

JÚLIO VANÍCOLA FERNANDES

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DO ESCOAMENTO
LAMINAR AO REDOR DE UM CILINDRO FIXO
PARA MONITORAMENTO DE GERAÇÃO DE
ENERGIA**

São Paulo
2024

JÚLIO VANÍCOLA FERNANDES

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DO ESCOAMENTO
LAMINAR AO REDOR DE UM CILINDRO FIXO
PARA MONITORAMENTO DE GERAÇÃO DE
ENERGIA**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do diploma de Engenharia de Petróleo.

São Paulo
2024

JÚLIO VANÍCOLA FERNANDES

**ANÁLISE PARAMÉTRICA DO ESCOAMENTO
LAMINAR AO REDOR DE UM CILINDRO FIXO
PARA MONITORAMENTO DE GERAÇÃO DE
ENERGIA**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para obtenção
do diploma de Engenharia de Petróleo.

Área de Concentração:

Energia

Orientador:

Prof. Dr. Rafael dos Santos Gioria

São Paulo
2024

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo-na-publicação

Fernandes, Júlio

Controle ativo do escoamento laminar ao redor de um cilindro fixo para monitoramento de geração de energia através do uso de cilindros rotativos / J. Fernandes – São Paulo, 2024.

88 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo.

1. Vibrações induzidas por Vórtices 2. Coletor de energia 3. Simulação multifísica 4. Cilindros rotativos I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo II. t.

“Se você quiser descobrir os segredos do Universo, pense em termos de energia, frequência e vibração.”

-- Nikola Tesla

RESUMO

Com o aumento da demanda global por energia e a busca por métodos mais sustentáveis, tecnologias baseadas na interação fluido-estrutura têm se destacado como alternativas promissoras, especialmente para aplicações em pequena escala. Este estudo investigou a viabilidade da geração de energia utilizando um cilindro fixo montado em um sistema composto por molas, amortecedores e resistência. Por meio de simulações multifísicas e do método dos elementos finitos, foram resolvidas as equações de Navier-Stokes, permitindo a obtenção de mapas detalhados de pressão, velocidade e potencial de geração de energia ao longo do tempo. Para garantir a precisão dos resultados, o modelo foi validado com base em dados experimentais e numéricos disponíveis na literatura. Os resultados indicam que é viável gerar energia em pequena escala para diferentes frequências naturais dos cilindros em um ambiente controlado, estabelecendo uma base sólida para estudos adicionais e otimizações futuras. Esses avanços são direcionados à melhoria da eficiência de dispositivos de coleta de energia por meio de vibrações induzidas por vórtices (VIV), contribuindo para o desenvolvimento de tecnologias sustentáveis.

Palavras-Chave – Vibrações induzidas por vórtices; coletor de energia; simulação multifísica.

ABSTRACT

With the increasing global energy demand and the pursuit of more sustainable methods, technologies based on fluid-structure interaction have emerged as promising alternatives, especially for small-scale applications. This study investigated the feasibility of energy generation using a fixed cylinder mounted on a system composed of springs, dampers, and resistance elements. Through multiphysics simulations and the finite element method, the Navier-Stokes equations were solved, allowing for the detailed mapping of pressure, velocity, and energy generation potential over time. To ensure the accuracy of the results, the model was validated using experimental and numerical data available in the literature. The results indicate that it is feasible to generate small-scale energy for different natural frequencies of the cylinders in a controlled environment, establishing a solid foundation for further studies and future optimizations. These advances are directed towards improving the efficiency of energy-harvesting devices through vortex-induced vibrations (VIV), contributing to the development of sustainable technologies.

Keywords – Vortex induced vibrations; Energy harvester; Multiphysics simulation.

LISTA DE FIGURAS

1	Fontes de energias passíveis de coleta em veículos não tripulados. Fonte: THOMAS, QIDWAI e KELLOGG (2006).	15
2	Modelo de estrutura acoplada e osciladores de esteira para vibrações induzidas por vórtices 2D. Fonte: FACCHINETTI, DE LANGRE e BIOLLEY (2004).	16
3	Esquema e visualização do escoamento ao redor de um corpo afilado e um corpo rombudo. Destaque para a superfície do corpo rombudo exposta ao escoamento separado (em vermelho). Extraído de: ÁSSI (2005).	19
4	Regiões de escoamento perturbado pela presença do corpo rombudo. Extraído de: ÁSSI (2005).	19
5	Transições de regiões perturbadas; BL - Camada Limite, L - Laminar, T - Turbulenta, Tr - Transição, S - Separação. Extraído de: ZDRAVKOVICH (1988).	23
6	Escoamento através de um cilindro sem separação. Extraído de: VAN DYKE (1988).	23
7	Bolha de recirculação em escoamento através de cilindro, $Re = 26$. Retirado de: VAN DYKE (1988).	24
8	Representação do escoamento laminar para diferentes Re . Retirado de: ÁSSI (2005).	24
9	Relação entre St e Re . Retirado de: NORBERG (2003).	26
10	Resultados experimentais e numéricos para St e Re . Retirado de: NORBERG (2003).	26
11	Resultados experimentais e numéricos para St e Re . Retirado de: ÁSSI (2005).	27
12	Decomposição da força que age sobre o cilindro. Retirado de: ÁSSI (2005).	28
13	Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação para diferentes valores de Re e configurações de esteira. Retirado de: ÁSSI (2005).	29

14	Variação do campo de pressão na parede para aproximadamente um terço do ciclo de emissão de vórtices. Retirado de: ÁSSI (2005).	31
15	Amplitude reduzida em função de diferentes velocidades reduzidas com $(m^*\zeta)$ distintos. (FENG, 1968): $m^* = 248$ e $m^*\zeta \approx 3,28$; (KHALAK; WILLIAMSON, 1999): $m^* = 10,1$ e $m^*\zeta \approx 0,13$ Retirado de: KHALAK e WILLIAMSON (1999).	34
16	Frequência reduzida em função da velocidade reduzida com m^* distintos. 1ª imagem: $m^* = 10,3$; 2ª imagem $m^* 1,2$. Retirado de: GOVARDHAN e WILLIAMSON (2000).	35
17	Exemplo de função arbitrária $u^h \in X^h$. Retirado de: SOUZA (2013). . . .	37
18	Mecanismo da função base linear (ϕ) . Retirado de: SOUZA (2013).	37
19	Malha 2D com funções base lineares. Retirado de: SOUZA (2013).	38
20	Mecanismo de função base linear (ϕ) para duas dimensões. Retirado de: SOUZA (2013).	39
21	Mecanismo de função base quadrática (ϕ) para uma dimensão. Retirado de: SOUZA (2013).	40
22	Mecanismo de função base quadrática (ϕ) para duas dimensões. Retirado de: SOUZA (2013).	40
23	Elementos triangulares T_k para elementos P1 e P2. Retirado de: FreeFEM (2023).	41
24	Sistema Massa-Mola-Amortecedor com um grau de liberdade. Retirado de: ÁSSI (2005).	42
25	Elemento de Taylor-Hood P2-P1. Retirado de: BENNER <i>et al.</i> (2013). . .	45
26	Diferença entre as técnicas Euleriana, Lagrangiana e ALE para uma dimensão. Retirado de: DONEA <i>et al.</i> (2004).	47
27	Esquema do coletor de energia piezoelétrico baseado no cilindro proposto, em que U_∞ representa a velocidade livre do fluxo, C e K representam, respectivamente, o amortecimento estrutural e a rigidez, enquanto R representa a resistência. Retirado de MEHMOOD <i>et al.</i> (2013).	50
28	Curva de Força para cálculo da potência e energia gerada / consumida através das integrais de Simpson e Trapezoidal. Produzido pelo Autor. . .	51

29	Gráfico de força em função tempo com destaque para o regime estatisticamente desenvolvido em sistema sem VIV. Produzido pelo autor.	54
30	Gráfico de força em função do tempo com destaque para o regime estatisticamente desenvolvido em sistema com VIV. Produzido pelo autor.	55
31	Gráfico do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds. Retirada de HENDERSON (1995).	60
32	Parâmetros para cada curva de arrasto: (Superior) escoamento estável, (Inferior) desprendimento de vórtex. Retirada de HENDERSON (1995).	61
33	Gráficos de forças para $H = 10$, $L = 15$ e $F_{res} = 1,0$. Produzido pelo Autor.	62
34	Gráficos de forças para $H = 30$, $L = 30$ e $F_{res} = 1,0$. Produzido pelo Autor.	63
35	Gráficos de forças para $H = 20$, $L = 25$ e $F_{res} = 2,0$. Produzido pelo Autor.	63
36	Gráficos de forças para $H = 30$, $L = 30$ e $F_{res} = 2,0$. Produzido pelo Autor.	64
37	Gráficos de forças para $H = 10$, $L = 15$ e $F_{res} = 4,0$. Produzido pelo Autor.	64
38	Gráficos de forças para $H = 20$, $L = 25$ e $F_{res} = 4,0$. Produzido pelo Autor.	65
39	Gráficos de forças para $H = 30$, $L = 30$ e $F_{res} = 4,0$. Produzido pelo Autor.	65
40	Gráficos de forças e deslocamento gerado por VIV, para $U^* = 1$. Produzido pelo Autor.	69
41	Varição dos campos de pressão (esquerda) e velocidade (direita) para um ciclo completo $U^* = 1,0$. Produzido pelo autor.	70
42	Gráficos de forças e deslocamento gerado por VIV, para $U^* = 5,0$. Produzido pelo Autor.	71
43	Varição dos campos de pressão (esquerda) e velocidade (direita) para um ciclo completo com $U^* = 5,0$. Produzido pelo autor.	72

44	Gráficos de forças e deslocamento gerado por VIV, para $U^* = 5, 8$. Produzido pelo Autor.	73
45	Varição dos campos de pressão (esquerda) e velocidade (direita) para um ciclo completo com $U^* = 5, 8$. Produzido pelo autor.	74
46	Gráficos de forças e deslocamento gerado por VIV, para $U^* = 8, 0$. Produzido pelo Autor.	75
47	Varição dos campos de pressão (esquerda) e velocidade (direita) para um ciclo completo com $U^* = 8, 0$. Produzido pelo autor.	76
48	Gráfico de amplitude reduzida para diferentes valores de velocidade reduzida. Produzido pelo Autor.	77
49	Gráfico de frequência reduzida para diferentes valores de velocidade reduzida. Produzido pelo Autor.	78

LISTA DE TABELAS

1	Densidade de potência de alguns métodos de coleta de energia Fonte: LI <i>et al.</i> (2016)	15
2	Regimes de escoamento ao redor de cilindro adaptado de WILLIAMSON (1996b), DERA KHSHANDEH e ALAM (2019) e TAKATA (2019).	22
3	Parâmetros adimensionais adaptado de ÁSSI (2005), CICOLIN (2014) e GOVARDHAN e WILLIAMSON (2000).	32
4	Novos parâmetros adimensionais com consideração dos efeitos do deslocamento de massa adaptado de SILVA (2013).	33
5	Parâmetros adimensionais combinados adaptado de SILVA (2013) e ÁSSI (2005).	33
6	Testes de parâmetros de malha e resolução. Produzido pelo autor.	57
7	Resultados obtidos para diferentes valores de velocidade reduzida. Produzida pelo autor.	68

SUMÁRIO

1	Introdução	14
1.1	Contextualização	14
1.2	Objetivos da pesquisa	16
1.3	Motivação e Justificativa da pesquisa	16
1.4	Contribuições do estudo	17
1.5	Estrutura do trabalho	17
2	Revisão Bibliográfica	18
2.1	Escoamento ao redor de corpos cilíndricos	18
2.2	Número de Reynolds	20
2.3	Regimes de escoamento e transições	21
2.3.1	Escoamentos 2D e completamente laminares	22
2.3.2	Transição na esteira	24
2.4	Número de Strouhal	25
2.5	Forças Fluidomecânicas	26
2.6	Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV)	28
2.7	Resposta típica e <i>Lock-in</i>	30
2.8	Método dos elementos finitos	35
2.8.1	Método dos elementos finitos em uma dimensão	36
2.8.2	Método dos elementos finitos em duas dimensões	37
2.8.3	Tipos de Elementos Finitos	38
2.8.4	Elementos Finitos Lagrangianos	39
3	Metodologia	42

3.1	Modelagem com 1 grau de liberdade	42
3.2	Fluidodinâmica computacional	43
3.2.1	Equação de Navier-Stokes	44
3.2.2	Simulação temporal do escoamento: Método dos elementos finitos: Formulação fraca pelo método de Galerkin com elementos Taylor- Hood P2-P1	44
3.2.2.1	Modelagem do movimento relativo	45
3.2.2.2	Resolução do problema variacional	48
3.2.2.3	Condições de contorno	49
3.3	Modelo de estrutura acoplada para converter de energia	49
3.4	Parâmetros, métodos de cálculo e limitações das simulações	51
3.4.1	Parâmetros de malha e resolução	51
3.4.2	Métodos de cálculo para C_D , C_L , St e suas limitações	53
3.4.3	Métodos de avaliação dos efeitos VIV e suas limitações	55
4	Resultados	57
4.1	Escolha dos parâmetros H , L e fator de resolução	57
4.2	Simulações sem VIV	61
4.3	Simulações com VIV	66
4.3.1	Parâmetros adimensionais utilizados nas simulações	66
4.3.2	Resultados das simulações	67
4.3.2.1	Parâmetros: $U^* = 1,0$; $f_N = 1,0$	68
4.3.2.2	Parâmetros: $U^* = 5,0$; $f_N = 0,2$	70
4.3.2.3	Parâmetros: $U^* = 5,8$; $f_N = 0,172$	72
4.3.2.4	Parâmetros: $U^* = 8,0$; $f_N = 0,125$	74
4.3.3	Avaliação dos resultados	76
5	Conclusão	80

Referências	82
Apêndice A – Artigo Síntese	88

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Pesquisas voltadas para alternativas às atuais fontes da matriz energética tornam-se cada vez mais necessárias para alcançar um mundo mais sustentável. Motivada por essa demanda de um planeta mais verde, a Organização das Nações Unidas (ONU) lançou a Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável, adotada por todos os Estados Membros da ONU em 2015, como um plano de ação para as pessoas, o planeta e a prosperidade (ONU, 2015). Associados a esta Agenda, há 17 Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS) e 169 metas associadas para erradicar a pobreza e a fome, como combater a desigualdade e garantir uma proteção longa ao planeta e seus recursos naturais através de estratégias que melhorem a saúde e a educação, estimulando o crescimento econômico e preservando os oceanos e as florestas (UNITED NATIONS, 2021). Uma forma de contribuir que se enquadra no 7º ODS é através de pesquisa na compreensão e melhoria tecnológica de fontes alternativas de energia.

Há uma variedade grande de alternativas às fontes da matriz energética atual, que é altamente dependente de aplicação, desde geração de energia em grande escala para atender população e indústria até soluções de geração de energia em situações remotas, nos mais diversos meios, seja em terra, ar, água ou até mesmo no espaço. Atualmente, veículos não tripulados são utilizados para os mais diversos fins, como, por exemplo, veículos operados remotamente utilizados para manutenção de plataformas *offshore*, que têm como fonte de energia elétrica baterias que, por vezes, precisam funcionar por um longo período de tempo e alcançar grandes distâncias; para isso THOMAS, QIDWAI e KELLOGG (2006) argumentam que a complementação de estoques de energia a bordo, com a coleta de energia do meio, pode fornecer maior capacidade de operação desses veículos. Os mesmos ainda compilam algumas fontes alternativas passíveis de embarques em veículos não tripulados (ROV Remotely Operated Underwater Vehicle), por exemplo. Estas são resumidas na Figura 1. Embora ainda se lide com uma quantidade considerável

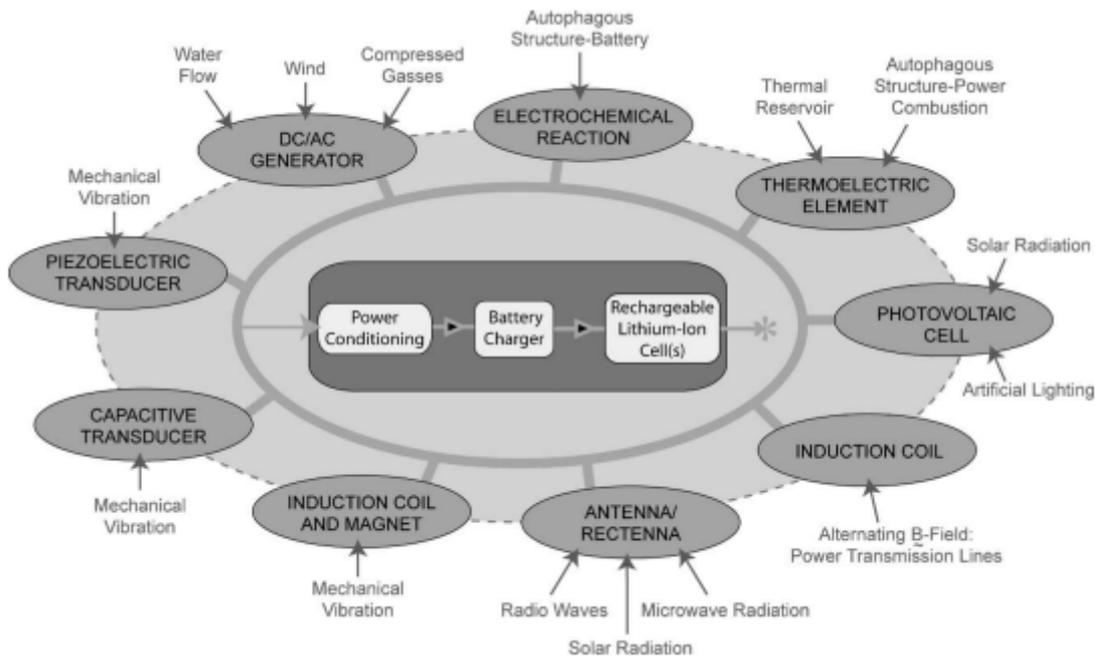


Figura 1: Fontes de energias passíveis de coleta em veículos não tripulados. Fonte: THOMAS, QIDWAI e KELLOGG (2006).

de fontes, a estimativa de energia sujeita a coleta de cada uma destas fontes é bem diferente. A densidade de potência tem ordens de grandeza de diferença com a tecnologia atual. A Tabela 1 lista exemplos da variação de densidade de potências das diferentes tecnologias.

Tabela 1: Densidade de potência de alguns métodos de coleta de energia Fonte: LI *et al.* (2016)

Tecnologia & Densidade de potência [W/cm ³]	
Acústico (100 dB)	$9,60 \times 10^{-7}$
Termoelétrica (diferença de 10°C)	$4,00 \times 10^{-5}$
Vibração (Forno microondas)	$1,16 \times 10^{-4}$
Piezoelétrica (passos)	$3,30 \times 10^{-4}$
Células solares (ao meio dia)	$1,50 \times 10^{-2}$

Neste contexto, o presente trabalho tem como tema uma destas alternativas: a viabilidade de geração de energia da interação mecânica em sistemas de fluido-estrutura (LI *et al.*, 2016), que potencialmente tem densidade de potência próxima às tecnologias piezométrica e de vibração listadas na Tabela 1. Mais especificamente, será abordada a vibração induzida por vórtices (VIV) do sistema fluido-escoamento em torno de corpos rombudos, com análise paramétrica do escoamento. Esta escolha temática se dá pela possibilidade de aplicação no contexto do petróleo offshore. Propõe-se, então, criar e validar um conjunto de códigos para avaliar a geração de energia por vibração, via

simulações numéricas de sistema multifísico (escoamento, vibração mecânica, conversor eletromecânico).

1.2 Objetivos da pesquisa

O estudo em questão tem como objetivo a modelagem integrada do escoamento laminar via dinâmica de fluidos computacional (CFD, Computational Fluid Dynamics) com a vibração da estrutura para monitoramento da possibilidade de geração de energia. Buscou-se encontrar uma amplitude factível para geração de energia, visto que o escoamento vai alterando com o tempo devido ao acoplamento fluido-estrutura. Ao fim, se produziu um simulador que possibilita a análise paramétrica de sistema de coleta de energia por vibrações induzidas por vórtices com a física do escoamento bem resolvida. Este resultado permitirá o desenvolvimento de pesquisas futuras como, por exemplo, ao integrar técnicas de otimização para melhoria do sistema, ou até mesmo com testes utilizando diferentes ambientes, como um fluxo turbulento, com a atuação de cilindros controladores, e até mesmo a viabilidade de coleta efetiva de energia.

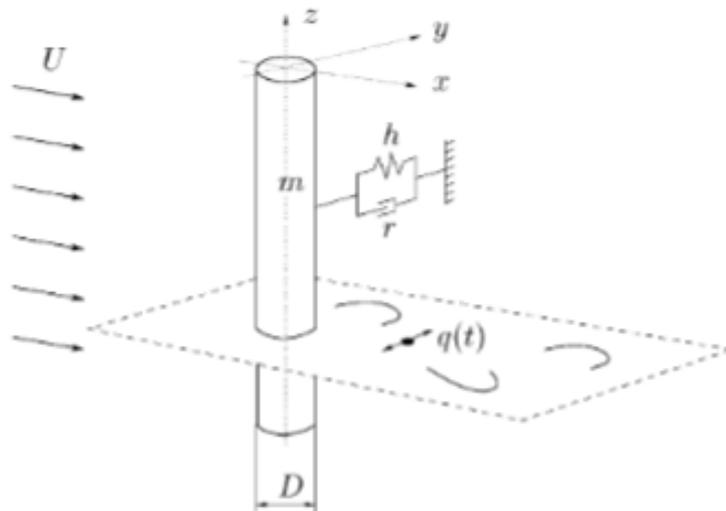


Figura 2: Modelo de estrutura acoplada e osciladores de esteira para vibrações induzidas por vórtices 2D. Fonte: FACCHINETTI, DE LANGRE e BIOLLEY (2004).

1.3 Motivação e Justificativa da pesquisa

Como já ressaltado no tópico 1.1 a pesquisa voltada para métodos de captação de energia sustentáveis se faz cada vez mais importante, visto que, até o ano de 2018, o

objetivo de acesso à energia confiável e sustentável não bateu suas metas anuais, sendo necessária uma intensificação nessa área de estudos (UNITED NATIONS, 2021).

Para tal, se faz indispensável o desenvolvimento e a compreensão de modelos computacionais de sistemas multifísicos (escoamento, vibração e elétrica) para avançar o nível de aplicabilidade tecnológica (Technology Readiness Level – TRL (STRUTT; WELLS, 2014)) de fontes alternativas de energia.

1.4 Contribuições do estudo

Esse trabalho busca avaliar a geração de energia através da vibração do cilindro causada pelo fenômeno de vibrações induzidas por vórtices, em um ambiente de escoamento laminar.

Havendo tal confirmação, será possível, futuramente, utilizar técnicas de melhoria da eficiência da tecnologia de coleta de energia por Vibrações Induzidas por Vórtices, por exemplo, através de métodos de aumento da região de sincronização, ou de utilização de diferentes tipos de objetos cilíndricos como descritos por GROUTHIER *et al.* (2014) e WANG *et al.* (2021), além de pesquisas futuras para aprimoramento desta tecnologia através da aplicação de técnicas de otimização avançadas a estes sistemas multifísicos complexos (PICELLI, R. *et al.*, 2020; PICELLI, Renato *et al.*, 2022).

1.5 Estrutura do trabalho

O trabalho está estruturado da seguinte forma: a introdução foi apresentada no Capítulo 1; o Capítulo 2 traz a revisão da literatura sobre a qual o estudo se baseia, abordando temas fundamentais de mecânica dos fluidos; a metodologia é tratada no Capítulo 3, e a análise de resultados e considerações finais são abordadas, respectivamente, nos Capítulos 4 e 5.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta revisão bibliográfica visa contextualizar a fenomenologia do escoamento ao redor de um corpo rombudo; geração e que motiva sua aplicação para coleta de energia por vibração.

2.1 Escoamento ao redor de corpos cilíndricos

Quanto ao que se entende como corpos rombudos é interessante citar a definição utilizada por BEARMAN (1984) em seu artigo sobre escoamento ao redor de corpos rombudos. "Corpos rombudos são aqueles que, quando sujeitos a uma corrente fluida, apresentam considerável proporção da sua superfície submersa exposta ao fenômeno da separação do escoamento". Com base nessa definição, ÁSSI (2005) foi capaz então de diferenciar corpos afilados e corpos rombudos, em que corpos afilados são aqueles nos quais as linhas de corrente estão sempre aderidas à superfície de contorno e não se separam do corpo. Enquanto em corpos rombudos, as linhas de corrente descolam-se da superfície, formando uma região de escoamento separada ao redor de uma porção considerável de sua parede. Na figura 3 é possível observar as linhas de corrente aderidas a um corpo afilado, já nos corpos rombudos é possível observar as linhas de corrente, juntamente com a região de escoamento separadas à jusante desse corpo.

Alguns fatores que podem alterar a separação das linhas de corrente segundo WILLIAMSON (1996b), são: rugosidade, nível de turbulência (assim como o caráter dos espectros de turbulência), geometria e condições de camada limite.

Para explicar como a geometria afeta na separação das linhas de corrente, ÁSSI (2005) escreve que se a forma do corpo terminar abruptamente, ou seja, não for afilada, o escoamento que segue uma linha de corrente próxima à superfície, sofrerá um impedimento devido ao gradiente desfavorável de pressão no sentido do escoamento (ou gradiente adverso de pressão), gerando uma alta desaceleração no escoamento e sua posterior separação. Quanto à turbulência da camada limite, o mesmo disserta que à medida que a camada

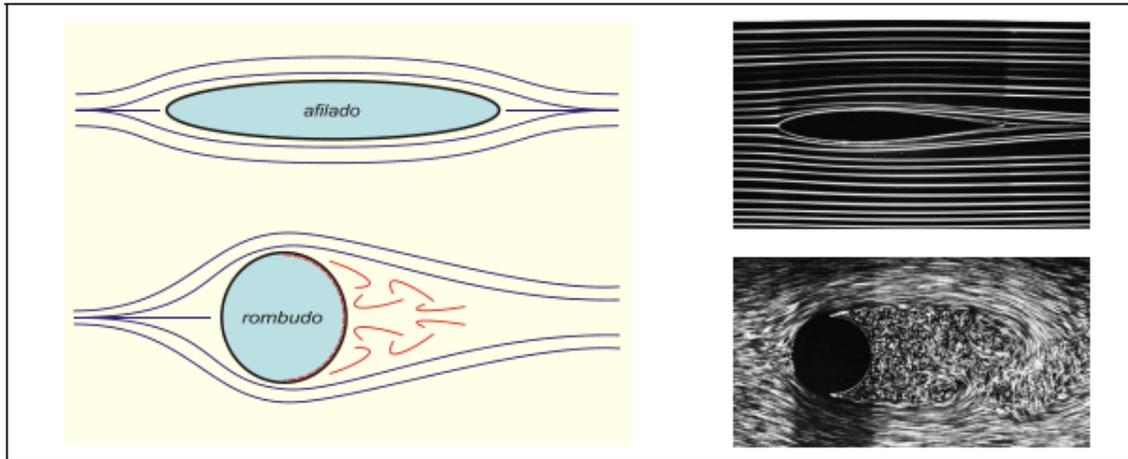


Figura 3: Esquema e visualização do escoamento ao redor de um corpo afilado e um corpo rombudo. Destaque para a superfície do corpo rombudo exposta ao escoamento separado (em vermelho). Extraído de: ÁSSI (2005).

limite se torna turbulenta, o ponto de separação se move para a porção a jusante do corpo.

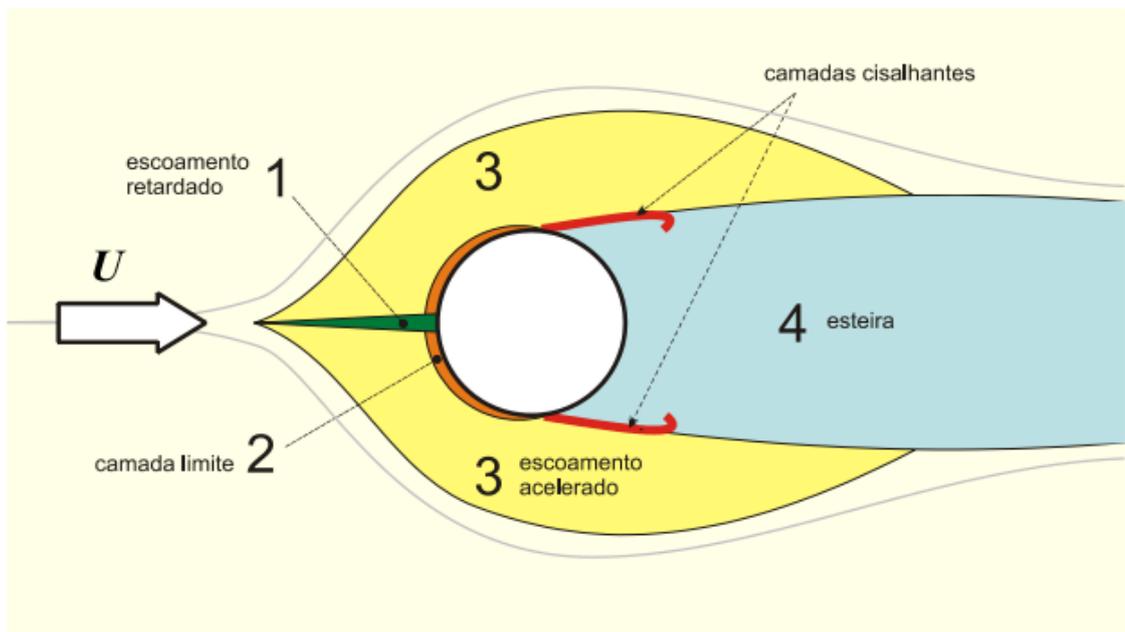


Figura 4: Regiões de escoamento perturbado pela presença do corpo rombudo. Extraído de: ÁSSI (2005).

Para melhor entendimento do que ocorre em escoamentos ao redor de corpos rombudos, é possível separar esse escoamento em 4 regiões, como classificadas por ZDRAVKOVICH (1997) e ilustrado por ÁSSI (2005) na Figura 4. Tais regiões são:

Região 1: Faixa de escoamento retardado consequente do ponto de estagnação frontal no corpo;

Região 2: Camada limite aderida à superfície do corpo. Quando o gradiente de pressão passa a ser desfavorável para a aderência das camadas limites, elas se separam e formam as camadas cisalhantes livres que delimitam a esteira próxima;

Região 3: Escoamento deslocado e acelerado pela presença do corpo, na qual a velocidade média do escoamento é maior que a do escoamento incidente;

Região 4: esteira é a parte do escoamento perturbado, que apresenta escoamento totalmente separado e com velocidade média menor que a incidente.

Na região de esteira próxima ao corpo, originam-se os principais fenômenos responsáveis pelas vibrações induzidas pelo escoamento.

