

**GUSTAVO NAZARENO DOS ANJOS CARRIJO**

**MAPEAMENTO DE CAMPO  
ACÚSTICO DE TRANDUTORES DE  
ULTRA-SOM UTILIZANDO TELAS DE  
POLIURETANO**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Escola de Engenharia de São Carlos,  
da Universidade de São Paulo

Curso de Engenharia Elétrica com ênfase  
em Eletrônica

ORIENTADOR: Prof. Dr. Carlos Dias Maciel

São Carlos

2008

# FOLHA DE APROVAÇÃO

**Autor: Gustavo Nazareno dos Anjos Carrijo**

**Título: Mapeamento de campo acústico de transdutores de ultra-som utilizando telas de poliuretano**

**Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado**

**em \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_**

**com nota: \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_, \_\_\_\_), pela comissão julgadora**

**(Assinatura)** \_\_\_\_\_

**(Titulação/nome/instituição)**

**(Assinatura)** \_\_\_\_\_

**(Titulação/nome/instituição)**

---

**Coordenador da Comissão de Coordenação  
do Curso de Engenharia Elétrica (CoC-EE)**

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus.

A meus pais.

A minha família.

A minha namorada e companheira Patrícia.

Ao Professor Maciel pelos ensinamentos, incentivos e competência na orientação deste trabalho.

A todos os amigos que fiz em São Carlos, que agora considero meus irmãos.

Aos amigos Julian e José Luís (Zé) pelo auxílio na realização do trabalho.

Aos colegas e amigos do LIM.

A todo o corpo docente da EESC pelos ensinamentos ao longo do curso.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica.

<b>LISTA DE TABELAS</b>	<b>6</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b>	<b>7</b>
<b>RESUMO</b>	<b>9</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>10</b>
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>11</b>
<b>2. OBJETIVO</b>	<b>13</b>
<b>3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	<b>14</b>
<b>3.1. A equação de onda</b>	<b>14</b>
<b>3.1.1. Equação de estado</b>	<b>14</b>
<b>3.1.2. Equação de continuidade</b>	<b>15</b>
<b>3.1.3. Equação de Euler</b>	<b>17</b>
<b>3.1.4. Equação de onda linearizada</b>	<b>18</b>
<b>3.1.5. Ondas planas harmônicas</b>	<b>19</b>
<b>3.1.6. Densidade de energia</b>	<b>20</b>
<b>3.1.7. Intensidade Acústica</b>	<b>22</b>
<b>3.1.8. Impedância Acústica Específica</b>	<b>22</b>
<b>3.1.9. Ondas esféricas</b>	<b>23</b>
<b>3.2. Irradiação e recepção de ondas acústicas</b>	<b>27</b>
<b>3.2.1. Irradiação de uma esfera pulsante</b>	<b>27</b>
<b>3.2.2. <i>Source Strength</i></b>	<b>28</b>
<b>3.2.3. Reciprocidade acústica</b>	<b>29</b>
<b>3.2.4. Fontes simples</b>	<b>30</b>
<b>3.2.5. Irradiação de um pistão circular plano</b>	<b>32</b>
<b>3.3. O Ultra-som</b>	<b>37</b>
<b>4. MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>40</b>
<b>4.1. Tanque Acústico</b>	<b>40</b>
<b>4.2. Aquisição do sinal</b>	<b>43</b>
<b>4.3. Software de Controle</b>	<b>43</b>
<b>4.4. Tipos de varredura de campo acústico</b>	<b>43</b>
<b>4.5. Medida do Campo Acústico</b>	<b>45</b>
<b>5. RESULTADOS</b>	<b>48</b>

5.1.	<b>Medição sem a tela</b>	48
5.2.	<b>Medição com a tela 1</b>	51
5.3.	<b>Medição com a Tela 2</b>	53
5.4.	<b>Medição com a Tela 3</b>	56
6.	<b>CONCLUSÃO</b>	62
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	63
	<b>APÊNDICE A</b>	64
	<b>APÊNDICE B</b>	65

## **Lista de Tabelas**

Tabela 1 – Avaliação dos parâmetros

58

## Lista de Figuras

Figura 1 – Paralelepípedo com volume $dV$ .	16
Figura 2 – Representação geométrica do ângulo $\theta$ .	25
Figura 3 – Pistão circular plano.	33
Figura 4 – Representação da magnitude da amplitude da pressão acústica em função de $r$ .	35
Figura 5 – Representação gráfica do fator direcional.	37
Figura 6 – Estrutura do tanque acústico.	40
Figura 7 – Motor de passo.	41
Figura 8 – Sistema de posicionamento cartesiano.	42
Figura 9 – Estrutura do tanque com o sistema de posicionamento montado.	42
Figura 10 – Varredura global.	44
Figura 11 – Varredura diametral.	45
Figura 12 – Tela 1.	46
Figura 13 – Tela 2.	46
Figura 14 – Tela 3.	47
Figura 15 – Resposta axial para a medida sem tela.	48
Figura 16 – Plano 1, medido sem tela.	49
Figura 17 – Plano 2, medido sem tela.	49
Figura 18 – Plano 3, medido sem tela.	50
Figura 19 – Plano 4, medido sem tela.	50
Figura 20 – Resposta axial para a medida com a Tela 1.	51
Figura 21 – Plano 1, medido com a Tela 1.	51
Figura 22 – Plano 2, medido com a Tela 1.	50

Figura 23 – Plano 3, medido com a Tela 1.	52
Figura 24 – Plano 4, medido com a Tela 1.	53
Figura 25 – Resposta axial para a medida com a Tela 2.	53
Figura 26 – Plano 1, medido com a Tela 2.	54
Figura 27 – Plano 2, medido com a Tela 2.	54
Figura 28 – Plano 3, medido com a Tela 2.	55
Figura 29 – Plano 4, medido com a Tela 2.	55
Figura 30 – Resposta axial para a medida com a Tela 3.	56
Figura 31 – Plano 1, medido com a Tela 3.	57
Figura 32 – Plano 2, medido com a Tela 3.	57
Figura 33 – Plano 3, medido com a Tela 3.	58
Figura 34 – Plano 4, medido com a Tela 3.	58
Figura 35 – Obtenção da $A_{STF}(0)$ por meio da regressão linear.	60

## Resumo

O ultra-som é muito utilizado em Fisioterapia e, devido ao seu alcance, é necessário certificar-se de que os equipamentos estejam corretamente calibrados e dentro dos padrões estabelecidos pela ABNT na norma NBR-IEC 1689.

O presente trabalho apresenta uma alternativa para a redução da reverberação nas paredes do tanque durante a medição do campo acústico de transdutores de ultra-som, através da utilização de uma tela de poliuretano no tanque. Foram realizadas medidas com três telas diferentes, formada por fios de poliuretano entrelaçados criando espaçamentos diferentes. Cada tela foi postada somente no fundo do tanque.

Para fins de comparação, foram considerados os seguintes parâmetros: área de radiação efetiva ( $A_{RE}$ ) ( $\pm 20\%$ ); intensidade máxima do feixe; intensidade acústica efetiva ( $I_e$ ) ( $\pm 20\%$ ) e a razão de não-uniformidade ( $R_{NF}$ ) ( $\pm 30\%$ ).

Para a realização do trabalho foi utilizado um aparelho do departamento de Bioengenharia.

Palavras-chaves:

Ultra-som, telas de poliuretano, mapeamento de campo acústico.

## Abstract

Ultrasound is one of the most commonly used therapies in Physiotherapy. Due to its use, it's necessary to verify if the equipments used are in accordance to the patterns established by ABNT through NBR-IEC 1689.

The present work objective is to show an alternative to reduce the reverberation on the acoustic tank's wall during the measure of the acoustic field generated by an ultrasound transducer. This new measure use a polyurethane screen located at the opposite wall compared to the tank's wall where the transducer is located. The experiments were done using three different mesh, each one of them made by wires crossed in such a manner that the spaces were different.

To compare the results obtained, the following parameters were considered: effective radiation area ( $A_{RE}$ ) ( $\pm 20\%$ ); maximum intensity of the field; effective intensity ( $I_e$ ) ( $\pm 20\%$ ); and the non-uniformity ratio of the field ( $R_{NF}$ ) ( $\pm 30\%$ ).

To make the acoustic field measure, were used a ultrasound equipment from Bioengineer Department.

**Key Words:**

Ultrasound, polyurethane screens, acoustic field measurement.

## **1. Introdução**

O ultra-som possui uma gama de aplicações bem ampla, variando de acordo com o nível de intensidade utilizado. Por exemplo, o ultra-som de baixa intensidade é utilizado em ensaios não-destrutivos de materiais, na determinação das propriedades elásticas dos materiais e em diagnose médica. Já o ultra-som de alta intensidade é utilizado para limpeza por cavitação, na atomização de líquidos, na ruptura de células biológicas, na solda e homogeneização de materiais, em terapias médicas, entre outras tantas aplicações.

Em fisioterapia, o ultra-som surgiu como uma alternativa de diatermia, rivalizando com o uso de bolsas quentes, ondas curtas e microondas. Inicialmente sua aplicação ocorria em tecidos moles, mas um aprofundamento no estudo de suas propriedades permitiu que fosse aplicado também na regeneração de tecidos ósseos fraturados. Hoje, é uma das formas de tratamento mais utilizadas pelos fisioterapeutas.

Os primeiros aparelhos foram desenvolvidos em uma época em que não se tinha muito conhecimento acerca dos efeitos térmicos que o ultra-som pode causar. Com isso, grandezas como intensidade de pico temporal e intensidade de pico espacial não eram consideradas durante a avaliação do campo gerado pelos transdutores. Contudo, hoje em dia sabe-se que os principais danos que o ultra-som pode causar no tecido biológico são a cavitação e o aquecimento.

O aquecimento ocorre devido à absorção da energia acústica pelo tecido e ao aquecimento que ocorre na face do transdutor. A tolerância à elevação de temperatura depende do tipo de tecido e do tempo no qual o tecido foi exposto a essa elevação de temperatura. Segundo a *World Federation of Ultrasound in Medicine and Biology* (Barnett, 1998), se um feto é exposto a um aumento de temperatura equivalente a 1,5°C durante muito tempo, ele pode sofrer danos irreversíveis. O mesmo vale se o aumento for de 4°C por mais de cinco minutos [4].

A cavitação se refere à geração e ao crescimento de bolhas devido às excursões de pressão negativa e ao seu comportamento subsequente. Na presença de uma onda de ultra-som, uma bolha pode se formar e crescer a cada semi-ciclo negativo de variação da pressão. Existem duas formas de cavitação: a cavitação de colapso (inercial), em que pulsos com uma variação muito grande de pressão geram bolhas que colapsam com um ou dois períodos do pulso, convertendo uma quantidade relativamente grande de energia em calor e ondas de choque, e podem criar radicais livres como o OH<sup>-</sup>. Este tipo de cavitação pode levar à destruição de células e a uma danificação do tecido. O outro tipo de cavitação se chama cavitação estável. Este tipo

de cavitação exige que a vibração ultra-sônica seja em modo contínuo ou que os pulsos possuam uma duração longa com uma amplitude moderada. Neste caso, as bolhas alteram seu volume por meio da variação no seu raio de acordo com a freqüência da onda. Toda vez que a pressão é negativa em um semi-ciclo, a área da superfície da bolha aumenta e no semi-ciclo positivo essa área diminui. Essa oscilação produz micro corrente de líquido na vizinhança da bolha que células livres podem entrar em ressonância e serem tensionadas [4].

Dessa forma, a normatização dos transdutores passou a ser essencial para garantir ao paciente que os riscos de haver algum dano causado seja muito pequena. No Brasil, a ABNT criou em 1998 a norma NBR-IEC 1689 “Ultra-som – Sistemas de Fisioterapia: Prescrição para desempenhos e métodos de medição na faixa de freqüência de 0,5 MHz a 5 MHz”.

Esta norma especifica, baseado em uma rotina de referência, métodos de caracterização do desempenho dos equipamentos de ultra-som utilizados em Fisioterapia. Equipamentos que não se encontram certificados de acordo com essa norma se tornam perigosos para a saúde humana podendo causar grandes prejuízos, tanto para quem usa quanto para quem aplica.

Assim, a caracterização do campo acústico por meio da obtenção de um sinal com um mínimo possível de ruído permite fazer uma avaliação mais precisa da qualidade do aparelho em estudo.

## **2. Objetivo**

O objetivo do presente trabalho é apresentar uma alternativa para a diminuição do problema da reverberação da onda acústica nas paredes do tanque. Para tanto, foram utilizadas três tipos de telas de poliuretano, fornecidas pela empresa Maccaferri, cada uma possuindo uma configuração física diferente.

Para verificação dos resultados, foram analisados os gráficos de intensidade em quatro planos paralelos a face do transdutor; e também alguns parâmetros de avaliação, segundo a NBR-IEC 1689.

### **3. Fundamentos Teóricos**

Neste capítulo serão apresentados os fundamentos teóricos que envolvem a propagação da onda acústica e o comportamento esperado do campo em relação à geometria do transdutor.

Na primeira parte tem-se uma dedução da equação de onda na sua forma linearizada partindo-se das equações de estado, de continuidade e de Euler, todas em suas formas linearizadas. Ainda nesta seção são apresentados os parâmetros mais importantes na avaliação do campo acústico gerado pelo transdutor estudado.

Na segunda parte são apresentados os princípios que regem a irradiação e a recepção de ondas acústicas, com definição de alguns princípios básicos e o estudo do comportamento do campo gerado por um transdutor do tipo pistão plano circular (similar ao tipo de transdutor utilizado).

Na última parte são apresentados os princípios básicos do ultra-som no que rege sua propagação e como são geradas as ondas.

#### **3.1. A equação de onda**

##### **3.1.1. Equação de estado**

A equação de estado de um fluido relaciona as forças internas de restauração com as correspondentes deformações [5]. No caso de um fluido, as grandezas físicas a serem relacionadas devem descrever o comportamento termodinâmico deste. Por exemplo, quando se trabalha com um gás perfeito, a equação de estado é dada por:

$$P = \rho r T_K \quad (1)$$

Nesta equação  $P$  representa a pressão total em pascals (Pa);  $\rho$  a densidade em quilogramas por metro cúbico ( $\text{kg/m}^3$ );  $r$  uma constante cujo valor depende do gás analisado; e  $T_K$  a temperatura absoluta em kelvins (K). A equação (1) é genérica e válida para a descrição do comportamento termodinâmico de qualquer gás.

Processos acústicos podem ser considerados adiabáticos, pois não há uma troca significativa de energia entre partículas de fluido (segundo [5], partícula de fluido é um elemento cujo volume é grande o suficiente para conter milhões de moléculas de maneira que o fluido pode ser considerado contínuo; e pequeno o suficiente para que as variáveis acústicas analisadas permaneçam aproximadamente constantes.). Ou

seja, o gradiente de temperatura e a condutividade térmica devem ser pequenas o suficiente para assegurar que durante um distúrbio não haja fluxo significativo de energia.

A equação adiabática de estado de um fluido deve ser analisada em cima da relação (a entropia constante) entre a pressão e as variações na densidade. Desta maneira, pode-se escrever a expansão de Taylor desta relação:

$$P = P_0 + \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\rho_0} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} \right)_{\rho_0} + \dots \quad (2)$$

em que as derivadas parciais são constantes relacionadas à compressão e expansão do fluido em torno da densidade de equilíbrio. Se as flutuações forem pequenas, somente os termos de menor ordem são considerados. Assim, uma relação linear entre pressão e densidade é obtida:

$$P - P_0 = B \left( \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) \quad (3)$$

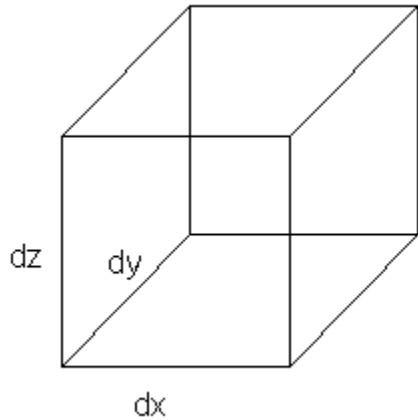
em que  $B = \rho_0 \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_{\rho_0}$  é o módulo Bulk (adiabático). A equação (3) pode ser reescrita em termos da pressão acústica  $p$  e da condensação  $s$ :

$$p = Bs \quad (4)$$

Na equação (4), a restrição a ser considerada é que  $|s| \ll 1$ . Isso quer dizer que a análise é feita para ondas com amplitude pequena de modo que as variações na densidade serão pequenas quando comparadas com o valor de equilíbrio.

