

Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Departamento de Engenharia de Produção

Modelos para o Abastecimento de Caixas Eletrônicos

Períodos Ótimos e Previsão de Saques

Marcelo Suman Mascaretti

Orientador: Pedro R. Bueno

1997

*1997
1393m*

Aos Meus Pais

Agradecimentos:

À minha família e especialmente aos meus pais, por todo o carinho, apoio e dedicação durante todo o tempo.

Ao Professor Pedro Bueno, pela valiosa orientação.

Aos meus companheiros da TecBan e principalmente ao Sr. Renato Cesar, pela oportunidade, confiança e amizade.

A todos os professores que, de alguma maneira e em algum momento, colaboraram na minha formação.

Aos meus grandes amigos da Poli; amigos para toda uma vida.

Sumário

Este estudo tem por objetivo responder as questões básicas do sistema de abastecimento de uma rede de "cash-dispensers", ou seja, quando abastecer e com quanto abastecer os caixas-eletrônicos.

O trabalho tem suas bases na formulação e uso de modelos matemáticos que descrevem determinados problemas de decisão. Este tipo de abordagem permite que as complexidades e incertezas associadas ao problema sejam dispostas de maneira lógica e passível de manipulação, simplificando a sua solução e oferecendo consistência à tomada de decisão.

Pretende-se que os resultados deste trabalho possam reduzir os custos operacionais do processo, assim como aumentar a disponibilidade das máquinas e a produtividade do setor responsável.

ÍNDICE

Capítulo I - Introdução

1.1 - Apresentação da Empresa	1
1.2 - Apresentação dos Produtos	2
1.3 - Produto Banco24Horas	3
1.3.1 - Conceito	3
1.3.2 - Serviços Prestados	3
1.3.3 - Entidades Envolvidas	3
1.3.4 - Benefícios para as Entidades Envolvidas	4
1.3.5 - Modalidades de Instalação por Oferta de Serviço	5
1.3.6 - Modalidades de Instalação por Características Físicas	5
1.4 - Apresentação do Estágio	7
1.5 - Descrição do Processo de Abastecimento	9
1.6 - Diagnóstico da Situação	12
1.7 - Objetivo do Trabalho	14
1.8 - Metodologia de Trabalho	15

Capítulo II - Períodos de Abastecimento

2.1 - Introdução	16
2.2 - Revisão Bibliográfica	16
2.2.1 - Problemas de Estoques	17
2.2.2 - Incertezas do Processo	18
2.2.3 - Modelos de Reposição de Estoques	19
2.3 - Conclusões	21

Capítulo III -Modelo para os Períodos de Abastecimento

3.1 - Desenvolvimento dos Modelos	22
3.1.1 - Funcionamento do primeiro modelo	24
3.1.2 - Análise Preliminar	28
3.1.3 - Limitações do Modelo	28
3.1.4 - Modelo Aprimorado	29
3.1.5 - Funcionamento do Modelo Aprimorado	30
3.2 - Conclusões	45
3.3 - Vantagens	46

Capítulo IV - Previsão de Saques

4.1 - Introdução	48
4.2 - Revisão Bibliográfica	48
4.2.1 - Critérios Para Seleção de um Modelo de Previsão	50
4.2.1.1 - Horizonte de Previsão	50
4.2.1.2 - Comportamento dos Dados	51
4.2.1.3 - Facilidade de Entendimento	55
4.2.1.4 - Custos Envolvidos	57
4.2.1.5 - Número de Itens	57
4.2.1.6 - Acurácia	58
4.2.1.7 - Tempo de Preparo	59
4.2.1.8 - Quantidade de Dados Disponíveis	60
4.3 - Conclusões	60

Capítulo V - Métodos de Suavizamento Exponencial

5.1 - Introdução	61
5.2 - Seleção do Método com Base nos Critérios	63
5.2.1 - Horizonte de Previsão	63
5.2.2 - Comportamento dos Dados	63
5.2.3 - Facilidade de Entendimento	64
5.2.4 - Custos Envolvidos	64
5.2.5 - Número de Itens	65
5.2.6 - Acurácia	65
5.2.7 - Tempo de Preparo	67
5.2.8 - Quantidade de Dados Disponíveis	68
5.3 - Variantes dos Métodos de Suavizamento Exponencial	69
5.3.1 - Suavizamento Exponencial Único (SES)	69
5.3.2 - S. Exp. Único com Controle Adaptativo (ARRSES)	69
5.3.3 - S. Exp. Duplo - Método Linear de Brown	70
5.3.4 - S. Exp. Duplo - Método de Holt com Dois Parâmetros	71
5.3.5 - S. Exp. Triplo - Método Quadrático de Brown	72
5.3.6 - S. Exp. Triplo - Método de Winter	72
5.4 - Escolha Entre os Métodos de Suavizamento Exponencial	73

Capítulo VI - Modelo de Previsão de Saques

6.1 - Introdução	74
6.2 - Restrições do Modelo	74
6.3 - Funcionamento do Modelo de Previsão	76
6.3.1 - Cadastro de Datas a Serem Excluídas	76
6.3.2 - “Inicialização”	77
6.3.3 - Cálculo da Previsão	84
6.3.4 - Controle de Previsão e Estoque de Segurança	86
6.3.5 - Extensão para a Praça	90
6.3.6 - Análise de Resultados	90
6.3.7 - Quantidade de Numerário Disponível	97
6.4 - Conclusões	100
6.5 - Vantagens	101

Capítulo VII - Conclusão Geral

7.1 - Conclusões Gerais	102
--------------------------------------	------------

Anexos

Anexo 1 ao 3 - Simulações Modelo de Abastecimento I
Anexo 4 ao 12 - Simulações Modelo de Abastecimento Aprimorado
Anexo 13 - Testes de Aderência
Anexo 14 e 15 - Previsão de Saques da ATMs da Praça de Brasília

Bibliografia

CAPÍTULO I

Introdução

1.1 - Apresentação da Empresa

A TecBan (Tecnologia Bancária S.A.) foi fundada em agosto de 1982, por iniciativa de três grandes bancos brasileiros. Atualmente é constituída por mais de 50 instituições financeiras, entre bancos, financeiras e companhias de cartão de crédito, atuando em mais de 115 cidades brasileiras, oferecendo atendimento aos clientes dentro de conceitos de qualidade e competitividade em prestação de serviços.

Sua missão é viabilizar através de recursos compartilhados, serviços eletrônicos de interesse dos acionistas, aos usuários do sistema financeiro, procurando sempre:

- racionalizar o processo transacional;
- identificar oportunidades e propor alternativas;
- otimizar os investimentos;
- reduzir custos;

com ênfase em uma constante evolução tecnológica e na qualidade de serviços prestados.

1.2 - Apresentação dos Produtos

A atuação da TecBan em transferência eletrônica de fundos é traduzida por seus produtos e serviços, desenvolvidos para atender a certas necessidades do mercado:

- | | |
|----------------------|--|
| Banco24Horas | ⇒ Obtenção de dinheiro e consultas pelos usuários em momentos e locais de conveniência |
| Cheque Eletrônico | ⇒ Pagamento de compras pelos usuários |
| Créditos Diversos | ⇒ Transações entre empresas e respectivos usuários |
| Pagamento Eletrônico | ⇒ Pagamento de contas pelos usuários |
| Home Office Banking | ⇒ Acesso remoto aos bancos através de computadores pessoais |
| Serviços de Cartões* | ⇒ Serviço de gravação, <i>embossing</i> ¹ e envelopamento de cartões magnéticos |
| Seguro 1 Minuto* | ⇒ Seguro contra roubo oferecido aos usuários da rede 24Horas |
| Disk TecBan* | ⇒ Atendimento às instituições financeiras pertencentes à rede e as empresas franqueadas do cheque eletrônico |
| Disk 24Horas* | ⇒ Atendimento aos clientes das instituições financeiras |

* Serviços de apoio às atividades

Nos ateremos a descrição mais detalhada do produto Banco24Horas, foco do trabalho, a ser detalhado mais adiante.

¹ Embossing: gravação em auto ou baixo relevo em cartões

1.3 - Produto Banco24Horas

1.3.1 - Conceito

O Banco24Horas é uma rede de terminais de auto-atendimento capaz de oferecer um leque de serviços bancários de forma prática e contínua, mantendo sempre um elevado padrão de qualidade e segurança.

Está voltado a complementar a rede de atendimento das Instituições Financeiras, em locais de conveniência e fácil acesso, com redução de custo operacional pelo auto-serviço e compartilhamento de recursos. Para tanto, os terminais possibilitam a utilização dos serviços bancários 24 horas por dia, 7 dias por semana, com abrangência nacional, nas principais cidades do país.

A rede Banco24Horas conta hoje com mais de 700 pontos de atendimento e uma base de aproximadamente 15 milhões de cartões habilitados, processando cerca de 4,5 milhões de transações por mês².

1.3.2 - Serviços Prestados

O Sistema Banco24Horas oferece um conjunto de serviços que visam atender às necessidades das Instituições integrantes da rede, no que diz respeito a transações, em auto-atendimento, que são: saques, depósitos, consulta de saldo, extrato, pagamento de faturas e de saque de cartão de crédito, transferência de fundos*, aplicações financeiras* e solicitação de desbloqueio de talões de cheques*.

* em desenvolvimento

1.3.3 - Entidades Envolvidas

Instituições Financeiras

São os Bancos, Companhias de Cartões de Crédito e Financeiras que estão habilitados para a operação dos seus serviços dentro da Rede Banco24Horas.

Suas funções são distribuir e administrar os cartões habilitados de seus clientes, dentro de critérios operacionais próprios, definir quais transações estarão disponíveis, administrar registros de cartões em lista restritiva e definir os parâmetros de autorização das transações. Além disso poderão ser patrocinadoras de pontos de atendimento, assumindo o investimento de instalação e manutenção do mesmo.

² Dados referentes a agosto de 1997

TecBan

É a empresa que instala, administra e processa a Rede Banco24Horas, possuindo a estrutura e a tecnologia de atuação em nome de seus acionistas e associados. A rede consiste na interligação entre a TecBan, sua rede de terminais Banco24Horas e as Instituições Financeiras.

Usuários

São clientes das Instituições Financeiras pertencentes à Rede Banco24Horas, possuidores de cartões magnéticos habilitados para a realização de transações disponíveis no Banco24Horas, cuja senha é de conhecimento exclusivo do usuário, sendo sua função zelar pelo cartão e seu código secreto.

Os itens 1.3.4, 1.3.5 e 1.3.6 abordam assuntos que não estão relacionados ao tema deste estudo, servindo apenas de referência aqueles que tenham algum interesse na área e queiram aprofundar-se no assunto. Portanto, sua leitura não é obrigatória ao entendimento deste trabalho.

1.3.4 - Benefícios para as Entidades Envolvidas

Para as Instituições Financeiras

- Redução de custos devido ao compartilhamento de recursos (equipamentos, operação, atendimento ao Usuário, etc).
- Expansão física e temporal de atendimento aos seus Usuários.
- Otimização funcional de suas agências através da oferta de serviços de auto-atendimento.
- Racionalização de procedimentos pela diminuição do fluxo interno de cheques
- Melhoria do atendimento aos Usuários das Instituições Financeiras pela maior rapidez e possibilidade de oferecer outros serviços.
- Ganho de imagem.

Para os Usuário

- Maior conveniência nos pontos de auto-atendimento.
- Utilização de serviços bancários a qualquer hora do dia ou da noite.
- Agilidade e segurança na utilização dos serviços.

1.3.5 - Modalidades de Instalação por Oferta de Serviço

Dentro do conceito de utilização de serviços bancários através de auto-atendimento, o produto Banco24Horas está disponível no mercado em duas modalidades segmentadas por leques de serviços, conforme freqüência de utilização tempo necessário para a operação, gerando ganhos de produtividade e qualidade ao sistema:

- **Banco24Horas (padrão)** - É um ponto de atendimento completo, possuindo o equipamento ATM (automated teller machine), considerado um complemento da agência bancária, permitindo efetuar saques, depósitos, consultas de saldo, extratos, pagamentos de saque e pagamentos de fatura de cartão de crédito. Estarão disponíveis em breve as transações de transferências, pagamento de contas, solicitação e desbloqueio de talões de cheques e aplicações financeiras.
- **Banco24Horas Express** - Tem como objetivo atender às necessidades de serviços rápidos e mais utilizados no mercado, como saque, consulta de saldo e extrato, agilizando o fluxo dos Usuários e minimizando o aparecimento de filas. Utiliza o equipamento Cash Dispenser.

1.3.6 - Modalidades de Instalação por Características Físicas

Foram desenvolvidos tipos variados de instalação para os pontos de atendimento do Banco24Horas a fim de atender condições físicas variadas que caracterizam cada local de implantação.

- **Quiosque** - Caracteriza-se por ser um ambiente isolado, fechado e independente de edificações próximas, dentro do qual é instalado o equipamento. Possui a mais completa estrutura física, visando a segurança e bem estar do Usuário.
- **Mini-quiosque** - Versão otimizada do quiosque, mantendo a estrutura completa e ocupando um menor espaço para a instalação.
- **Mini-loja** - Caracteriza-se por alocar um espaço físico de uma edificação, geralmente uma agência bancária, mantendo, também, a estrutura completa da modalidade Quiosque.

- **Through-the-Wall** - Caracteriza-se por um ambiente aberto, cujo equipamento é instalado em uma parede. É destinado a shopping centers, aeroportos e lojas de conveniência.
- **Sala de conveniência** - Neste tipo de instalação, um ou mais equipamentos do Banco24Horas compõem um ambiente único, fechado, preservando a privacidade do Usuário através da disposição dos equipamentos em degraus, alocando o espaço físico de uma edificação.

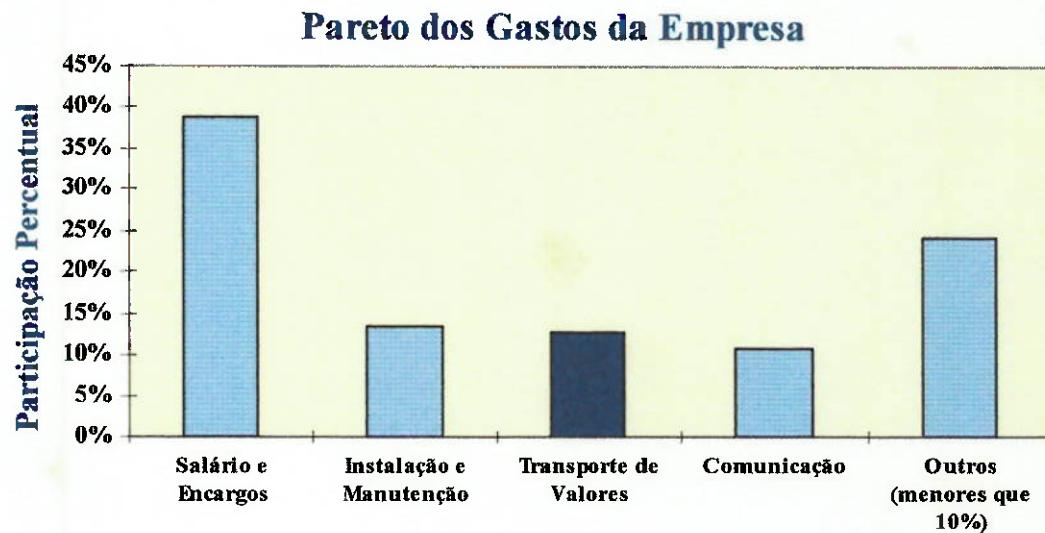
Deste ponto em diante do trabalho, não faremos mais distinção entre os dois tipos de equipamento (ATM ou Cash Dispenser) ou entre os tipos de instalação, pois todos permitem que os usuários da rede efetuem saques. Como simplificação, apesar de não ser o termo mais correto, iremos nos referir a qualquer uma destas máquinas como ATMs.

1.4 - Apresentação do Estágio

O interesse em um estagiário na área responsável pelo abastecimento parte do desejo do Superintendente de Operações da TecBan. Existia um descontentamento claro com relação ao processo de abastecimento das máquinas (ATMs) da rede Banco24Horas, fruto dos custos elevados cobrados pelas guardas de valores, responsáveis pela guarda e transporte do numerário a ser abastecido nas máquinas da rede. Era também vontade dos responsáveis que o processo se tornasse mais eficiente, diminuindo a carga dos controles operacionais e aumentando a produtividade do setor.

Seria função do estagiário conhecer o processo de abastecimento, sem no entanto se envolver com as funções rotineiras do setor, apresentando um diagnóstico de situação analisada e posteriormente propondo melhorias na metodologia de trabalho compatíveis com as necessidades e disponibilidades da empresa.

Para entender a importância e a necessidade de uma racionalização do processo de abastecimento das ATMs para a empresa, é conveniente a utilização de um Pareto. Neste gráfico serão representados os gastos da empresa em termos percentuais, evitando assim a divulgação dos valores reais envolvidos e preservando o sigilo dos mesmos.



A leitura do gráfico indica que o transporte de valores, um dos alvos do trabalho, corresponde a uma parcela considerável do total (13%), justificando a preocupação da empresa em reduzi-los.

Seguindo a própria cronologia do estágio, o leitor primeiramente tomará conhecimento do processo de abastecimento da rede Banco24Horas. Descrita de forma resumida, a explanação do processo não se aterá a detalhes operacionais, levando em conta somente aquilo que for relevante ao estudo.

Um diagnóstico da situação é apresentado em seguida. Nele serão levantados e brevemente comentados os aspectos falhos encontrados no processo de distribuição. Terminada esta parte, ficará ainda mais claro o objetivo deste estudo e qual será a metodologia utilizada no trabalho.

Com os objetivos estabelecidos, buscaremos ao longo do estudo as ferramentas necessárias para atingi-los, propondo um método de trabalho, discutindo conceitos e possíveis melhorias.

1.5 - Descrição do Processo de Abastecimento

Aqui será descrito brevemente o processo de distribuição do numerário pelas ATMs. Serão omitidos vários detalhes operacionais e procedimentos, tanto pelo sigilo envolvido, quanto pela sua não relevância para o estudo em questão.

Para que haja um controle melhor da empresa e pelas próprias características de cada localidade, o Brasil foi dividido em áreas menores, denominadas praças. Em cada praça existe um número variável de ATMs, cada qual operada por funcionários e guardas de valores locais (responsáveis pelo transporte dos valores). Porém, as decisões quanto aos valores a serem abastecidos, procedimentos a serem adotados e os controles de uma ATM estão sob a responsabilidade de uma central remota.

O processo de distribuição do numerário é feito em duas fases distintas, denominadas “fase macro” e “fase micro”.

Na fase da macro distribuição, a empresa semanalmente entra em contato com as instituições financeiras (I.Fs) associadas e as partes negociam quanto os clientes de cada banco deverão estar sacando nas ATMs de todo o Brasil nos dias que se seguem (previsão macro), ou seja, na próxima semana. A previsão e a negociação são baseadas em dados e controles existentes em ambas as partes, sendo uma parte delicada do processo, onde certas regras devem ser cumpridas pelas instituições associadas, sob pena de multa.

Entre estas regras, duas se destacam e serão essenciais no desenvolvimento do trabalho:

1. A TecBan tem o direito de solicitar a qualquer um de seus associados a entrega do numerário antecipadamente, pagando sobre o montante antecipado uma taxa de juros igual ao CDI (Certificado de Depósito Interbancário). Devido a importância desta regra, vale a pena exemplificar:

Suponhamos que uma determinada instituição financeira, por solicitação prévia da Tecban, entregue em uma terça-feira o numerário necessário deste dia e também o de quarta-feira, que deveria ser entregue somente no dia seguinte. Sobre este adiantamento (numerário de quarta-feira) de um dia (a terça-feira), incidirá uma taxa de juros correspondente ao CDI do período, ou seja, da terça-feira.

2. A segunda regra determina que uma quantidade extra de numerário (denominada “encaixe técnico”) seja disponibilizada para suprir eventuais flutuações no volume de saques, otimizando a disponibilidade das ATMs.

Uma vez terminada esta etapa de negociação, a empresa sabe a quantidade de numerário de que dispõe para abastecer todas as ATMs do Brasil em uma determinada data da semana seguinte. Estes valores, e suas origens, alimentam um sistema desenvolvido pela empresa. O sistema distribui o numerário pelas praças, conforme a previsão de cada uma e algumas prioridades pré-programadas. As saídas do sistema são então analisadas e caso haja alguma alteração, esta é feita manualmente e, em certos casos, uma renegociação com alguma I.F. pode vir a ser necessária.

O fato de uma certa I.F. não enviar numerário a uma determinada praça não inviabiliza, de forma alguma, o saque de seus clientes naquela praça. Os clientes de uma I.F. associada podem sacar em toda a rede Banco24Horas, em qualquer uma das ATMs espalhadas pelo Brasil, 7 dias por semana, 24 horas por dia.

Na fase de distribuição denominada “micro”, faz-se a distribuição do numerário para cada uma das ATMs, levando em conta um histórico “individual” de seus saques (sobre o qual baseia-se uma previsão) e a disponibilidade de numerário do dia na praça onde encontra-se a máquina. Os históricos apresentam os saques dos últimos três meses e são disponibilizados em planilhas por um sistema integrado, também desenvolvido internamente, que os atualiza diariamente com a posição do dia anterior. Considerações mais detalhadas serão feitas posteriormente, porém é importante notar que os saques das ATMs podem ser bastante distintos, devidos a uma série de fatores, tais como: local onde a ATM está instalada, facilidade de acesso e visibilidade, fluxo de pessoas, concentração comercial, nível de segurança do ponto, etc.

Pode existir neste ponto do processo uma negociação entre os funcionários responsáveis pela distribuição macro e micro. A quantidade de numerário necessária em uma determinada praça (prevista pela macro) pode ser menor do que o total de numerário necessário em cada uma das ATMs desta mesma praça (prevista pela micro). Esta incoerência aparente pode ser facilmente explicada: cada uma das ATMs tem um desvio considerável em seus saques diários. A soma destes saques diários compõe o saque total diário da praça, que por sua vez tem um desvio bem menor que os desvios das ATMs individualmente. Neste momento, pode ser necessário que o pessoal da macro reconsidere sua previsão anterior para o saque da praça, designando uma quantidade maior de numerário para esta localidade e garantindo, assim, a disponibilidade das ATMs que a compõe.^m

Estabelecida a quantidade de numerário necessária para abastecer as várias praças existentes, a empresa entra mais uma vez em contato com o banco, informando-o em qual(is) praça(s) de sua responsabilidade deverá entregar o numerário que disponibilizou para o atendimento de seus clientes (macro distribuição). Diariamente, no decorrer da semana programada, as instituições financeiras enviam às guardas de valores de cada praça os montantes designados pela TecBan, suficientes portanto para suprir apenas o saque diário das ATMs daquela praça.

Já nas guardas de valores, o dinheiro é contado e passa a estar sob a custódia da TecBan. De posse de uma programação de abastecimento diária (baseado em uma previsão de saques das máquinas), o numerário da praça é dividido em parcelas e disposto em malotes ou cassetes, que se destinam a uma determinada ATM. As guardas de valores então disponibilizam uma certa quantidade de carros-fortes e guarnições, devidamente armadas e treinadas, que, com a assistência de um operador da TecBan, farão o abastecimento das ATMs.

1.6 - Diagnóstico da Situação

O processo de abastecimento das máquinas da rede Banco24Horas deveria responder, através de certos critérios, a basicamente duas perguntas:

1. Quando abastecer uma ATM?
2. Com quanto abastecê-la?

Porém, da forma como o processo está hoje em dia formatado³, cabe aos funcionários responsáveis pelo abastecimento decidir apenas sobre o montante diário a ser abastecido em cada uma das máquinas, direcionando o numerário disponibilizado pelas instituições financeiras.

Nota-se aí uma deficiência no processo, pois não existe uma preocupação devida com o “quando abastecer”. É importante perceber que estas duas perguntas (quando e quanto) são extremamente dependentes e é impossível responder a uma delas sem nos basearmos na resposta da outra.

Neste momento, fazendo uma análise crítica da situação, devemos nos perguntar o porquê da adoção de um sistema de abastecimento diário das máquinas da rede Banco24Horas. É este sistema o que traz os melhores resultados? Se antes vivíamos em um cenário econômico onde imperavam altos índices inflacionários e deixar o dinheiro “parado” dentro de uma máquina se traduzia em perdas financeiras intoleráveis, que tipo de sistema se adapta melhor à realidade brasileira de hoje, que vive um período de relativa estabilidade proporcionada pelo Plano Real?

Com relação ao “quanto”, hoje em dia encontramos um processo de previsão de saques nas ATMs feito de uma forma subjetiva e empírica. Os técnicos analisam os saques das ATMs, disponibilizados em relatórios e/ou planilhas eletrônicas, inferindo, à vista de alguns critérios parciais e cálculos simples, os valores dos saques dos próximos dias.