2.2 Número de Reynolds

Em 1883, Osbourne Reynolds analisou o comportamento de uma listra de corante introduzido no escoamento de um fluido transparente base, para diferentes vazões deste fluido. Com isso, ele percebeu que para maiores valores de vazão, o corante se misturava mais no fluido. Através desse experimento, Reynolds categorizou o regime de escoamentos em três tipos: laminar, quando não há mistura significativa entre partículas vizinhas do fluido durante o escoamento; turbulento, quando os movimentos do fluido variam irregularmente e o corante em questão perde sua identidade devido à difusão; transição, marcado pela transição do escoamento de laminar para turbulento (POTTER *et al.*, 2017). Tais experimentos foram importantes para o desenvolvimento de uma grandeza adimensional chamada de número de Reynolds (nomeada em homenagem ao físico e engenheiro que fez os experimentos), tal grandeza governa diversos fenômenos de escoamento ao redor de corpos arbitrários, inclusive o fenômeno de separação do escoamento que atravessa um corpo rombudo trazido nessa pesquisa. Tal grandeza adimensional relaciona a magnitude das forças inerciais e viscosas no escoamento e é expressa pela seguinte equação:

$$Re = \frac{\rho U_{\infty} D}{\mu} = \frac{U_{\infty} D}{\nu} \quad (2.1)$$

ρ representa a massa específica do fluido; U_{∞} , a velocidade do escoamento incidente (no caso da presente pesquisa corresponde à velocidade do escoamento incidente ao longe); D , uma dimensão característica do escoamento (no caso da presente pesquisa D corresponde ao diâmetro externo do cilindro); μ a viscosidade dinâmica (absoluta) do fluido; e ν a viscosidade cinemática do fluido.

2.3 Regimes de escoamento e transições

WILLIAMSON (1996b) descreve 8 modos tridimensionais no escoamento, até A, A-B, B-C, C-D, D-E, E-F, F-G, G-H e H-J que ajudam a entender alguns fenômenos que ocorrem no escoamento para números de Reynolds específicos.

O número de Reynolds é importante, pois é ele que dita os diferentes regimes de escoamento ao redor de corpos rombudos, portanto é com essa informação que será possível prever o comportamento do escoamento, como pode ser observado na Tabela 2. Observando novamente a Tabela 2, conforme o número de Reynolds aumenta, o escoamento vai passando por transições entre os regimes. ÁSSI (2005), CARMO (2005) e ZDRAVKOVICH (1988) descrevem que as transições estão relacionadas à turbulência na camada limite e são sensíveis a pequenas perturbações que podem fazer com que as transições se iniciem em um número de Reynolds menor, e podem modificar ou até mesmo inibir algumas estruturas do escoamento, entretanto, escoamentos livres de perturbações, ou aqueles em que elas possam ser desprezadas, o número de Reynolds será o único parâmetro governante. Na Figura 5 são mostradas de forma esquemática as transições que ocorrem em três regiões: TrW - Esteira, TrSL - Camadas cisalhantes, TrS - Separação e TrBL - Camadas limite.

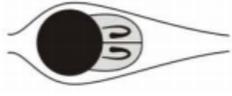
A primeira transição - TrW -, esquematizada na Figura 5 (a) ocorre na esteira para o regime turbulento em $Re \approx 180 \sim 200$. "A turbulência gradualmente se desenvolve na região próxima ao cilindro e se espalha ao longo da esteira, mas as camadas cisalhantes que limitam a região de esteira próxima permanecem laminares". (CARMO, 2005)

Conforme há um aumento no número de Reynolds, a transição turbulenta antecipa-se em direção ao ponto de separação e a segunda transição acontece nas camadas cisalhantes - TrSL -, esquematizada na Figura 5 (b), afetando o comprimento e a largura da esteira próxima.

A terceira transição é a responsável pela crise de arrasto, ou seja, ocorre uma diminuição súbita do arrasto e pode ser evidenciada em $Re \approx 10^5$. Tal transição atinge as camadas limite no ponto de separação e prossegue até que a camada limite seja completamente turbulenta, como esquematizado na Figura 5 (c).

Conforme se aumenta o número de Reynolds, a transição turbulenta se move em direção ao ponto de estagnação, gerando uma camada limite completamente turbulenta na região de separação, como evidenciado na Figura 5 (d). "No limite superior da TrBL, a transição atingiria a região retardada e esse é o final da terceira e última transição, dado

Tabela 2: Regimes de escoamento ao redor de cilindro adaptado de WILLIAMSON (1996b), DERAKHSHANDEH e ALAM (2019) e TAKATA (2019).

Intervalo do núm. de Reynolds	Regime de escoamento	Característica	Visualização
$0 < Re < 4$ a 5	Até A	Sem separação	
4 a $5 < Re < 40$ a 48	Até A	Separação estável com recirculação estacionária	
40 a $48 < Re < 180$ a 194	A-B	Desprendimento de Vórtices periódico Laminar	
$194 < Re < 260$ a 300	B-C	Desprendimento de vórtices em regime de transição 3D	
$300 < Re < 10^3$	C-D	Regime subcrítico com desordem no desprendimento de vórtices 3D	
$10^3 < Re < 1,4 * 10^5$	D-E	Regime subcrítico	
$1,4 * 10^5 < Re < 10^6$	E-G	Regime crítico	
$10^6 < Re < 5 * 10^6$	G-H	Regime supercrítico	
$5 * 10^6 < Re$	H-J	Regime pós-crítico	

que todas as regiões do escoamento são completamente turbulentas.”(CARMO, 2005)

2.3.1 Escoamentos 2D e completamente laminares

ZDRAVKOVICH (1988) divide o escoamento laminar em 3 subdivisões:

- L1: Escoamento altamente viscoso sem separação, ou *creeping flow*. Ocorre em $0 < Re < 4$ a 5

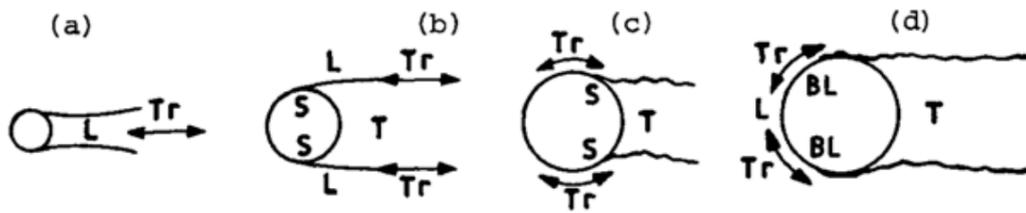


Figura 5: Transições de regiões perturbadas; BL - Camada Limite, L - Laminar, T - Turbulenta, Tr - Transição, S - Separação. Extraído de: ZDRAVKOVICH (1988).

- L2: Separação com recirculação estacionária. Ocorre em $4 < Re < 30$ a 48
- L3: Regime laminar periódico. Ocorre em $30 < Re < 180$ a 200

L1 ocorre em valores de Re baixos, onde se tem um escoamento altamente viscoso, pois as forças inerciais não têm magnitude suficiente para vencer as forças viscosas do fluido, de modo que as camadas limites não se separam da superfície do cilindro em nenhum ponto, como pode ser observado na Figura 6.

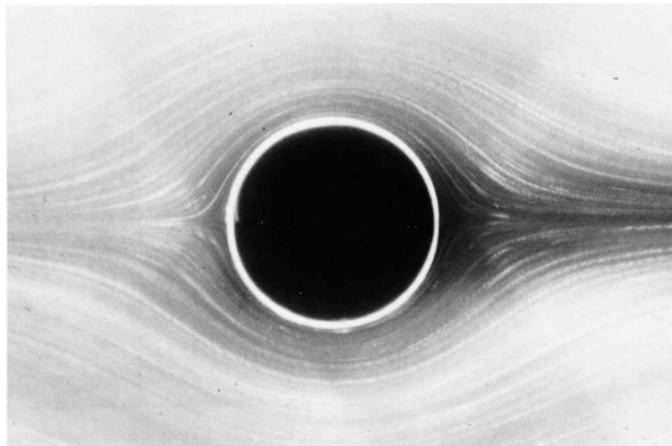


Figura 6: Escoamento através de um cilindro sem separação. Extraído de: VAN DYKE (1988).

Em $Re = 4$ a 5 se inicia a separação e até valores entre 30 e 48 se tem o regime L2, onde há o crescimento de bolhas de recirculação estacionárias e simétricas na região da esteira próxima, como pode ser observado na Figura 7. Segundo CARMO (2005), nesse regime as camadas cisalhantes livres se encontram na extremidade jusante desta bolha, no chamado ponto de confluência.

Conforme o número de Reynolds começa a obter valores entre 30 a 48 , as bolhas de recirculação se alongam até se tornarem instáveis e então saem da região da esteira próxima e são convectadas para a esteira ao longe, onde se inicia o regime L3, ao qual oscilações harmônicas podem ser observadas ao longe. Segundo CARMO (2005) a amplitude da

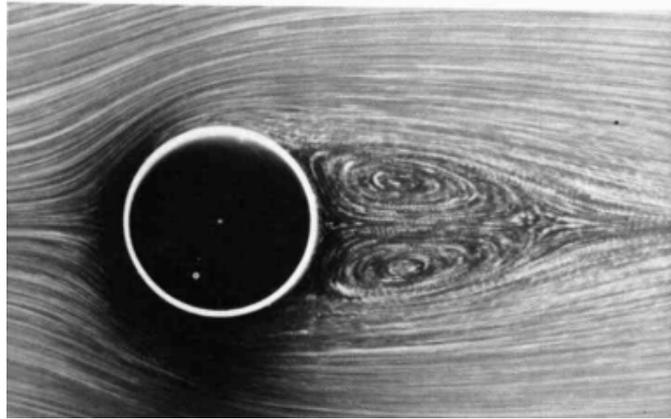


Figura 7: Bolha de recirculação em escoamento através de cilindro, $Re = 26$. Retirado de: VAN DYKE (1988).

oscilação aumenta com Re e para valores maiores que 45 a 65 as camadas cisalhantes se enrolam formando cristas e vales. Até valores de número de Reynolds entre 180 e 200 é possível observar uma carreira de vórtices laminares, conhecida como esteira de Von Kármán. Todos esses fenômenos que ocorrem no regime L3 puderam ser observados na Figura 8.

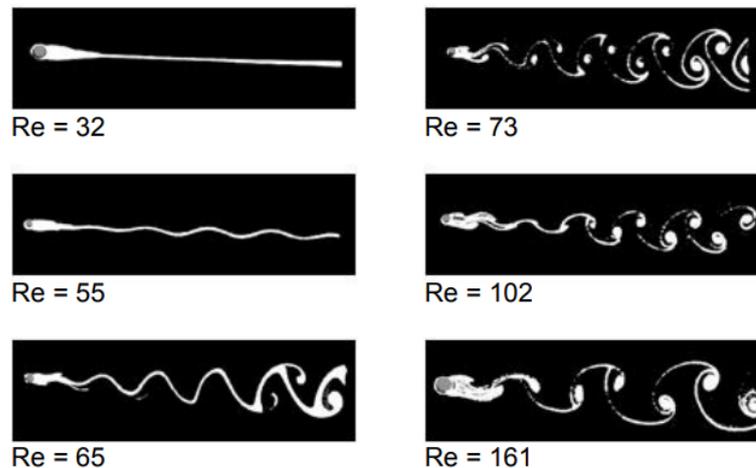


Figura 8: Representação do escoamento laminar para diferentes Re . Retirado de: ÁSSI (2005).

2.3.2 Transição na esteira

Para valores de número de Reynolds entre 180 e 200, a esteira deixa de ser bidimensional e passa a apresentar sinais de turbulência. É nessa faixa do número de Reynolds em que os modos tridimensionais A-B e C-D descritos por WILLIAMSON (1996b) ocorrem, gerando fenômenos como deslocamentos de vórtices, que afetam a organização da esteira bidimensional. Apesar de ser possível modelar esse regime em 3D, o trabalho possui

como foco a investigação do regime modelado de forma 2D, uma vez que ajuda na visualização do fenômeno de escoamento e pede menos esforços computacionais da máquina que irá rodar os testes, sendo possível fazer mais testes em um menor período de tempo, sem necessitar de um computador com alto poder de processamento (PAIDOUSSIS; DE LANGRE; PRICE, 2010).

2.4 Número de Strouhal

Em 1878, um físico alemão de nome Vincenc Strouhal, estudou a vibração de um fio sujeito a uma corrente de ar e concluiu que a frequência f_S do som emitido resultante do movimento dele variava apenas com seu diâmetro D e a velocidade U_∞ do fluxo de ar. Outra descoberta do físico foi que, quando a frequência do som coincidia com uma das frequências naturais do fio, que estava livre para oscilar, o som se intensificava (MENEHINI, 2002).

Nos anos seguintes às descobertas de Strouhal, diversos cientistas começaram a estudar o fenômeno, e foi observado que quando um fluido escoar com velocidade U_∞ ao redor de um corpo rombudo, um fluxo periódico se desenvolverá a jusante do corpo, devido a um padrão regular de vórtices que são desprendidos do corpo (MUNSON, 2013). ÁSSI (2005) descreve a origem dos vórtices na esteira próxima, pela interação entre as duas camadas cisalhantes que se separam do corpo rombudo, sendo convectadas alternadamente para o escoamento, formando a esteira a jusante. Esse sistema de desprendimento alternado de vórtices é chamado de esteira de Von Kármán e ocorre no range $10^2 < Re < 10^6$ (WHITE, 2011). A adimensionalização da frequência de desprendimento dos vórtices ficou conhecida como Número de Strouhal, que se dá pela seguinte relação:

$$St = \frac{f_S D}{U_\infty} \quad (2.2)$$

Ela representa uma medida da razão entre as forças inerciais devido à instabilidade do fluxo (aceleração local) e as forças inerciais devido a mudanças na velocidade de ponto a ponto no campo de fluxo (aceleração convectiva) (MUNSON, 2013) e relaciona a frequência de desprendimento de vórtices com as características geométricas da estrutura e características do escoamento.

Nas figuras 9, 10 e 11 são apresentados dados experimentais e numéricos para a variação do número de Strouhal em relação ao número de Reynolds para uma faixa ampla de Re . Observa-se, portanto, que o número de Strouhal pode ser estritamente correlacionado

com o número de Reynolds, podendo ser descrito até como função do mesmo.

ÁSSI (2005), WHITE (2011), MENEGHINI (2002), PAIDOUSSIS, DE LANGRE e PRICE (2010) e NORBERG (2003) trazem que, para uma vasta gama de experimentos, o número de Strouhal para um cilindro é da ordem de $St \approx 0,2$.

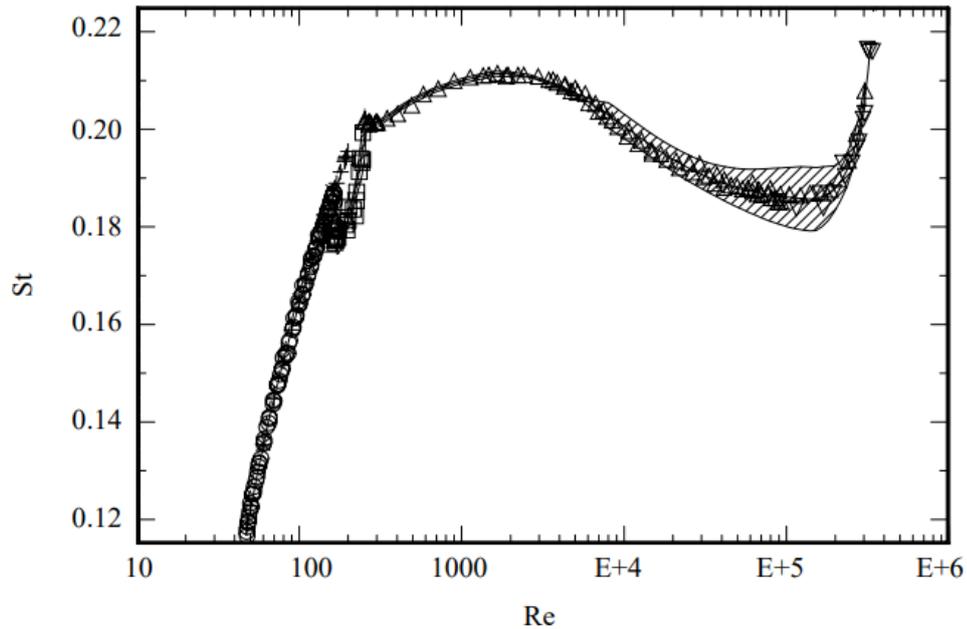


Figura 9: Relação entre St e Re . Retirado de: NORBERG (2003).

$Re/10^4$	$d(\text{mm})$	St	φ_s (deg) ^a	$C_{p'}(\varphi_s)$	$C_{p'}(90^\circ)$	$C_{p'}(180^\circ)$	$\hat{C}_{L'}$	$-R_{pp}$	$C_{L'}$
0.072	4	0.210	88	0.10	0.10	0.05	0.15	0.45	0.11
0.15	4	0.212	85	0.05	0.05	0.03	0.08	0.12	0.045
0.44	4	0.210	82	0.08	0.07	0.04	0.12	0.63	0.10
0.50	10	0.209	81	0.11	0.10	0.06	0.18	0.68	0.15
0.61	10	0.207	79	0.21	0.19	0.12	0.31	0.73	0.27
0.72	10	0.204	78	0.26	0.23	0.17	0.38	0.77	0.34
0.81	10	0.203	80	0.27	0.25	0.20	0.41	0.88	0.38
2.03	40	0.194	78	0.35	0.30	0.24	0.50	0.86	0.47
6.10	40	0.187	77	0.38	0.33	0.31	0.56	0.78	0.50
21.4	120	0.189	76	0.43	0.35	0.30	0.60	0.74	0.52

Figura 10: Resultados experimentais e numéricos para St e Re . Retirado de: NORBERG (2003).

2.5 Forças Fluidomecânicas

Segundo ÁSSI (2005) e CICOLIN (2014) o desprendimento ao redor do cilindro altera o campo de pressão em seu entorno, produzindo uma força fluidomecânica cíclica no corpo. Tal força tem direção, magnitude, varia no tempo e pode ser decomposta em

Re	Autor	St
100	Braza <i>et al.</i> (1986) numérico	0,16
100	Sa & Chang (1991) numérico	0,155
100	Meneghini (1993) numérico	0,162
100	Williamson (1991) experimental	0,164
200	Braza <i>et al.</i> (1986) numérico	0,20
200	Borthwick (1986) numérico	0,188
200	Sa & Chang (1991) numérico	0,186
200	Meneghini (1993) numérico	0,195
200	Williamson (1991) experimental	0,196
10000	Ribner & Etkin (1958) apud Roshko (1961) experimental	0,20

Figura 11: Resultados experimentais e numéricos para St e Re . Retirado de: ÁSSI (2005).

dois componentes, como ilustrado na figura 12: força de arrasto (ou *drag*) F_D , projetada na direção do escoamento incidente ao longe, e força de sustentação (ou *lift*) F_L , projetada perpendicularmente à direção do escoamento incidente. Tais forças podem ser adimensionalizadas, formando os coeficientes de arrasto (C_D) e de sustentação (C_L):

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 DL}; C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 DL} \quad (2.3)$$

Onde, a expressão $\frac{1}{2}\rho U_\infty^2$ representa a pressão dinâmica e D_L é a área projetada do corpo, ambos são usados para representar o campo de pressões ao redor da parede, de forma adimensional, em termos dos coeficientes de pressão, enquanto F_L e F_D representam as forças.

Como trazido anteriormente, as forças são variáveis no tempo e cíclicas, ou seja, o campo de pressões também é, o que faz com que seja possível decompor C_D e C_L em componentes médias $\overline{C_D}$, $\overline{C_L}$ e flutuantes C'_D , C'_L como pode ser observado na Equação 2.4

$$C_D = \overline{C_D} + C'_D; C_L = \overline{C_L} + C'_L \quad (2.4)$$

Neste trabalho foi atribuído aos valores de C'_D e C'_L a flutuação quadrática média (*RMS - root mean square*), assim como nos trabalhos de WILLIAMSON (1996a) e NORBERG (2003). Na figura 13 são apresentados os valores de ambos os coeficientes para diferentes valores de Re

CICOLIN (2014) discute ainda que, devido à simetria do escoamento, o coeficiente

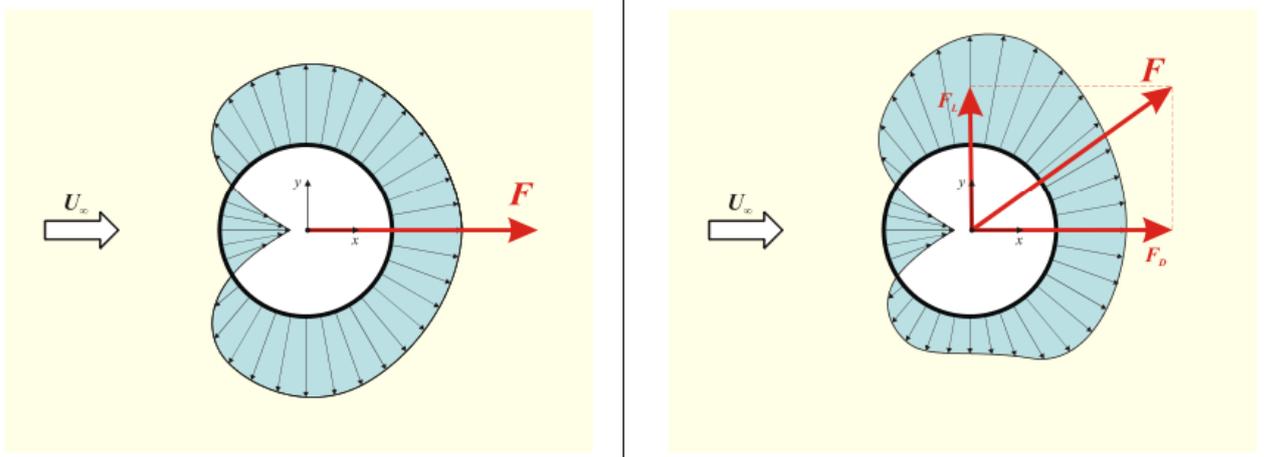


Figura 12: Decomposição da força que age sobre o cilindro. Retirado de: ÁSSI (2005).

de arrasto médio é nulo ($\overline{C_D} \approx 0$), enquanto o coeficiente de sustentação flutuante (C'_L) começa a ser significativo a partir do momento em que se inicia o desprendimento de vórtices no regime laminar.

2.6 Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV)

A vibração induzida por vórtices (VIV) em estruturas é de interesse prático para muitas áreas da engenharia. Alguns exemplos citados por WILLIAMSON e GOVARDHAN (2004) são, vibrações causadas por VIV em tubos de trocadores de calor; influencia a dinâmica *risers* que transportam petróleo do leito marinho até a superfície; é importante para o design de estruturas de engenharia civil, como pontes e chaminés, bem como para o design de veículos marítimos e terrestres; e pode causar vibrações de grande amplitude em estruturas ancoradas no oceano. Devido às diversas aplicações do VIV e a importância do fenômeno, pode-se citar diversas pesquisas e livros relevantes na área, como BLEVINS (1990), PAIDOUSSIS, DE LANGRE e PRICE (2010), WILLIAMSON e GOVARDHAN (2004), BEARMAN (1984), NORBERG (2003), ZDRAVKOVICH (1988, 1997), SARP-KAYA (1979) e PARKINSON (1989), entre outros.

ÁSSI (2005) traz uma explicação simplificada e didática para o entendimento das interações fluido-estrutura, a força de excitação que leva uma estrutura à oscilação vem do escoamento. O corpo e o fluido estão acoplados pela interface entre as fronteiras, isto é, a parede do corpo. A força fluida exercida na parede deforma ou desloca o corpo, que ganha uma nova orientação em relação ao escoamento, de tal forma que a força fluida pode se alterar para esta nova configuração. O fluido exerce força sobre a estrutura e esta responde exercendo força oposta ao fluido. Assim, estabelece-se o mecanismo de interação

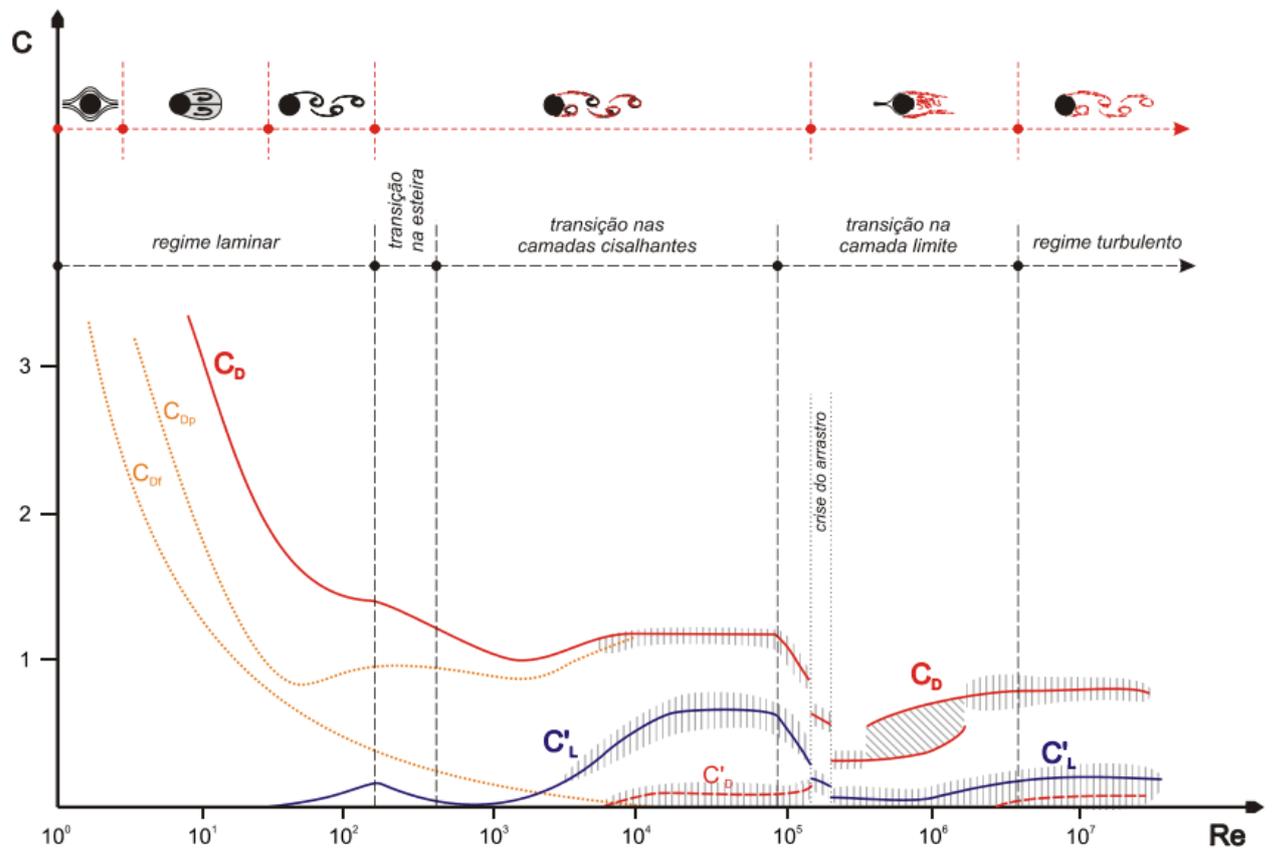


Figura 13: Comportamento dos coeficientes de arrasto e sustentação para diferentes valores de Re e configurações de esteira. Retirado de: ÁSSI (2005).

entre o fluido e a estrutura. A força fluida aplicada na estrutura tem origem no campo de pressões que o escoamento exerce sobre o corpo rombudo. Se o fenômeno fluido possuir um comportamento cíclico, o campo de pressões oscilará ciclicamente na parede do corpo e a força resultante exercida será periódica.

Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV) é uma das interações fluido-estrutura típicas de corpos rombudos (PAIDOUSSIS; DE LANGRE; PRICE, 2010). Os fenômenos de alternância da emissão de vórtices e a alteração periódica do campo de pressões na parede do cilindro, discutidos anteriormente, são os fatores predominantes para a geração da força fluida de excitação do fenômeno de VIV.

Através da Figura 14 é possível observar que o campo de pressões na parede está sincronizado com a geração dos vórtices na esteira. ÁSSI (2005) explica como se dá esse ciclo, quando um vórtice se forma, ocorre uma diminuição da pressão em seu lado do cilindro, resultando em uma força de sustentação direcionada para esse lado. Durante um ciclo completo de formação, essa força varia do seu valor máximo positivo para o máximo negativo e volta ao valor positivo inicial. Portanto, a variação da força de sustentação

coincide com a frequência de formação dos vórtices na esteira. Além da força de sustentação, o fenômeno conta também com a força de arrasto, que também flutua ao longo do ciclo de emissão de vórtices. Porém, diferentemente da força de sustentação, a força de arrasto apresenta apenas flutuações de magnitude, sem alteração de direção (sempre aponta para a direção do escoamento). A frequência de flutuação da força de arrasto é o dobro da frequência de emissão de vórtices da esteira e da frequência de flutuação de sustentação, visto que, ao longo de um ciclo de emissão, um vórtice de cada lado do cilindro é emitido, de modo que o campo de pressões que causa a força de arrasto é modificado duas vezes.

Portanto, as vibrações podem ocorrer tanto no sentido do escoamento quanto principalmente no sentido transversal ao escoamento, onde tipicamente são observadas as maiores flutuações e amplitudes, ($A \sim O(D)$, quando a frequência de emissão de vórtices se aproxima de uma das frequências naturais do sistema). Cabe destacar que este trabalho foca nas vibrações para viabilidade de geração de energia, visando simular a geração de energia para diferentes frequências naturais do cilindro, variando seu material. Vale notar que a dinâmica de geração de vórtices é muito associada à dinâmica da camada limite e sua separação, ou seja, com a vorticidade do escoamento (SAFFMAN, 1993).

Todo sistema dinâmico, incluindo cilindros, pode entrar em ressonância, caracterizada pela amplificação de vibrações quando a frequência de emissão de vórtices (f_S), que determina a força fluida de excitação, se aproxima da frequência natural (f_N) do oscilador, responsável pela resposta dinâmica de oscilação. Nessa condição, as amplitudes de vibração podem alcançar magnitudes comparáveis ao diâmetro do cilindro, favorecendo a coleta de energia. (CICOLIN, 2014; FACCHINETTI; DE LANGRE; BIOLLEY, 2004; KHALAK; WILLIAMSON, 1999).

