

8,5 (frente e verso)
HJM

TRABALHO
**DISSERTAÇÃO DE
FORMATURA**

**LEVITAÇÃO MAGNÉTICA DE UMA
BARRA**

ORIENTADOR: Prof. Dr. Edilson Hiroshi Tamai

ALUNOS: André Balestrim Cestare **NUSP:** 2234589
Danilo Moreira Rodrigues **NUSP:** 2233592

São Paulo
2000

DEDALUS - Acervo - EPMN



31600005949



ÍNDICE

ÍNDICE DE TABELAS E FIGURAS.	.3
RESUMO.	.5
INTRODUÇÃO.	.6
OBJETIVO.	.8
DESCRIÇÃO DO SISTEMA.	.8
ELETROIMÃS.	
Modelo matemático da força desenvolvida.	.10
Dimensionamento.	.10
.	.16
SENSORES..	.18
MODELAGEM MATEMÁTICA.	
Conceitos de eletromagnetismo.	.19
Modelagem do sistema.	.19
Validação dos modelos.	.20
.	.22
SISTEMA DE CONTROLE.	
Controle ótimo.	.34
Filtro de kalman.	.35
Projeto do sistema de controle.	.36
.	.36
PLACA DE POTÊNCIA.	.51
ESTRUTURA.	.54
PROGRAMA DE CONTROLE.	.57
CONCLUSÃO.	.58
ANEXO I..	.60
BIBLIOGRAFIA.	.61



ÍNDICE DE TABELAS E FIGURAS

EXPERIMENTO DE LEVITAÇÃO.7
ESQUEMA DO SISTEMA..9
ELETROIMÃ.10
GRÁFICO FORÇA MAGNETOMOTRIZ x FLUXO MAGNÉTICO.11
CIRCUITO ELÉTRICO ANÁLOGO AO ELETROIMÃ..12
CIRCUITO ELÉTRICO ANÁLOGO SIMPLIFICADO.13
CIRCUITO ELÉTRICO ANÁLOGO RESULTANTE.13
TABELA DE DIMENSIONAMENTO.16
ELETROIMÃS – FOTO 1..17
ELETROIMÃS – FOTO 2..17
CONVENÇÃO DE SINAIS.20
DIAGRAMA DE BLOCOS – UM ELETROIMÃ..22
DIAGRAMA DE BLOCOS – DOIS ELETROIMAS.23
GRÁFICO VELOCIDADE (1) – UM ELETROIMÃ..24
GRÁFICO ENTREFERRO (1) – UM ELETROIMÃ..24
GRÁFICO CORRENTE (1) – UM ELETROIMÃ..25
GRÁFICO VELOCIDADE (2) – UM ELETROIMÃ..25
GRÁFICO ENTREFERRO (2) – UM ELETROIMA..26
GRÁFICO CORRENTE (2) – UM ELETROIMÃ..26
GRÁFICO VELOCIDADE DO CM (1) – DOIS ELETROIMÃS.27
GRÁFICO ROTAÇÃO (1) – DOIS ELETROIMÃS..27
GRÁFICO ENTREFERRO 1 (1) – DOIS ELETROIMÃS..28



GRÁFICO ENTREFERRO 2 (1) – DOIS ELETROIMÃS.	.28
GRÁFICO CORRENTE 1 (1) – DOIS ELETROIMÃS.	.29
GRÁFICO CORRENTE 2 (1) – DOIS ELETROIMÃS.	.29
GRÁFICO VELOCIDADE DO CM (2) – DOIS ELETROIMÃS.	.30
GRÁFICO ROTAÇÃO (2) – DOIS ELETROIMÃS.	.30
GRÁFICO ENTRE-FERRO 1 (2) – DOIS ELETROIMÃS.	.31
GRÁFICO ENTRE-FERRO 2 (2) – DOIS ELETROIMÃS.	.31
GRÁFICO CORRENTE 1 (2) – DOIS ELETROIMÃS.	.32
GRÁFICO CORRENTE 2 (2) – DOIS ELETROIMÃS.	.32
GRÁFICO RESPOSTA A DEGRAU (1) – UM ELETROIMÃ.	.38
GRÁFICO RESPOSTA A DEGRAU (1) – DOIS ELETROIMÃS.	.39
GRÁFICO RESPOSTA A DEGRAU (2) – UM ELETROIMÃ.	.41
GRÁFICO MARGENS – UM ELETROIMÃ.	.42
GRÁFICO RESPOSTA A DEGRAU (2) – DOIS ELETROIMÃS.	.44
GRÁFICO MARGENS (1) – DOIS ELETROIMÃS.	.45
GRÁFICO MARGENS (2) – DOIS ELETROIMÃS.	.45
GRÁFICO RESPOSTA A IMPULSO – UM ELETROIMÃ.	.47
GRÁFICO RESPOSTA A DEGRAU (3) – DOIS ELETROIMÃS.	.49
CIRCUITO AMPLIFICADOR.	.51
CIRCUITO DE POTÊNCIA UTILIZADO.	.52
PLACA DE POTÊNCIA.	.53
ESTRUTURA.	.55
ESTRUTURA – FOTO 1.	.55
ESTRUTURA – FOTO 2.	.56



RESUMO

É apresentado neste trabalho a elaboração de um projeto de equipamento para bancada de laboratório que auxilie o ensino de técnicas de controle e de conceitos de magnetismo. O equipamento consiste de um sistema magnético para levitação de uma barra, controlado por micro-computador.

Inicialmente são estudados os conceitos magnéticos e o projeto dos eletroímãs que se fizeram necessários para a levitação magnética da barra. Foi projetado também o circuito de potência para a alimentação dos eletroímãs.

O projeto do sistema de controle foi executado de acordo com duas possibilidades de funcionamento: com uma das extremidades da barra fixa e a outra levitando, e com as duas extremidades levitando.

Foi utilizada, para ambos os casos, controle ótimo baseado na técnica do Regulador Linear Quadrático(RLQ) combinado com a técnica do Filtro de Kalman como estimador de estados.

Ao final é apresentada proposta de continuação, melhoria e ampliação do projeto, estendendo as suas possibilidades de utilização como ferramenta de apoio ao ensino de teorias de controle.



INTRODUÇÃO

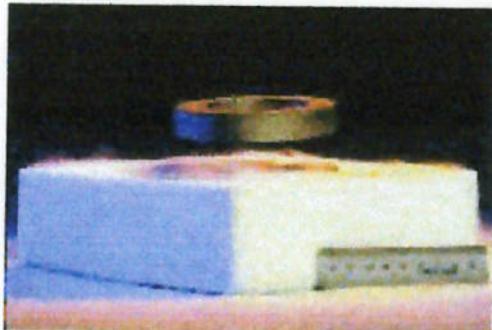
Ultimamente, os dispositivos de levitação magnética têm crescido muito em importância, sendo cada vez mais pesquisados e desenvolvidos. Este maior interesse deve-se, em grande parte, à necessidade de minimizar atritos em mancais de eixos através da utilização de mancais magnéticos, e à necessidade de desenvolver veículos mais rápidos, suspensos em trilhos através de eletroimãs.

Uma das vantagens deste tipo de veículo está em não poluir o meio ambiente, ao contrário, dos aviões que queimam combustíveis fósseis, pois utiliza energia elétrica.

Os mancais magnéticos partem da mesma idéia dos mecânicos, como os utilizados em rolimãs, que conectam a parte fixa à móvel, formando um eixo de sustentação. Os mancais magnéticos mantêm a rotação centrada através de magnetismo, realizando um movimento estável. Desta forma, elimina-se o atrito, permitindo o desenvolvimento de velocidades elevadas.

Há 30 anos, Japão e Alemanha realizam estudos com trens eletromagnéticos de alta velocidade.

A figura abaixo mostra experiência realizada na Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte das pesquisas para o desenvolvimento de um Trem-Bala. Ela consiste na levitação de um peso de cinco quilos sobre um bloco supercondutor resfriado em nitrogênio líquido.



Uma parte importante desses sistemas é, além dos dispositivos eletromagnéticos, o sistema de controle, que possibilita a estabilidade do sistema e a manutenção de um entre-ferro constante.

Neste trabalho, será estudado um sistema de levitação magnética para uma barra, visando desenvolver uma aparelhagem para experiências didáticas em laboratório que além de ressaltar os conceitos de magnetismo, também é uma importante ferramenta para estudo da implementação de teorias de controle em um problema real.



OBJETIVO

Será apresentado um protótipo de um dispositivo de levitação magnética para a realização de experiências didáticas para auxiliar no ensino do eletromagnetismo e, principalmente, da teoria de controle e sua implementação.

Este dispositivo será estudado e projetado visando ser portátil, para facilitar sua utilização, e de forma a ser flexível para ser possível realizar o maior número de experimentos diferentes, de forma a dar uma visão ampla da teoria envolvida em sua construção.

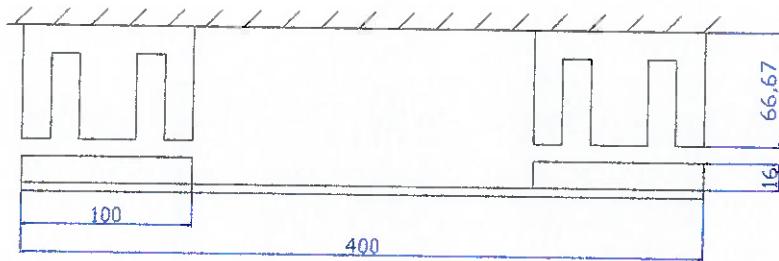
DESCRIÇÃO DO SISTEMA

O sistema proposto é constituído de uma estrutura de suporte construída em material não ferromagnético (um pórtico) em que, na sua parte superior são presos dois eletroimãs, de forma que as faces pelas quais flui o fluxo magnético fiquem para baixo. Abaixo do eletroimã, será colocada a barra de modo que ela fique suspensa pelos eletroimãs. O sistema será construído de forma a possibilitar que um dos lados da barra seja fixado na estrutura, possibilitando que se estude individualmente a atuação de cada um dos eletroimãs.

Foi definido como critério de projeto que o sistema não deve medir mais que cinquenta centímetros de comprimento e que não deva pesar mais que 2,5



Kg para facilitar seu transporte e utilização. Abaixo temos esquema básico ilustrando o sistema:





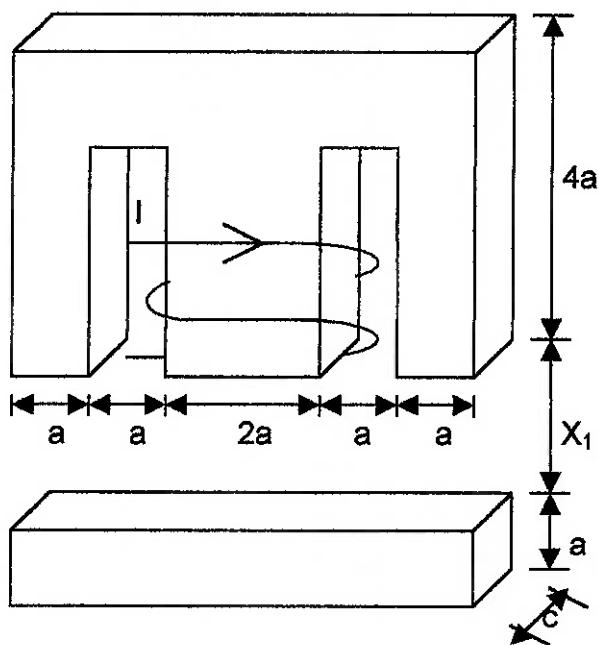
ELETROIMÃS

Modelo matemático da força desenvolvida

A modelagem matemática mostrada a seguir foi retirada das referências bibliográficas [1] e [2]. Esta teoria de dimensionamento fornece eletroimãs adequados às necessidades de força do projeto, utilizando baixa corrente (menor que dois ampéres), de forma a permitir a utilização de fontes convencionais na alimentação do eletroímã.

Para o eletroímã imaginado para o projeto (figura 1) define-se:

- a , c : distâncias físicas do eletroímã;
- X_1 : distância do entreferro.