### 3.1.2. Equação de continuidade

A equação de continuidade relaciona o deslocamento de um fluido às compressões e dilatações aos quais ele é submetido por meio da relação entre a velocidade de partícula  $\vec{u}$  e a densidade instantânea  $\rho$  [5]. Considera-se então um paralelepípedo retangular de dimensões  $dx$ ,  $dy$  e  $dz$ . Este paralelepípedo está fixo e o fluido passa por dentro dele.



**Figura 1 - Paralelepípedo com volume  $dV$ .**

A taxa com que a massa flui, através da superfície, para dentro do paralelepípedo deve ser igual ao incremento de massa que ocorre no interior deste. Sendo o fluxo de massa na direção  $x$  dado por  $\rho \vec{u}_x$ , o fluxo de massa para dentro do elemento é dado por:

$$\left\{ \rho u_x - \left[ \rho u_x + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} \right] \right\} dydz = - \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} dV \quad (5)$$

De maneira similar, obtém-se expressões para o fluxo nas direções  $y$  e  $z$ .

$$\left\{ \rho u_y - \left[ \rho u_y + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} \right] \right\} dx dz = - \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} dV \quad (6)$$

$$\left\{ \rho u_z - \left[ \rho u_z + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} \right] \right\} dx dz = - \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} dV \quad (7)$$

Somando as equações (5), (6) e (7) obtém-se o fluxo total.

$$- \left[ \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial z} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} \right] dV = - [\nabla \cdot (\rho \vec{u})] dV \quad (8)$$

A taxa com que a massa aumenta dentro do paralelepípedo é dada por  $(\partial \rho / \partial t) dV$ . Logo, tem-se que o aumento da massa dentro do paralelepípedo deve ser igual ao fluxo total de massa através da superfície deste. Portanto,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (9)$$

Se for admitido que a onda possui amplitude pequena e  $\rho_0$  é constante no tempo e no espaço, pode-se escrever  $\rho = \rho_0(1 + s)$ . Assim a equação (9) pode ser reescrita,

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (10)$$

que corresponde a forma linearizada da equação de continuidade.

### 3.1.3. Equação de Euler

Considera-se um elemento, em um fluido, com volume  $dV = dx dy dz$ , que se move junto com o fluido. Este elemento possui massa  $dm$ . A resultante das forças que atuam sobre esse elemento,  $d\vec{f}$ , irá acelerá-lo de acordo com a segunda lei de Newton  $d\vec{f} = dm \vec{a}$ .

Na ausência de viscosidade (anteriormente, foi admitido que não houvesse efeitos de condutividade térmica quando um fluido se movimenta para efeitos de simplificação na obtenção das equações de estado e de continuidade. Assim, pode-se considerar que a viscosidade do fluido não é significativa.), a força resultante que atua sobre o elemento, na direção  $x$ , é

$$df_x = \left[ P - \left( P + \frac{\partial P}{\partial x} dx \right) \right] dy dz = -\frac{\partial P}{\partial x} dV \quad (11)$$

De forma análoga obtém-se valores para  $df_y$  e  $df_z$ . O vetor resultante  $d\vec{f} = df_x \hat{x} + df_y \hat{y} + df_z \hat{z}$  pode ser escrito como:

$$d\vec{f} = -\nabla P dV \quad (12)$$

A expressão para a aceleração do fluido é dada por:

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \quad (13)$$

A dedução da equação (13) se encontra no Apêndice A.

Como a massa do elemento pode ser escrita como  $\rho dV$ , esta expressão pode ser substituída na equação  $d\vec{f} = dm \vec{a}$ , resultando em:

$$-\nabla P = \rho \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right] \quad (14)$$

Como se pode perceber, a equação de Euler é não-linear. Porém se a onda apresenta amplitude pequena ( $|s| \ll 1$ ) e  $|(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}| \ll (\partial \vec{u} / \partial t)$ , então  $\rho$  pode ser substituído por  $\rho_0$  e o termo  $(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}$  pode ser desconsiderado. Além disso, o fato de  $P_0$  ser constante permite que se possa substituir  $\nabla P = \nabla p$ . Assim, a equação (14) é reescrita na sua forma linearizada.

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla p \quad (15)$$

### 3.1.4. Equação de onda linearizada

A equação de onda linearizada é obtida combinando-se as equações de estado, de continuidade e de Euler. Da combinação entre as equações (10) e (15), elimina-se  $\vec{u}$ .

$$\rho_0 \nabla \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\nabla p) = -\nabla^2 p \quad (16)$$

Tomando a derivada no tempo da equação (10)

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + \nabla \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 0 \quad (17)$$

Combinando (17) e (16)

$$\nabla^2 p = \rho_0 \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} \quad (18)$$

Substituindo (4) em (18), obtem-se

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (19)$$

em que

$$c = \sqrt{\frac{B}{\rho_0}} \quad (20)$$

representa a velocidade de fase para ondas acústicas em fluidos.

A equação (19) representa a equação de onda na sua forma linearizada e será à base de análise para a propagação da onda em fluidos.

### 3.1.5. Ondas planas harmônicas

Quando todas as variáveis acústicas são função de uma única coordenada espacial, a fase de qualquer variável se torna constante em qualquer plano tomado perpendicularmente à coordenada. Assim, diz-se que tal onda é uma onda plana [5]. Tomando-se como referência o eixo  $x$ , a equação de onda pode ser escrita da seguinte forma

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (21)$$

em que  $p = p(x, t)$ .

A solução da equação (21) descreve uma onda plana de pressão acústica. A forma complexa da solução é dada por:

$$p = A e^{j(\omega t - kx)} + B e^{j(\omega t + kx)} \quad (22)$$

Da equação (22) pode-se obter a expressão para a velocidade de partícula associada a essa onda:

$$\vec{u} = \left[ \frac{A}{\rho_0 c} e^{j(\omega t - kx)} - \frac{B}{\rho_0} e^{j(\omega t + kx)} \right] \hat{x} \quad (23)$$

Observa-se que a velocidade de partícula se encontra na direção de propagação.

A equação (22) mostra que a onda de pressão é formada pela soma algébrica das componentes no sentido positivo e no sentido negativo de propagação. Assim pode-se dividir a equação em duas componentes

$$\begin{aligned} p_+ &= A e^{j(\omega t - kx)} \\ p_- &= B e^{j(\omega t + kx)} \end{aligned} \quad (24)$$

Assim, a velocidade de partícula se torna

$$u_+ = + \frac{p_+}{\rho_0 c}$$

$$\mathbf{u}_- = -\frac{\mathbf{p}_-}{\rho_0 c} \quad (25)$$

Até agora a solução da equação (22) foi feita considerando-se que a propagação se dá no eixo  $x$ . Contudo, essa solução pode ser generalizada para uma propagação em uma direção arbitrária. Deste modo, teria-se uma solução do tipo:

$$\mathbf{p} = A e^{j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)} \quad (26)$$

Essa solução é válida se

$$\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = \frac{\omega}{c} \quad (27)$$

Desta maneira, define-se o vetor de propagação como sendo

$$\vec{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z} \quad (28)$$

Então para um vetor posição genérico  $\vec{r} = x \hat{x} + y \hat{y} + z \hat{z}$  que fornece a localização de um ponto  $(x, y, z)$  em relação à origem  $(0, 0, 0)$ , a solução da equação de onda pode ser escrita como

$$\mathbf{p} = A e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (29)$$

A superfície de fase constante é dada por  $\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{constante}$ . A magnitude de  $\vec{k}$  é definida como número de onda e  $\vec{k}$  aponta sempre na direção de propagação uma vez que  $\vec{k} = \nabla(\vec{k} \cdot \vec{r})$ .

### 3.1.6. Densidade de energia

A energia transportada por uma onda acústica pode ser de dois tipos: cinética, associada à movimentação das partículas do fluido quando submetidas às compressões e dilatações; e potencial, associada à compressão e dilatação do fluido.

Considerando um elemento do fluido com volume  $V_0$  e que se move quando o fluido é submetido a um distúrbio, define-se a energia cinética do elemento como sendo:

$$E_k = \frac{1}{2} \rho_0 V_0 u^2 \quad (30)$$

A energia potencial do elemento do fluido devido a uma variação no volume de  $V - V_0$  é dada por:

$$E_p = - \int_{V_0}^V p \, dV \quad (31)$$

Em que o sinal negativo mostra que quando uma pressão acústica positiva atua sobre o elemento provocando uma diminuição do volume, tem-se um aumento da energia potencial.

O cálculo da integral da equação (31) é feito considerando-se uma mudança de variável de modo a permitir que se integre tudo em relação  $p$ . Para tanto, considera-se que, pela conservação da massa,  $\rho V = \rho_0 V_0$ . Assim, tem-se:

$$dV = - \frac{V}{\rho} \, d\rho = - \frac{V_0}{\rho_0} \, d\rho \quad (32)$$

Utilizando as equações (4) e (20) obtém-se que  $p = \rho_0 c^2$  e sabendo que  $s = (\rho - \rho_0)/\rho_0$ , a equação (32) é reescrita como:

$$dV = - \frac{V_0}{\rho_0 c^2} \, dP \quad (33)$$

Desta maneira, a integral da equação (31) de 0 a  $p$  resulta em:

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{p^2}{\rho_0 c^2} V_0 \quad (34)$$

A energia total do elemento do fluido é dada pela soma entre as energias cinética e potencial:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} \rho_0 \left( u^2 + \frac{p^2}{\rho_0^2 c^2} \right) V_0 \quad (35)$$

A densidade de energia instantânea ( $\varepsilon_i = E/V_0$ ), dada em joules por metro cúbico, corresponde a:

$$\varepsilon_i = \frac{1}{2} \rho_0 \left( u^2 + \frac{p^2}{\rho_0^2 c^2} \right) \quad (36)$$

A pressão acústica e a velocidade de partícula são ambas funções tanto do tempo quanto do espaço, de modo que a densidade de energia não é constante no fluido. Assim, define-se a densidade de energia como sendo a média da densidade

instantânea de energia tomada em um determinado intervalo de tempo em um determinado ponto do fluido, como mostra a equação (37).

$$\varepsilon = \langle \varepsilon_i \rangle_t = \frac{1}{t} \int_0^t \varepsilon_i dt \quad (37)$$

O intervalo de tempo a ser considerado corresponde a um período  $T$  da onda.

### 3.1.7. Intensidade Acústica

A intensidade acústica  $I$  ( $\text{W/m}^2$ ) de uma onda acústica é definida como a taxa de fluxo médio de energia através de uma área unitária normal a direção de propagação. O valor instantâneo do trabalho por unidade de área, realizado por um elemento de fluido sobre outro elemento adjacente é definido como  $pu$ . A intensidade acústica é então a média no tempo desse valor instantâneo:

$$I = \langle pu \rangle_t = \frac{1}{t} \int_0^t pu dt \quad (38)$$

Novamente, a integral é calculada considerando um período da onda.

Para ondas planas harmônicas propagando na direção positiva de  $x$ ,  $p = \rho_0 c u$ . Logo,

$$I = \frac{1}{2} P_+ U_+ \quad (39)$$

O mesmo raciocínio é válido para quando a onda se propaga na direção negativa de  $x$ . Assim,

$$I = -\frac{1}{2} P_- U_- \quad (40)$$

Ressalta-se aqui que as equações (39) e (40) fornecem resultados compatíveis com a prática somente quando se analisa ondas planas harmônicas e ondas divergentes a distâncias grandes quando comparadas com o tamanho da fonte geradora da onda.

### 3.1.8. Impedância Acústica Específica

A impedância acústica específica é definida como a razão entre a pressão acústica em um meio e a velocidade de partícula associada àquele meio.

$$z = \frac{p}{u} \quad (41)$$

Para ondas planas,

$$z = \pm \rho_0 c \quad (42)$$

Em que o sinal positivo ou negativo depende do sentido de propagação.

O caráter real da impedância acústica específica está associado apenas a ondas planas, pois quando se trabalha com ondas divergentes,  $z$  adquire um caráter complexo:

$$z = r + jx \quad (43)$$

Sendo  $r$  a resistência acústica específica e  $x$  a reatânciça acústica específica.

É possível fazer um paralelo entre a impedância acústica específica de um meio e algumas outras grandezas como o índice de refração de um meio transparente na óptica; a impedância característica de um meio dielétrico, para ondas eletromagnéticas; e a impedância característica de uma linha de transmissão. Todas essas grandezas representam uma propriedade característica do meio.

### 3.1.9. Ondas esféricas

Durante a análise da propagação de uma onda acústica em um meio, nem sempre se tem ondas perfeitamente planas. Muitas vezes a fonte geradora da onda produz uma onda divergente que pode ser bem representada se ela for considerada tendo simetria esférica. Esta análise é válida se for considerado que à medida que se afasta da fonte geradora da onda, suas dimensões vão se tornando desprezíveis quando comparadas com o comprimento de onda. Assim, a fonte passa a ser considerada uma fonte pontual que produz no campo próximo ondas com simetria esférica.

O operador Laplaciano, expresso em coordenadas esféricas, é dado por:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 (\sin \theta)^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \quad (44)$$

Em que  $x = r \sin \theta \cos \varphi$ ,  $y = r \sin \theta \sin \varphi$  e  $z = r \cos \theta$ . Quando a onda possui simetria esférica, a pressão acústica se torna função da distância radial e do tempo, mas independe dos ângulos de azimute e elevação. Assim, no operador Laplaciano

expresso na equação (42), os termos contendo os ângulos  $\theta$  e  $\varphi$  são desconsiderados e a equação de onda pode ser escrita como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (45)$$

Pela conservação da energia e sabendo da relação expressa na equação (39), percebe-se que o valor de amplitude da pressão acústica decai pelo fator  $1/r$ . Portanto se, em vez de analisar a grandeza  $p$  sozinha como a variável dependente, considerar a grandeza  $rp$  como a nova variável dependente, a equação (45) é reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 (rp)}{\partial r^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (46)$$

Como  $rp$  se tornou a variável de análise, a solução da equação (46) resulta em

$$rp = f_1(ct - r) + f_2(ct + r) \quad (47)$$

Ou ainda

$$p = \frac{1}{r} f_1(ct - r) + \frac{1}{r} f_2(ct + r) \quad (48)$$

O primeiro termo da equação (48) representa uma onda esférica divergindo de uma fonte pontual na origem, com velocidade  $c$ ; e o segundo termo representa uma onda esférica convergindo para a origem.

Na maioria dos casos, as ondas esféricas estudadas são harmônicas. Elas estão representadas a seguir.

$$\mathbf{p} = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (49)$$

Utilizando as equações do Apêndice B, expressa-se o potencial de velocidade como

$$\Phi = -\frac{1}{j\omega\rho_0} \mathbf{p} \quad (50)$$

E a velocidade de partícula como

$$\vec{u} = \nabla\Phi = \left(1 - \frac{j}{kr}\right) \frac{\mathbf{p}}{\rho_0} \hat{r} \quad (51)$$

A análise da equação (51) mostra um fato importante na relação entre a velocidade de partícula e a pressão acústica em ondas esféricas. Diferentemente das ondas planas, em que a velocidade de partícula e a pressão acústica se encontravam em fase, essas duas grandezas se encontram defasadas nas ondas esféricas. Assim, a impedância acústica específica não é mais  $\rho_0 c$ . Ela passa a ser dada por

$$z = \rho_0 c \frac{kr}{\sqrt{1 + (kr)^2}} e^{j\theta} \quad (52)$$

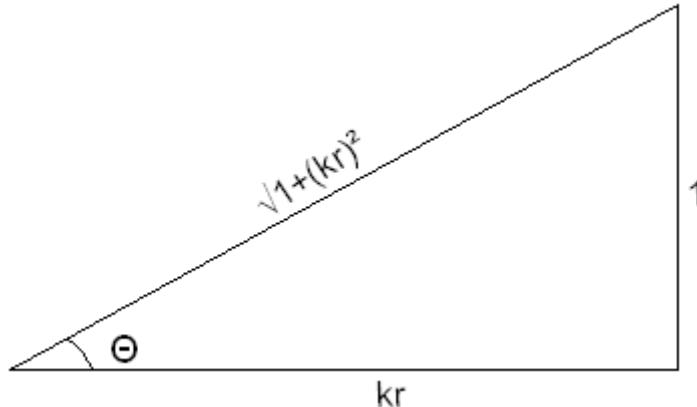
Ou

$$z = \rho_0 c \cos \theta e^{j\theta} \quad (53)$$

Em que

$$\cot \theta = kr \quad (54)$$

Na figura 2, o ângulo  $\theta$  está representado geometricamente.