2.7 Resposta típica e *Lock-in*

A resposta típica em amplitude da VIV não segue o comportamento clássico de ressonância linear. Efeitos não lineares do escoamento prevalecem. O fenômeno de *lock-in* é um dos principais fenômenos em sistemas de VIV (PAIDOUSSIS; DE LANGRE; PRICE, 2010). Para entender melhor como se dá o efeito de *lock-in*, SILVA (2013) explica que, diferentemente de osciladores harmônicos comuns, que respondem à entrada do sistema com a mesma frequência em que são excitados, em sistemas sujeitos a VIV, uma vez que o sistema de excitação (desprendimento de vórtices) está intimamente ligado ao sistema excitado (cilindro), fazendo com que a movimentação do corpo altere o padrão de emissão

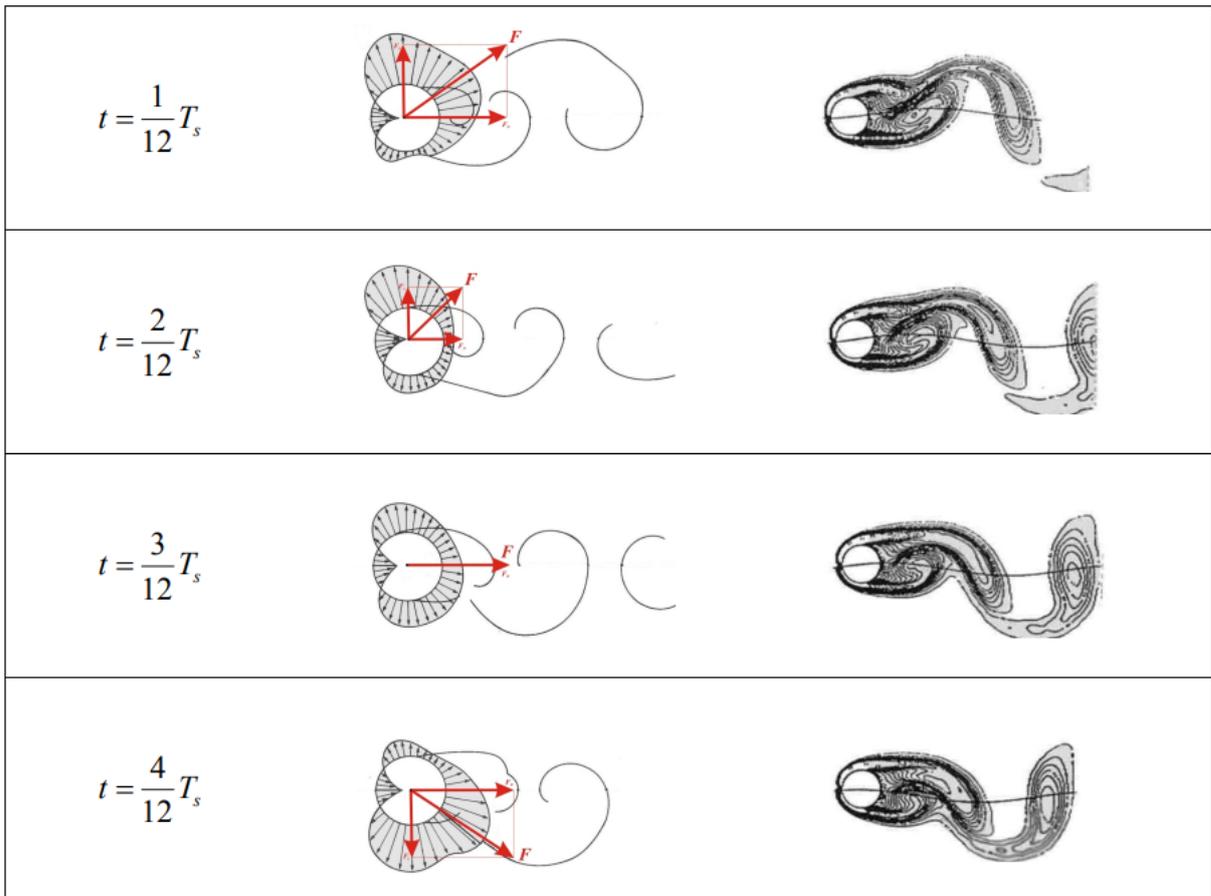


Figura 14: Variação do campo de pressão na parede para aproximadamente um terço do ciclo de emissão de vórtices. Retirado de: ÁSSI (2005).

de vórtices e, conseqüentemente, seu próprio carregamento. Portanto, dado um cilindro oscilando com o escoamento, ao aumentar a velocidade do escoamento, em algum ponto o sistema irá atingir a ressonância (caracterizada pelas altas amplitudes atingidas pelo cilindro), que se manterá por uma região de velocidades, devido à retroalimentação do sistema, uma vez que a frequência de emissão de vórtices é capturada pela frequência de vibração do cilindro, mantendo a sincronização para uma faixa de velocidades.

Para análise da resposta típica GOVARDHAN e WILLIAMSON (2000) trazem alguns parâmetros adimensionais do VIV, tais parâmetros são descritos por ÁSSI (2005) e CICOLIN (2014). A adimensionalização dos parâmetros auxiliou na padronização, facilitando a análise dos dados.

Vale destacar que, na Tabela 3, os parâmetros são mais generalizados, sem considerar o meio em que o cilindro está imerso. Quando o fluido é o ar, não há necessidade de adaptação dos parâmetros, visto que a massa de ar deslocada é muito pequena em comparação à massa do sistema. Porém, se o fluido é a água, não se pode desconsiderar o deslocamento de massa, principalmente em situações de desprendimento de vórtices em

Tabela 3: Parâmetros adimensionais adaptado de ÁSSI (2005), CICOLIN (2014) e GOVARDHAN e WILLIAMSON (2000).

Parâmetro	Expressão	Definição
U^*	$\frac{U_\infty}{f_N D}$	Velocidade Reduzida: Razão entre a velocidade do escoamento ao longe (U_∞) e o produto entre a frequência natural do sistema (f_N) e o diâmetro do cilindro (D)
m^*	$\frac{m}{m_\vee} = \frac{m}{\rho\pi\frac{D^2}{4}L}$	Razão de massa: Razão entre a a massa de todo o sistema que oscila (m) e a massa de fluido deslocada pelo cilindro submerso (m_\vee)
A^*	$\frac{y_0}{D} = \frac{A}{D}$	Amplitude reduzida: Razão entre a amplitude de oscilação do cilindro e ($y_0 \equiv A$) e o diâmetro do cilindro (D)
f^*	$\frac{f}{f_N}$	Frequência reduzida: Razão entre a frequência de oscilação do cilindro (f) e a frequência natural do sistema (f_N)
ζ	$\frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{km}}$	Razão de amortecimento: Razão entre o amortecimento estrutura (c) e o amortecimento crítico ($c_{cr} = 2\sqrt{km}$)

cilindros. Segundo SILVA (2013), os efeitos de desprendimento de vórtices são intrinsecamente viscosos. KHALAK e WILLIAMSON (1999) trazem novas expressões adimensionais utilizando o conceito de que a massa adicional para uma situação de vibração de cilindro é aquela que efetivamente acompanha o movimento do corpo, estando em fase com sua aceleração.

$$C_A = \frac{m_a}{m_\vee} \quad (2.5)$$

$$C_{EA} = \frac{1}{2\pi^3} \frac{C_L \cos(\phi)}{A^*} \left(\frac{U^*}{f^*}\right)^2 \quad (2.6)$$

$$f_N = \sqrt{\frac{k}{(m + m_a)}} \quad (2.7)$$

$$\zeta_w = \frac{c}{2\sqrt{k(m + m_a)}} \quad (2.8)$$

C_a representa a relação entre a massa adicional causada pelo movimento do corpo imerso no fluido (m_a) e a massa deslocada pelo volume do corpo imerso (m_\vee). C_{EA} é o coeficiente efetivo de massa adicional, enquanto f_N e ζ_w representam, respectivamente, a nova frequência natural e o novo fator de amortecimento.

Utilizando os parâmetros generalizados, bem como as equações e conceitos associados à adição do efeito de deslocamento de massa de água, KHALAK e WILLIAMSON (1999) apresentam novos parâmetros adimensionais, apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Novos parâmetros adimensionais com consideração dos efeitos do deslocamento de massa adaptado de SILVA (2013).

Parâmetro	Expressão	Definição
U^*	$\frac{U_\infty}{f_N D}$	Velocidade Reduzida considerando a frequência natural do corpo na água
A^*	$\frac{1}{4\pi^3} \frac{C_l \sin(\phi)}{(m^* + C_A)\zeta} \left(\frac{U^*}{f^*}\right)^2 f^*$	Amplitude reduzida considerando o coeficiente efetivo de massa adicionada
f^*	$\frac{f}{f_N} = \sqrt{\frac{m^* + C_A}{m^* + C_{EA}}}$	Frequência reduzida considerando o efeito de massa adicional

Apesar de não ser trazido nesse trabalho, é interessante citar para conhecimento e para pesquisas futuras mais três parâmetros que são frequentemente utilizados para essas análises e são combinações dos parâmetros de massa e amortecimento. Tais parâmetros podem ser observados na Tabela 5

Tabela 5: Parâmetros adimensionais combinados adaptado de SILVA (2013) e ÁSSI (2005).

Parâmetro	Descrição
$(m^* \zeta)$	Parâmetro de massa-amortecimento
$S_G = 2\pi^3 S_t^2 (m^* \zeta)$	Parâmetro de Skop-Griffin
$S_c = \frac{\pi}{2} (m^* \zeta)$	Número de Scruton

Como já apresentado anteriormente, diversos livros e artigos mostram que a variação do número de Strouhal se encontra por volta de $St \approx 0,2$ para uma ampla faixa de $10^2 < Re < 10^6$. Portanto, é possível estimar a ordem de grandeza da velocidade do escoamento onde ocorre a ressonância entre as frequências $f \approx f_N$, como pode ser observado nas equações 2.9 e 2.10:

$$f = \frac{U_\infty St}{D} \approx 0,2 \frac{U_\infty}{D} \quad (2.9)$$

$$U^* = \frac{U_\infty}{f_N D} \approx \frac{U_\infty}{f D} \approx \frac{1}{0,5} \approx 5 \quad (2.10)$$

Como já exposto anteriormente, durante o *lock-in*, a amplitude pode atingir a ordem de grandeza do cilindro ($A \sim O(D)$). Porém, FENG (1968) e KHALAK e WILLIAMSON (1999) observaram que a amplitude e os ramos de resposta estão diretamente associados aos parâmetros de massa e amortecimento do sistema, pois o primeiro obteve um pico de amplitude na ressonância da ordem de $A = 0,6, D$, enquanto o segundo obteve amplitude da ordem de $A = 0,9, D$, sendo que a diferença do parâmetro m^* era da ordem de 20x. Portanto, é possível observar que os parâmetros de massa e amortecimento têm papel fundamental no comportamento da resposta do sistema. Pensando nisso, KHALAK e WILLIAMSON (1999) afirmam: "A amplitude máxima depende do parâmetro combinado ($m^*\zeta$), quanto maior for este parâmetro de massa-amortecimento, menor será a amplitude do pico de ressonância". Tal fato pode ser observado na Figura 15. É interessante também mencionar que a largura da faixa de U^* em que se obtém o *lock-in* está relacionada ao parâmetro m^* ; um incremento na massa reduzida provoca uma diminuição na largura de sincronização.

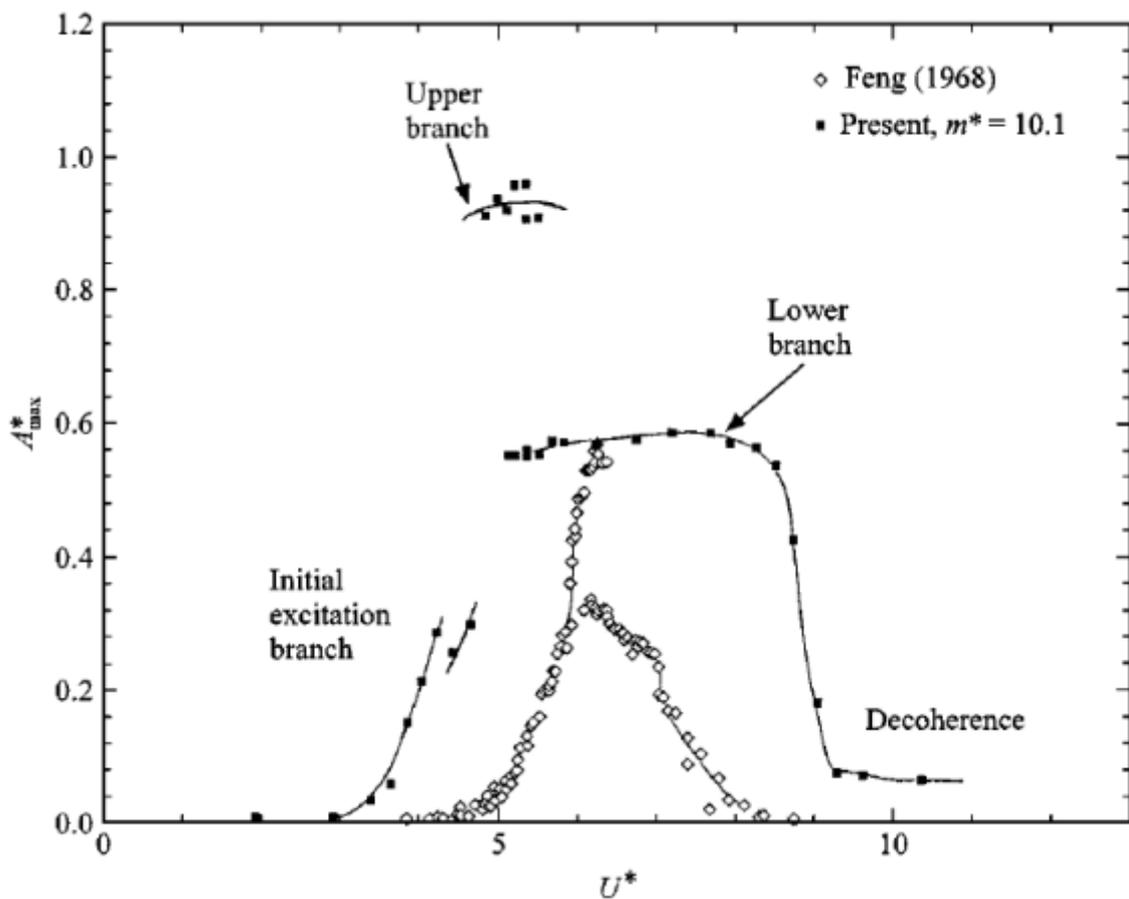


Figura 15: Amplitude reduzida em função de diferentes velocidades reduzidas com ($m^*\zeta$) distintos. (FENG, 1968): $m^* = 248$ e $m^*\zeta \approx 3,28$; (KHALAK; WILLIAMSON, 1999): $m^* = 10,1$ e $m^*\zeta \approx 0,13$ Retirado de: KHALAK e WILLIAMSON (1999).

SILVA (2013) traz uma explicação sobre os três ramos de resposta, observada na Figura 15:

- Ramo inicial (*Initial Excitation*): Ramo em que a frequência de emissão de vórtices é ligeiramente menor que a frequência natural do sistema e, portanto, onde se tem menores valores de amplitude de VIV;
- Ramo superior (*Upper Branch*): Ramo em que há grandes amplitudes de resposta de VIV em função da sincronização da frequência de emissão de vórtices com a frequência natural do cilindro, $f \approx f_N$;
- Ramo inferior (*Lower Branch*): Ramo em que a sincronização é mais evidente porém com respostas em valores menores que as do *Upper Branch*, em um prenúncio da interrupção do quadro ressonante.

É interessante também observar a relação entre os parâmetros de frequência reduzida (f^*) e velocidade reduzida (U^*), como ilustrado na Figura 16, que apresenta a relação linear entre a frequência de emissão (f) e a velocidade reduzida, evidenciando o coeficiente angular determinado pelo número de Strouhal ($St = 0,20$).

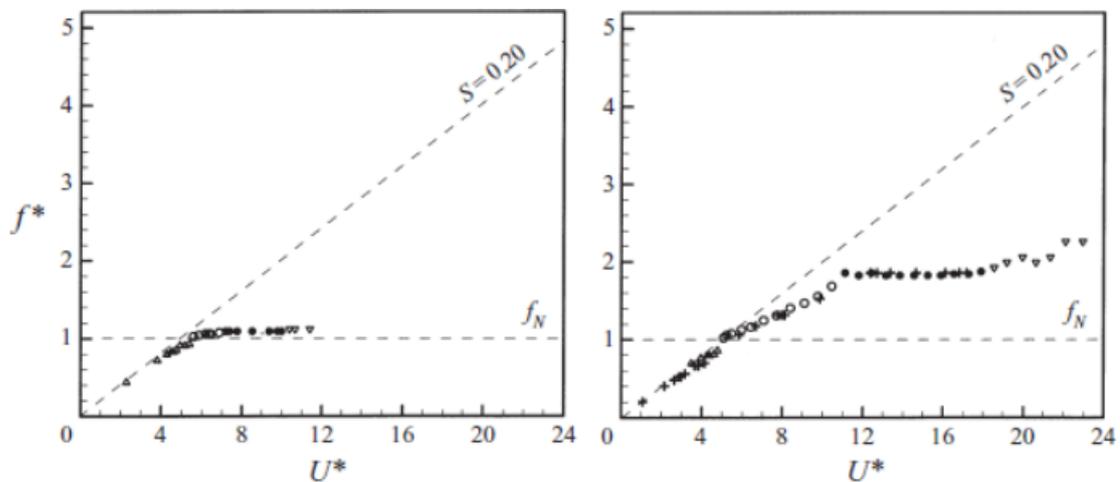


Figura 16: Frequência reduzida em função da velocidade reduzida com m^* distintos. 1ª imagem: $m^* = 10,3$; 2ª imagem $m^* 1,2$. Retirado de: GOVARDHAN e WILLIAMSON (2000).

2.8 Método dos elementos finitos

Segundo HIRSCH (2007), o método dos elementos finitos teve origem no campo da análise estrutural, principalmente entre 1940 e 1960. O conceito de "elementos" remonta

às técnicas usadas em cálculos de tensão, em que uma estrutura é subdividida em pequenas subestruturas de várias formas, sendo remontada após a análise de cada 'elemento'. Hoje, após os desenvolvimentos iniciais em um contexto de engenharia, os matemáticos colocaram o método dos elementos finitos em uma estrutura muito elegante, rigorosa e formal, com condições matemáticas precisas para critérios de existência, convergência e limites de erro rigorosamente derivados.

ARNDT (2013) descreve o método dos elementos em 3 passos principais:

- 1) O espaço Ω é discretizado em elementos poligonais com finitos graus de liberdade chamados então de "elementos", transformando sistema de equações diferenciais parciais em um sistema discreto;
- 2) Definir em cada elemento uma representação paramétrica das variáveis desconhecidas, baseada em famílias de funções interpoladoras ou de forma, associadas a cada elemento;
- 3) Definir uma formulação integral das equações a serem resolvidas para cada elemento (célula) do espaço discretizado, resolvendo então, não o problema inicial, mas o sistema discreto (sendo ele linear ou não, que é o caso de escoamentos).

Sendo assim é possível obter uma solução aproximada do problema, resolvendo um problema discreto ou um conjunto de equações. Segundo SOUZA (2013) a ideia dos elementos finitos é tomar um espaço discreto de dimensão finita $X^h \subseteq X$ com funções polinomiais por partes, sendo possível encontrar algum parâmetro (no caso desse trabalho velocidade e pressão) de maneira discreta, $u^h \in X^h$. BURDEN, FAIRES e BURDEN (2016) trazem uma análise interessante para os problemas com condições de contorno como sendo inicialmente um problema de escolha, a partir do conjunto de todas as funções suficientemente diferenciáveis que satisfazem as condições de contorno, da função que minimiza uma certa integral.

2.8.1 Método dos elementos finitos em uma dimensão

Para simplificar o entendimento do método dos elementos finitos, é útil trazer o método para casos mais simples, que são aqueles com somente uma dimensão. Para esses casos, tem-se um espaço de dimensão finita com funções lineares por partes, de modo que $0 = x_0 < x_1 < \dots < x_N < x_{N+1} = 1$ seja a partição da malha com subintervalos $[x_{j-1}, x_j]$, com $j = 1, \dots, N + 1$, igualmente espaçados por um intervalo h . Seja

X^h o conjunto de funções $u^h(x, t)$ que são lineares em cada subintervalo, contínuas em $[0, 1]$, e com condições de contorno $u^h(0, t) = 0$ e $u^h(1, t) = 0$, como pode ser observado na Figura 17. Para encontrar uma solução para $u^h(x, t) \in X^h$, é necessário calcular os valores de $\hat{u}^h(t) = u^h(x_j, t)$ em cada nó x_j , com $j = 0, \dots, N + 1$, sendo os graus de liberdade. Sendo assim, utiliza-se funções base (*Trial Functions* ou Funções Interpoladoras) $\phi_j(x_i) \in X^h$, para $j = 1, \dots, N$, ou seja, cada subintervalo, de modo que $\phi_j(x_i) = 1$ se $i = j$, ou $\phi_j(x_i) = 0$ se $i \neq j$. Em outras palavras, ϕ_j assume o valor 1 no nó x_j e 0 nos demais nós. O funcionamento da função base pode ser observado na Figura 18.

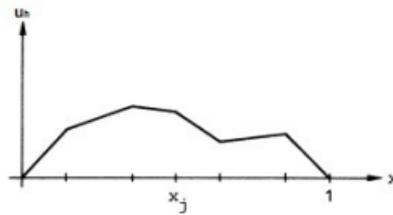


Figura 17: Exemplo de função arbitrária $u^h \in X^h$. Retirado de: SOUZA (2013).

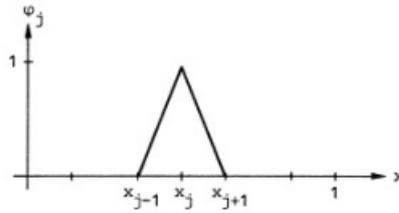


Figura 18: Mecanismo da função base linear (ϕ). Retirado de: SOUZA (2013).

Com isso é possível obter para cada $u(x, t) \in X^h$ uma única combinação linear da função ϕ_j , que pode ser observada na Equação 2.11

$$u(x, t) = \sum_{j=1}^N \hat{u}_j \phi_j(x) \quad (2.11)$$

2.8.2 Método dos elementos finitos em duas dimensões

Em duas dimensões, considera-se Γ como o contorno do polígono de domínio Ω . A discretização do domínio é realizada por meio da triangularização de Ω , que o subdivide em um conjunto $T^h = \cup_{j=1}^N K_j$ de triângulos não sobrepostos K_j , onde nenhum vértice de um triângulo se encontra no lado de outro triângulo, como pode ser observado na Figura 19.

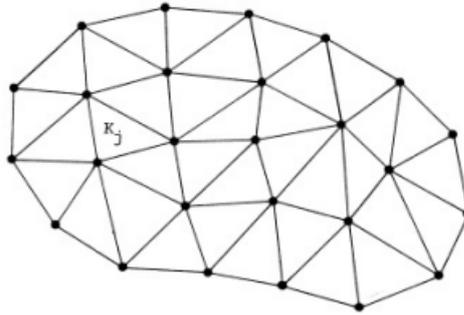


Figura 19: Malha 2D com funções base lineares. Retirado de: SOUZA (2013).

Assim como no caso de uma única dimensão, as funções base para duas dimensões podem ser definidas da seguinte maneira:

$$\phi_j(M_i) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (2.12)$$

onde $M_i = (x_i, y_i)$ são os nós da malha. Para duas dimensões para obtermos $u(x, y, t) \in X^h$, onde $u^h(x, y, t) = (u^{h,1}(x, y, t), u^{h,2}(x, y, t))$ é dado pela Equação 2.13

$$u^{h,k}(x, y, t) = \sum_{j=1}^N \hat{u}_j^k(t) \phi_j(x, y), \quad \hat{u}_j^k(t) = u^{h,k}(N_j, t) = u^{h,k}(x_j, y_j, t), \quad x, y \in \Omega \cup \Gamma \quad (2.13)$$

onde $k = 1, 2$.

2.8.3 Tipos de Elementos Finitos

Neste trabalho, os tipos de elementos significativos são aqueles com funções bases lineares, como ilustrado nas Figuras 18 (1D) e 20 (2D), onde os triângulos hachurados representam os triângulos com um nó em comum, ou seja, onde $\phi \neq 0$, e aqueles com funções bases quadráticas, como mostrado nas Figuras 21 e 22. Vale destacar que, com a utilização de funções base quadráticas, há um aumento significativo na quantidade de graus de liberdade: em uma dimensão, cada função local possui três graus de liberdade, em vez de dois. Em duas dimensões, o número de graus de liberdade aumenta de três para seis com o uso de funções base quadráticas.

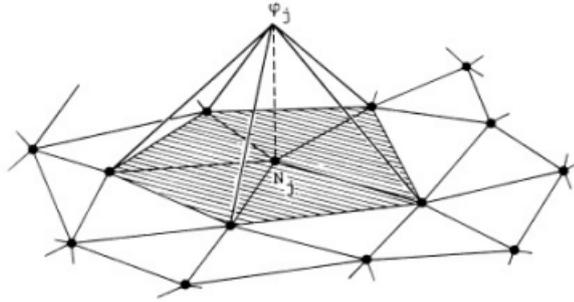


Figura 3.4: Função base linear 2D

Figura 20: Mecanismo de função base linear (ϕ) para duas dimensões. Retirado de: SOUZA (2013).

2.8.4 Elementos Finitos Lagrangianos

Segundo FreeFEM (2023), existem três tipos de elementos finitos Lagrangianos, classificados de acordo com as funções base: o Elemento-P0, com funções base constantes; o Elemento-P1, com funções base lineares; e o Elemento-P2, com funções base quadráticas.

Nos Elementos-P0, para cada triângulo T_k , a função base ϕ_k é dada por:

$$\phi_j(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } (x) \in T_k \\ 0, & \text{se } (x) \notin T_k \end{cases} \quad (2.14)$$

Então para os vértices q^{ki} , $i = 1, 2, \dots, d + 1$, portanto a função u_h é dada da seguinte forma $u_h(x, y) = \sum_k u(\frac{\sum_i q^{ki}}{d+1})\phi_k$.

Nos Elementos-P1, para cada vértice q^i , a função base ϕ_i é dada por:

$$\begin{aligned} \phi_i(x, y) &= a_i^k + b_i^k x + c_i^k y \text{ para } (x, y) \in T_k \\ \text{notar que } \phi_i(q^i) &= 1, \text{ se } i = j, \text{ e } \phi_i(q^j) = 0, \text{ se } i \neq j \end{aligned} \quad (2.15)$$

Na figura 23 é possível observar que a função base $\phi_{k1}(x, y)$ com o vértice q^{k1} no ponto $p = (x, y)$ no triângulo T_k coincide com as coordenadas do baricentro λ_1^k e:

$$\phi_{k1}(x, y) = \lambda_1^k(x, y) = \frac{\text{Área do triângulo } (p, q^{k2}, q^{k3})}{\text{Área do triângulo } (q^{k1}, q^{k2}, q^{k3})} \quad (2.16)$$

Sendo assim, é possível montar a equação $u_h(x, y) = \sum_{i=1}^{n_v} u(q^i)\phi_i(x, y)$.

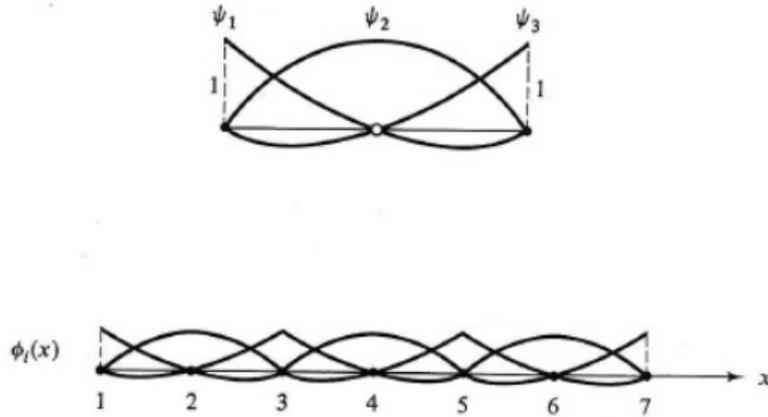


Figura 21: Mecanismo de função base quadrática (ϕ) para uma dimensão. Retirado de: SOUZA (2013).

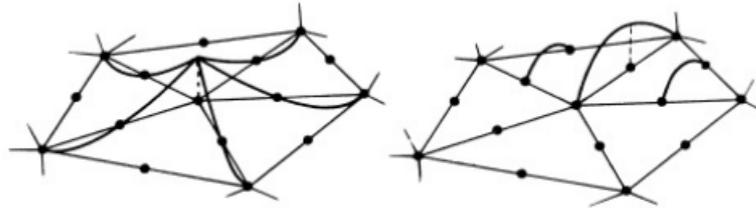


Figura 22: Mecanismo de função base quadrática (ϕ) para duas dimensões. Retirado de: SOUZA (2013).

Por fim, nos Elementos-P2 ilustrados na Figura 23, para cada vértice ou ponto-médio q^i , a função base ϕ_i é dada por:

$$\phi_i(x, y) = a_i^k + b_i^k x + c_i^k y + d_i^k x^2 + e_i^k xy + f_j^k y^2 \text{ para } (x, y) \in T_k \quad (2.17)$$

notar que $\phi_i(q^i) = 1$, se $i = j$, e $\phi_i(q^j) = 0$, se $i \neq j$

As funções base $\phi_{k1}(x, y)$, com vértice q^{k1} , são definidas pelas coordenadas baricêntricas e, para o ponto-médio, respectivamente:

$$\phi_{k1}(x, y) = \lambda_1^k(x, y)(2\lambda_1^k(x, y) - 1) \quad (2.18)$$

$$\phi_{k2}(x, y) = 4\lambda_1^k(x, y)\lambda_4^k(x, y) \quad (2.19)$$

Sendo assim, temos $u_h(x, y) = \sum_{i=1}^M u(q^i)\phi_i(x, y)$ como a soma de todos os vértices ou pontos médios.

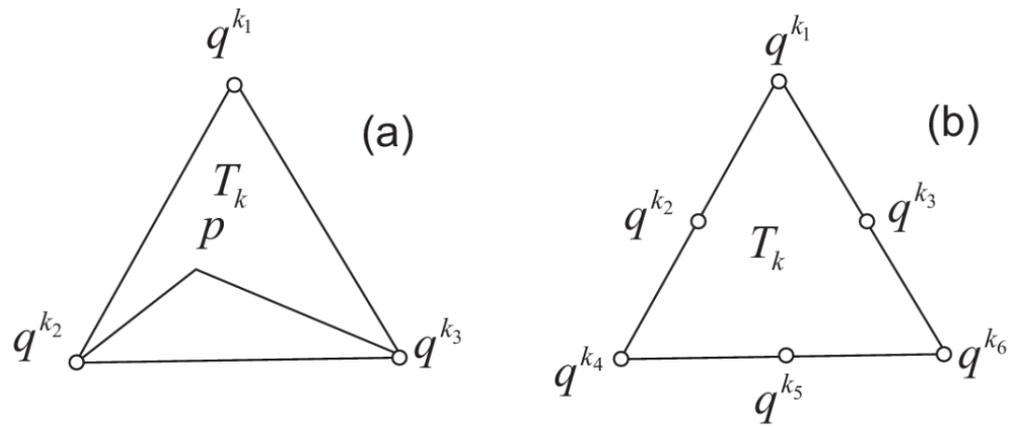


Figura 23: Elementos triangulares T_k para elementos P1 e P2. Retirado de: FreeFEM (2023).

3 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta brevemente as ferramentas numéricas a serem aplicadas e os modelos físicos, além das limitações das metodologias utilizadas. Então, as seções introduzem o método de simulação numérica das equações não-lineares do escoamento e o modelo eletro-mecânico do dispositivo de coleta de energia por vibração.

3.1 Modelagem com 1 grau de liberdade

É possível observar através da Figura 24 o esquema do sistema formado por um cilindro rígido montado sobre um conjunto de molas, amortecedores e imerso em um meio fluido escoando. O único grau de liberdade do cilindro se encontra na direção transversal ao fluxo e o conjunto mola-amortecedor resiste ao movimento nesta direção. O corpo do cilindro rígido é considerado como toda a estrutura do sistema dinâmico (massa estrutural, força de restauração e amortecimento do sistema).