Os dados não estão dispostos de uma forma adequada, ou seja, que facilite a visualização e permita certos tipos de consulta, tornando mais difícil uma análise adequada destes históricos.

³ Maio de 1997

Ficando clara a deficiência do sistema de previsão e a necessidade de sua reestruturação, como tratá-la ao longo do trabalho?

Portanto, neste breve diagnóstico, pudemos entender que o sistema de abastecimento da rede Banco24Horas apresenta no seu processo um vasto campo de trabalho, onde várias oportunidades de melhorias poderão ser identificadas.

1.7 - Objetivo do Trabalho

O objetivo deste trabalho é claro e aparentemente simples: responder as duas perguntas básicas de um sistema de abastecimento, ou seja, o “quanto” e “quando” abastecer uma máquina, buscando ainda uma metodologia de trabalho que se adeque às necessidades e disponibilidades da empresa.

É preciso muito cuidado quando definimos nossos objetivos, face à dinâmica dos processos que estudamos. Se tentarmos resolver tudo de uma só vez, provavelmente resolveremos pouco e, dependendo dos prazos, talvez não resolvamos nada. Um processo deste tipo sugere a abordagem típica do Ciclo PDCA, ou seja, o trabalho de planejamento (plan), execução (do), checagem (check) e atuação (act) não deve terminar nunca. Porém, toda vez que se dá uma “volta” em torno do ciclo, chega-se mais perto de uma solução para aquele momento específico (visão dinâmica). Acredito estar fora de questão que este tipo de abordagem é a que traz os melhores resultados - face aos benefícios que seu dinamismo traz. Neste momento, cabe a nós descobrir qual a melhor maneira de utilizá-la e com que velocidade daremos as “voltas” em torno deste ciclo.

1.8 - Metodologia de Trabalho

Com o conhecimento do processo e um diagnóstico da situação, pudemos identificar o problema com o qual trabalhariámos, estabelecendo nossos objetivos.

Nesta etapa do trabalho, tentaremos encontrar a melhor forma de trabalhar com esta situação. Para tanto, será necessário levantar uma bibliografia conveniente e condizente com a natureza do problema, buscando conceitos já existentes que possam ser aplicados ao caso estudado.

O leitor pode eventualmente estar se perguntando por onde começar, dado que para responder quando abastecer (períodos ótimos), é preciso saber quanto será necessário no período (previsão de demanda) e vice-versa. Para que possamos avançar em nossos estudos, devemos quebrar este “ciclo vicioso”: Neste momento, estaremos assumindo, como hipótese simplificadora, que a demanda de saques nas ATMs da rede Banco24Horas é determinística, ou seja, sabe-se quando e quanto será sacado pelos usuários da rede.

É essencial que esteja claro para o leitor que, a partir desta hipótese, sabemos somente quanto os clientes irão sacar e quando o farão, ou seja, os elementos que compõe a *demand*a. Nada foi inferido com relação aos *periodos de abastecimento*, alvo desta primeira etapa do trabalho, e nenhuma confusão pode ser feita neste sentido.

O leitor entenderá também, ao longo do trabalho, o porquê da opção pelo estudo dos períodos de abastecimento (quando abastecer) em primeiro lugar, aparentemente relegando o estudo da previsão de saques (quanto abastecer) a um segundo plano. De qualquer forma, é fácil perceber que o estabelecimento de períodos de abastecimento ótimos teria impacto direto sobre os gastos com transportes de valores, motivo principal da nossa análise.

O estudo da previsão de saques será desenvolvido em uma segunda etapa deste mesmo trabalho.

Salvo menção contrária, todos os gráficos e tabelas apresentados neste estudo foram elaborados pelo autor.

CAPÍTULO II

Períodos de Abastecimento

2.1 - Introdução

O primeira etapa desta fase do trabalho consiste em uma revisão bibliográfica, condizente com a natureza do problema estudado, onde alguns conceitos serão revistos e utilizados.

O modelo de trabalho será descrito e analisado, discutindo suas limitações e extraindo as conclusões pertinentes.

2.2 - Revisão Bibliográfica

A essência da pesquisa operacional pode ser traduzida como a formulação e uso de um modelo matemático para descrever um problema de decisão. Através da formulação, análise e solução deste modelo, procura-se determinar uma política ou decisão otimizante.

A modelagem matemática permite que as complexidades e incertezas associadas ao problema sejam dispostas de maneira lógica e passível de manipulação, simplificando a abordagem do problema, e consequentemente, sua solução. Os modelos ainda oferecem consistência à tomada de decisão, permitindo a análise de simulações em diferentes cenários, algo que geralmente é impossível na prática.

Segundo Johnson e Montgomery¹, a modelagem matemática é “como uma arte” e requer conhecimento considerável do sistema em estudo. Os autores colocam ainda que o modelo deve ser formulado levando em conta as variáveis de decisão *essenciais* e detalhes *suficientes*, para que uma boa solução possa ser encontrada. Por outro lado, o excessivo detalhamento do modelo pode resultar em dificuldades no uso e na praticidade do mesmo, comprometendo seriamente a sua utilidade. *O ideal é encontrar um balanço adequado entre realidade e tratamento analítico.*

É importante notar que a solução ótima do modelo não é necessariamente a melhor solução para o problema real. Corre-se este risco justamente pela necessidade de serem feitas simplificações e generalizações na formulação do modelo. Os modelos, e seus resultados, podem então ser utilizados em uma primeira análise da realidade, dando espaço à formulação de modelos cada vez mais complexos e mais próximos à realidade.

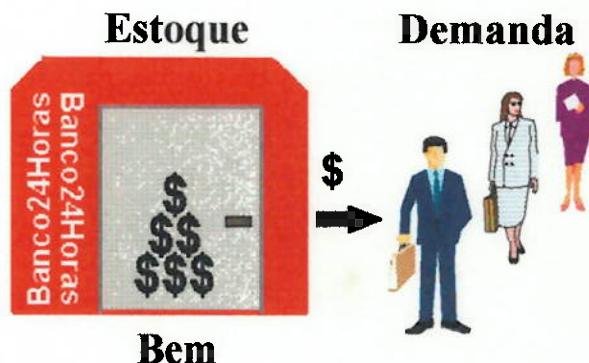
¹ Lynwood A. Johnson e Douglas C. Montgomery - “Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control”

Apoiando-se nos resultados obtidos, os responsáveis pelo processo podem adicionar seu julgamento, experiência e intuição, para finalmente chegarem na melhor solução para o problema real.

Os autores mencionados apontam ainda que, apesar das atividades da pesquisa operacional terem se estendido para a maioria dos níveis e funções dentro das empresas, sejam indústrias ou prestadoras de serviços, os melhores resultados foram obtidos no controle de estoques e no processo produtivo. Isto se deve basicamente às características destes problemas, que envolvem variáveis e custos que são relativamente simples de serem incluídos em modelos matemáticos, ou seja, em uma abordagem analítica da realidade.

2.2.1 - Problemas de Estoques

Um estoque pode ser definido como um “acúmulo de um determinado bem, que será utilizado para atender a uma demanda futura deste mesmo bem”. Seguindo este raciocínio, podemos entender que cada ATM é um estoque de um certo bem, o dinheiro, esperando para atender o saque dos usuários da rede Banco24Horas, ou, em outras palavras, a demanda deste bem.



Um problema de estoques geralmente se resume em determinar *quando* repor o estoque e *quanto* repor, buscando uma política de otimização. Para definir e resolver este tipo de problema, deve-se levar em consideração quais são as variáveis que serão levadas em conta, expressando a realidade do problema e como será medida a efetividade de uma determinada política (custo, praticidade, etc.).

Sendo assim, percebe-se que qualquer política de estoques terá um custo associado a uma série de benefícios, portanto o estudo de sistemas de estoque envolverá, indubitavelmente, a análise de “tradeoffs”.

2.2.2 - Incertezas do Processo

Existem muitas fontes de incerteza em um problema de estoques.

Provavelmente a maior fonte destas incertezas é a demanda do bem estocado. No estudo em questão, esta demanda se traduz pela quantidade de dinheiro que os clientes da rede Banco24Horas sacam nas ATMs em um determinado período. Geralmente não se sabe quando a demanda do item estocado irá ocorrer ou mesmo a quantidade demandada. Portanto, o total de saques em um período fixo de tempo será uma variável aleatória, tendo uma determinada distribuição de probabilidade dependente do período. Já havia sido comentado na metodologia de trabalho que estariamos assumindo, como hipótese simplificadora, que a demanda de saques nas máquinas do Banco24Horas seria considerada determinística. As características da demanda, bem como sua previsão, receberão o tratamento devido em uma fase posterior deste estudo.

Outras incertezas podem ser advindas do sistema de informação que controla o nível dos estoques. Não é raro que as informações destes sistemas difiram daquilo que realmente encontra-se em estoque. No caso da TecBan, os responsáveis pela distribuição, tanto macro quanto micro, são capazes de acompanhar “on-line” e em tempo real, aquilo que acontece nas ATMs de todo o Brasil, incluindo logicamente a quantidade de numerário disponível em um certo momento. Mesmo sendo um sistema confiável, o fechamento é diário e auditorias são regularmente feitas.

Certos custos envolvidos (reposição e armazenagem) podem ter que ser estimados e portanto estarem sujeitos à incerteza. Para o estudo em questão, tanto os custos de reposição, associados aos gastos com carros-fortes, quanto os custos de armazenagem, associados aos juros, podem ser facilmente definidos, sem praticamente nenhuma incerteza.

Conclui-se portanto que, a menos da demanda de saques, a ser estudada posteriormente, todas as outras variáveis estão sob controle e podem ser determinadas com uma certa precisão que, até este ponto, parece suficiente. De qualquer forma, quando um modelo matemático fornece uma solução otimizante, procura-se fazer uma análise de sensibilidade da solução com relação aos parâmetros envolvidos. Tal procedimento permite um melhor julgamento sobre a importância dos erros de estimativa.

De qualquer forma, parece clara a natureza do problema com que lidamos, bem como suas fontes de incerteza, sugerindo que nos aprofundemos mais no assunto.

2.2.3 - Modelos de Reposição de Estoques

A literatura apresenta um grande número de modelos de reposição de estoques, cada qual com um conjunto de vantagens e desvantagens. Não será apresentada neste trabalho uma descrição detalhada destes modelos, mesmo porque servem apenas de base para o estudo. Certas características do processo de distribuição do numerário e do abastecimento das ATMs vividos pela TecBan criaram a necessidade de desenvolver um modelo próprio para a realidade da empresa.

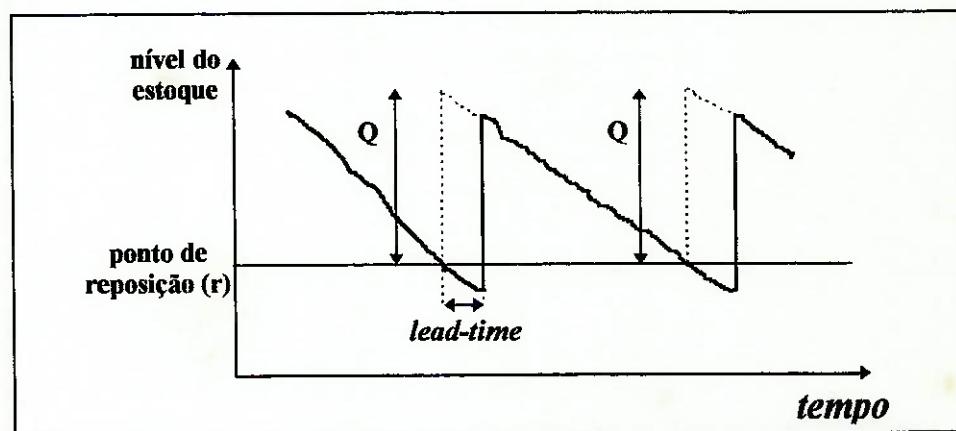
Modelos de Revisão Contínua

São modelos em que se faz um acompanhamento dos níveis do estoques continuamente ou em intervalos de tempo muito curtos em relação ao período de ocorrência de transações.

O modelo básico de revisão contínua apresenta dois parâmetros:

Ponto de pedido ou de reposição (r) - corresponde a quantidade do bem estocado que deverá ser suficiente para suprir sua demanda durante o lead-time, ou seja, durante o tempo contado a partir da constatação da necessidade de “ressuprimento” do bem até que este esteja disponível para consumo.

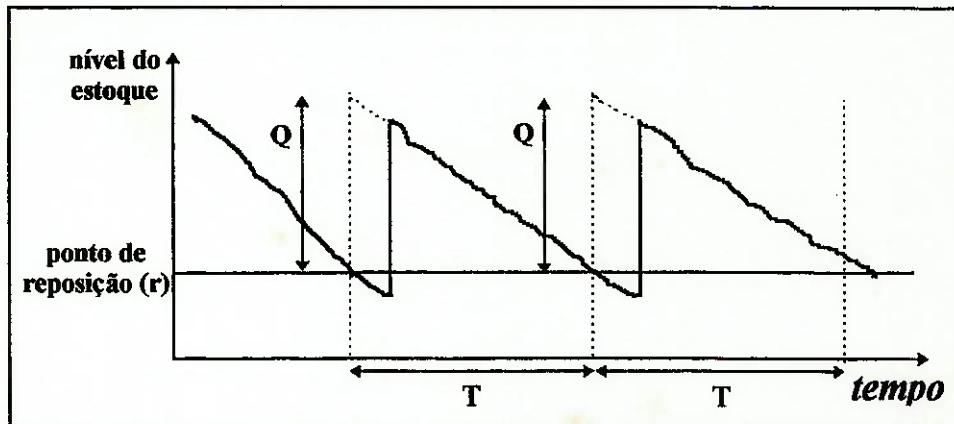
Tamanho do lote (Q) - quanto será pedido toda vez que o nível do estoque for menor que o ponto de reposição (r).



Os parâmetros são calculados em função dos custos de pedido, falta e estocagem, além de características da demanda, visando que a somatória destes custos seja minimizada.

Modelos de Revisão Periódica

Nos modelos de reposição periódica a reposição dos itens se dá em determinados intervalos de tempo (T). Similarmente ao modelo anterior, nos instantes de revisão em que o estoque estiver abaixo de um certo nível, ou ponto de pedido, solicita-se um novo lote.



Se assumirmos que a demanda de um único bem é conhecida e constante, que o lead-time e os custos envolvidos também são conhecidos e independentes da quantidade do bem requisitada na reposição, estaremos diante de um sistema de estoque bastante simples e fácil de ser analisado. Assumiremos ainda que qualquer falta que possa ocorrer por fim de estoque, resultará na perda da "venda" para o sistema, não podendo ser recuperada posteriormente. Apesar de parecer uma conjuntura bastante irrealista, um modelo assim estruturado pode oferecer aproximações úteis para vários problemas reais.

Para a situação vivida na empresa, as hipóteses são bastante razoáveis, a menos é claro da hipótese feita sobre a demanda, que é na verdade uma variável aleatória. Isto, entretanto, será tratado em uma fase posterior do trabalho.

Johnson e Montgomery indicam² que os parâmetros otimizantes para um sistema de estoques como o descrito seriam:

tamanho do lote:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot \lambda \cdot Cp}{Ca}}$$

ponto de reposição:

$$r = \tau \cdot \lambda - m \cdot Q$$

período de revisão:

$$T = \frac{Q}{\lambda}$$

Onde:

λ = demanda em um período

Cp = custo fixo de reposição

Ca = custo de armazenagem

τ = lead-time

m = o menor inteiro menor ou igual a $\lceil \tau \lambda / Q \rceil$

?

2.3 - Conclusões

Terminada esta etapa de revisão bibliográfica, podemos concluir que o levantamento bibliográfico nos foi muito útil na identificação daquilo que é essencial, ou seja, na identificação das variáveis que estariam sendo levadas em conta nos modelos a serem desenvolvidos.

No próximo capítulo desenvolveremos modelos de abastecimento ainda mais complexos e detalhados, que retratarão melhor a realidade vivida pela empresa.

² A dedução destas equações pode ser vista em "Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control", pg 26-32

CAPÍTULO III

*Modelo para os Períodos de
Abastecimento*

3.1 - Desenvolvimento dos Modelos

Apesar de não estarmos utilizando um modelo já existente, o levantamento bibliográfico foi muito útil na identificação das variáveis que estariam sendo levadas em conta no modelo a ser desenvolvido.

Desenvolveu-se então um primeiro modelo¹, bastante simplificado e portanto distante da realidade vivida pela empresa, apenas com a intenção de entender melhor o problema e identificar as variáveis relevantes. Portanto, este primeiro modelo serviria muito mais para fins ilustrativos, de onde algumas conclusões pudessem ser extraídas, do que para fins funcionais.

Baseado nas modelagens desenvolvidas por Johnson e Montgomery, foram criadas as seguintes variáveis:

- Demanda (λ) - Corresponde à quantidade média de numerário sacada em uma ATM durante um dia qualquer. Este saque diário ainda não leva em conta qualquer desvio existente, portanto é determinístico;

¹Todos os modelos foram desenvolvidos no Microsoft Excel, versão 5.0.

- Custo Fixo do Abastecimento (Cp) - Corresponde ao custo de se abastecer uma ATM, já descontados os custos variáveis envolvidos. Notamos que só os custos fixos do transporte devem entrar na modelagem, uma vez que a quantidade de dinheiro transportada deverá atender sempre uma demanda pré-determinada. Assim sendo, os custos variáveis, tais como os custos de contagem do numerário e *Ad Valorem*², não entram nos parâmetros do modelo, mas devem ser levados em conta no cálculo total dos custos envolvidos. Cp é um valor que varia de uma praça para outra;

Unidade	Custo Fixo (R\$)	Unidade	Custo Fixo (R\$)
SJK	105,22	SAO-PROTEGE	51,48
RAO	104,18	MCZ	45,96
SSZ	103,07	REC	43,60
TRL	99,31	NAT	42,07
PET	96,51	SSA	40,86
CPQ	85,88	PLT	40,57
UDI	73,75	AJU	40,08
MAO	73,50	CPS	40,00
VDR	64,05	ANS	39,74
SAO-TRANSBK	58,83	GYN	39,74
JPA	54,02	LDB	39,72
VIX	53,86	CGB	38,18
RIO-PROTEGE	53,79	BEL	37,61
BSB	53,39	BHZ	36,12
JDF	52,88	CWB	31,19
PAA	52,52	CGR	28,93
FOR	51,90	POA	28,49

- Custo de Armazenagem (Ca) - Corresponde ao custo associado a estocagem do numerário nas ATMs, ou simplesmente, os juros. Utilizaremos então a taxa de juros praticada no mercado interbancário, conhecida como CDI, efetivamente cobrada pelas instituições financeiras sobre o numerário antecipado à TecBan. Esta taxa vem apresentando uma considerável constância ao longo do período estudado³, porém existem limites para sua utilização, sugerindo a atualização da mesma sempre que necessário.

² O ad valorem é uma porcentagem cobrada pelas guardas de valores sobre o numerário transportado.

³ No período de 1/04/1997 até 18/06/1997 a taxa do CDI diário foi de aproximadamente 0,08% ao dia, sendo que a variação máxima em um período de 15 dias úteis foi de 0,004%.

3.1.1 - Funcionamento do primeiro modelo

Foi criada uma tabela no Excel com as variáveis anteriormente definidas: a média diária de saques (por ATM), o custo fixo do carro forte (por entrega na ATM) e a taxa de juros diária (CDI de um dia).

O modelo deveria então simular, para as diferentes ATMs, seus correspondentes saques médios e praças, qual seria o período de abastecimento ótimo, ou seja, aquele que teria o menor custo total (juros + transporte) associado. Apenas para simplificar a explicação do modelo, adotaremos os seguintes valores para as variáveis:

média diária de saque:	R\$ 10.000,00
custo do carro forte:	R\$ 52,88 *
taxa de juros diária:	0,08%

* *Valor do custo de abastecimento da praça de Juiz de Fora (JDF)*

1) Este modelo cobriria as possibilidades de abastecimento de uma ATM diariamente, de dois em dois dias e assim por diante, até o abastecimento de 20 em 20 dias, definido assim de forma arbitrária, como um tempo já longo o suficiente.

1)

	diário	2 dias	3 dias	...	20 dias
--	--------	--------	--------	-----	---------

Sabe-se, porém, que pelas próprias limitações do cofre e mesmo pelas condições impostas pelas seguradoras, abastecer uma máquina com numerário suficiente para cobrir o saque de 20 dias consiste numa alternativa extremamente remota.

2) A demanda, já anteriormente explicada, é uma das variáveis do modelo e será considerada determinística para todos os dias, ou seja, o valor médio sacado diariamente apenas é multiplicado por 2, 3, etc. No nosso exemplo teríamos:

2)

	diário	2 dias	3 dias	...	20 dias
demand	10.000	20.000	30.000		200.000

3) Os juros correspondem a quantia a ser paga aos bancos pelo numerário antecipado (ao dia em que seria sacado). É importante notar que sobre o numerário entregue diariamente não incide a cobrança de juros. Caso a entrega seja para o dia corrente e o seguinte, ou seja, para 2 dias, só será cobrada a taxa sobre aquilo que foi entregue para o dia seguinte e por apenas 1 dia. Portanto:

$$\begin{aligned}
 \text{Entrega diária} &= 0 \\
 \text{Entrega de 2 em 2 dias} &= ((1+Ca)^{(n-1)}-1) * (\lambda) \\
 &= ((1+0,0008)^{(2-1)}-1) * 10.000,00 \\
 &= R\$ 8,00
 \end{aligned}$$

e assim por diante, até que:

$$\begin{aligned}
 \text{Entrega de 20 em 20 dias} &= ((1+Ca)^{(n-1)}-1) * (\lambda) \\
 &= ((1+0,0008)^{(20-1)}-1) * 10.000,00 \\
 &= R\$ 153,10
 \end{aligned}$$

	diário	2 dias	3 dias	...	20 dias
3) juros	0,00	8,00	16,01		153,10

4) Os custos do juros acumulados representam os juros do período somados aos dos períodos anteriores, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Acumulado de 2 em 2 dias} &= \Sigma(\text{períodos anteriores}) + 2\text{dias} \\
 &= 0,00 + 8,00 \\
 &= R\$ 8,00
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Acumulado de 3 em 3 dias} &= \Sigma(\text{períodos anteriores}) + 3\text{dias} \\
 &= 8,00 + 16,01 \\
 &= R\$ 24,01
 \end{aligned}$$

	diário	2 dias	3 dias	...	20 dias
juros	0,00	8,00	16,01		153,10
4) custos dos juros acum.	0,00	8,00	24,01		1.527,32

Pode-se facilmente constatar que conforme armazenamos uma quantidade maior de numerário e por mais tempo, incorremos em custos cada vez maiores, provando a coerência do modelo.

5) Os custos dos juros acumulados (20 dias) representam os gastos que as antecipações de numerário representariam a cada 20 dias:

5) Os custos dos juros acumulados (20 dias) representam os gastos que as antecipações de numerário representariam a cada 20 dias:

$$\text{Diariamente} = 0$$

$$\text{De 2 em 2 dias} = (\text{Acumulado de 2 em 2 dias}) * 20/2$$

$$\text{De 3 em 3 dias} = (\text{Acumulado de 3 em 3 dias}) * 20/3$$

e assim por diante, até que:

$$\text{De 20 em 20 dias} = (\text{Acumulado de 20 em 20 dias}) * 20/20$$

	diário	2 dias	3 dias	...	20 dias
custos dos juros acum.	0,00	8,00	24,01		1.527,32
5) custo dos juros acum (20 dias)	0,00	80,00	160,04		1.527,32

6) Os custos do carro forte (20 dias) são calculados da seguinte forma:

$$\text{Entrega diariamente} = Cp * 20 = 52,88 * 20 = \text{R\$ } 1.057,60$$

$$\text{Entrega de 2 em 2 dias} = Cp * 20/2 = 52,88 * 10 = \text{R\$ } 528,80$$

$$\text{Entrega de 3 em 3 dias} = Cp * 20/3 = 52,88 * 6,67 = \text{R\$ } 352,53$$

e assim por diante, até que:

$$\text{Entrega de 20 em 20 dias} = Cp * 20/20 = 52,88 * 1 = \text{R\$ } 52,88$$

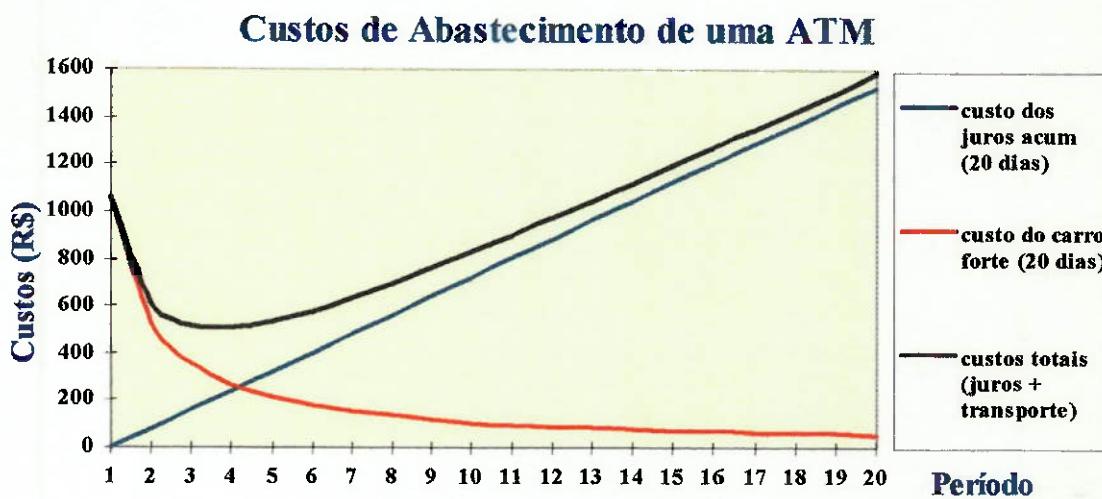
	diário	2 dias	3 dias	...	20 dias
6) custo do carro forte (20 dias)	1.057,60	528,80	352,53		52,88

Conforme a ATM vai sendo abastecida por mais dias, menos vezes o transporte do numerário é necessário e os custos de carro forte caem. Desta forma, prova-se mais uma vez a coerência do modelo.