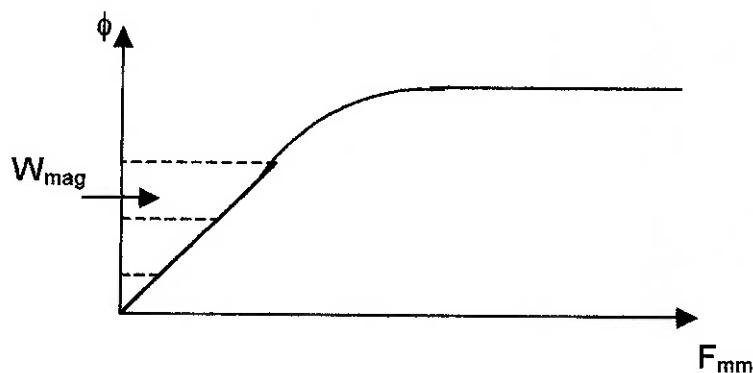
A força no entreferro pode ser obtida pelo balanço de energia no sistema:



$$F = \frac{-\partial W_{mag}}{\partial x_1} \Big|_{\phi} \quad (1)$$

Como o fluxo ϕ é constante no deslocamento ∂x_1 , a única variação de energia magnética W_{mag} é devida ao entreferro. Se for considerado que a curva de magnetização do eletroímã esteja na parte linear, tem-se, observando o gráfico da figura 2, que a energia magnética é dada pela área da região hachurada.

$$W_{mag} = \frac{F_{mm} \cdot \phi}{2} \quad (2)$$



Pode-se ainda analisar o eletroímã através de uma analogia com circuitos elétricos. A força magneto motriz F_{mm} é análoga à tensão elétrica, a relutância R é análoga à resistência elétrica e o fluxo magnético ϕ é análogo à corrente elétrica. Assim:

ϕ : Fluxo magnético na perna central do eletroímã;

R_{fc} : Relutância do ferro na perna central;

R_{fd} : Relutância do ferro na perna direita;

R_{fe} : Relutância do ferro na perna esquerda;



R_{ec} : Relutância do entreferro na perna central;

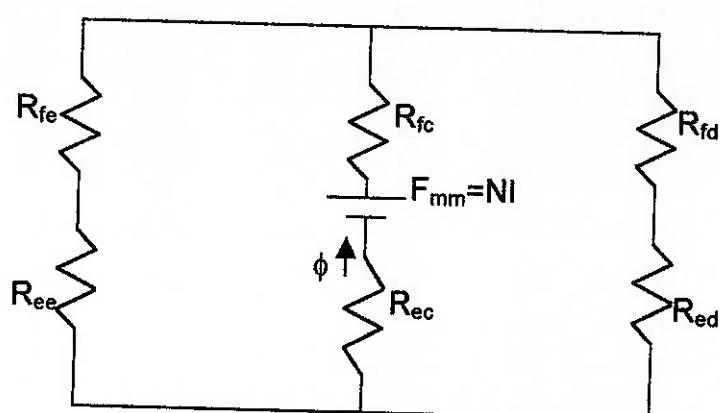
R_{ed} : Relutância do entreferro na perna direita;

R_{ee} : Relutância do entreferro na perna esquerda;

F_{mm} : Força magneto motriz;

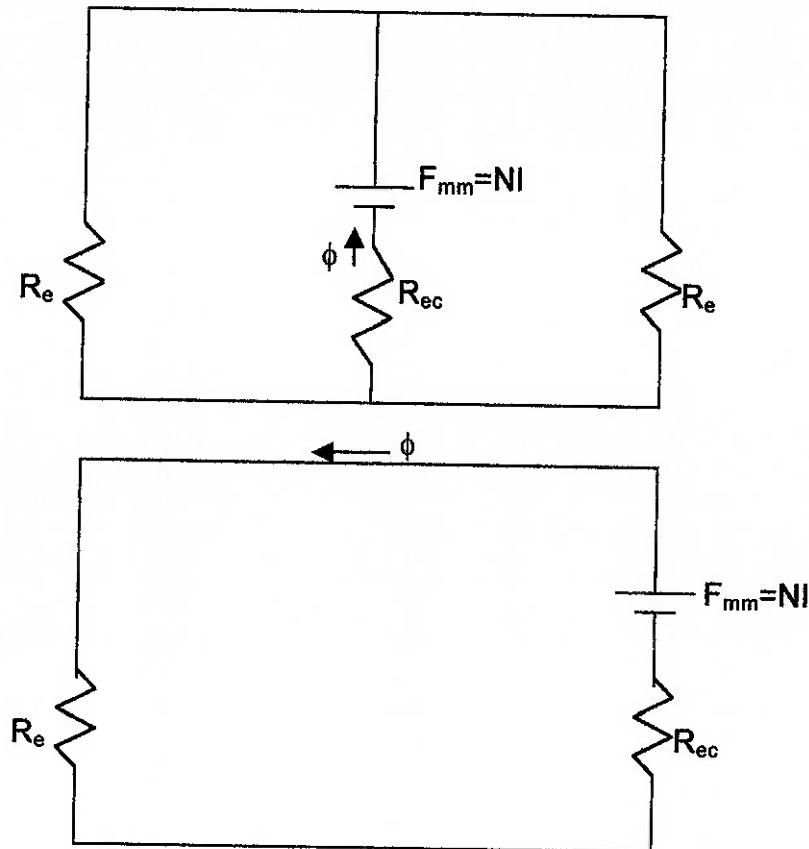
N: Número de espiras;

I: Corrente elétrica na bobina.



Aproximações válidas:

- As relutâncias do ferro podem ser desprezadas, pois a permeabilidade do ferro é muito maior que a do ar $\rightarrow R_{entreferro} \gg R_{ferro}$
- As relutâncias do entre ferro podem ser tomadas como iguais, já que o eletroímã é simétrico.



Assim tem-se que:

$$F_{mm} = \left(\frac{R_e}{2} + R_{ec} \right) \phi \quad (3)$$

Sabendo que as relutâncias dos entreferros laterais e centrais são dadas respectivamente por:

$$R_e = \frac{x_1}{\mu_0 ac} \quad (4)$$

$$R_{ec} = \frac{x_1}{\mu_0 2ac} \quad (5)$$

Onde $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ (H/m)



De (4), (5) e (3) obtém-se que:

$$F_{mm} = \frac{x_1 \phi}{2\mu_0 ac} + \frac{x_1 \phi}{\mu_0 2ac} \quad (6)$$

ou

$$F_{mm} = \frac{x_1}{\mu_0 ac} = NI \quad (7)$$

De (2) e (7) obtém-se que:

$$W_{mag} = \frac{F_{mm}\phi}{2} = \frac{\mu_0 ac N^2 I^2}{2x_1} \quad (8)$$

De (1) e (8) obtém-se que a força de atração resultante será dada por:

$$F = \frac{\mu_0 ac N^2 I^2}{2x_1^2} \quad (9)$$

Observa-se assim que a força de atração magnética possui uma parte proporcional constante K, que só depende da permeabilidade do ar, do número de espiras e das dimensões do eletroímã.

$$K = \frac{\mu_0 ac N^2}{2} \quad (10)$$

Utilizando-se este método de dimensionamento, foram obtidas as características do sistema utilizando-se uma chapa de 100 mm de comprimento (chapa E - I), padrão para construção de transformadores. É importante



observar que no dimensionamento, visando redução de peso, usamos uma barra de alumínio, com as massas de ferro nas extremidades.

Durante o dimensionamento, deve ser observado um fator de segurança entre o valor da força magnética fornecida em corrente máxima e a força necessária para levitar a barra. Neste caso, foi definido que deveria existir pelo menos 10% de segurança entre as forças no caso extremo de operação, que foi definido como sendo de entre-ferro 10 mm (o equilíbrio foi definido a cinco mm de entre-ferro). As características obtidas são mostradas abaixo:



Dimensionamento:

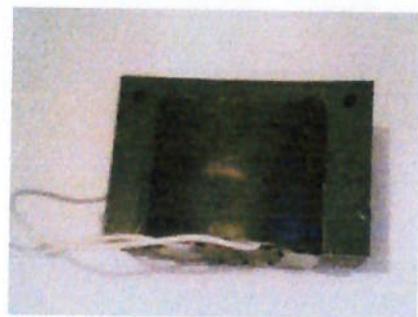
Fio 20 AWG

Corrente máxima do Fio (A):	1,54	1,54
Densidade de Espiras para o Fio (esp/m^2):	1.050.000	1.050.000
Dimensão da Chapa (m):	0,0167	0,0167
Perdas de Espaço (m):	0,0064	0,0064
Número máximo de Espiras	763,8094	763,8094
Distância do eletroimã à Barra (m):	0,005	0,0100
Constante u0:	1,257E-06	1,257E-06
Número de espiras utilizado:	763	763
Largura da Barra (m):	0,010	0,010
Altura da Barra (m):	0,005	0,005
Massa da Barra (Kg):	0,047	0,047
Massa Utilizada na Extremidade (Kg):	0,500	0,500
Comprimento da Barra (m):	0,350	0,350
Corrente máxima a ser Utilizada (A):	1,540	1,540
Profundidade do eletroimã (c) (m):	0,040	0,040
Força Magnética Suportada pelo Eletroimã (N):	23,1325	5,7831
Força para Equilíbrio (N):	5,0161	5,0161
Fator de Segurança:	4,6117	1,1529



Os eletroímãs construídos possuem a resistência do enrolamento de aproximadamente $6,7 \Omega$. Esta característica é importante porque é necessária para utilização no algoritmo de controle.

Os eletroímãs podem ser visualizados nas fotos abaixo:





SENSORES

Para a medida e acompanhamento da distância entre o imã e a barra (entre-ferro) foram pesquisados duas opções distintas. A primeira consistia em medir a distância diretamente através de dois sensores indutivos posicionados nas duas extremidades das barras. Essa opção está sendo inicialmente deixada de lado por ser uma solução cara e mais comum para realizar esta medida. A segunda opção consiste em medir a distância indiretamente através da medida das alterações na corrente que passa pelo eletroimã causadas pela variação da distância de entre-ferro. Pretende-se utilizar esta solução por ser mais barata e por ser mais "inovadora", acrescentando mais conceitos interessantes às experiências que serão realizadas com o protótipo.

Esse método de medida é baseado em que a indutância da bobina do eletroimã é afetada pela proximidade de objetos eletromagnéticos, sendo que a tensão aplicada a essa bobina permanece constante. Dessa forma, com a utilização desse sensor, a força magnética atuante será controlada através do controle da corrente circulando na bobina.

Para checar a validade deste método, foi realizada uma pesquisa bibliográfica, em que se encontrou a referência [5] que consiste em um estudo que comprova que este método pode ser utilizado para o controle dos eletroimãs.

Portanto, esta será a solução adotada para o projeto e construção do protótipo.



MODELAGEM MATEMÁTICA

Conceitos De Eletromagnetismo

Inicialmente apresentaremos os conceitos e equações de eletromagnetismo utilizadas para modelar o sistema, visando facilitar o entendimento posterior da modelagem realizada.

Temos que a relutância magnética é definida:

$$R_m = \frac{2 \cdot x}{\mu_0 \cdot A} \Rightarrow \frac{dR_m}{dx} = \frac{2}{\mu_0 \cdot A}$$

Logo, a força magnética:

$$F_m = \frac{1}{2} \cdot \frac{dR_m}{dx} \cdot \phi^2 \Rightarrow F_m = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{4} \cdot \left(\frac{i}{x}\right)^2$$
$$V_m = R_m \cdot \phi = N \cdot i$$

Temos também que:

$$L \cdot i = N \cdot \phi \quad \text{e} \quad N \cdot \phi = \frac{N^2}{R_m} \cdot i = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{2 \cdot x} \cdot i$$

Que leva a:

$$\frac{d(L \cdot i)}{dt} = V - R \cdot i \Rightarrow \frac{d(N \cdot \phi)}{dt} = V - R \cdot i$$

Desenvolvendo esta equação, vamos obter:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{2} \cdot \frac{i}{x} \right) = V - R \cdot i \Rightarrow$$
$$\frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{2} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{di}{dt} - \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{2} \cdot \frac{i}{x^2} \cdot \frac{dx}{dt} = V - R \cdot i$$

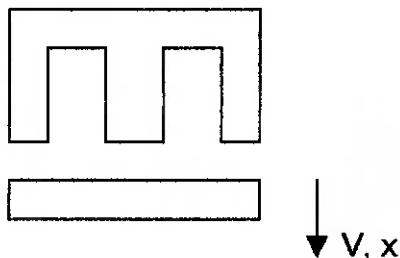


Que é a equação que relaciona a variação do entre-ferro à variação de corrente. Isto advém do fato de que a indutância do enrolamento varia com a variação do entre-ferro.

Modelagem Do Sistema

O sistema foi definido como capaz de operar tanto com a barra levitando com dois eletroimãs, como com uma das extremidades fixa e a outra levitando. Portanto, a modelagem foi dividida em duas. Primeiramente foi realizada a modelagem com somente um eletroimã, e depois com os dois.

Um eletroimã:



Utilizando a convenção de sinais indicada na figura acima na aplicação da segunda lei de Newton, e da equação que relaciona a corrente com o entre ferro (obtida no item anterior) temos:

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = -F_m + m \cdot g = -\frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{4} \cdot \frac{i^2}{x^2} + m \cdot g$$

$$\frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{2} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{di}{dt} - \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{2} \cdot \frac{i}{x^2} \cdot v = V - R \cdot i$$



Equações estas que representam a dinâmica do sistema.

