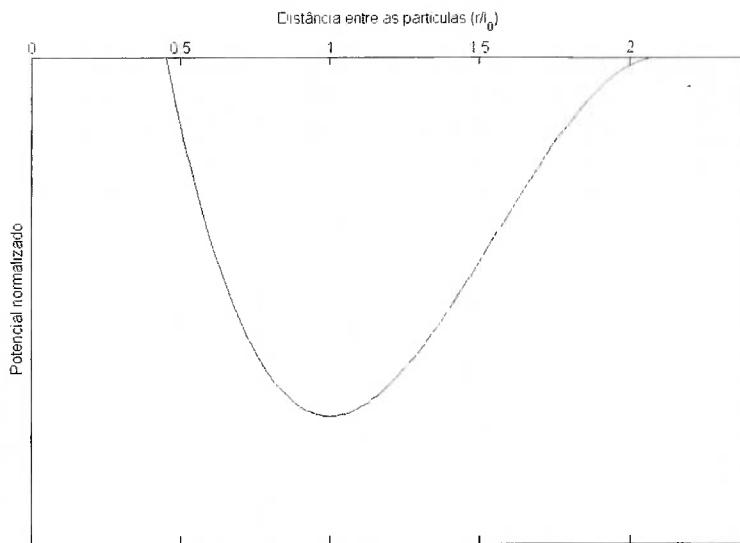


Figura 2: Função potencial entre as partículas a partir da formulação de Kondo (2007)

Como o cálculo computacional da força potencial pela Eq. (15) pode apresentar instabilidade, ela é corrigida adicionando-se um termo de suavização:

$$\gamma_i^{smooth} = \gamma_i + C_{smooth} \cdot \frac{d}{pnd^0} \sum_j \frac{\gamma_j - \gamma_i}{|r_{ij}|^2} \cdot r_{ij} \cdot w(|r_{ij}|) \quad (18)$$

onde C_{smooth} é uma constante para ponderação, que foi definida por Kondo et al. (2007) como 1,0.

4.5.2 Molhabilidade

Para calcular a tensão interfacial entre uma partícula sólida e uma líquida, deriva-se da equação de Young a seguinte equação:

$$C_{fs} = \frac{1}{2} (1 + \cos\theta) \cdot C \quad (19)$$

onde C_{fs} é o coeficiente de potencial para as interações fluido-sólido e θ é o ângulo de contato na interface líquido-sólido. Para calcular a força da interação entre uma partícula sólida e uma de fluido, substitui-se o coeficiente C por C_{fs} na Eq.(15).

4.6 Condições de contorno

4.6.1 Superfície livre

Para avaliar se uma partícula está na superfície livre do fluido, verifica-se a seguinte condição:

$$pnd < \beta \cdot pnd^0 \quad (20)$$

onde $\beta < 1,0$. De acordo com Koshizuka & Oka (1996), β deve variar entre 0,80 e 0,99. A pressão atmosférica é imposta às partículas de superfície livre.

4.6.2 Paredes rígidas

Paredes rígidas são discretizadas em partículas nas quais não há movimento. Duas camadas de partículas *dummies* são colocadas no lado em que não há contato com o fluido. *Dummies* são partículas para as quais não é realizado nenhum cálculo, mas são necessárias para garantir que a estimativa do *pond* perto das paredes seja correta.

4.6.3 *Inflow*

Na região em que há a condição de contorno de influxo, partículas de fluido são injetadas no domínio por uma parede móvel à velocidade constante. Quando o deslocamento de uma partícula de parede ultrapassa a distância entre partículas, ela será transformada em uma partícula de fluido, ao mesmo tempo em que a partícula de *dummy* subsequente é transformada numa partícula de parede, e uma nova partícula de *dummy* é inserida à montante do escoamento, reiniciando o ciclo.

4.7 Algoritmo

O algoritmo adotado pelo MPS é dividido em duas partes principais:

- Parte explícita: as velocidades e posições das partículas são estimadas explicitamente a partir da equação de Navier-Stokes (Eq.(2)) desprezando-se o termo de pressão;
- Parte implícita: as velocidades e posições das partículas são corrigidas pela Eq.(14). Para isso, é necessário resolver o sistema linear dado pela Eq.(13).

A Figura 3 apresenta um fluxograma que explica o algoritmo do MPS.

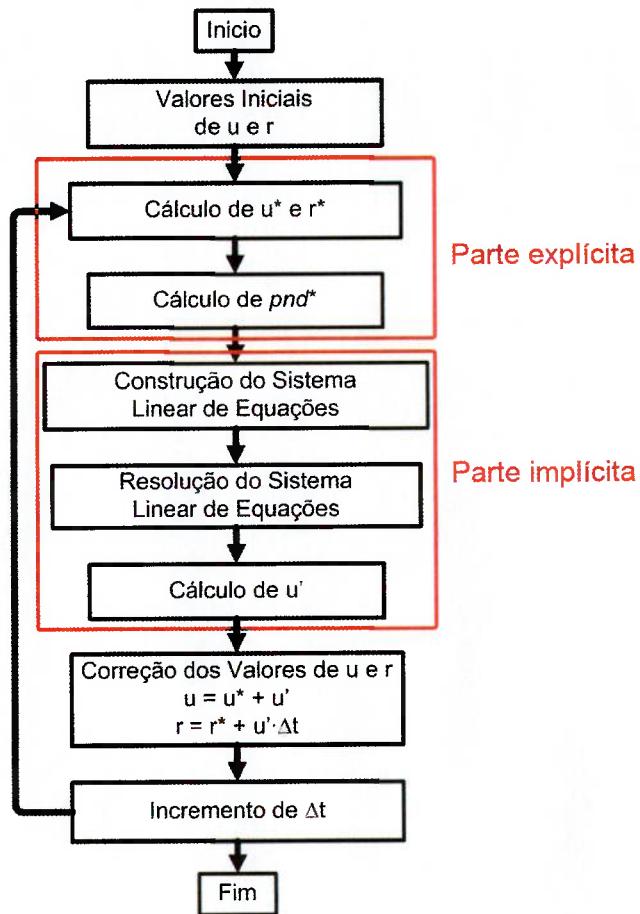


Figura 3: Algoritmo do método de partículas (adaptado de Tsukamoto, 2006).