7) A análise dos custos totais trará a resposta que procuramos, pois neste momento analisaremos o quanto cada período de abastecimento custará à empresa. É importante notar que tanto os custos de transporte quanto os juros estão na mesma base (período de 20 dias).

	diário	2 dias	3 dias	...	20 dias
custo dos juros acum (20 dias)	0,00	80,00	160,04		1.527,32
custo do carro forte (20 dias)	1.057,60	528,80	352,53		52,88
7) custos totais (juros + transp)	1.057,60	608,80	512,58		1.580,20

É interessante que seja feito um gráfico da situação, onde poderemos entender melhor o comportamento dos custos relacionados aos juros (armazenagem) e ao carro forte (abastecimento), bem como a composição de ambos.



Para este caso portanto, saberíamos que uma ATM localizada em Juiz de Fora, com saque diário médio de R\$ 10.000,00 deveria ser abastecida de 4 em 4 dias (R\$ 40.000,00 por abastecimento), e o custo desta estratégia seria de aproximadamente R\$ 504,53 a cada 20 dias.

Façamos agora a comparação entre a combinações de algumas variáveis:

- ATMs com saques diários médios de 5, 10 e 20 mil reais
- Custos de abastecimento de 3 praças diferentes:

Belém (BEL): R\$ 37,61

Juiz de Fora (JDF): R\$ 52,88

São José dos Campos (SJK): R\$ 105,22

- Taxa de juros diária constante: 0,08%

Teríamos as seguintes respostas*:

	BEL	JDF	SJK
R\$ 5.000	4	5	7
R\$ 10.000	3	4	5
R\$ 20.000	2	3	4

*As saídas do modelo se encontram nos anexos 1, 2 e 3 respectivamente

Onde os números da tabela indicam de quantos em quantos dias as ATMs de cada praça deveriam ser abastecidas.

3.1.2 - Análise Preliminar

As saídas deste primeiro modelo permitem uma análise da situação em estudo, de onde pode-se tirar algumas conclusões:

- Como as ATMs de uma mesma praça podem ter saques diários médios bastante diferentes, estas podem consequentemente ter períodos ótimos de abastecimento distintos.

- ATMs que tenham saques diários médios semelhantes e pertençam a praças diferentes poderão ter períodos ótimos de abastecimento distintos.

Em suma, cada ATM deverá ser considerada individualmente, ou seja, o cálculo do seu período ótimo de abastecimento deverá levar em conta o seu saque diário médio (λ) e o custo de abastecimento da praça em que esta se encontra (C_p). Os juros, correspondentes aos custos de armazenagem (C_a), serão considerados constantes durante o ciclo de abastecimento, devido as baixas flutuações do CDI.

Não será mais necessário considerar períodos de abastecimento tão longos, pois a região do ótimo se encontrará em períodos mais curtos, no máximo quinzenalmente, para ATMs de saque baixo e localizadas em praças onde o custo de abastecimento seja alto. As próprias condições físicas das máquinas e as imposições das seguradoras impedem o abastecimento por períodos mais longos.

3.1.3 - Limitações do Modelo

Como já foi dito antes, da maneira em que este modelo foi formulado, não existe qualquer possibilidade de aplicação prática. Este seria apenas um modelo elucidativo, cujas simplificações o distanciam muito da realidade, impedindo o seu uso. Não levando em conta ~~conta~~ a existência dos finais de semana, sua formulação desconsidera dois fatos de extrema relevância:

- Não são feitos abastecimentos aos sábados e domingos;
- Só são cobrados juros sobre o numerário antecipado nos dias úteis.

Estes dois motivos justificavam a formulação de um novo modelo. Porém, *nenhuma* das conclusões a que havia-se chegado anteriormente foi invalidada. Muito pelo contrário, elas continuarão direcionando o estudo e deverão ser utilizadas e validadas em qualquer modelo que supostamente retrate a realidade do problema.

3.1.4 - Modelo Aprimorado

Um modelo aprimorado deveria ser formulado levando em consideração as diferenças entre os dias da semana, ou seja, as peculiaridades do sábado e do domingo, sem contudo desconsiderar nenhuma das conclusões anteriormente tiradas.

Neste modelo aprimorado serão comparadas as diferentes possibilidades de abastecimento de uma ATM durante o período de duas semanas, pois, como já constatado anteriormente, este seria um intervalo de tempo longo o suficiente, contendo com certeza a solução que otimizaria o abastecimento.

Por ser o saque em um sábado aproximadamente 50% maior que o saque normal dos outros dias da semana, foi introduzida uma última variável no modelo, com a função de regular esta diferença. Como o saque do final de semana deverá ser entregue junto com o da sexta-feira, apenas utilizaremos um parâmetro de ajuste, denominado “multiplicador da sexta”. Usando valores de saque ainda determinísticos, multiplicaremos por 3,5 o valor sacado na sexta, compondo portanto o saque da sexta (100% do normal), o do sábado (150% do normal) e do domingo (100% do normal).

3.1.5 - Funcionamento do Modelo Aprimorado

Em duas semanas, ou seja 14 dias corridos, existem 10 dias úteis e dois finais de semana, sendo que somente nos dias úteis poderão ser feitos abastecimentos.

Assim sendo, pode-se fazer o abastecimento de uma ATM:

Todos os dias	\Rightarrow	Comb(10; 10) ⁴	\Rightarrow	1
Em 9 dos 10 dias	\Rightarrow	Comb(10; 9)	\Rightarrow	10
Em 8 dos 10 dias	\Rightarrow	Comb(10; 8)	\Rightarrow	45
Em 7 dos 10 dias	\Rightarrow	Comb(10; 7)	\Rightarrow	120
Em 6 dos 10 dias	\Rightarrow	Comb(10; 6)	\Rightarrow	210
Em 5 dos 10 dias	\Rightarrow	Comb(10; 5)	\Rightarrow	252
Em 4 dos 10 dias	\Rightarrow	Comb(10; 4)	\Rightarrow	210
Em 3 dos 10 dias	\Rightarrow	Comb(10; 3)	\Rightarrow	120
Em 2 dos 10 dias	\Rightarrow	Comb(10; 2)	\Rightarrow	45
Em 1 dos 10 dias	\Rightarrow	Comb(10; 1)	\Rightarrow	10

Tabela 1

Totalizando 1023 ($2^{10}-1$) maneiras diferentes de se programar o abastecimento de uma ATM num prazo de duas semanas. Percorrendo assim todas as possibilidades, vemos os extremos do modelo, onde pode-se, no máximo, abastecer a ATM todos os dias (primeira linha da tabela 1) ou, no mínimo, abastecer a ATM ~~disseminalmente~~ ^{semanalmente} quinzenalmente (última linha da tabela 1).

Entretanto ainda existem algumas considerações a serem feitas antes de ~~proceder~~ ^{seguir} com a modelagem. Neste ponto, onde estariamos considerando todas as possibilidades e comparando a composição dos custos de abastecimento (Cp) e armazenagem (Ca), temos que levar em conta aquilo que seria possível operacionalmente. Possível não só pela dificuldade de execução, mas também pelos custos operacionais que este tipo de controle poderia gerar.

Optou-se então por selecionar aquelas combinações que apresentassem uma mínima viabilidade de implantação, obtendo assim um conjunto de possibilidades viáveis, que pudesse gerar somente respostas aplicáveis e práticas. Desta forma, evita-se o superdimensionamento do modelo, preservando a praticidade e utilidade do mesmo, como aconselham Lynwood e Montgomery. ??

⁴ Combinação de (10; n) = $\frac{10!}{n!(10-n)!}$

É necessário notar que mesmo assim ainda podem existir restrições às possibilidades restantes, ou seja, algumas poderiam estar ainda contribuindo para o superdimensionamento do modelo. Apenas para facilitar a explicação usaremos um exemplo simples:

Se o abastecimento fosse feito em 1 dos 10 dias úteis, ou seja, quinzenalmente, teria-se 10 maneiras diferentes de proceder, como pode ser visto na última linha da tabela 1. Porém na realidade não existe qualquer tipo de diferença entre o abastecimento quinzenal começando na primeira segunda-feira destas duas semanas ou começando na segunda-feira seguinte. Estendendo este raciocínio somente para este caso, chega-se a conclusão de que, na verdade, só é necessário que o modelo leve em conta 5 das 10 possibilidades existentes, ou seja, o abastecimento quinzenal começando em uma segunda, terça, quarta, quinta ou sexta quaisquer.

Com estas restrições em mente, o modelo processará e comparará somente as seguintes possibilidades de abastecimento:

1	Abastece todo dia	✓
2	Não abastece às: segundas	
3	Não abastece às: terças	
4	Não abastece às: quartas	
5	Não abastece às: quintas	
6	Não abastece às: sextas	
7	Não abastece às: segundas e terças	
8	Não abastece às: segundas e quartas	
9	Não abastece às: segundas e quintas	
10	Não abastece às: segundas e sextas	
11	Não abastece às: terças e quartas	
12	Não abastece às: terças e quintas	✓
13	Não abastece às: terças e sextas	
14	Não abastece às: quartas e quintas	
15	Não abastece às: quartas e sextas	
16	Não abastece às: quintas e sextas	
17	Abastece apenas às: segundas e terças	
18	Abastece apenas às: segundas e quartas	
19	Abastece apenas às: segundas e quintas	
20	Abastece apenas às: segundas e sextas	
21	Abastece apenas às: terças e quartas	
22	Abastece apenas às: terças e quintas	
23	Abastece apenas às: terças e sextas	✓
24	Abastece apenas às: quartas e quintas	
25	Abastece apenas às: quartas e sextas	
26	Abastece apenas às: quintas e sextas	

27	Abastece apenas às: segundas	
28	Abastece apenas às: terças	
29	Abastece apenas às: quartas	
30	Abastece apenas às: quintas	
31	Abastece apenas às: sextas	✓
32	Abastece apenas às: 1segunda 2terça	
33	Abastece apenas às: 1segunda 2quarta	
34	Abastece apenas às: 1segunda 2quinta	
35	Abastece apenas à: 1segunda 2sexta	
36	Abastece apenas à: 1terça 2quarta	
37	Abastece apenas à: 1terça 2quinta	
38	Abastece apenas à: 1terça 2sexta	
39	Abastece apenas à: 1quarta 2quinta	
40	Abastece apenas à: 1quarta 2sexta	
41	Abastece apenas à: 1quinta 2sexta	
42	Abastece apenas às: segundas (quinzenal)	
43	Abastece apenas às: terças (quinzenal)	
44	Abastece apenas às: quartas (quinzenal)	
45	Abastece apenas às: quintas (quinzenal)	
46	Abastece apenas às: sextas (quinzenal)	✓
47*	Abastece pulando: um dia	✓
48*	Abastece pulando: dois dias	✓
49*	Abastece pulando: três dias	✓
50*	Abastece pulando: cinco dias	✓
51*	Abastece pulando: seis dias	✓
52*	Abastece pulando: sete dias	✓

???

las em prática, são bem mais complicadas que as outras possibilidades. Entretanto sua utilidade não está relacionada diretamente a motivos de ordem prática, sua verdadeira função é proporcionar um melhor entendimento do modelo, bem como ajudar a medir sua confiabilidade. É interessante notar que a possibilidade “Abastecer pulando quatro dias” não foi incluída, pois isto corresponde ao abastecimento semanal, que já consta no modelo.

Mais uma vez, criou-se uma tabela no Excel com as variáveis consideradas essenciais ao modelo, ou seja, a média diária de saques (por ATM), o custo fixo do carro forte (por entrega na ATM) e a taxa de juros diária (CDI de um dia), acrescentando-se ainda o parâmetro “multiplicador da sexta”, já anteriormente explicado.

média diária de saque:	Demanda (λ)
custo do carro forte:	Custo Fixo de Abastecimento (Cp)
taxa de juros diária:	Custo de Armazenagem (Ca)
multiplicador da sexta:	3,5

Os objetivos do modelo são ainda os mesmos: Simular, para as diferentes ATMs, seus correspondentes saques médios e praças, qual seria a alternativa de abastecimento ótima, ou seja, aquela que teria o menor custo total (juros + transporte) associado.

Apenas para tornar a explicação mais clara, utilizaremos um exemplo com os seguintes parâmetros:

média diária de saque:	R\$ 10.000,00
custo do carro forte:	R\$ 52,88
taxa de juros diária:	0,0008
multiplicador da sexta:	3,5

Seguindo uma lógica comum, foram modeladas então as diferentes possibilidades de abastecimento anteriormente listadas. Todas as comparações são feitas sob uma período básico de 20 dias úteis, da seguinte forma:

Abastecimento Diário:

1	Abastece todo dia
----------	--------------------------

Custo de Abastecimento (Cp): as ATMs são abastecidas todos os dias da semana.

Custo de Armazenagem (Ca): não existe cobrança de juros.

	Custos de Abast. (Cp)	Custos de Armazen. (Ca)
1	segunda	52,88
2	terça	52,88
3	quarta	52,88
4	quinta	52,88
5	sexta	52,88

Total em 5 dias	264,40	0
Total em 20 dias	1057,60	0

Custo Total (20 dias)	R\$ 1.057,60
------------------------------	---------------------

Não abastece em um dia da semana:

2*	Não abastece às:	segundas
3	Não abastece às:	terças
4	Não abastece às:	quartas
5	Não abastece às:	quintas
6	Não abastece às:	sextas

**No exemplo a segunda-feira não será abastecida.*

Custo de Abastecimento (Cp): as ATMs são abastecidas todos os dias da semana, menos às segundas-feiras.

Custo de Armazenagem (Ca): cobra-se um dia de juros sobre o numerário que será utilizado para suprir a demanda de saques na segunda e que foi entregue na sexta anterior:

$$Ca = 10.000,00 * 0,0008 = R\$ 8,00$$

		Custos de Abast. (Cp)	Custos de Armazen. (Ca)
1	segunda	0	8
2	terça	52,88	0
3	quarta	52,88	0
4	quinta	52,88	0
5	sexta	52,88	0
Total em 5 dias		211,52	8
Total em 20 dias		846,08	32
Custo Total (20 dias)		R\\$ 878,08	

Não abastece em dois dias da semana:

7*	Não abastece às:	segundas e terças
8	Não abastece às:	segundas e quartas
9	Não abastece às:	segundas e quintas
10	Não abastece às:	segundas e sextas
11	Não abastece às:	terças e quartas
12	Não abastece às:	terças e quintas
13	Não abastece às:	terças e sextas
14	Não abastece às:	quartas e quintas
15	Não abastece às:	quartas e sextas
16	Não abastece às:	quintas e sextas

**No exemplo a segunda-feira e a terça-feira não serão abastecidas.*

Custo de Abastecimento (Cp): as ATMs são abastecidas todos os dias da semana, menos às segundas-feiras e terças-feiras.

Custo de Armazenagem (Ca): cobra-se um dia de juros sobre o numerário que será utilizado para suprir a demanda de saques na segunda e dois dias de juros sobre o numerário que será utilizado para suprir a demanda na terça, ambos entregues na sexta anterior:

$$Ca = 10.000,00 * 0,0008 + 10.000,00 * ((1+0,0008)^2 - 1) = R\$ 24,01$$

		Custos de Abast. (Cp)	Custos de Armazen. (Ca)
1	segunda	0	8
2	terça	0	16,01
3	quarta	52,88	0
4	quinta	52,88	0
5	sexta	52,88	0
Total em 5 dias		158,64	24,01
Total em 20 dias		634,56	96,04
Custo Total (20 dias)		R\\$ 730,60	

Abastece somente dois dias da semana:

17*	Abastece apenas às: segundas e terças
18	Abastece apenas às: segundas e quartas
19	Abastece apenas às: segundas e quintas
20	Abastece apenas às: segundas e sextas
21	Abastece apenas às: terças e quartas
22	Abastece apenas às: terças e quintas
23	Abastece apenas às: terças e sextas
24	Abastece apenas às: quartas e quintas
25	Abastece apenas às: quartas e sextas
26	Abastece apenas às: quintas e sextas

*No exemplo somente a segunda-feira e a terça-feira serão abastecidas.

Custo de Abastecimento (Cp): as ATMs são abastecidas somente às segundas-feiras e terças-feiras.

Custo de Armazenagem (Ca): cobra-se um dia de juros sobre o numerário que será utilizado para suprir a demanda de saques na quarta, dois dias de juros sobre o numerário que será utilizado para suprir a demanda na quinta e três dias de juros sobre o numerário que será utilizado para suprir a demanda na sexta, sendo todo o montante entregue na terça-feira. É importante lembrar que a entrega de numerário da sexta deve conter o suficiente para cobrir o saque do final de semana, justificando a existência do “multiplicador da sexta”. Portanto têm-se:

$$\begin{aligned}
 Ca = & 10.000,00 * 0,0008 && \text{(quarta)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^2 - 1) && \text{(quinta)} \\
 & + 3,5 * 10.000,00 * ((1+0,0008)^3 - 1) && \text{(sexta)} \\
 & = R\$ 108,08
 \end{aligned}$$

		Custos de Abast. (Cp)	Custos de Armazen. (Ca)
1	segunda	52,88	0
2	terça	52,88	0
3	quarta	0	8
4	quinta	0	16,01
5	sexta	0	84,07

Total em 5 dias	105,76	108,08
Total em 20 dias	423,04	432,32
Custo Total (20 dias)		R\\$ 855,36

Abastece somente um dia da semana:

27*	Abastece apenas às: segundas
28	Abastece apenas às: terças
29	Abastece apenas às: quartas
30	Abastece apenas às: quintas
31	Abastece apenas às: sextas

*No exemplo somente a segunda-feira será abastecida.

Custo de Abastecimento (Cp): as ATMs são abastecidas somente às segundas-feiras.

Custo de Armazenagem (Ca): só não serão cobrados juros sobre o numerário da segunda, ou seja, será cobrado um dia de juros sobre o numerário da terça, dois dias sobre o da quarta, três dias sobre o da quinta e quatro dias sobre o de sexta, da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \text{Ca} = & 10.000,00 * 0,0008 && \text{(terça)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^2 - 1) && \text{(quarta)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^3 - 1) && \text{(quinta)} \\
 & + 3,5 * 10.000,00 * ((1+0,0008)^4 - 1) && \text{(sexta)} \\
 & = \text{R\$ } 160,16
 \end{aligned}$$

		Custos de Abast. (Cp)	Custos de Armazen. (Ca)
1	segunda	52,88	0
2	terça	0	8
3	quarta	0	16,01
4	quinta	0	24,02
5	sexta	0	112,13

Total em 5 dias	52,88	160,16
Total em 20 dias	211,52	640,64

Custo Total (20 dias)	R\$ 852,16
-----------------------	------------

Abastece um dia da primeira semana e outro dia da segunda semana:

32*	Abastece apenas às: 1segunda 2terça
33	Abastece apenas às: 1segunda 2quarta
34	Abastece apenas às: 1segunda 2quinta
35	Abastece apenas às: 1segunda 2sexta
36	Abastece apenas às: 1terça 2quarta
37	Abastece apenas às: 1terça 2quinta
38	Abastece apenas às: 1terça 2sexta
39	Abastece apenas às: 1quarta 2quinta
40	Abastece apenas às: 1quarta 2sexta
41	Abastece apenas às: 1quinta 2sexta

**No exemplo abastece-se a segunda-feira da primeira semana e terça-feira da semana seguinte.*

Custo de Abastecimento (Cp): as ATMs são abastecidas somente às segundas-feiras e terças-feiras, porém de semanas alternadas.

Custo de Armazenagem (Ca): só não serão cobrados juros sobre o numerário da primeira segunda-feira e sobre o numerário da terça-feira da semana seguinte:

$$\begin{aligned}
 Ca = & 10.000,00 * 0,0008 && \text{(terça)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^2 - 1) && \text{(quarta)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^3 - 1) && \text{(quinta)} \\
 & + 3,5 * 10.000,00 * ((1+0,0008)^4 - 1) && \text{(sexta)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^5 - 1) && \text{(segunda da outra semana)} \\
 & + 10.000,00 * 0,0008 && \text{(quarta)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^2 - 1) && \text{(quinta)} \\
 & + 3,5 * 10.000,00 * ((1+0,0008)^3 - 1) && \text{(sexta)} \\
 = & \text{R\$ 308,30}
 \end{aligned}$$

		Custos de Abast. (Cp)	Custos de Armazen. (Ca)
1	segunda	52,88	0
2	terça	0	8
3	quarta	0	16,01
4	quinta	0	24,02
5	sexta	0	112,13
6	segunda	0	40,06
7	terça	52,88	0
8	quarta	0	8
9	quinta	0	16,01
10	sexta	0	84,77
Total em 10 dias		105,76	308,30
Total em 20 dias		211,52	616,60
Custo Total (20 dias)		R\$ 828,12	

Abastece quinzenalmente:

42*	Abastece apenas às: segundas (quinzenal)
43	Abastece apenas às: terças (quinzenal)
44	Abastece apenas às: quartas (quinzenal)
45	Abastece apenas às: quintas (quinzenal)
46	Abastece apenas às: sextas (quinzenal)

**No exemplo que segue, é abastecida apenas a segunda-feira, quinzenalmente.*

Custo de Abastecimento (Cp): as ATMs são abastecidas somente às segundas-feiras, quinzenalmente.

Custo de Armazenagem (Ca): só não será cobrado juros sobre o numerário da segunda em que o abastecimento é feito, ou seja, será cobrado juros nos outros nove dias úteis restantes da quinzena:

$$\begin{aligned}
 \text{Ca} = & 10.000,00 * 0,0008 && \text{(terça)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^2 - 1) && \text{(quarta)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^3 - 1) && \text{(quinta)} \\
 & + 3,5 * 10.000,00 * ((1+0,0008)^4 - 1) && \text{(sexta)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^5 - 1) && \text{(segunda)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^6 - 1) && \text{(terça)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^7 - 1) && \text{(quarta)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^8 - 1) && \text{(quinta)} \\
 & + 3,5 * 10.000,00 * ((1+0,0008)^9 - 1) && \text{(sexta)} \\
 & = \text{R\$ } 621,44
 \end{aligned}$$

		Custos de Abast. (Cp)	Custos de Armazen. (Ca)
1	segunda	52,88	0
2	terça	0	8
3	quarta	0	16,01
4	quinta	0	24,02
5	sexta	0	112,13
6	segunda	0	40,06
7	terça	0	48,10
8	quarta	0	56,13
9	quinta	0	64,18
10	sexta	0	252,81

Total em 10 dias	52,88	621,44
Total em 20 dias	105,76	1242,88

Custo Total (20 dias)	R\\$ 1348,64
------------------------------	---------------------

Abastece "pulando" n dias:

Vale lembrar que estas possibilidades de abastecimento, apesar de operacionalmente possíveis, foram incluídas no modelo para torná-lo mais claro e confiável.

47	Abastece pulando:	um dia
48*	Abastece pulando:	dois dias
49	Abastece pulando:	três dias
50	Abastece pulando:	cinco dias
51	Abastece pulando:	seis dias
52	Abastece pulando:	sete dias

**No exemplo que segue, abastece-se uma ATM em uma segunda-feira e deixa-se de abastecê-la por dois dias, tornando a abastecê-la na quinta-feira. O processo se repete, até que o ciclo esteja completo, ou seja termina, em uma segunda-feira em que haja abastecimento.*

Custo de Abastecimento (Cp): as ATMs são abastecidas conforme um ciclo, ou seja, a cada três dias, somente em um há abastecimento, pulando-se os outros dois dias.