**Figura 2 - Representação geométrica do ângulo  $\theta$**

A partir do raciocínio explicitado acima, pode-se fazer algumas inferências. Da equação (54), percebe-se que o produto  $kr$  será um fator determinante para o trabalho aqui exposto, uma vez que ele norteia a maioria dos parâmetros analisados na comparação entre o uso e o não uso das telas de poliuretano para uma melhora na aquisição dos dados coletados durante o mapeamento do campo acústico de transdutores de ultra-som. Outro fato importante reside no fato de que, como  $kr = 2\pi/\lambda$ , o ângulo  $\theta$  é função da razão entre a distância do ponto de análise até a fonte e o comprimento de onda. Assim, para análises feitas em pontos próximos à fonte

geradora, a defasagem entre a velocidade de partícula e a pressão acústica é grande. Por outro lado, para distâncias grandes  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{u}$  estão praticamente em fase, o que permite aplicar as propriedades de ondas planas para ondas esféricas. Esse resultado é plausível se for observado que, para distâncias grandes, a frente de onda de qualquer onda esférica se torna essencialmente plana. Este comportamento será de grande importância mais adiante na análise do comportamento do campo próximo e do campo distante observados na aquisição dos dados.

A equação (52) pode ser escrita explicitando sua parte real e sua parte imaginária.

$$\mathbf{z} = \rho_0 c \frac{(kr)^2}{1 + (kr)^2} + j\rho_0 c \frac{kr}{1 + (kr)^2} \quad (55)$$

O primeiro termo corresponde à resistência acústica específica e o segundo termo a reatância acústica específica. Quando  $kr$  é pequeno, ambos os valores se aproximam de zero. Quando  $kr$  é grande, o segundo termo se aproxima de zero e o primeiro termo se aproxima de  $\rho_0 c$ .

A equação (49) pode ser reescrita como

$$\mathbf{p} = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (56)$$

Se for considerada uma nova origem de tempo de tal forma que a amplitude deixe de ser complexa e se torne uma constante real. De qualquer forma, não há perda de generalidade na análise. A pressão acústica real é dada pela parte real da equação (56).

$$p = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr) \quad (57)$$

A velocidade de partícula é dada pela razão  $\mathbf{p}/\mathbf{z}$ . Logo, na sua forma complexa ela é dada por:

$$\mathbf{u} = \frac{A}{r\mathbf{z}} e^{j(\omega t - kr)} \quad (58)$$

Substituindo  $\mathbf{z}$  pela expressão dada na equação (53) e tomando a parte real de  $\mathbf{u}$ , obtém-se a velocidade de partícula real.

$$u = \frac{1}{\rho_0 c} \frac{A}{r} \frac{1}{\cos \theta} \cos(\omega t - kr - \theta) \quad (59)$$

Como  $\cos \theta$  é função de  $kr$ , a amplitude da velocidade de partícula não é inversamente proporcional à distância como a amplitude da pressão acústica. Assim, toda a análise será feita em cima da pressão acústica por ser de mais fácil entendimento.

Para uma onda esférica harmônica, a intensidade é dada pela expressão a seguir.

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T P \cos(\omega t - kr) U \cos(\omega t - kr - \theta) dt = \frac{PU \cos \theta}{2} = \frac{P^2}{2\rho_0 c} \quad (60)$$

A expressão  $\cos \theta$  é análoga ao fator de potência para circuitos de corrente alternada.

A equação (60) mostra que a intensidade é a mesma para ondas planas e ondas esféricas.

A taxa média na qual a energia flui de uma superfície esférica fechada, com raio  $r$ , que envolve uma fonte que gera ondas esféricas simétricas é fornecida a seguir.

$$\Pi = 4\pi r^2 I = 4\pi r^2 \frac{P^2}{2\rho_0 c} \quad (61)$$

Como  $P^2 = A^2/r^2$ ,

$$\Pi = 2\pi \frac{A^2}{\rho_0 c} \quad (62)$$

A potência irradiada através de qualquer superfície esférica que envolve uma fonte localizada na origem independe do raio da superfície. Essa observação é condizente com o princípio da conservação da energia para um meio sem perdas.

## 3.2. Irradiação e recepção de ondas acústicas

### 3.2.1. Irradiação de uma esfera pulsante

A fonte geradora de ondas acústicas mais simples é uma esfera pulsante, isto é, uma esfera cujo raio varia senoidalmente no tempo. Esse tipo de fonte produz uma onda esférica harmônica num meio que é infinito, homogêneo e isotópico. A onda acústica gerada é da forma

$$\mathbf{p}(r, t) = \frac{\mathbf{A}}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (63)$$

A condição de contorno no infinito é que não há reflexão e, portanto, só há onda indo na direção do infinito. Assim, o valor de  $\mathbf{A}$  pode ser obtido a partir desta condição de contorno: a componente radial da velocidade de partícula deve ser igual à velocidade na superfície da esfera. Se a superfície de raio  $a$  oscila radialmente com velocidade  $U_0$  (em amplitude) e com freqüência  $\omega$ , então

$$\mathbf{u}(a, t) = U_0 e^{j\omega t} \quad (64)$$

Ressalta-se que a condição  $U_0/\omega \ll a$  deve ser satisfeita para que se possa considerar o deslocamento da superfície muito pequeno se comparado com o raio e desta maneira poder calcular  $\mathbf{u}$  quando  $r = a$ . A pressão acústica na superfície é calculada a partir da impedância acústica específica em  $r = a$ .

$$\mathbf{z}(a) = \rho_0 c \cos \theta_a e^{j\theta_a} \quad (65)$$

Em que  $\cot \theta_a = ka$ . A pressão na superfície é

$$\mathbf{p}(a, t) = \rho_0 c U_0 \cos \theta_a e^{j(\omega t + \theta_a)} \quad (66)$$

A equação (66) deve ser igual à equação (63) quando  $r = a$ . Portanto, a solução para  $\mathbf{A}$  fornece a pressão acústica a qualquer distância  $r \geq a$

$$\mathbf{p}(r, t) = \rho_0 c U_0 \frac{a}{r} \cos \theta_a e^{j(\omega t - k(r-a) + \theta_a)} \quad (67)$$

Esferas pulsantes são de difícil construção e não possuem uma importância prática grande. Contudo, o seu estudo teórico é de grande interesse, pois serve de protótipo para uma importante classe de fontes, conhecida com fontes simples. Fontes simples são superfícies fechadas, que oscilam com uma distribuição de velocidade arbitrária, mas com dimensões muito menores comparadas com o comprimento de onda da onda gerada.

### 3.2.2. Source Strength

Considere uma fonte geradora de ondas acústicas com tamanho e formato arbitrários e cuja superfície oscila com uma única freqüência, mas de tal maneira que a amplitude da velocidade,  $\vec{U}$ , e a fase  $\phi$  variam ponto a ponto na superfície. A velocidade instantânea de um ponto na superfície é dada por

$$\vec{u}(t, \phi) = \vec{U} e^{j(\omega t + \phi)} \quad (68)$$

A fonte desloca um volume do fluido a taxa

$$Q e^{j\omega t} = \int_S \vec{u} \cdot \hat{n} dS \quad (69)$$

Em que  $\hat{n}$  é o vetor normal ao elemento  $dS$  da superfície e a integral é calculada sobre toda a superfície. A constante  $Q$  é *source strength* complexa.

A importância dessa constante reside no fato de que se as dimensões de uma fonte são desprezíveis se comparadas com o comprimento de onda da onda acústica gerada, de tal maneira que ela pode ser considerada uma fonte simples, então a maneira como a superfície oscila não é importante. Assim, outra fonte que possua o mesmo valor de  $Q$  irá irradiar de maneira idêntica.

### 3.2.3. Reciprocidade acústica

O conceito de reciprocidade acústica está relacionado a uma fórmula matemática que é útil na obtenção de resultados gerais como, por exemplo, às relações entre as diferentes fontes e os seus respectivos campos acústicos gerados; e as propriedades da relação entre a fonte e o receptor.

Considere um espaço ocupado por duas fontes. A simples troca entre qual fonte funciona como transmissor e qual fonte funciona como receptor permite a obtenção de diferentes campos acústicos. Escolhe-se então duas situações, denominadas por 1 e 2, respectivamente. Estabelece-se um volume  $V$  de espaço que contorna as duas fontes, mas não contém as duas. A superfície desse volume é  $S$ . O volume  $V$  e a superfície  $S$  permanecem as mesmas para ambas as situações. A velocidade potencial na situação 1 é  $\Phi_1$  e na situação 2,  $\Phi_2$ . Pelo teorema de Green,

$$\oint_S (\Phi_1 \nabla \Phi_2 - \Phi_2 \nabla \Phi_1) \cdot \hat{n} dS = \int_V (\Phi_1 \nabla^2 \Phi_2 - \Phi_2 \nabla^2 \Phi_1) dV \quad (70)$$

Como o volume não contém nenhuma das fontes e os potenciais de velocidade são calculados em cima de excitações acústicas de mesma freqüência, a equação de onda permite inferir que

$$\nabla^2 \Phi_1 = -k^2 \Phi_1 \quad (71)$$

e

$$\nabla^2 \Phi_2 = -k^2 \Phi_2 \quad (72)$$

Em que  $\mathbf{k} = k - j\alpha$ . Assim, a expressão do lado direito da igualdade na equação (70) ser torna zero quando calculada para o volume  $V$ . Ainda,

$$\mathbf{p} = -j\omega\rho_0\Phi \quad (73)$$

e

$$\vec{\mathbf{u}} = \nabla\Phi \quad (74)$$

Substituindo as equações (73) e (74) na expressão do lado esquerdo da equação (70)

$$\oint_S (\mathbf{p}_1 \vec{\mathbf{u}}_2 - \mathbf{p}_2 \vec{\mathbf{u}}_1) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = 0 \quad (75)$$

A equação (75) representa uma das formas do princípio da reciprocidade acústica. Ela mostra que se num meio que não sofre alterações, a localização da fonte e do receptor não altera o sinal recebido, isto é, se eles forem trocados de posição, o sinal recebido permanece o mesmo.

### 3.2.4. Fontes simples

Considere uma região do espaço em que há 2 fontes, A e B, de formato não-uniforme. Define-se então  $\mathbf{p}_1$  como sendo a pressão em B quando a fonte A é a geradora de onda, e  $\vec{\mathbf{u}}_1$  a velocidade de partícula da fonte A; e  $\mathbf{p}_2$  em A quando a fonte B é a geradora, e  $\vec{\mathbf{u}}_2$  a velocidade de partícula da fonte B [5]. Pelo princípio da reciprocidade acústica visto anteriormente,

$$\int_{S_A} \mathbf{p}_2 \vec{\mathbf{u}}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \int_{S_A} \mathbf{p}_1 \vec{\mathbf{u}}_2 \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad (76)$$

Se as fontes possuem dimensões desprezíveis quando comparadas com o comprimento de onda, pode-se assumir que a pressão acústica é uniforme em toda a fonte e assim

$$\frac{1}{\mathbf{p}_1} \int_{S_A} \vec{\mathbf{u}}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \frac{1}{\mathbf{p}_2} \int_{S_A} \vec{\mathbf{u}}_2 \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad (77)$$

Utilizando a equação (69) e o fato de que  $\mathbf{p} = \mathbf{P}(r)e^{j\omega t}$  e calculando a magnitude da equação (77), obtém-se:

$$\frac{Q_1}{P_1(r)} = \frac{Q_2}{P_2(r)} \quad (78)$$

Isso significa que a razão entre a *source strength* e o valor da amplitude da pressão acústica é um parâmetro constante para todas as fontes simples nas mesmas vizinhanças e com a mesma freqüência. Esse parâmetro serve para modelar qualquer fonte simples que se encaixe nesse caso.

A partir da razão mostrada pela equação (78), pode-se obter uma série de parâmetros em função dela. Por exemplo, sabendo que para uma esfera pulsante com raio  $a$  a *source strength* é real e dada por  $Q = 4\pi a^2 U_0$  e utilizando uma esfera pulsante para modelar qualquer fonte de formato irregular que possua a mesma *source strength* e localizada no espaço livre, pode-se obter o fator de reciprocidade no espaço livre

$$\frac{Q}{P} = \frac{2\lambda r}{\rho_0 c} \quad (79)$$

A partir da equação (79), pode-se reescrever a pressão acústica como

$$\mathbf{p}(r, t) = j\rho_0 c \frac{Qk}{4\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (80)$$

A amplitude da pressão acústica é escrita como

$$P = \rho_0 c \frac{Qk}{4\pi r} = \frac{1}{2} \rho_0 c \frac{Q}{\lambda r} \quad (81)$$

E a intensidade passa a ser

$$I(r) = \frac{1}{8} \rho_0 c \left( \frac{Q}{\lambda r} \right)^2 \quad (82)$$

A potência irradiada é calculada integrando a equação (82) sobre uma esfera centrada na fonte

$$\Pi = \frac{\pi}{2} \rho_0 c \left( \frac{Q}{\lambda} \right)^2 \quad (83)$$

É importante ressaltar aqui que todos esses parâmetros foram calculados considerando-se uma fonte simples que pode ser modelada de acordo com uma esfera pulsante. Quando o modelo de referência possuir uma geometria diferente, esses parâmetros serão calculados de acordo com a nova geometria.

Um caso importante de grande interesse prático é quando se tem uma fonte simples montada a uma distância pequena de um plano rígido que delimita o espaço

onde a fonte está montada. Se as dimensões do plano são muito maiores que o comprimento de onda acústica, o plano pode ser considerado infinito. Esse tipo de plano que limita o espaço e é considerado infinito é chamado de *plano defletor*. Como o *plano defletor* é rígido, a onda gerada pela fonte reflete na superfície daquele de tal maneira que o produto escalar entre a velocidade de partícula e o vetor normal a superfície é nulo, isto é, eles são perpendiculares. Então, a pressão acústica da onda refletida e a pressão acústica da onda incidente estão em fase e possuem a mesma amplitude no limite do *plano defletor*. Como a fonte está localizada bem perto do plano de modo que a distância é muito menor do que o comprimento de onda acústica, pode-se considerar que a pressão acústica refletida está em fase com todas as componentes da onda de pressão acústica gerada, isto é, não somente na direção normal elas estão em fase mas para todas as direções. Assim, o campo acústico gerado será o dobro do campo gerado no espaço livre (considerando a mesma *source strength*). Conseqüentemente, a intensidade vai ter seu valor aumentado em 4 vezes e a potência irradiada será duas vezes maior. Este último resultado ocorre porque a fonte precisa dispensar duas vezes mais potência para manter a mesma oscilação na presença de uma pressão acústica duas vezes maior.

### 3.2.5. Irradiação de um pistão circular plano

Existem vários tipos de configurações para fontes geradoras de ondas cujas dimensões não são mais desprezíveis como nas fontes simples. Dentre essas configurações, está a de um pistão circular plano montado em uma estrutura rígida e próxima a um *plano defletor*. O transdutor utilizado no trabalho se encaixa justamente nesta categoria. A seguir, será mostrada como é o comportamento do campo acústico para este tipo de transdutor.

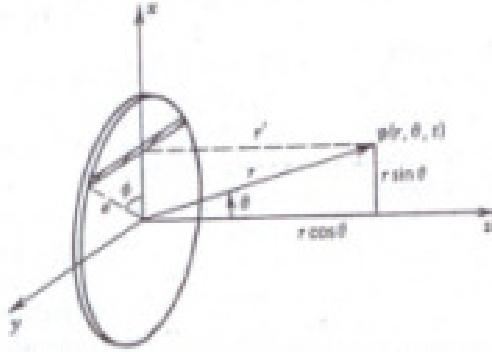
Considere um pistão de raio  $a$  em uma estrutura rígida a uma distância bem próxima a um *plano defletor*. A superfície do pistão se move com velocidade uniforme dada por  $U_0 e^{j\omega t}$  normal a superfície do pistão. A pressão acústica em um determinado ponto do espaço, localizado a uma distância  $r$  do centro do pistão, pode ser obtida se dividirmos este em elementos infinitesimais cada qual agindo sobre o ponto de análise como se fosse uma fonte simples com *source strength* infinitesimal dada por  $dQ = U_0 dS$ . Assim, a pressão é dada por cada elemento infinitesimal é dada por

$$\mathbf{p}(r, t) = j\rho_0 c \frac{Qk}{2\pi r} e^{j(\omega t - kr)} \quad (84)$$

A pressão acústica total é

$$\mathbf{p}(r, t) = j \frac{\rho_0 c U_0 k}{2\pi} \int_S \frac{e^{j(\omega t - kr')}}{r'} dS \quad (85)$$

Em que a integral de superfície é calculada sobre a região  $\sigma \leq a$ .