Dois eletroimãs:

Nesta modelagem foi utilizada a mesma convenção de sinais utilizada no modelo anterior. Aplicando-se as equações de equilíbrio, temos;

$$J \cdot \frac{dw}{dt} = -F_{m1} \cdot \frac{l}{2} + F_{m2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{l}{2} \cdot (-F_{m1} + F_{m2})$$

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = 2 \cdot P - F_{m1} - F_{m2}$$

Sendo que:

$$F_m = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{4} \cdot \left(\frac{i}{x} \right)^2; \quad P = m \cdot g; \quad J = \left(\frac{1}{12} \cdot M \cdot \frac{l^2}{4} + M \cdot \frac{l^2}{4} \right) \cdot 2$$

Desta forma, podemos definir os entre-ferros x_1 e x_2 como sendo:

$$\frac{dx_1}{dt} = v + w \cdot R$$

$$\frac{dx_2}{dt} = v - w \cdot R$$

E aplicando-se as equações para as correntes dos dois eletroimãs:

$$\frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{2} \cdot \frac{1}{x_1} \cdot \frac{di_1}{dt} - \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{2} \cdot \frac{i_1}{x_1^2} \cdot \frac{dx_1}{dt} = V_1 - R \cdot i_1$$

$$\frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{2} \cdot \frac{1}{x_2} \cdot \frac{di_2}{dt} - \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot A}{2} \cdot \frac{i_2}{x_2^2} \cdot \frac{dx_2}{dt} = V_2 - R \cdot i_2$$

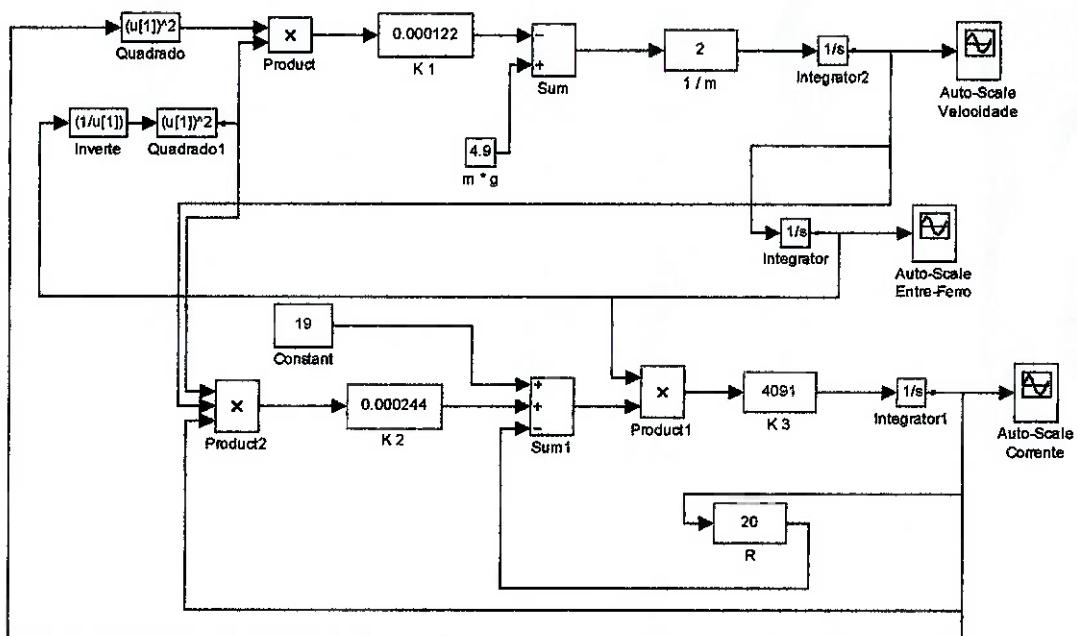
Dessa forma, obtemos o modelo que representa o comportamento dinâmico do sistema utilizando dois eletroimãs.



Validação Dos Modelos

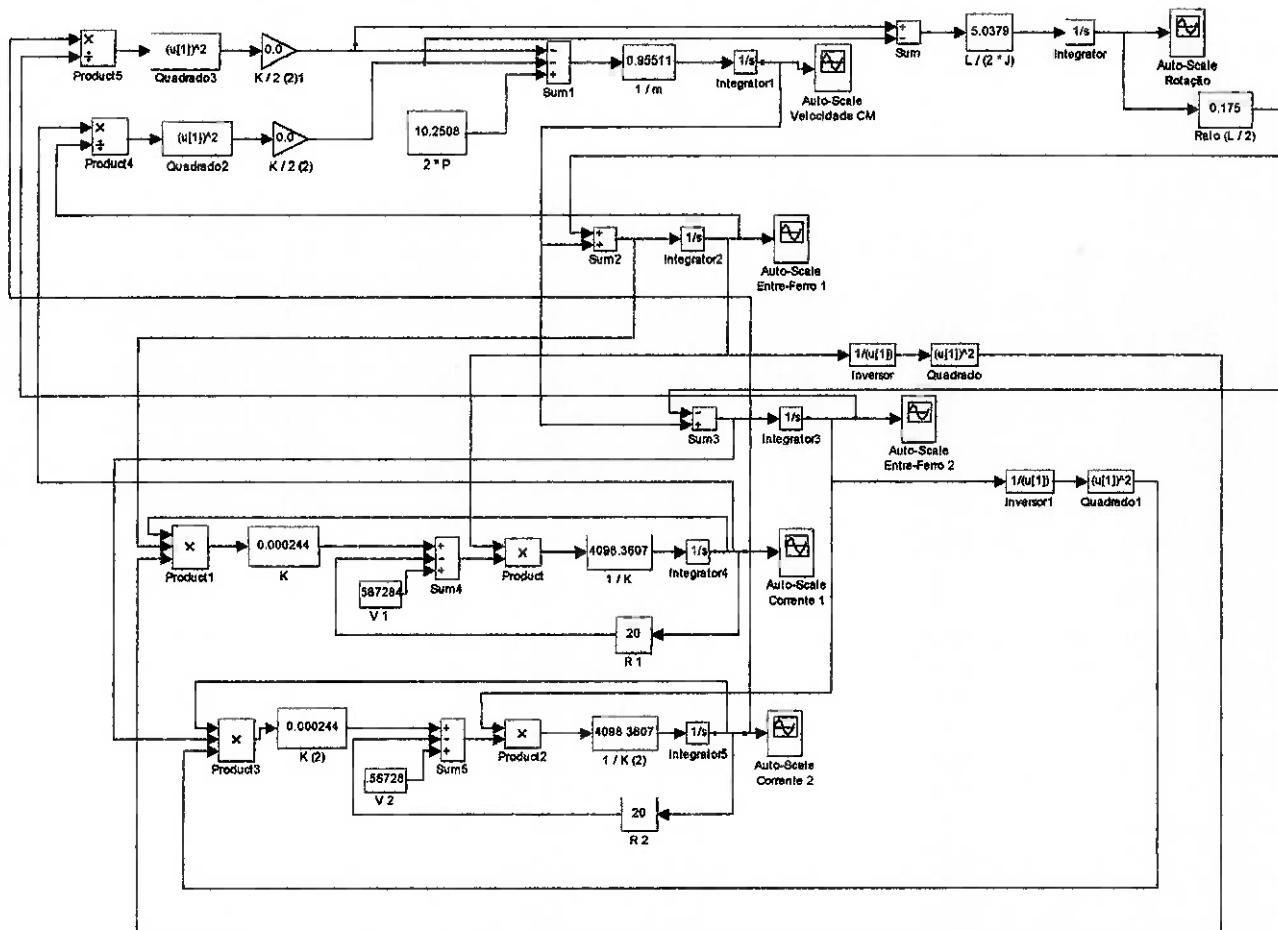
Para garantir que os modelos obtidos representam o comportamento dinâmico dos sistemas estudados, foram montados modelos em diagrama de blocos que foram simulados em MatLab. Nestas simulações, os modelos foram testados em situações em que a saída era conhecida, e verificava-se se a saída do modelo correspondia a esta saída esperada.

Modelo em diagrama de blocos para o sistema com somente um eletroímã:





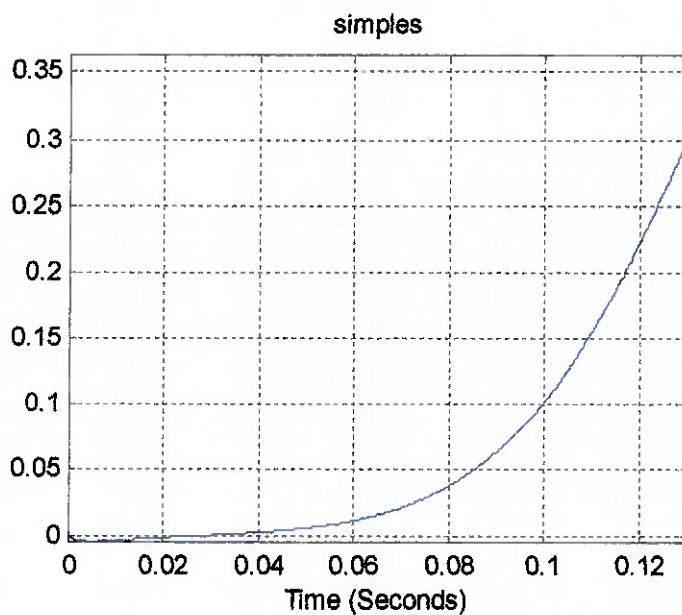
Modelo do sistema com dois eletroimãs:



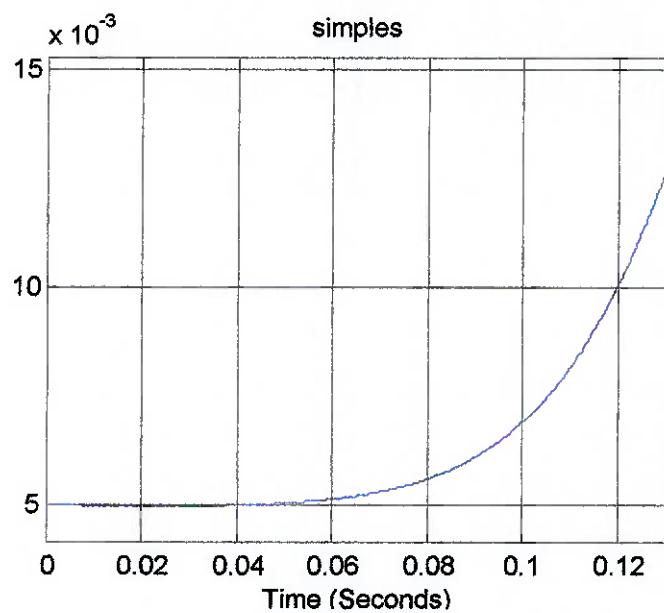


Respostas do sistema com somente um eletroimã para situação próxima do equilíbrio:

VELOCIDADE:

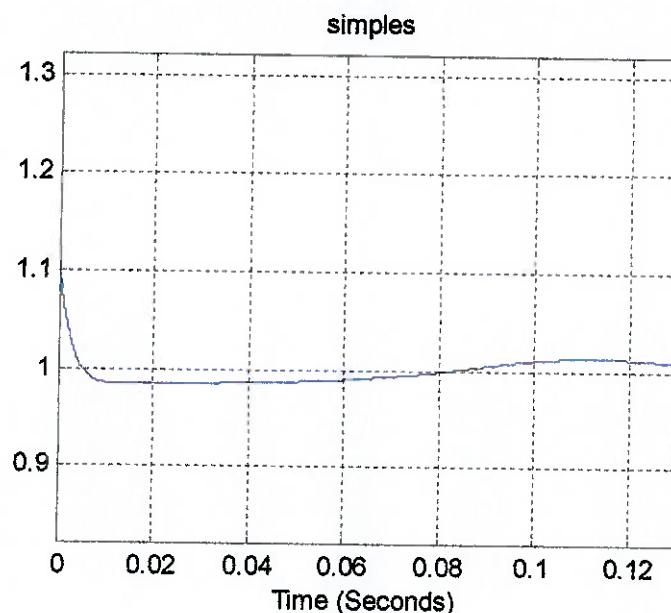


ENTRE-FERRO:



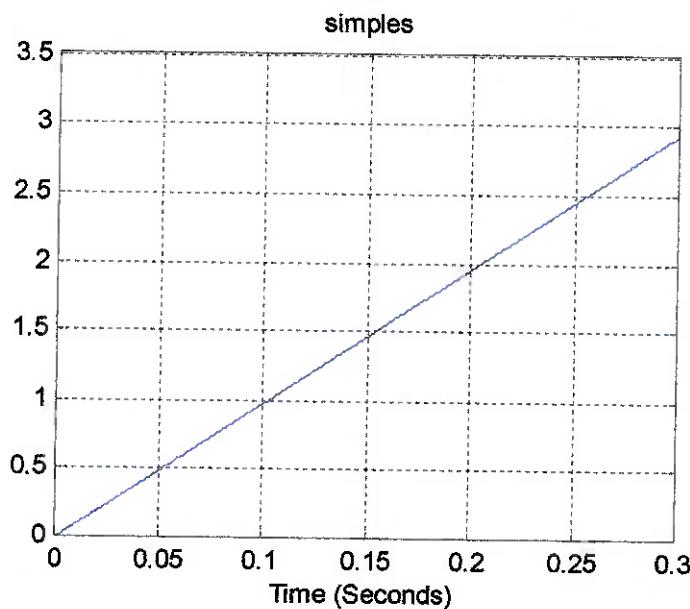


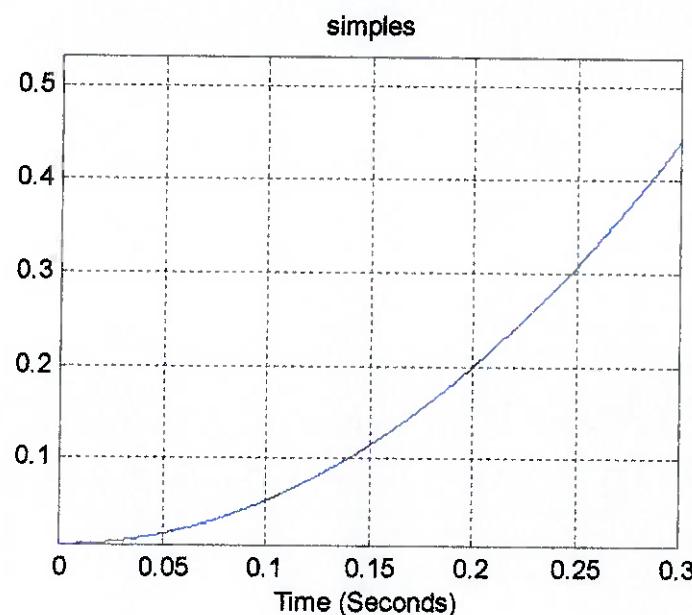
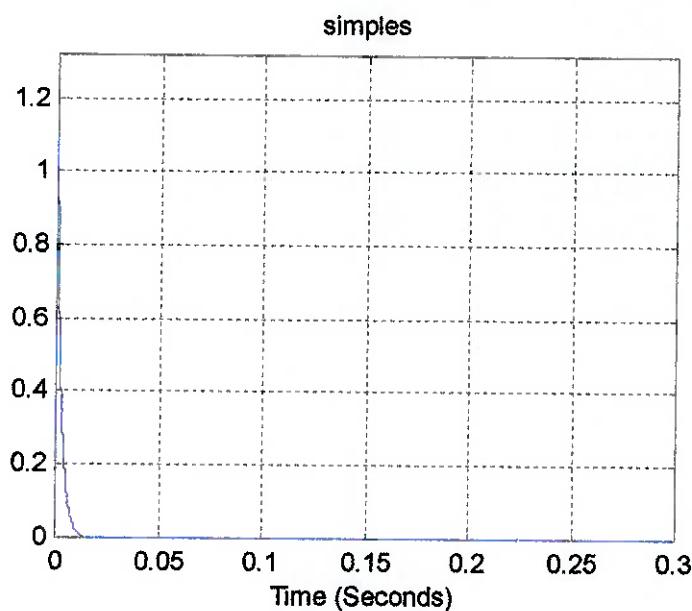
CORRENTE:



Resposta do sistema com um eletroimã para entrada nula de tensão (queda-livre):

VELOCIDADE:

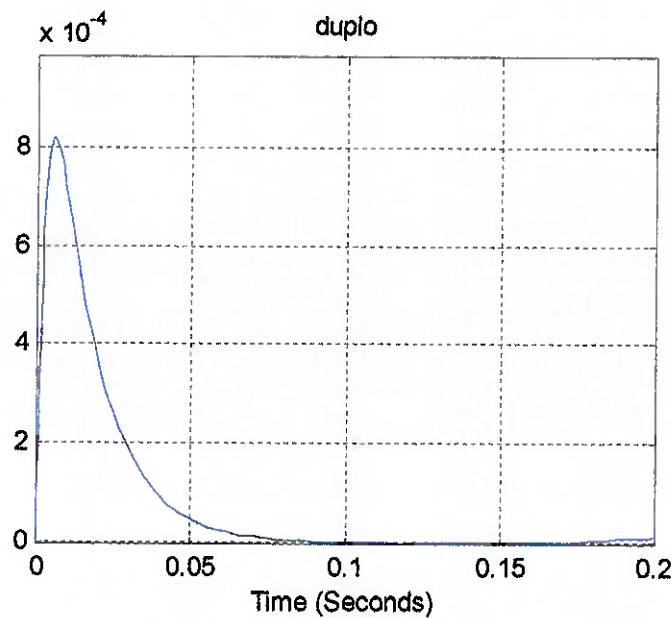


**ENTRE-FERRO:****CORRENTE:**

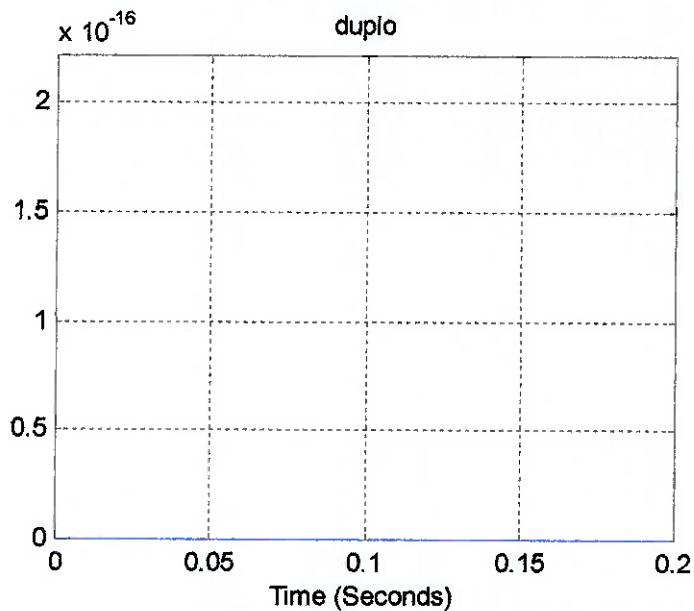


Resposta do sistema com dois eletroimãs para situação próxima ao equilíbrio:

VELOCIDADE DO CENTRO DE MASSA:

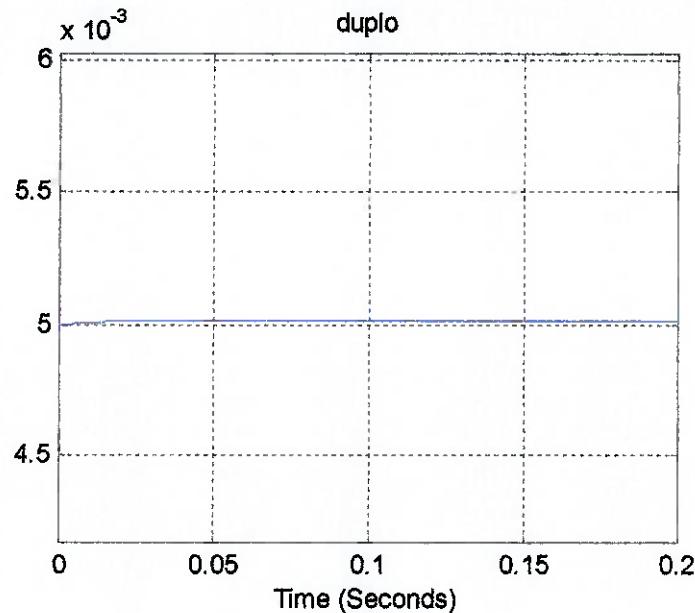


ROTAÇÃO:

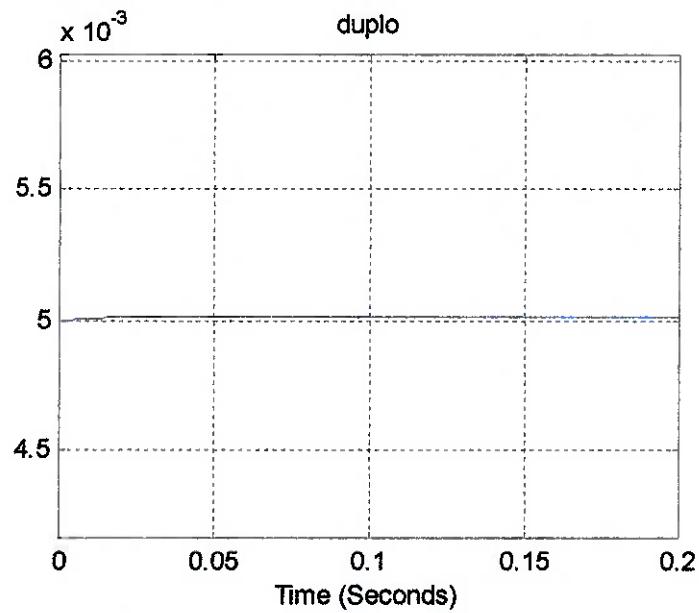


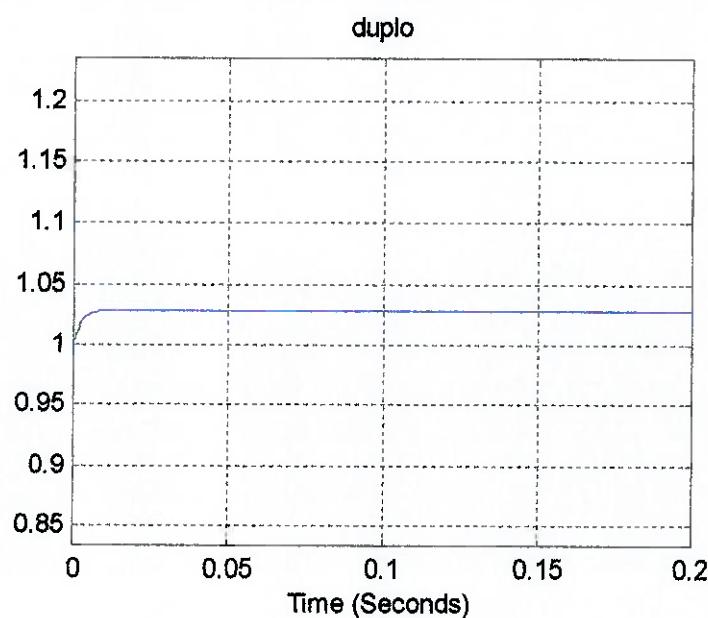
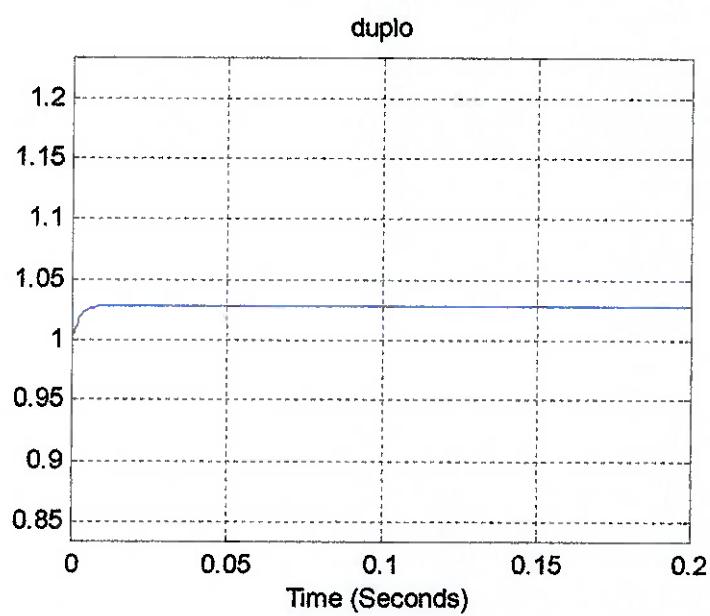


ENTREFERRO 1:



ENTREFERRO 2:

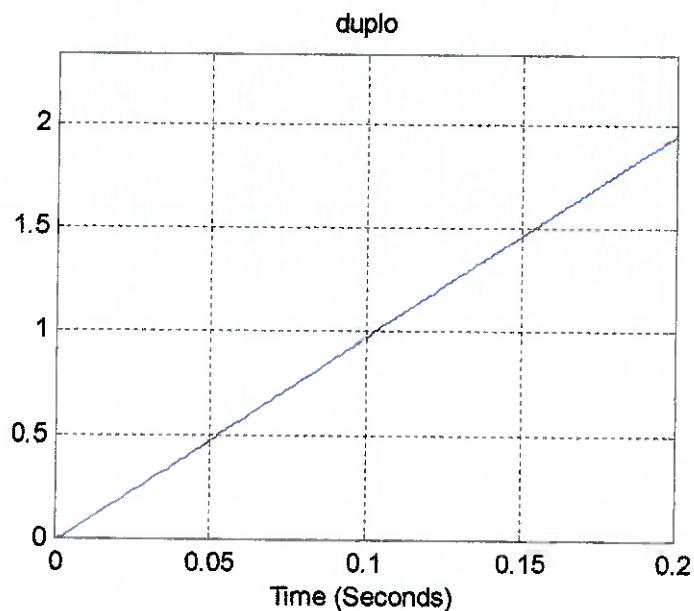


**CORRENTE 1:****CORRENTE 2:**

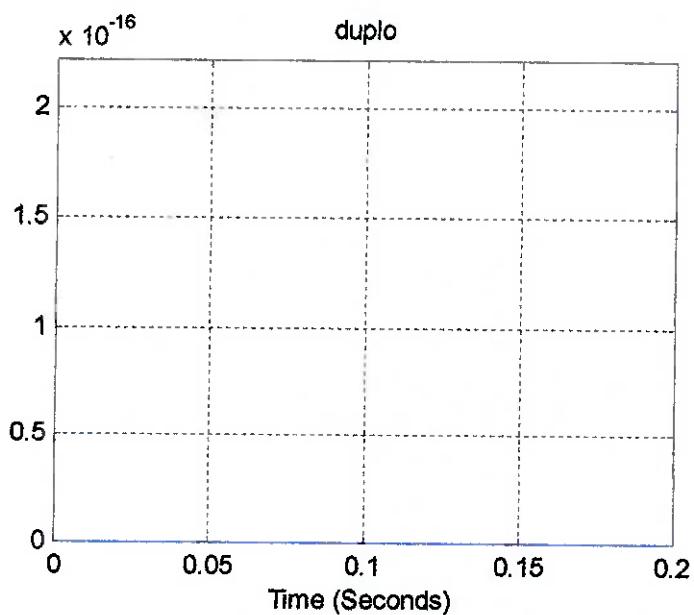


Resposta do sistema com dois eletroimãs para entrada nula de tensão em ambos os eletroimãs (queda livre):

VELOCIDADE DO CENTRO DE MASSA:

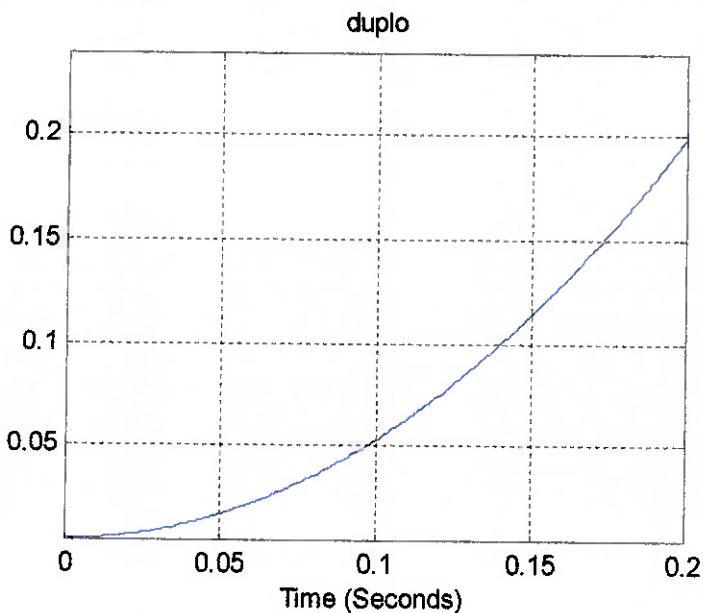


ROTAÇÃO:

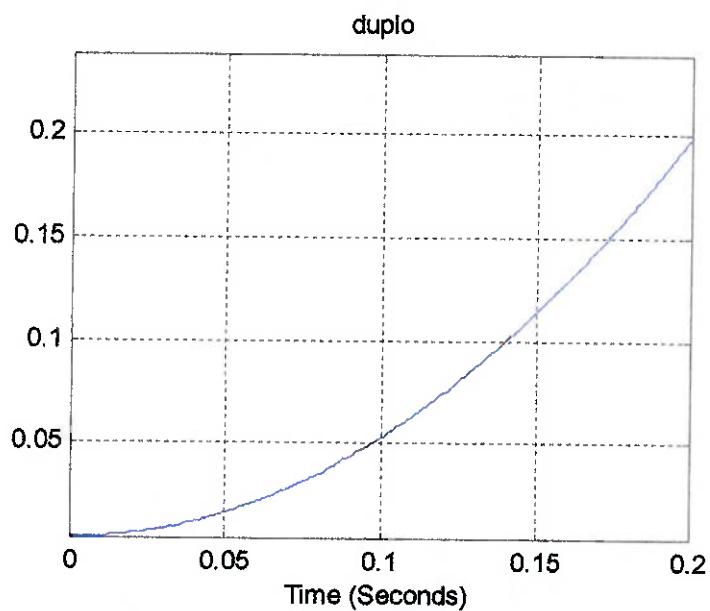


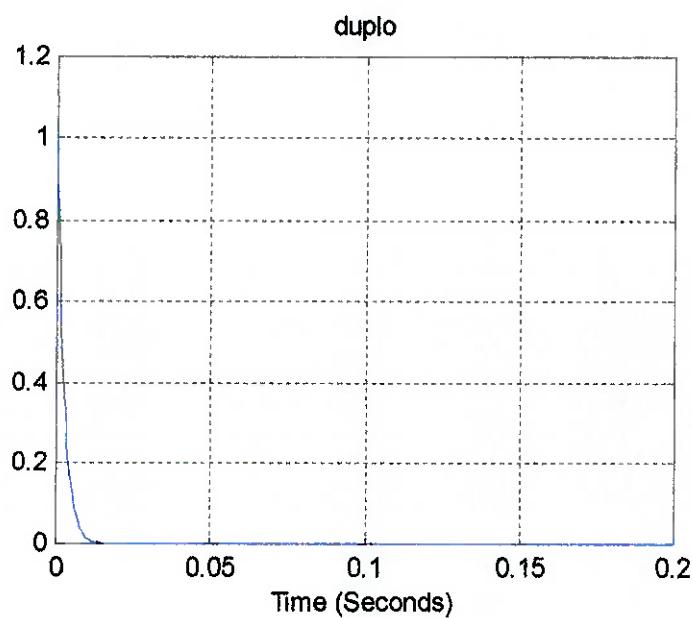
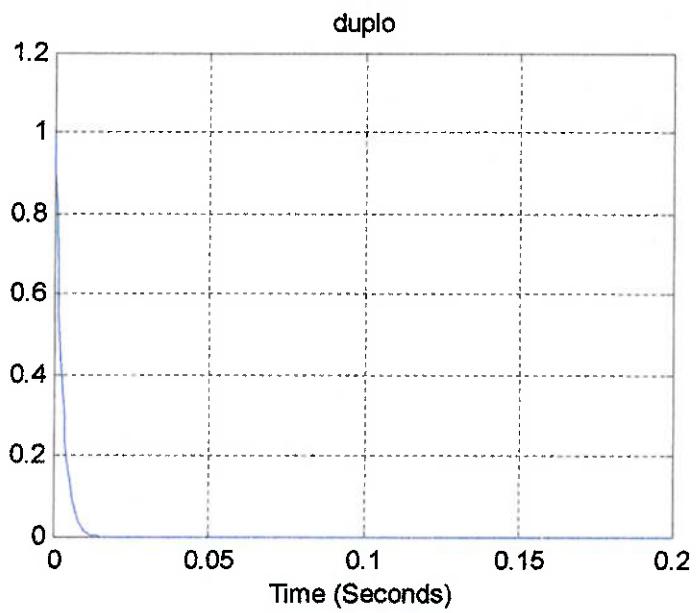


ENTRE-FERRO 1:



ENTRE-FERRO 2:



**CORRENTE 1:****CORRENTE 2:**



Da análise desses gráficos, pôde-se concluir que os modelos matemáticos representam bem o comportamento dinâmico dos dois sistemas em estudo, já que as saídas para as situações propostas foram as esperadas.



SISTEMA DE CONTROLE

Analisando os modelos matemáticos desenvolvidos para o sistema, pode-se observar facilmente sua instabilidade. Durante as simulações do modelo matemático do sistema, observou-se que pequenas variações na tensão entorno da tensão de equilíbrio, da ordem de centésimos de Volt, faziam que o sistema se desestabilizasse com a queda da barra, ou com o encontro da barra com os eletroimãs.

Portanto, para a obtenção dos resultados pretendidos, é necessário o projeto de um sistema de controle que controle a tensão nos eletroimãs de forma a manter o entre-ferro constante.

Existem duas técnicas possíveis para realizar o controle do sistema com dois eletroimãs. A primeira seria controlar cada eletroimã como se o outro não existisse e a segunda seria utilizar controle multivariáveis para controlar os dois simultaneamente, levando em consideração os efeitos de um eletroimã no outro. Ambas as técnicas serão desenvolvidas, e então uma análise será feita para sua avaliação.

Para o projeto do controlador para os sistemas em estudo, foi escolhida a técnica de controle ótimo, que possui como vantagens garantir a estabilidade do sistema controlado e maior facilidade de projeto para sistemas com maior número de variáveis de estado.

E, devido ao fato de que nem todas as variáveis de estado dos sistemas são mensuráveis, é necessário o uso de um estimador de estados para a implementação do controle. Para implementação desse estimador foi escolhida a técnica do filtro de Kalman, que é o estimador ótimo.



Controle Ótimo

Esta técnica visa o projeto de controles estáveis baseados em índices de desempenho quadráticos. O sistema a ser considerado é definido por:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$$

Onde: x = vetor de estado (n - dimensional)

u = vetor de controle (r – dimensional)

A = matriz constante ($n \times n$)

B = matriz constante ($n \times r$)

No projeto de sistemas de controle, freqüentemente se deseja escolher o vetor de controle $u(t)$ tal que um dado índice de desempenho seja minimizados. É provado que um índice de desempenho quadrático, onde os limites de integração sejam 0 e ∞ , tal como:

$$J = \int L(x, u) dt$$

Onde $L(x, u)$ é uma função quadrática conduz a leis lineares, isto é:

$$u(t) = -K x(t)$$

Onde K é uma matriz $r \times n$.

Portanto, o projeto de sistemas de controle ótimo baseados em tais índices de desempenho se reduz à determinação dos elementos da matriz K . Para o projeto deste tipo de controlador, é necessária a resolução da equação de Riccati.



Uma vantagem em se utilizar o esquema de controle ótimo quadrático é que o sistema projetado será estável, exceto no caso em que o sistema não seja controlável.

Neste trabalho, o programa foi utilizado para projetar o sistema de controle ótimo. Os programas que projetam o controlador estão no anexo I.

Filtro De Kalman

Na maioria dos sistemas que são encontrados na prática, somente estão disponíveis para o operador as entradas e as saídas do sistema. Desta maneira, se o projetista desejar controlar o processo através de um controle ótimo, então, este terá que projetar um observador de estados para estimar os estados do sistema, já que esta técnica de controle é baseada na realimentação de estados, e nem todos os estados estão disponíveis.

Nos dois sistemas em estudo, esta situação também ocorre. Dessa maneira, escolheu-se o estimador filtro de Kalman, que é o estimador ótimo de estados. Seu projeto é muito semelhante ao do controle ótimo, sendo que ele também foi feito através do programa em MatLab do anexo I.

Projeto Do Sistema De Controle

Para ser possível realizar o projeto do sistema de controle ótimo e do filtro de Kalman é necessário linearizar os modelos matemáticos dos sistemas. Linearizando para o sistema com apenas um eletroimã:



$$\frac{dx}{dt} = v - v_{EQ}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} \left[\frac{-2 \cdot K_1 \cdot i_{EQ}}{x_{EQ}} \cdot (i - i_{EQ}) + \frac{2 \cdot K_1 \cdot i_{EQ}^2}{x_{EQ}^3} \cdot (x - x_{EQ}) \right]$$

$$\frac{di}{dt} = K_3 \cdot x_{EQ} \cdot \left[(v - v_{EQ}) - R \cdot (i - i_{EQ}) + \frac{K_2 \cdot i_{EQ}}{x_{EQ}^2} \cdot (v - v_{EQ}) \right]$$

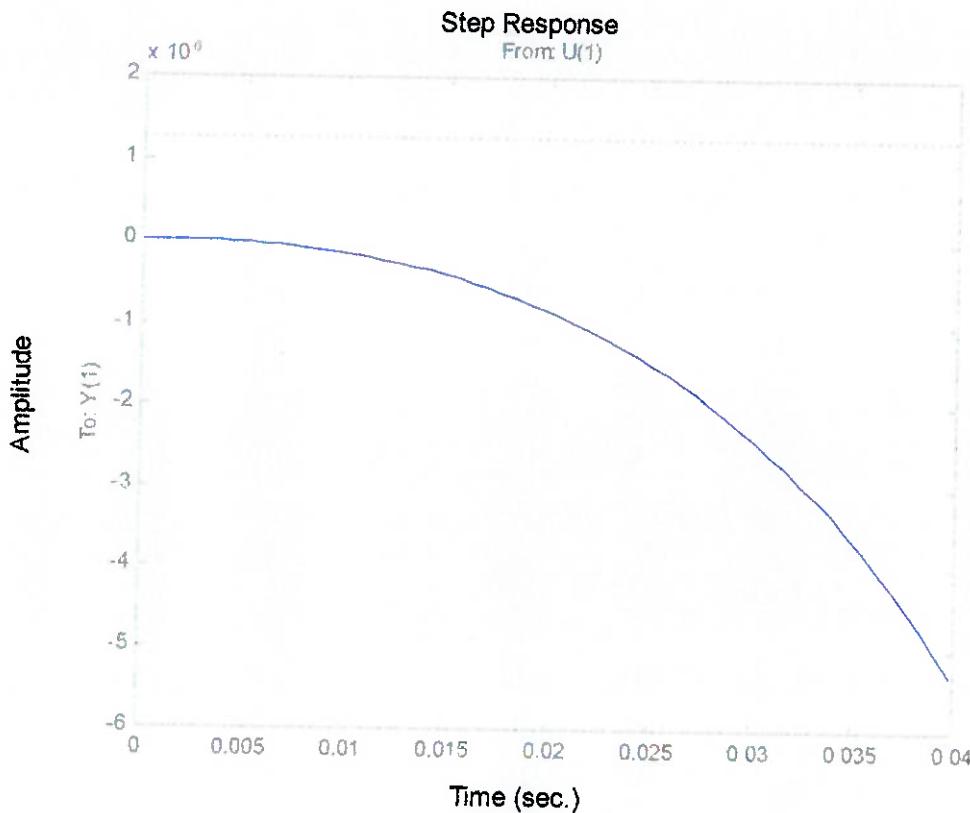
Sendo:

$$x_1 = x - x_{EQ}$$

$$x_2 = v - v_{EQ}$$

$$x_3 = i - i_{EQ}$$

Resposta a uma entrada degrau unitário do sistema com um eletroimã linearizado:



Linearizando as equações para o sistema com dois eletroimãs:

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{-K \cdot i_{1EQ}}{x_{1EQ}^2} \cdot (i_1 - i_{1EQ}) - \frac{K \cdot i_{2EQ}}{x_{2EQ}^2} \cdot (i_2 - i_{2EQ}) + \frac{K \cdot i_{1EQ}^2}{x_{1EQ}^3} \cdot (x_1 - x_{1EQ}) + \frac{K \cdot i_{2EQ}^2}{x_{2EQ}^3} \cdot (x_2 - x_{2EQ})$$

$$\frac{4 \cdot J}{K \cdot l} \cdot \frac{dw}{dt} = \frac{2 \cdot i_{2EQ}}{x_{2EQ}^2} \cdot (i_2 - i_{2EQ}) - \frac{2 \cdot i_{1EQ}}{x_{1EQ}^2} \cdot (i_1 - i_{1EQ}) - \frac{2 \cdot i_{2EQ}^2}{x_{2EQ}^3} \cdot (i_2 - i_{2EQ}) + \frac{2 \cdot i_{1EQ}^2}{x_{1EQ}^3} \cdot (i_1 - i_{1EQ})$$

$$\frac{dx_1}{dt} = (v - v_{EQ}) + \frac{l}{2} \cdot (w - w_{EQ})$$

$$\frac{dx_2}{dt} = (v - v_{EQ}) - \frac{l}{2} \cdot (w - w_{EQ})$$

$$\frac{K}{x_{EQ}} \cdot \frac{di_1}{dt} = (V_1 - V_{EQ}) + \frac{K \cdot i_{1EQ}}{x_{1EQ}^2} (\dot{x}_1 - \dot{x}_{1EQ}) - R \cdot (i_1 - i_{1EQ})$$

$$\frac{K}{x_{EQ}} \cdot \frac{di_2}{dt} = (V_2 - V_{EQ}) + \frac{K \cdot i_{2EQ}}{x_{2EQ}^2} (\dot{x}_2 - \dot{x}_{2EQ}) - R \cdot (i_2 - i_{2EQ})$$

E fazemos:



$$x_1 = v - v_{EQ}$$

$$x_2 = w - w_{EQ}$$

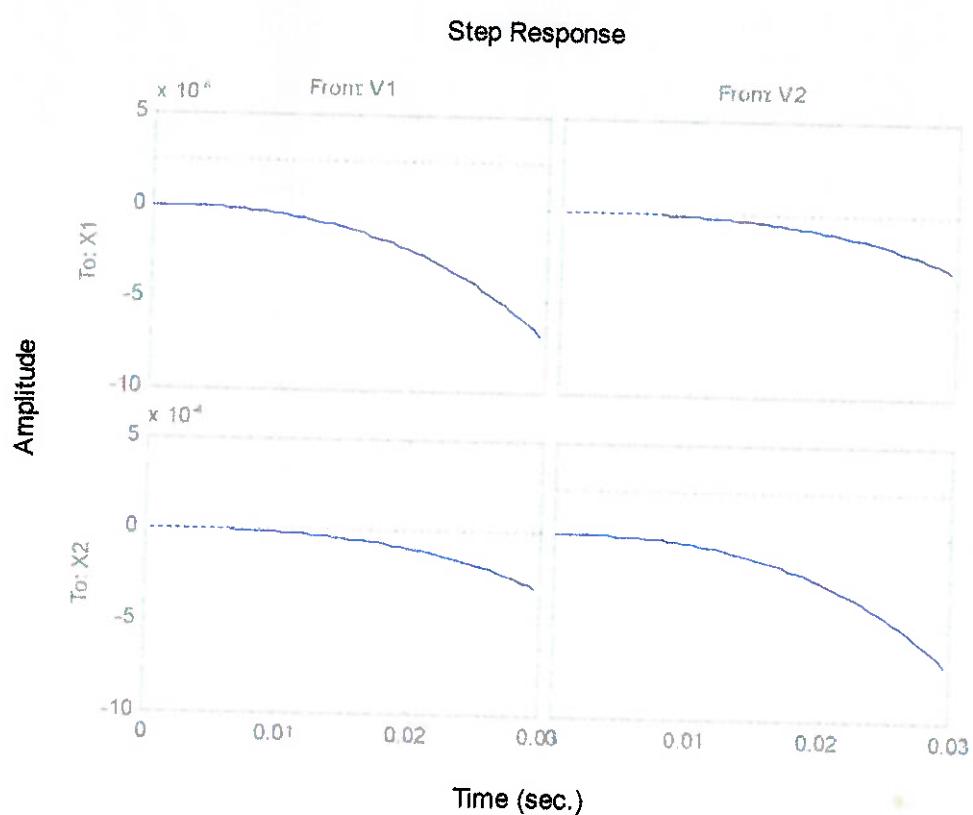
$$x_3 = \dot{v} - \dot{v}_{EQ}$$

$$x_4 = \dot{w} - \dot{w}_{EQ}$$

$$x_5 = i_1 - i_{1EQ}$$

$$x_6 = i_2 - i_{2EQ}$$

Resposta a uma entrada degrau unitário do sistema com dois eletroimãs linearizado:





Então os sistemas linearizados foram colocados em forma de matrizes e, através dos programas em MatLab, obtém-se os controles e os estimadores. Os resultados mostrados abaixo foram obtidos para o sistema sendo realimentado com o entreferro, que é a situação em que o projeto do controle é mais simples.

O controle para realimentação de corrente é mais complexo, pois é um processo interativo que busca uma combinação de parâmetros de projeto para a obtenção de um sistema estável, e foi realizado depois.

Para o sistema com um eletroimã têm-se:

$$k = 10^6 \cdot [-3,2418 \quad -0,0518 \quad 0,0000]$$

Estimador =

$$a = \begin{bmatrix} -125,07 & 1 & 0 \\ -3908,2 & 0 & -0,0977 \\ -3314,8 & 199,88 & -409,1 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 & 125,07 \\ 0 & 7281,6 \\ 20,455 & 3314,8 \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

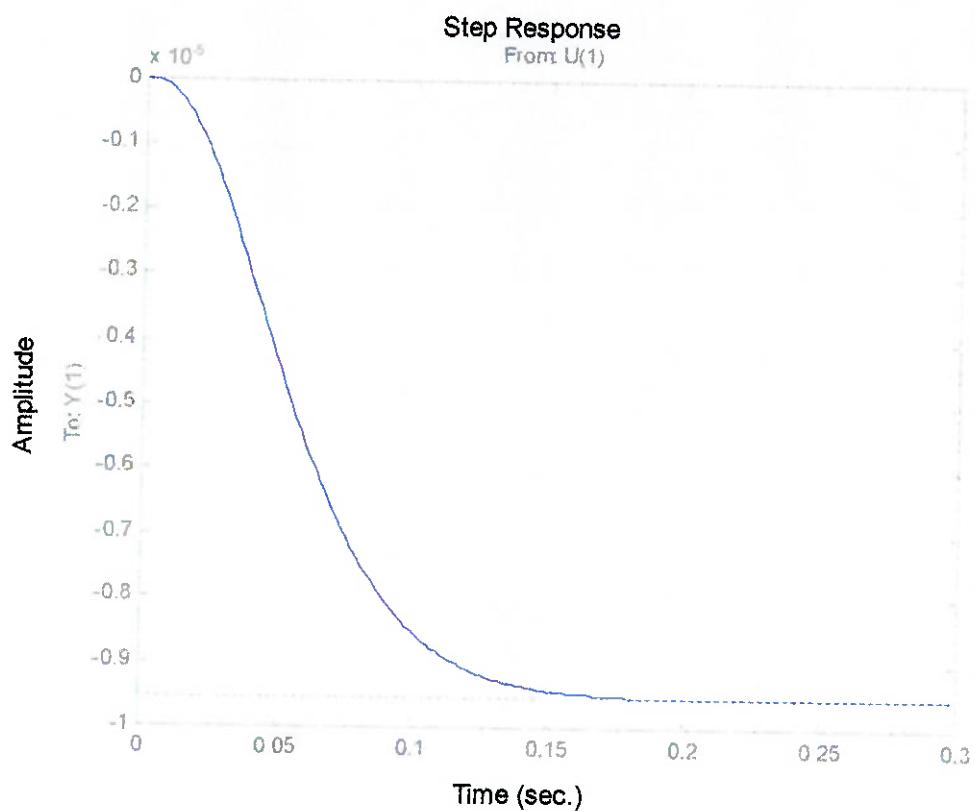
$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$



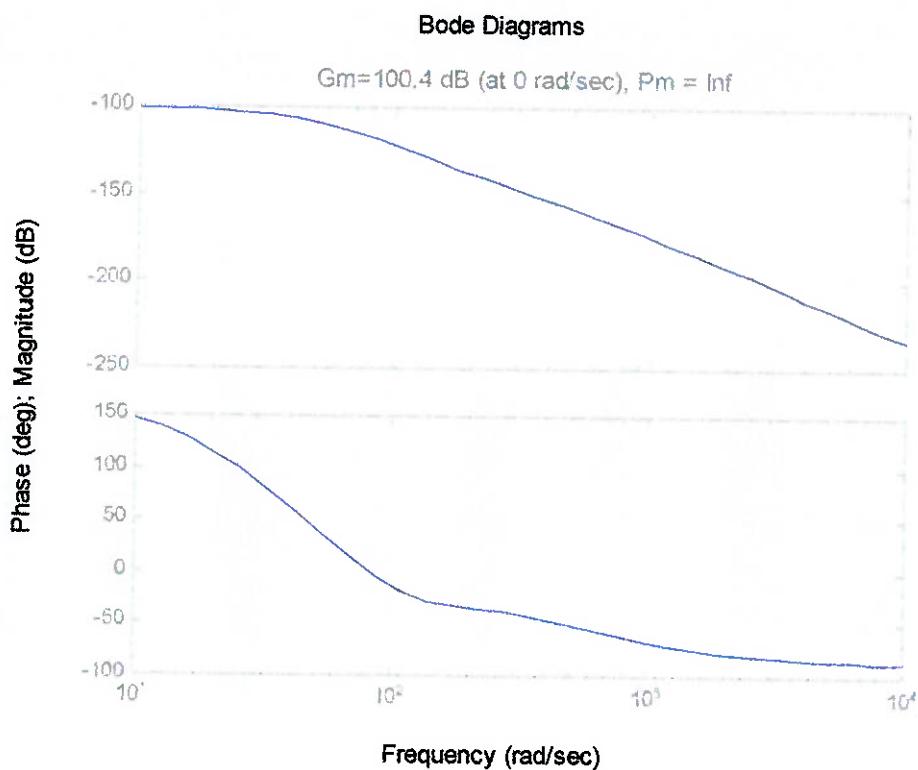
$$e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Com este sistema projetado, obtemos os seguintes resultados:

Resposta a entrada degrau:



Margem de ganho e fase:



Para o sistema com dois eletroimãs têm-se:

$$k = 10^3 \cdot \begin{bmatrix} -0,1015 & -0,0255 & -9,5869 & -0,2457 & 0,0067 & 0,0012 \\ -0,1015 & 0,0255 & -0,2457 & -9,5869 & 0,0012 & 0,0067 \end{bmatrix}$$

Estimador =

$$a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2627,4 & -2627,4 & -19,166 & -19,116 \\ 0 & 0 & -7836 & 7836 & -50,411 & 50,411 \\ 1 & 0,175 & -137,31 & -24,523 & 0 & 0 \\ 1 & -0,175 & -24,523 & -137,31 & 0 & 0 \\ 205,05 & 35,883 & -4134,3 & -1337 & -409,84 & 0 \\ 205,05 & -35,883 & -1337 & -4134,3 & 0 & -409,84 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6547,5 & 6547,4 \\ 0 & 0 & 18173 & -18173 \\ 0 & 0 & 137,31 & 24,523 \\ 0 & 0 & 24,523 & 137,31 \\ 20,492 & 0 & 4134,3 & 1337 \\ 0 & 20,492 & 1337 & 4134,3 \end{bmatrix}$$



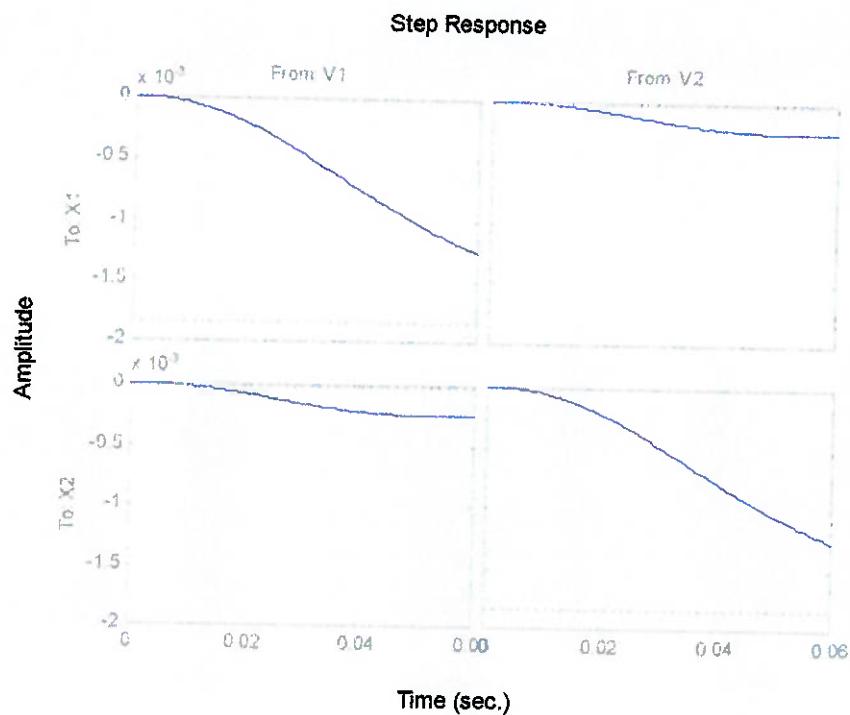
$$c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