Custo de Armazenagem (Ca): os custos de armazenagem para um ciclo que pula dois dias são assim calculados:

$$\begin{aligned}
 Ca = & 10.000,00 * 0,0008 && \text{(terça)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^2 - 1) && \text{(quarta)} \\
 & + 3,5 * 10.000,00 * 0,0008 && \text{(sexta)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^2 - 1) && \text{(segunda)} \\
 & + 10.000,00 * 0,0008 && \text{(quarta)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^2 - 1) && \text{(quinta)} \\
 & + 10.000,00 * 0,0008 && \text{(segunda)} \\
 & + 10.000,00 * ((1+0,0008)^2 - 1) && \text{(terça)} \\
 & + 10.000,00 * 0,0008 && \text{(quinta)} \\
 & + 3,5 * 10.000,00 * ((1+0,0008)^2 - 1) && \text{(sexta)} \\
 & = R\$ 180,05
 \end{aligned}$$

		Custos de Abast. (Cp)	Custos de Armazen. (Ca)
1	segunda	52,88	0
2	terça	0	8,00
3	quarta	0	16,01
4	quinta	52,88	0
5	sexta	0	28,00
6	segunda	0	16,01
7	terça	52,88	0
8	quarta	0	8,00
9	quinta	0	16,01
10	sexta	52,88	0
11	segunda	0	8,00
12	terça	0	16,01
13	quarta	52,88	0
14	quinta	0	8
15	sexta	0	56,02
Total em 15 dias		264,40	180,05
Total em 20 dias		352,53	240,06
Custo Total (20 dias)		R\$ 592,60	

Uma vez explicado o funcionamento do modelo, podemos alimentá-lo com os dados de qualquer ATM (saque diário e custo de abastecimento) e a taxa de juros diária (CDI). O modelo calculará e comparará as diferentes possibilidades de abastecimento, fornecendo uma listagem ordenada por custo total e crescente, ou seja, começando pelas mais baratas até as mais caras.

No caso de uma ATM localizada em Juiz de Fora ($C_p = R\$ 52,88$), com saque diário médio de R\$ 10.000,00 e em um cenário econômico onde a taxa de juros diária é de 0,08%, tem-se a seguinte saída do modelo*:

Política de Abastecimento		Custo Total em 20 dias (R\$)
1	Abastece apenas as sextas	531,78
2	Abastece apenas as quartas e sextas	551,07
3	Abastece apenas as terças e sextas	551,07
4	Abastece apenas a 1quinta 2sexta	587,83
5	Abastece pulando dois dias	592,60
6	Abastece apenas as quintas	611,78
7	Abastece apenas as quintas e sextas	615,14
8	Abastece apenas as segundas e sextas	615,14
9	Abastece pulando três dias	624,59
10	Abastece apenas as terças e quintas	631,07
11	Abastece apenas as segundas e quintas	631,07
12	Abastece pulando um dia	648,80
13	Abastece apenas a 1quarta 2quinta	667,86
14	Abastece apenas a 1quarta 2sexta	676,01
15	Abastece apenas as quartas	691,84
16	Abastece apenas as quartas e quintas	695,14
17	Não abastece as: segundas e quartas	698,56
18	Não abastece as: segundas e quintas	698,56
19	Não abastece as: terças e quintas	698,56
20	Abastece pulando cinco dias	710,13
21	Abastece apenas as segundas e quartas	711,13
22	Não abastece as: segundas e terças	730,59
23	Não abastece as: terças e quartas	730,59
24	Não abastece as: quartas e quintas	730,59
25	Abastece apenas a 1terça 2quarta	747,96
26	Abastece apenas a 1terça 2quinta	756,08
27	Abastece apenas as terças	771,97
28	Abastece apenas as terças e quartas	775,21
29	Não abastece as: quartas e sextas	778,56
30	Não abastece as: terças e sextas	778,56

*Na tabela estão apresentadas somente as trinta primeiras saídas do modelo

Façamos mais uma vez a comparação entre as combinações de algumas variáveis:

- ATMs com saques diários médios de 5, 10 e 20 mil reais
- Custos de abastecimento de 3 praças diferentes:

Belém (BEL): R\$ 37,61

Juiz de Fora (JDF): R\$ 52,88

São José dos Campos (SJK): R\$ 105,22

- Taxa de juros diária constante: 0,08%

Teríamos as seguintes respostas*:

	BEL	JDF	SJK
R\$ 5.000	sextas	sextas	sextas
R\$ 10.000	terças e sextas ou quartas e sextas	sextas	sextas
R\$ 20.000	terças e sextas ou quartas e sextas	terças e sextas ou quartas e sextas	sextas

**As saídas completas do modelo se encontram em anexo (4 à 12)*

3.2 - Conclusões

O modelo aprimorado apresenta o balanço adequado entre realidade e tratamento analítico, pois, em sua formulação, foram levados em conta as variáveis de decisão essenciais e detalhes suficientes, resultando em um modelo prático e útil.

Considerando individualmente cada ATM, ou seja, seu saque diário médio (λ) e o custo de abastecimento da praça (C_p) em que esta se encontra, podemos, através do modelo, identificar o período de abastecimento mais apropriado, ou seja, aquele que apresenta os menores custos associados. As diversas simulações feitas no modelo apontam essencialmente três períodos de abastecimento ótimos para as ATMs: o abastecimento semanal, feito às sextas-feiras, e o abastecimento em dois dias da semana, feito às terças e sextas-feiras ou às quartas e sextas-feiras, dependendo é claro do saque diário da máquina e da praça onde se encontra. Portanto as ATMs de todo o país, antes abastecidas diariamente, deverão ser abastecidas conforme aponta o modelo.

Será definido, para cada praça, um valor “de quebra” para o saque diário das ATMs, dividindo as máquinas desta praça em dois grupos: aquelas que sacarem abaixo do valor “de quebra” serão abastecidas semanalmente, enquanto as máquinas que sacarem acima deste valor serão abastecidas duas vezes por semana. Eventualmente, para máquinas cujo saque é extremamente baixo (máquinas recém implantadas) e que estejam alocadas em praças onde o custo de abastecimento é alto, o período de abastecimento ótimo pode vir a ser o quinzenal, porém esta é uma situação bastante rara. Por motivos de segurança, os grupos não serão apresentados neste trabalho.

3.3 - Vantagens

A primeira vantagem do aumento dos períodos de abastecimento é a redução dos custos. Esta redução dependerá do custo de abastecimento (C_p) da praça onde a ATM se encontra e do seu saque diário, valor determinante para o cálculo dos juros (C_a). Para o exemplo de uma ATM localizada em Juiz de Fora ($C_p = R\$ 52,88$) e saque diário médio de R\$ 10.000,00 teríamos:

Situação Atual (abastecimento diário)

Custo Total (20 dias) = R\$ 1057,60

Situação Futura (abastecimento semanal, conforme saída do modelo)

Custo Total (20 dias) = R\$ 531,78

Portanto uma economia de aproximadamente 50%.

Façamos agora a comparação entre a combinação de algumas variáveis:

- ATMs com saques diários médios de 5, 10 e 20 mil reais

- Custos de abastecimento de 3 praças diferentes:

Belém (BEL): R\$ 37,61

Juiz de Fora (JDF): R\$ 52,88

São José dos Campos (SJK): R\$ 105,22

As reduções dos custos totais serão de:

	BEL	JDF	SJK
R\$ 5.000	59%	65%	72%
R\$ 10.000	43%	50%	65%
R\$ 20.000	26%	36%	50%

Como podemos ver na tabela acima, as ATMs terão diferentes reduções dos seus custos totais. A composição de todos estes valores irá compor a redução total de custos para a empresa, que não poderá ser aqui quantificada, uma vez que outras medidas não relativas a este estudo também deverão ser implantadas e seria impraticável tentar decompor estes benefícios com base em suas origens.

Outras vantagens são advindas do aumento da disponibilidade das máquinas:

- as máquinas terão estoques médios de numerário bem maiores do que os atuais, podendo absorver maiores flutuações na demanda de saques. Não só é maior a probabilidade dos desvios se compensarem, como também é maior o tempo que os responsáveis terão para avaliar a necessidade de um abastecimento de emergência.
- Os operadores gastarão menos tempo abastecendo as máquinas, que ficam indisponíveis durante este período. A economia de mão-de-obra também é considerável, pois os controles operacionais tendem a ficar bem menos complicados.
- Geralmente a composição dos saques de uma máquina é de 70% em notas de R\$ 50,00 e 30% em notas de R\$ 10,00. Se por exemplo não houver mais notas de R\$ 10,00 em uma máquina, um cliente não poderá efetuar opções de saque menores que R\$ 50,00. Como as notas estão sempre em maços (100 notas) ou em milheiros (1000 notas) ficará mais fácil compor a proporção adequada dentro de uma quantidade maior de dinheiro, ou seja, a composição de notas de R\$ 50,00 e R\$ 10,00 poderá ser melhor ajustada às necessidades do ponto. Reduzindo a chance de uma ocorrência deste tipo, aumenta-se a disponibilidade da ATM.

O aumento da disponibilidade se traduz não só em aumento da receita e confiabilidade do produto Banco24Horas, mas também na melhoria de sua imagem perante aos associados.

Terminada esta etapa do trabalho, desenvolvemos uma metodologia para responder a primeira de nossas perguntas básicas: Quando abastecer uma ATM? Passamos agora a sua próxima fase: o estudo da previsão de saques das ATMs, ou seja, o “quanto abastecer”.

CAPÍTULO IV

Previsão de Saques

4.1 - Introdução

Começaremos nosso estudo por uma pesquisa bibliográfica, onde serão debatidos vários conceitos relevantes às técnicas de previsão e à maneira como devem ser trabalhados. Desses conceitos irão surgir os critérios que guiarão a escolha da técnica de previsão mais adequado ao nosso caso.

4.2 - Revisão Bibliográfica

Prever um evento pode ser uma ferramenta extremamente útil ao planejamento e à tomada de decisão em uma infinidade de situações. Sua importância pode variar muito, podendo ser um dado simples, porém necessário a um processo, ou até mesmo uma estimativa vital, que definirá o futuro e a sobrevivência de uma empresa.

O processo de previsão varia com uma série de fatores (natureza da previsão, horizontes, etc.) e, por consequência, várias técnicas foram e estão sendo desenvolvidas para as mais diversas necessidades. Podemos agrupar estas técnicas em dois grandes grupos: o dos métodos qualitativos e o dos métodos quantitativos.

Os métodos qualitativos são geralmente usados quando não existem dados quantitativos suficientes para serem analisados e as previsões se baseiam no conhecimento adquirido pelos responsáveis.

Para os métodos quantitativos, *Wheelwright e Makridakis*¹ apontam que estes podem ser utilizados sempre que:

1. Dados sobre o passado estejam disponíveis
2. Estes dados possam ser quantificados, ou seja, dispostos numericamente
3. Presuma-se que aspectos da série passada se repitam no futuro

Esta última condição é conhecida como “premissa da continuidade”, e serve de base para todos os métodos de previsão quantitativos, não importando o quanto sofisticados possam ser.

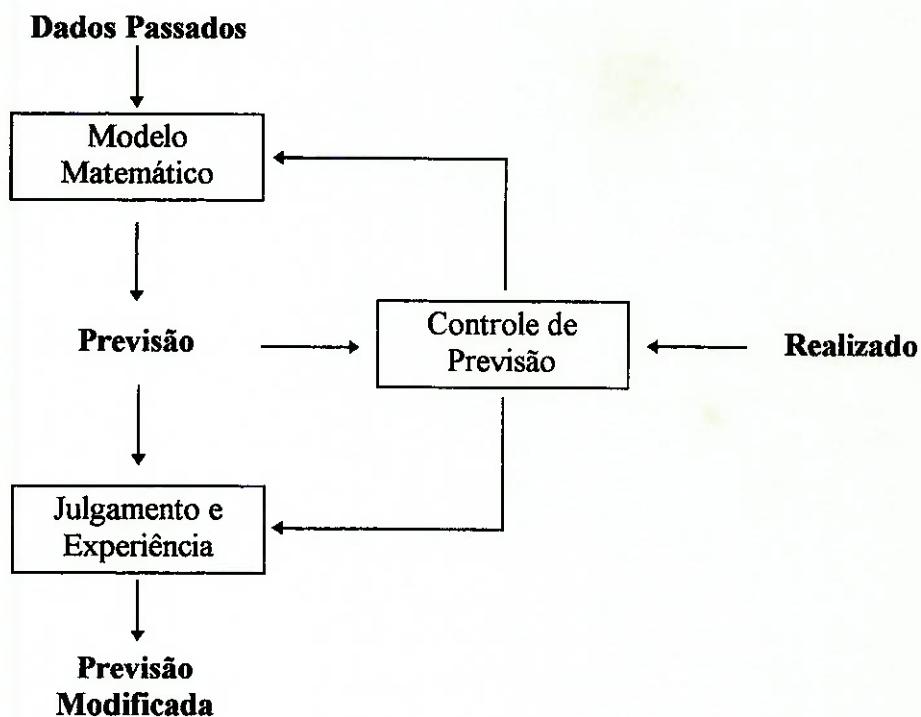
Os métodos quantitativos se dividem ainda em modelos regressivos (causais) e modelos de séries temporais.

¹ Spyros Makridakis e Steven Wheelwright (1983) - “Forecasting: Methods and Applications”

Os métodos causais assumem que a variável a ser prevista apresenta uma relação de causa-efeito com uma ou mais variáveis independentes. Por exemplo, a demanda de um determinado bem pode ser função de duas variáveis independentes: seu preço e os veículos de propaganda utilizados. O propósito destes modelos causais é descobrir a forma como estas variáveis influem na demanda do bem e utilizar estas informações para prever valores futuros da variável dependente, ou seja, a demanda do bem.

Já nos modelos de séries-temporais, o processo de previsão tem como base a análise de dados passados (e/ou erros de previsões passadas) de uma variável temporal qualquer, para uma posterior projeção do futuro, utilizando algum modelo matemático. O objetivo é descobrir um padrão na série histórica e extrapolá-lo para o futuro.

Os resultados obtidos pelos modelos de previsão devem ser analisados também, uma vez que são sempre uma parte do processo decisório, onde a habilidade, experiência e julgamento dos responsáveis precisa ser acrescentada. Portanto, para que seja realmente eficiente, o processo de previsão precisa ter suas raízes em um processo de decisão como o da figura abaixo²:



² Extraída de Lynwood A. Johnson e Douglas C. Montgomery - "Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control"

Na figura da página anterior, vemos que a previsão é o resultado de uma inferência sobre dados passados, gerada por um modelo matemático. No momento em que o julgamento e a experiência dos responsáveis for levada em conta, esta previsão ficará sujeita a alterações. Finalmente, uma comparação entre aquilo que foi previsto e aquilo que se realizou poderá sugerir modificações tanto no modelo de previsão quanto na interpretação dos resultados deste modelo.

É importante notar que a previsão gerada por um modelo matemático não é subjetiva e têm-se, portanto, conhecimento dos fatores que foram e daqueles que não foram levados em conta na sua formulação. Quando algum fator causa mudanças na natureza básica das séries temporais e esta mudança é detectada, alterações nos modelos de previsão podem e devem ser incorporadas.

4.2.1 - Critérios Para Seleção de um Modelo de Previsão

Selecionar um modelo de previsão apropriado não é uma tarefa simples, devido à infinidade de situações possíveis e à gama de técnicas disponíveis.

A seleção deve levar em conta alguns fatores que variam de caso a caso. Separá-los na forma de itens torna a explanação mais fácil e ajuda na compreensão dos conceitos, podendo entretanto não ser a forma de exposição mais adequada e fiel à realidade, devido ao alto grau de influência que uns têm sobre os outros. São eles³:

4.2.1.1 - Horizonte de Previsão

Trata-se do período de tempo futuro no qual a previsão será necessária. Podemos classificar estes períodos em:

- Imediato (menor que 1 mês)
- Curto Prazo (de 1 a 3 meses)
- Médio Prazo (de 3 meses a 2 anos)
- Longo Prazo (maior que 2 anos)

No caso estudado, estaremos sempre fazendo previsões do numerário a ser sacado nas ATMs na semana seguinte, suprindo no máximo uma demanda quinzenal, portanto uma previsão de horizonte imediato.

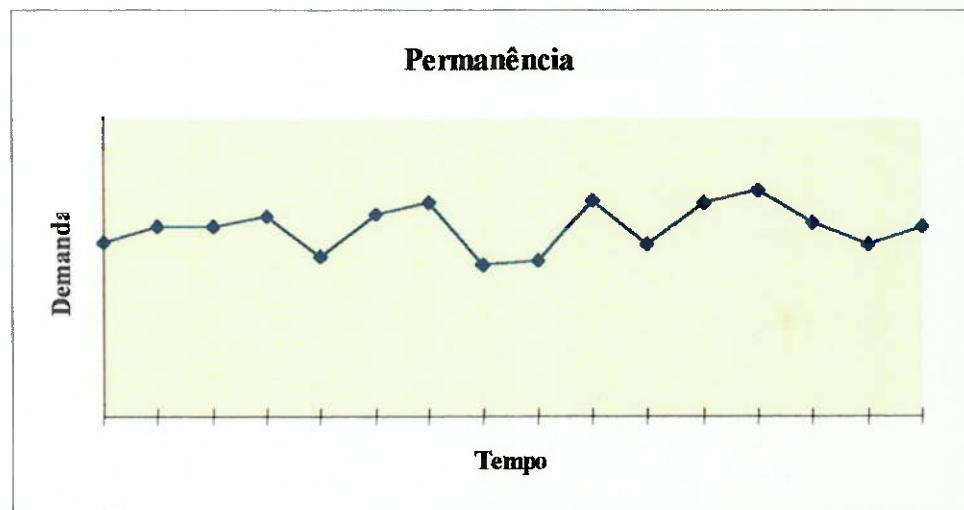
³ Adaptado de Thomas O'Donavan - "Short Term Forecasting: an introduction to the Box-Jenkins approach".

4.2.1.2 - Comportamento dos Dados

Os dados de uma série histórica podem apresentar basicamente quatro “padrões de comportamento”, ou mesmo uma combinação destes¹:

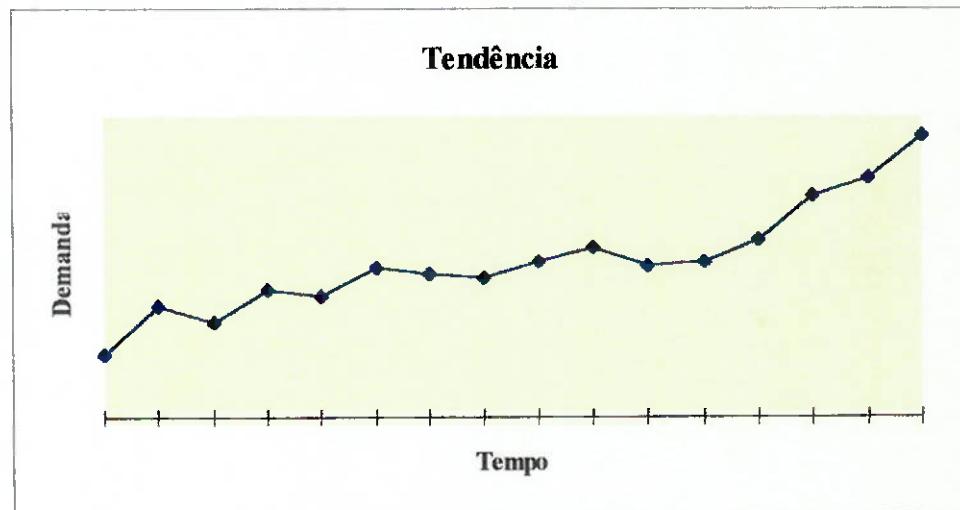
- **Permanência**

Os valores flutuam em torno de uma média constante.



- **Tendência**

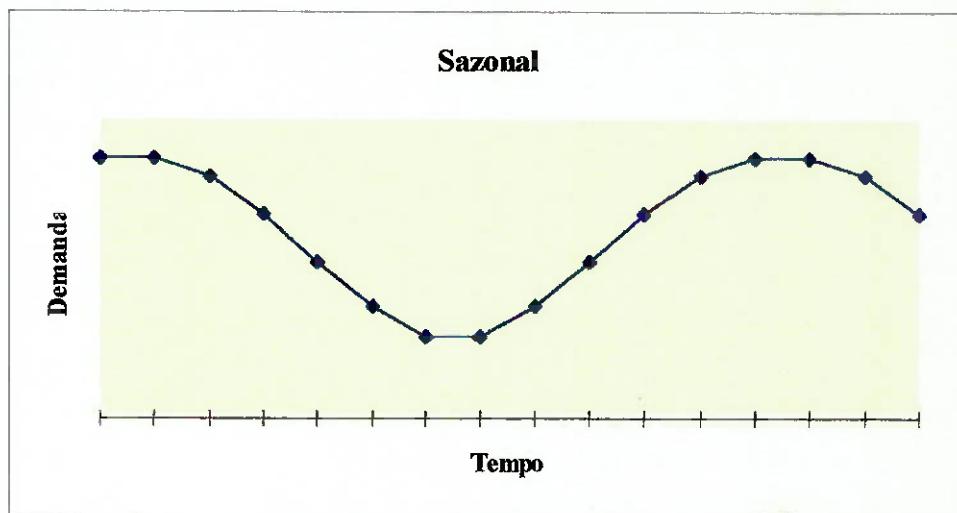
Existe uma tendência de crescimento ou decrescimento nos dados.



¹ Apesar de serem de natureza discreta, os pontos observados são apresentados em linhas contínuas, ilustrando melhor o comportamento dos dados.

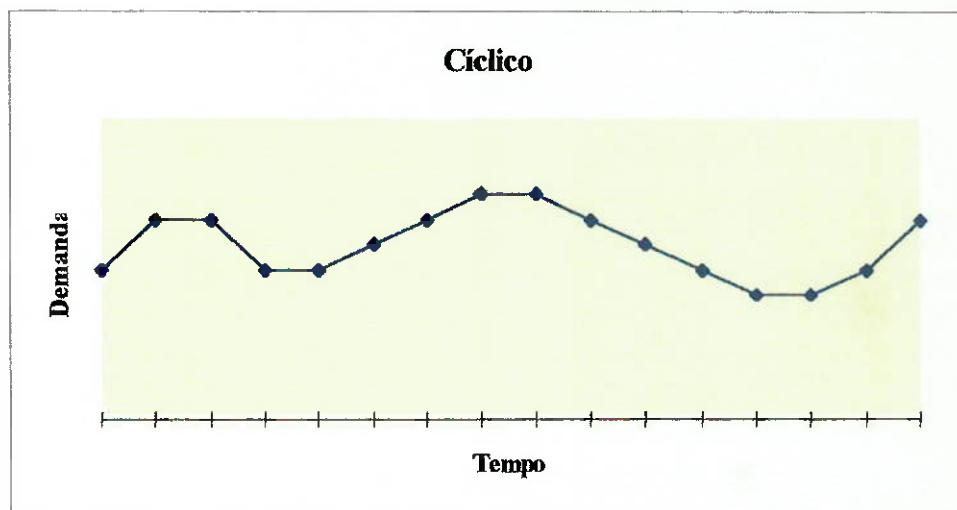
- *Sazonal*

Os dados são influenciados por fatores sazonais.



- *Cíclica*

Existe quando os dados são influenciados pelas flutuações de longo prazo de algum indicador econômico. O comportamento sazonal não deve ser confundido com o cíclico, pois o primeiro ocorre em uma base periódica regular enquanto o cíclico apresenta uma variação nesta base de tempo.



Identificar o comportamento dos dados pode não ser uma tarefa simples, porém é parte essencial na escolha do modelo matemático a ser utilizado, uma vez que, para cada tipo de série, existe ainda uma variedade de métodos que oferece uma melhor adaptação.

No caso da Tecban pode-se constatar a existência de uma combinação entre três dos comportamentos de dados descritos:

- permanência: muitas máquinas apresentam saques razoavelmente constantes, que oscilam em torno de uma média

- tendência: sabe-se que não só o número de transações por ATM tem crescido, ou seja, uma quantidade maior de saques por máquina, como também o valor médio do saque (por cliente).