**Figura 3 - Pistão circular plano [5]**

A seguir serão analisados dois casos distintos para a avaliação do campo acústico: a resposta axial e o campo distante.

#### a. Resposta axial

O campo ao longo do eixo acústico (o eixo acústico corresponde ao eixo de simetria do transdutor, e de acordo com a Figura 3, esse eixo é o eixo  $z$ ) é obtido através de

$$\mathbf{p}(r, 0, t) = j \frac{\rho_0 c U_0 k}{2\pi} e^{j\omega t} \int_0^a \frac{e^{-jk\sqrt{r^2 + \sigma^2}}}{\sqrt{r^2 + \sigma^2}} 2\pi\sigma d\sigma \quad (86)$$

Como

$$\frac{\sigma}{\sqrt{r^2 + \sigma^2}} e^{-jk\sqrt{r^2 + \sigma^2}} = - \frac{d}{d\sigma} \left( \frac{e^{-jk\sqrt{r^2 + \sigma^2}}}{jk} \right) \quad (87)$$

Então o integrando é um diferencial perfeito, o que leva a uma pressão acústica complexa

$$\mathbf{p}(r, 0, t) = \rho_0 c U_0 e^{j\omega t} \left[ e^{-jkr} - e^{-jk\sqrt{r^2 + a^2}} \right] \quad (88)$$

A magnitude da amplitude da pressão acústica ao longo do eixo é dada por

$$P(r, 0) = 2\rho_0 c U_0 \left| \sin \left\{ \frac{1}{2} kr \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{a}{r} \right)^2} - 1 \right] \right\} \right| \quad (89)$$

Uma análise mais detalhada da equação (89) mostra a pressão ao longo do eixo acústico sofre bastante interferência à medida que  $r$  tende ao  $\infty$ , oscilando entre 0 e  $2\rho_0 c U_0$ . Esses extremos de pressão ocorrem para valores de  $r$  satisfazem

$$\frac{1}{2} kr \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{a}{r} \right)^2} - 1 \right] = m \frac{\pi}{2} \quad (90)$$

Em que para  $m$  ímpar ocorrem os máximos e para  $m$  par, os mínimos. A solução da equação (90) fornece

$$\frac{r_m}{a} = \frac{1}{m} \frac{a}{\lambda} - \frac{m}{4} \frac{\lambda}{a} \quad (91)$$

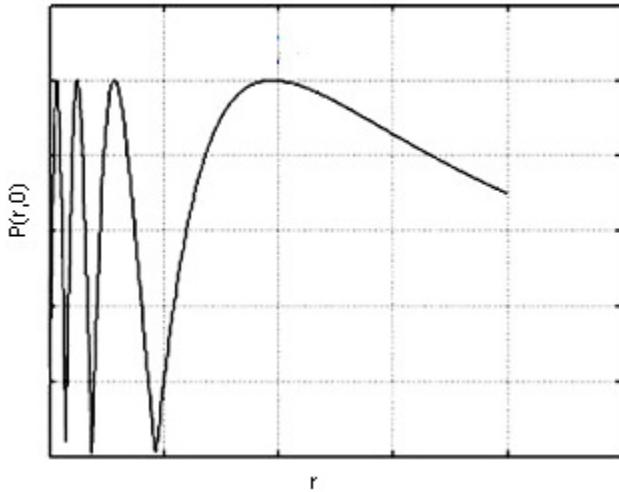
Se o eixo acústico for percorrido no sentido negativo, isto é, vindo do infinito em direção ao transdutor, o primeiro máximo ocorre para  $m=1$

$$\frac{r_1}{a} = \frac{a}{\lambda} - \frac{1}{4} \frac{\lambda}{a} \quad (92)$$

Para  $m=2$  obtém-se o primeiro mínimo

$$\frac{r_2}{a} = \frac{1}{2} \left( \frac{a}{\lambda} - \frac{\lambda}{a} \right) \quad (93)$$

E à medida que a análise segue em direção ao transdutor, a amplitude vai variando entre 0 e  $2\rho_0 c U_0$ . A Figura 4 mostra o comportamento da magnitude da amplitude da pressão acústica em função da distância  $r$  no eixo acústico.



**Figura 4 - Representação da magnitude da amplitude da pressão acústica em função de  $r$  [3]**

Para valores de  $r$  maiores do que  $r_1$ , a pressão axial apresenta um comportamento monotônico decrescente regido pelo fator  $1/r$  de atenuação. Para valores de  $r$  menores que  $r_1$ , a pressão axial possui um comportamento oscilante, sugerindo que a distância  $r_1$  serve como um marco para diferenciar o campo próximo e o campo distante. No campo próximo a pressão apresenta um comportamento oscilante, enquanto que no campo distante ela decresce monotonicamente.

### b. Campo distante

Para a análise do campo distante considere a Figura 3.

Dada a posição  $(r, \theta)$  para análise da pressão, considere os eixos  $x$  e  $y$  orientados de tal maneira que o ponto de análise se encontra no plano  $xz$ . Desta forma, a superfície do pistão pode ser dividida em colunas de fontes do tipo linha contínua com comprimentos diferentes, cada uma paralela ao eixo  $y$ . A condição  $r \gg a$  é assumida nesse caso, pois o que interessa é o padrão do comportamento do campo acústico no campo distante. Como cada linha contínua possui comprimento  $2a \sin \phi$  e largura  $dx$ , a *source strength* de cada linha é

$$dQ = 2U_0 a \sin \phi dx \quad (93)$$

E o incremento de pressão  $d\mathbf{p}$  proveniente de cada linha é

$$d\mathbf{p} = j\rho_0 c \frac{U_0}{\pi r'} ka \sin \phi e^{j(\omega t - kr')} dx \quad (94)$$

Para  $r \gg a$ ,  $r'$  pode ser aproximado por

$$r' = r \left( 1 - \frac{a}{r} \sin \theta \cos \phi \right) = r + \Delta r \quad (95)$$

E a pressão acústica se torna

$$\mathbf{p}(r, \theta, t) = j\rho_0 c \frac{U_0}{\pi r} k a e^{j(\omega t - kr)} \int_{-a}^a e^{jka \sin \theta \cos \phi} \sin \phi \, dx \quad (96)$$

quando  $r'$  tende para  $r$  no denominador, lembrando que  $r' = r + \Delta r$  na fase, de acordo com a consideração feita para a aproximação por campo distante. Utilizando a relação  $x = a \cos \phi$ , a variável de integração pode ser mudada de  $dx$  para  $d\phi$

$$\mathbf{p}(r, \theta, t) = j\rho_0 c \frac{U_0 a}{\pi r} k a e^{j(\omega t - kr)} \int_0^\pi e^{jka \sin \theta \cos \phi} (\sin \phi)^2 \, d\phi \quad (97)$$

Por simetria, a parte imaginária da integral desaparece e a parte real é escrita em termos das funções de Bessel

$$\int_0^\pi e^{jka \sin \theta \cos \phi} (\sin \phi)^2 \, d\phi = \pi \frac{J_1(z)}{z} \quad (98)$$

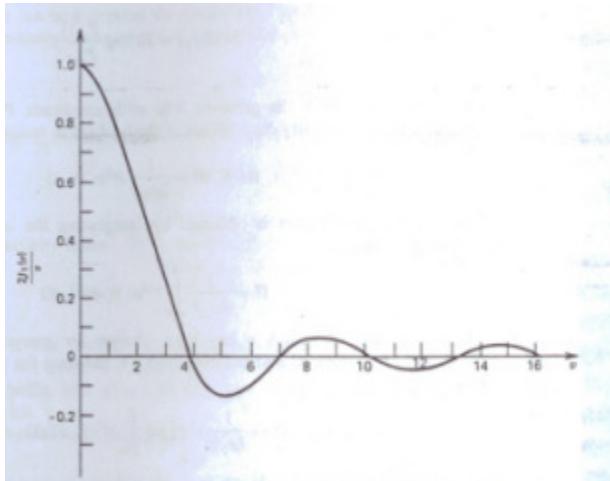
Dessa forma

$$\mathbf{p}(r, \theta, t) = j \frac{\rho_0 c}{2} U_0 \frac{a}{r} k a e^{j(\omega t - kr)} \left[ \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right] \quad (99)$$

A dependência angular de  $\mathbf{p}$  é representada pelo termo em colchetes e à medida que  $\theta$  vai para 0 este termo tende para 1. Desta forma, define-se o fator direcional  $H(\theta)$  para o pistão

$$H(\theta) = \left| \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right| \quad (100)$$

A Figura 5 mostra a representação gráfica do fator direcional expresso na equação (100).



**Figura 5 - Representação gráfica do fator direcional [5]**

Observando  $H(\theta)$ , percebe-se que há valores para o argumento de  $J_1$  que levam este para zero. Para estes valores, a pressão acústica também é zero. O padrão de radiação para este caso mostra que existe um lóbulo principal que representa o máximo que ocorre em  $\theta = 0$ ; e existem lóbulos secundários, que surgem entre dois valores de  $\theta$  que zeram o argumento de  $J_1$ .

### 3.3. O Ultra-som

O ultra-som consiste em vibrações mecânicas inaudíveis para os seres humanos. Esse tipo de onda é gerado por uma cerâmica piezoelétrica que, quando excitada por um sinal elétrico, converte essa energia elétrica em energia acústica por meio de deformações mecânicas. O efeito piezoelétrico foi descoberto em 1880 por Pierre e Jacques Curie e consiste em uma propriedade que certos cristais apresentam de se polarizarem eletricamente quando são submetidos a uma deformação mecânica proporcional. Da mesma maneira, uma polarização elétrica também é capaz de gerar uma deformação mecânica.

Os tipos mais comuns de cerâmicas piezoelétricas usadas em aplicações de ultra-som são as constituídas de titanato de bário e as de zirconato-titanato de chumbo, conhecida como PZT. Quando uma tensão alternada é aplicada, essas cerâmicas se deformam, ora tornando-se mais espessas ora mais delgadas, produzindo uma onda ultra-sônica [7].

A energia ultra-sônica é uma forma de energia mecânica e, portanto, as ondas de ultra-som são ondas de pressão. Ao percorrer um meio qualquer essas ondas de

pressão produzem uma perturbação não-permanente no meio, alterando a posição de equilíbrio das moléculas do meio. Cria-se assim então regiões de maior pressão (zonas de compressão) e de menor pressão (zonas de rarefação).

Apesar da onda de ultra-som ser longitudinal, a sua propagação no tecido humano pode ser tanto longitudinal quanto transversal, dependendo da natureza do meio de propagação. As ondas transversais, ondas em que a direção de propagação é perpendicular a direção de oscilação, ocorrem somente em sólidos. As ondas longitudinais, em que a direção de propagação coincide com a direção de oscilação, ocorrem tanto em sólidos, quanto em líquidos ou gases.

A vibração ultra-sônica pode ser propagar tanto no modo contínuo quanto no modo pulsado. No modo contínuo não há interrupção da propagação da energia. No modo pulsado essa interrupção ocorre em intervalos regulares. Portanto, quando se trabalha neste modo, tem-se que considerar dois intervalos de tempo; o primeiro, relacionado às variações de pressão que as moléculas são submetidas; e o segundo, que engloba o primeiro intervalo e soma a ele o intervalo de tempo no qual o meio permanece em repouso. Logo, no modo pulsado se trabalha com a freqüência da onda e freqüência de repetição do pulso [6].

Como foi visto anteriormente, a intensidade acústica não se apresenta de forma uniforme no campo acústico. Sua distribuição no campo próximo não é uniforme enquanto no campo distante ela se distribui mais suavemente. Assim faz-se necessário analisar a intensidade em relação à localização dos picos no tempo e no espaço, porque este quando em valores muito altos pode provocar lesões no tecido. A análise da intensidade no tempo fornece a intensidade máxima temporal, chamada de intensidade pico temporal ( $I_{TP}$ ), dada pela equação (39). O cálculo médio do sinal de pressão ao quadrado, dentro de um período de repetição  $T$ , fornece a intensidade média temporal ( $I_{TA}$ ). A medição, em um pulso da forma de onda, fornece a intensidade média do pulso ( $I_{PA}$ ). A análise da intensidade no espaço fornece alguns tipos de intensidade que servem para monitorar o comportamento do campo e fazer uma avaliação mais confiável do transdutor:

- Intensidade pico espacial – pico temporal ( $I_{SPTP}$ ): é o valor da intensidade pico temporal num ponto do campo acústico onde a mesma é um máximo ou, é um máximo local numa determinada região.
- Intensidade pico espacial – média de pulso ( $I_{SPPA}$ ): é o valor da intensidade média de pulso no ponto do campo acústico onde a mesma é máxima ou é um máximo local de uma determinada região.

- Intensidade pico espacial – média temporal ( $I_{SPTA}$ ): é o valor da intensidade média temporal num ponto do campo acústico onde a mesma é um máximo, ou é um máximo local numa determinada região.
- Intensidade média espacial – média temporal ( $I_{SATA}$ ): é a intensidade média temporal medida sobre a área através da seção que é varrida sobre uma superfície especificada.

## 4. Materiais e Métodos

### 4.1. Tanque Acústico

O Laboratório de Instrumentação em Microeletrônica possui um tanque acústico no qual foram realizadas as medidas. Este tanque possui barras de aço com perfil quadrado, tubular (conhecidas como Metalon). São 4 barras de 1000 mm cada perpendiculares ao chão para que a estrutura tenha um formato retangular. Existem ainda 8 barras, sendo 4 de 1000 mm e 4 de 800 mm, dispostas de forma perpendicular à base formada pelas outras 4 barras. Assim, a estrutura é firme o suficiente para suportar o peso do sistema de posicionamento e da água, quando o tanque está cheio. A Figura 6 mostra a estrutura do tanque.

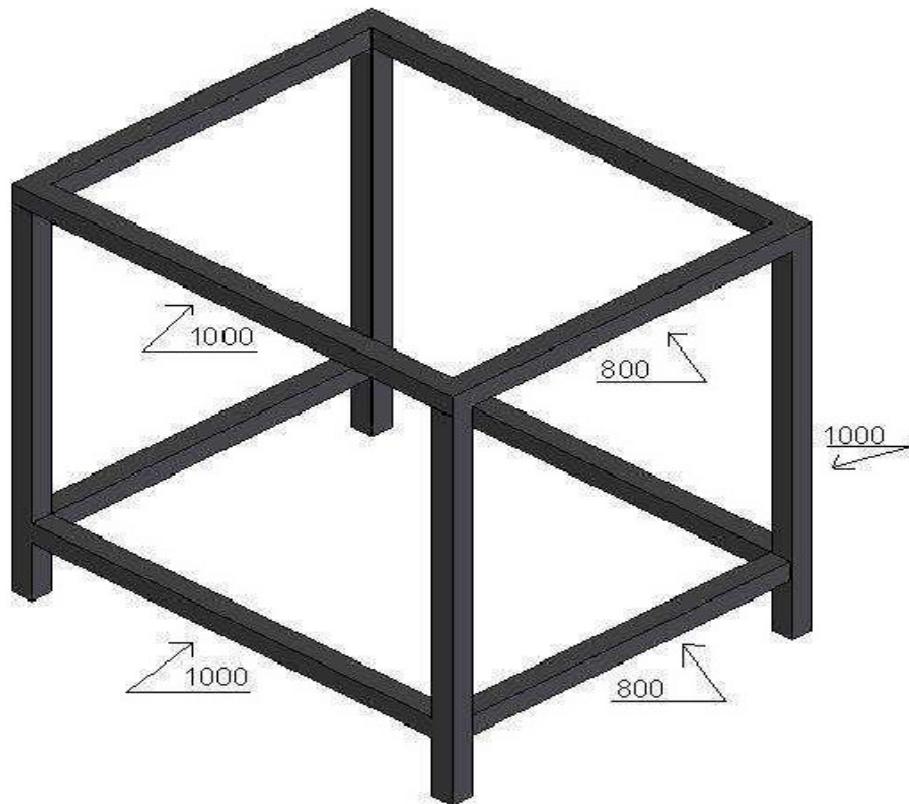
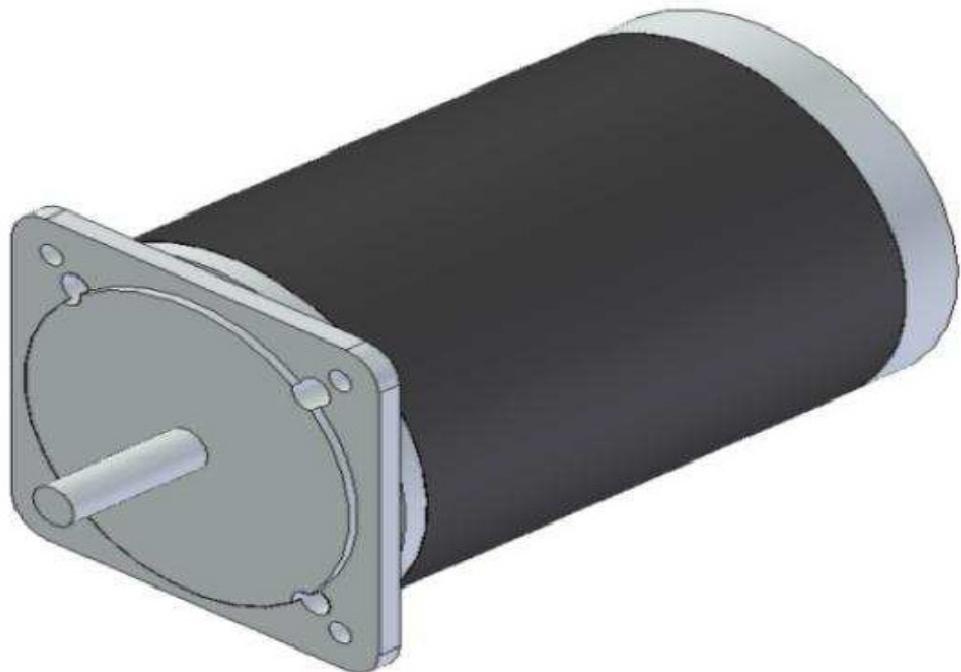


Figura 6 - Estrutura do tanque acústico

Para a colocação dos vidros na lateral e na parte inferior do tanque foram utilizadas cantoneira para fixação. Os vidros possuem espessura de 10 mm. Na parte inferior ainda foi acrescentada uma chapa de madeira MDF de 2 mm de espessura,

coberta com isopor, para servir como base do tanque. Sobre esta estrutura foi colado o vidro. A colagem foi feita com silicone.