5. Permeabilidade

A permeabilidade de um meio poroso é a facilidade com que fluidos escoam através de seus poros. Em outras palavras, ela é uma medida da condutividade de fluidos de um material. A Figura 4 é uma representação conceitual da permeabilidade. Ela é basicamente uma propriedade do fluxo e, portanto, pode ser caracterizada somente por experimentos de fluxo de fluidos através do meio poroso. É possível definir a permeabilidade de diversas maneiras:

- A permeabilidade de um meio poroso é a medida da sua capacidade específica de transmitir fluidos;
- Permeabilidade é a habilidade que o fluxo tem de transmitir fluidos através do meio poroso;
- Permeabilidade é a medida da condutividade de fluidos de um meio poroso;
- Por analogia com condutividade elétrica, a permeabilidade representa o inverso da resistência que o meio poroso apresenta ao fluxo de fluidos;
- Permeabilidade é a constante de proporcionalidade entre a vazão de fluidos e a queda de pressão através do meio poroso.

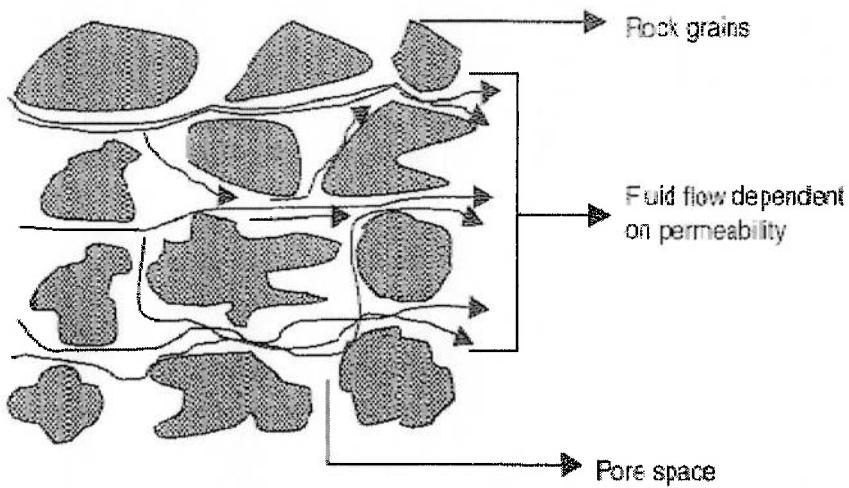


Figura 4: Ilustração conceitual de permeabilidade em um meio poroso (Dandekar, 2006).

5.1 Permeabilidade absoluta

Permeabilidade absoluta, ou simplesmente permeabilidade, é obtida quando um meio poroso está 100% saturado com um único fluido, ou seja, somente uma fase ocupa seus poros. Ela é uma propriedade apenas do meio poroso, e não do fluido que flui através dele, dado que não ocorra nenhuma reação química entre o sólido e o fluido.

A expressão matemática usada para calcular a permeabilidade absoluta de um meio poroso é a lei de Darcy:

$$k = Q \frac{\mu \cdot L}{\Delta P \cdot A} \quad (21)$$

onde k é a permeabilidade, Q é a vazão volumétrica, μ é a viscosidade dinâmica, L é o comprimento da amostra ao longo da direção do escoamento, ΔP é a queda de pressão e A é área da seção horizontal da amostra.

Como a vazão volumétrica é o produto da velocidade pela área da seção em que ocorre o escoamento, a Eq. (21) foi simplificada para:

$$k = V_S \frac{\mu \cdot L}{\Delta P} \quad (22)$$

onde V_S é a velocidade aparente de escoamento, calculada por:

$$V_S = \frac{Q}{A} \quad (23)$$

Usando o sistema internacional de unidades (SI), a unidade da permeabilidade dada pela Eq. (22) é m^2 , porém a unidade usual é o miliDarcy, que é equivalente a $9.869 \cdot 10^{-16} \text{ m}^2$.

5.2 Permeabilidade relativa e efetiva

O conceito de permeabilidade desenvolvido na subseção anterior só é válido para quando o meio poroso está 100% saturado por um único fluido. Entretanto, reservatórios de

petróleo cujos poros estão inteiramente preenchidos por somente um fluido são muito raros. Usualmente, encontram-se reservatórios saturados por dois ou mais tipos de fluido, geralmente água de formação, gás e óleo, constituindo um sistema multifásico.

Para descrever de forma correta o escoamento simultâneo de duas ou mais fases no mesmo meio poroso, se faz necessária a introdução do conceito de permeabilidade relativa. Ela fornece um mecanismo para quantificar a vazão de cada fluido, que sempre será menor do que ela seria se o meio estivesse totalmente saturado por um único fluido.

A permeabilidade relativa é um termo adimensional usado para adaptar a equação de Darcy para as condições de fluxo multifásico. Ela representa a porcentagem da vazão total que corresponde à fase que ela pertence. Em outras palavras, se a permeabilidade relativa de um fluido é um, somente ele está escoando, e se for zero não há escoamento deste fluido. Ela pode ser definida como:

$$k_r = \frac{k_e}{k} \quad (24)$$

onde k é a permeabilidade absoluta do meio e k_e é a permeabilidade efetiva do fluido, que é a permeabilidade de um fluido na presença de outros fluidos no mesmo meio. A Figura 5 mostra como são as curvas das permeabilidades relativas em um sistema água-óleo em relação à saturação de água. k_{ro} e k_{rw} são as permeabilidades relativas do óleo e da água, respectivamente, S_w é a saturação de água no meio poroso e S_{wi} é a saturação irreduzível de água, que é quando ela pára de fluir, tornando sua permeabilidade relativa nula.