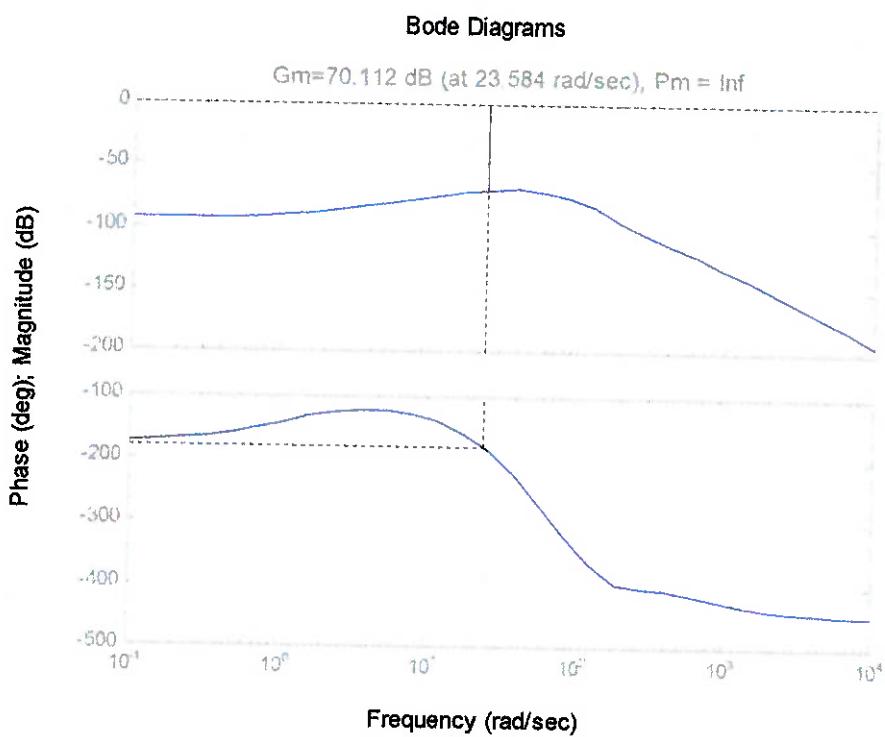
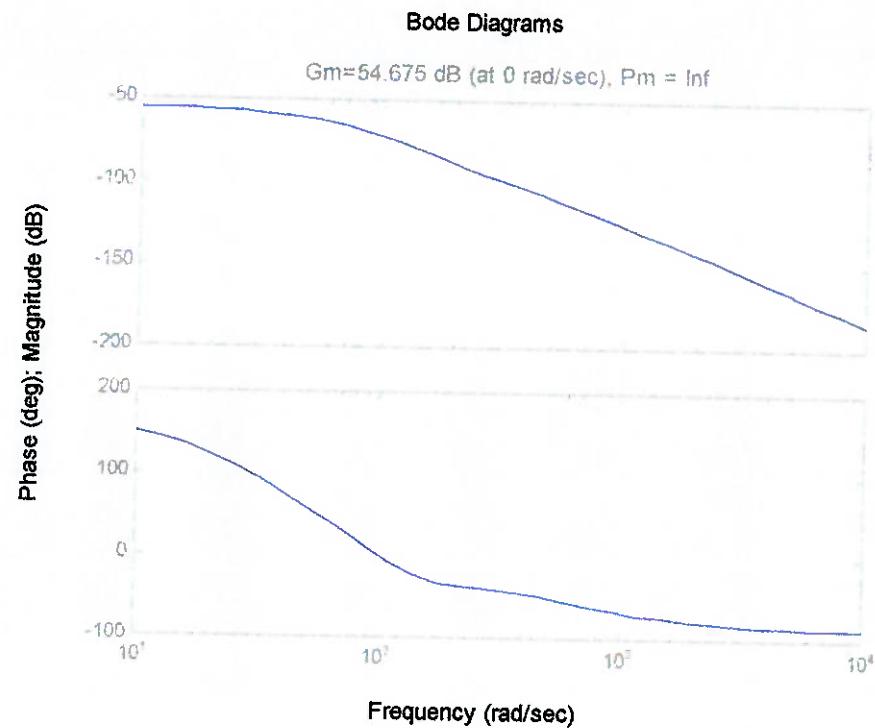
$$e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Com este sistema projetado, obtemos os seguintes resultados:

Resposta à entrada degrau:



E as seguintes margens de ganho e fase, sendo que o primeiro gráfico é para a entrada em um eletroimã e a saída do mesmo eletroimã e o segundo para a entrada em um eletroimã e a saída no outro.





Com base na experiência de projetar o sistema de controle com a realimentação do entre-ferro foi realizado o projeto do sistema de controle a ser realmente utilizado no protótipo, que é baseado na realimentação de corrente.

Para o sistema com um eletroimã:

$$k = 10^3 \cdot [-9,1827 \quad -0,1370 \quad 0,0057]$$

Estimador:

$$a = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -4,0624 \\ 3913,4 & 0 & -251,05 \\ 0 & 205,8 & -512,69 \end{bmatrix}$$

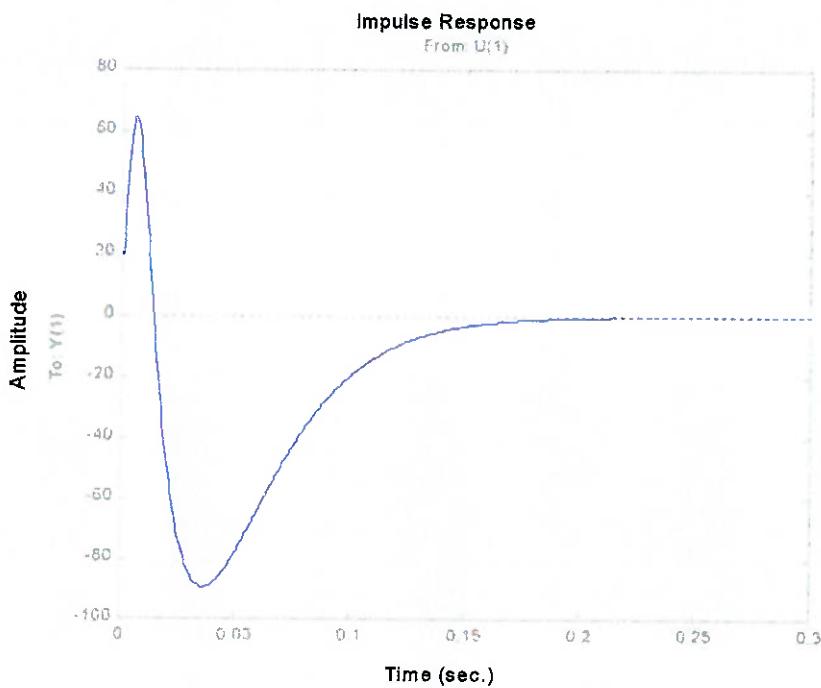
$$b = \begin{bmatrix} 0 & 4,0624 \\ 0 & 231,51 \\ 20,455 & 103,59 \end{bmatrix}$$

$$c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Como exemplo de simulação realizada para o sistema obtido temos o seu gráfico de resposta da corrente à entrada impulso:



Já para o sistema com dois eletroimãs, obteve-se o seguinte:

$$k = 10^3 \cdot \begin{bmatrix} -0,1015 & -0,0255 & -9,5869 & -0,2457 & 0,0067 & 0,0012 \\ -0,1015 & 0,0255 & -0,2457 & -9,5869 & 0,0012 & 0,0067 \end{bmatrix}$$

Estimador:

$$a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3920 & 3920 & -212,78 & -212,78 \\ 0 & 0 & 10337 & -10337 & -783,13 & 783,13 \\ 1 & 0,175 & 0 & 0 & -4,6671 & -0,1196 \\ 1 & -0,175 & 0 & 0 & -0,1196 & -4,6671 \\ 205,5 & 35,883 & 0 & 0 & -547,15 & -24,523 \\ 205,5 & -35,883 & 0 & 0 & -24,523 & -547,15 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 193,66 & 193,66 \\ 0 & 0 & 732,72 & -732,72 \\ 0 & 0 & 4,6671 & 0,1196 \\ 0 & 0 & 0,1196 & 4,6671 \\ 20,492 & 0 & 137,31 & 24,523 \\ 0 & 20,492 & 24,523 & 137,31 \end{bmatrix}$$

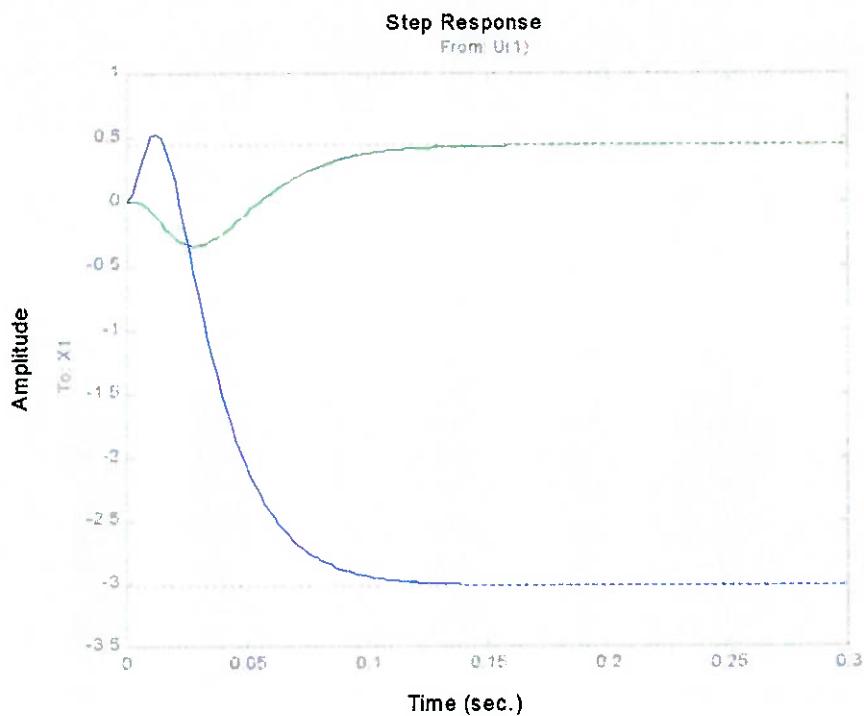


$$c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Um dos resultados obtidos com as simulações é o gráfico abaixo que mostra a resposta da corrente nos eletroimãs como resposta à entrada degrau em um deles. A curva azul corresponde à resposta do eletroimã submetido à entrada degrau, e a curva verde corresponde à resposta do outro eletroimã:



Analisando-se as curvas obtidas para os sistemas com realimentação por corrente, nota-se que a dificuldade no projeto do sistema de controle é devida ao fato de eles serem sistemas de fase não mínima, em que a resposta do sistema oscila antes de se estabilizar.

Para o controle do sistema com dois eletroimãs, foi realizada uma análise das alternativas, e verificou-se se fosse implementado o controle de cada eletroimã separadamente, a influência de um no outro poderia desestabilizar o sistema. Logo, será adotado o controle multivariáveis para o sistema com dois eletroimãs, e o controle de somente um eletroimã será utilizado somente para o dispositivo operar com uma das extremidades levitando e a outra fixa.

Vale ainda lembrar que o sistema de controle foi calculado com as seguintes matrizes Q e R:



Para um eletroímã:

$$q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$r = [0,001]$$

E para dois eletroímãs:

$$q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

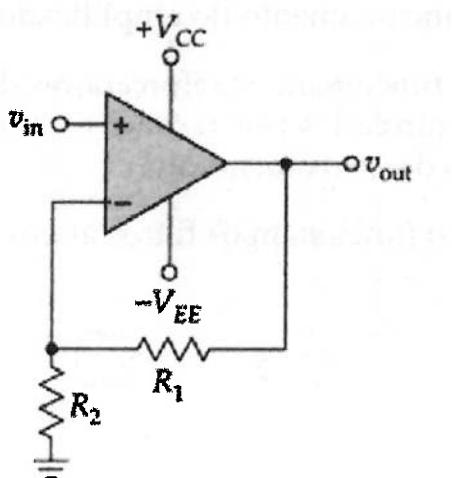
$$r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



PLACA DE POTÊNCIA

Na construção do protótipo de que trata este trabalho, o controle será implementado em um microcomputador e a comunicação entre ele e o sistema será feita através de uma placa conversora AD/DA. Mas daí surge o problema de que esta placa não é capaz de suprir a tensão e corrente requerida pelos eletroimãs, então se faz necessária a utilização de uma placa que amplifique a tensão e corrente de forma a fornecer a potência aos eletroimãs e ao mesmo tempo proteger a placa AD/DA de sobrecargas.

O circuito a ser utilizado é o da figura abaixo:



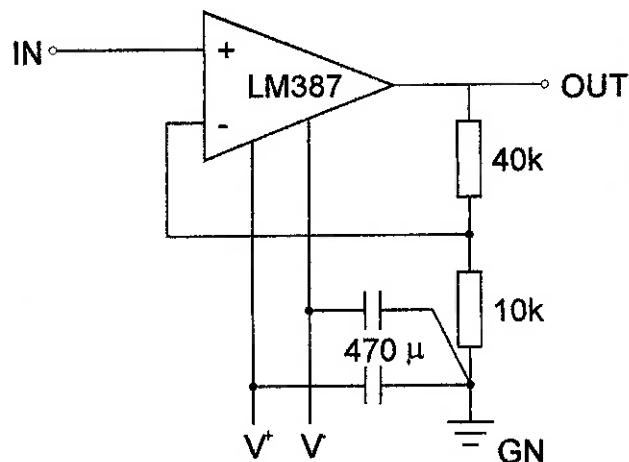
É um circuito amplificador de tensão não inversor, que é aproximadamente um amplificador ideal de tensão, pois possui alta impedância de entrada, baixa impedância de saída, e ganho de tensão estável. São estas características que o tornam ideal para a utilização neste projeto.