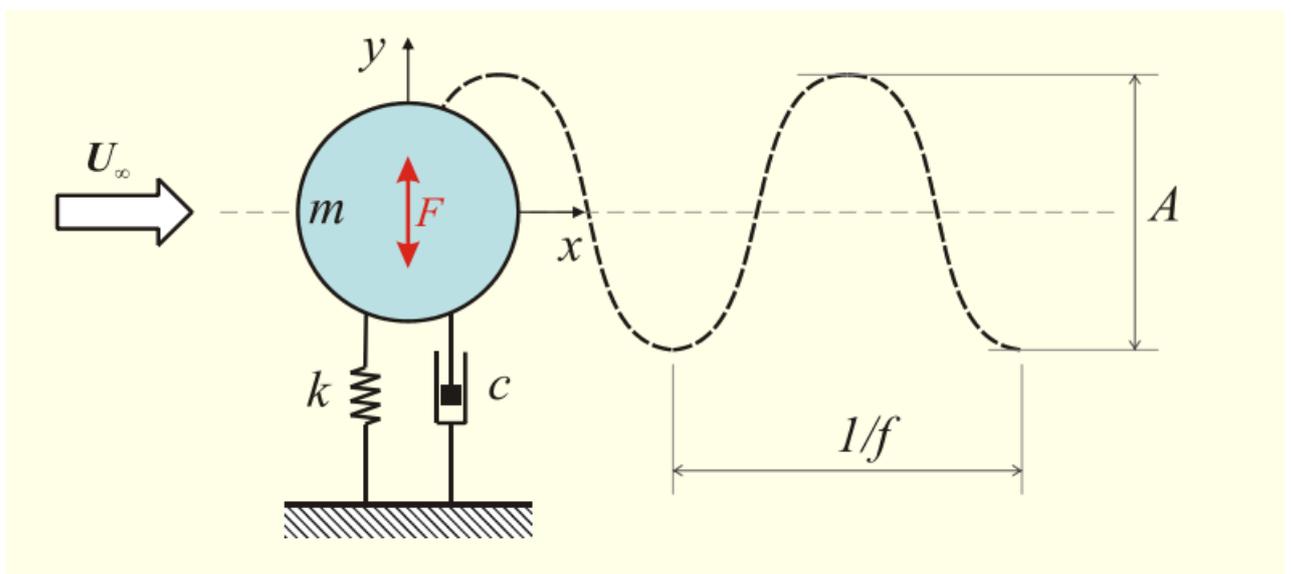


Figura 24: Sistema Massa-Mola-Amortecedor com um grau de liberdade. Retirado de: ÁSSI (2005).

O esquema torna fácil a visualização do movimento transversal $y(t)$ do cilindro, o mesmo pode ser descrito simplificada pela equação (tais equações são apresentadas a seguir somente de forma ilustrativa para entendimento da modelagem simplificada) 3.3:

$$y(t) = y_0 \sin(\omega t) \quad (3.1)$$

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t + \phi) \quad (3.2)$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(t) \quad (3.3)$$

Nas equações 3.1, 3.2 e 3.3 temos m representando a massa de todo o sistema que oscila, c , o coeficiente de amortecimento da estrutura, k , a constante proporcional da força de restauração, $F(t)$, a força fluida de excitação na direção transversal que varia no tempo, todas essas equações e funções regem o problema com 1 grau de liberdade e é trazido neste trabalho como forma de explicar simplificada o problema. ÁSSI (2005) traz que, nos regimes de oscilação em que a frequência de vibração do corpo está sincronizada com a excitação da força fluida, uma boa aproximação para $F(t)$ e $y(t)$ são as equações 3.2 e 3.1, onde F_0 é a magnitude da força fluida, y_0 é a amplitude da oscilação do corpo (A), $\omega = 2\pi f$ é a frequência angular de oscilação do corpo ($\omega_N = \frac{rad}{s}$ e $f_N = \frac{1}{s}$) e ϕ é o ângulo de fase entre a força de excitação fluida e o deslocamento do cilindro.

3.2 Fluidodinâmica computacional

HIRSCH (2007) define de maneira interessante fluidodinâmica computacional ou em inglês *Computational Fluid Dynamics (CFD)*, como um conjunto de metodologias que permite que o computador forneça simulações numéricas de escoamentos de fluido.

Neste trabalho foi simulado um escoamento bidimensional ao redor de um cilindro. O cilindro foi numericamente definido por um círculo de diâmetro d no plano (x, y) . O escoamento foi definido com uma velocidade ao longe na direção x dada por U_∞ . As escalas usadas para adimensionalizar o problema são diâmetro (d), velocidade ao longe (U_∞) e pressão ($\frac{\rho U_\infty^2}{2}$). O regime de escoamento, como já mencionado anteriormente, é governado por apenas um parâmetro, o número de Reynolds $Re = \frac{U_\infty d}{\nu}$, sendo ν a viscosidade cinemática do fluido.

3.2.1 Equação de Navier-Stokes

Neste trabalho, para todos os testes, o número de Reynolds foi fixado em $Re = 200$, sendo assim, o ambiente de simulação utilizado para as soluções numéricas seguiu as equações que regem os escoamentos viscosos laminares.

As equações 3.4 e 3.5 são as que governam esse tipo de escoamento, sendo elas a equação de Navier-Stokes e a equação da continuidade. Além das premissas de escoamento viscoso e laminar, ainda foi considerada a premissa de desprezar o efeito da aceleração da gravidade, e a de continuidade com condições de contorno adequadas (MUNSON, 2013):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 u \quad (3.4)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (3.5)$$

Para a simulação das equações de Navier-Stokes e de Continuidade aplicadas ao problema, utilizou-se o ambiente Google Colaboratory, o software Firedrake para a solução dos elementos finitos e o Gmesh para a criação da malha, conforme descrito em BALLARIN (2021) e Ham *et al.* (2023). Tanto o Google Colaboratory quanto os softwares utilizados são *open source*, sendo muito flexíveis para adaptar equações diferenciais escritas em formulação fraca e incorporar métodos de geração e adaptação de malhas (BELME; DERVIEUX; ALAUZET, 2012; FREY; ALAUZET, 2005).

3.2.2 Simulação temporal do escoamento: Método dos elementos finitos: Formulação fraca pelo método de Galerkin com elementos Taylor-Hood P2-P1

Utilizou-se um domínio finito dividido em elementos triangulares expandidos pelo elemento de Taylor-Hood P2-P1, ou seja, a velocidade é representada por um elemento-P2 de Lagrange, que aproxima os valores com polinômios de segunda ordem, enquanto a pressão é representada por um elemento-P1 de Lagrange, que aproxima os valores com polinômios de primeira ordem, como pode ser observado na Figura 25. Sendo assim, é obtida uma discretização espacial de segunda ordem de precisão (ZIENKIEWICZ; TAYLOR, 2000). Como os valores nodais são definidos pelas próprias funções desconhecidas, obtém-se uma continuidade C^0 na fronteira.

Como método dos elementos finitos, foi utilizada uma formulação fraca para as equações de Navier-Stokes, segundo BitBucket (2016), as equações de Navier-Stokes podem ser facilmente formuladas em uma forma variacional mista, significando uma forma onde as duas

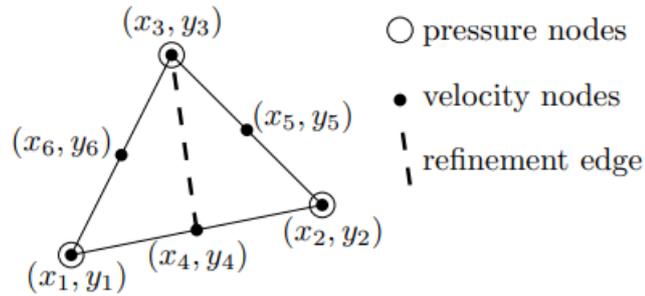


Figura 25: Elemento de Taylor-Hood P2-P1. Retirado de: BENNER *et al.* (2013).

variáveis do problema, velocidade e pressão, são aproximadas simultaneamente. BitBucket (2016) traz de forma abstrata o seguinte problema para explicação da formulação fraca, onde é necessário encontrar $(u, p) \in W$, de modo que:

$$a((u, p), (v, q)) = L((v, q)), \quad (3.6)$$

para todo $(v, q) \in W$, onde:

$$a((u, p), (v, q)) = \int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v - \nabla \cdot vp + \nabla \cdot uq \, dx, \quad (3.7)$$

$$L((v, q)) = \int_{\Omega} f \cdot v \, dx + \int_{\partial\Omega_N} g \cdot v \, ds \quad (3.8)$$

Sendo que, o espaço W deve ser uma função de espaço mista (Produto), entre V (Espaço das velocidades) e Q (Espaço das pressões), portanto $W = V \times Q$, de tal modo que $u \in V$ e $q \in Q$.

Quanto aos métodos para a pressão no escoamento incompressível, utilizou-se o método das penalidades, o qual promove uma compressibilidade artificial numérica muito pequena e controlável, sem afetar os resultados. Para a marcha no tempo, utilizou-se o método de Adams-Bashforth de 2^a ordem e múltiplos passos.

3.2.2.1 Modelagem do movimento relativo

DONEA *et al.* (2004) trazem uma explicação interessante do por que se utilizar da técnica ALE para problemas de interação fluido-estrutura, em algoritmos lagrangianos cada nó individual da malha computacional segue a partícula material associada durante o movimento, esse método é normalmente utilizado em mecânica estrutural. A descrição Lagrangiana permite um rastreamento fácil das superfícies e interfaces livres entre diferentes materiais. Sua fragilidade é sua incapacidade de acompanhar grandes distorções

do domínio computacional sem recorrer a frequentes operações de refazer toda a malha. Por outro lado, algoritmos Eulerianos são amplamente utilizados em dinâmica dos fluidos, nesse método, a malha computacional é fixa e o contínuo se move em relação à grade. Na descrição Euleriana, grandes distorções no movimento contínuo podem ser tratadas com relativa facilidade, mas geralmente à custa de uma definição precisa da interface e da resolução dos detalhes do fluxo. A diferença entre as três técnicas pode ser observada na Figura 26

Para o deslocamento de cada nó da malha, utilizou-se uma função projetada no espaço de elementos finitos, similar às usadas para velocidade e pressão, explicadas na Seção 3.2.2, porém aplicada aos campos de deslocamento da malha móvel. Para modelar esse deslocamento relativo entre os corpos imersos, foi utilizada a técnica Lagrangeana-Euleriana Arbitrária (*ALE - Arbitrary Lagrangian-Eulerian*), que, segundo HIRT, AMSDEN e COOK (1974), pode ser empregada para qualquer velocidade de escoamento, uma vez que utiliza uma malha de diferenças finitas cujos vértices podem: se mover com o fluido (Lagrangiano), permanecer fixos (Euleriano) ou se mover em qualquer direção arbitrária. Portanto, prescreve-se o movimento não uniforme para a malha do domínio do fluido, associado ao movimento e/ou deformação dos objetos imersos, ou seja, o problema é descrito na referência local de cada nó da malha, permitindo que cada nó se desloque arbitrariamente, desde que a malha não se distorça excessivamente. Para este trabalho, o movimento é atrelado ao movimento oscilatório dos cilindros, e a malha se desloca nas fronteiras de acordo com o movimento dos cilindros, no contorno externo é fixa, e nos demais nós internos se comporta como um sólido elástico linear.

A abordagem elegantemente modifica a condição de contorno e trata a malha como um referencial móvel com velocidade arbitrária para cada nó, definida por $u_{grid}(x, t)$. ZIENKIEWICZ e TAYLOR (2000) exemplificam, em termos de variáveis primitivas, a escrita da equação de continuidade 3.10 e as equações de Navier-Stokes 3.9 modificadas para uma implementação de uma malha ALE:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u - u_{grid}) \cdot \nabla u = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 u \quad (3.9)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (3.10)$$

A adição do termo $(u - u_{grid})$ corresponde à implementação do método ALE. Onde, u é a velocidade do fluido no referencial absoluto e u_{grid} é a velocidade da malha. Com isso, caso a velocidade da malha seja zero, a equação se torna uma abordagem Euleriana, e caso a velocidade da malha seja igual à velocidade do fluido, ela se torna Lagrangiana.

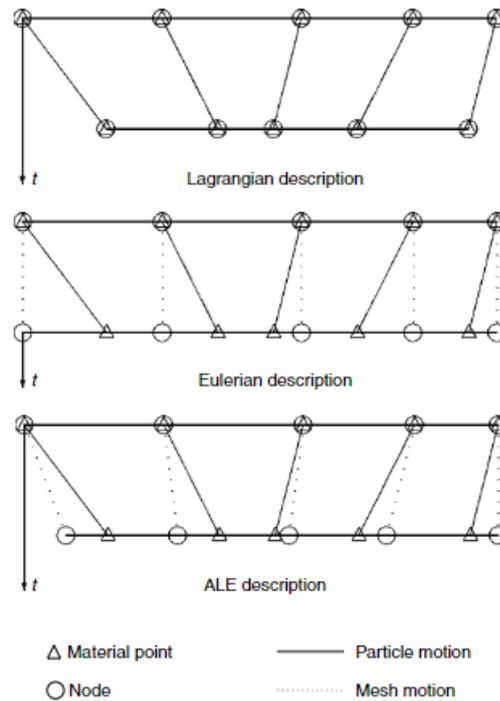


Figura 26: Diferença entre as técnicas Euleriana, Lagrangiana e ALE para uma dimensão. Retirado de: DONEA *et al.* (2004).

A velocidade da malha é adaptada ao movimento relativo dos corpos; ou seja, o movimento de cada nó da malha é calculado como se a malha se comportasse como um material elástico Hookeano, preso aos corpos que impõem deslocamento e velocidade.

Para a construção da malha, foi considerado que a mesma é um sólido elástico linear com propriedades de Lamé λ e μ inversamente proporcionais à dimensão do elemento (assim, quanto menor o elemento, mais rígido ele é).

O problema elástico isotrópico linear é, para pequenos deslocamentos:

$$-\nabla \cdot \sigma = f \quad \text{em } \Omega, \quad (3.11)$$

com o tensor de tensão:

$$\sigma := \lambda \text{Tr}(\epsilon)I + 2\mu\epsilon, \quad (3.12)$$

e o tensor de taxa de deformação simétrico:

$$\epsilon := \frac{1}{2}(\nabla u + (\nabla u)^T), \quad (3.13)$$

onde u é o campo desconhecido de deslocamento vetorial, e μ e λ são os parâmetros de Lamé.

Como já explicado, a formulação variacional consiste em multiplicar por uma função

de teste em algum espaço de elemento finito adequado, $v \in V$, e integrar. Note que desta vez, a solução u , e conseqüentemente o espaço de teste V , são vetoriais (então a multiplicação significa pegar o produto interno).

Obtemos:

$$-\int_{\Omega} (\nabla \cdot \sigma) \cdot v \, dx = \int_{\Omega} f \cdot v \, dx. \quad (3.14)$$

Como σ é uma função das derivadas de u , devemos integrar este termo por partes, resultando em:

$$\int_{\Omega} \sigma : \nabla v \, dx - \int_{\Gamma} (\sigma \cdot n) \cdot v \, ds = \int_{\Omega} f \cdot v \, dx. \quad (3.15)$$

3.2.2.2 Resolução do problema variacional

O problema variacional do escoamento incompressível é a projeção da equação no espaço de funções ponderadas.

As equações a serem resolvidas são as trazidas na seção 3.2.2.1:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u - u_{\text{mesh}} \cdot \nabla u - \nu \nabla^2 u + \nabla p = 0, \quad (3.16)$$

$$\nabla \cdot u = 0. \quad (3.17)$$

Utilizando a forma variacional ponderada pelas funções (v, q) , que representam as funções de teste no espaço de elementos finitos, obtêm-se as seguintes equações:

$$\int_{\Omega} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u - u_{\text{mesh}} \cdot \nabla u - \nu \nabla^2 u + \nabla p \right) v \, d\Omega = 0, \quad (3.18)$$

$$\int_{\Omega} (\nabla \cdot u) q \, d\Omega = 0. \quad (3.19)$$

Para resolvê-las foi utilizado o método de CHORIN (1968), onde Chorin propõe uma diferença finita de 1 passo para a derivada temporal para discretizar a parcela temporal e decompõe as equações em 3 passos:

1) Resolve-se uma estimativa para a velocidade:

$$\int_{\Omega} \left[\frac{u^* - u^p}{\Delta t} \cdot v + (u^p \cdot \nabla u^*) \cdot v - (u_{\text{mesh}} \cdot \nabla u^p) \cdot v + \nu \nabla u^* \cdot \nabla v \right] d\Omega = 0. \quad (3.20)$$

2) Impõe-se a condição de incompressibilidade usando a pressão:

$$\int_{\Omega} [\nabla p \cdot \nabla q + (\nabla \cdot u^*) q / \Delta t] \, d\Omega = 0. \quad (3.21)$$

3) Corrige-se a velocidade estimada:

$$\int_{\Omega} [u \cdot v - u^* \cdot v + \Delta t \nabla p \cdot v] d\Omega = 0. \quad (3.22)$$

3.2.2.3 Condições de contorno

Como condições de contorno para resolução das equações diferenciais parciais para velocidade e pressão foram considerados:

- Nos cilindros $U(x_{cil}, t) = u_{cil}(t)$
- Entrada e laterais $u(x_{entrada}, t) = (1, 0)$
- Na saída, foi assumido uma pressão de referência nula $p(x_{sai}) = 0$

Para a solução da equação diferencial parcial da elasticidade linear, foram consideradas as seguintes condições de contorno:

- Nos cilindros $d(x_{cil}, t) = d_{cil}(t)$ que mudam com o tempo
- Nos entornos (entrada, saída e laterais) $d(x_{entorno}) = (0, 0)$

3.3 Modelo de estrutura acoplada para converter de energia

O problema do escoamento abordado por elementos finitos, como apresentado anteriormente, está acoplado a um modelo estrutural modificado para incluir um dispositivo de coleta que converte energia mecânica em elétrica, como pode ser observado na Figura 28. Na literatura focada na representação do escoamento, o efeito do acoplamento eletromecânico é frequentemente simplificado, como no caso de uma dissipação viscosa de energia local, pois o foco dos estudos está nas condições combinadas de escoamento e propriedades estruturais que facilitam a coleta de energia. Um exemplo é o trabalho de GROUTHIER *et al.* (2014), que analisa a eficiência por meio de um modelo reduzido.

Ainda assim, para representar mais adequadamente o acoplamento eletro-mecânico, propõe-se considerar um transdutor piezoelétrico como o conversor de deformações mecânicas em eletricidade, tal qual MEHMOOD *et al.* (2013) usaram em seu trabalho. O modelo simplificado consiste em uma seção de estrutura com comportamento elástico Hookeano

acoplado com o transdutor piezoelétrico e com forçante dada pela interação com o escoamento (ABDELKEFI; HAJJ; NAYFEH, 2012).

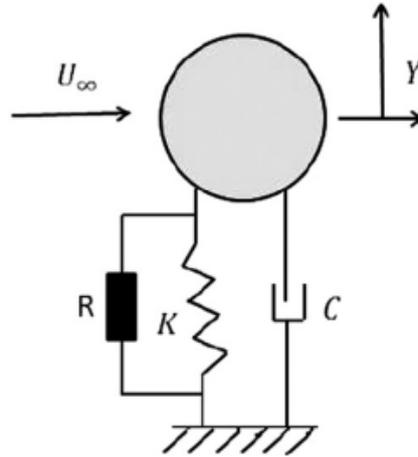


Figura 27: Esquema do coletor de energia piezoelétrico baseado no cilindro proposto, em que U_∞ representa a velocidade livre do fluxo, C e K representam, respectivamente, o amortecimento estrutural e a rigidez, enquanto R representa a resistência. Retirado de MEHMOOD *et al.* (2013).

O modelo pode ser escrito, para uma direção y como exemplo, pela combinação de um sistema massa-mola-amortecedor simples.

$$M\ddot{Y} + C\dot{Y} + KY = F_{y_{\text{fluído}}}(t, \dot{Y}, \ddot{Y}, \text{escoamento}), \quad (3.23)$$

Onde Y representa o deslocamento da estrutura, M é a massa do cilindro por unidade de comprimento, C é o amortecimento estrutural, K é a rigidez, e a força atuante representa a carga do escoamento sobre a estrutura, que depende tanto do escoamento quanto do movimento da própria estrutura.

A Equação 3.23 é resolvida simultaneamente com a forma discreta das equações 3.9 e 3.10.

Para o cálculo da energia bruta, foram utilizados dois métodos de integral numérica: o método da integral de Simpson e a integral trapezoidal. No primeiro método, a curva é aproximada por parábolas, e a área é calculada com base em parábolas ajustadas a 3 pontos. No segundo, a curva é aproximada por retas, e a área é calculada com base em retas ajustadas a 2 pontos. A curva a ser aproximada por esses métodos para integração é a curva das potências ao longo do tempo, previamente calculadas.

A curva às quais esses métodos farão a aproximação para integração será a curva das

potências no tempo, potências essas calculadas através da equação $Pot = F \cdot v$, onde F é a força de sustentação, e v a velocidade de deslocamento do cilindro.

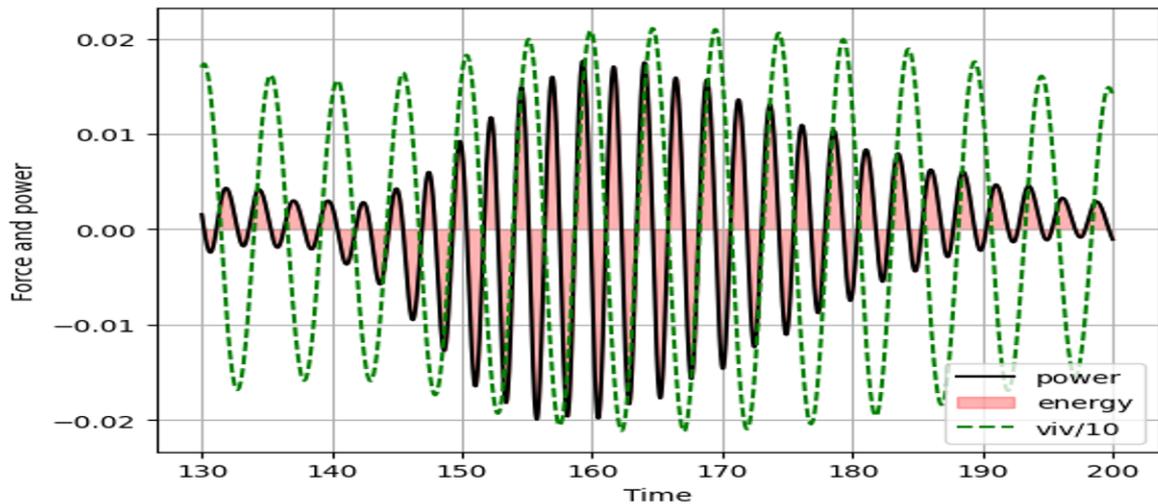


Figura 28: Curva de Força para cálculo da potência e energia gerada / consumida através das integrais de Simpson e Trapezoidal. Produzido pelo Autor.

3.4 Parâmetros, métodos de cálculo e limitações das simulações

A validação das simulações requer dados de experimentos ou de outras simulações disponíveis na literatura. Um sistema de coleta de energia por vibração induzida por vórtices tem uma variedade considerável de parâmetros: condições de escoamento, parâmetros estruturais, parâmetros elétricos e parâmetros de acoplamento. Para este trabalho, a validação das simulações de vibração induzida por vórtices foi apoiada pela extensa compilação de trabalhos publicados em NORBERG (2003) e ÁSSI (2005), para a validação do sistema fluido-estrutura foi utilizado como referência MEHMOOD *et al.* (2013). Critérios de validação de escolha de parâmetros para simulação numérica do escoamento são bem estabelecidos e aplicados em todo trabalho que preze por reprodutibilidade (ROACHE, 1994; REIS; GIORIA, 2021).

3.4.1 Parâmetros de malha e resolução

Os parâmetros de malha utilizados nas simulações computacionais foram:

- **Domínio computacional:** Retângulo de dimensão $H \times L$;

- **Cilindro:** O cilindro tem seu centro controlado pelo domínio computacional sendo $c = 0,4 \cdot L \times \frac{H}{2}$, e tem raio $r = 0,5$;
- **Caixa de controle de resolução:** A caixa que controla o tamanho dos elementos em regiões intermediárias tem dimensões $2 \cdot hh \times hh + le$, onde $hh = 2,0$ é a altura da caixa de controle e $le = 7,0$ é o comprimento;

É importante destacar que todos os parâmetros da malha foram adimensionalizados pelo diâmetro do cilindro principal.

Os parâmetros de resolução utilizados no trabalho foram:

- **Fator de resolução:** Fator que será alterado e terá as três áreas de resolução como sua função;
- **Resolução principal:** Tamanho do elemento usado nas regiões próximas ao corpo do cilindro (camadas limite);
- **Resolução da caixa de controle:** Tamanho dos elementos em regiões intermediárias, usada no controle de distribuição da malha;
- **Resolução ao longe:** Resolução das regiões ao longe, onde não ocorrem grandes mudanças no escoamento.

A resolução principal, da caixa de controle e ao longe serão sempre, respectivamente $0,05 \cdot$ fator de resolução, $\frac{5,0}{16,0} \cdot$ fator de resolução, $1,5 \cdot$ fator de resolução.

Os parâmetros de características físicas do problema foram:

- **Timestep (dt):** Para todos os testes foi utilizado timestep ($dt = 0,01$);
- **Tempo físico (T):** Para os testes em que o foco era encontrar os parâmetros de malha e de resolução, ou seja, sem VIV, foi utilizado $T = 100$, e para os testes com VIV foi utilizado $T = 200$, isso se deve à necessidade de um tempo maior para o desenvolvimento de um regime estável com VIV;
- **Velocidade ao longe (U_∞):** Assim como o diâmetro do cilindro, $U_\infty = 1,0$, foi escolhido dessa maneira para facilitar na reprodutibilidade do problema, e manter o foco na análise de parâmetros mais cruciais para o problema, como o número de Reynolds;

- **Viscosidade cinemática (ν) e Número de Reynolds (Re):** Estes parâmetros estão relacionados através da equação $Re = \frac{U_\infty \cdot D}{\nu}$ e para este problema foi escolhido o número de Reynolds $Re = 200,0$, por ter uma vasta gama de trabalhos anteriores para definição de parâmetros e por se encontrar em um regime de transição de escoamento, onde há a possibilidade de análises interessantes. Sendo assim, teremos $\nu = 0,005$

3.4.2 Métodos de cálculo para C_D , C_L , St e suas limitações

Devido à dependência temporal do escoamento em relação ao desprendimento de vórtices e à ocorrência do VIV, são necessários métodos estatísticos para calcular os valores dos coeficientes de arrasto (C_D), sustentação (C_L) e o número de Strouhal (St). Portanto, para determinar os valores de C_L e C_D , foram utilizadas as técnicas da média simples e da média quadrática, ou *Root-mean-square (RMS)*. O uso de ambas as técnicas é justificado, uma vez que os valores obtidos por RMS proporcionam uma análise da magnitude das variações, desconsiderando o sinal dos valores, enquanto a média simples fornece uma análise da tendência central das flutuações.

Para calcular a frequência da força de arrasto, o número de Strouhal (St), ou a frequência de desprendimento dos vórtices, foram empregadas duas técnicas de cálculo. Uma delas é a técnica de *zero crossing*, na qual os valores do eixo x (tempo) são determinados por interpolações, identificando os pontos onde a curva da força de sustentação muda de sinal, de negativo para positivo. As diferenças de tempo entre os instantes de troca de sinal são calculadas, determinando os períodos. As frequências são então obtidas utilizando a equação:

$$St_{zerocrossing} = f_{zerocrossing} = \frac{1}{\text{Média } T} \quad (3.24)$$

A outra técnica utilizada foi a da Transformada Rápida de Fourier, ou *Fast Fourier Transform (FFT)*, uma técnica amplamente conhecida para a análise de sinais senoidais. A motivação para o uso de ambas as técnicas é garantir uma verificação cruzada. Diferentemente das técnicas utilizadas para o cálculo dos coeficientes, nas quais cada método mede aspectos distintos, as técnicas para obtenção da frequência devem apresentar valores próximos, uma vez que realizam medições semelhantes. A principal diferença entre as técnicas é que a técnica por *zero crossing* apresenta maior precisão em intervalos curtos de tempo, enquanto o FFT é mais preciso para intervalos maiores. A FFT projeta o sinal como uma soma de senos e cossenos com frequências discretas, determinadas pelo

tempo total do sinal e pelo intervalo de amostragem. Assim, é possível detectar todas as frequências presentes no sinal, desde que estejam dentro da projeção. Além disso, como projeta senos e cossenos, a FFT garante periodicidade. Por outro lado, o *zero crossing* computa apenas as trocas de sinal de negativo para positivo e depende exclusivamente do intervalo de amostragem; portanto, a priori, a periodicidade não é assumida, sendo inferida apenas por observação. É necessário lembrar que $St = \frac{f_s D}{U_\infty}$, porém está sendo considerado $D = U_\infty = 1,0$, logo $St = f_s$.

Como as técnicas utilizadas são intrinsecamente estatísticas, existem algumas limitações, como por exemplo, é necessário que sejam retirados os *outliers*, para que sejam diminuídos os ruídos da análise. No caso de um sistema de equilíbrio dinâmico, os valores que não são relevantes para a análise correspondem ao transiente inicial, ou seja, ao período anterior ao sistema atingir um regime desenvolvido, onde as forças, embora variáveis, estejam devidamente acomodadas para o equilíbrio do sistema. Para o caso do sistema sem VIV, foi considerado que o sistema já se encontra em um regime estatisticamente desenvolvido a partir de $T = 35$ e para os sistemas com VIV a partir de $T = 140$ como pode ser observado nas Figuras 29 e 30

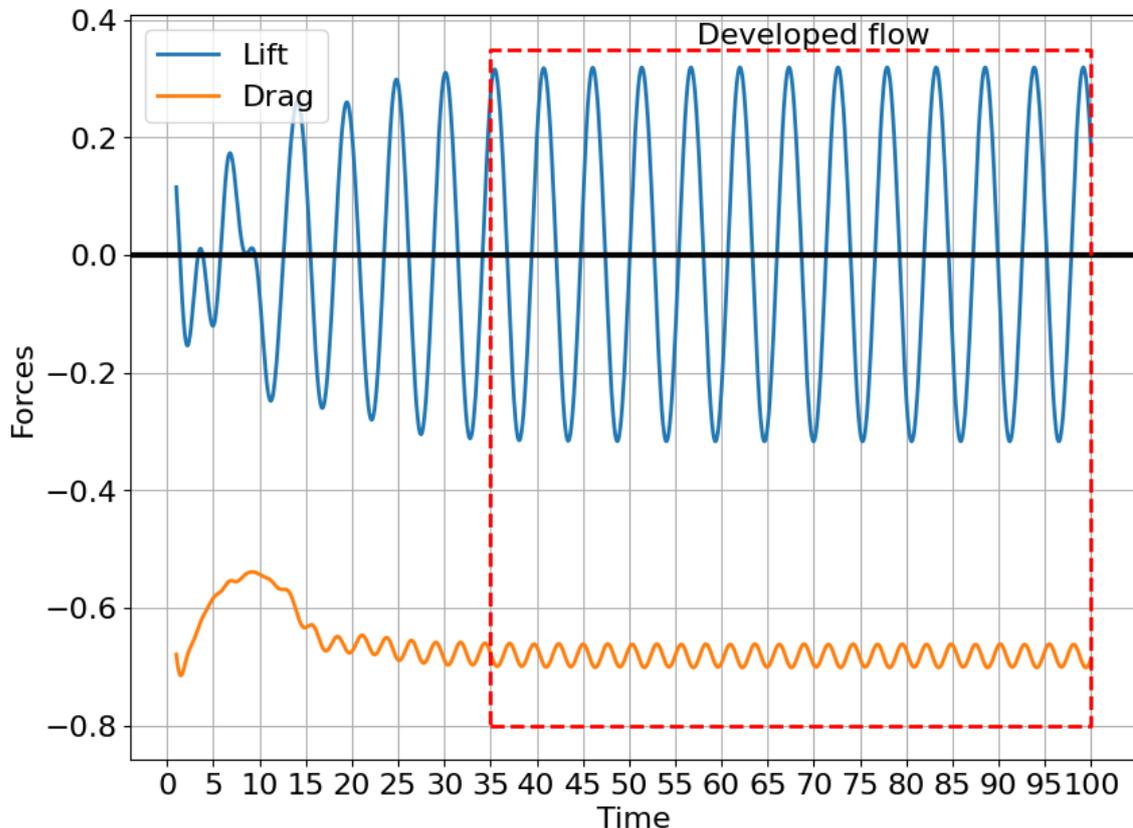


Figura 29: Gráfico de força em função tempo com destaque para o regime estatisticamente desenvolvido em sistema sem VIV. Produzido pelo autor.