- sazonalidade: existe um consenso, que pôde ser constatado, de que as ATMs apresentam uma forte sazonalidade semanal, que deverá ser levada em conta pelo modelo adotado. A sazonalidade mensal pode ser constatada nos dias de pagamento típicos de cada praça, porém a insuficiência de históricos mensais mais completos não permite a identificação clara de um padrão. Ao levá-los em conta no modelo de previsão, provavelmente obteremos saídas menos precisas. Como a imensa maioria dos dias do mês poderá ser prevista pelo modelo, sua implementação ainda é justificável. A sazonalidade anual não pôde ser estudada, por insuficiência de dados, porém sabemos que determinadas datas do ano (feriados, festas típicas) não serão cobertas pelo modelo de previsão. Sabemos ainda que existem diferenças entre os meses do ano e estas devem ser consideradas no modelo. Podemos tomar como exemplo máquinas que se encontrem no litoral, onde espera-se que no verão o saque seja bem maior que no inverno.

Neste ponto, vale a pena lembrar que o processo de previsão de um modelo matemático não é, de forma alguma, subjetivo. Portanto a existência de algum fator conhecido, que influencie o saque das ATMs, poderá ser levado em conta e alterar as previsões. Porém, se a natureza básica da série temporal permanecer a mesma, o modelo não deverá ser alterado. Espera-se que, para os dias atípicos, seja necessária uma interferência maior por parte dos responsáveis.

A combinação destes comportamentos tende a tornar os modelos mais complexos, mais complicados e talvez menos eficientes. Atentando para este fato, o modelo de previsão será formulado da seguinte forma:

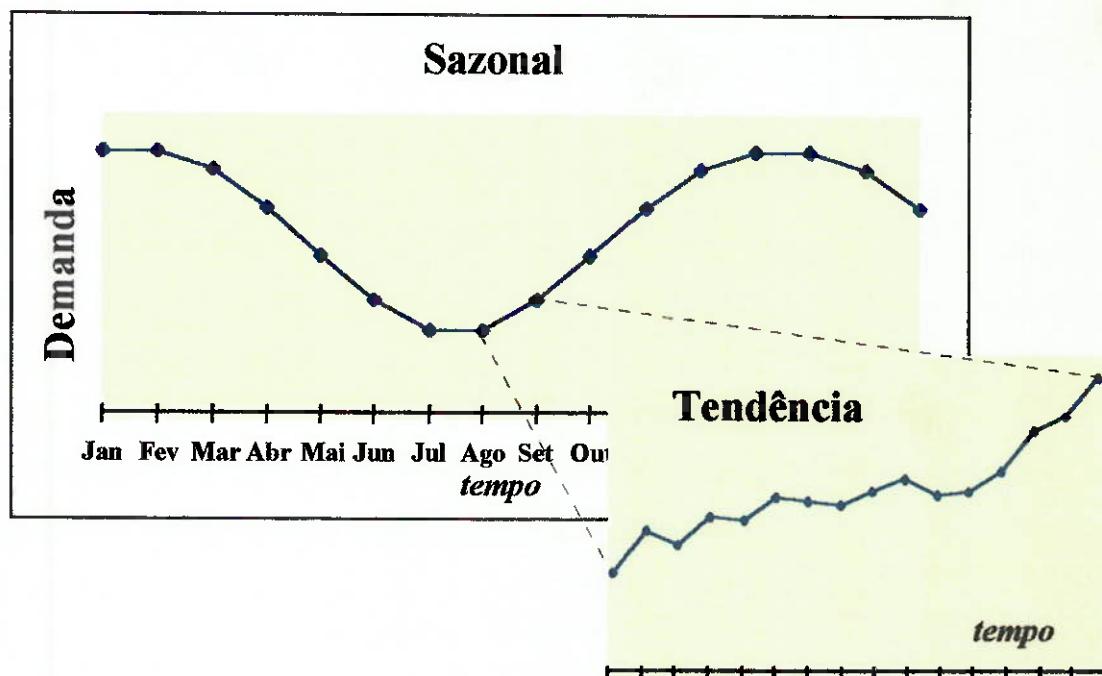
- Para as ATMs que são abastecidas uma vez por semana⁵, será feita uma previsão semanal.

⁵ Definidas na primeira parte do trabalho.

- Para as ATMs que são abastecidas duas vezes por semana, serão feitas duas previsões distintas, conforme o período de abastecimento já anteriormente determinado. Por exemplo, se o abastecimento de uma ATM for às terças (cobrindo o saque de terça, quarta e quinta) e às sextas (cobrindo o saque de sexta, sábado, domingo e segunda), faremos a previsão de saques para três dias (utilizando os dados da terças, quartas e quintas passadas) e para quatro dias (utilizando os dados da sextas, sábados, domingos e segunda passados).

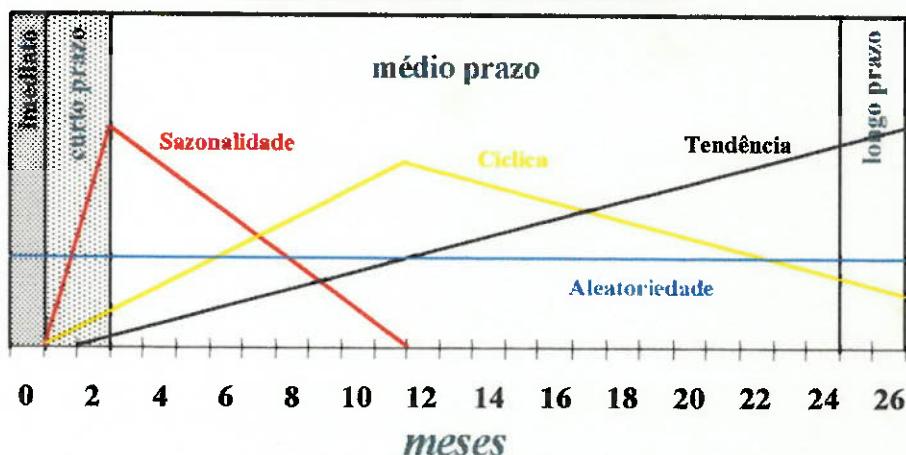
Agrupando os dados desta forma, o modelo trabalhará com desvios menores, uma vez que os desvios diários dos saques são consideravelmente menores que os desvios de três, quatro ou sete dias somados. ??

Com isso elimina-se também a necessidade de desenvolver um modelo que, além de se ajustar a dados que apresentem uma permanência e/ou uma tendência, se ajuste também a sazonalidade semanal, que não pode ser desconsiderada. Quanto a sazonalidade anual, enfrenta-se uma insuficiência de dados, porém um modelo de previsão capaz de identificar uma tendência semanal poderá se adaptar a sazonalidade anual, como pode ser visto no desenho abaixo:



Esta escolha é fundamentada e sustentada pelas publicações de Wheelwright e Makridakis, apontando que, em previsões cujo horizonte é imediato, a aleatoriedade é o elemento mais importante a ser considerado. Pode-se visualizar a relação entre horizonte de previsão e comportamento dos dados através da figura abaixo⁶:

Importância Relativa do Comportamento dos Dados para os Diferentes Horizontes de Previsão



Extraído de *Wheelwright e Makridakis*

Desta forma, não só simplifica-se o modelo de previsão, como também o tornamos mais “preciso”.

4.2.1.3 - Facilidade de Entendimento

Quando tratamos da facilidade de entendimento de um modelo de previsão, estamos incluindo na discussão alguns fatores, tais como a complexidade básica do método, o nível de experiência necessária para que tais métodos sejam aplicados e o impacto que estes métodos exercem sobre seus usuários. Todos estes fatores são importantes e têm que ser levados em conta, pois determinam a influência que o modelo terá sobre as decisões a serem tomadas no processo estudado.

⁶ Adaptada de *Wheelwright e Makridakis (1983)*

Em uma pesquisa conduzida por Wheelwright e Clarke (1976), descobriu-se que devido a complexidade relativa dos vários métodos, as organizações tendem a passar por diferentes estágios evolutivos no uso das técnicas de previsão. Como era de se esperar, as empresas costumam começar com as técnicas mais simples, ou mesmo subjetivas, evoluindo com o tempo para o uso de técnicas mais complexas, impulsionadas por uma necessidade de maior precisão nos resultados obtidos ou mesmo maior agilidade. Por outro lado, Wheelwright e Clarke constataram que as organizações precisam amadurecer e adquirir experiência antes de adotarem métodos mais complexos. Alguns métodos caem em desuso em muitas empresas, como os modelos “Box-Jenkins”, simplesmente por serem excessivamente complexos. Os usuários finais encontravam muita dificuldade em entender os conceitos básicos do método e não se sentiam confiantes em utilizá-lo.

Para que realmente as decisões e planejamentos utilizem-se dos resultados obtidos pelos modelos de previsão, o usuário final deve entender as bases conceituais do método e sentir-se confortável de que aquilo representa uma abordagem correta da situação ou então acreditar “cegamente” nos resultados, o que não é desejável.

O ideal é que tanto os usuários finais, quanto a empresa como um todo, entendam as bases dos métodos aplicados, evitando o uso de métodos complexos demais que podem não trazer melhorias significativas e serem “postos de lado” ou ainda pior, utilizados de forma errada. Neste ponto, vale lembrar que métodos mais complexos não oferecem necessariamente melhores resultados.

Analizando a situação atual da TecBan, encontramos um processo de previsão de saques nas ATMs (micro distribuição) muito subjetivo e empírico, o que nos conduz a um estágio inicial no uso de modelos de previsão, sugerindo a adoção de métodos mais simples. Cabe mencionar também, que os responsáveis por este processo não se encontram no momento treinados a utilizar técnicas mais complexas de previsão, reforçando a sugestão mencionada.

4.2.1.4 - *Custos Envolvidos*

Ao escolher um modelo de previsão, alguns custos devem ser analisados. Tarefa muito importante, estes podem determinar a viabilidade de uma técnica ou torná-la impraticável. Trataremos aqui dos custos de desenvolvimento, armazenagem de dados e operação existentes.

Os custos de desenvolvimento envolvem tanto o estudo necessário para a escolha do modelo de previsão e sua adaptação ao problema, como também inclui os custos relativos a programação do sistema de previsão. Em um segundo estágio do desenvolvimento, o programa estará escrito e implementado, momento em que seus resultados deverão ser avaliados e validados. Este estágio pode variar entre alguns minutos, como no caso da utilização de métodos de suavizamento exponencial, até vários meses, caso sejam utilizados modelos econométricos complexos.

Os custos de armazenagem de dados referem-se ao espaço, ou memória, necessário para “estocar”, não só as séries históricas, mas também o modelo de previsão em si. A necessidade de memória varia conforme a complexidade do modelo adotado, sendo que as técnicas mais simples exigem menos espaço.

A última componente a ser levantada diz respeito aos custos de operação. Toda vez que o modelo de previsão é executado e uma nova previsão é gerada, incorre-se em um novo custo, variável conforme a freqüência de utilização. Inclui-se também nestes custos, aqueles relativos a manutenção do modelo, ou seja, os ajustes que venham a ser necessários conforme haja mudanças nos cenários ou no comportamento dos dados.

4.2.1.5 - *Número de Itens*

Dada a infinidade de situações existentes, uma empresa pode estar interessada em prever, por exemplo, a demanda de um único item em um único estoque, ou talvez, prever as demandas de centenas ou milhares de itens, para vários estoques.

Contrastando desta maneira, percebe-se facilmente que as situações descritas sugerem abordagens completamente diferentes. Com certeza, o nível de atenção dispensado aos resultados obtidos no primeiro exemplo serão completamente diferentes daqueles dispensados aos do segundo.

A TecBan atualmente⁷ apresenta um parque de aproximadamente 700 ATMs, espalhadas por todo o Brasil, em mais de 100 praças, com possibilidades de ampliação da rede. Isto deverá ser levado em conta na análise e seleção dos métodos de previsão, pois a escolha deverá recair sobre um modelo abrangente, que ofereça bons resultados para todas as máquinas, uma vez que uma análise individual seria completamente impraticável e até mesmo desnecessária.

4.2.1.6 - Acurácia

Na maioria das aplicações práticas dos modelos de previsão, a acurácia é considerada um dos critérios mais importantes da escolha e validação de uma determinada técnica. Entretanto, o nível de acurácia dependerá da importância da decisão a ser tomada e da sua influência sobre esta decisão.

Apesar da sua indiscutível relevância no processo de seleção de um modelo, pouco ainda foi feito com relação ao desenvolvimento de técnicas para medir e avaliar a acurácia de diferentes modelos de previsão.

Uma das dificuldades que encontramos ao lidar com a acurácia nas previsões é a falta de um medida única e universalmente aceita para estimá-la. Por outro lado, sabemos que a acurácia de um modelo de previsão depende de uma série de fatores (número de observações, sazonalidade, aleatoriedade, etc.) e portanto não pode ser resumida em uma única medida. Não faz parte do escopo deste trabalho levar a fundo esta discussão⁸, porém algumas medidas são apresentadas e brevemente discutidas.

O Erro Quadrado Médio (MSE) é uma das medidas mais utilizadas. Sua expressão é dada por:

$$MSE = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - F_i)^2}{n}$$

onde:

X_i é o valor real

F_i é o valor de previsão

n é o número de dados

⁷ Referente ao mês de setembro de 1997

⁸ O leitor que quiser se aprofundar no assunto poderá consultar Makridakis e Wheelwright (1983)

Porém, sendo uma medida absoluta, não facilita a comparação entre as diferentes séries temporais e intervalos de tempos diferentes.

Pode-se calcular um desvio absoluto entre cada uma das observações e suas respectivas previsões, tirando depois uma média, constituindo o desvio médio absoluto (MAD ou DMA):

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^n |X_i - F_i|}{n}$$

O conceito do desvio médio absoluto nos será muito útil no desenvolvimento do modelo, pois será o dado que, realimentando o sistema de previsão, indicará a necessidade de mudança na previsão do período seguinte (controle automático de previsão). Posteriormente, conforme o modelo for desenvolvido, trataremos disto de forma mais detalhada e uma abordagem mais adequada desta formulação será proposta.

4.2.1.7 - *Tempo de Preparo*

Com o desenvolvimento de recursos computacionais e softwares cada vez mais avançados, a variável “tempo de preparo” vem perdendo importância no processo de seleção dos modelo de previsão. Neste processo inclui-se o tempo de coleta dos dados, o tempo necessário para a previsão estar pronta e o tempo para analisá-la.

Ainda assim, dependendo da antecedência com que uma previsão deve estar disponível, sua utilidade na tomada de decisão varia. Conforme a situação, este fato torna alguns métodos de previsão mais adequados que outros.

Uma vez que os métodos estão claramente estabelecidos e programados, mesmo os modelos mais complexos podem oferecer resultados em tempos aceitáveis. Porém, quando há necessidade de um ajuste nos parâmetros ou de um maior número de interações, ocorrências que podem ser muito comuns, estes modelos tendem naturalmente a ser mais demorados.

4.2.1.8 - Quantidade de Dados Disponíveis

Quando escolhemos um modelo de previsão, uma análise detalhada das séries históricas é essencial para que tenhamos sucesso, pois só assim os fatores comportamentais dos dados (tendências, sazonalidades e ciclicidades) podem ser identificados. Porém, nem sempre existe um histórico suficientemente detalhado, fato que pode prejudicar, ou mesmo invalidar, a escolha de um certo modelo de previsão.

Da mesma forma, os modelos de previsão necessitam uma quantidade mínima de dados para funcionarem. Muitas vezes, uma grande quantidade de dados é “consumida” em uma fase de “adaptação” do modelo à série e isto também deve ser levado em conta, uma vez que pode retardar consideravelmente o uso do modelo.

No caso estudado, onde faremos uma previsão de prazo imediato, já levantamos que a maior preocupação diz respeito a aleatoriedade dos dados. Portanto, não será preciso levantar e analisar um histórico muito extenso, apenas alguns meses já deverão ser suficientes. Da mesma forma, o modelo a ser escolhido terá uma necessidade de dados compatível com a disponibilidade levantada e, caso seja constatada uma deficiência neste sentido, uma pesquisa deverá ser feita, para que um histórico mais detalhado possa ser analisado.

4.3 - Conclusões

Na pesquisa bibliográfica identificamos as partes de um sistema de previsão e entendemos como estão intimamente relacionadas. Resta-nos agora encontrar o melhor método de previsão a ser aplicado no desenvolvimento do modelo matemático e no controle de previsão.

No entanto, não pretendemos, nem mesmo de forma breve, descrever as várias técnicas de previsão existentes, mantendo assim o caráter objetivo do trabalho. Com base nos critérios aqui elencados, iremos nos ater no próximo capítulo ao porquê da escolha por uma determinada técnica de previsão, bem como à sua descrição.

CAPÍTULO V

*Métodos de Suavizamento
Exponencial*

5.1 - Introdução

Os métodos de suavizamento exponencial, e suas variantes, representam a classe de métodos de previsão mais amplamente empregados, devido a sua acurácia, eficiência computacional, simplicidade e baixo custo. Recebem este nome porque o peso dado a uma observação decai de uma forma tipicamente exponencial, dos dados mais recentes (peso maior) aos mais antigos (peso menor).

Todos os métodos deste grupo requerem que certos parâmetros sejam definidos. Com valores que variam entre 0 e 1, são estes parâmetros que determinarão a variação dos pesos dados às diferentes observações de um histórico.

A equação básica que descreve um método de suavizamento exponencial é dada por:

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha) F_t \quad (5.1)$$

onde:

F_{t+1} é o valor da previsão para o próximo período

X_t é o valor da observação no período t

F_t é o valor da previsão no período t

α é a constante de suavizamento, que varia entre 0 e 1

A equação (5.1) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} F_{t+1} &= F_t + \alpha (X_t - F_t) \\ &= F_t + \alpha (e_t) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Onde e_t é o erro de previsão (realizado menos previsto).

A equação (5.2) envolve o princípio básico de “feedback negativo”, funcionando de forma semelhante aos controles utilizados em termostatos e pilotos automáticos. O erro de previsão passado é utilizado na correção da previsão seguinte, na direção oposta a este erro, até que seja corrigido. Este princípio, aparentemente simples, tem um papel extremamente importante na modelagem de modelos de previsão. Aplicado propriamente, pode ser utilizado no desenvolvimento de processos de previsão auto-ajustáveis, que corrigem os erros de previsão automaticamente.

É importante notar que o método, descrito desta forma, necessita de apenas 3 dados “estocados” para fazer uma previsão: a observação mais recente, a previsão mais recente e o valor de α .

O processo de suavizamento exponencial pode ser melhor entendido quando expandimos a equação (5.1), da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 F_{t+1} &= \alpha X_t + (1 - \alpha) F_t \\
 &= \alpha X_t + (1 - \alpha) [\alpha X_{t-1} + (1 - \alpha) F_{t-1}] \\
 &= \alpha X_t + \alpha (1 - \alpha) X_{t-1} + (1 - \alpha)^2 F_{t-1}
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

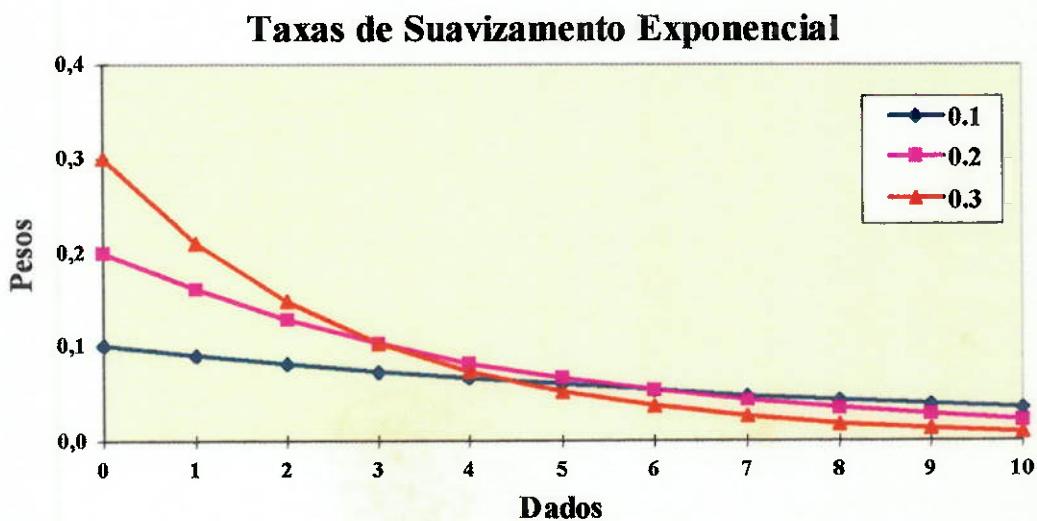
Continuando o processo, chegamos na seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 F_{t+1} &= \alpha X_t + \alpha (1 - \alpha) X_{t-1} + \alpha (1 - \alpha)^2 X_{t-2} + \alpha (1 - \alpha)^3 X_{t-3} + \\
 &+ \alpha (1 - \alpha)^4 X_{t-4} + \alpha (1 - \alpha)^5 X_{t-5} + \alpha (1 - \alpha)^{N-1} X_{t-(N-1)} + \\
 &+ (1 - \alpha)^N F_{t-(N-1)}
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

Supondo que $\alpha = 0,1; 0,2$ ou $0,3$; pode-se dar os seguintes pesos às observações:

Peso para:	$\alpha = 0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,3$
X_t	0,100	0,200	0,300
X_{t-1}	0,090	0,160	0,210
X_{t-2}	0,081	0,128	0,147
X_{t-3}	0,073	0,102	0,103
X_{t-4}	$(0,1)(0,9)^4$	$(0,2)(0,8)^4$	$(0,3)(0,7)^4$

A visualização se torna ainda mais clara com o auxílio de um gráfico:



Analisando o gráfico, nota-se que, quanto maior o valor de α , mais rápido decaem os pesos que são dados às observações passadas. Por outro lado, quanto menor o seu valor, menores são as diferenças entre os pesos atribuídos, ou seja, caminha-se para uma média das observações.

Descrito o fundamento de um método de suavizamento exponencial, cabe mencionar que a classe que compõe estes métodos está bastante diversificada e um método pode diferir significativamente do outro (suavizamentos simples, suavizamentos duplos, com taxas de suavizamento adaptativas, etc.).

5.2 - Seleção do Método com Base nos Critérios

Anteriormente foram listados os fatores que devem ser levados em conta ao selecionarmos um modelo de previsão. Agora, cabe explicar o porquê da escolha pelos métodos de suavizamento exponencial, item por item:

5.2.1 - *Horizonte de Previsão*

Makridakis e Wheelwright (1983) apontam que previsões imediatas ou de curto prazo geralmente têm melhores resultados quando métodos de suavizamento exponencial são aplicados.

Em previsões de horizonte menor que um mês, o elemento mais importante a ser estudado é a aleatoriedade dos dados. Um método de suavizamento exponencial é capaz de acompanhar muito bem as oscilações advindas desta aleatoriedade, sendo que o grau de volatilidade da previsão é definido pela taxa α , ou seja, quanto maior o valor desta taxa, mais volátil fica a previsão.

Como o horizonte de previsão no caso estudado é de no máximo duas semanas, entendeu-se que esta classe de métodos seria a mais apropriada.

5.2.2 - *Comportamento dos Dados*

Anteriormente listados os quatro possíveis comportamentos de dados, chegou-se a conclusão que para o caso da TecBan estariamos interessados em um modelo de previsão que fosse capaz de trabalhar com dois tipos de série: aquelas que apresentassem permanência (dados flutuam em torno de uma média constante) e/ou tendência (existe uma tendência de crescimento ou decrescimento nos dados) das observações. Ambos os comportamentos podem ser facilmente acompanhados por um método de suavizamento exponencial. Makridakis e Wheelwright (1983) indicam que para dados estacionários, ou seja, que apresentam uma permanência, métodos de suavizamento exponencial simples são apropriados. Se as observações apresentam um tendência linear, tanto os métodos lineares de Brown ou Holt podem ser utilizados. Caso exista sazonalidade, o método de Winters é o mais aconselhável.

Os autores colocam ainda que, tratando-se de “micro-dados”¹, os métodos de suavizamento exponencial aparentemente “performam” melhor que os métodos estatisticamente mais complexos (ARMA, Bayesiano, filtros adaptativos, etc.). Isto se deve ao fato de que, geralmente, micro-dados apresentam muito mais aleatoriedade que os “macro-dados”, fazendo com que métodos mais sofisticados, que costumam assumir algum tipo de padrão na aleatoriedade, sejam menos apropriados que os métodos de suavizamento exponencial, que procuram acompanhar uma média das observações.

??

5.2.3 - Facilidade de Entendimento

Uma das razões listadas anteriormente que sustentam o grande uso dos métodos de suavizamento exponencial consiste na sua indiscutível facilidade de entendimento, comparado ou não a métodos de previsão mais complexos, como por exemplo os modelos “Box-Jenkins”.

Cabe lembrarmos que este é um fator limitante ao uso de métodos de previsão na TecBan, onde encontra-se hoje um processo de previsão de saques nas ATMs formatado de uma forma bastante subjetiva e empírica. Não seria apropriado, de forma alguma, tentar aplicar um modelo de previsão complexo, na busca de resultados melhores, pois com certeza não teríamos êxito na tentativa. Este tipo de processo precisa ser gradual.