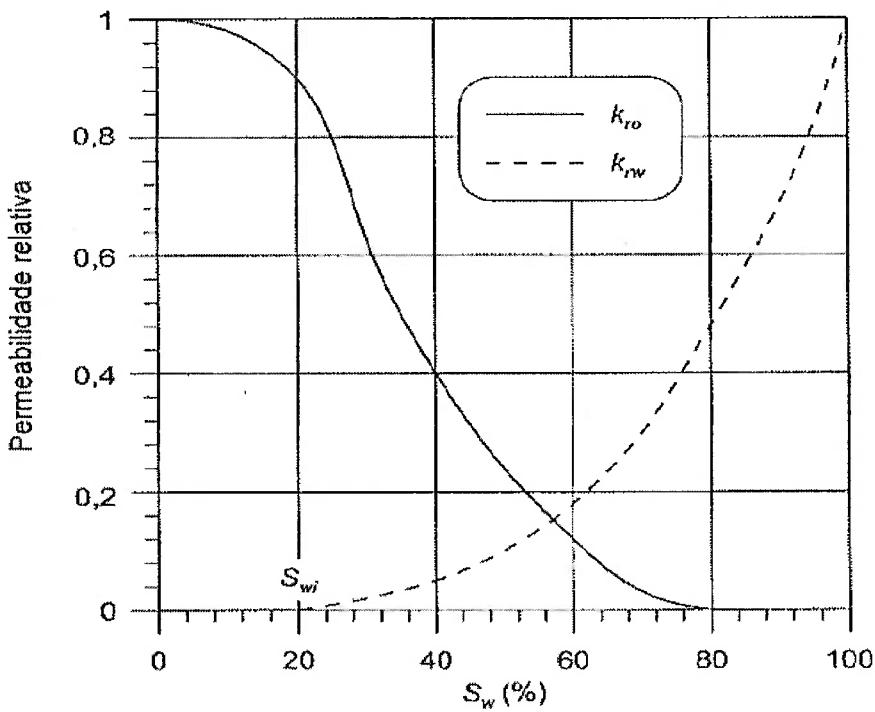


Figura 5: Curvas de permeabilidade relativa vs. saturação de água (Rosa et al., 2006).

A partir da permeabilidade efetiva é possível calcular a vazão de cada fluido no meio:

$$Q_i = k_i \frac{\Delta P \cdot A}{\mu_i \cdot L} \quad (25)$$

onde k_i e μ_i são a permeabilidade efetiva e a viscosidade dinâmica do fluido i . Como o método MPS diferencia as partículas por material, é possível medir a vazão de cada fluido separadamente. Desta forma, podemos adaptar a Eq. (25) para calcular a permeabilidade efetiva para cada fluido:

— (26)

6. Estudo de caso

6.1 A amostra de arenito

A geometria utilizada como dado de entrada para as simulações foi obtida a partir de uma tomografia computadorizada de alta resolução de um arenito reservatório, cuja porosidade absoluta é de 18,20%. As dimensões da amostra são de 1,0 x 1,0 x 1,0 mm, sendo que a tomografia gerou um modelo de 300 x 300 x 300 pontos, cujos poros foram representados na Fig. 6. Para converter a informação fornecida pela tomografia em dados de entrada para as simulações baseadas no MPS, foi implementado um módulo de pré-processamento, que será descrito na subseção a seguir.

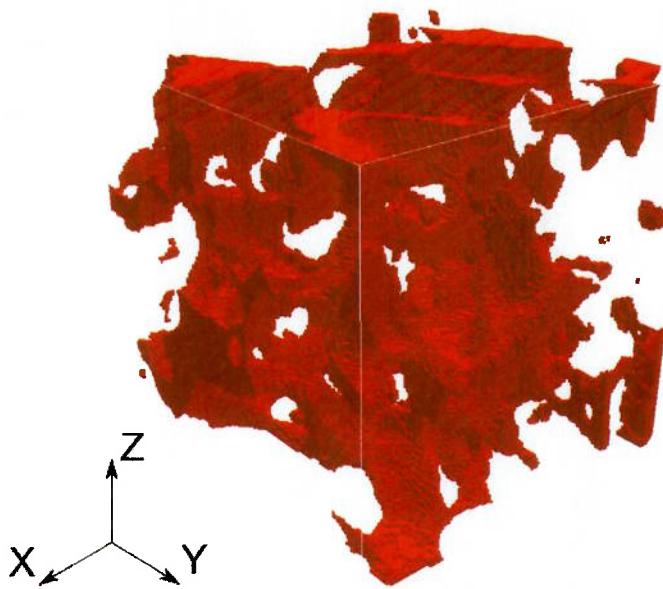


Figura 6: Visualização dos poros da amostra de arenito.

6.2 Pré-processamento

A geometria original contém 27 milhões de pontos, que devem ser convertidos para partículas para serem simuladas no programa MPS. Devido às limitações de memória e tempo de processamento dos computadores utilizados neste trabalho, se fez necessária uma redução da resolução do modelo. Visando obter uma boa relação entre realismo físico e desempenho computacional, foi escolhido reduzir a resolução de 300 ptos/mm para 50 ptos/mm. O método para fazer essa redução consiste em averiguar qual é o tipo de partícula mais comum em um cubo de seis partículas de lado.

O arquivo gerado pela tomografia computadorizada identifica apenas dois tipos de região: sólido e vazio. Desta forma, o próximo passo do pré-processador consiste em converter essas regiões em partículas que serão utilizadas pelo MPS para realizar a simulação. Os vazios são prontamente convertidos para partículas de fluido, ao passo que o sólido é diferenciado entre partículas de parede e *dummies*. Para isto, é feita uma avaliação das partículas vizinhas à que está sendo averiguada: se todas pertencerem ao sólido, ela será um *dummy*, caso contrário ela será uma partícula de parede. Para reduzir o consumo de memória das simulações, os *dummies* situados a mais de duas partículas de distância das paredes foram retirados, pois eles não são necessários para os cálculos.