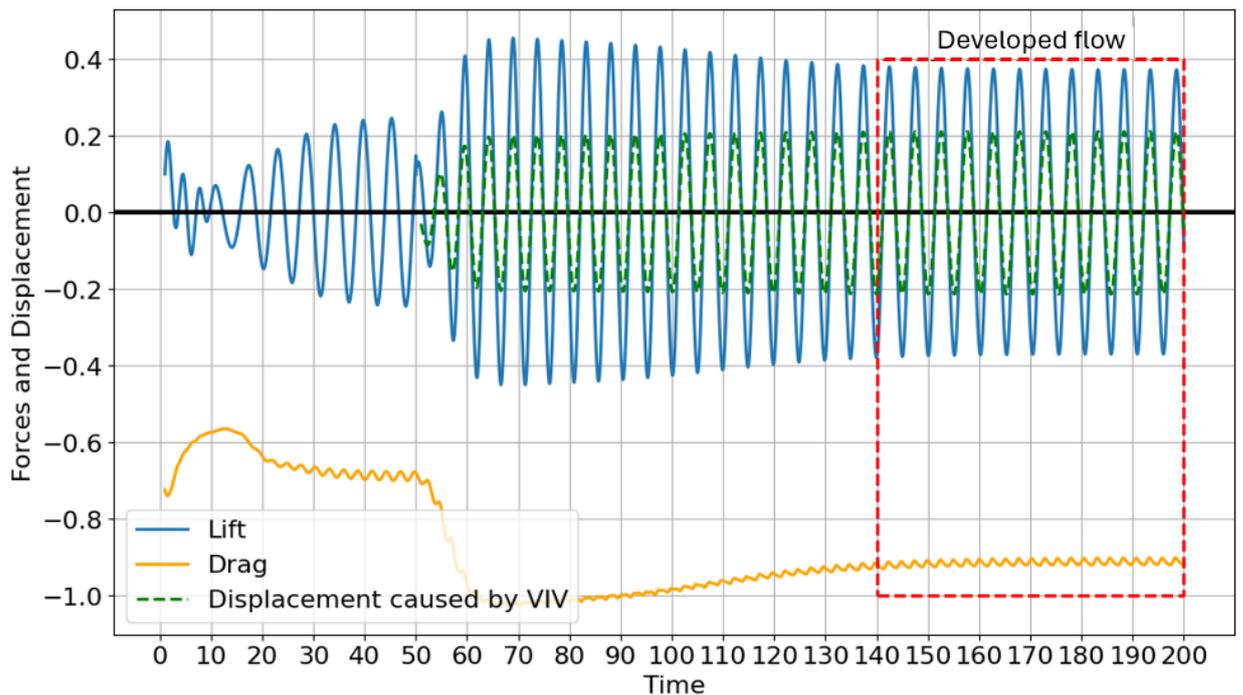


Figura 30: Gráfico de força em função do tempo com destaque para o regime estatisticamente desenvolvido em sistema com VIV. Produzido pelo autor.

3.4.3 Métodos de avaliação dos efeitos VIV e suas limitações

Neste trabalho, a fim de chegar à resposta do problema inicial que é: se com esses parâmetros físicos selecionados é possível obter energia advinda da vibração de um corpo cilíndrico imerso em um escoamento devido ao fenômeno de vibrações induzidas por vórtices, foi necessário, assim como na escolha de parâmetros, selecionar alguns métodos e limitações para avaliação do fenômeno do VIV, para que em pesquisas futuras seja possível alcançar um certo grau de reprodutibilidade.

Os parâmetros utilizados para a avaliação do VIV incluem: o número de Strouhal (St); a amplitude da força de sustentação e a frequência de sustentação, calculadas utilizando o RMS, que mede a magnitude das variações da força de sustentação; a frequência de oscilação da estrutura livre, obtida pelo método de *zero-crossing*, focado no intervalo de amostragem para obter valores mais precisos; e, por fim, a amplitude de deslocamento dos cilindros com VIV. Para o cálculo desse último parâmetro, foram consideradas as cinco maiores amplitudes de deslocamento do cilindro, a partir das quais foi calculada a média simples. Esses parâmetros são fundamentais para a produção dos gráficos e análises necessárias para responder ao problema inicial. É importante mencionar a limitação descrita na Seção 3.4.2, referente à consideração do regime estatisticamente desenvolvido para o VIV, como pode ser observado na Figura 30.

Por fim, dois procedimentos de análise foram essenciais para a avaliação dos efeitos do VIV. O primeiro refere-se à maneira de cálculo da velocidade reduzida, definida como $U^* = \frac{U_\infty}{f_{N_{estrut}} \cdot D}$. Alterou-se a frequência natural (rigidez) da estrutura para obter valores de velocidades reduzidas entre 1 e 10, com incrementos de 1. A justificativa para alterar a frequência natural da estrutura, em vez de ajustar diretamente a velocidade reduzida, é que, caso a velocidade reduzida fosse alterada mantendo a rigidez constante, o sistema precisaria ajustar o escoamento para atingir o equilíbrio, o que resultaria em uma variação do número de Reynolds, algo fora do escopo deste trabalho. O segundo procedimento está relacionado à presença ou ausência de batimentos, causados pela interferência entre duas ondas de frequências levemente diferentes, resultando em uma onda com amplitude variável. A ocorrência de batimentos pode indicar uma possível transição entre *branches*. Para valores de velocidade reduzida em que se observem batimentos, será realizada uma análise mais detalhada, ajustando-se a velocidade reduzida em incrementos de 0,1. Vale destacar que, por se tratar de um problema bidimensional, os batimentos podem indicar que o sistema está em transição entre *branches*; contudo, sem a presença de turbulência, é improvável obter uma relação clara.

4 RESULTADOS

4.1 Escolha dos parâmetros H , L e fator de resolução

Para este trabalho foram escolhidos três valores para teste de cada um dos parâmetros. Para o fator de resolução, 1,0; 2,0 e 4,0, para H , 10,0; 20,0 e 30,0 e para L 15,0; 25,0 e 30,0. Primeiramente, foi-se alterando os parâmetros do domínio computacional, tanto H quanto L e então o fator de resolução. O ponto de parada de refinamento de ambos os parâmetros considerou a proximidade com os coeficientes de Lift (C_L) e de Drag (C_D), e o número de Strouhal (St) encontrados por NORBERG (2003) e HENDERSON (1995) (considerando possíveis erros de pontos flutuantes, que podem se propagar ao longo das equações e erros de discretização que se devem à aproximação da solução pelos elementos finitos (polinomial) (GRÄTSCHE; BATHE, 2005), além das diferenças de softwares e modelagens utilizados), e o tempo de simulação. Os valores obtidos podem ser observados na Tabela 6:

Tabela 6: Testes de parâmetros de malha e resolução. Produzido pelo autor.

Parâmetros	$\overline{C_L}$	C'_L	\overline{St}	St_{FFT}	$\overline{C_D}$	C'_D	$\overline{f_D}$	$f_{D_{FFT}}$	Tempo de simulação (min)
L = 15,0									
H = 10,0	0,0607	0,0014	-	-	0,9566	0,004	-	-	6,05
$F_{res} = 1,0$									
L = 25,0									
H = 10,0	0,0639	0,0029	-	-	0,9541	0,0007	-	-	7,04
$F_{res} = 1,0$									
L = 30,0									
H = 10,0	0,0288	0,0268	-	-	0,9546	0,0024	-	-	6,47
$F_{res} = 1,0$									
L = 15,0									
H = 20,0	0,0713	0,0017	-	-	0,9250	0,0005	-	-	7,07
$F_{res} = 1,0$									

Continua na próxima página.

Continuação da tabela 6.

Parâmetros	\overline{C}_L	C'_L	\overline{St}	St_{FFT}	\overline{C}_D	C'_D	\overline{f}_D	$f_{D_{FFT}}$	Tempo de simulação (min)
L = 25,0									
H = 20,0	0,0359	0,0021	-	-	0,9054	0,0045	-	-	7,41
$F_{res} = 1,0$									
L = 30,0									
H = 20,0	0,0523	0,0079	-	-	0,9032	0,0029	-	-	8,26
$F_{res} = 1,0$									
L = 15,0									
H = 30,0	0,0672	0,0019	-	-	0,9179	0,0037	-	-	7,20
$F_{res} = 1,0$									
L = 25,0									
H = 30,0	0,0525	0,0025	-	-	0,9109	0,0039	-	-	8,58
$F_{res} = 1,0$									
L = 30,0									
H = 30,0	0,0648	0,0044	-	-	0,8910	0,0050	-	-	9,14
$F_{res} = 1,0$									
L = 15,0									
H = 10,0	0,0112	0,3839	0,1878	0,1834	0,8910	0,0050	0,3751	0,3668	11,08
$F_{res} = 2,0$									
L = 25,0									
H = 10,0	0,0177	0,3849	0,1868	0,1834	1,3384	0,0213	0,3733	0,3668	12,11
$F_{res} = 2,0$									
L = 30,0									
H = 10,0	0,0165	0,3870	0,1870	0,1834	1,3367	0,0215	0,3736	0,3668	13,12
$F_{res} = 2,0$									
L = 15,0									
H = 20,0	0,0112	0,3775	0,1835	0,1834	1,3066	0,0214	0,3644	0,3668	13,50
$F_{res} = 2,0$									
L = 25,0									
H = 20,0	0,0047	0,3621	0,1811	0,1834	1,2760	0,0203	0,3613	0,3668	18,34
$F_{res} = 2,0$									
L = 30,0									
H = 20,0	0,0052	0,3674	0,1810	0,1834	1,2738	0,0204	0,3615	0,3668	19,18
$F_{res} = 2,0$									
L = 15,0									
H = 30,0	0,0109	0,3820	0,1829	0,1834	1,3060	0,0214	0,3643	0,3668	15,23
$F_{res} = 2,0$									

Continua na próxima página.

Continuação da tabela 6.

Parâmetros	$\overline{C_L}$	C'_L	\overline{St}	St_{FFT}	$\overline{C_D}$	C'_D	$\overline{f_D}$	$f_{D_{FFT}}$	Tempo de simulação (min)
L = 25,0									
H = 30,0	0,0036	0,3620	0,1804	0,1834	1,2706	0,0204	0,3598	0,3668	20,34
$F_{res} = 2,0$									
L = 30,0									
H = 30,0	0,0017	0,3628	0,1801	0,1834	1,2646	0,0204	0,3594	0,3668	22,19
$F_{res} = 2,0$									
L = 15,0									
H = 10,0	0,0062	0,4822	0,1965	0,1834	1,4550	0,0299	0,3930	0,3668	33,08
$F_{res} = 4,0$									
L = 25,0									
H = 10,0	0,0056	0,4676	0,1953	0,1834	1,4391	0,0294	0,3906	0,3668	37,41
$F_{res} = 4,0$									
L = 30,0									
H = 10,0	0,0039	0,4707	0,1953	0,1834	1,4396	0,0295	0,3907	0,3668	34,11
$F_{res} = 4,0$									
L = 15,0									
H = 20,0	0,0063	0,4728	0,1922	0,1834	1,4147	0,0294	0,3843	0,3668	39,11
$F_{res} = 4,0$									
L = 25,0									
H = 20,0	0,0123	0,4514	0,1897	0,1834	1,3791	0,0280	0,3793	0,3668	55,40
$F_{res} = 4,0$									
L = 30,0									
H = 20,0	0,0088	0,4535	0,1895	0,1834	1,3750	0,0278	0,3789	0,3668	56,55
$F_{res} = 4,0$									
L = 15,0									
H = 30,0	0,0087	0,4720	0,1914	0,1834	1,4092	0,0294	0,3827	0,3668	43,47
$F_{res} = 4,0$									
L = 25,0									
H = 30,0	0,0141	0,4504	0,1888	0,1834	1,3701	0,0280	0,3775	0,3668	1h04
$F_{res} = 4,0$									
L = 30,0									
H = 30,0	0,0072	0,4512	0,1884	0,1834	1,3638	0,0277	0,3766	0,3668	1h12
$F_{res} = 4,0$									

Para número de Reynolds $Re = 200$, utilizando as seguintes equações sugeridas por

NORBERG (2003):

$$\epsilon = \frac{Re - Re_c}{Re_c}, \quad (4.1)$$

$$C'_L = \sqrt{\frac{\epsilon}{30} + \frac{\epsilon^2}{90}}, \quad (4.2)$$

onde, $Re_c = 47$, encontra-se um valor para a flutuação do coeficiente de sustentação de $C'_L = 0,48$.

Já para o coeficiente de arrasto médio $\overline{C_D}$ foi utilizado o gráfico da Figura 31 proposto por HENDERSON (1995)

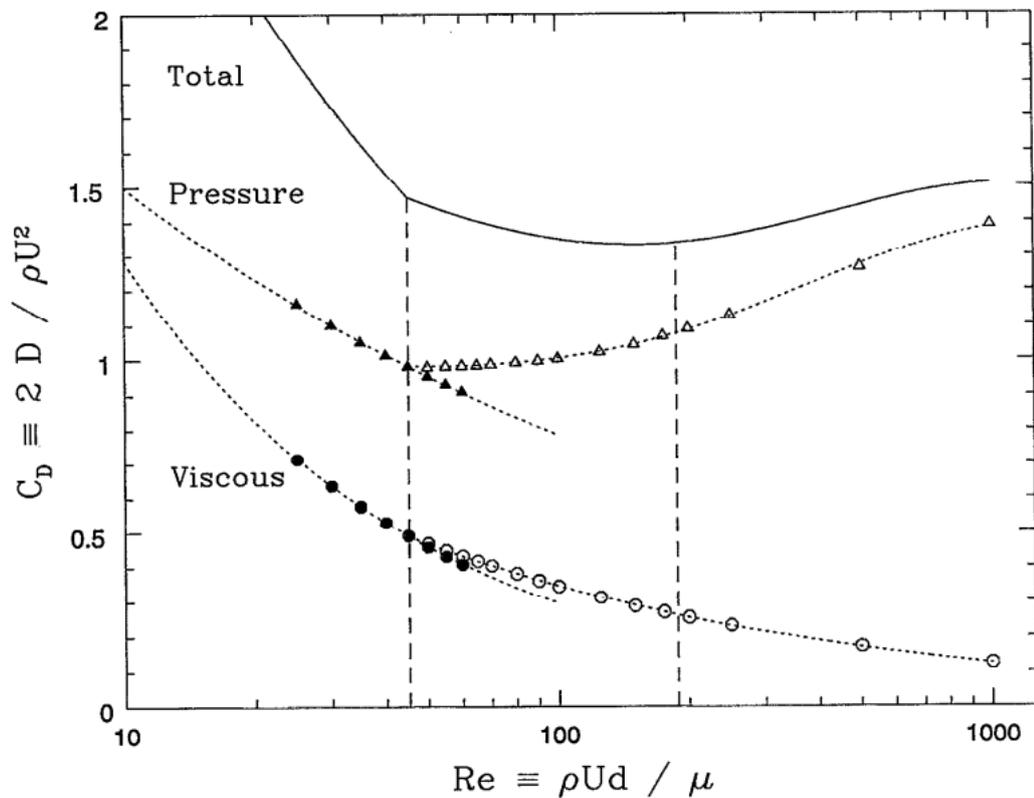


Figura 31: Gráfico do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds. Retirada de HENDERSON (1995).

Através do gráfico da Figura 31, HENDERSON (1995) ajusta duas curvas, uma para o coeficiente de arrasto gerado pela força viscosa C_{D_f} e outra para o coeficiente de arrasto gerado pela pressão C_{D_p} , sendo representadas, respectivamente, pelas equações 4.3 e 4.4, com os parâmetros indicados na Figura 32:

$$C_{D_f}(Re) = \frac{a_0}{Re^{a_1}}, \quad (4.3)$$

$$C_{D_p}(Re) = a_0 - a_1 \cdot Re^{a_2} \cdot \exp(a_3 \cdot Re). \quad (4.4)$$

Drag curve	a_0	a_1	a_2	a_3	χ^2 error
C_{D_f}	5.6106	0.6400	.	.	9.8×10^{-7}
C_{D_p}	2.8676	0.2815	.	.	1.1×10^{-5}
$-C_{p_b}$	1.0521	0.1854	.	.	3.8×10^{-6}
C_{D_f}	2.5818	0.4369	.	.	4.7×10^{-6}
C_{D_p}	1.4114	0.2668	0.1648	-3.375×10^{-3}	3.7×10^{-5}
$-C_{p_b}$	1.7826	1.6575	-0.0427	-2.660×10^{-3}	2.5×10^{-4}

Figura 32: Parâmetros para cada curva de arrasto: (Superior) escoamento estável, (Inferior) desprendimento de vórtex. Retirada de HENDERSON (1995).

Ao se somar ambos os coeficientes de arrasto utilizando o número de Reynolds $Re = 200$ e os parâmetros da Figura 32, é encontrado o valor de $C_D = 1,3411$.

Ao se comparar os valores dos coeficientes de arrasto, sustentação e o número de Strouhal obtidos por NORBERG (2003) e HENDERSON (1995), com os valores obtidos nas simulações apresentados na Tabela 6 é possível observar que os parâmetros de domínio computacional e fator de resolução em que esses valores estão mais próximos são, respectivamente, $H = 10,0$, $L = 15,0$ e fator de resolução = 4,0. Porém, para as simulações com vibrações induzidas por vórtices foram escolhidos os seguintes parâmetros $H = 30,0$, $L = 30,0$ e fator de resolução = 4,0, isso se deve ao fato de que o fator que mais altera significativamente a proximidade dos valores encontrados com os da literatura é o fator de resolução, por esse motivo o fator de resolução escolhido é o maior. Quanto ao domínio computacional, os valores escolhidos foram os de 30×30 pois, diferentemente da simulação sem VIV, as com VIV necessitam de uma largura maior devido ao maior comprimento da esteira de vórtices para ser considerada uma esteira de vórtices desenvolvida, e necessitam de uma altura maior pois o VIV gera movimento transversal no cilindro e afeta de maneira mais expressante o escoamento ao longe, necessitando de uma altura maior para o domínio computacional.

4.2 Simulações sem VIV

A seguir são trazidos os gráficos com as forças de sustentação e arrasto ao longo do tempo com diversas combinações de parâmetros, onde será possível observar como o fator

de resolução se faz o parâmetro mais importante para a obtenção de dados mais refinados.

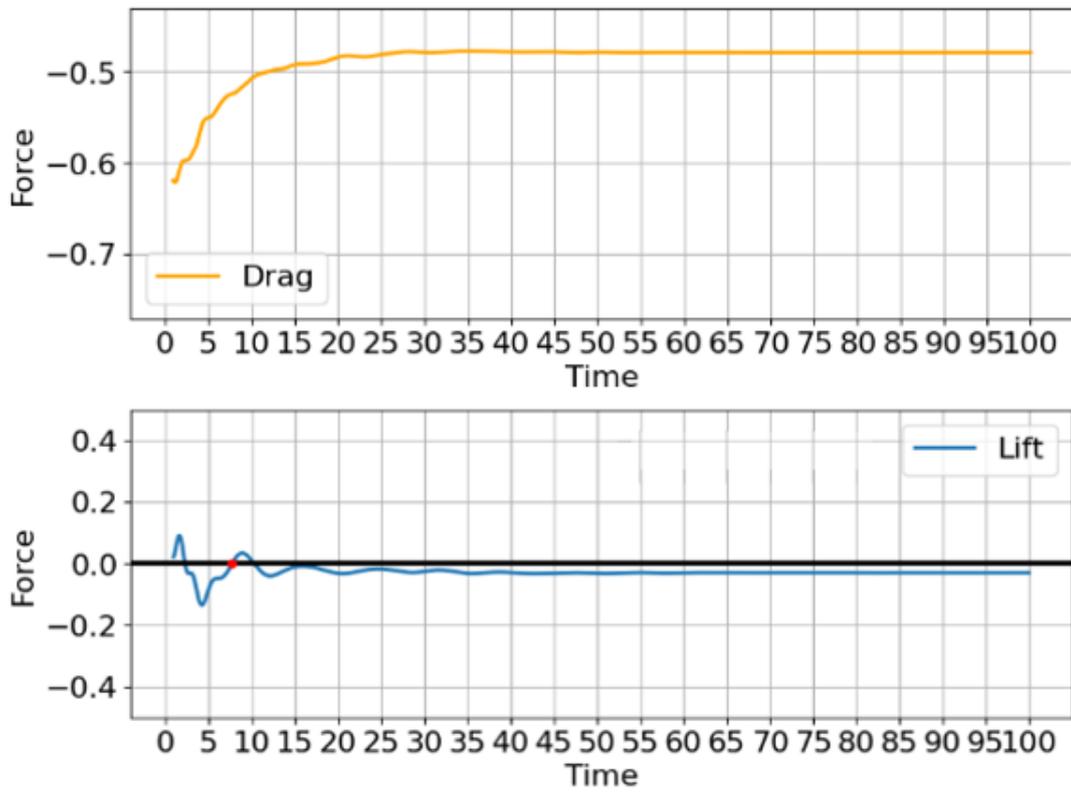


Figura 33: Gráficos de forças para $H = 10$, $L = 15$ e $F_{res} = 1, 0$. Produzido pelo Autor.

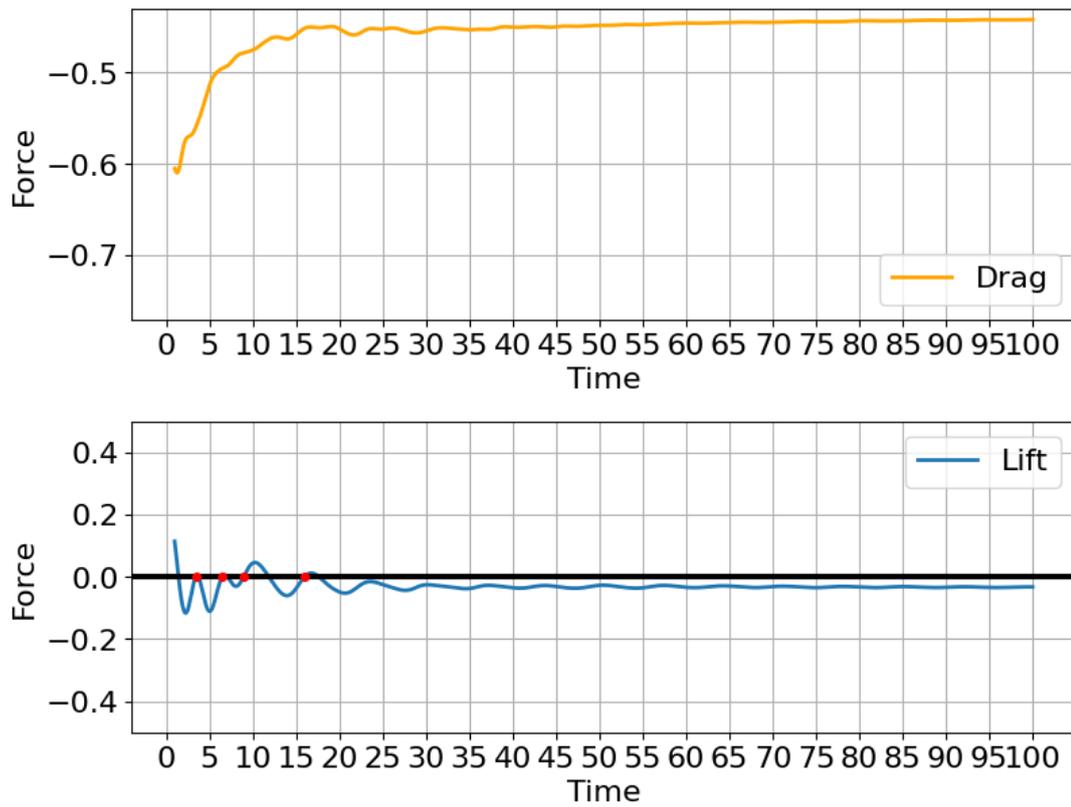


Figura 34: Gráficos de forças para $H = 30$, $L = 30$ e $F_{res} = 1, 0$. Produzido pelo Autor.

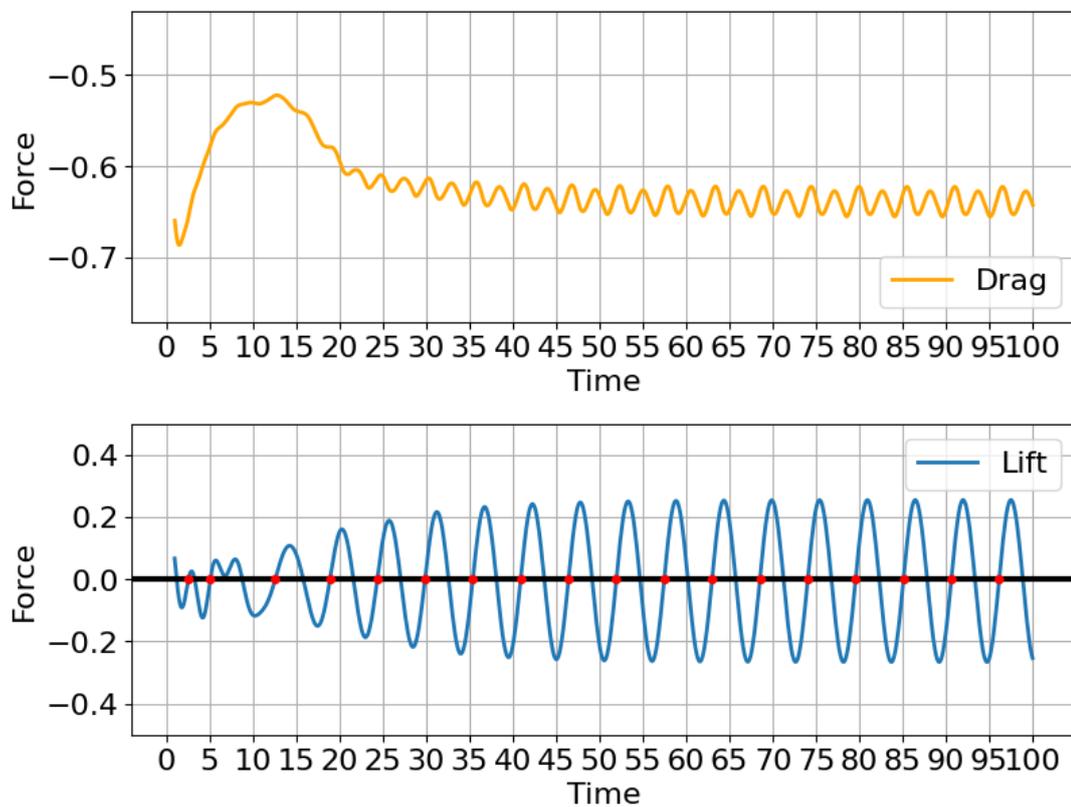


Figura 35: Gráficos de forças para $H = 20$, $L = 25$ e $F_{res} = 2, 0$. Produzido pelo Autor.

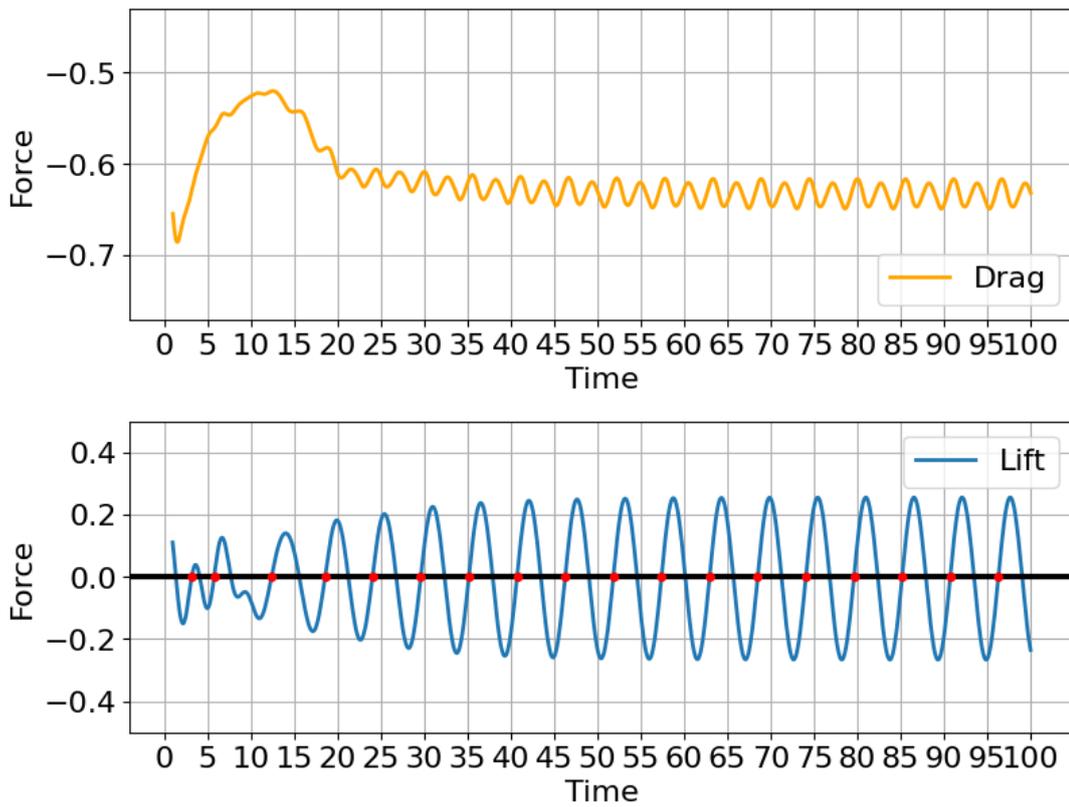


Figura 36: Gráficos de forças para $H = 30$, $L = 30$ e $F_{res} = 2,0$. Produzido pelo Autor.

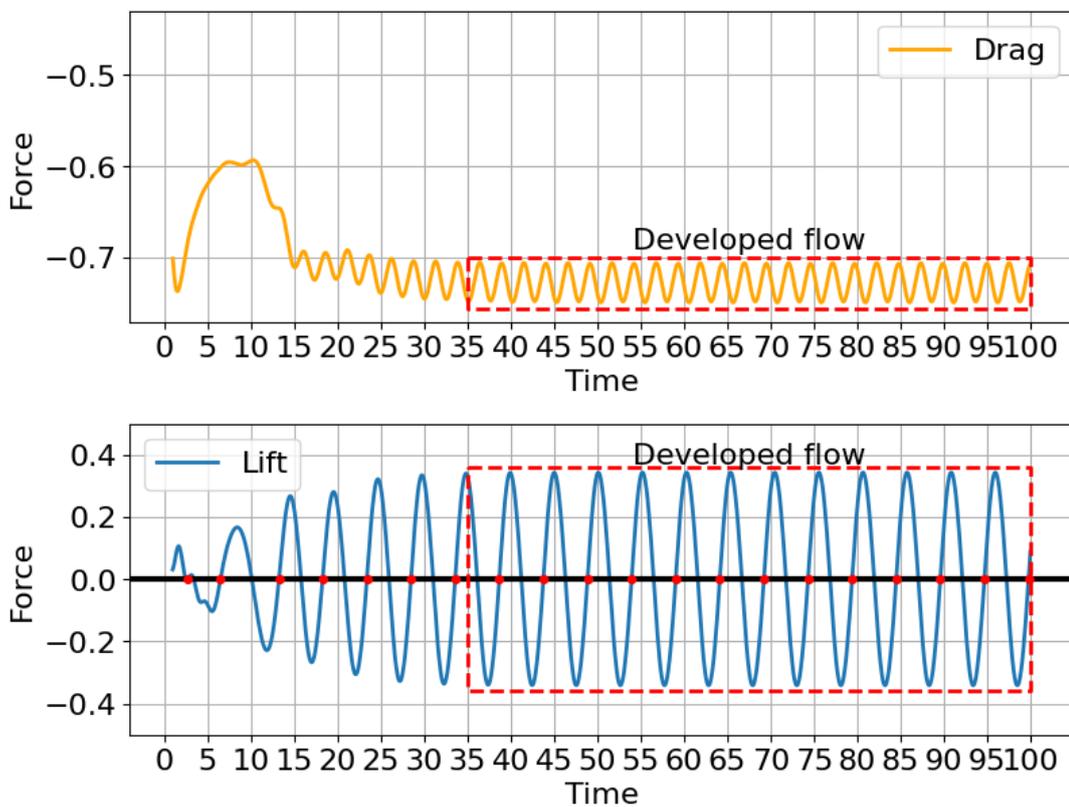


Figura 37: Gráficos de forças para $H = 10$, $L = 15$ e $F_{res} = 4,0$. Produzido pelo Autor.