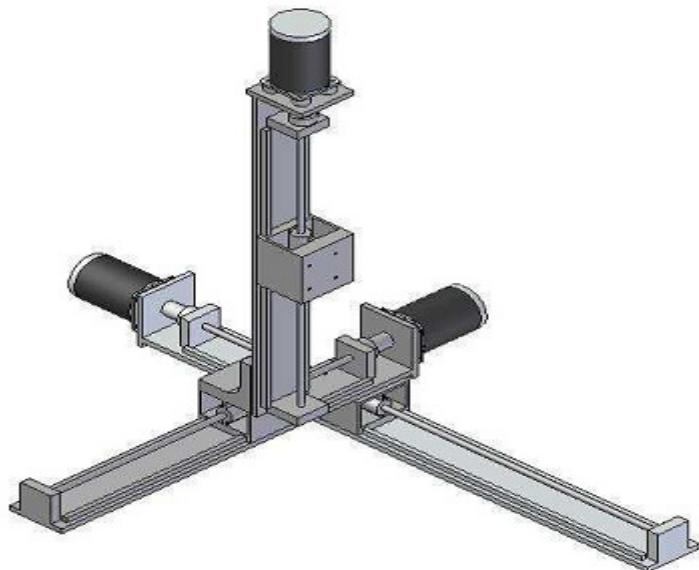
Para a aquisição sinal foi desenvolvido um sistema de posicionamento cartesiano de alta precisão e repetibilidade. Este sistema é composto de três guias, cada uma corresponde aos eixos x, y e z, com comprimentos de 800 mm, 590 mm e 590 mm, respectivamente. No eixo z está fixada uma haste que é imersa em água e na qual é montada o hidrofone para aquisição do sinal. Cada guia possui patins que garantem boa precisão e rigidez. Acoplado aos patins utilizou-se fusos de esferas especiais denominadas de recirculantes. Neste tipo de fuso, as esferas circulam por canais internos a rosca com a finalidade de eliminar possíveis folgas. Acoplado ao fuso, ligado por união do tipo eixo-eixo flexível, utilizou-se motores de passo de 4 pólos da Syncron com as seguintes especificações: 1,8º por passo, modelo 841.406-3, 3,5 A por fase e 4,2 V por fase. A Figura 7 mostra o motor de passo.



**Figura 7 - Motor de passo**

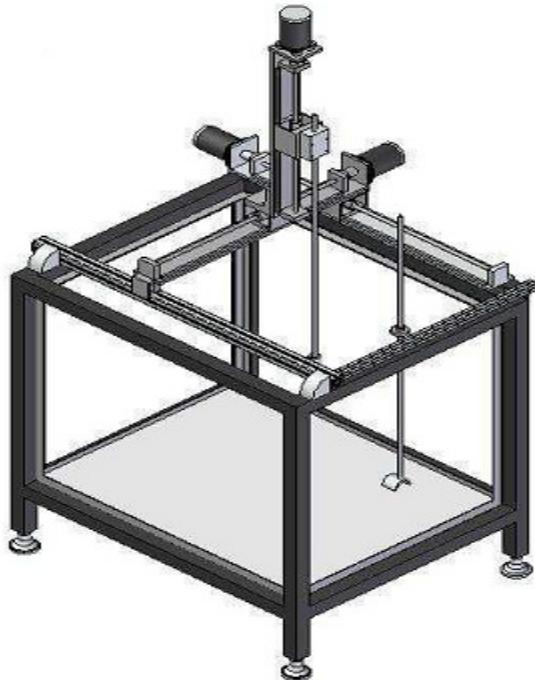
Para se ter maior rigidez, o tanque possui barras de perfil Bosch, com uma construção tubular e feita de alumínio. No eixo y foi utilizada uma barra maior com dimensões de 45 mm x 45 mm x 1150 mm, localizada paralelamente a este eixo e distante cerca de 140 mm da borda. Já a outra, de dimensões 30 mm x 30 mm x 770

mm, foi fixada em uma das paredes com o intuito de fixar a haste que fixa o transdutor que fica imerso em água. A Figura 8 mostra como ficou o sistema de posicionamento.



**Figura 8 - Sistema de posicionamento cartesiano**

A Figura 9 mostra como é o tanque com o sistema de posicionamento já montado.



**Figura 9 - Estrutura do tanque com o sistema de posicionamento montado**

Para controlar os motores de passo, são usadas fontes e drivers, fornecidos também pela Syncro.

#### **4.2. Aquisição do sinal**

Para aquisição do sinal é utilizado um osciloscópio, modelo TDS-420, com quatro canais, fabricado pela Tektronix. Este osciloscópio possui um conversor A/D de 8 bits, sensibilidade de 1 mV/divisão a 10 mv/divisão. Possui ainda um servidor interno e uma saída ethernet. A amostragem é da ordem de 2,5 *Samples/s* a 100 *MSamples/s*. A comunicação entre o software de controle e o osciloscópio para a aquisição do sinal se dá via rede. Configura-se o *ip* do computador e do osciloscópio e a porta de comunicação via software.

#### **4.3. Software de Controle**

O controle do tanque é feito por meio de um software, escrito em linguagem *C++*, para Linux. Este software possui uma interface amigável com o operador e permite que vários parâmetros sejam configurados, tais como:

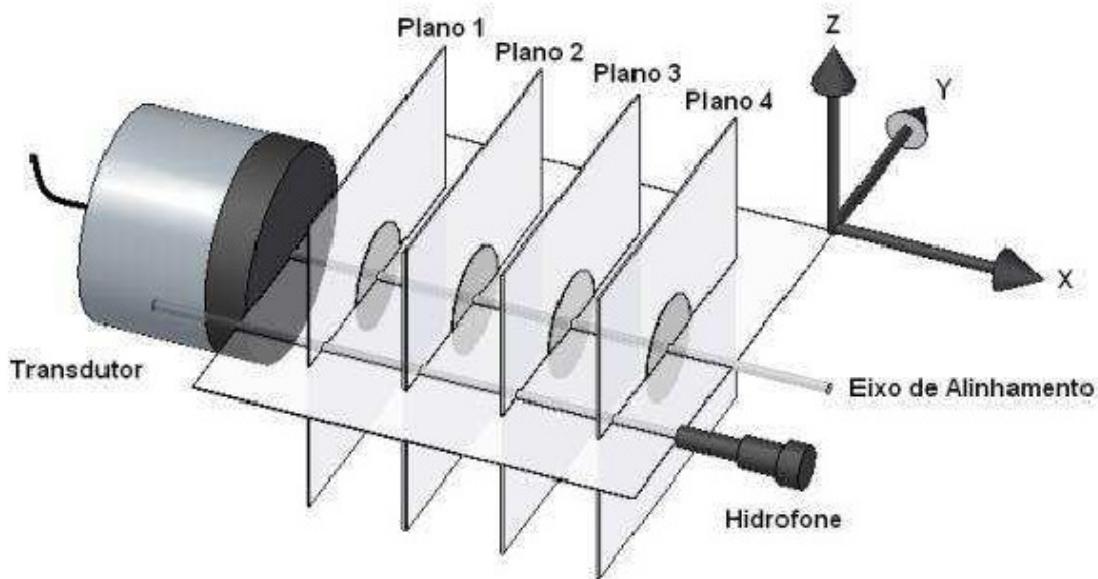
- A distância dos eixos x, y e z;
- A posição inicial em que o hidrofone se encontra;
- O tipo de varredura que se deseja fazer;
- O tamanho do passo de deslocamento do hidrofone.

#### **4.4. Tipos de varredura de campo acústico**

Foi utilizada como referência para a varredura de campo acústico a norma NBR-IEC 1689, que prescreve dois tipos de varredura: global e de linha (ou diametral).

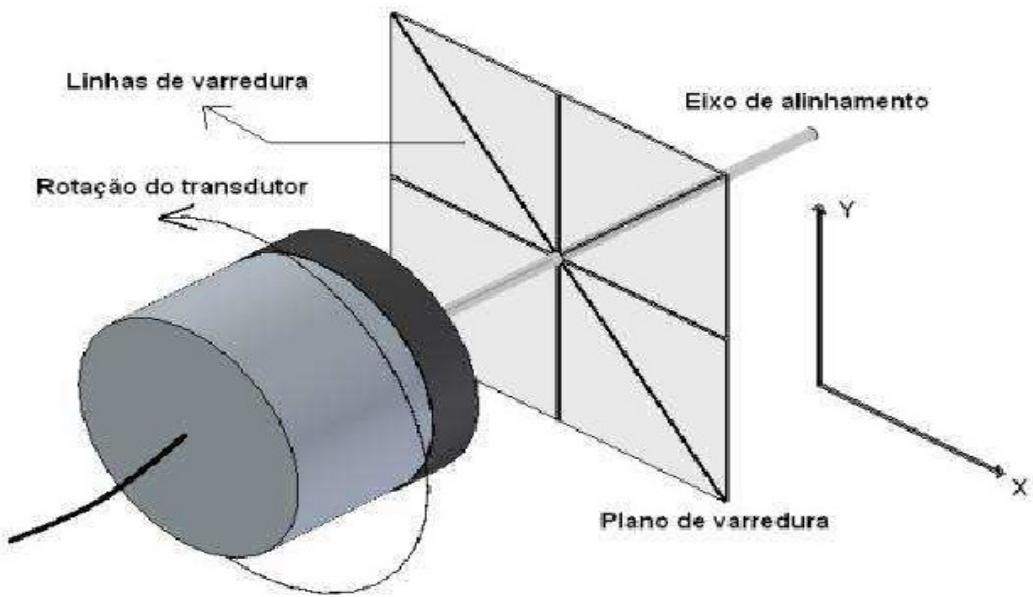
A norma define que para ambas as varreduras, devem-se utilizar um tanque acústico, um hidrofone e um transdutor. O tanque e os suportes do transdutor e do hidrofone devem ser revestidos de bons absorvedores de energia para que se tenha um mínimo de reverberação. A movimentação do hidrofone deve ter pelo menos 3 graus de liberdade e o seu elemento ativo deve ter raio máximo de 0,5 mm quando a freqüência for menor ou igual a 3 MHz. O hidrofone utilizado atende prontamente às exigências da norma e o tanque também se encontra dentro do padrão.

Na varredura global, o hidrofone varre 4 planos paralelos (eqüidistantes entre si) à face do transdutor. A Figura 10 mostra como são dispostos os planos. Primeiramente o hidrofone é localizado sobre uma linha perpendicular a face do transdutor, passando pelo centro deste, e distante cerca de 1 mm da face. Esta linha perpendicular é chamada de eixo de alinhamento ou eixo acústico. O hidrofone é deslocado para o fundo do tanque e então começa a varredura, captando a pressão acústica nestes pontos. Quando o primeiro máximo é localizado, determina-se a região de fronteira. Identificada esta distância, o software calcula a distância entre os quatro planos, sendo que o primeiro plano se encontra rente a face do cabeçote e o último plano se encontra exatamente na região de fronteira. A varredura deve ser feita de maneira discreta, com o passo entre 0,5 mm e 2,00 mm e o plano deve conter pelo menos 100 pontos (uma matriz 10 x 10).



**Figura 10 - Varredura global**

A varredura diametral consiste na varredura de 4 linhas de aquisição de sinal, que se cruzam no eixo de alinhamento. Este procedimento é realizados também em 4 planos, assim como é feito para varredura global. As quatro linhas dividirão cada plano em 8 áreas iguais que devem conter no mínimo 50 pontos. A vantagem deste tipo de varredura é que são necessários apenas dois graus de liberdade para o mapeamento do campo acústico. A Figura 11 mostra como funciona a varredura diametral.



**Figura 11 - Varredura diametral**

#### 4.5. Medida do Campo Acústico

A medida de campo acústico foi realizada com um aparelho utilizado no programa de pós-graduação da Bioengenharia. O aparelho utilizado possui as seguintes características (indicadas pelo fabricante):

- Freqüência de saída: 1 MHz;
- Potência de saída: 1 W

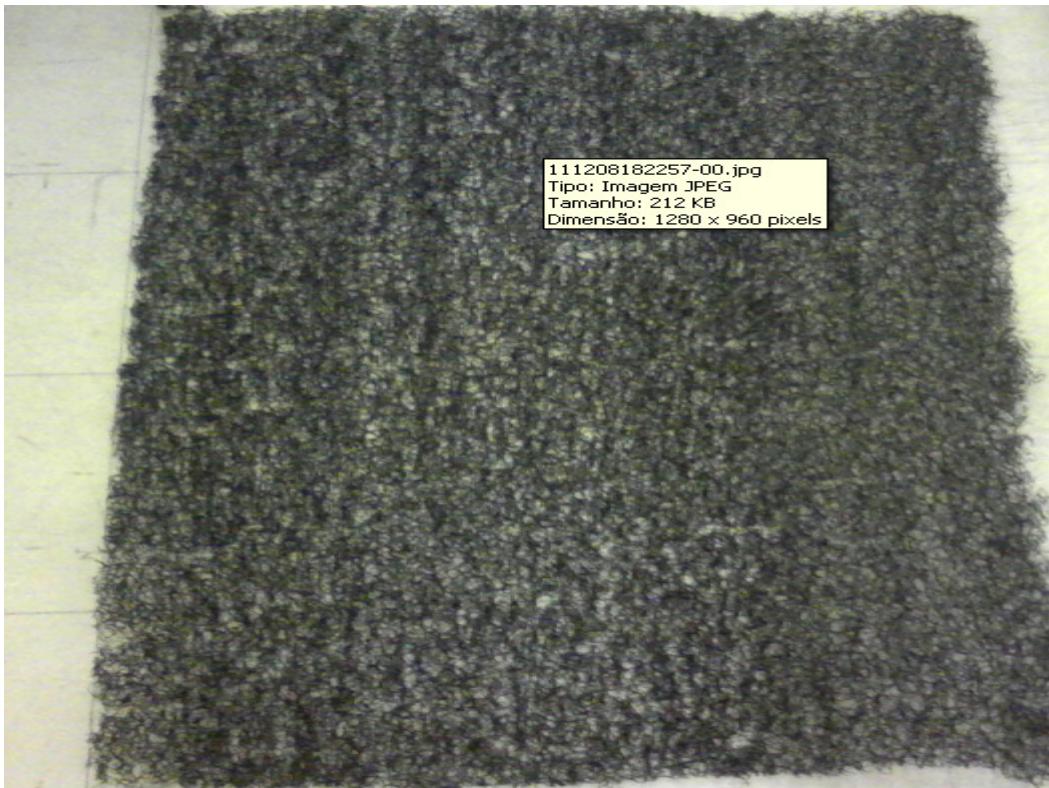
No tanque foram colocadas 3 telas de poliuretano, denominadas de Tela 1, Tela 2 e Tela 3. As telas são mostradas estão mostradas nas Figuras 12, 13 e 14, respectivamente. Foram realizadas quatro varreduras globais, sendo uma sem a tela e as outras três com cada uma das telas.