Para garantir que o escoamento seja unidirecional, foram adicionadas paredes laterais ao modelo da amostra de rocha. Para simular a injeção de fluido, foi adicionada uma região de transição de 0,4 mm a montante no modelo e foi imposta a condição de contorno de injeção de fluido no topo da região de transição. Outra região de transição foi adicionada a jusante do escoamento para garantir que a pressão seja corretamente medida na base da amostra A. Figura 7 mostra uma representação em corte do modelo que foi utilizado na simulação. Ele contém um total de 266157 partículas, e sua porosidade absoluta é de 18,17%, apenas 0,16% menor que a da geometria original.



- Água; ■ Sólido - parede; ■ Região de injeção - parede;
- Óleo; ■ Sólido - *dummy*; ■ Região de injeção - *dummy*.

Figura 7: Escoamento multifásico de água e óleo em meio poroso onde o óleo é a fase molhante.

6.3 Propriedades dos fluidos

Os fluidos simulados foram água e óleo, cujas propriedades físicas utilizadas estão listadas na Tab. 1. Devido à enorme diversidade de tipos de óleo encontrados no mundo, decidiu-se por utilizar valores de referência. O óleo escolhido foi o *West Texas Intermediate*, que é utilizado como óleo de *benchmark* no mercado norte-americano (BBC News). Suas propriedades foram extraídas de Wang et al. (2003), a 15°C e com 0% de evaporação.

Tabela 1: propriedades dos fluidos utilizados nas simulações.

Fluido	Densidade (kg/m ³)	Viscosidade (Pa.s)	Tensão Superficial (mN/m)
Água	1000	0,001	72,5
Óleo	847	0,0086	26,0

Como não existem valores definidos para os ângulos de contato do sistema óleo/água/rocha (Askvík et al. 2005), optou-se neste trabalho por abordar três situações diferentes, em que a fase molhante será a água, o óleo ou não haverá preferência por nenhum fluido. A Tabela 2 mostra os ângulos de contato para a água e o óleo nos três casos.

Tabela 2: situações de molhabilidade abordadas neste estudo.

Fluido preferencial	Ângulo de contato da água (°)	Ângulo de contato do óleo (°)
Água	60	120
Nenhum	90	90
Óleo	120	60

6.4 Simulação do escoamento

Foram simuladas três situações diferentes: escoamento monofásico de água ou óleo, injeção de água em um meio saturado por óleo e injeção de óleo em um meio saturado por água. Nos dois últimos casos, foi verificada a influência do ângulo de contato entre os fluidos e a matriz rochosa na capacidade de um fluido deslocar o outro. Ao todo foram simuladas oito situações diferentes, que estão descritas na Tab. 3.

Tabela 3: casos de escoamento multifásico simulados neste trabalho.

Fluido original	Fluido injetado	Fase molhante
Água	Água	Água
	Óleo	Nenhuma
	Óleo	Óleo
	Água	Nenhuma
Óleo	Água	Óleo

As simulações de escoamento monofásico foram utilizadas para calcular a permeabilidade absoluta do meio. Como o estado permanente é atingido muito rapidamente nestes casos, 0,05s de simulação foi o suficiente para obtermos resultados, enquanto que os casos de escoamento multifásico foram simulados por 0,25s. Além disso, todos os casos

foram simulados com um incremento de tempo de 10^{-6} s com injeção de fluido a uma velocidade constante de 0,0125 m/s.

6.5 Pós-processamento

O programa MPS foi configurado para dar a saída de dados no formato para ser lido pelo programa de pós-processamento ParaView. Ele possui as funcionalidades de visualização dos modelos e extração de séries temporais, entre outras. Este programa foi utilizado para gerar as imagens dos modelos e as medidas de pressão usadas neste trabalho.

7. Resultados

7.1 Saturação irredutível

Para obter a saturação irredutível dos fluidos, injetou-se um fluido a vazão constante até que o outro parasse de ser produzido. As quantidades dos fluidos presentes nos poros da rocha foram então medidas.

7.1.1 Saturação irredutível de óleo

Água foi injetada na amostra preenchida por óleo até ser atingida a saturação irredutível de óleo. Neste momento da simulação, foram calculadas as quantidades de partículas dos fluidos presentes nos poros da amostra, e os resultados podem ser observados na Tab. 4. Na Figura 8 podemos ver a distribuição das partículas nos poros da amostra. Nota-se que a molhabilidade atua de maneira significativa na capacidade da água de deslocar o óleo.

Tabela 4: Saturação irredutível de óleo na amostra para cada caso simulado.

Fluido molhante	Partículas de água	Partículas de óleo	Saturação de óleo (%)
Água	18443	5512	23,01
Nenhum	16300	7705	32,10
Óleo	15986	7636	32,33