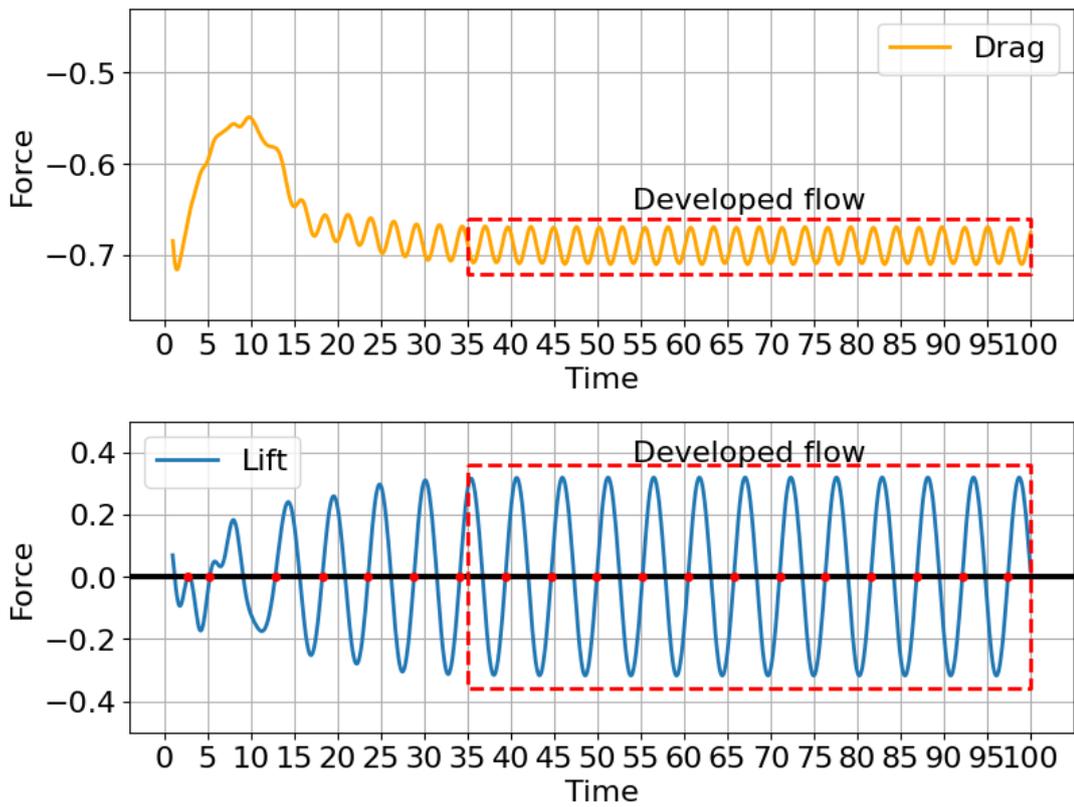


Figura 38: Gráficos de forças para $H = 20$, $L = 25$ e $F_{res} = 4,0$. Produzido pelo Autor.

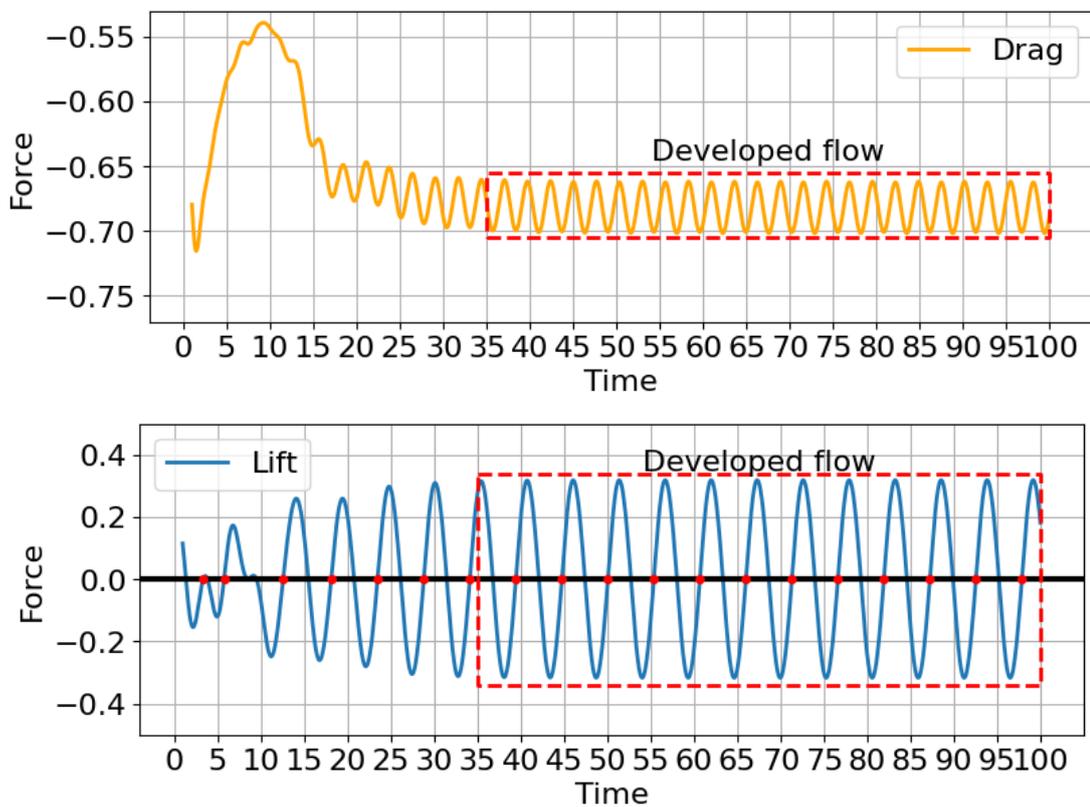


Figura 39: Gráficos de forças para $H = 30$, $L = 30$ e $F_{res} = 4,0$. Produzido pelo Autor.

A análise dos gráficos mostra que alterações no domínio computacional resultam em poucas mudanças no refinamento das respostas. Em contraste, alterações no fator de resolução evidenciam respostas mais refinadas e próximas dos valores esperados. Isso pode ser explicado por dois motivos:

1. Para o fator de resolução 1,0, as equações divergem, apresentando respostas sem sentido físico, pois o regime não é completamente desenvolvido (representado pelo quadrado vermelho pontilhado nos gráficos com fator de resolução igual a 4,0).
2. O segundo motivo está relacionado ao *zero crossing*, representado nos gráficos pelos pontos vermelhos. Para o fator de resolução 1,0, quase não há interseção com o eixo, reforçando a ausência de sentido físico nas respostas.

4.3 Simulações com VIV

4.3.1 Parâmetros adimensionais utilizados nas simulações

Para a solução das equações nas simulações envolvendo VIV, é necessário definir previamente como informação do problema alguns dos parâmetros adimensionais trazidos na Tabela 3 como:

- Velocidade Reduzida (U^*): Como dito anteriormente para cálculo da velocidade reduzida foi-se alterando a frequência natural (f_N) ou rigidez da estrutura pois, caso fosse alterado a velocidade reduzida e mantido a rigidez do material constante, para que o sistema alcançasse o equilíbrio ele teria que alterar o escoamento, sendo assim seria alterado o Reynolds, algo que foge do escopo das análises do trabalho;
- Massa Reduzida (m^*): A massa reduzida do problema é $m^* = 4$, visto que $m^* = \frac{m}{\rho\pi\frac{D^2}{4}}$, onde $\rho \cdot \pi = m = 1$
- Amplitude Reduzida (A^*): A amplitude reduzida será calculada para cada valor de Velocidade reduzida/frequência natural da estrutura, pois esse parâmetro será fundamental na para a análise dos *branches* através do gráfico de $A^* \times U^*$;
- Frequência Reduzida (f^*): A frequência reduzida será calculada para cada valor de Velocidade reduzida/frequência natural da estrutura, pois esse parâmetro será fundamental na para a análise de identificação de *lock-in* através do gráfico de $f^* \times U^*$;

- Razão de amortecimento (ζ): A razão de amortecimento do problema é $\zeta = 0,001$, pois foi considerado que o amortecimento da estrutura (c) bem baixo, visto que $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$, onde $k = m = 1$.
- Coeficiente de acoplamento eletromecânico (θ): O coeficiente de acoplamento eletromecânico $\theta = 0,0$, uma vez que o objetivo desse estudo era a produção ou não de energia através do fenômeno do VIV, a adição de valores para o θ , traria uma nova discussão para o estudo já robusto quanto a possibilidade ou não de captura dessa energia gerada.
- Energia Gerada: Conforme mencionado anteriormente, o cálculo da energia bruta utilizou dois métodos de integração numérica: o método da integral de Simpson e a integral trapezoidal. A curva aproximada por esses métodos corresponde à curva das potências no tempo, cujos valores foram calculados para gerar uma energia adimensional.

4.3.2 Resultados das simulações

Na Tabela 7 são trazidos os resultados dos parâmetros descritos na seção 4.3.1 além de outros valores importantes que serão utilizados posteriormente nas análises de geração de energia vs solicitação da resistência do cilindro, entendimento do fenômeno, visualização de *branch* e *lock-in*.

Tabela 7: Resultados obtidos para diferentes valores de velocidade reduzida. Produzida pelo autor.

f_N	U^*	A^*	f^*	Energia Gerada
1,000	1,0	0,00302	0,18061	$-8,2 \times 10^{-7}$
0,500	2,0	0,01109	0,36315	$1,0 \times 10^{-5}$
0,333	3,0	0,02344	0,5559	$6,2 \times 10^{-5}$
0,250	4,0	0,04907	0,78711	$-1,4 \times 10^{-4}$
0,200	5,0	0,18037	1,01057	$8,1 \times 10^{-4}$
0,196	5,1	0,18395	1,09439	$1,1 \times 10^{-3}$
0,192	5,2	0,18232	1,10410	$1,3 \times 10^{-3}$
0,189	5,3	0,18356	1,11328	$2,3 \times 10^{-3}$
0,185	5,4	0,17380	1,12614	$3,2 \times 10^{-3}$
0,182	5,5	0,16587	1,15793	$6,2 \times 10^{-3}$
0,179	5,6	0,16333	1,18325	$7,2 \times 10^{-3}$
0,175	5,7	0,16270	1,19384	$7,3 \times 10^{-3}$
0,172	5,8	0,16088	1,19241	$8,0 \times 10^{-3}$
0,169	5,9	0,17374	1,19745	$4,8 \times 10^{-3}$
0,167	6,0	0,17781	1,19723	$2,5 \times 10^{-3}$
0,143	7,0	0,21343	1,35795	$-1,3 \times 10^{-3}$
0,125	8,0	0,21748	1,55710	$-1,3 \times 10^{-3}$
0,111	9,0	0,21464	1,75959	$-1,9 \times 10^{-3}$
0,100	10,0	0,21093	1,96231	$-2,0 \times 10^{-3}$

Dos valores trazidos na Tabela 7 se faz interessante analisar mais profundamente 4 casos, em que as velocidades reduzidas são 1,0; 5,0; 5,8 e 8,0.

4.3.2.1 Parâmetros: $U^* = 1,0$; $f_N = 1,0$

A análise do escoamento para a velocidade reduzida $U^* = 1,0$ é particularmente interessante, pois representa um regime em que a vibração induzida por vórtices no cilindro

começa a surgir, embora ainda apresente uma magnitude insuficiente para causar um deslocamento expressivo no cilindro. Isso é evidenciado na Figura 40, que apresenta baixas forças de sustentação e pequeno deslocamento, e na Figura 41, onde o cilindro é praticamente estático, com desprendimento de vórtices menos intensos e mais longos.

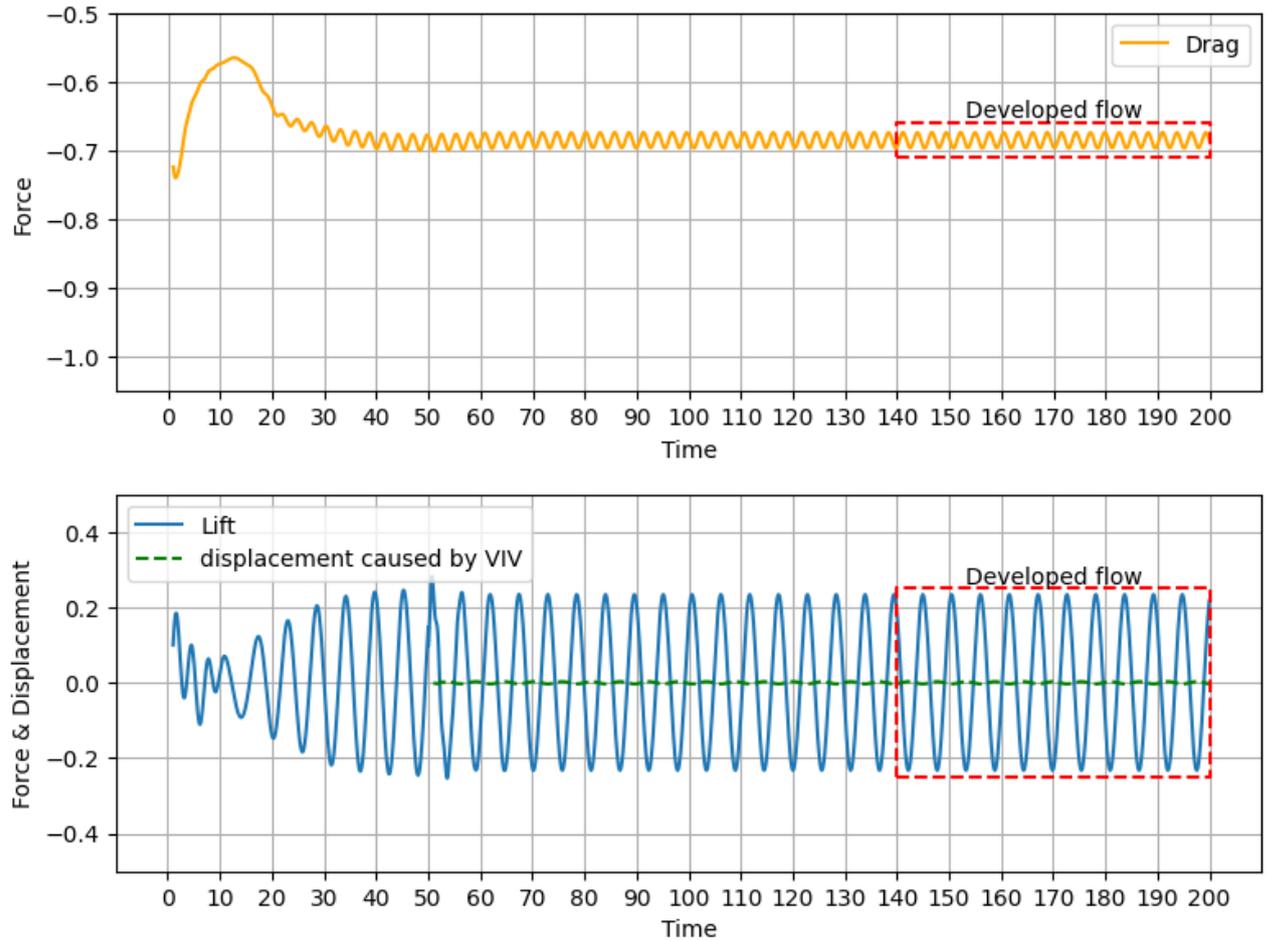


Figura 40: Gráficos de forças e deslocamento gerado por VIV, para $U^* = 1$. Produzido pelo Autor.

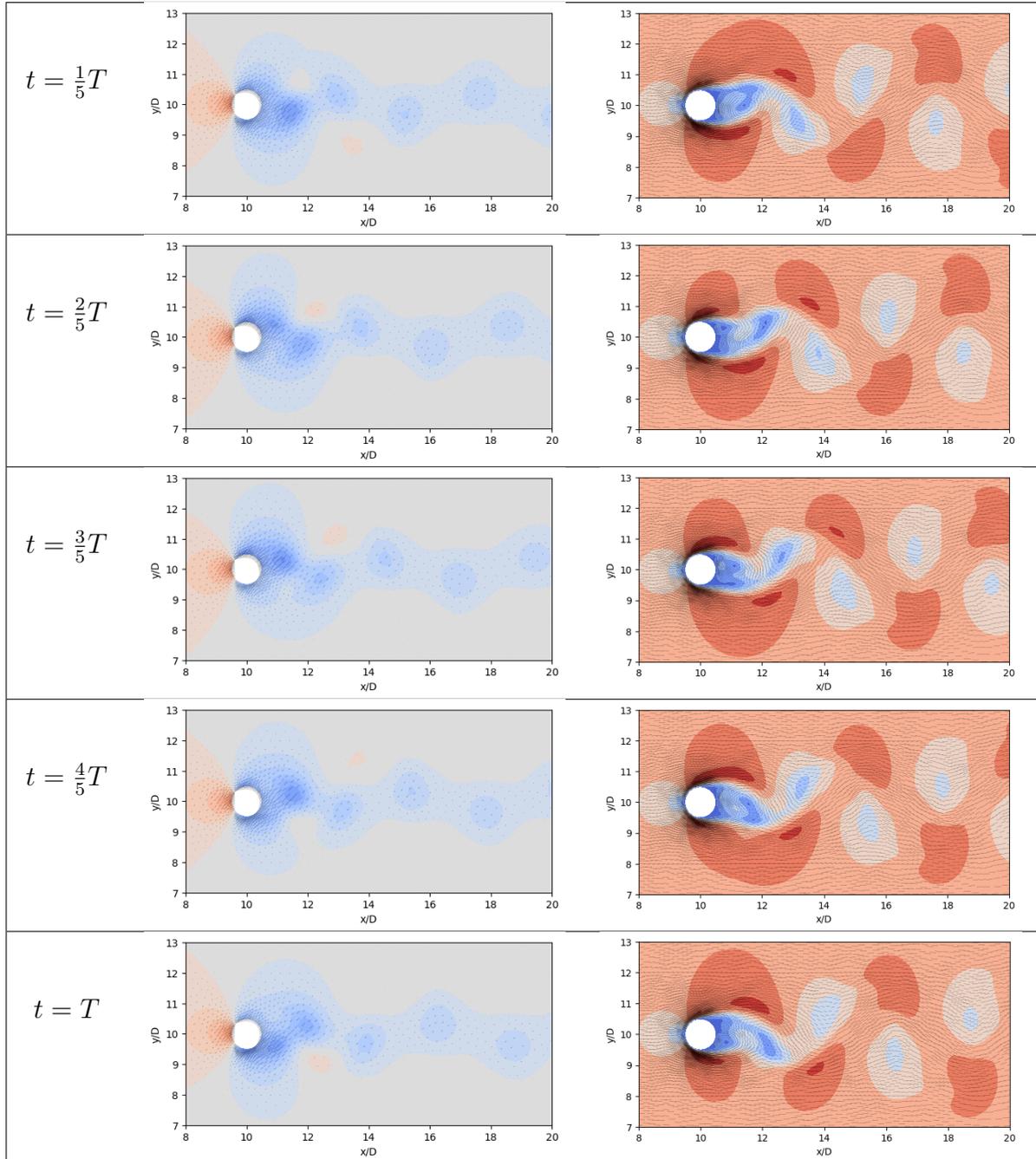


Figura 41: Variação dos campos de pressão (esquerda) e velocidade (direita) para um ciclo completo $U^* = 1,0$. Produzido pelo autor.

4.3.2.2 Parâmetros: $U^* = 5,0$; $f_N = 0,2$

A análise do escoamento para a velocidade reduzida $U^* = 5,0$ é indispensável, pois, como mostrado na Figura 42, é nesse regime que se observam baixas forças de sustentação associadas a uma alta vibração do cilindro, possibilitando a geração de energia, conforme evidenciado na Tabela 7, sem causar desgaste excessivo na estrutura devido à menor sollicitação da força de sustentação. A Figura 43 mostra um desprendimento de vórtices

mais intenso, com vórtices menores e menos desenvolvidos, explicando a maior vibração do cilindro em comparação ao cenário descrito na Seção 4.3.2.1.

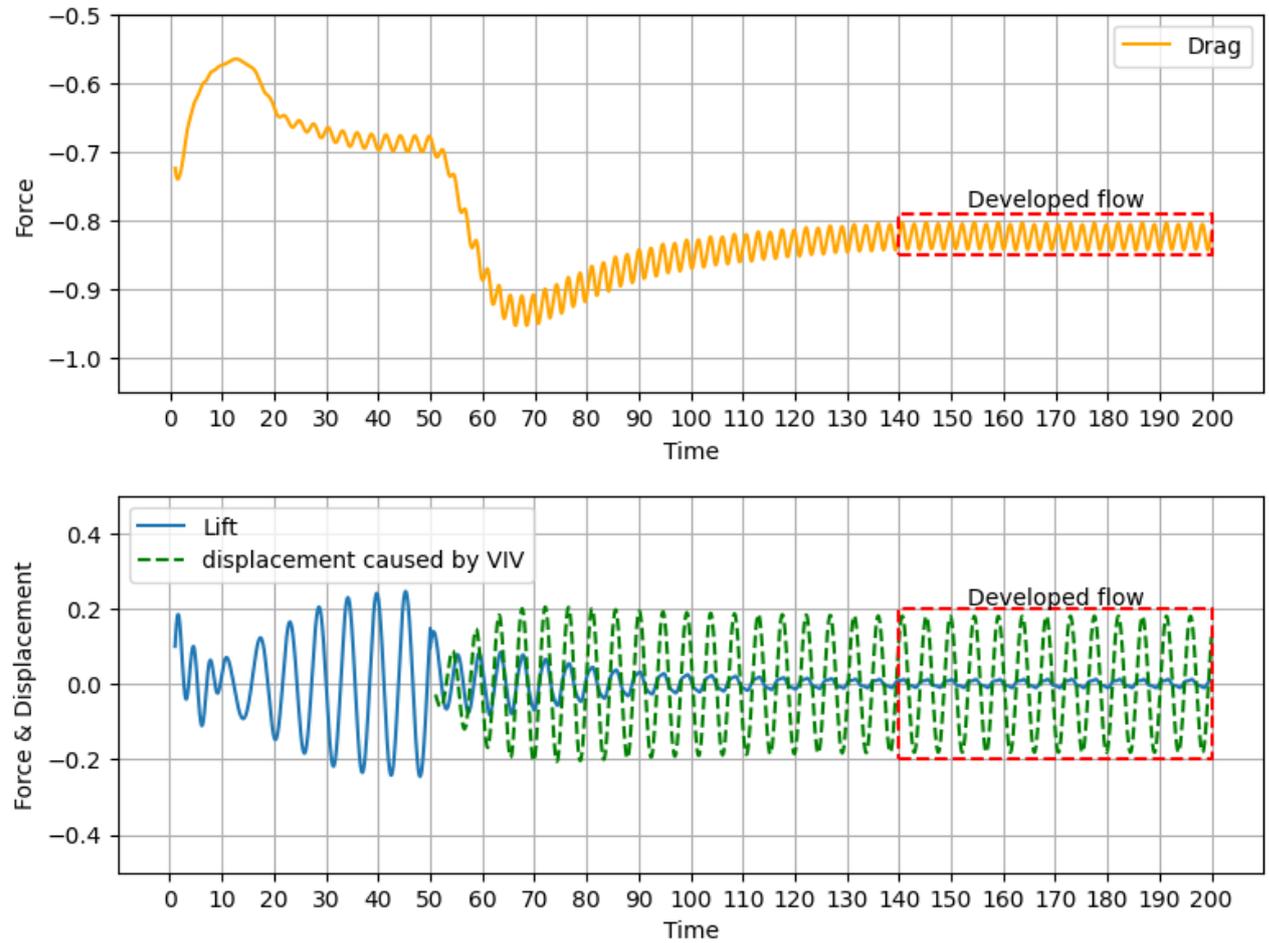


Figura 42: Gráficos de forças e deslocamento gerado por VIV, para $U^* = 5,0$. Produzido pelo Autor.

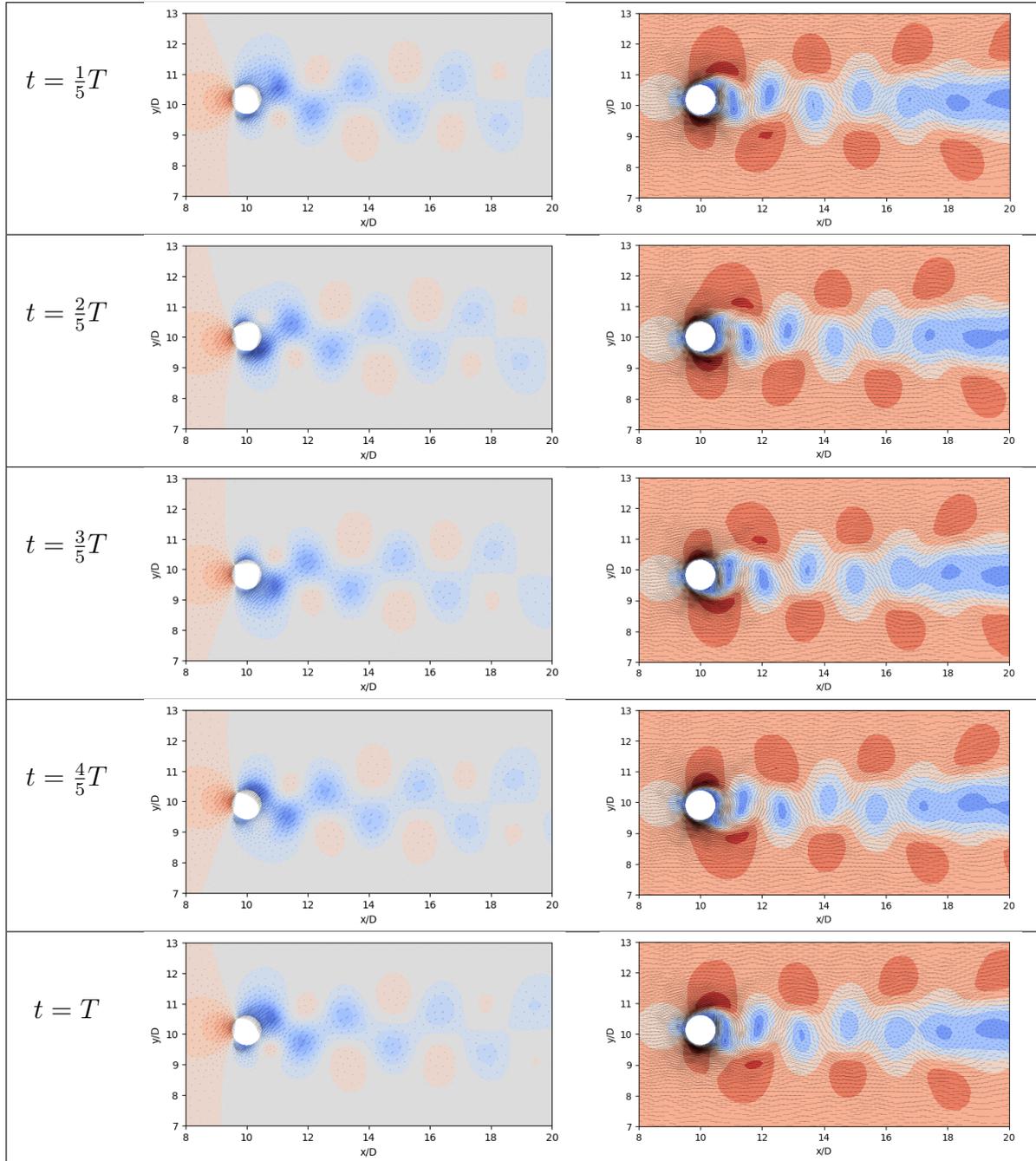


Figura 43: Variação dos campos de pressão (esquerda) e velocidade (direita) para um ciclo completo com $U^* = 5,0$. Produzido pelo autor.

4.3.2.3 Parâmetros: $U^* = 5,8$; $f_N = 0,172$

A análise do escoamento para a velocidade reduzida $U^* = 5,8$ é igualmente importante, pois, como mostrado na Tabela 7, este é o regime com maior geração de energia bruta. Entretanto, a Figura 44 revela a ocorrência de batimentos. Devido às altas forças atuantes e ao perfil variacional da força, a estrutura seria altamente solicitada, resultando em uma menor eficiência na obtenção de energia em relação à amplitude da força. Além

disso, trata-se de um regime de transição, tornando-o difícil de ser mantido.