5.2.4 - Custos Envolvidos

Os custos de desenvolvimento de um sistema de previsão variam consideravelmente com o tipo de modelo a ser empregado. Tanto na escolha entre os modelos, sua adaptação à situação e programação como também na validação dos resultados; os métodos de suavizamento exponencial são os que apresentam os menores custos.

¹ O termo micro-dados refere-se aqueles dados coletados dentro de uma organização ou empresa, como é caso dos saques nas ATMs da TecBan.

Pensando nos custos advindos da estocagem dos dados e do programa de previsão, encontramos nos métodos de suavizamento exponencial um recurso muito barato. Os programas costumam ser bastante “compactos” e “enxutos” quando comparados a outros métodos. Quanto ao espaço necessário a armazenagem dos dados, os métodos variam entre si. Na equação (5.1), são necessários somente três dados para fazer a previsão do período seguinte, uma vez que, através do suavizamento exponencial, temos um único dado (F_t) contendo informações sobre todo o histórico da variável estudada. Esta preocupação está diretamente ligada ao número de itens sobre os quais serão feitas as previsões, pois os custos de armazenamento de dados podem ser bastante elevados em função desta outra variável. Ajustes nos modelos também têm um custo associado. Quanto mais simples for o modelo, mais fácil e barato será o seu ajuste.

Os custos variáveis associados a execução do programa toda vez que uma nova previsão for necessária, com base em um método de suavizamento exponencial, são extremamente baixos quando comparados a outros métodos.

5.2.5 - Número de Itens

Como já havia sido dito anteriormente, a rede Banco24Horas conta hoje com aproximadamente 700 ATMs, espalhadas por todo o Brasil, em mais de 100 praças, estando em ampliação contínua e gradual.

A escolha de um modelo de previsão ideal e devidamente parametrizado para cada uma destas máquinas, bem como a análise de resultados, não são somente impraticáveis, mas também desnecessárias. Escolher um modelo mais simples, que não deve oferecer resultados equivalentes à análise individual das máquinas; porém mais abrangente, tendo uma boa aderência em todas as situações e generalizações; é a única opção neste caso.

Os métodos de suavizamento exponencial são os mais recomendáveis para um caso como o da rede Banco24Horas, pois podem facilmente se adaptar ao histórico de saques de qualquer máquina, oferecendo bons resultados.

5.2.6 - Acurácia

Infelizmente não é possível avaliar a acurácia de um método antes de aplicá-lo. Na verdade, mesmo após a implantação de um modelo, medir sua acurácia não é, pelos motivos já vistos, uma tarefa simples.

Podemos simplificar muito o nosso trabalho nos baseando em estudos feitos por especialistas no assunto. Uma vez que só poderemos fazer algum tipo de avaliação da acurácia se efetivamente montarmos um modelo, ainda que piloto, podemos tentar seguir os passos daqueles que já testaram várias alternativas, escolhendo então os melhores caminhos.

Em estudo desenvolvido por Levine (1967) para previsões de imediato e curto prazos, três métodos de previsão foram examinados: média móvel, suavizamento exponencial e regressões. O autor concluiu que, apesar da média móvel oferecer a vantagem de ser conceitualmente mais simples, os métodos de suavizamento exponencial ofereceram os melhores resultados no que diz respeito a acurácia. Kirby (1966), realizando uma pesquisa semelhante, concluiu que para horizontes de previsão menores que um mês, os modelos de suavizamento exponencial ofereceriam os melhores resultados e, para horizontes maiores que 1 ano, os métodos regressivos seriam os mais indicados. Outros estudos conduzidos por Gross e Ray (1965), Raine (1971) e Krampf (1972) chegaram a resultados semelhantes aos de Levine e Kirby.

Em outro estudo conduzido por Gardner e Dannenbring (1981), foram comparados os desempenhos de vários métodos de suavizamento exponencial. Os autores concluíram que os métodos de controle adaptativo (que assumem taxas de exponencialização variáveis a cada nova previsão) não “performaram” melhor em termos de acurácia, pois a sua natureza adaptativa os fazia muito sensíveis aos erros aleatórios.

O fato de que os métodos de suavizamento exponencial podem fornecer resultados tão acurados quanto os dos modelos auto-regressivos e também competir com os modelos Box-Jenkins em termos de acurácia pode surpreender a muitos. Porém, já havíamos levantado anteriormente que as técnicas de previsão mais complexas não ofereciam necessariamente os melhores resultados. Groff (1973) concluiu que a metodologia Box-Jenkins fornecia resultados semelhantes em acurácia, e às vezes um pouco inferiores, àqueles alcançados por modelos de suavizamento exponencial. Makridakis e Hibon (1979) também chegaram a conclusão de que as técnicas de suavizamento exponencial oferecem resultados semelhantes aos modelos ARMA, muito mais complexos e estatisticamente mais avançados.

Infelizmente, encontrar valores ótimos para as taxas de suavizamento exponencial, contribuindo para uma maior acurácia, não é uma tarefa simples. O problema começa quando devemos escolher a medida de acurácia (MSE, MAPE, etc.) que tentaremos minimizar, otimizando os valores de α . Diferentemente da média das observações, onde a minimização ocorre sempre que uma nova média é calculada, para os métodos de suavizamento exponencial estes valores de α são encontrados através de tentativa e erro.

Para solucionar este problema, o autor tentou utilizar o programa What'sBest! (versão demo fornecida pela LINDO Systems) na busca das melhores taxas de suavizamento. Nossa função objetivo consistia na minimização da soma dos erros quadráticos das previsões (MSE), com α variando entre 0 e 1. Entretanto, por tratar-se de uma programação não-linear complexa, o programa não foi capaz de oferecer resultados, indicando a necessidade de utilizarmos versões mais potentes do software (no momento não disponíveis na empresa).

5.2.7 - *Tempo de Preparo*

Quanto ao tempo de preparo, espera-se que tanto a coleta de dados quanto a preparação da previsão sejam bastante rápidas, uma vez que serão feitas automaticamente por um programa de computador. Portanto o maior tempo a ser despendido será na análise de resultados e nas possíveis “reparametizações” do modelo.

A análise dos resultados no nosso caso deve ser breve, uma vez que a decisão de quanto abastecer uma determinada ATM não é algo vital para a sobrevivência da empresa. O uso de modelos de previsão mais complexos, como os econométricos, sugerem que os resultados sejam exaustivamente analisados, pois o nível de importância da decisão, bem como a sua periodicidade, são completamente diferentes do caso em questão.

Os modelos de previsão baseados em métodos de suavizamento exponencial oferecem resultados em tempo baixo e qualquer correção que precise eventualmente ser feita também não deve demorar, indicando que são uma boa opção no caso da TecBan.

5.2.8 - Quantidade de Dados Disponíveis

Faz-se aqui necessária a introdução de uma breve discussão sobre a natureza dos dados de que dispomos. Os dados referentes aos saques dos clientes no Banco24Horas não correspondem exatamente a demanda, ou intenção, de saques destes clientes. Caso uma máquina fique indisponível por um motivo qualquer, a intenção de saque dos clientes não tem como ser registrada, “mascarando” os dados que nos são apresentados e influindo na demanda das máquinas vizinhas. Felizmente este fenômeno é inversamente proporcional ao índice de disponibilidade das máquinas do Banco24Horas, que por apresentarem alto desempenho, reduzem a incidência destes inconvenientes. Ainda assim, na hora em que estivermos concebendo o modelo de previsão, alguns cuidados deverão ser tomados.

Estes dados encontram-se “disponíveis” (no sentido de existir um acesso fácil e rápido) durante um período de três meses, sendo depois armazenados em um “bolsão de dados”. Qualquer coleta dentro deste bolsão exige não só procedimentos especiais como também um programa de busca adequado que a execute.

Já havíamos identificado que o fator mais importante a ser trabalhado seria a aleatoriedade dos dados. Sendo assim, considerou-se que os três meses de histórico seriam uma base suficientemente completa para a identificação do comportamento dos dados². Discutido anteriormente, chegou-se à conclusão de que um método de suavização exponencial seria capaz de se adaptar a dados que apresentassem tanto uma permanência quanto uma tendência.

Estes métodos também precisam de poucos dados para se adaptarem a séries e fornecerem as primeiras previsões. O'Donovan (1983) aponta que estes precisam de aproximadamente 10 a 15 observações para serem “inicializados”, ou seja, não “consomem” uma grande quantidade de dados na fase de adaptação. Por outro lado, Makridakis aponta que a inicialização pode ser feita utilizando somente o primeiro dado do histórico. Posteriormente discutiremos os aspectos da inicialização do método de forma mais detalhada.

² Durante o estudo, mais alguns meses de histórico puderam ser coletados.

5.3 - Variantes dos Métodos de Suavizamento Exponencial

Aqui serão descritas, de forma breve, algumas das variantes dos métodos de suavizamento exponencial.

5.3.1 - Suavizamento Exponencial Único (SES)

O caso mais simples de suavizamento exponencial vem da equação (5.1), e traduz na prática a base conceitual desta família de métodos de previsão. Requer um pequeno estoque de dados e poucos recursos computacionais, sendo bastante atrativo quando existe a necessidade de se prever algo sobre um número grande de itens.

Um ponto a ser considerado é a fase de inicialização do método, valendo para todos os outros da família. Retomemos a equação (5.1):

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha) F_t$$

Para que tenhamos o valor da primeira previsão (F_1), é necessário que saibamos o valor de (F_0), que não conhecemos. Como sugestão, pode-se utilizar o primeiro valor observado (X_1) ou mesmo uma média das primeiras observações. Porém, é preciso ficar claro que o valor escolhido influirá em todas as previsões subsequentes, como pode ser visto na equação (5.1), onde o último termo representa uma parcela do valor inicial. Quanto menor o valor da taxa de suavizamento α , maior a importância do valor inicial (F_1).

5.3.2 - Suavizamento Exponencial Único com Controle Adaptativo (ARRSES)

O método ARRSES tem uma aparente vantagem sobre o descrito anteriormente, pois permite que o valor da taxa de suavizamento α varie conforme existam mudanças nos padrões da série temporal. Isto pode ser um atrativo quando centenas ou milhares de itens precisem ser estudados.

Sua equação básica é muito semelhante à equação (5.1), exceto pela mudança de α por α_t .

$$F_{t+1} = \alpha_t X_t + (1 - \alpha_t) F_t \quad (5.5)$$

onde:

$$\alpha_{t+1} = \left| \frac{E_t}{M_t} \right|$$

$$E_t = \beta e_t + (1 - \beta) E_{t-1}$$

$$M_t = \beta |e_t| + (1 - \beta) M_{t-1}$$

$$e_t = X_t - F_t$$

Onde α e β variam entre 0 e 1, sendo que a constante β regula o grau de volatilidade de α .

Como já havíamos comentado antes, a natureza adaptativa deste método o torna muito sensível aos erros aleatórios das séries, comprometendo sensivelmente sua acurácia.

O método de Chow tem uma “filosofia” familiar ao ARRSES, porém a forma de ajuste da taxa de suavização é completamente diferente. É adaptado por pequenos incrementos, normalmente menores que 0,05, buscando minimizar o MSE.

5.3.3 - Suavização Exponencial Duplo - Método Linear de Brown

Se existir uma tendência clara na série temporal, o suavizado único não consegue acompanhá-la.

Suponhamos que exista uma tendência de aumento do valor das observações. Nenhuma das parcelas que compõe a previsão pode ser maior que o próxima observação, portanto a previsão será sempre menor que o realizado.

Com o método de Brown, a diferença entre o suavizado único e o duplo pode ser somada ao suavizado único, compondo uma previsão maior que aquelas produzidas pelo único e duplo separadamente.

Seu equacionamento é dado por:

$$F_t = \left(2 + \frac{\alpha}{\alpha-1}\right)S'_t - \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha-1}\right)S''_t \quad (5.6)$$

onde:

$$S'_t = \alpha X_{t-1} + (1-\alpha)S'_{t-1}$$

$$S''_t = \alpha S'_t + (1-\alpha)S''_{t-1}$$

Sua inicialização também é bastante simples. Pode-se tomar S' e S'' como iguais a X_t ou então utilizar uma média de algumas observações.

5.3.4 - Suavização Exponencial Duplo - Método de Holt com Dois Parâmetros

O método de Holt é muito parecido ao de Brown, exceto por utilizar duas constantes de suavização diferentes: uma para a série temporal e outra para a primeira série suavizada.

O método oferece maior flexibilidade, pois podemos ajustar cada tarefa de suavização a taxas ótimas diferentes. Em contrapartida, tem-se agora uma complexidade maior, pois devemos encontrar dois valores para as taxas de suavização.

Constatamos anteriormente a dificuldade de encontrar o valor ótimo para apenas um desses valores: através de tentativa e erro e através de uma tentativa mal sucedida de utilização de programação não linear. Com dois valores a dificuldade é muito maior. Sendo assim, o aconselhável é aplicar o método de Brown antes de tentar o método de Holt e, caso realmente fique constatada a necessidade de maior flexibilidade, partir para formulações mais complexas.

A equação que descreve o método é dada por:

$$F_t = S_t + b_t \quad (5.7)$$

onde:

$$S_t = \alpha X_t + (1-\alpha)(S_{t-1} + b_{t-1})$$

$$b_t = \gamma(S_t - S_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$$

5.3.5 - Suavizamento Exponencial Triplo - Método Quadrático de Brown

Quando o padrão básico da série temporal é de ordem quadrática, cúbica ou superior os métodos vistos anteriormente não são capazes de oferecer bons resultados. Este método é capaz de lidar com estes tipos de série, incorporando um terceiro suavizamento.

Como as séries históricas dos saques das ATMs não apresentam estas características, este método não tem utilidade neste estudo.

5.3.6 - Suavizamento Exponencial Triplo - Método de Winter

O conjunto de métodos de suavizamento exponencial descritos até agora é capaz de lidar com quase todo o tipo de série temporal, desde que não seja constatada uma sazonalidade nas observações.

O método de Winter é baseado em três equações de suavizamento: uma para a constância dos dados, outra para a tendência e a última para a sazonalidade, necessitando cada uma delas uma taxa de suavizamento diferente.

No que diz respeito ao saque nas ATMs, de fato constamos uma sazonalidade semanal nas séries temporais. Entretanto, como já havíamos descrito anteriormente, agrupando os dados conforme seus períodos de abastecimento³ e fazendo duas previsões diferentes (uma para três dias da semana e outra para os quatro restantes), eliminamos o fator sazonalidade das séries. A principal vantagem desta atitude é evitar a utilização desnecessária do método de Winter. Não só teríamos que encontrar três taxas de suavizamento ótimas para cada série como também estariíamos lidando com um método conceitualmente mais complexo.

³ Ver 4.2.1.2 - Comportamento dos Dados (Critérios Para Seleção de um Modelo de Previsão).

5.4 - Escolha Entre os Métodos de Suavizado Exponencial

Discutidas anteriormente as características das séries temporais formadas pelos saques dos clientes do Banco24Horas, identificamos que um método de suavizado exponencial seria o mais adequado às nossas necessidades.

Pertencentes à esta família de métodos, descrevemos algumas de suas variantes e, neste ponto, discutimos seus aspectos gerais, buscando aquela que melhor se adeque a nossa situação.

O método de suavizado exponencial único pode acompanhar muito bem dados que apresentem permanência, porém terá um desempenho mais fraco quando existirem tendências nas séries temporais.

O suavizado exponencial único com controle adaptativo apresenta sugestões de previsão muito voláteis, mesmo quando a constante reguladora β apresenta baixos valores, prejudicando sua acurácia. Necessita ainda da definição de duas taxas distintas de suavizado. Entretanto, o método de Chow será testado posteriormente pois pode conduzir a melhores resultados.

Uma vez já eliminados os métodos de suavizado triplo (Brown Quadrático e Winter), resta-nos comparar os métodos de Brown (linear) e o de Holt (com dois parâmetros).

Entre todos os métodos de previsão estudados pelo autor, descritos aqui ou não, estes foram os dois métodos mais adequados encontrados, oferecendo os melhores resultados nos testes pré-liminares feitos.

O método de Holt é mais flexível, porém necessita de duas taxas de suavizado distintas na sua execução. Constatada a dificuldade de encontrá-las, optou-se pelo Método Linear de Brown de Suavizado Exponencial Duplo.

Baseado neste método, descreveremos no próximo capítulo como será construído o modelo matemático que fará parte do sistema de previsão de saques das ATMs do Banco24Horas.

CAPÍTULO VI

Modelo de Previsão de Saques

6.1 - Introdução

Neste capítulo será descrita detalhadamente a formulação do modelo de previsão. Faremos também uma análise de resultados com base em uma experiência feita sobre algumas máquinas da empresa, tornando ainda mais claro o seu funcionamento.

Antes de prosseguirmos, parece conveniente entendermos suas restrições.

6.2 - Restrições do Modelo

Ao analisar as séries temporais dos saques do Banco24Horas, ou mesmo por informação dos funcionários responsáveis, pode-se facilmente identificar dias do mês onde o volume sacado nas ATMs de uma determinada praça é maior. Estes correspondem aos dias úteis do mês em que os clientes da rede recebem seus salários e pagam suas contas, sendo que o quinto dia útil e o último dia útil do mês são os mais representativos.

Fato aparentemente simples de ser tratado em um modelo de previsão, na verdade estamos diante daquilo que talvez seja o maior obstáculo para a implementação de um modelo de previsão completo na empresa, ou seja, um modelo capaz de oferecer bons resultados para todos os dias do mês.

A sazonalidade dos dias úteis do mês não pode ser considerada isoladamente, pois o saque sofre grande influência da sazonalidade semanal também. Exemplificando, não há como comparar o quinto dia útil de dois meses subsequentes se um deles cair em uma terça-feira e o outro em uma sexta-feira (influenciando o movimento do fim-de-semana). Se não pudermos presumir que os aspectos do passado se repetem no futuro, não dispomos de uma base segura para a aplicação de métodos quantitativos, pois ferimos aquilo que convencionou-se chamar de “premissa da continuidade”. Não existindo dados quantitativos a serem analisados, parte-se para a utilização de métodos qualitativos, baseando a previsão no conhecimento adquirido pelos responsáveis.

Neste trabalho não tentaremos identificar uma metodologia mais adequada para a execução da previsão nestes dias basicamente por dois motivos:

1. Apenas uma pequena parte dos dias não teria sua previsão de saques feita pelo sistema, uma vez que a maioria dos dias do mês é composta por dias “comuns”, onde predomina a sazonalidade semanal.
2. O processo de implantação do sistema de previsão seria retardado por muito tempo e não estariamos sendo condizentes com a abordagem PDCA proposta anteriormente, quando concluímos que a restruturação do processo de abastecimento da rede Banco24Horas seria contínua e que a cada volta do ciclo estariamos mais perto da solução.

Sendo assim, não podemos permitir que os saques referentes a estes dias façam parte das séries temporais que alimentarão o modelo de previsão, evitando que “poluam” o histórico.

Nesta primeira fase do trabalho, estes dias serão cadastrados no sistema, para cada praça, sendo então excluídos da base de dados e evitando o inconveniente descrito. Nesta tarefa contariamos com o auxílio dos funcionários responsáveis pela distribuição micro de cada praça, que através da sua experiência, seriam capazes de indicar as datas a serem cadastradas.

Uma vez descrita esta restrição do modelo, devemos ter em mente que o problema não é visto como insolúvel. Apesar de não fazerem parte deste trabalho, algumas idéias já existem e estão sendo debatidas. Provavelmente dois módulos existirão dentro do sistema: um para os dias ditos “comuns” e outro para estes dias de pico, típicos de certos dias úteis.

Outra restrição do modelo diz respeito a previsão de saques nos feriados. Estes dias apresentam um problema semelhante ao descrito anteriormente, ou seja, não faz sentido comparar um feriado que cai em uma terça-feira a um que caia na sexta-feira. Além disto, existe uma carência de históricos, o que dificulta ainda mais o processo de previsão. Porém, como estas ocorrências representam um percentual pequeno do ano, não afetarão significativamente a abrangência do modelo.

6.3 - Funcionamento do Modelo de Previsão

Desenvolveremos o modelo em cima de um exemplo real, não só tornando a explicação mais fácil, como também possibilitando uma análise dos resultados, através de uma aplicação prática. Utilizaremos no desenvolvimento os dados referentes à praça de Brasília, escolhida por ser uma praça de porte médio, com 15 ATMs, podendo ser estudada em uma planilha relativamente simples. Praças maiores só poderiam ser avaliadas através de um sistema “especializado” e praças menores não serviriam como uma amostra significativa. Os dados estarão multiplicados por uma constante “k”, preservando o sigilo das informações.

Como já havia sido colocado anteriormente, o modelo de previsão a ser descrito neste item funcionaria como um “primeiro módulo” de um modelo mais completo, ou seja, trataremos aqui somente do modelo de previsão para os dias ditos “comuns”, cobrindo obviamente a grande maioria dos períodos.

Neste momento, devemos concatenar os dois trabalhos desenvolvidos na TecBan: uma vez estabelecidos os períodos de abastecimento ótimos (quando abastecer), devemos agora determinar o montante a ser abastecido (quanto abastecer), lembrando que o modelo fará a previsão de saque conforme o período de abastecimento de cada ATM, ou seja, semanalmente ou duas vezes por semana. Desta forma trabalha-se com maior acurácia, devido à incidência de desvios menores.

No caso da praça de Brasília, o abastecimento é feito atualmente¹ às terças e sextas-feiras, portanto a previsão será de três (terça, quarta e quinta-feira) e quatro (sexta-feira, sábado, domingo e segunda-feira) dias. No trabalho serão apresentados somente os dados referentes aos saques das terças, quartas e quintas-feiras somados.

6.3.1 - Cadastro de Datas a Serem Excluídas

Para a praça de Brasília, o quinto dia útil e o último dia útil de cada mês foram identificados como dias de “pico” e serão excluídos do histórico, evitando que alterem o padrão da base de dados².

¹ Outubro de 1997, após o fim do abastecimento diário.

² Os dados foram coletados durante pouco mais de 5 meses (maio/1997 até outubro/1997).

6.3.2 - “Inicialização”

Escolha da Taxa de Suavizamento e dos Valores Iniciais S'_t e S''_t

A equação básica do método de previsão que utilizaremos é dada por:

$$F_t = \left(2 + \frac{\alpha}{\alpha-1}\right)S'_t - \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha-1}\right)S''_t, \quad (5.6)$$

onde:

$$S'_t = \alpha X_{t-1} + (1-\alpha)S'_{t-1}$$

$$S''_t = \alpha S'_t + (1-\alpha)S''_{t-1}$$

Como em qualquer método de suavização exponencial, precisamos de valores iniciais para o modelo de previsão. Na prática, esta inicialização só é necessária uma única vez, ou seja, quando utilizamos o método pela primeira vez. Devido a este fato, seus resultados imediatos deverão ser descartados e o modelo é a princípio deixado de lado, funcionando paralelamente ao método de previsão já existente. Com o tempo, o modelo se auto-ajusta à série histórica e começa a fornecer bons resultados, independentemente dos valores utilizados na sua inicialização. É interessante notar que quanto menor o valor da taxa de suavização α , maior a influência dos valores iniciais sobre as previsões subsequentes.

Portanto, antes de tentarmos encontrar uma maneira adequada de inicializar os valores S' e S'' , procuraremos identificar a melhor maneira de trabalhar com a taxa de suavização α .

Como já havia sido mencionado antes, será descrita neste item uma experiência feita com a taxa de suavização α , utilizando o método de Chow, ou seja, aplicando uma taxa de suavização ao método de Brown que fosse variável com o tempo (α_t). O método de Chow é uma forma de controle adaptativo desenvolvida para as técnicas de suavização exponencial, monitorando e ajustando as constantes de suavização. O procedimento é aplicável a qualquer método de suavização exponencial que empregue apenas uma taxa de suavização.

Três valores igualmente espaçados da constante de suavizado devem ser escolhidos: um valor nominal (α_0), um valor superior (α_h) e um valor inferior (α_l), da seguinte forma:

$$\alpha_h = \alpha_0 + \delta \quad (6.1.1)$$

$$\alpha_l = \alpha_0 - \delta \quad (6.1.2)$$

Onde δ é uma constante escolhida de forma arbitrária, porém menor que 0,05.