**Figura 12 – Tela 1**



**Figura 13 – Tela 2**



**Figura 14 – Tela 3**

Para fins de comparação, foram calculadas a área de radiação efetiva ( $A_{RE}$ ), a intensidade máxima do feixe, a intensidade acústica efetiva e a razão de não-uniformidade do feixe ( $R_{NF}$ ) [1].

Para gerar os gráficos foi utilizado o software *TableCurve 2D* e *TableCurve 3D*. Para os cálculos, foi utilizado o software *MatLab*.

Foram realizadas quatro varreduras globais, sendo a primeira sem a utilização de nenhuma tela; a segunda utilizando a Tela 1; a terceira utilizando a Tela 2; e a quarta utilizando a Tela 3. Para todas as medições, foram gerados os gráficos correspondentes a variação da pressão acústica ao longo do eixo de alinhamento; e também os gráficos correspondentes aos quatro planos varridos na varredura global. Posteriormente foram realizados os cálculos dos parâmetros de comparação.

## 5. Resultados

### 5.1. Medição sem a tela

A primeira medição foi feita sem a presença da tela. A resposta axial está mostrada na Figura 15.

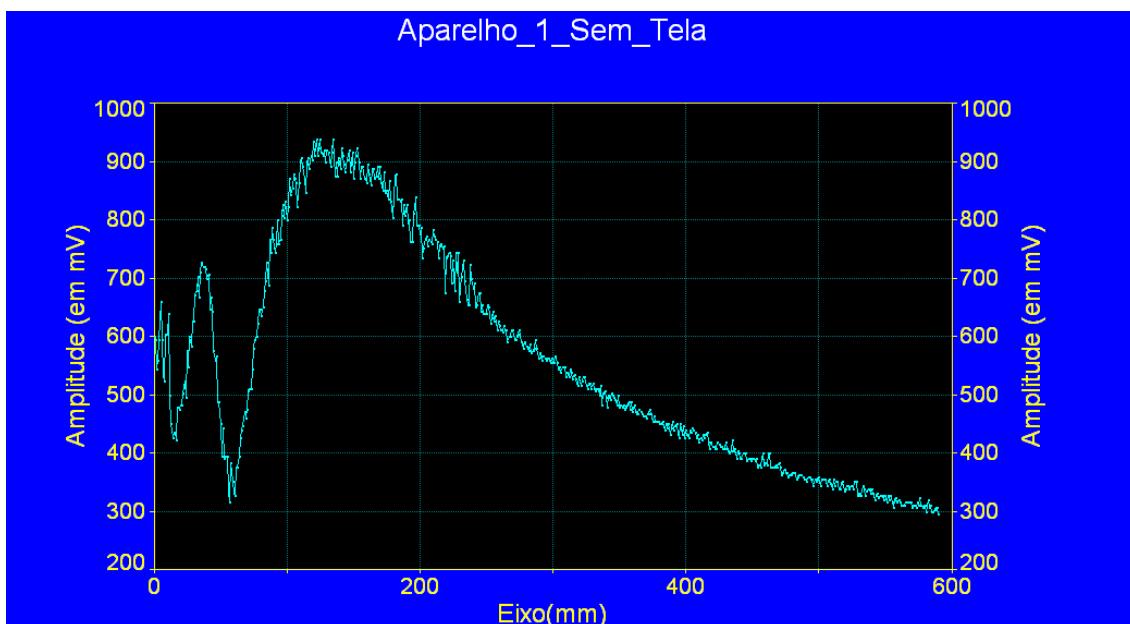
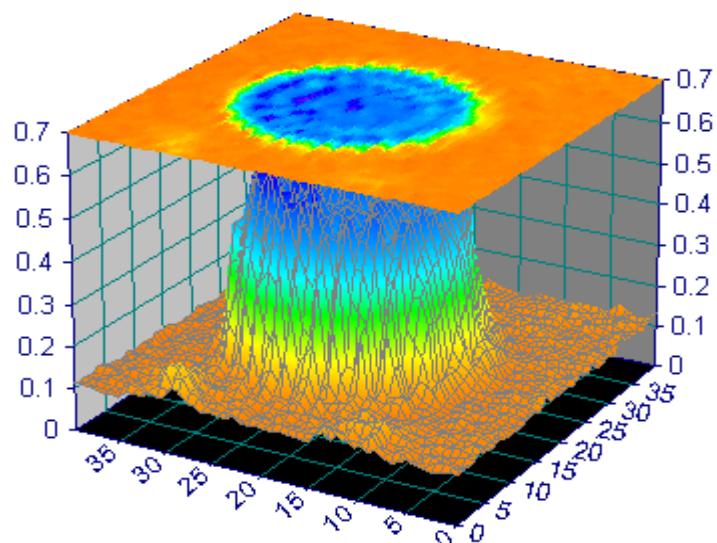


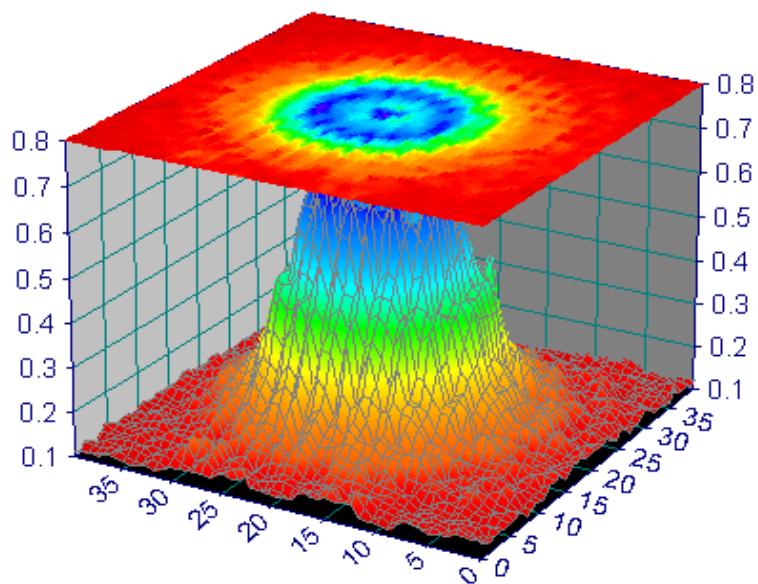
Figura 15 – Resposta axial para a medida sem tela

O primeiro máximo ocorre a uma distância de 116,908 mm de distância da face do transdutor. Esse valor é então utilizado para configurar no software a distância total que foi utilizada para estabelecer os quatros planos da varredura global. O primeiro plano varrido é localizado na posição zero, rente a face do transdutor. A Figura 16 mostra esse primeiro plano.



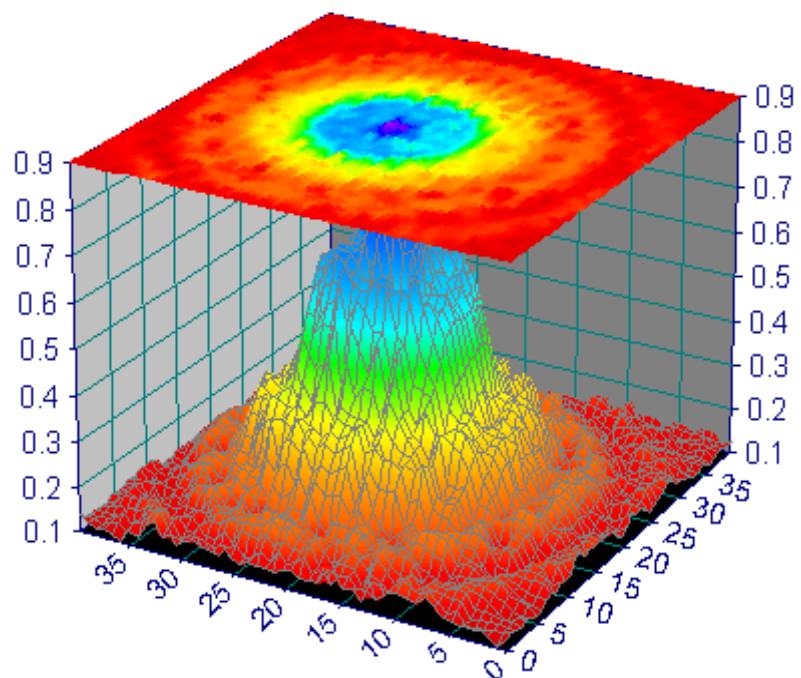
**Figura 16 – Plano 4, medido sem tela**

O segundo plano, distante 38,969 mm da face do transdutor, está mostrado na Figura 18.



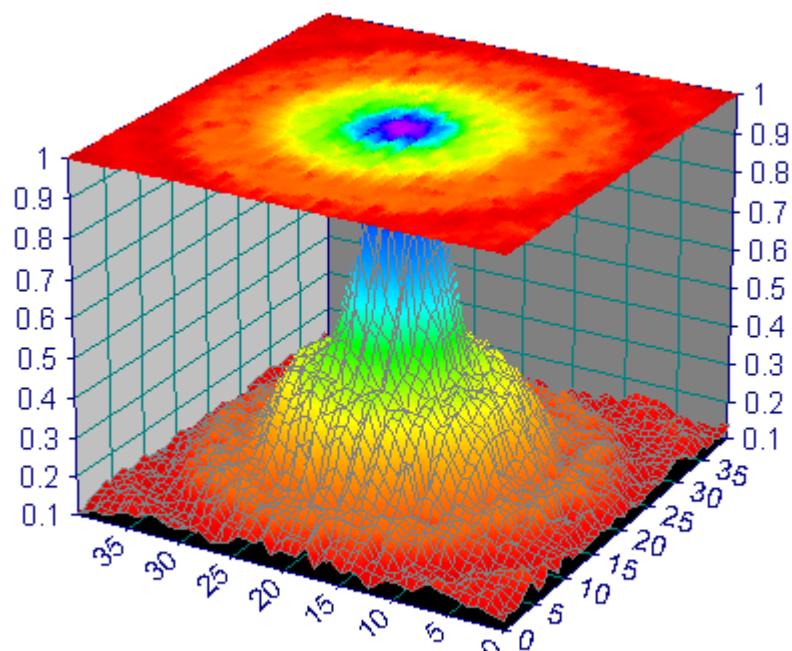
**Figura 17 – Plano 3, medido sem tela**

O terceiro plano, distante 77,938 da face do transdutor, é mostrado na Figura 18.



**Figura 18 – Plano 2, medido sem tela**

O último plano, localizado na região de fronteira, é mostrado na Figura 19.



**Figura 19 – Plano 1, medido sem tela**

## 5.2. Medição com a tela 1

A segunda medida foi feita utilizando-se a tela 1. A resposta axial está mostrada na Figura 20.

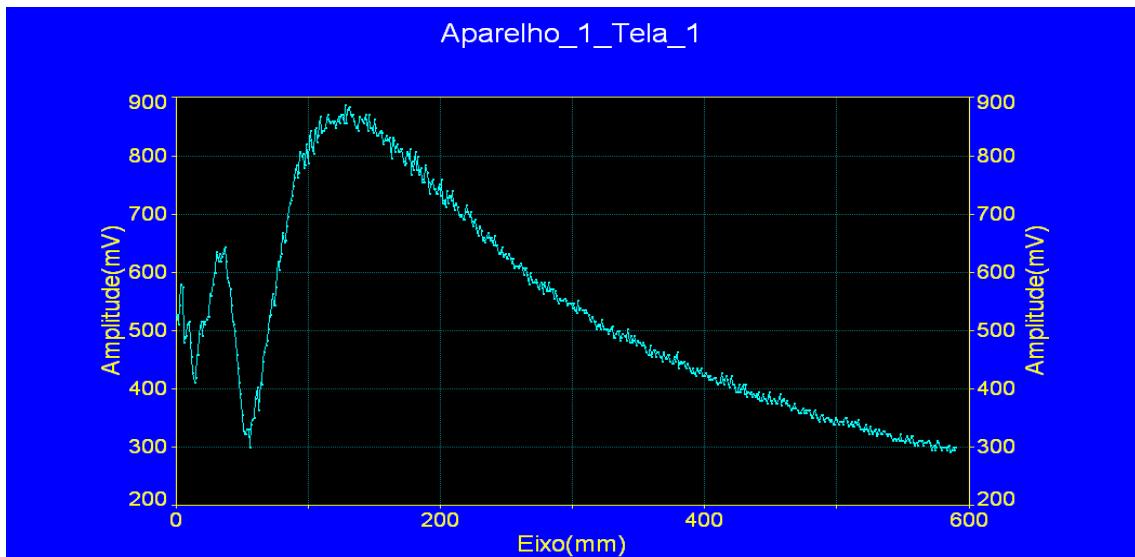


Figura 20 – Resposta axial para medida com a Tela 1

O primeiro máximo ocorre a uma distância de 128,888 mm da face do transdutor. Desta forma, o primeiro plano é varrido rente a face do transdutor. Este plano é mostrado na Figura 21.

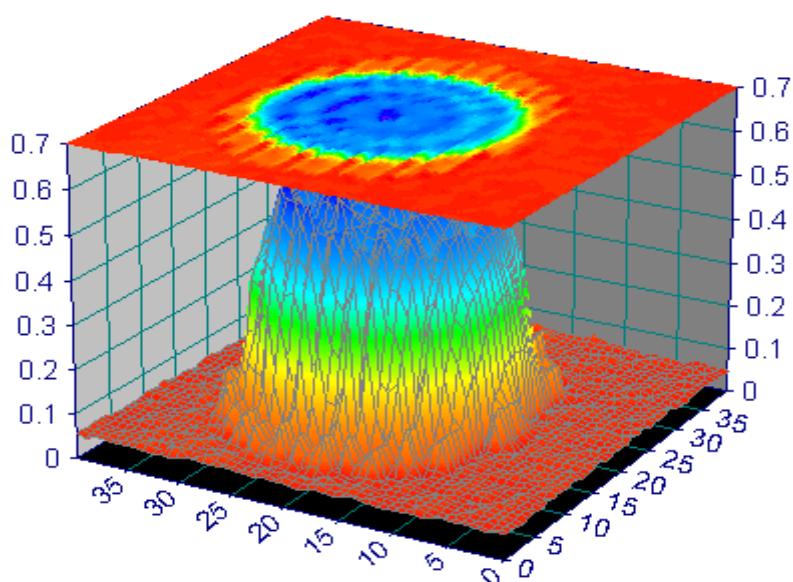
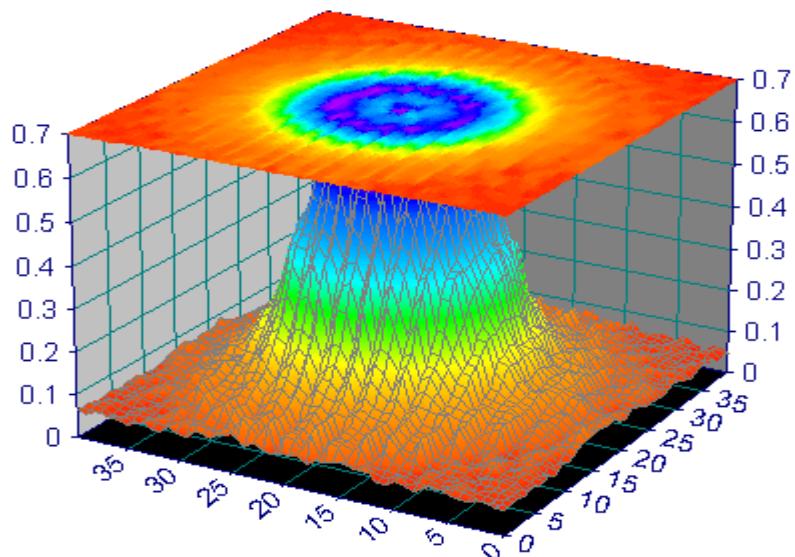


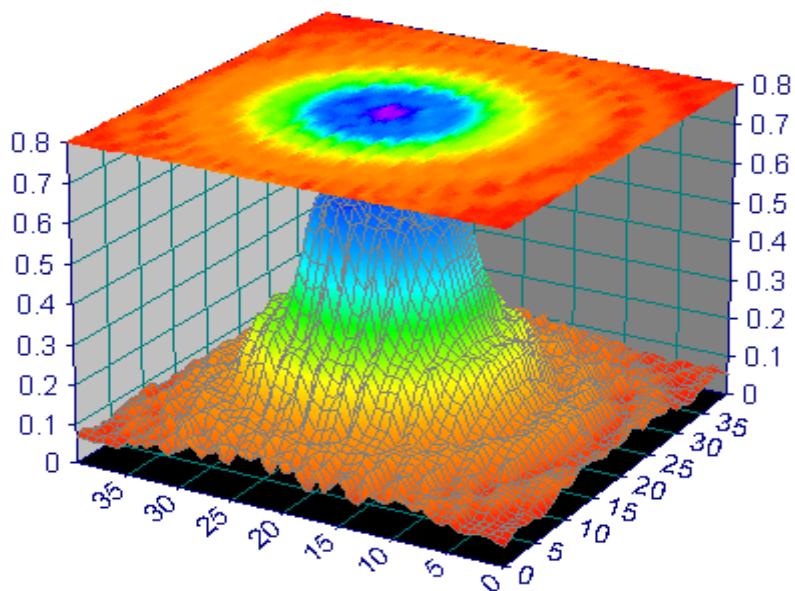
Figura 21 – Plano 4, medido com a Tela 1

O segundo plano, varrido a uma distância de 42,963 mm da face do transdutor, é mostrado na Figura 22.