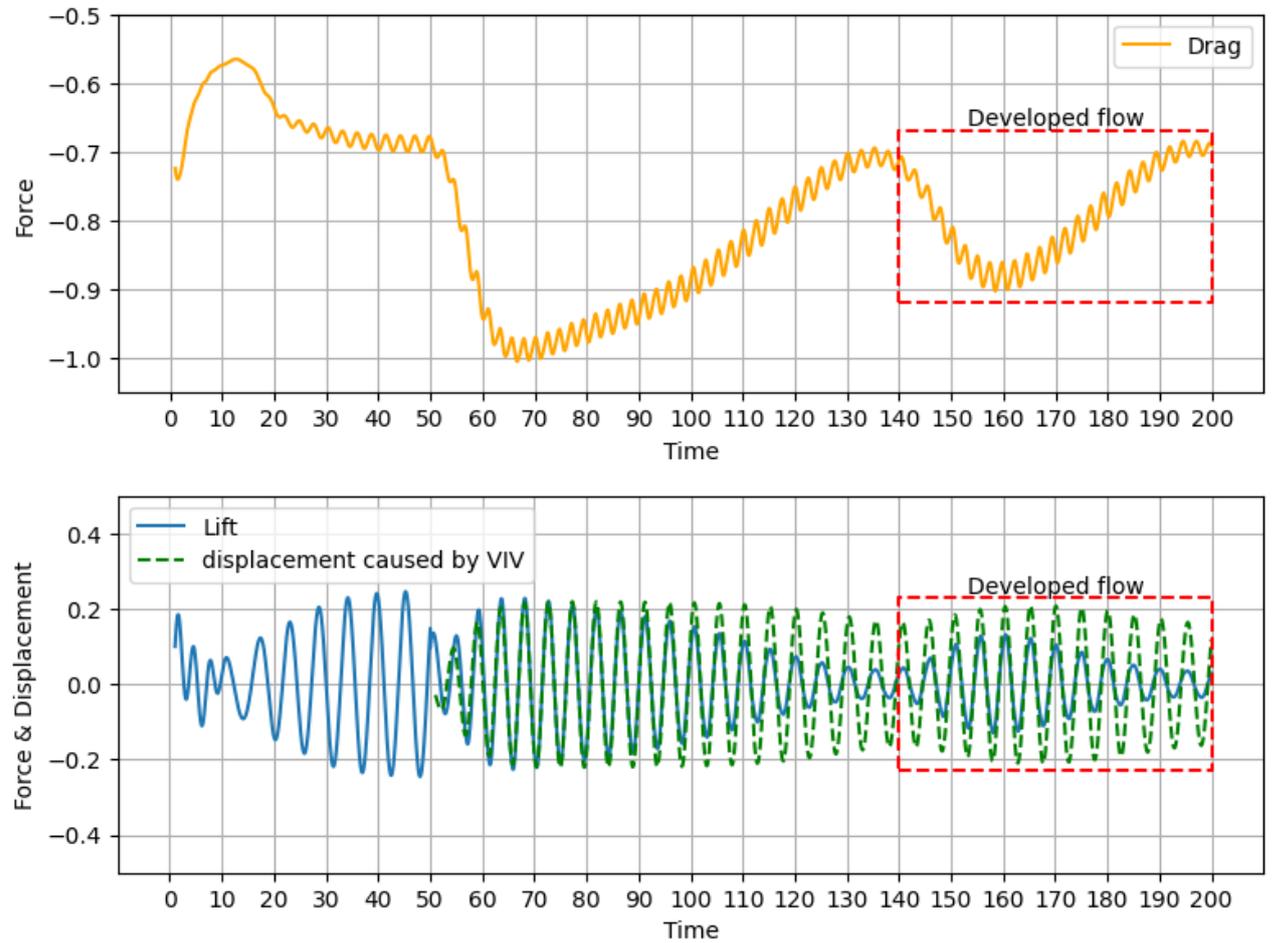


Figura 44: Gráficos de forças e deslocamento gerado por VIV, para $U^* = 5,8$. Produzido pelo Autor.

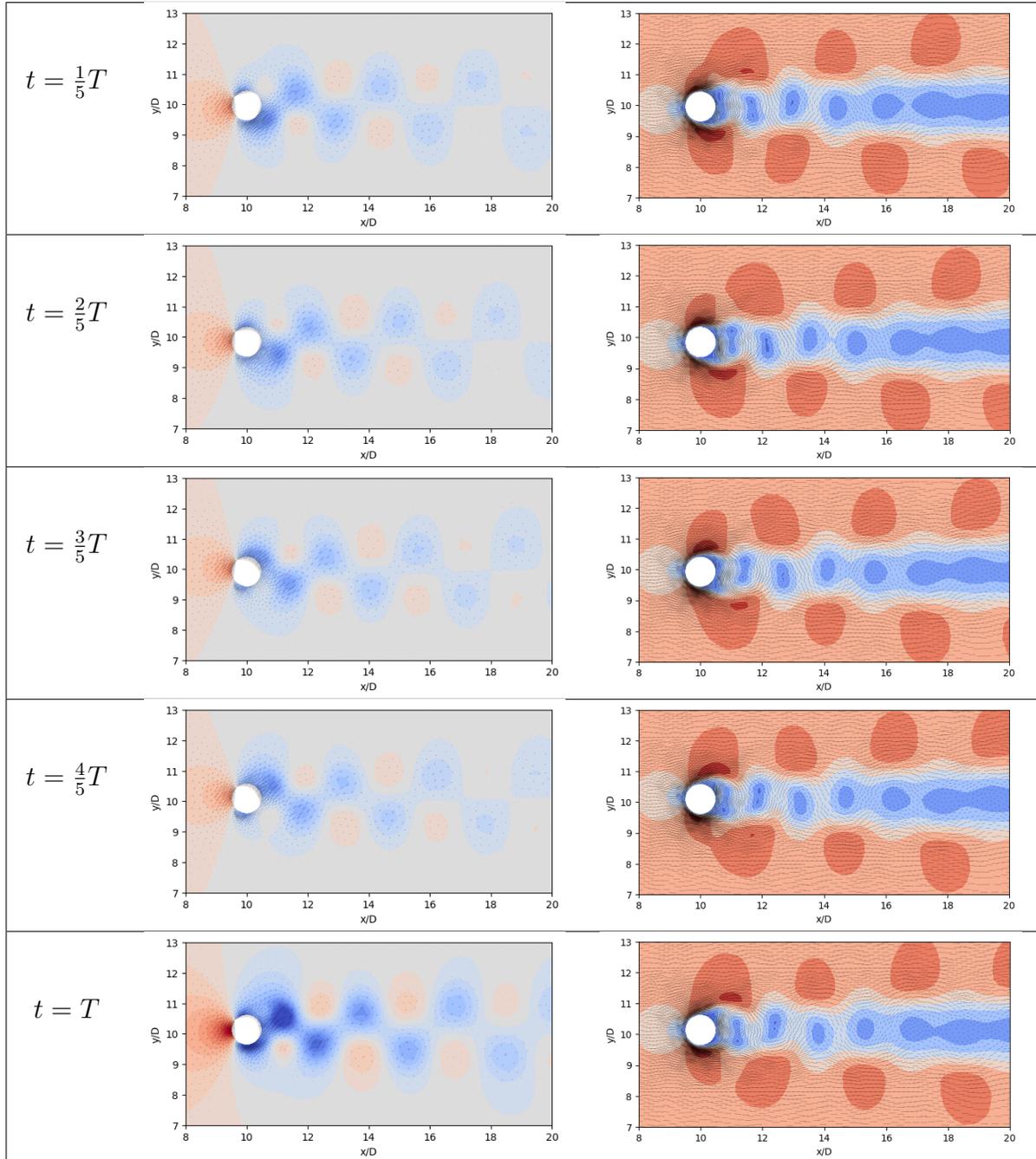


Figura 45: Variação dos campos de pressão (esquerda) e velocidade (direita) para um ciclo completo com $U^* = 5, 8$. Produzido pelo autor.

4.3.2.4 Parâmetros: $U^* = 8, 0$; $f_N = 0, 125$

Para a velocidade reduzida $U^* = 8, 0$, observa-se um efeito interessante, pois este cenário ocorre logo após os regimes com batimentos e representa um cenário mais estável para o sistema. Como indicado na Tabela 7, são observadas as maiores amplitudes de deslocamento do cilindro e força de sustentação para essa velocidade reduzida. Entretanto, há consumo de energia ao invés de geração. Apesar das altas amplitudes das forças que

geram energia, esta é consumida pelo sistema para sustentar o grande deslocamento do cilindro causado pelos vórtices.

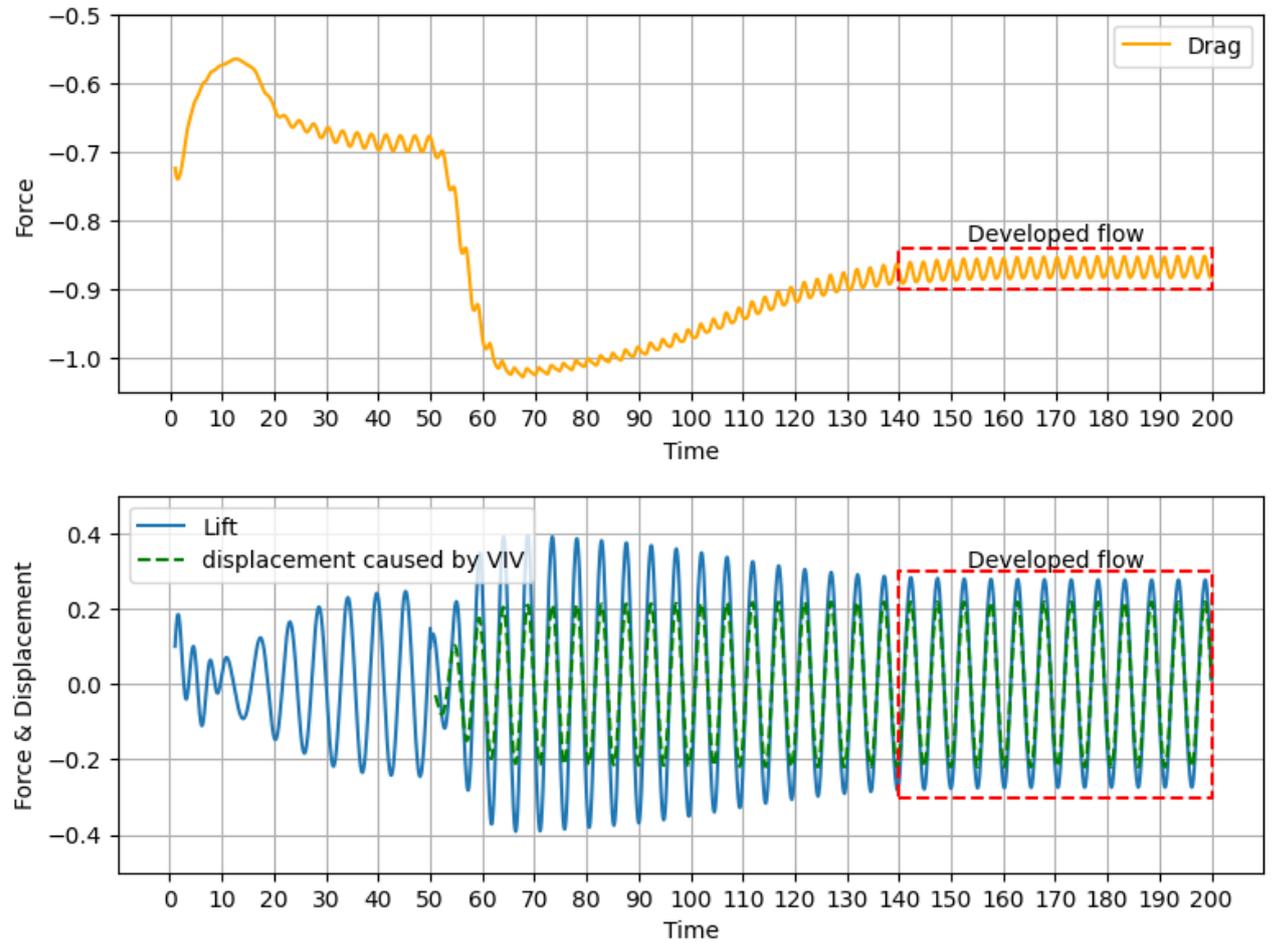


Figura 46: Gráficos de forças e deslocamento gerado por VIV, para $U^* = 8,0$. Produzido pelo Autor.

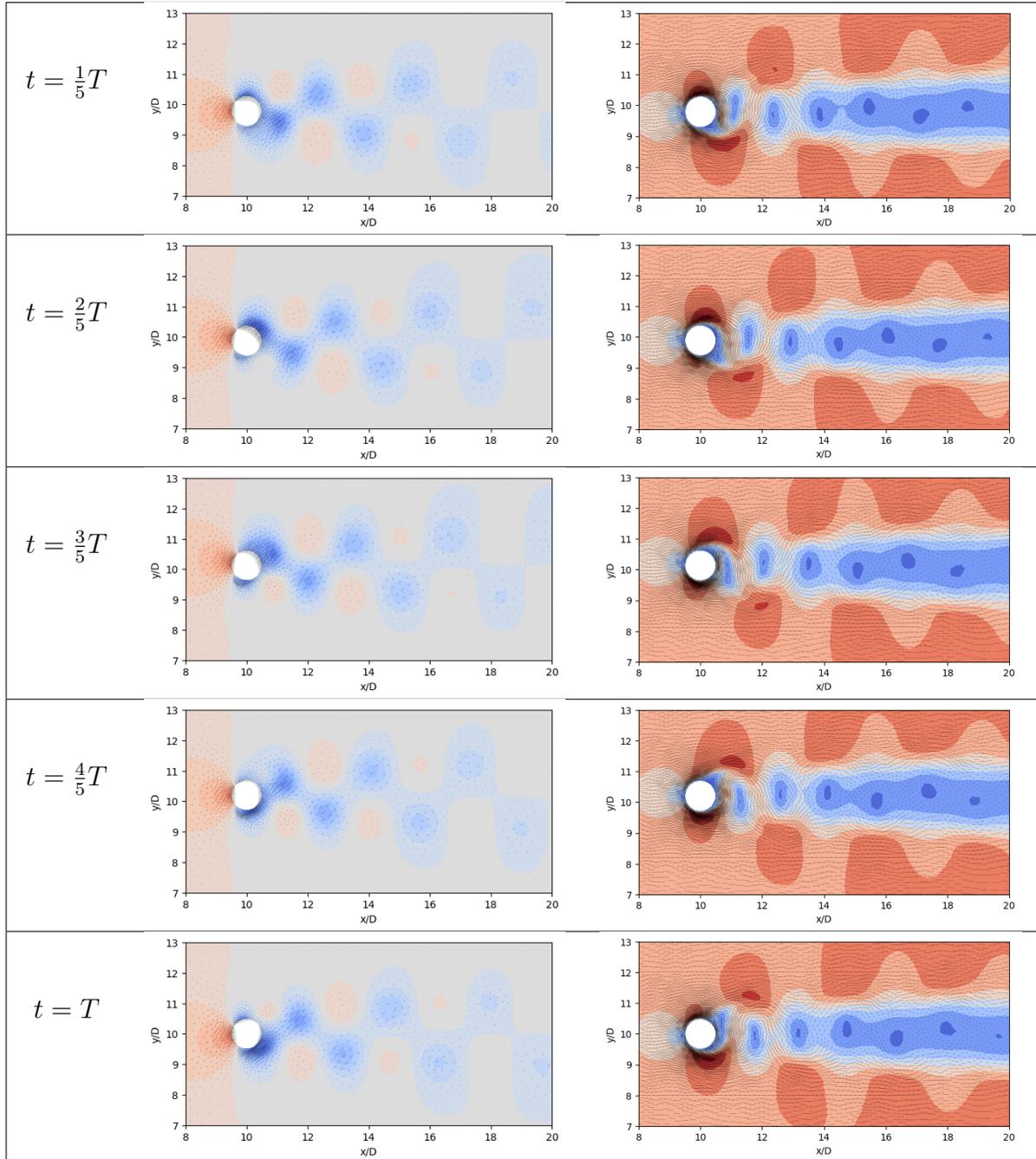


Figura 47: Variação dos campos de pressão (esquerda) e velocidade (direita) para um ciclo completo com $U^* = 8,0$. Produzido pelo autor.

4.3.3 Avaliação dos resultados

Para uma melhor avaliação dos resultados, é interessante transpor os dados da Tabela 7 para os gráficos apresentados nas Figuras 48 e 49. A análise dos gráficos e da tabela revela que, para valores de velocidade reduzida entre $U^* = 1,0$ e $U^* = 5,3$ o aumento da velocidade reduzida resulta em um aumento progressivo da amplitude reduzida, correspondente ao deslocamento do cilindro causado pelo VIV, atingindo um máximo de

aproximadamente 20% do diâmetro do cilindro. Nesse intervalo, também ocorre um aumento na frequência reduzida, evidenciando um crescimento progressivo na geração de energia. Entre $U^* = 5,3$ e $U^* = 5,8$ observa-se o cenário ideal para geração de energia, com o máximo alcançado em $U^* = 5,8$. A partir de $U^* = 5,3$, a frequência média de desprendimento de vórtices continua aumentando, indicando maior vibração gerada pelo desprendimento de vórtices, enquanto as amplitudes médias de deslocamento do cilindro diminuem devido ao fenômeno de batimentos. A partir de $U^* = 5,9$, ocorre uma inversão do fenômeno, com o desaparecimento dos batimentos e o sistema retornando a um estado mais estável. Nesse regime, a frequência de desprendimento de vórtices se afasta novamente da frequência natural da estrutura, resultando em uma redução na frequência de desprendimento e um aumento nas amplitudes de deslocamento do cilindro. Consequentemente, o sistema consome energia para suportar esses deslocamentos.

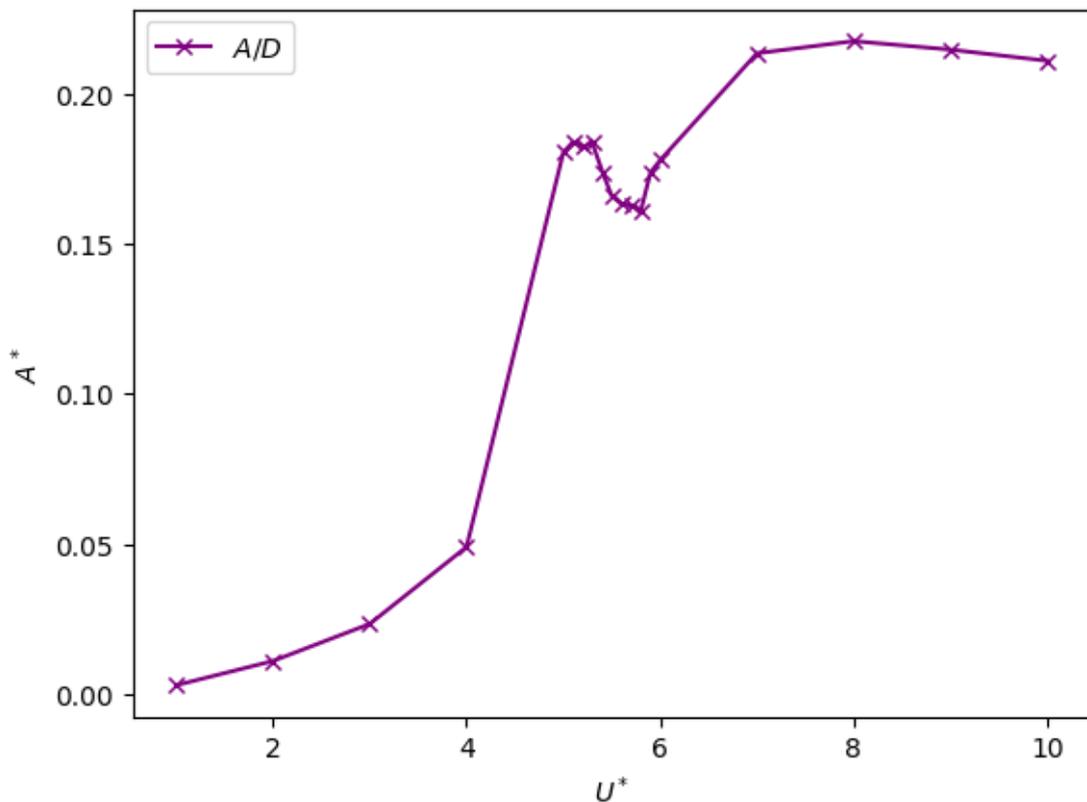


Figura 48: Gráfico de amplitude reduzida para diferentes valores de velocidade reduzida. Produzido pelo Autor.

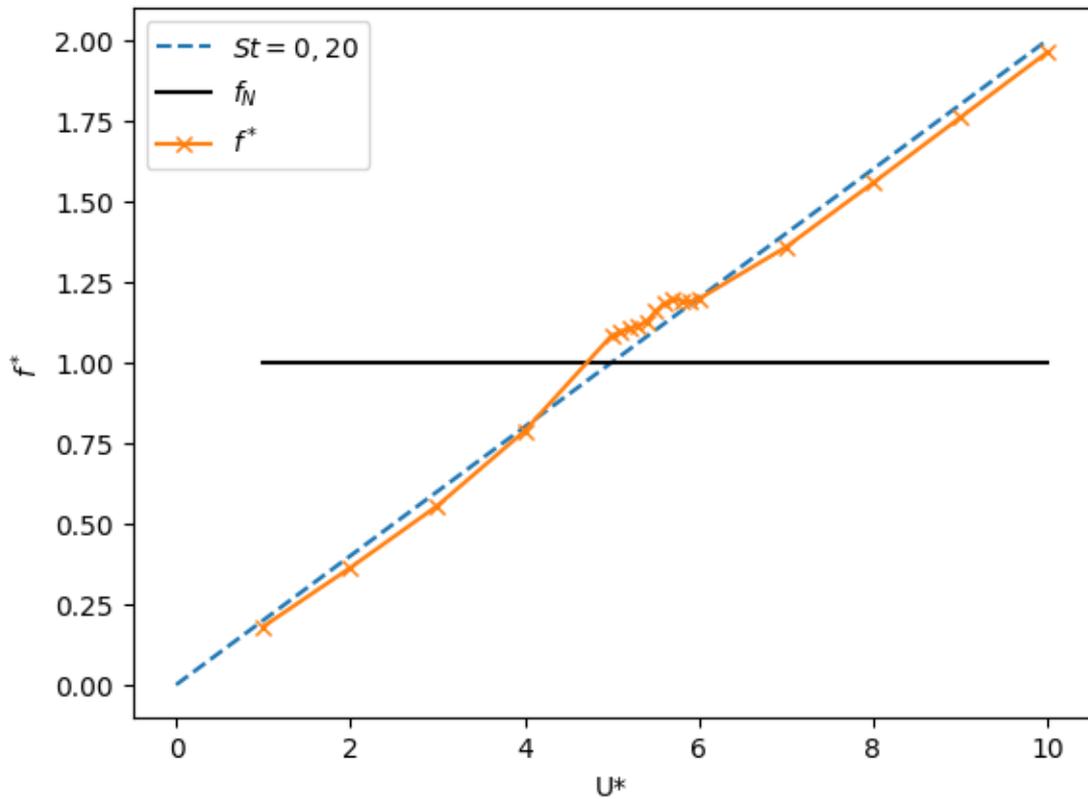


Figura 49: Gráfico de frequência reduzida para diferentes valores de velocidade reduzida. Produzido pelo Autor.

Além da análise anterior, é necessário examinar as Figuras 41, 43, 45 e 47, que ilustram os deslocamentos causados pelo VIV e a magnitude das forças ao longo do tempo. Inicialmente, com base apenas na análise anterior, poderia-se concluir que a melhor escolha para a geração de energia seria manter a velocidade reduzida em torno de $U^* = 5,8$. No entanto, ao observar o gráfico de força de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo, assim como o gráfico de frequência reduzida versus velocidade reduzida, verifica-se que entre $U^* = 5,0$ e $U^* = 6,0$ ocorre um provável fenômeno de *lock-in*. Nesse fenômeno, as frequências de despreendimento de vórtices aproximam-se da frequência natural da estrutura, gerando o efeito de batimento (devido às frequências próximas, mas não exatamente iguais), o que sugere uma possível transição de um *branch* para outro. Como mencionado anteriormente, essa comprovação é dificultada pela condição bidimensional da simulação. Para alcançar uma geração de energia mais eficiente, tanto em termos de resistência da estrutura quanto de energia bruta gerada, seria ideal operar o sistema a uma velocidade reduzida de $U^* = 5,0$. Nesse ponto, o sistema começa a entrar no *lock-in*, ou seja, o momento em que as frequências começam a se aproximar. Nesse regime, observa-se um montante significativo de energia obtida, com uma solicitação relativamente baixa da estrutura, como evidenciado na Figura 43. Nessa figura, há uma vibração significativa

causada pelo desprendimento de vórtices (fator gerador de energia) e uma baixa amplitude das forças de sustentação, indicando uma menor solitação da estrutura para sustentar a vibração do sistema. Por outro lado, a análise também explica por que, para $U^* > 7,0$, ocorre consumo de energia ao invés de geração. Na Figura 47, observa-se altas amplitudes de vibração, indicando um potencial para grande geração de energia. Entretanto, também são verificadas maiores amplitudes para as forças de sustentação, o que leva ao consumo de energia pelo sistema para sustentar essas vibrações e manter o sistema estável. Por esse motivo, é essencial evitar velocidades reduzidas maiores que $U^* = 6,0$, pois, além de consumirem energia, essas velocidades exigem bastante da estrutura do cilindro, podendo causar danos à mesma.

5 CONCLUSÃO

Como parte do objetivo geral deste estudo, foi realizada uma revisão da literatura pertinente à análise do fenômeno de vibrações induzidas por vórtices (VIV).

Por fim, foi desenvolvido um programa computacional em código aberto, escrito em Python, no qual o método dos elementos finitos foi implementado utilizando o Firedrake como software para a resolução de equações diferenciais parciais e o Gmesh para a criação da malha de elementos finitos. No entanto, será necessário um refinamento nas técnicas utilizadas, uma vez que alguns resultados não apresentaram o comportamento esperado, especialmente no que diz respeito à frequência da força de sustentação, que deveria estar mais próxima das frequências naturais da estrutura. Esse fato, porém, não inviabiliza os resultados obtidos, considerando que a técnica empregada exige simplificações e é um método numérico suscetível à propagação de erros.

Apesar da divergência encontrada nos gráficos das Figuras 48 e 49, nos pontos em que eram esperados um *lock-in*, os apuramentos se mostraram sólidos, pois os resultados finais buscados, que eram de energia gerada, condizem com os valores encontrados para deslocamento do cilindro causado pelo VIV e com as forças de sustentação apresentadas nos gráficos de forças \times tempo.

Concluindo, foi possível responder ao problema inicial proposto neste trabalho: desenvolver um modelo de coletor utilizando um cilindro rígido montado em um conjunto de molas, amortecedores e resistência. Verificou-se que é viável produzir energia por meio das vibrações do cilindro geradas pelo escoamento incidente, que causa o desprendimento de vórtices. Como sugestões para pesquisas futuras, destacam-se três importantes direções:

1. Refinamento e aperfeiçoamento das técnicas matemáticas e computacionais utilizadas, a fim de melhorar a precisão dos resultados obtidos;
2. Utilização de sistemas de controle para cilindros, com o objetivo de manter o escoamento em velocidades ideais para a geração de energia;

3. Avaliação da viabilidade econômica e prática para implantação do modelo descrito, incluindo a captura de energia em pequena escala, e a realização de diversos testes variando o parâmetro θ da equação ???. Dessa forma, seria possível determinar se a energia capturada pelo transdutor é adequada para aplicações práticas e qual o nível de acoplamento ideal para uma captura de energia mais eficiente, considerando sua real viabilidade para outros usos.

REFERÊNCIAS

ABDELKEFI, A.; HAJJ, M. R.; NAYFEH, A. H. Phenomena and modeling of piezoelectric energy harvesting from freely oscillating cylinders. **Nonlinear Dynamics**, v. 70, n. 2, p. 1377–1388, 2012. DOI: [⟨10.1007/s11071-012-0540-x⟩](https://doi.org/10.1007/s11071-012-0540-x).

ARNDT, Daniel. **Augmented Taylor-Hood elements for incompressible flow**. 2013. Tese (Doutorado) – Institut für Numerische und Angewandte Mathematik.

ÁSSI, Gustavo Roque. **Estudo experimental do Efeito de Interferência no escoamento ao redor de Cilindros Alinhados**. Dez. 2005. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. DOI: [⟨10.11606/d.3.2005.tde-11012006-154457⟩](https://doi.org/10.11606/d.3.2005.tde-11012006-154457).

BALLARIN, Francesco. **FEM on colab**. [*S. l.*]: Università Cattolica del Sacro Cuore, mai. 2021. [⟨https://fem-on-colab.github.io/⟩](https://fem-on-colab.github.io/). Disponível em: [⟨https://fem-on-colab.github.io/⟩](https://fem-on-colab.github.io/).

BEARMAN, P. W. Vortex shedding from Oscillating Bluff Bodies. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 16, n. 1, p. 195–222, 1984. DOI: [⟨10.1146/annurev.fl.16.010184.001211⟩](https://doi.org/10.1146/annurev.fl.16.010184.001211).

BELME, A.; DERVIEUX, A.; ALAUZET, F. Time accurate anisotropic goal-oriented mesh adaptation for unsteady flows. **Journal of Computational Physics**, v. 231, n. 19, p. 6323–6348, 2012. DOI: [⟨10.1016/j.jcp.2012.05.003⟩](https://doi.org/10.1016/j.jcp.2012.05.003).

BENNER, Peter *et al.* Efficient solution of large-scale saddle point systems arising in Riccati-based boundary feedback stabilization of incompressible stokes flow. **SIAM Journal on Scientific Computing**, v. 35, n. 5, 2013. DOI: [⟨10.1137/120881312⟩](https://doi.org/10.1137/120881312).

BITBUCKET. **Fenics Project**. [*S. l.*: *s. n.*], 2016. [⟨https://bitbucket.org/fenics-project/mshr⟩](https://bitbucket.org/fenics-project/mshr). Accessed: 08/09/2023. Disponível em: [⟨https://bitbucket.org/fenics-project/mshr⟩](https://bitbucket.org/fenics-project/mshr).

BLEVINS, Robert D. **Flow-induced vibration**. [*S. l.*]: Van Nostrand Reinhold, 1990.

BURDEN, Richard L.; FAIRES, J. Douglas; BURDEN, Annette M. **Numerical analysis**. [*S. l.*]: Cengage Learning, 2016.

CARMO, Bruno Souza. **Estudo Numérico do Escoamento ao Redor de Cilindros Alinhados**. 2005. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

CHORIN, A. Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations. English. **American Mathematical Society**, v. 22, n. 104, 1968.

CICOLIN, Murilo Marangon. **Supressão da Vibração Induzida por Vórtices de Cilindros com Malha Permeável**. 2014. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

DERAKHSHANDEH, J. F.; ALAM, Mahbub. A review of bluff body wakes. **Ocean Engineering**, p. 475–488, 2019.

DONEA, Jean *et al.* Arbitrary Lagrangian-Eulerian methods. **Encyclopedia of Computational Mechanics**, 2004. DOI: <10.1002/0470091355.ecm009>.

FACCHINETTI, M. L.; DE LANGRE, E.; BIOLLEY, F. Coupling of structure and wake oscillators in vortex-induced vibrations. **Journal of Fluids and Structures**, v. 19, n. 2, p. 123–140, 2004. DOI: <10.1016/j.jfluidstructs.2003.12.004>. Disponível em: <<https://reader.elsevier.com/reader/sd/pii/S0889974603001853?token=9A7E45A38567D70BD340EA81E3A356BC34E87F5F25DA6314C9A05E4E656D26AB6295572E331E00F62F87BD04BE99C9EB&and%20originRegion=us-east-1&and%20originCreation=20230107155412>>.

FENG, C. C. **The measurement of vortex-induced effects in flow past stationary and oscillating circular and D-section cylinders**. 1968. Tese (Doutorado) – University of British Columbia. DOI: <10.14288/1.0104049>.

FREEFEM. **FreeFEM Documentation: Finite Element**. [*S. l.: s. n.*], 2023. <<https://doc.freefem.org/documentation/finite-element.html#p2-element>>. Accessed: 08/09/2023. Disponível em: <<https://doc.freefem.org/documentation/finite-element.html#p2-element>>.

FREY, P. J.; ALAUZET, F. Anisotropic mesh adaptation for CFD computations. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 194, p. 5068–5082, 2005. DOI: <10.1016/j.cma.2004.11.025>.

GOVARDHAN, R.; WILLIAMSON, C. H. Modes of Vortex Formation and frequency response of a freely vibrating cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 420, p. 85–130, 2000. DOI: <10.1017/s0022112000001233>.

GRÄTSCHE, Thomas; BATHE, Klaus-Jürgen. A posteriori error estimation techniques in practical finite element analysis. **Computers & Structures**, v. 83, p. 235–265, 2005. DOI: <10.1016/j.compstruc.2004.08.011>.

GROUTHIER, Clément *et al.* On the efficiency of energy harvesting using vortex-induced vibrations of cables. **Journal of Fluids and Structures**, v. 49, p. 427–440, 2014. DOI: [10.1016/j.jfluidstructs.2014.05.004](https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2014.05.004). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0889974614001005?via%3Dihub>.