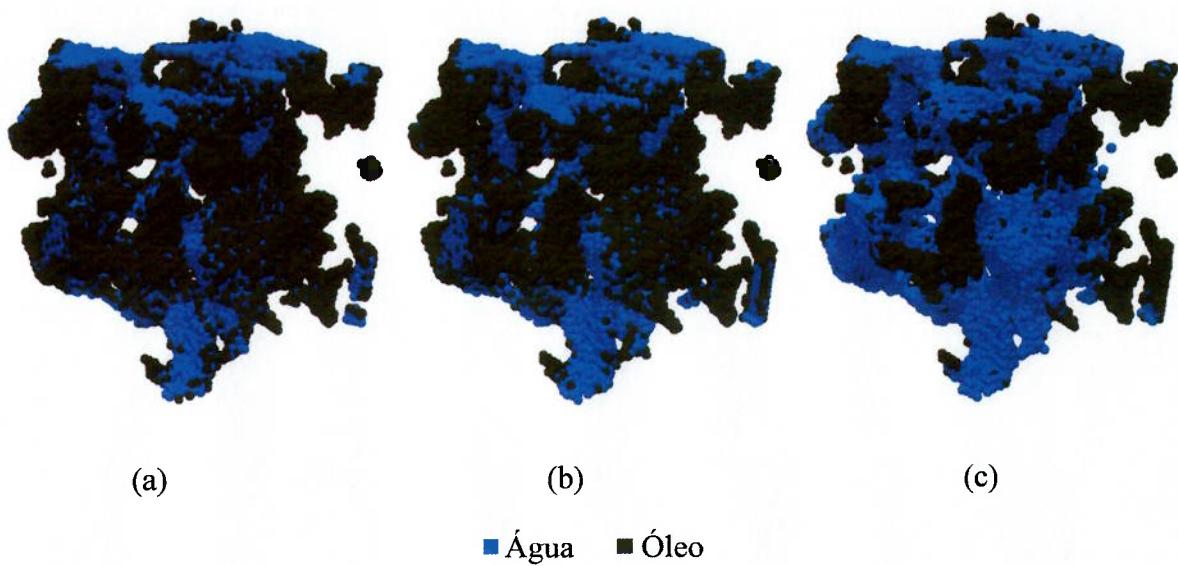


Figura 8: Distribuição das partículas de fluido dentro da amostra após atingir a saturação irreductível de óleo nos casos em que (a) o óleo é o fluido molhante, (b) não há preferência por nenhum fluido e (c) a água é o fluido molhante.

No caso em que o óleo molha a matriz rochosa, é possível observar que a água escoa através do óleo, fazendo com que boa parte dele permaneça aderida aos grãos da rocha. Já no caso em que a água é a fase molhante, ela desloca uma parcela maior de óleo. Também notase que boa parte do óleo encontra-se isolada em poros sem comunicação com o exterior. Como esse óleo não pode ser movido, ele aumenta a medida da saturação irreductível.

O óleo, que inicialmente preenchia o meio poroso, é representado por partículas de cor cinza escuro. A distribuição das partículas de água – de cor azul – dá uma boa ideia de como ocorre o fluxo através da malha de poros. É possível observar que, mesmo após o fluxo atingir o estado permanente, algumas regiões ainda apresentam o fluido originalmente contido na amostra, o que pode significar que o fluido ou está em um poro sem comunicação ou em um bolsão.

Além disso, pode-se notar que em alguns pontos as paredes adicionadas ao modelo para garantir o fluxo unidirecional acabam bloqueando a passagem dos fluidos por alguns poros, o que pode afetar o cálculo final da permeabilidade. Uma forma de minimizar a influência das paredes laterais é usar uma amostra de dimensão maior, a um custo computacional aceitável.

7.1.2 Saturação irreductível de água

Para medir a saturação irreductível da água, injetou-se óleo em uma amostra preenchida por água. Assim que a água parou de escoar, contaram-se as quantidades de partículas de cada fluido, e os resultados estão listados na Tab. 5 e são ilustrados pela Fig. 9.

Tabela 5: Saturação irreductível de água na amostra para cada caso simulado.

Fluido molhante	Partículas de água	Partículas de óleo	Saturação de água (%)
Água	5079	18639	21,41
Nenhum	2855	21014	11,96
Óleo	2368	21488	9,93

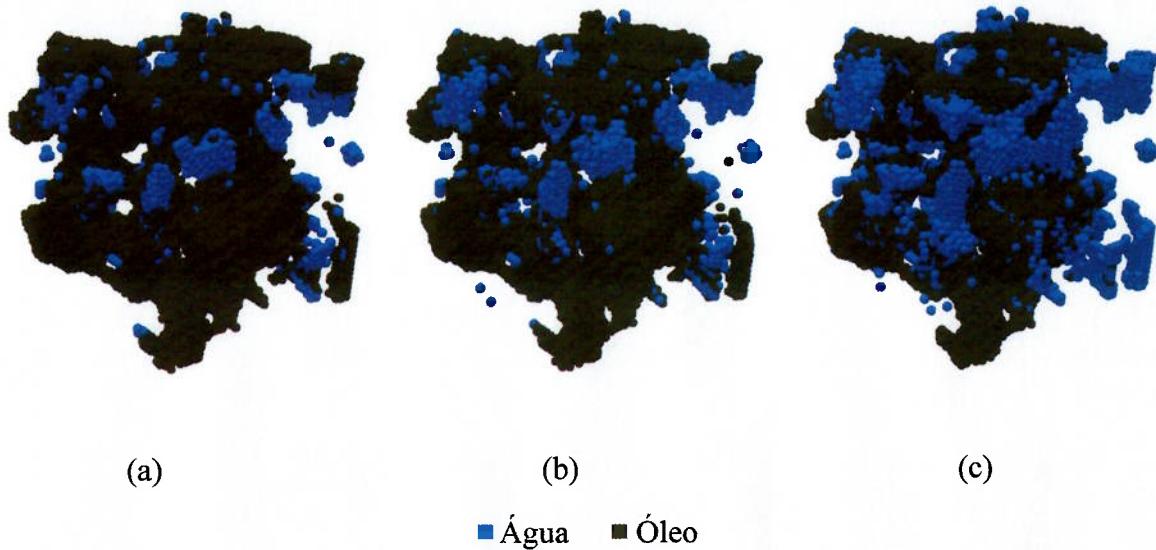


Figura 9: Distribuição das partículas de fluido dentro da amostra após atingir a saturação irredutível de água nos casos em que (a) o óleo é o fluido molhante, (b) não há preferência por nenhum fluido e (c) a água é o fluido molhante.

Comparando-se estes resultados com os da subseção anterior, conclui-se que o óleo desloca a água com muito mais facilidade do que a água desloca o óleo. Isso provavelmente se deve ao fato de que o óleo, por ser muito mais viscoso, tem uma mobilidade muito menor que a água. Desta forma, é mais fácil para o óleo empurrar a água do que escoar através dela.