A alta impedância de entrada e a baixa de saída garantem que a corrente para a alimentação dos eletroimãs seja toda suprida pelo amplificador

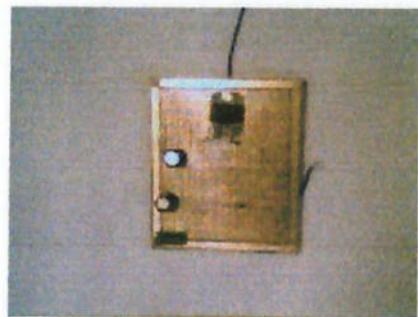


operacional, e que em caso de sobrecarga, a placa AD/DA e o microcomputador não serão afetados.

Para o projeto do circuito, foi selecionado um amplificador operacional que fosse capaz de suprir as correntes requeridas pelos eletroimãs. Foi então utilizado o amplificador LM3775 que possui corrente de saída de até seis A. Os resistores foram selecionados de modo que o divisor de tensão proporcionasse um ganho de cinco vezes, garantido que a tensão de saída seja suficiente para a operação dos eletroímãs. Foram utilizados também capacitores na alimentação do amplificador operacional para filtrar os ruídos de alta freqüência gerados por correntes parasitas devidas ao campo magnético causado pela fiação. O circuito de potência completo está esquematizado abaixo:



A placa de potência construída pode ser visualizada na figura abaixo:



As conexões entre os elementos da placa são feitas na parte inferior através de fios. A entrada se dá através de um borne onde se conectam as saídas positiva, negativa e terra da fonte. A saída se dá através de um fio ligado à saída do amplificador operacional.



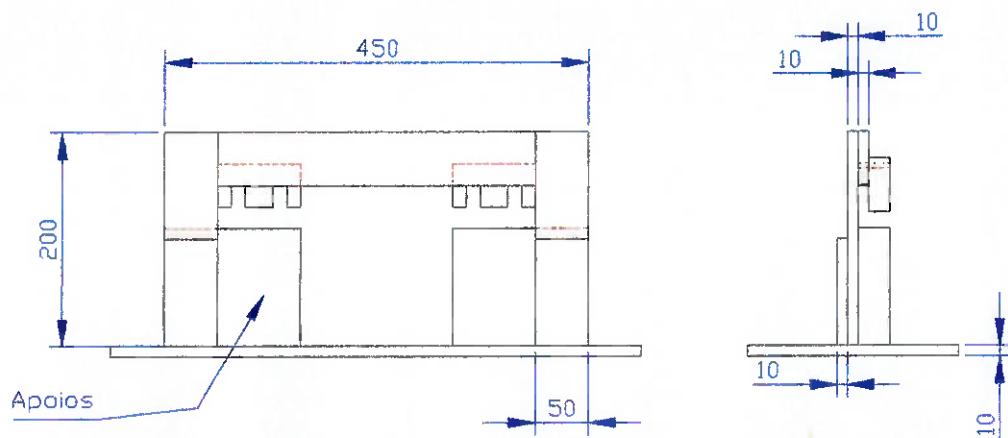
ESTRUTURA

O projeto da estrutura a ser utilizada para suporte do eletroímã levou em consideração alguns requisitos de projeto: ela deve ser leve e de fácil transporte, para que o sistema atenda ao requisito de ser um equipamento de experiências de laboratório, deve ser segura de forma a impedir que os usuários sofram choques elétricos durante a operação e não se machuquem durante transporte e deve possuir estabilidade dimensional, para prevenir a ocorrência de deformações que prejudiquem o funcionamento do sistema.

Dessa forma, dois materiais poderiam ser utilizados na estrutura, com a vantagem de serem de fácil obtenção: a madeira e o alumínio. O primeiro tem como vantagem não conduzir eletricidade, e como desvantagem sua baixa estabilidade dimensional, principalmente em ambientes úmidos, já o alumínio conduz, mas possui boa estabilidade dimensional.

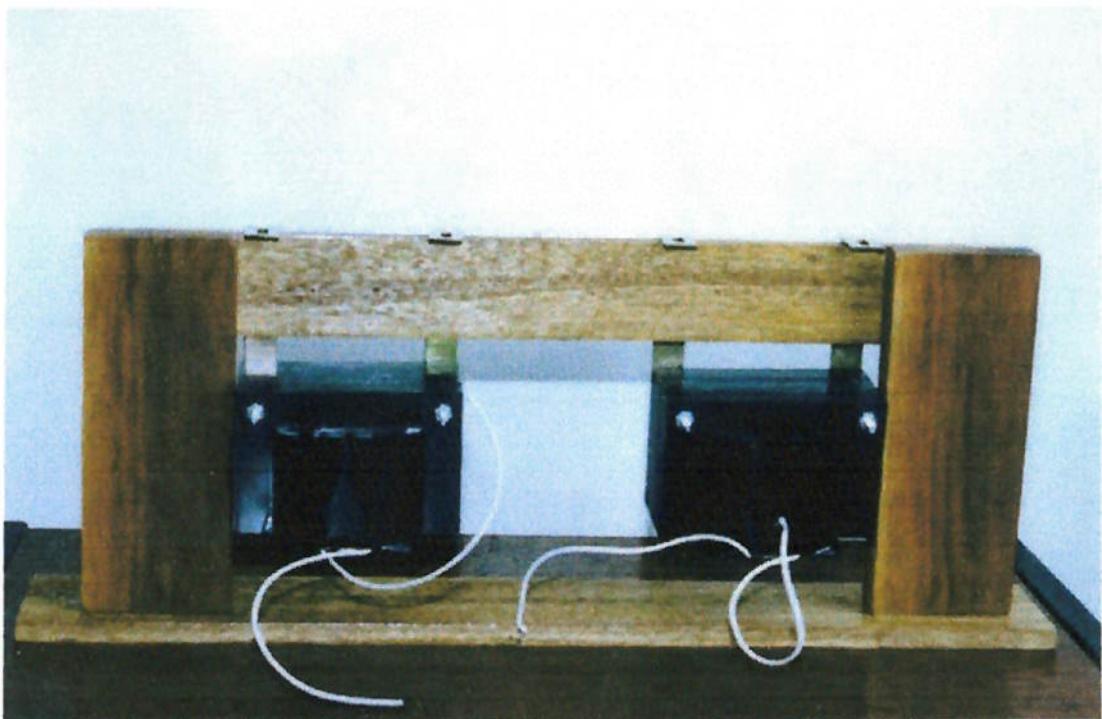
Foi então definido que o material a ser utilizado é a madeira, pois ela proporciona maior segurança para o usuário e porque seu problema de estabilidade pode ser minimizado através da manipulação adequada do momento de inércia das tábuas utilizadas na estrutura.

A estrutura está esquematizada na figura abaixo:



A estrutura em sua versão final pode ser visualizada nas fotos abaixo:





A estrutura foi um pouco modificada durante a construção. Devido ao tamanho dos eletroímãs, os apoios foram deslocados para garantir melhor sustentação.

O peso final da estrutura com os eletroímãs é de 6 Kg, que ficou acima do que inicialmente era pretendido, e ocorreu porque os eletroímãs ficaram com dimensões um pouco superiores ao previsto.



PROGRAMA DE CONTROLE

O programa que faz o controle do sistema foi desenvolvido utilizando-se do Compilador Pascal. Os sinais de entrada são os valores de corrente fornecidos pelos sensores de efeito Hall e os de saída são os valores de tensão que são amplificados pela placa de potência e realimentam os eletroímãs.

O programa recebe os dados dos sensores, faz o tratamento de acordo com as Leis de Controle Ótimo e envia os resultados para a placa de potência, que amplifica o sinal e realimenta o eletroímã.

O programa foi dividido em várias rotinas para simplificar seu entendimento, são elas:

Rotina de inicialização, que autocalibra a placa e limpa os parâmetros do programa.

Rotina que programa a placa com os padrões necessários para sua utilização de acordo com as necessidades do projeto.

Rotina que escreve em endereços secundários.

Rotina de leitura, que lê os sinais oriundos dos sensores.

Programa principal, que realiza os cálculos necessários para controlar o sistema.

O programa não pode ser testado de maneira eficaz já que não foi possível adquirir os sensores de efeito Hall. Vale mencionar que sem o sistema completo não é possível garantir a funcionalidade do programa.



CONCLUSÃO

Este trabalho chega ao seu final mostrando resultados muito importantes. O maior deles é o projeto do sistema de controle a ser utilizado no protótipo.

O sistema de controle apresenta particularidades que tornam o seu projeto um trabalho complexo e demorado, que teve de ser repetido muitas vezes até se obter o resultado desejado. Isso se deve ao fato de se utilizar controle multivariável e ao fato do sistema a ser controlado ser de fase não mínima. Por esses motivos, o desenvolvimento deste sistema necessitou de um estudo profundo da técnica de controle ótimo e da utilização de observadores de estado, aprofundando muito os nossos conhecimentos nessa área.

Outro fator a ser observado é que a complexidade do projeto nos levou a enfrentar os desafios realmente encontrados na execução de projetos em engenharia no mercado de trabalho, mostrando que as tarefas devem ser coordenadas e os esforços distribuídos de forma a obter os resultados necessários para a execução do projeto.

O projeto e seleção dos componentes foram concluídos com sucesso, sendo que o sistema de controle foi avaliado através de simulações em MatLab e aprovado, e os componentes construídos foram testados individualmente e tiveram seu funcionamento comprovado. Somente os testes em conjunto não foram possíveis, pois não foi possível encontrar os sensores de corrente requeridos em tempo hábil.



Uma continuação natural do projeto seria, então, a aquisição dos sensores e testes do equipamento completo. Fica aberta também a possibilidade de se desenvolver sistemas de controle através de outras técnicas, de modo a enriquecer as experiências de laboratório.

É possível ainda desenvolver uma adaptação do protótipo para que a barra se desloque também no sentido horizontal. Isso implicaria no desenvolvimento de uma adaptação do hardware disponível e do desenvolvimento de um novo algoritmo de controle.



ANEXO I

Aqui estão listados os programas em MatLab que calculam o sistema de controle. Para um eletroimã:

```
a = [0 1 0;3913.38 0 -0.09772;0 199.8804 -409.1]
b=[0;0;20.455]
c=[1 0 0]
d=[0]
g=[0;0;0]
h=[0]
sys=ss(a,b,c,d)
rn=[1]
qn=[0.001]
q=[1 0 0;0 1 0;0 0 1]
r=0.001
[k,s,e]=lqr(a,b,q,r)
sys=ss(a,[b,g],c,[d,h])
[kest,l,p]=kalman(sys,qn,rn)
sys=ss(a,b,c,d)
reg=lqgreg(kest,k)
sys2=feedback(sys,reg,+1)
```

Para dois eletroimãs:

```
a=[0 0 3920.014 3920.0014 -19.1159 -19.1159;0 0 10336.5642 -10336.5642
-50.4107 50.4107;1 0.175 0 0 0 0;1 -0.175 0 0 0 0;205.047 35.8832 0 0
-409.836 0;205.047 -35.8832 0 0 0 -409.836]
b=[0 0;0 0;0 0;0 20.4918 0;0 20.4918]
c=[0 0 1 0 0 0;0 0 0 1 0 0]
d=[0 0;0 0]
g=[0;0;0;0;0;0]
h=[0;0]
sys=ss(a,b,c,d)
set(sys,'Inputname',{'V1','V2'})
set(sys,'outputname',{'X1','X2'})
rn=[1 0;0 1]
qn=[0.001]
q=[1 0 0 0 0 0;0 1 0 0 0 0;0 0 1 0 0 0;0 0 0 1 0 0;0 0 0 0 1 0;0 0 0 0
0 1]
r=[1 0;0 1]
[k,s,e]=lqr(a,b,q,r)
sys=ss(a,[b,g],c,[d,h])
[kest,l,p]=kalman(sys,qn,rn)
sys=ss(a,b,c,d)
set(sys,'Inputname',{'V1','V2'})
set(sys,'outputname',{'X1','X2'})
reg=lqgreg(kest,k)
set(reg,'outputname',{'V1','V2'})
set(reg,'inputname',{'X1','X2'})
sys2=feedback(sys,reg,[1 2],[1 2],+1)
```



BIBLIOGRAFIA

- [1] BITTAR, A. **Levitação Magnética de uma Barra Flexível.** São Paulo, 1993. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- [2] BITTAR, A. **Controle da Suspensão Eletromagnética do Protótipo de um Veículo.** São Paulo, 1998. Dissertação (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
- [3] ROTERS, H. C. **Elettromagnetic Devices.** 1. Ed. New York, John Wiley and Sons Inc., 1941.
- [4] FALCONE, A. G. **Eletromecânica.** São Paulo, Edgar Blucher, 1985.
- [5] TAMAI, E.; SOTELO, J. Controle de Suspensão Eletromagnética Através da Realimentação da Corrente Elétrica. **6 º Congresso Latino-Americano de Controle Automático.** Rio de Janeiro, 1994.
- [6] OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno.** Trad. de Bernardo severo. Rio de Janeiro, Prentice-Hall do Brasil, 1998.
- [7] NUSSENZVEIG, H. **Curso de Física Básica.** São Paulo, Edgar Blucher, 1981.
- [8] MALVINO, A. **Eletrônica.** Volume II, 4^a Edição. São Paulo, Ed. Makron Books, 1995.