Para cada período, três valores para a previsão são calculados, cada um utilizando uma das constantes de suavizado, sendo que o valor da previsão a ser considerado é aquele associado ao valor nominal da taxa α_0 . Os erros absolutos³ para cada período são então computados e denotados $\Delta(\alpha_0)$, $\Delta(\alpha_h)$ e $\Delta(\alpha_l)$, para indicar qual a constante a ser utilizada. A regra de decisão para que a taxa de suavizado seja alterada é baseada neste erro, da seguinte forma:

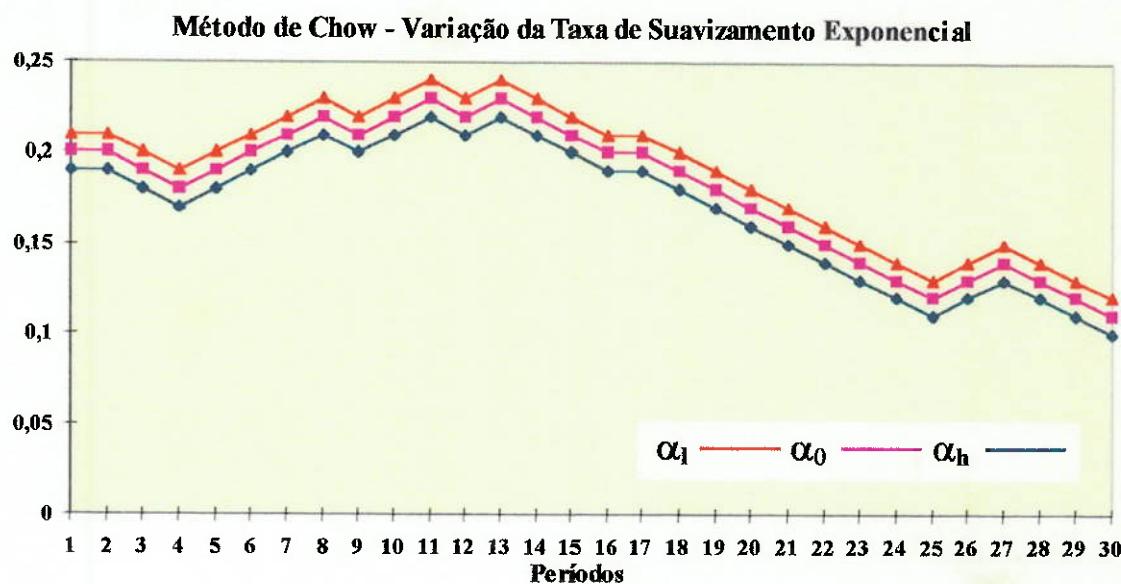
1. Se $\Delta(\alpha_0)$ é menor que $\Delta(\alpha_h)$ e $\Delta(\alpha_l)$, nenhuma mudança é feita.
2. Se $\Delta(\alpha_h)$ é menor que $\Delta(\alpha_0)$, então ajustamos α_0 para α_h , e os valores de α_h e α_l são recalculados conforme as equações (6.1.1) e (6.1.2).
3. Se $\Delta(\alpha_l)$ é menor que $\Delta(\alpha_0)$, então ajustamos α_0 para α_l e recalculamos as outras constantes novamente, conforme o item 2.
4. Se ambos $\Delta(\alpha_h)$ e $\Delta(\alpha_l)$ forem menores que $\Delta(\alpha_0)$, ajusta-se α_0 na direção do menor erro.

³ Chow também utilizou o erro absoluto médio, porém ambos os métodos eram semelhantes.

O método foi aplicado a uma série de valores de saques de uma máquina (que na tabela aparecem multiplicados por uma constante “k”) escolhida aleatoriamente, durante um determinado período, utilizando um δ de 0,01. Os resultados podem ser visualizados na seguinte tabela:

Saque	α_0	previsão	dma	α_0	previsão	dma	α_h	previsão	dma
48.340	0,19	45.000	5.000	0,20	45.000	5.000	0,21	45.000	5.000
53.037	0,19	46.269	5.336	0,20	46.336	5.340	0,21	46.403	5.343
46.942	0,18	48.938	4.701	0,19	49.126	4.709	0,20	49.311	4.719
48.591	0,17	48.543	3.864	0,18	48.653	3.826	0,19	48.757	3.808
50.346	0,18	48.836	3.464	0,19	48.929	3.393	0,20	49.013	3.338
45.677	0,19	49.680	3.561	0,20	49.786	3.529	0,21	49.882	3.511
52.571	0,20	48.522	3.654	0,21	48.525	3.632	0,22	48.517	3.625
40.438	0,21	50.384	4.912	0,22	50.467	4.976	0,23	50.541	5.051
44.841	0,20	46.614	4.253	0,21	46.479	4.241	0,22	46.336	4.233
45.656	0,21	45.866	3.444	0,22	45.723	3.365	0,23	45.576	3.319
54.326	0,22	45.661	4.541	0,23	45.544	4.557	0,24	45.429	4.602
50.709	0,21	49.331	3.845	0,22	49.414	3.806	0,23	49.502	3.787
35.708	0,22	50.207	6.082	0,23	50.299	6.179	0,24	50.393	6.294
48.104	0,21	44.205	5.602	0,22	43.988	5.704	0,23	43.768	5.824
46.667	0,20	45.528	4.665	0,21	45.437	4.720	0,22	45.352	4.787
45.154	0,19	45.846	3.870	0,20	45.797	3.864	0,21	45.756	3.866
51.939	0,19	45.492	4.360	0,20	45.438	4.391	0,21	45.392	4.429
54.971	0,18	47.818	4.890	0,19	47.903	4.927	0,20	47.995	4.964
41.842	0,17	50.479	5.565	0,18	50.689	5.671	0,19	50.901	5.783
32.738	0,16	47.856	7.189	0,17	47.855	7.372	0,18	47.850	7.555
33.406	0,15	43.105	7.590	0,16	42.805	7.716	0,17	42.502	7.833
44.633	0,14	39.936	7.156	0,15	39.494	7.304	0,16	39.058	7.449
48.492	0,13	40.805	7.231	0,14	40.524	7.403	0,15	40.262	7.574
42.004	0,12	42.469	6.351	0,13	42.379	6.420	0,14	42.314	6.484
41.739	0,11	42.172	5.641	0,12	42.082	5.630	0,13	42.015	5.615
35.142	0,12	41.865	5.760	0,13	41.773	5.750	0,14	41.704	5.738
54.671	0,13	40.004	6.829	0,14	39.787	6.937	0,15	39.592	7.046
49.571	0,12	43.482	6.733	0,13	43.587	6.804	0,14	43.718	6.867
51.510	0,11	44.856	6.723	0,12	45.065	6.757	0,13	45.293	6.776
47.113	0,10	46.311	6.072	0,11	46.624	6.005	0,12	46.947	5.917

Para facilitar a visualização, utilizaremos alguns gráficos:

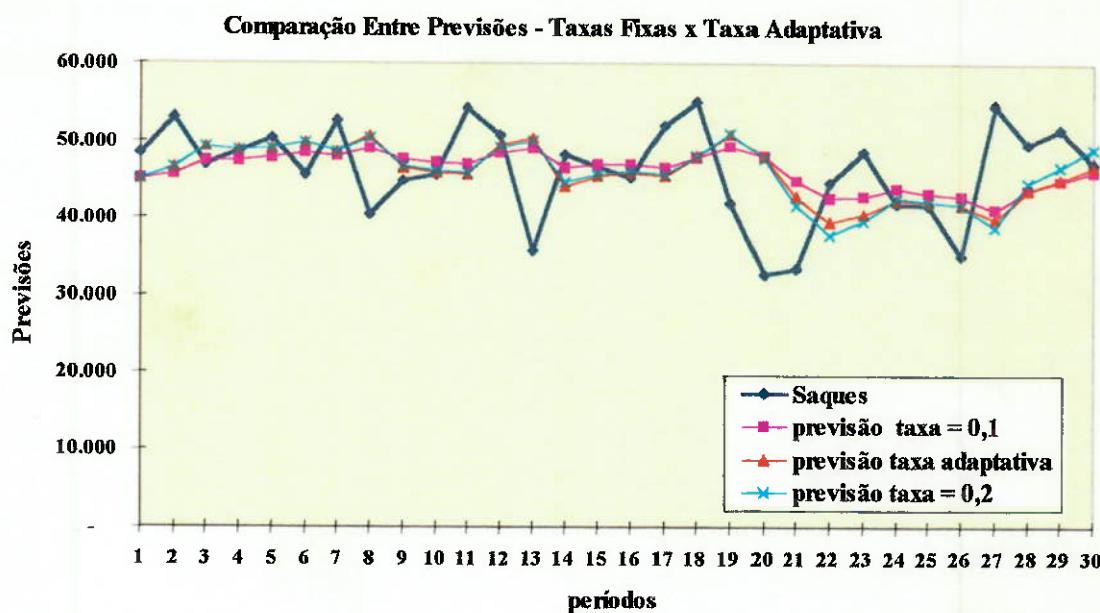


Façamos agora uma comparação entre as previsões resultantes do método de Chow, ou sejam, com uma taxa de suavizamento exponencial variando com o tempo (α_t) e entre as previsões advindas de taxas constantes. Apesar da taxa de suavizamento α poder assumir qualquer valor entre 0 e 1, as experiências descritas por Makridakis e Wheelwright sugerem que os valores ótimos estão entre 0,1 e 0,2, sendo que um α perto de 0,1 torna a previsão mais conservadora enquanto um α perto de 0,2 a torna mais respondente. Portanto, as outras duas séries utilizadas na comparação terão suas taxas de suavizamento iguais a 0,1 e 0,2.

Podemos visualizar os dados na seguinte tabela:

Saques	previsão $\alpha = 0,1$	previsão $\alpha = \alpha_t$	previsão $\alpha = 0,2$
48.340	45.000	45.000	45.000
53.037	45.668	46.336	46.336
46.942	47.175	49.126	49.150
48.591	47.236	48.653	48.669
50.346	47.612	48.929	48.951
45.677	48.277	49.786	49.819
52.571	47.902	48.525	48.528
40.438	48.956	50.467	50.346
44.841	47.419	46.479	46.745
45.656	46.984	45.723	45.949
54.326	46.774	45.544	45.721
50.709	48.327	49.414	49.041
35.708	48.921	50.299	49.930
48.104	46.420	43.988	44.530
46.667	46.766	45.437	45.679
45.154	46.772	45.797	45.937
51.939	46.474	45.438	45.526
54.971	47.576	47.903	47.962
41.842	49.118	50.689	50.893
32.738	47.801	47.855	47.681
33.406	44.853	42.805	41.749
44.633	42.478	39.494	37.860
48.492	42.709	40.524	39.684
42.004	43.687	42.379	42.592
41.739	43.229	42.082	42.094
35.142	42.793	41.773	41.666
54.671	41.110	39.787	38.756
49.571	43.593	43.587	44.561
51.510	44.695	45.065	46.640
47.113	46.024	46.624	48.864

Que podem ser dispostos no seguinte gráfico:

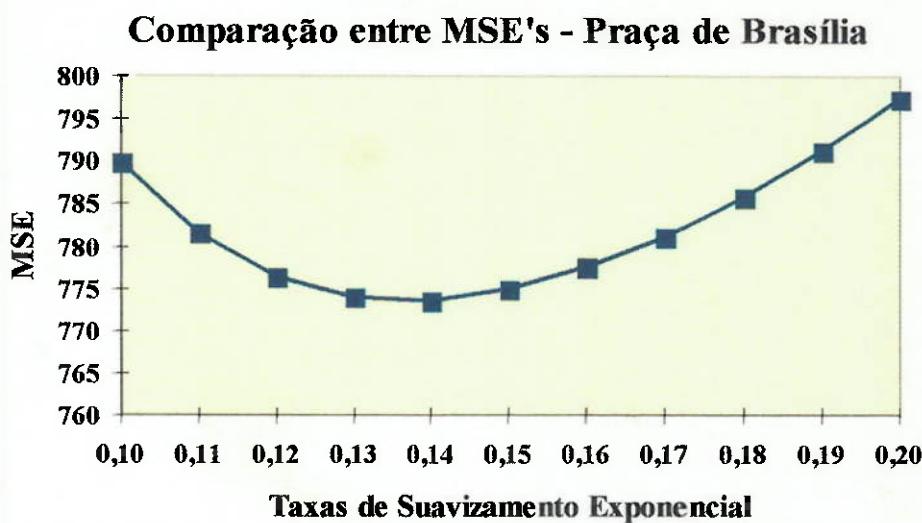


Apenas uma comparação visual dos resultados já indica que existem poucas diferenças entre os métodos. A natureza adaptativa do método de Chow não o torna tão volátil quanto os métodos ARRSES, preservando sua acurácia. Porém, seu desempenho é semelhante ao do método de Brown quando utilizamos apenas taxas constantes de suavizamento. O método de Chow necessita ainda de um número muito maior de cálculos a cada previsão, bem como de um maior número de dados estocados, elevando os custos do sistema e tornando-o mais complexo.

Uma vez realizada esta análise, chegou-se à conclusão que o método de Chow, utilizado em paralelo ao método de Brown anteriormente selecionado, não traria benefícios ao modelo de previsão e sua implementação no sistema foi descartada.

Portanto, optamos por utilizar uma taxa de suavizamento exponencial constante. Resta-nos responder qual o seu valor mais adequado. Geralmente ajustado para minimizar o erro médio quadrático (MSE), a única maneira de encontrar o valor do parâmetro será por tentativa e erro, uma vez que a tentativa de utilização de uma programação não-linear não foi capaz de resolver o problema, devido a sua complexidade. Aceita-se neste trabalho a recomendação de Makridakis e Wheelwright de que os valores ótimos estão entre 0,1 e 0,2.

Utilizando a praça de Brasília e suas 15 ATMs no teste, valores entre 0,1 e 0,2 foram atribuídos as taxas de suavizamento, com variação de 0,01 entre cada parâmetro. O MSE total da praça foi calculado e os resultados podem ser vistos no seguinte gráfico:



Portanto o valor da taxa que minimiza o MSE na praça de Brasília é de 0,14 e será utilizado no cálculo da previsão de todas as máquinas. É conveniente que tenhamos o máximo de precisão na escolha destes parâmetros, porém se analisarmos mais uma vez o gráfico de comparação entre previsões, veremos que os resultados fornecidos pelo modelo que utiliza uma taxa de suavizamento constante igual a 0,1 e o modelo que utiliza uma taxa de 0,2 não apresentam grandes diferenças entre si.

Após esta longa, porém necessária, discussão sobre o tratamento da taxa de suavizamento exponencial (α) a ser utilizada, ainda temos que definir uma maneira de inicializar o modelo, atribuindo valores para S' e S'' . Algumas maneiras são aqui descritas:

1. Separar as séries em duas partes, sendo uma parte utilizada para definir as taxas de suavizamento ótimas e a outra para estimar os valores de inicialização, através do cálculo de uma média.
2. Inversão da série histórica, fornecendo previsões que podem ser utilizadas como valores iniciais do modelo.
3. Utilizar uma média de algumas observações.
4. Caso não haja um histórico prévio, pode-se esperar pelos primeiros dados ou estimá-los através de uma análise qualitativa.

Porém, a preocupação em escolher os valores mais adequados diminui conforme aumenta-se o tempo que reservamos à adaptação do modelo à série temporal. Makridakis e Wheelwright apontam que, para o método linear de Brown, os valores de S' e S'' podem ser inicializados utilizando apenas o valor da primeira observação. No nosso caso, utilizaremos uma média dos três primeiros dados disponíveis no histórico.

6.3.3 - Cálculo da Previsão

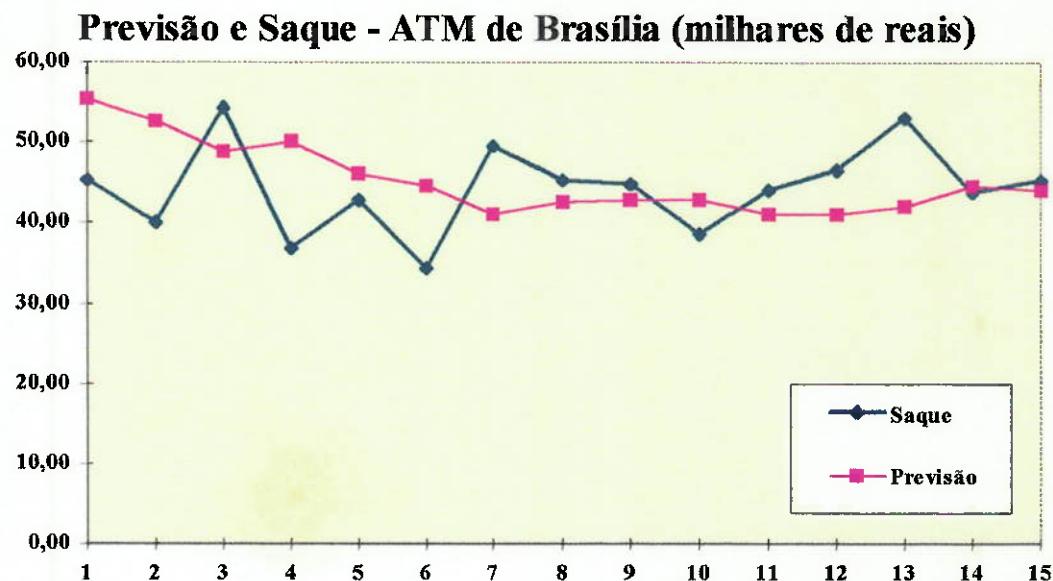
Com os dados devidamente selecionados e os parâmetros inicializados, aplicamos o método às séries históricas.

Apresentamos na tabela que segue os cálculos para uma única máquina, escolhida entre as ATMs da praça de Brasília:

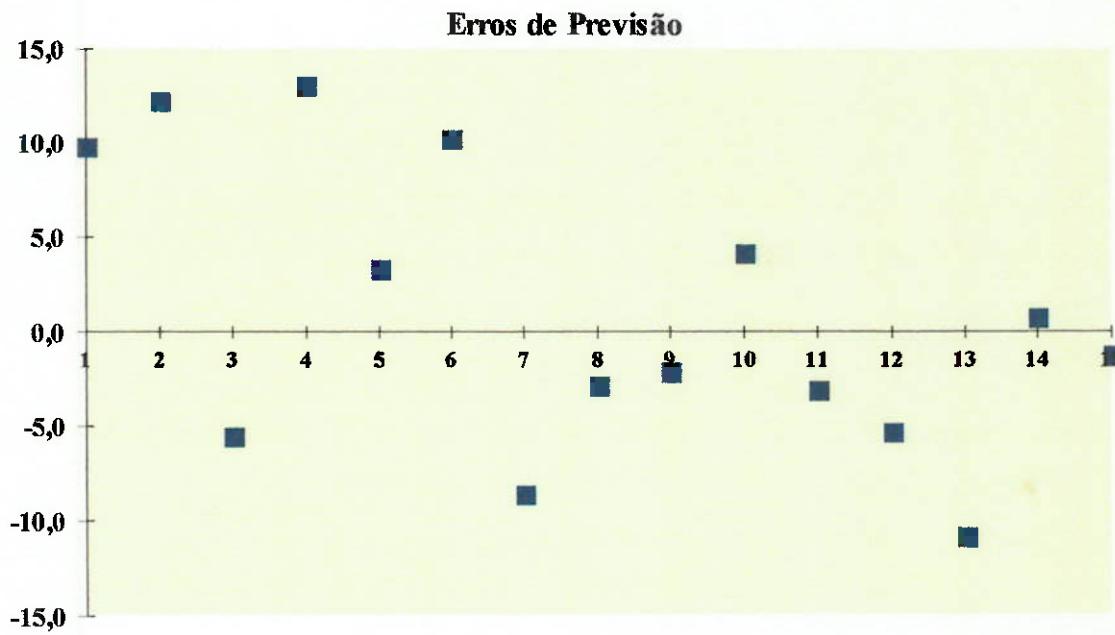
Saque ⁴	S'	S''	Previsão	$S' = S'' =$	55,05
	55,05	55,05		$\alpha =$	0,14
0	55,46	55,11	55,06	55,05	
1	45,38	53,75	54,87	55,16	
2	40,19	51,85	54,45	52,43	
3	54,34	52,20	54,14	48,82	
4	36,90	50,06	53,56	49,94	
5	42,73	49,03	52,93	45,98	
6	34,26	46,96	52,09	44,50	
7	49,65	47,34	51,43	40,99	
8	45,42	47,07	50,82	42,58	
9	44,89	46,76	50,25	42,71	
10	38,52	45,61	49,60	42,71	
11	44,01	45,39	49,01	40,97	
12	46,48	45,54	48,52	41,17	
13	52,92	46,57	48,25	42,07	
14	43,90	46,20	47,96	44,62	
15	45,42	46,09	47,70	44,15	

⁴ Soma dos saques das terças, quartas e quintas-feiras.

Os resultados podem ser melhor visualizados e analisados com o uso de um gráfico:



Talvez a melhor forma de avaliar os resultados do modelo seja através dos seus erros em um gráfico:



Da análise deste gráfico (e de outros não apresentados) e da não existência de correlação entre os pontos, podemos concluir que não existe um padrão nos erros de previsão. Qualquer padrão encontrado indicaria a existência de um erro sistemático, ou seja, algo que poderia estar sendo previsto e que não foi levado em conta na nossa formulação, indicando um problema de aderência do modelo ou um sistema instável.

Porém pode-se facilmente perceber que, calculada desta forma, a previsão de saques não atende às necessidades da TecBan, pois muitos clientes não serão atendidos por insuficiência de numerário na máquina. Explicitada esta “deficiência” do modelo, passamos a descrição daquilo que convencionamos denominar “Controle de Previsão”.

6.3.4 - Controle de Previsão e Estoque de Segurança

Esta talvez seja a parte mais interessante do modelo de previsão formulado. É neste momento que o próprio modelo avalia o seu desempenho, comparando o previsto versus o realizado e, conforme esta avaliação, altera o abastecimento do período seguinte.

Nenhum modelo de previsão produzirá resultados perfeitos. Sempre haverá alguma discrepância entre a previsão (F_t) e o realizado (X_t). Matematicamente, este erro de previsão é dado por:

$$e_t = F_t - X_t \quad (6.2)$$

É importante que os erros do modelo de previsão sejam avaliados pelo próprio modelo, para regular seus futuros resultados. A única forma desta avaliação futura ser feita é através de outro modelo de previsão, porém agora dos erros, embutido dentro do modelo de previsão de saques.

Para descobrir qual a técnica que melhor se adapta ao cálculo da previsão dos erros é necessário que passemos mais uma vez por um processo de seleção de um modelo de previsão, analisando agora as características do erro de previsão e não mais as características da demanda de saques das ATMs.

Não será transcrita aqui a análise de cada item, evitando que sejamos redundantes. Nos ateremos em uma única, porém fundamental, diferença entre a série dos saques e a dos erros: o comportamento dos dados.

Como já havia sido colocado antes, se uma série de erros de previsão apresentar uma tendência, sazonalidade ou ciclicidade, o modelo de previsão não deve estar com uma boa aderência à série e precisa ser revisto. A série dos erros de previsão não pode apresentar qualquer padrão no comportamento dos dados, com exceção da permanência, ou seja, a oscilação em torno de um valor constante e aproximadamente nulo. Ainda assim, a informação de que em média os erros de previsão tendem a zero pode não ser útil se não tivermos algum controle sobre a variância destes erros, pois grandes erros de sinais opostos tendem a cancelar uns aos outros.

A variância dos erros de previsão é dada por:

$$V(e_t) = V(F_t) - V(X_t) \quad (6.3.1)$$

$$\sigma_e^2 = \sigma_F^2 + \sigma_X^2 \quad (6.3.2)$$

Além da média e da variância dos erros de previsão, pode ser muito útil ter algum conhecimento sobre a forma da sua distribuição de probabilidade. Existem várias justificativas teóricas e empíricas que assumem que os erros de previsão têm aproximadamente uma distribuição normal.

Na prática isto pode ser facilmente constatado através de simulações em cima dos erros de previsão gerados pelos modelos e testes de aderência, estando os resultados apresentados no anexo 13.

Tomando o erro da previsão de saques como normalmente distribuído, média igual a zero e variância σ_e^2 , definimos matematicamente o Desvio Médio Absoluto (Δ) através da seguinte equação:

$$\Delta = E\{|e - E(e)|\} = 2 \int_0^{\infty} (e - 0) n(e; 0; \sigma_e^2) de = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_e \quad (6.4)$$

Costumando funcionar muito bem, até mesmo para erros não normais, este é o parâmetro sobre o qual faremos a previsão.

Se antes havíamos apontado o Suavizado Exponencial Duplo (Método Linear de Brown) como o mais adequado ao modelo de previsão de saques, motivados por sua capacidade de trabalhar com dados que apresentassem uma tendência, agora não temos mais esta necessidade.

Dado que as séries de erros apresentam apenas uma permanência, o suavizado exponencial único (SES) poderá ser empregado. Retomemos sua equação, dada por:

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha) F_t \quad (5.1)$$

Estaremos então fazendo a previsão daquilo que convencionou-se chamar de desvio médio absoluto (DMA), através do método SES e será através desta previsão que dimensionaremos um “estoque de segurança” para as ATMs do Banco24Horas. Este estoque de segurança deverá suprir, até um determinado ponto, as eventuais flutuações da demanda de saques não previstas pela previsão de saques.