7.2 Permeabilidade absoluta

Foram simulados os escoamentos monofásicos da água e do óleo através da amostra. Foram medidas as pressões na entrada e na saída da amostra para obter a queda de pressão, que foi utilizada na Eq. (22) para calcular a permeabilidade absoluta. A Figura 10 mostra a evolução da pressão ao longo do tempo para ambos os casos. No escoamento monofásico, o fluxo permanente é atingido mais rapidamente que no multifásico. Dessa forma, foram simulados 0,05s nestes casos.

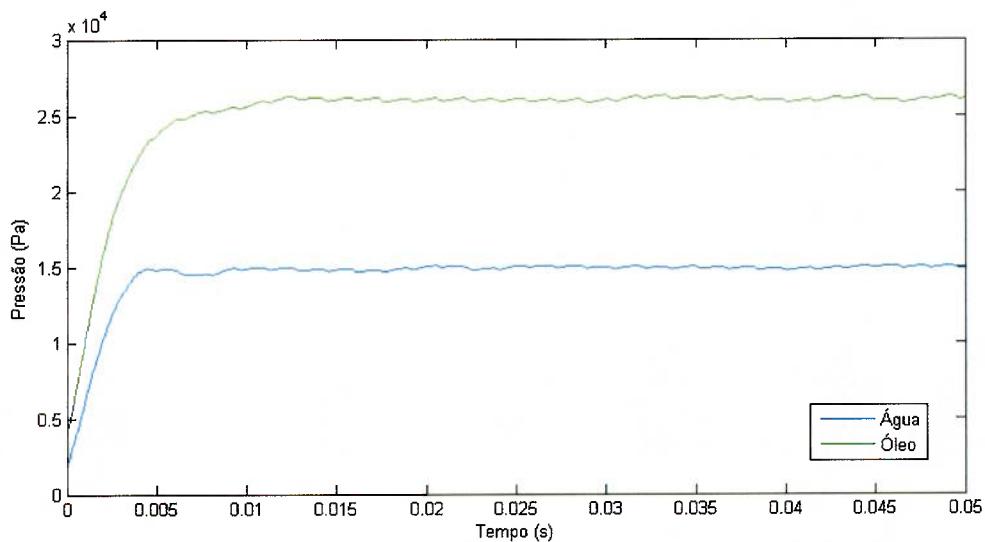


Figura 10: Medida da pressão ao longo do tempo para os casos de escoamento monofásico.

As quedas de pressão obtidas foram de 14485 Pa para a água e 25523 Pa para o óleo, o que resultou nas permeabilidades absolutas de 863 mD e 4212 mD, respectivamente. Esses valores não são consistentes, pois a permeabilidade absoluta é uma propriedade do meio em que ocorre o escoamento e, desta forma, independe do fluido que ocupa os poros da rocha.

O motivo para que esta inconsistência ocorra provavelmente se deve a alguma subestimação no cálculo das forças viscosas. Entretanto, neste trabalho não se teve a oportunidade de se fazer uma análise destas forças para encontrar a fonte deste erro.

7.3 Queda de pressão e vazão no escoamento multifásico

Durante as simulações do escoamento multifásico, foram medidas as pressões na entrada e na saída da amostra para calcular a queda de pressão ao longo do tempo para os dois casos de injeção (água ou óleo), com as três situações de molhabilidade. Para se ter certeza de que a saturação do fluido deslocado atingiu seu valor irredutível, mediu-se a vazão de cada fluido através da face inferior da amostra, que é onde está a saída do sistema. As Figuras 11 e 12 mostram a queda de pressão e vazão para os casos de injeção de água e óleo, respectivamente.