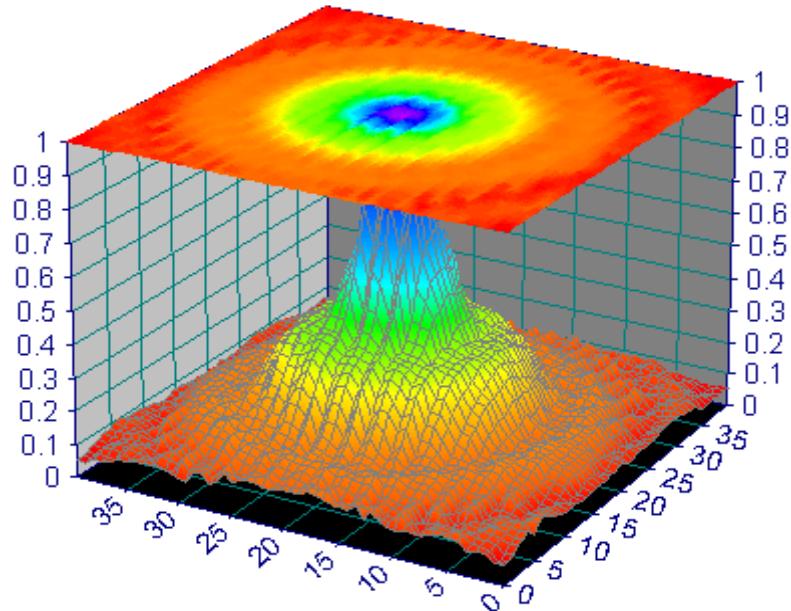
**Figura 22 – Plano 3, medido com a Tela 2**

O terceiro plano, varrido a uma distância de 85,926 mm da face do transdutor, é mostrado na Figura 23.



**Figura 23 – Plano 2, medido com a Tela 1**

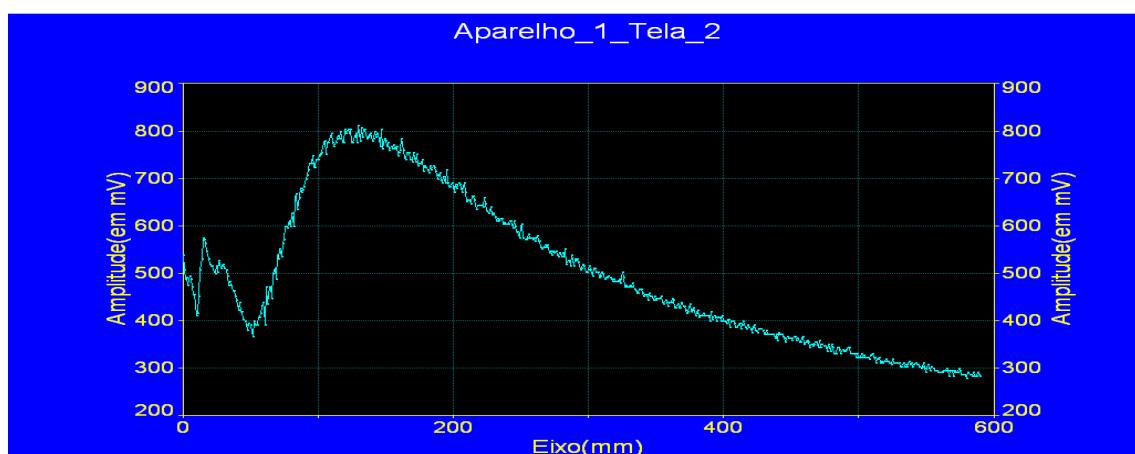
O último plano, varrido a uma distância de 128,888 mm da face do transdutor, é mostrado na Figura 24.



**Figura 24 – Plano 1, medido com a Tela 1**

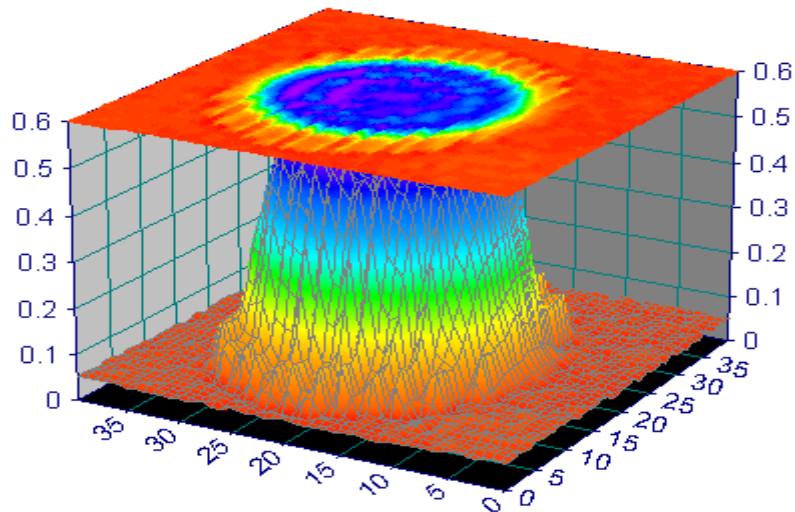
### 5.3. Medição com a Tela 2

A terceira medida foi feita utilizando-se a Tela 2. A resposta axial está mostrada na Figura 25.



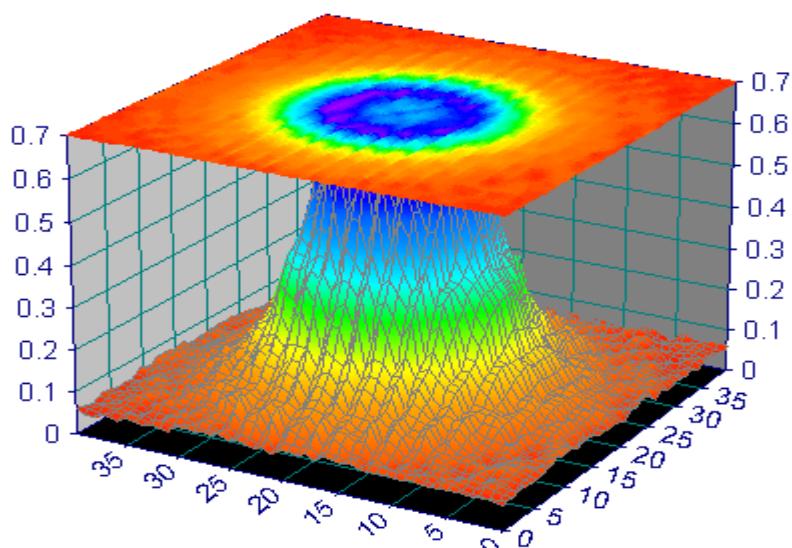
**Figura 25 – Resposta axial para a medida com a Tela 2**

O primeiro máximo ocorre a uma distância de 122,804 mm da face do transdutor. O primeiro plano é varrido rente a face do transdutor. Este plano é mostrado na Figura 26.



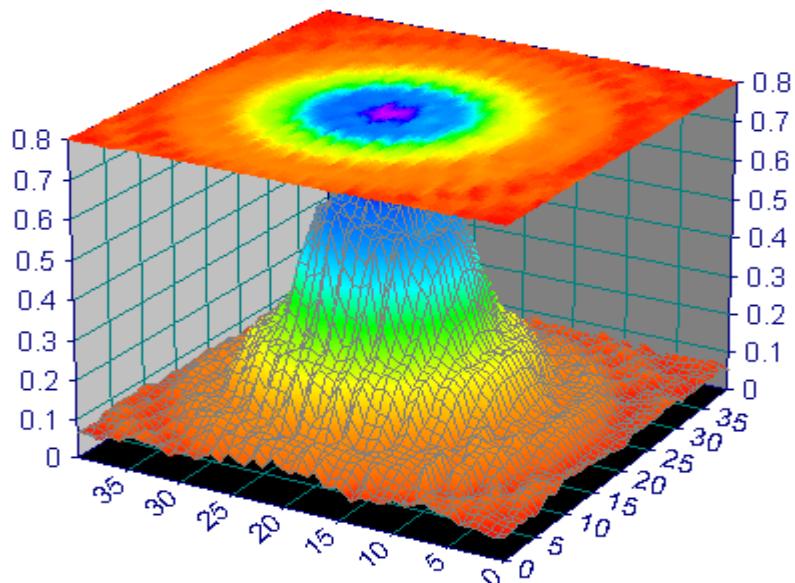
**Figura 26 – Plano 4, medido com a Tela 2**

O segundo plano, varrido a uma distância de 40,935 mm da face do transdutor, é mostrado na Figura 27.



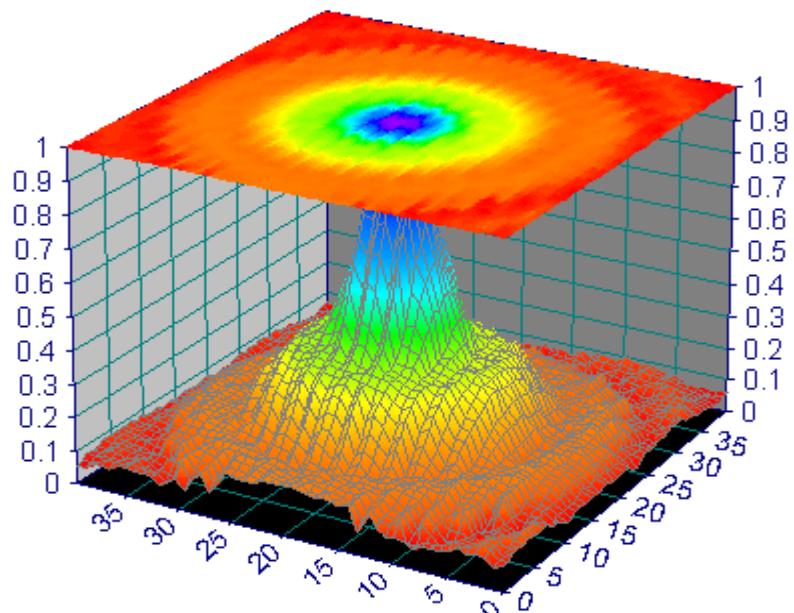
**Figura 27 – Plano 3, medido com a Tela 2**

O terceiro plano, varrido a uma distância de 81,870 mm da face do transdutor, é mostrado na Figura 28.



**Figura 28 – Plano 2, medido com a Tela 2**

O último plano, varrido a uma distância de 122,804 mm da face do transdutor, é mostrado na Figura 29.



**Figura 29 – Plano 1, medido com a Tela 2**

#### 5.4. Medição com a Tela 3

A quarta medida foi feita utilizando-se a Tela 3. A resposta axial está mostrada na Figura 30.

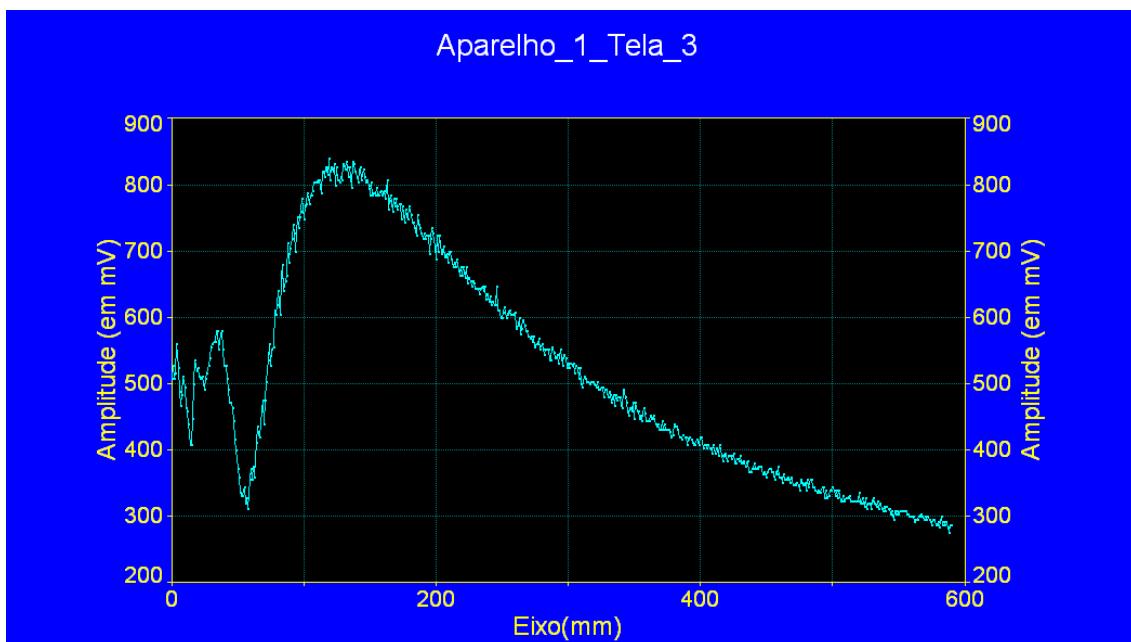
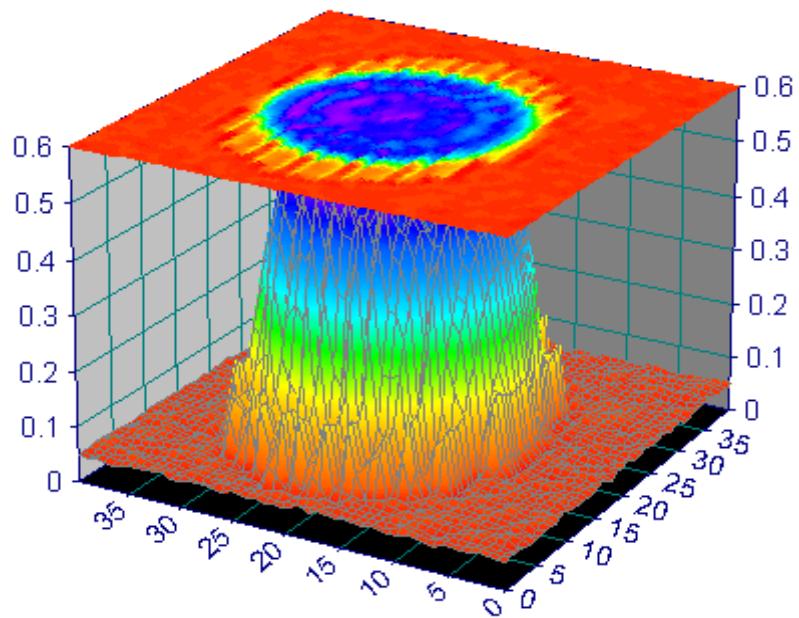


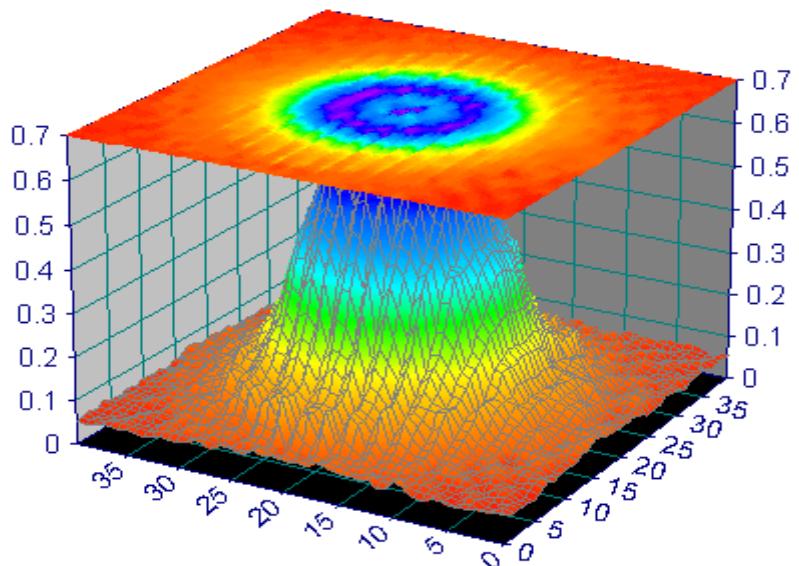
Figura 30 – Resposta axial para medida com a Tela 3

O primeiro máximo ocorre a uma distância de 117,828 mm da face do transdutor. Desta forma, o primeiro plano é varrido rente a face do transdutor. Este plano é mostrado na Figura 31.