HAM, David A. *et al.* **Firedrake User Manual**. First edition. [S. l.], mai. 2023. DOI: [10.25561/104839](https://doi.org/10.25561/104839).

HENDERSON, Ronald D. Details of the drag curve near the onset of vortex shedding. **Physics of Fluids**, v. 7, n. 9, p. 2102–2104, 1995. DOI: [10.1063/1.868459](https://doi.org/10.1063/1.868459).

HIRSCH, Charles. **Fundamentals of Computational Fluid Dynamics**. [S. l.]: Elsevier/Butterworth-Heinemann, 2007.

HIRT, C. W.; AMSDEN, A. A.; COOK, J. L. An arbitrary Lagrangian-Eulerian computing method for all flow speeds. **Journal of Computational Physics**, v. 14, n. 3, p. 227–253, 1974. ISSN 0021-9991. DOI: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(74\)90051-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(74)90051-5). Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0021999174900515>.

KHALAK, A.; WILLIAMSON, C. H. K. Motions, forces and mode transitions in Vortex-induced vibrations at low mass-damping. **Journal of Fluids and Structures**, v. 13, p. 813–851, 1999. DOI: [10.1006/jfls.1999.0236](https://doi.org/10.1006/jfls.1999.0236).

LI, Daochun *et al.* Energy harvesting by means of flow-induced vibrations on aerospace vehicles. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 86, p. 28–62, 2016. DOI: [10.1016/j.paerosci.2016.08.001](https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2016.08.001). Disponível em: <https://reader.elsevier.com/reader/sd/pii/S0376042116300057?token=6C1CE3D4BF082BD2997CE3E10CA9AED7FA8C3A02C0A8B2CCAF AAB35EC620350C315E7E7B7E1F7E166C27504AEE574867&and%20and%20originRegion=us-east-1&and%20and%20originCreation=20230107151400>.

MEHMOOD, A. *et al.* Piezoelectric energy harvesting from vortex-induced vibrations of circular cylinder. **Journal of Sound and Vibration**, v. 332, n. 19, p. 4656–4667, 2013. DOI: [10.1016/j.jsv.2013.03.033](https://doi.org/10.1016/j.jsv.2013.03.033).

MENEGHINI, Julio Romano. **Projetos de pesquisa no tópico: Geração e desprendimento de vórtices no escoamento ao redor de cilindros**. [S. l.], 2002.

MUNSON, Bruce Roy. **Fundamentals of Fluid Mechanics**. [S. l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2013.

NORBERG, C. Fluctuating lift on a circular cylinder: Review and New Measurements. **Journal of Fluids and Structures**, v. 17, n. 1, p. 57–96, 2003. DOI: [10.1016/s0889-9746\(02\)00099-3](https://doi.org/10.1016/s0889-9746(02)00099-3).

ONU. **Transforming our world: the 2030 Agenda for Sustainable Development**. [S. l.: s. n.], out. 2015. Disponível em: <https://undocs.org/en/A/RES/70/1>.

PAIDOUSSIS, M. P.; DE LANGRE, Emmanuel; PRICE, Stuart. **Fluid-structure interactions: Cross-flow-induced instabilities**. [S. l.]: Cambridge University Press, 2010.

PARKINSON, Geoffrey. Phenomena and modelling of flow-induced vibrations of Bluff Bodies. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 26, n. 2, p. 169–224, 1989. DOI: [10.1016/0376-0421\(89\)90008-0](https://doi.org/10.1016/0376-0421(89)90008-0).

PICELLI, R. *et al.* Topology optimization of binary structures under design-dependent fluid-structure interaction loads. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 62, n. 4, p. 2101–2116, 2020. DOI: [10.1007/s00158-020-02598-0](https://doi.org/10.1007/s00158-020-02598-0). Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00158-020-02598-0>.

PICELLI, Renato *et al.* Topology optimization of turbulent fluid flow via the TOBS method and a geometry trimming procedure. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 65, n. 1, 2022. DOI: [10.1007/s00158-021-03118-4](https://doi.org/10.1007/s00158-021-03118-4). Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00158-021-03118-4>.

POTTER, Merle C. *et al.* **Mechanics of Fluids**. [S. l.]: Cengage Learning, 2017.

REIS, Livia Bueno; GIORIA, R. S. Optimization of liquid jet ejector geometry and its impact on flow fields. **Applied Thermal Engineering**, v. 194, p. 117132, 2021. ISSN 1359-4311. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.117132>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S135943112100572X>.

ROACHE, P. J. Perspective: A method for uniform reporting of Grid Refinement Studies. **Journal of Fluids Engineering**, v. 116, n. 3, p. 405–413, 1994. DOI: [10.1115/1.2910291](https://doi.org/10.1115/1.2910291).

SAFFMAN, P. G. **Vortex Dynamics**. [S. l.]: Cambridge University Press, 1993. DOI: [10.1017/cbo9780511624063](https://doi.org/10.1017/cbo9780511624063).

SARPKAYA, T. Vortex-induced oscillations: A selective review. **Journal of Applied Mechanics**, v. 46, n. 2, p. 241–258, 1979. DOI: [10.1115/1.3424537](https://doi.org/10.1115/1.3424537).

SILVA, Vinicius Girardi. Estudo Numérico da Vibração Induzida por vórtices em um corpo cilíndrico, 2013. DOI: [10.11606/d.3.2013.tde-26062014-112828](https://doi.org/10.11606/d.3.2013.tde-26062014-112828).

SOUZA, Marcelo Maraschin. **Solução das Equações de Navier-Stokes para Fluidos Incompressíveis via Elementos Finitos**. 2013. Tese (Doutorado) – UFRGS.

STRUTT, John; WELLS, Don. API 17N – recommended practise for subsea production system reliability, Technical Risk & Integrity Management. **Offshore Technology Conference**, 2014. DOI: [10.4043/25412-ms](https://doi.org/10.4043/25412-ms).

TAKATA, Vitor. **Controle ativo de escoamento ao redor de um cilindro fixo através do uso de cilindros rotativos e redes neurais**. 2019. Trabalho de conclusão de curso – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

THOMAS, James P.; QIDWAI, Muhammad A.; KELLOGG, James C. **Energy scavenging for small-scale unmanned systems**. v. 159. [*S. l.*], 2006. P. 1494–1509. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2005.12.084>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378775306001121>.

UNITED NATIONS. **Sustainable development goals report 2021**. [*S. l.*], 2021. Disponível em: <https://unstats.un.org/sdgs/report/2021/The-Sustainable-Development-Goals-Report-2021.pdf>.

VAN DYKE, Milton. **An album of Fluid Motion**. Fourth. [*S. l.*]: The Parabolic Press, 1988.

WANG, Junlei *et al.* Enhancing energy harvesting from flow-induced vibrations of a circular cylinder using a downstream rectangular plate: An experimental study. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 211, p. 106781, 2021. DOI: [10.1016/j.ijmecsci.2021.106781](https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2021.106781). Disponível em: <https://reader.elsevier.com/reader/sd/pii/S0020740321005105?token=DF01EC3175C29E2F0671044CFC2407415691D6F696398379136DBC5FB0F98B4E443999DEFFAA4EE41E09E04FFBD57905&and%20originRegion=us-east-1&and%20originCreation=20230107204413>.

WHITE, Frank M. **Fluid mechanics**. [*S. l.*]: McGraw Hill, 2011.

WILLIAMSON, C. H. Three-dimensional wake transition. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 328, p. 345–407, 1996. DOI: [10.1017/s0022112096008750](https://doi.org/10.1017/s0022112096008750).

WILLIAMSON, C. H. Vortex Dynamics in the cylinder wake. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 28, n. 1, p. 477–539, 1996. DOI: [10.1146/annurev.fl.28.010196.002401](https://doi.org/10.1146/annurev.fl.28.010196.002401).

WILLIAMSON, C. H. K.; GOVARDHAN, R. Vortex-Induced Vibrations. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 36, n. 1, p. 413–455, 2004. DOI: [10.1146/annurev.fluid.36.050802.122128](https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.36.050802.122128).

ZDRAVKOVICH, M. M. Conceptual overview of laminar and turbulent flows past smooth and rough circular cylinders. **Wind Engineers, JAWE**, n. 37, p. 93–102, 1988. DOI: [10.5359/jawe.1988.37_93](https://doi.org/10.5359/jawe.1988.37_93).

ZDRAVKOVICH, M. M. **Flow around circular cylinders.** [*S. l.*]: Oxford University Press, 1997.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. **The Finite Element Method: Volume 3.** [*S. l.*]: Arnold, 2000.

APÊNDICE A – ARTIGO SÍNTESE



Análise paramétrica do escoamento laminar ao redor de um cilindro fixo para monitoramento de geração de energia

Júlio Vanícola Fernandes

Orientador: Rafael dos Santos Gioria

Artigo Sumário referente à disciplina PMI3349 — Trabalho de Conclusão de Curso II
Este artigo foi preparado como requisito para completar o curso de Engenharia de Petróleo na Escola Politécnica da USP. Template Latex versão 2021v00.

1 Resumo

Com o aumento da demanda global por energia e a busca por métodos mais sustentáveis, tecnologias baseadas na interação fluido-estrutura têm se destacado como alternativas promissoras, especialmente para aplicações em pequena escala. Este estudo investigou a viabilidade da geração de energia utilizando um cilindro fixo montado em um sistema composto por molas, amortecedores e resistência. Por meio de simulações multifísicas e do método dos elementos finitos, foram resolvidas as equações de Navier-Stokes, permitindo a obtenção de mapas detalhados de pressão, velocidade e potencial de geração de energia ao longo do tempo. Para garantir a precisão dos resultados, o modelo foi validado com base em dados experimentais e numéricos disponíveis na literatura. Os resultados indicam que é viável gerar energia em pequena escala para diferentes frequências naturais dos cilindros em um ambiente controlado, estabelecendo uma base sólida para estudos adicionais e otimizações futuras. Esses avanços são direcionados à melhoria da eficiência de dispositivos de coleta de energia por meio de vibrações induzidas por vórtices (VIV), contribuindo para o desenvolvimento de tecnologias sustentáveis.

2 Abstract

With the increasing global energy demand and the pursuit of more sustainable methods, technologies based on fluid-structure interaction have emerged as promising alternatives, especially for small-scale applications. This study investigated the feasibility of energy generation using a fixed cylinder mounted on a system composed of springs, dampers, and resistance elements. Through multiphysics simulations and the finite element method, the Navier-Stokes equations were solved, allowing for the detailed mapping of pressure, velocity, and energy generation potential over time. To ensure the accuracy of the results, the model was validated using experimental and numerical data available in the literature. The results indicate that it is feasible to generate small-scale energy for different natural frequencies of the cylinders in a controlled environment, establishing a solid foundation for further studies and future optimizations. These advances are directed towards improving the efficiency of energy-harvesting devices through vortex-induced vibrations (VIV), contributing to the development of sustainable technologies.

3 Introdução

A demanda por fontes de energia sustentáveis tem se intensificado em resposta às metas globais de desenvolvimento sustentável, como as propostas pela Agenda 2030 da ONU (ONU, 2015). Com o objetivo de reduzir a dependência de fontes de energia convencionais e incentivar alternativas mais limpas, surgem tecnologias inovadoras, entre as quais se destacam os sistemas que utilizam interações fluido-estruturais para geração de energia em pequena escala.

A pesquisa foca na viabilidade de modelagem e controle do sistema, utilizando simulações numéricas com o método dos elementos finitos para analisar o comportamento do escoamento e otimizar a geração de energia. Além do avanço no entendimento do comportamento de sistemas VIV, essa pesquisa justifica-se pela sua relevância para o análise de possibilidade de geração de energia através de sistemas com VIV. A tecnologia proposta pode fornecer

uma alternativa viável para complementar fontes de energia em locais de difícil acesso, aumentando a autonomia de veículos e dispositivos, como os Veículos Operados Remotamente (ROVs), utilizados em operações *offshore*. A aplicação desse modelo contribui, assim, para atender o 7º Objetivo de Desenvolvimento Sustentável, que busca acesso universal a energia confiável e sustentável.

4 Desenvolvimento

Este capítulo apresenta brevemente as ferramentas numéricas a serem aplicadas e os modelos físicos, além das limitações das metodologias utilizadas. As seções introduzem o método de simulação numérica das equações não-lineares do escoamento e o modelo eletro-mecânico do dispositivo de coleta de energia por vibração.

4.1 Modelagem com 1 grau de liberdade e Fluidodinâmica Computacional

Foi utilizado o esquema do sistema formado por um cilindro rígido montado sobre um conjunto de molas, amortecedores e imerso em um meio fluido escoando. O único grau de liberdade do cilindro se encontra na direção transversal ao fluxo e o conjunto mola-amortecedor resiste ao movimento nesta direção. O corpo do cilindro rígido é considerado como toda a estrutura do sistema dinâmico (massa estrutural, força de restauração e amortecimento do sistema). O esquema torna fácil a visualização do movimento transversal $y(t)$ do cilindro, o mesmo pode ser descrito simplificada pela equação (tais equações são apresentadas a seguir somente de forma ilustrativa para entendimento da modelagem simplificada) 3:

$$y(t) = y_0 \sin(\omega t) \quad (1)$$

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t + \phi) \quad (2)$$

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(t) \quad (3)$$

ÁSSI (2005) traz que, nos regimes de oscilação em que a frequência de vibração do corpo está sincronizada com a excitação da força fluida, uma boa aproximação para $F(t)$ e $y(t)$ são as equações 2 e 1.

Neste trabalho foi simulado um escoamento bidimensional ao redor de um cilindro.

4.2 Equação de Navier-Stokes

Neste trabalho, para todos os testes, o número de Reynolds foi fixado em $Re = 200$, sendo assim, o ambiente de simulação utilizado para as soluções numéricas seguiu as equações que regem os escoamentos viscosos laminares.

As equações 4 e 5 são as que governam esse tipo de escoamento, sendo elas a equação de Navier-Stokes e a equação da continuidade. Além das premissas de escoamento viscoso e laminar, ainda foi considerada a premissa de desprezar o efeito da aceleração da gravidade, e a de continuidade com condições de contorno adequadas (MUNSON, 2013):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u = -\nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 u \quad (4)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (5)$$

Para a simulação das equações de Navier-Stokes e de Continuidade aplicadas ao problema, utilizou-se o ambiente Google Colaboratory, o software Firedrake para a solução dos elementos finitos e o Gmesh para a criação da malha, conforme descrito em BALLARIN (2021) e Ham et al. (2023)

4.3 Modelo de estrutura acoplada para converter de energia

O modelo simplificado consiste em uma seção de estrutura com comportamento elástico Hookeano acoplado com o transdutor piezoelétrico e com forçante dada pela interação com o escoamento (ABDELKEFI; HAJJ; NAYFEH, 2012).

O modelo pode ser escrito, para uma direção y como exemplo, pela combinação de um sistema massa-mola-amortecedor simples.

$$M\ddot{Y} + C\dot{Y} + KY = F_{yfluido}(t, \dot{Y}, \ddot{Y}, escoamento), \tag{6}$$

Onde Y representa o deslocamento da estrutura, M é a massa do cilindro por unidade de comprimento, C é o amortecimento estrutural, K é a rigidez, e a força atuante representa a carga do escoamento sobre a estrutura, que depende tanto do escoamento quanto do movimento da própria estrutura.

A Equação 6 é resolvida simultaneamente com a forma discreta das equações 4 e 5.

Para o cálculo da energia bruta, foram utilizados dois métodos de integral numérica: o método da integral de Simpson e a integral trapezoidal. No primeiro método, a curva é aproximada por parábolas, e a área é calculada com base em parábolas ajustadas a 3 pontos. No segundo, a curva é aproximada por retas, e a área é calculada com base em retas ajustadas a 2 pontos. A curva a ser aproximada por esses métodos para integração é a curva das potências ao longo do tempo, previamente calculadas.

A curva às quais esses métodos farão a aproximação para integração será a curva das potências no tempo, potências essas calculadas através da equação $Pot = F \cdot v$, onde F é a força de sustentação, e v a velocidade de deslocamento do cilindro.

5 Resultados

Na Tabela 1 são trazidos os resultados dos parâmetros descritos mais à frente no artigo, além de outros valores importantes que serão utilizados posteriormente nas análises de geração de energia vs solicitação da resistência do cilindro, entendimento do fenômeno, visualização de *branch* e *lock-in*.

Tabela 1 – Resultados obtidos para diferentes valores de velocidade reduzida. Produzida pelo autor.

f_N	U^*	A^*	f^*	Energia Gerada
1,000	1,0	0,00302	0,18061	$-8,2 \times 10^{-7}$
0,200	5,0	0,18037	1,01057	$8,1 \times 10^{-4}$
0,172	5,8	0,16088	1,19241	$8,0 \times 10^{-3}$
0,125	8,0	0,21748	1,55710	$-1,3 \times 10^{-3}$

Para a solução das equações nas simulações envolvendo VIV, é necessário definir previamente como informação do problema alguns dos parâmetros adimensionais:

- Velocidade Reduzida (U^*): Como dito anteriormente para cálculo da velocidade reduzida foi-se alterando a frequência natural (f_N) ou rigidez da estrutura pois, caso fosse alterado a velocidade reduzida e mantido a rigidez do material constante, para que o sistema alcançasse o equilíbrio ele teria que alterar o escoamento, sendo assim seria alterado o Reynolds, algo que foge do escopo das análises do trabalho;
- Massa Reduzida (m^*): A massa reduzida do problema é $m^* = 4$, visto que $m^* = \frac{m}{\rho \pi \frac{D_c^2}{4}}$, onde $\rho \cdot \pi = m = 1$
- Amplitude Reduzida (A^*): A amplitude reduzida será calculada para cada valor de Velocidade reduzida/frequência natural da estrutura, pois esse parâmetro será fundamental na para a análise dos *branches* através do gráfico de $A^* \times U^*$;
- Frequência Reduzida (f^*): A frequência reduzida será calculada para cada valor de Velocidade reduzida/frequência natural da estrutura, pois esse parâmetro será fundamental na para a análise de identificação de *lock-in* através do gráfico de $f^* \times U^*$;
- Razão de amortecimento (ζ): A razão de amortecimento do problema é $\zeta = 0,001$, pois foi considerado que o amortecimento da estrutura (c) bem baixo, visto que $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{km}}$, onde $k = m = 1$.

- Energia Gerada: Conforme mencionado anteriormente, o cálculo da energia bruta utilizou dois métodos de integração numérica: o método da integral de Simpson e a integral trapezoidal. A curva aproximada por esses métodos corresponde à curva das potências no tempo, cujos valores foram calculados para gerar uma energia adimensional.

Dos valores trazidos na Tabela 1 se faz interessante analisar mais profundamente o caso, com a velocidade reduzida de 5,0.

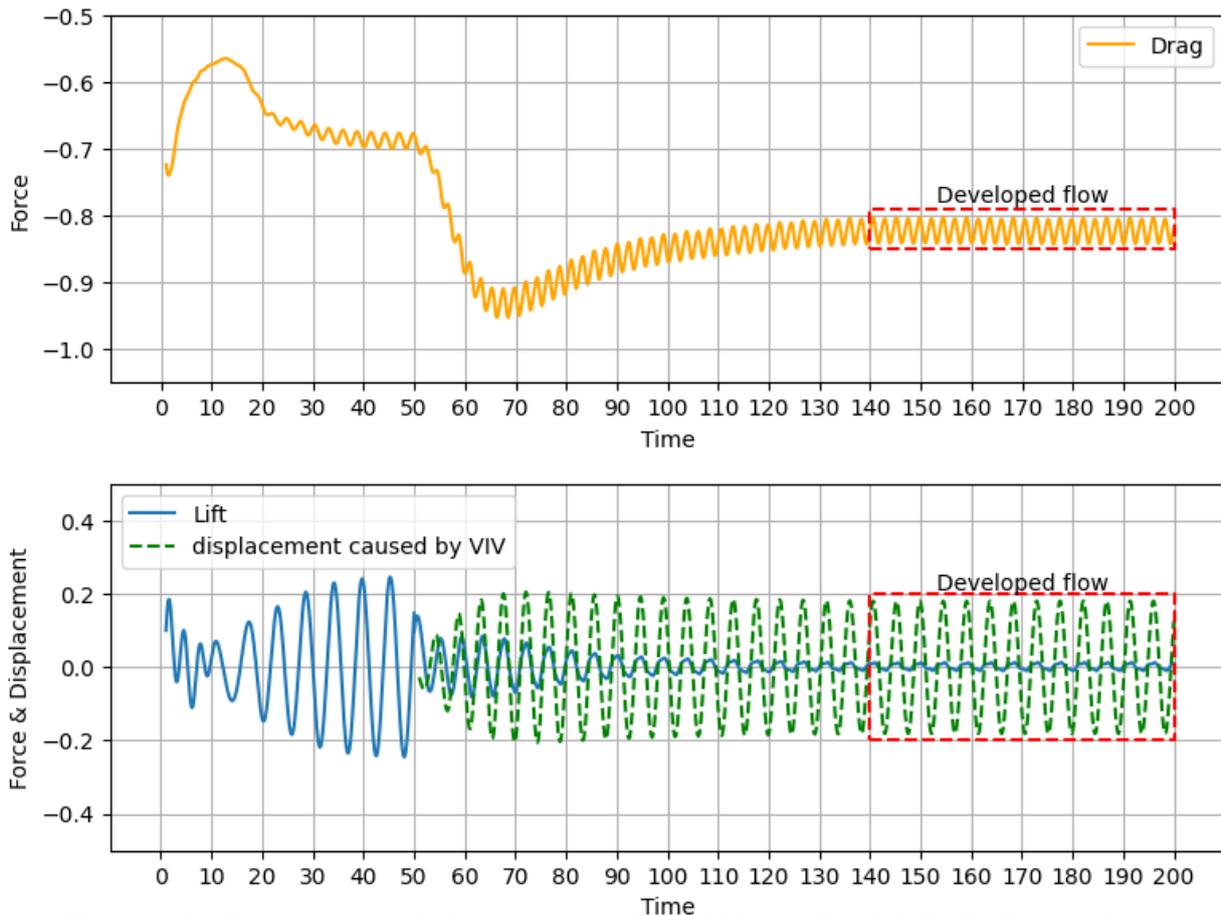


Figura 1 – Gráficos de forças e deslocamento gerado por VIV, para $U^* = 5,0$. Produzido pelo Autor.

A análise do escoamento para a velocidade reduzida $U^* = 5,0$ é indispensável, pois, como mostrado na Figura 1, é nesse regime que se observam baixas forças de sustentação associadas a uma alta vibração do cilindro, possibilitando a geração de energia, conforme evidenciado na Tabela 1, sem causar desgaste excessivo na estrutura devido à menor solicitação da força de sustentação.

6 conclusões

A análise dos gráficos 2 e 3 revela que, para valores de velocidade reduzida entre $U^* = 1,0$ e $U^* = 5,3$ o aumento da velocidade reduzida resulta em um aumento progressivo da amplitude reduzida, correspondente ao deslocamento do cilindro causado pelo VIV, atingindo um máximo de aproximadamente 20% do diâmetro do cilindro. Nesse intervalo, também ocorre um aumento na frequência reduzida, evidenciando um crescimento progressivo na geração de energia. Entre $U^* = 5,3$ e $U^* = 5,8$ observa-se o cenário ideal para geração de energia, com o máximo alcançado em $U^* = 5,8$. A partir de $U^* = 5,3$, a frequência média de desprendimento de vórtices continua aumentando, indicando maior vibração gerada pelo desprendimento de vórtices, enquanto as amplitudes médias de deslocamento do cilindro diminuem devido ao fenômeno de batimentos. A partir de $U^* = 5,9$, ocorre uma inversão do

fenômeno, com o desaparecimento dos batimentos e o sistema retornando a um estado mais estável. Nesse regime, a frequência de desprendimento de vórtices se afasta novamente da frequência natural da estrutura, resultando em uma redução na frequência de desprendimento e um aumento nas amplitudes de deslocamento do cilindro. Conseqüentemente, o sistema consome energia para suportar esses deslocamentos.

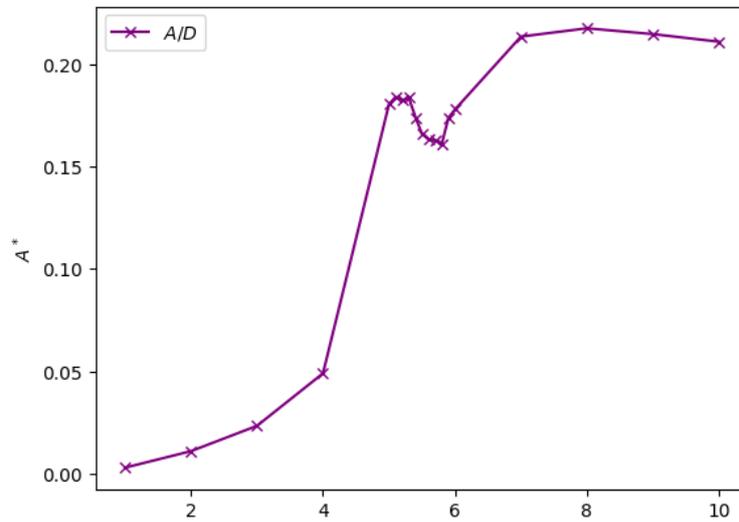


Figura 2 – Gráfico de amplitude reduzida para diferentes valores de velocidade reduzida. Produzido pelo Autor.

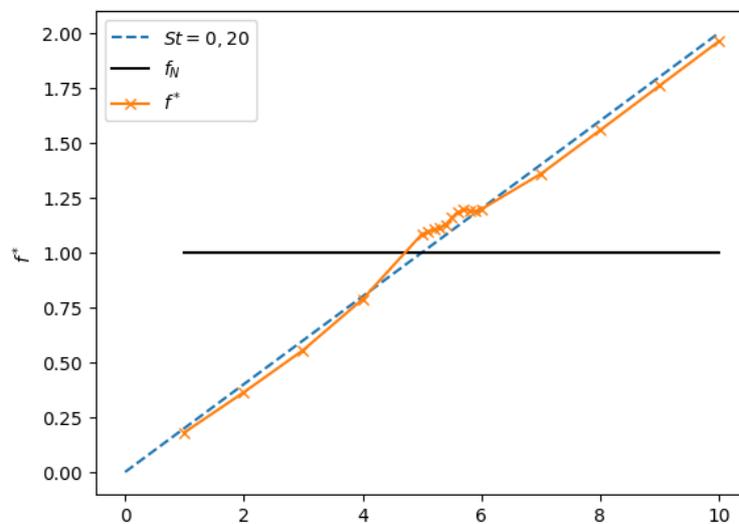


Figura 3 – Gráfico de frequência reduzida para diferentes valores de velocidade reduzida. Produzido pelo Autor.

No entanto, ao observar o gráfico de força de sustentação e deslocamento do cilindro ao longo do tempo, assim como o gráfico de frequência reduzida versus velocidade reduzida, verifica-se que entre $U^* = 5,0$ e $U^* = 6,0$ ocorre um provável fenômeno de *lock-in*. Nesse fenômeno, as frequências de desprendimento de vórtices aproximam-se da frequência natural da estrutura, gerando o efeito de batimento (devido às frequências próximas, mas não exatamente iguais), o que sugere uma possível transição de um *branch* para outro. Como mencionado anteriormente, essa comprovação é dificultada pela condição bidimensional da simulação. Para alcançar uma geração de energia mais eficiente, tanto em termos de resistência da estrutura quanto de energia bruta gerada, seria ideal operar o sistema a uma velocidade reduzida de $U^* = 5,0$. Nesse ponto, o sistema começa a entrar no *lock-in*, ou seja, o momento em que as frequências começam a se aproximar. Nesse regime, observa-se um montante significativo de energia obtida, com uma solicitação relativamente baixa da estrutura, como evidenciado na Figura ???. Nessa figura, há uma

vibração significativa causada pelo desprendimento de vórtices (fator gerador de energia) e uma baixa amplitude das forças de sustentação, indicando uma menor sollicitação da estrutura para sustentar a vibração do sistema. Por outro lado, a análise também explica por que, para $U^* > 7,0$, são verificadas maiores amplitudes para as forças de sustentação, o que leva ao consumo de energia pelo sistema para sustentar essas vibrações e manter o sistema estável. Por esse motivo, é essencial evitar velocidades reduzidas maiores que $U^* = 6,0$, pois, além de consumirem energia, essas velocidades exigem bastante da estrutura do cilindro, podendo causar danos à mesma.

foi desenvolvido um programa computacional em código aberto, escrito em Python, no qual o método dos elementos finitos foi implementado utilizando o Firedrake como software para a resolução de equações diferenciais parciais e o Gmesh para a criação da malha de elementos finitos. No entanto, será necessário um refinamento nas técnicas utilizadas, uma vez que alguns resultados não apresentaram o comportamento esperado, especialmente no que diz respeito à frequência da força de sustentação, que deveria estar mais próxima das frequências naturais da estrutura. Esse fato, porém, não inviabiliza os resultados obtidos, considerando que a técnica empregada exige simplificações e é um método numérico suscetível à propagação de erros.

Apesar da divergência encontrada nos gráficos das Figuras 2 e 3, nos pontos em que eram esperados um *lock-in*, os apuramentos se mostraram sólidos, pois os resultados finais buscados, que eram de energia gerada, condizem com os valores encontrados para deslocamento do cilindro causado pelo VIV e com as forças de sustentação apresentadas nos gráficos de forças \times tempo.

Concluindo, foi possível responder ao problema inicial proposto neste trabalho: desenvolver um modelo de coletor utilizando um cilindro rígido montado em um conjunto de molas, amortecedores e resistência. Verificou-se que é viável produzir energia por meio das vibrações do cilindro geradas pelo escoamento incidente, que causa o desprendimento de vórtices. Como sugestões para pesquisas futuras, destacam-se três importantes direções:

1. Refinamento e aperfeiçoamento das técnicas matemáticas e computacionais utilizadas, a fim de melhorar a precisão dos resultados obtidos;
2. Utilização de sistemas de controle para cilindros, com o objetivo de manter o escoamento em velocidades ideais para a geração de energia;
3. Avaliação da viabilidade econômica e prática para implantação do modelo descrito, incluindo a captura de energia em pequena escala, e a realização de diversos testes variando o parâmetro θ da equação ???. Dessa forma, seria possível determinar se a energia capturada pelo transdutor é adequada para aplicações práticas e qual o nível de acoplamento ideal para uma captura de energia mais eficiente, considerando sua real viabilidade para outros usos.

7 Referências

Referências

ABDELKEFI, A.; HAJJ, M. R.; NAYFEH, A. H. Phenomena and modeling of piezoelectric energy harvesting from freely oscillating cylinders. **Nonlinear Dynamics**, v. 70, n. 2, p. 1377–1388, 2012. DOI: <10.1007/s11071-012-0540-x>.

ÁSSI, Gustavo Roque. **Estudo experimental do Efeito de Interferência no escoamento ao redor de Cilindros Alinhados**. Dez. 2005. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. DOI: <10.11606/d.3.2005.tde-11012006-154457>.

BALLARIN, Francesco. **FEM on colab**. [S.l.]: Università Cattolica del Sacro Cuore, mai. 2021. <https://fem-on-colab.github.io/>. Disponível em: <<https://fem-on-colab.github.io/>>.

HAM, David A. et al. **Firedrake User Manual**. First edition. [S.l.], mai. 2023. DOI: <10.25561/104839>.

MUNSON, Bruce Roy. **Fundamentals of Fluid Mechanics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 2013.

ONU. **Transforming our world: the 2030 Agenda for Sustainable Development**. [S.l.: s.n.], out. 2015. Disponível em: <<https://undocs.org/en/A/RES/70/1>>.