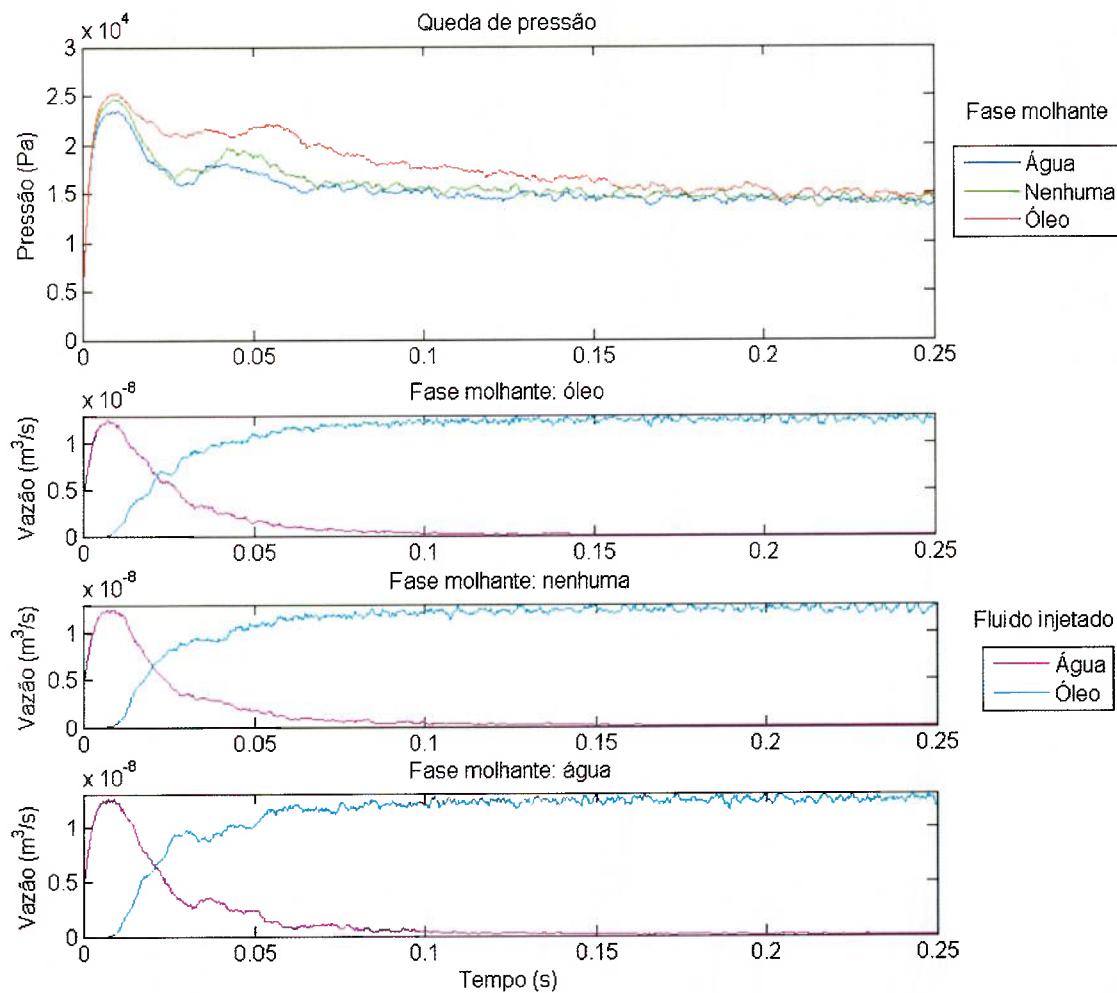


Figura 11: Medidas de pressão e vazão ao longo do tempo para uma amostra preenchida por óleo com injeção de água.

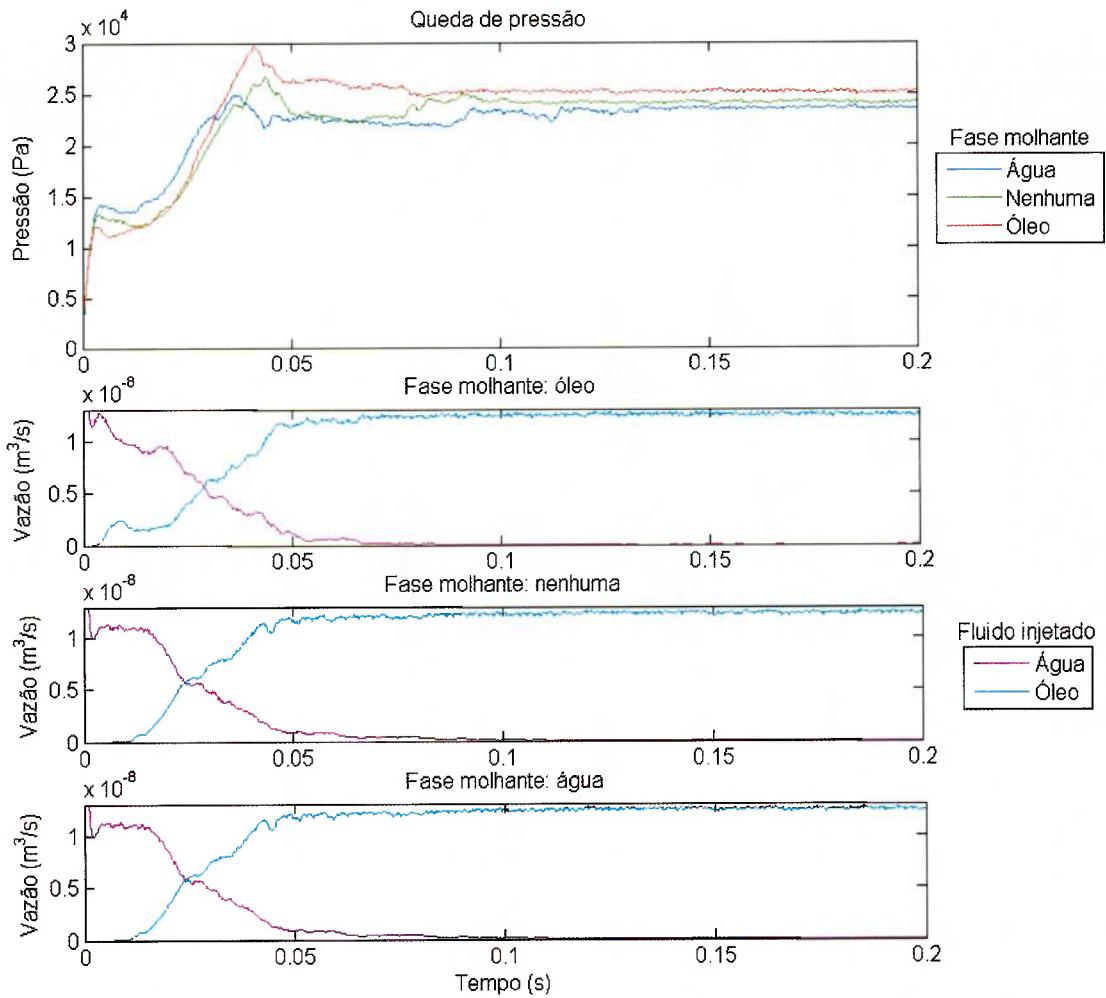


Figura 12: Medidas de pressão e vazão ao longo do tempo para uma amostra preenchida por água com injeção de óleo.

Observa-se que em ambas as figuras os perfis de pressão são muito parecidos em casos em que o fluido injetado é o mesmo, o que indica que os ângulos de contato do sistema óleo/água/rocha influenciam muito pouco a queda de pressão. Na verdade, a diferença de valores de queda de pressão ocorre por causa da diferente quantidade do fluido original ainda presente na rocha no momento em que é atingido o fluxo estabilizado. Como o espaço que ele ocupa poderia ser utilizado para o escoamento do fluido injetado, a permeabilidade relativa deste último é reduzida. Desta forma, como a queda de pressão através da amostra é diretamente proporcional à permeabilidade do meio, pode-se concluir que, mesmo em casos de escoamento multifásico, a molhabilidade não afeta a permeabilidade do meio poroso.