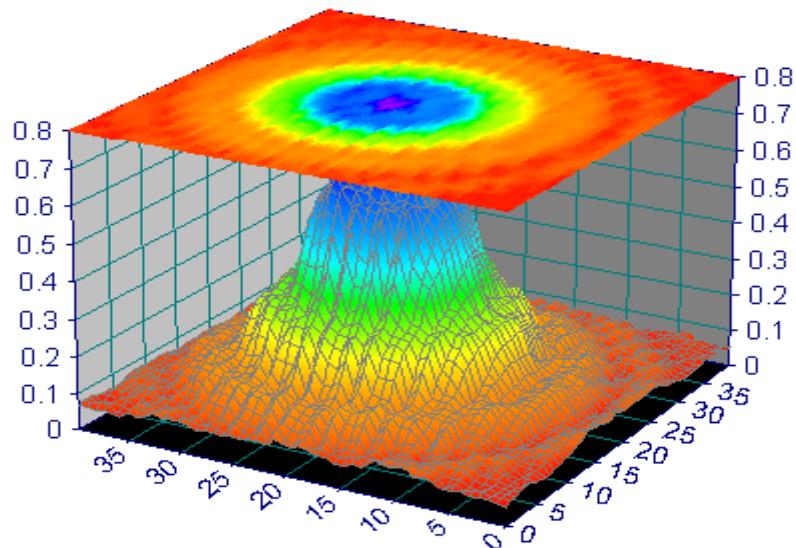
**Figura 31 – Plano 4, medido com a Tela 3**

O segundo plano, varrido a uma distância de 39,276 mm da face do transdutor, é mostrado na Figura 32.



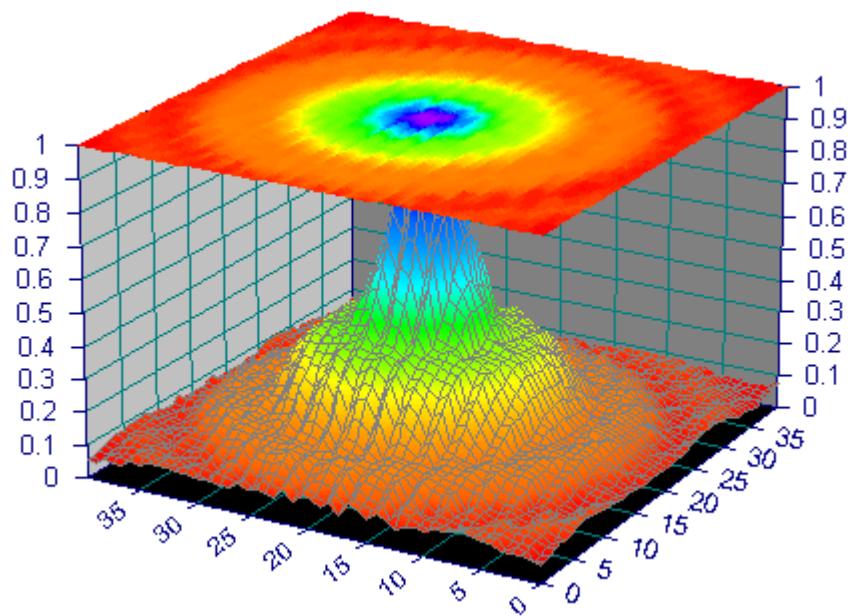
**Figura 32 – Plano 3, medido com a Tela 3**

O terceiro plano, varrido a uma distância de 78,552 mm da face do transdutor, é mostrado na Figura 33.



**Figura 33 – Plano 2, medido com a Tela 3**

O último plano, varrido a uma distância de 117,828 mm da face do transdutor, é mostrado na Figura 34.



**Figura 34 – Plano 1, medido com a Tela 3**

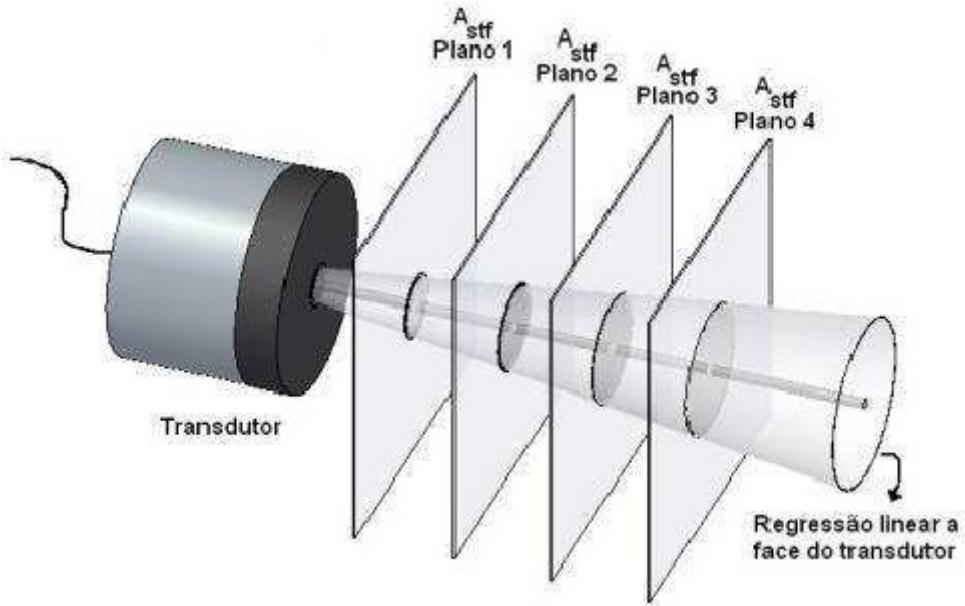
Para comparação entre os resultados obtidos, foi definido que apenas alguns parâmetros seriam avaliados e não todos como exige a norma.

Na Tabela 1 encontram-se os resultados dos parâmetros de comparação, obtidos para as quatro medidas realizadas.

	<b>Medida 1 (sem tela)</b>	<b>Medida 2 (com a Tela 1)</b>	<b>Medida 3 (com a Tela 2)</b>	<b>Medida 4 (com a Tela 3)</b>
<b>Área de Radiação Efetiva (<math>A_{RE}</math>) (cm<sup>2</sup>)</b>	2,93	2,91	2,88	2,89
<b>Intensidade Acústica Efetiva (<math>I_e</math>) (mW/cm<sup>2</sup>)</b>	34,1	34,4	34,7	34,6
<b>Intensidade Máxima do Feixe (mW/cm<sup>2</sup>)</b>	80,1	75,3	72,3	73,3
<b>Razão de não-uniformidade (<math>R_{NF}</math>)</b>	3,69	4,25	4,18	4,24

**Tabela 1 – Avaliação dos Parâmetros**

A área de radiação efetiva é calculada a partir da área da seção transversal do feixe ( $A_{STF}$ ). Esta área é definida como a menor área que engloba 75% da potência irradiada pelo transdutor determinada numa região do plano, onde todos os pontos possuem intensidade igual ou superior a -32 dB da intensidade de pico do plano. Obtidos os valores de  $A_{STF}$  para os quatro planos, determina-se o valor de  $A_{STF}$  na face do transdutor,  $A_{STF}(0)$ , a partir da regressão linear sobre o valor das quatro áreas de seção transversal. A Figura 35 mostra como se obtém  $A_{STF}(0)$  [3].



**Figura 35 - Obtenção da  $A_{STF}$  por meio da regressão linear**

A área de radiação efetiva é obtida através da equação

$$A_{RE} = A_{STF}(0) \times F_{ac} \quad (101)$$

Em que  $F_{ac}$  é um fator adimensional de conversão que está relacionado com o número de onda circular ( $k$ ) e o raio efetivo do cabeçote do transdutor ( $a_1$ ).  $F_{ac}$  é calculado da seguinte forma:

$$F_{ac} = 2,58 - 0,305ka_1, \text{ para } ka_1 \leq 40$$

$$F_{ac} = 1,354, \text{ para } ka_1 > 40$$

A distribuição do feixe ultra-sônico do transdutor tende a ser não-uniforme por sua própria natureza. Por razões como a construção e o acoplamento do circuito excitador à cerâmica, podem-se produzir os chamados pontos quentes, que são locais de pressão muito alta. Quando isto ocorre, pode haver um aquecimento excessivo em pequenas regiões do tecido sob tratamento. A relação de não-uniformidade é a razão entre o máximo pico de tensão e média das tensões. Segundo a norma NBR-IEC 1689, em aparelhos de ultra-som para Fisioterapia a  $R_{NF}$  dever ser menor ou igual a 8.

A intensidade acústica efetiva ( $I_e$ ) é calculada através da equação

$$I_e = \frac{P}{A_{RE}} \quad (102)$$

Em que  $P$  é a potência de saída.

A intensidade máxima do feixe é definida como o produto entre a relação de não-uniformidade do feixe e a potência de saída, dividido pela área de radiação efetiva.

## **6. Conclusão**

As telas funcionaram como um atenuante para a onda incidente, pois os espaçamentos das telas eram da ordem do comprimento de onda da onda acústica. A forma de atenuação que as telas proporcionam são de duas naturezas diferentes: absorção, que se dá na forma de interação entre a onda acústica e o material da tela. Porém, teria que ser feito um estudo mais aprofundado para que se determinasse o coeficiente de absorção do poliuretano para saber até que ponto a absorção influí no processo; e o espalhamento. Mas ainda sim teria-se que fazer um estudo mais aprofundado para se obter melhor resultado.

O presente trabalho mostra que resultados interessantes podem ser obtidos à medida que os estudos forem se aprofundando. A análise da melhora na obtenção do sinal acústico é muito mais visual do que quantitativa, uma vez que ao se analisar as margens de erro que a norma estabelece, os valores calculados estão dentro dessa margem e não possuem assim um significado explícito. Duas alternativas poderiam ser propostas para se tentar uma melhora do sinal coletado. A primeira seria o revestimento completo do tanque, colocando-se as telas em todas as paredes do tanque e assim observar o resultado. O outro seria estabelecer uma distância mínima entre a tela e a parede do tanque de modo que ao ocorrer o espalhamento da tela, haveria a reflexão do sinal na parede e novamente um espalhamento na tela. São duas alternativas que podem dar seguimento ao trabalho realizado.

Ressalta-se novamente que a grande importância do trabalho está no estudo de uma alternativa para se garantir uma maior confiabilidade na certificação de transdutores de ultra-som. Quanto maior a precisão nas medidas, maior a chance do paciente ser submetido a um tratamento com um aparelho de qualidade.

## Referências bibliográficas

- [1] ABNT NBR-IEC 1689: *Ultra-som – Sistemas de Fisioterapia – Prescrições para o desempenho e métodos de medições na faixa de freqüências de 0,5 MHz a 5,0 MHz.* Rio de Janeiro: ABNT, 1998.
- [2] A.V. Alvarenga, M.A.R Cardona e R.P.B da Costa-Felix, *Implantação de Sistema de Mapeamento do Campo Acústico de Transdutores de Ultra-Som do Laboratório de Ultra-Som do Inmetro.* Simpósio de Metrologia na Área da Saúde: São Paulo, 2005.
- [3] A.V. Alvarenga, J.C. Machado e W.C.A. Pereira, *Implementação do protocolo para a obtenção de parâmetros do feixe acústico de transdutores ultra-sônicos usados em medicina.* Revista Brasileira de Engenharia Biomédica, V.17, n. 3, p. 151-163, set/dez 2001.
- [4] F.A. Duck, A.C. Baker and H.C. Starrit. *Ultrasound in medicine.* Medical Science Series: Bristol, 1998.
- [5] L.E. Kinsler, A.R. Frey, A.B. Coppens and J.V. Sanders. *Fundamentals of Acoustics.* John Wiley & Sons: New York, 1982.
- [6] N.M. Ishikawa. *Avaliação de Equipamentos de Ultra-som para Fisioterapia Segundo a Norma NBR-IEC 1689 da Associação Brasileira de Normas Técnicas.* Dissertação de Mestrado, PEB/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2000.
- [7] E.A. Valentini. *Avaliação do campo acústico gerado pelos aparelhos de ultra-som terapêutico do programa de pós-graduação interunidades em bioengenharia, de acordo com a norma NBR-IEC 1689.* Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação Interunidades em Bioengenharia, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, 2006.

## Apêndice A

As seguintes definições foram utilizadas:

$\vec{r}$  = posição de equilíbrio de uma partícula de fluido localizada em  $(x, y, z)$ .

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

$\xi$  = deslocamento de uma partícula em relação a sua posição de equilíbrio.

$$\xi = \xi_x\hat{x} + \xi_y\hat{y} + \xi_z\hat{z}$$

$\vec{u}$  = velocidade de partícula.

$$\vec{u} = \frac{\partial \xi}{\partial t} = u_x\hat{x} + u_y\hat{y} + u_z\hat{z}$$

$\rho$  = densidade instantânea em um ponto qualquer do fluido.

$\rho_0$  = densidade de equilíbrio do fluido (constante).

$s$  = condensação em um ponto qualquer.

$$s = (\rho - \rho_0)/\rho_0$$

$P$  = pressão instantânea em um ponto qualquer.

$P_0$  = pressão de equilíbrio no fluido (constante).

$p$  = pressão acústica em um ponto qualquer.

$$p = P - P_0$$

$c$  = velocidade de fase da onda acústica.

$\Phi$  = potencial de velocidade.

$$\vec{u} = \nabla\Phi$$

$T_K$  = temperatura em kelvins (K).

$T$  = temperatura em graus Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ).

$$T + 273,15 = T_K$$

## Apêndice B

Quando o elemento de fluido com velocidade  $\vec{u}(x, y, z, t)$  na posição  $(x, y, z)$  e no instante  $t$  se move para a posição  $(x + dx, y + dy, z + dz)$  no instante  $t + dt$ , sua nova velocidade passa a ser  $\vec{u}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt)$ . A aceleração é então dada por

$$\vec{a} = \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\vec{u}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt) - \vec{u}(x, y, z, t)}{dt}$$

O deslocamento do elemento de fluido para uma nova posição permite estabelecer os incrementos nas componentes da velocidade

$$dx = u_x dt, dy = u_y dt \text{ e } dz = u_z dt$$

Como os incrementos são assumidos como sendo pequenos, a velocidade pode ser representada por meio dos primeiros termos da sua expansão de Taylor

$$\vec{u}(x + dx, y + dy, z + dz, t + dt) = \vec{u}(x, y, z, t) + \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} u_x + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} u_y + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} u_z + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} dt$$

E a aceleração é

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} u_x + \frac{\partial \vec{u}}{\partial y} u_y + \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} u_z + \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}$$

Definindo a operação  $(\vec{u} \cdot \nabla)$  como sendo

$$(\vec{u} \cdot \nabla) = \frac{\partial}{\partial x} u_x + \frac{\partial}{\partial y} u_y + \frac{\partial}{\partial z} u_z$$

A aceleração pode ser escrita de maneira mais simplificada

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}$$