8. Conclusões

No presente trabalho, foi desenvolvida uma implementação do método *Moving Particle Semi-Implicit* (MPS) capaz de simular o escoamento multifásico de fluidos em meios porosos. Como estudo de caso, foi utilizada uma amostra de rocha porosa na qual foram injetados óleo e água. A influência dos ângulos de contato do sistema óleo/água/rocha foi estudada. Além disso, calculou-se as saturações irredutíveis de cada fluido, a permeabilidade absoluta da rocha e estudou-se o escoamento multifásico ao longo do tempo.

Nas simulações de escoamento multifásico, verifica-se que o óleo desloca a água com muito mais facilidade que o caso contrário. Atribui-se esse fenômeno à diferença de viscosidade entre os dois fluidos, que confere ao óleo uma mobilidade muito menor.

Segundo os resultados numéricos, os ângulos de contato do sistema óleo/água/rocha não influenciaram de maneira significativa a queda de pressão ao longo da amostra. A partir destes resultados, pode-se inferir que a molhabilidade influencia o índice de recuperação de um reservatório apenas no que diz a respeito à mobilidade de cada fluido dentro do meio poroso.

Para medir a permeabilidade absoluta do meio poroso, foram simulados os escoamentos monofásicos de água e óleo através do meio poroso. Como a permeabilidade absoluta é uma característica somente do meio em que ocorre o escoamento, a permeabilidade absoluta deveria ser a mesma para ambos os casos. Entretanto, os valores obtidos são muito discrepantes entre si. Sendo assim, uma investigação mais aprofundada sobre o fenômeno e a modelagem numérica deve ser realizada.

Por outro lado, outros problemas numéricos ocorridos na simulação devem ser eliminados. Um exemplo é que algumas partículas são expelidas a alta velocidade para fora do domínio da simulação. Uma melhor calibração da suavização do valor de pressão pode resolver esse problema.

Como trabalho futuro, sugere-se simular a injeção simultânea de água e óleo na amostra para estudar o fluxo multifásico em regime permanente. Como o método MPS permite medir a vazão de cada fluido separadamente, as permeabilidades relativas podem ser facilmente calculadas. Além disso, recomenda-se utilizar uma amostra de volume maior.

Bibliografia

ASKVIK, K. et al. Calculation of wetting angles in crude oil/water/quartz systems. **Journal of Colloid and Interface Science**, 2005. 657-663.

BBC NEWS. Oil Markets Explained. BBC News. Disponível em: <<http://news.bbc.co.uk/2/hi/business/904748.stm>>. Acesso em: 14 outubro 2011.

DANDEKAR, A. Y. **Petroleum Reservoir Rock and Fluid Properties**. Boca Raton: CRC Press, 2006.

HICKS, R. E. Pressure Drop in Packed Beds of Spheres. **Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals**, n. 9, 1970. 500-502.

HOLMES, D.; WILLIAMS, J.; TILKE, P. **Smooth Particle Hydrodynamics for grain scale multiphase fluid simulation**. Proceedings of the International Conference on Particle-Based Methods Fundamentals and Applications (Particle 2009). Barcelona: [s.n.]. 2009. p. 237-240.

KONDO, M. et al. **Surface Tension Model Using Inter-Particle Force in Particle Method**. 2007 5th Joint Fluids Engineering Conference (FEDSM2007). San Diego, California, EUA: [s.n.]. 2007. p. 93-98.

KOSHIZUKA, S.; OKA, Y. Moving Particle Semi-Implicit Method for fragmentation of incompressible fluid. **Nuclear Science and Engineering**, 1996. 421-434.

MARTIN, J. C.; MOYCE, W. J. An Experimental Study of the Collapse of Liquid Column on a Rigid Horizontal Plane. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences**, 244, n. 882, 4 Março 1952. 312-324.

OVAYSI, S.; PIRI, M. Direct pore-level modeling of incompressible fluid flow in porous media. **Journal of Computational Physics**, 2010. 7456-7476.

PARAVIEW. ParaView - Open Source Scientific Visualization. **ParaView**, 2011. Disponível em: <<http://www.paraview.org/>>. Acesso em: 15 Outubro 2011.

ROSA, J. A.; CARVALHO, R. D. S.; XAVIER, J. A. D. **Engenharia de Reservatórios de Petróleo**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.

SHAH, S. **Crude: The Story of Oil**. New York: Seven Stories Press, 2004.

SHIRAKAWA, N. et al. Development and verification study of the two-fluid particle interaction method - Two-phase flow analysis free from experimental correlation. **Computational Fluid Dynamics**, n. 9, 2001. 348-365.

TANAKA, M.; MASUNAGA, T. Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by Quasi-Compressibility. **Journal of Computational Physics**, 2010. 4279-4290.

TARTAKOVSKY, A. M.; MEAKIN, P. Pore scale modeling of immiscible and miscible fluid flows using smoothed particle hydrodynamics. **Advances in Water Resources**, 29, n. 10, Outubro 2006. 1464-1478.

TARTAKOVSKY, A.; MEAKIN, P. Modeling of surface tension and contact angles with smoothed particle hydrodynamics. **Physical Review E**, 72, n. 2, Agosto 2005.

THOMAS, J. E. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. Rio de Janeiro: Ed. Interciênciac, 2001.

TSUKAMOTO, M. M. **Desenvolvimento do Método de Partículas na Representação de Corpos Flutuantes em Ondas Altamente Não-lineares**. São Paulo. 2006.

WANG, Z. et al. **Characteristics of Spilled Oils, Fuels, and Petroleum Products: 1. Composition and Properties of Selected Oils**. [S.l.]. 2003.

ZHAO, X.; BLUNT, M. J.; YAO, J. Pore-Scale modeling: Effects of wettability on waterflood oil recovery. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, n. 71, 2010. 169-178.