Portanto, para compor a quantidade adequada de numerário para o abastecimento de uma ATM, a previsão e o estoque de segurança devem ser somados.

Surge então a idéia de se construir um intervalo de confiança em torno do valor da previsão de saque, para que este intervalo tenha uma probabilidade conhecida de conter o valor a ser futuramente realizado, ou seja, efetivamente sacado. O nível ou grau de segurança do respectivo intervalo determinará o dimensionamento do estoque de segurança, de uma forma diretamente proporcional: quanto maior o nível de segurança, maior deverá ser o estoque de numerário extra dentro das máquinas. Devemos portanto neste momento determinar a forma como o estoque de segurança será calculado.

Uma vez assumida a hipótese de que o erro segue uma distribuição normal, em que:

$$E(F_t - X_t) = 0$$

e, pela equação (6.4),

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \Delta \quad (6.5)$$

podemos assumir que o Estoque de Segurança (ES) é dado por:

$$ES = z_\alpha \sqrt{\frac{\pi}{2}} \Delta \quad (6.6)$$

onde z_α é o valor de entrada na tabela da normal reduzida e α é a probabilidade de erro de estimativa do Estoque de Segurança.

Seria interessante definir uma regra prática para o cálculo do estoque de segurança, para determinados níveis de segurança. Da equação (6.6), definimos como o Fator de Segurança (F) o valor de:

$$F = z_\alpha \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (6.7)$$

Que poderá ser extraído da seguinte tabela:

Probabilidade de Parada	z_α	Fator de Segurança (F)
10%	1,285	1,611
5%	1,645	2,062
3%	1,960	2,456
1%	2,325	2,914

Portanto,

$$ES = F \Delta \quad (6.8)$$

Por exemplo, para que se corra um risco conhecido e definido de parada de uma ATM de 5%, é preciso que se some à sua previsão de saque um Estoque de Segurança (ES) igual ao Desvio Médio Absoluto (DMA ou Δ) multiplicado por um Fator de Segurança (F) igual a 2,062.

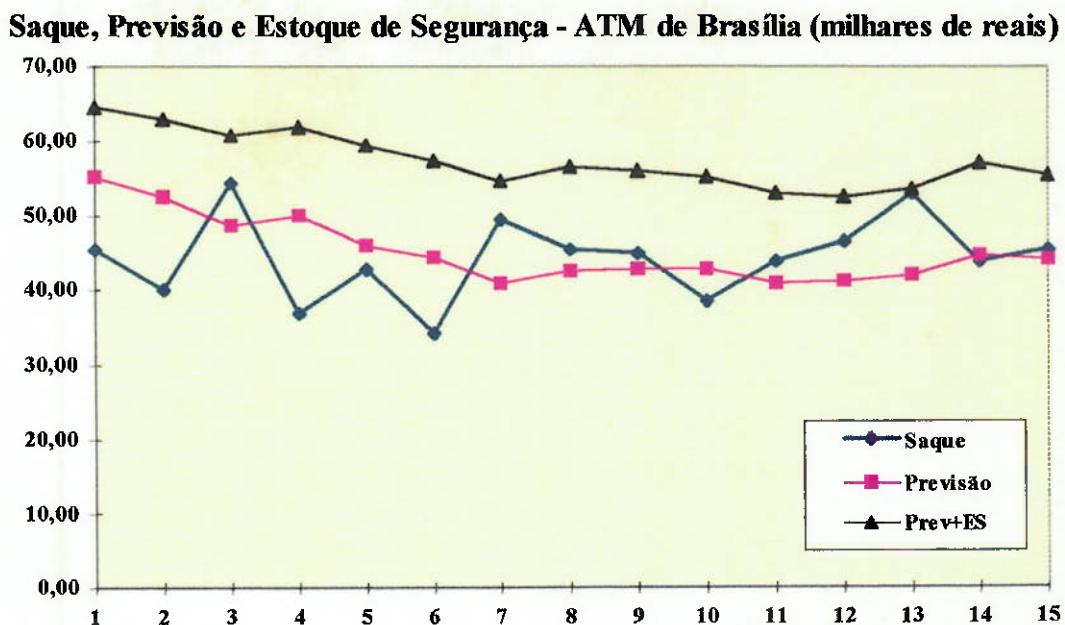
Na tabela abaixo, é feito o cálculo do Estoque de Segurança para a mesma ATM analisada anteriormente. Como usaremos um método de suavizamento exponencial também para o DMA, teremos mais uma vez que escolher os valores da taxa de suavizamento e de inicialização. A preocupação agora é menor, porém utilizaremos uma metodologia análoga à utilizada na inicialização do modelo de previsão.

	Saque	Previsão	erro	erro abs	DMA	ES	Prev+ES*	S' = S'' =	55,05
0	55,46	55,05	-0,41	0,41	4,63	9,38	64,31	$\alpha =$	0,14
1	45,38	55,16	9,78	9,78	5,15	10,43	64,55	DMA_t	4,63
2	40,19	52,43	12,24	12,24	5,86	11,86	62,86	$\delta =$	0,10
3	54,34	48,82	-5,52	5,52	5,82	11,80	60,69	$F =$	2,062
4	36,90	49,94	13,04	13,04	6,54	13,26	61,74		
5	42,73	45,98	3,25	3,25	6,21	12,59	59,23		
6	34,26	44,50	10,24	10,24	6,62	13,41	57,09		
7	49,65	40,99	-8,66	8,66	6,82	13,82	54,40		
8	45,42	42,58	-2,84	2,84	6,42	13,01	56,40		
9	44,89	42,71	-2,18	2,18	6,00	12,15	55,72		
10	38,52	42,71	4,19	4,19	5,82	11,79	54,86		
11	44,01	40,97	-3,04	3,04	5,54	11,22	52,76		
12	46,48	41,17	-5,31	5,31	5,52	11,18	52,39		
13	52,92	42,07	-10,85	10,85	6,05	12,26	53,24		
14	43,90	44,62	0,72	0,72	5,52	11,18	56,88		
15	45,42	44,15	-1,27	1,27	5,09	10,32	55,32		

* A previsão em t é somada ao estoque de segurança em $t-1$

O Fator de Segurança utilizado foi de 2,062, garantindo que a probabilidade da máquina parar por falta de numerário seja de 5%, ou, em outras palavras, garantindo um nível de segurança de 95%.

Os dados da tabela encontram-se no seguinte gráfico:



No exemplo dado, a soma do resultado do modelo de previsão com o estoque de segurança dimensionado (para um nível de confiabilidade de 95%) foi suficiente para cobrir a demanda de saques no período estudado.

6.3.5 - Extensão para a Praça

Os procedimentos descritos foram então executados para todas as ATMs da praça de Brasília e seus resultados podem ser vistos nos anexos 14 e 15.

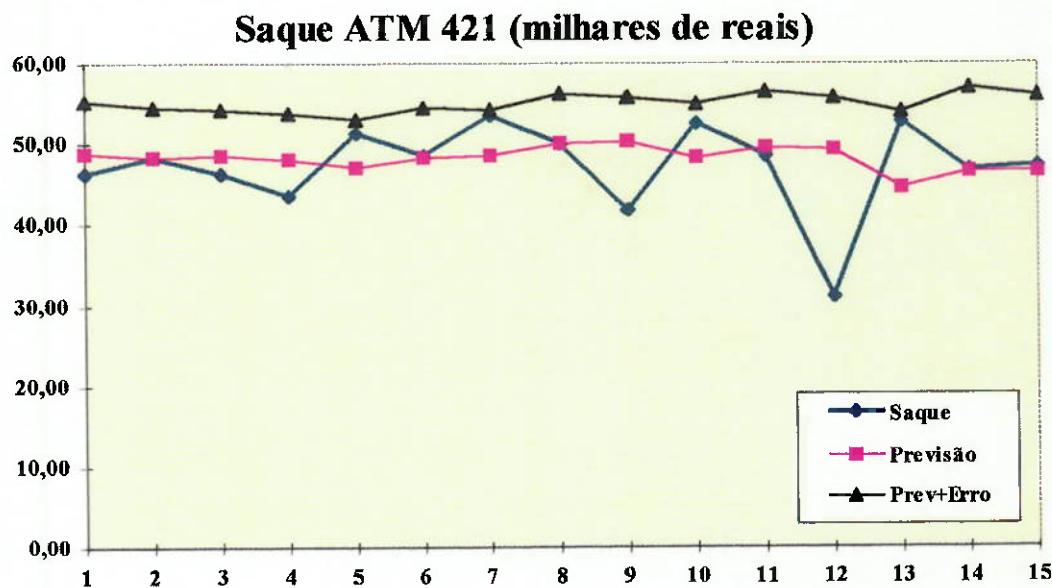
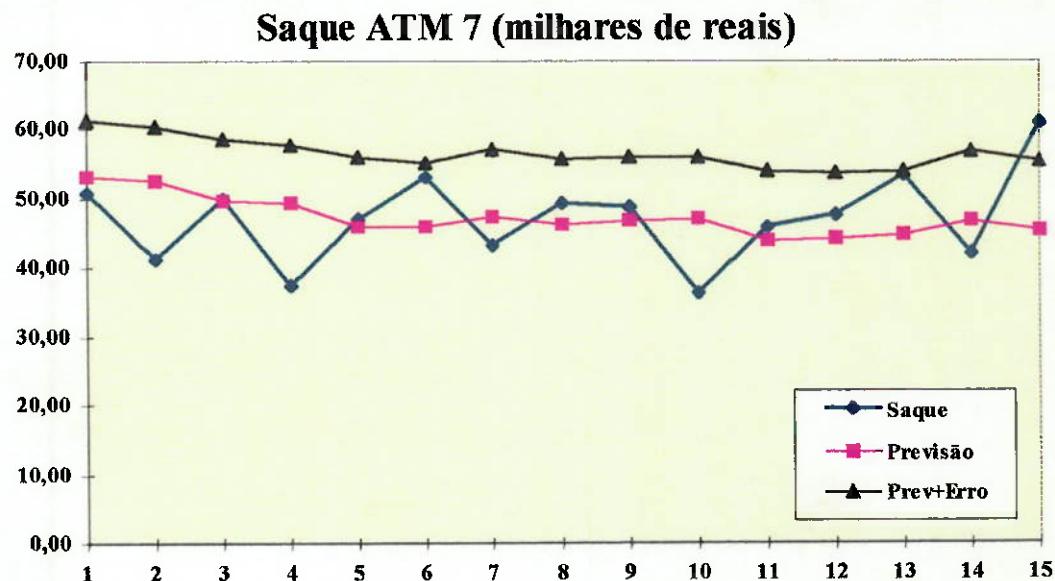
Se for do interesse da empresa utilizar o processo para prever o saque total da praça, esta não encontrará nenhum problema, pois tudo se passa como se a praça fosse uma grande ATM, porém ainda mais precisa, devido aos desvios relativamente menores (se comparados aos das máquinas individualmente).

6.3.6 - Análise de Resultados

Algumas das 15 ATMs da praça de Brasília terão seus dados de saques, previsão e estoques de segurança dispostos em gráficos para que possamos avaliar o desempenho do modelo.

As máquinas serão escolhidas arbitrariamente, por oferecerem algum tipo de representatividade conveniente à discussão e que valha a pena ser analisada.

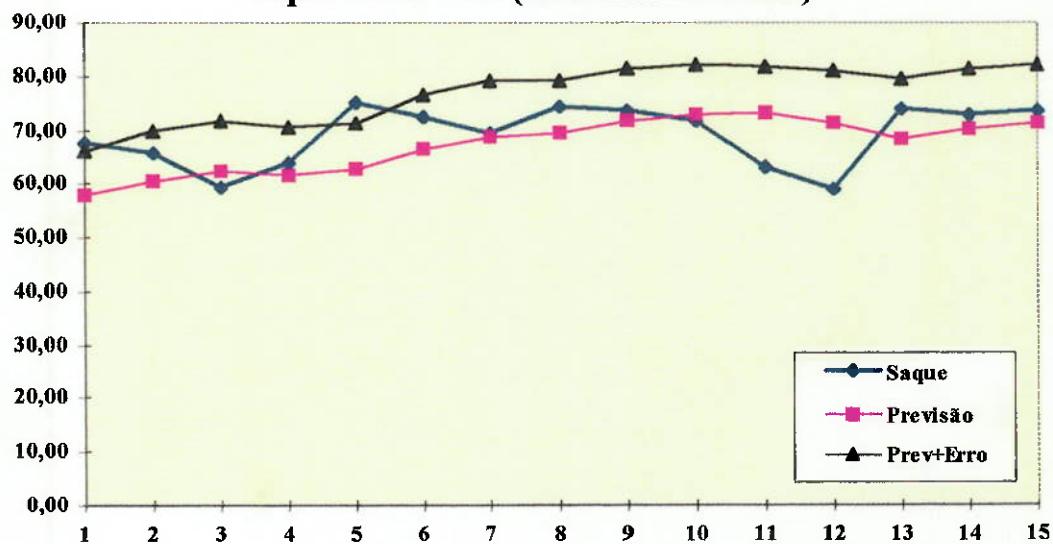
As ATMs 7 e 421 (os números não correspondem aos reais) foram escolhidas por apresentarem uma clara permanência no saque. Oscilando em torno de 45 e 50 mil reais respectivamente, é interessante notar o comportamento da previsão e do estoque de segurança, praticamente constantes ao longo do tempo.



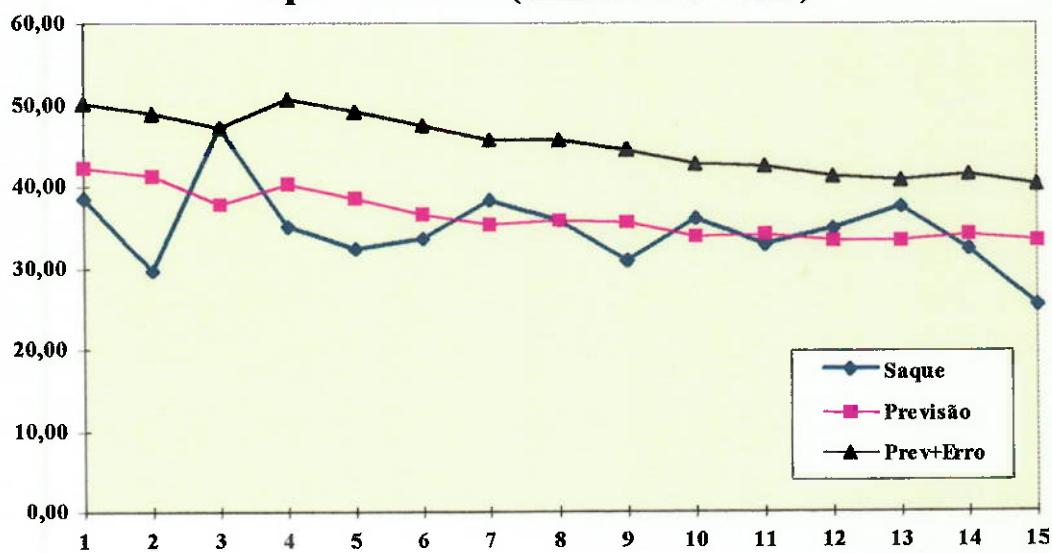
As ATMs 419 e 423 apresentam respectivamente uma tendência de crescimento e de queda no volume sacado. O Método Linear de Brown de Suavização Exponencial Duplo apresentou nestes casos um desempenho bastante adequado.

O caso da ATM que apresenta uma tendência decrescente é uma exceção no panorama geral das máquinas, pois os números apontam para uma maior volume de saques, tanto pelo aumento do número de transações quanto pelo aumento gradual do valor do saque médio (por cliente). É interessante notar também que, conforme a previsão fica mais precisa e os erros diminuem, o estoque de segurança automaticamente vai sendo reduzido.

Saque ATM 419 (milhares de reais)

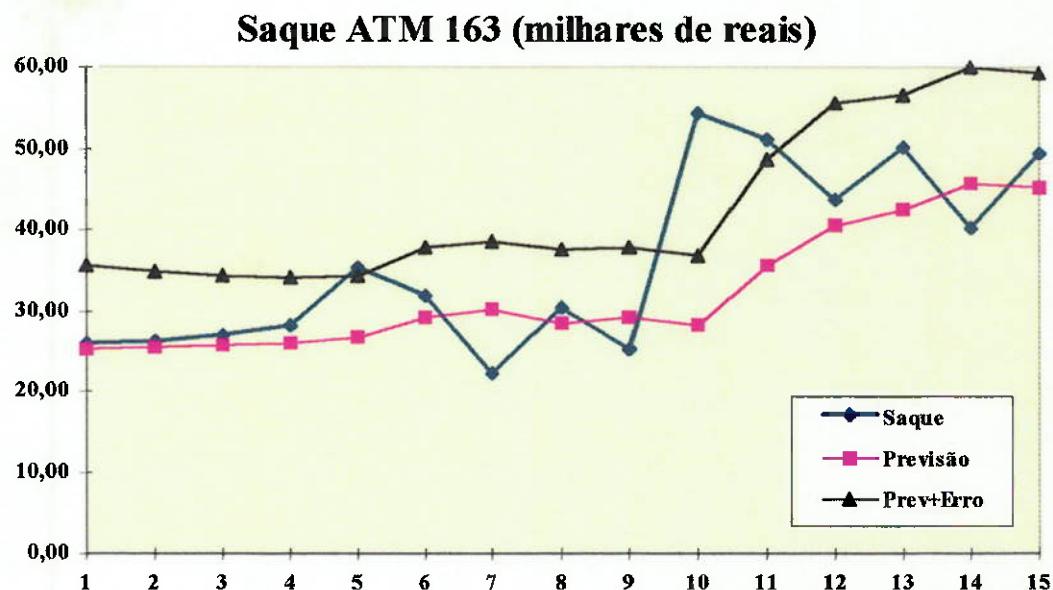


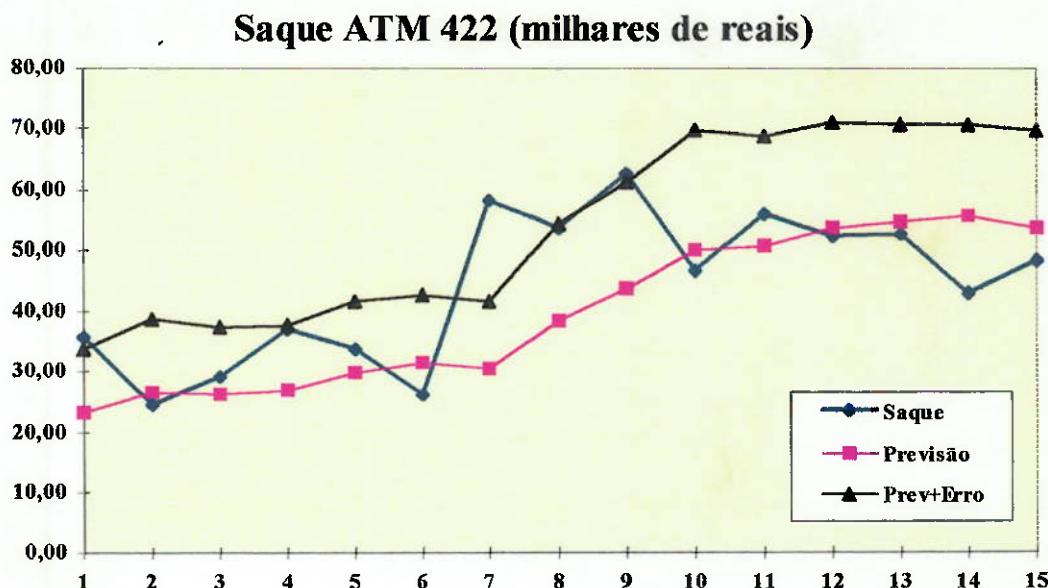
Saque ATM 423 (milhares de reais)



Já havíamos comentado anteriormente que a demanda de saques só pode realmente ser avaliada se a máquina estiver o tempo todo disponível e não devemos confundi-la com o saque registrado. Levando em conta a alta disponibilidade do Banco24Horas (aproximadamente 97%), estariamos aproximando a demanda de saques pelo valor efetivamente sacado.

Nas duas últimas ATMs a serem analisadas (163 e 422) precisaremos nos alongar um pouco na discussão, sendo máquinas onde encontramos uma clara quebra na continuidade do volume sacado. A máquina 163 apresentava um volume sacado de aproximadamente 25 mil reais, saltando para um patamar de aproximadamente 45 mil reais. O mesmo acontece com a ATM 422, que apresentava um saque em torno 30 mil reais e passou para algo em torno de 50 mil.



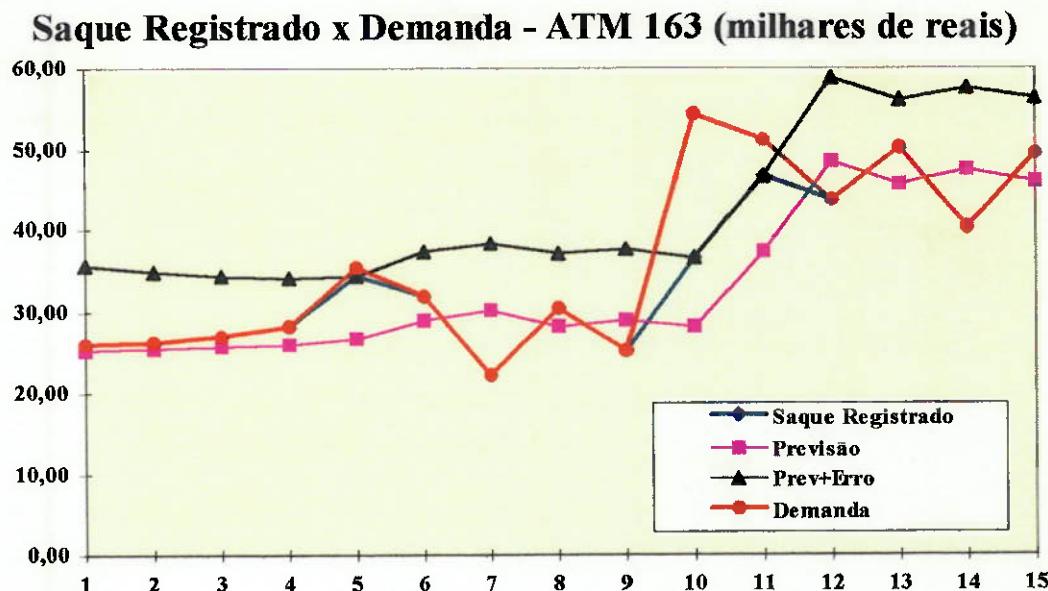


Precisamos analisar alguns aspectos da situação:

A máquina só pôde suprir o “salto” no saque porque havia uma quantidade de numerário suficiente nas máquinas. Sendo assim, ou o funcionário responsável, através de alguma informação e análise, pôde prever a mudança, ou a máquina encontrava-se por algum tempo “super-abastecida”. Considerando a última hipótese muito improvável, podemos entender neste exemplo o valor do julgamento dos usuários do modelo e sua importância no sistema de previsão.

O modelo só será capaz de detectar a mudança depois da sua ocorrência, ou seja, de uma forma reativa, o que não é desejável. Vemos também a importância dos responsáveis entenderem ao menos as bases conceituais do sistema. Por não existir subjetividade, sabe-se exatamente aquilo que o modelo leva, ou não, em conta quando analisa uma série e devolve uma previsão de saque. Tendo isto em mente, o funcionário é capaz de intervir e proceder com as alterações que achar conveniente. Sem este tipo de entrada no sistema, ele com certeza apresentará maior número de falhas.

Outro aspecto a ser analisado diz respeito aos dados que alimentam o sistema. O modelo calcula os valores da previsão utilizando os valores dos saques disponíveis (registrados) e não utilizando a demanda dos saques. Vejamos em um gráfico o que aconteceria na prática, caso o modelo estivesse funcionando normalmente e uma máquina (a ATM 163) subitamente alterasse o patamar de seus saques, sem que houvesse um monitoramento adequado dos resultados.



No décimo período a máquina ficará indisponível por falta de numerário e a nova e representativa demanda de saques não será registrada pelo sistema. Infelizmente, uma vez estando a máquina indisponível, o dado referente a demanda se perde, alterando os resultados do modelo. O que ficará registrado, e consequentemente utilizado no cálculo da previsão, é o valor do abastecimento, talvez muito menor que a demanda real. O mesmo acontece no quinto período, porém o problema é bem menor, pois o valor da demanda é muito próximo da quantidade de numerário que estaria disponível na máquina.

Como então diferenciar as duas ocorrências e quem é o responsável por esta tarefa - o funcionário ou o modelo?

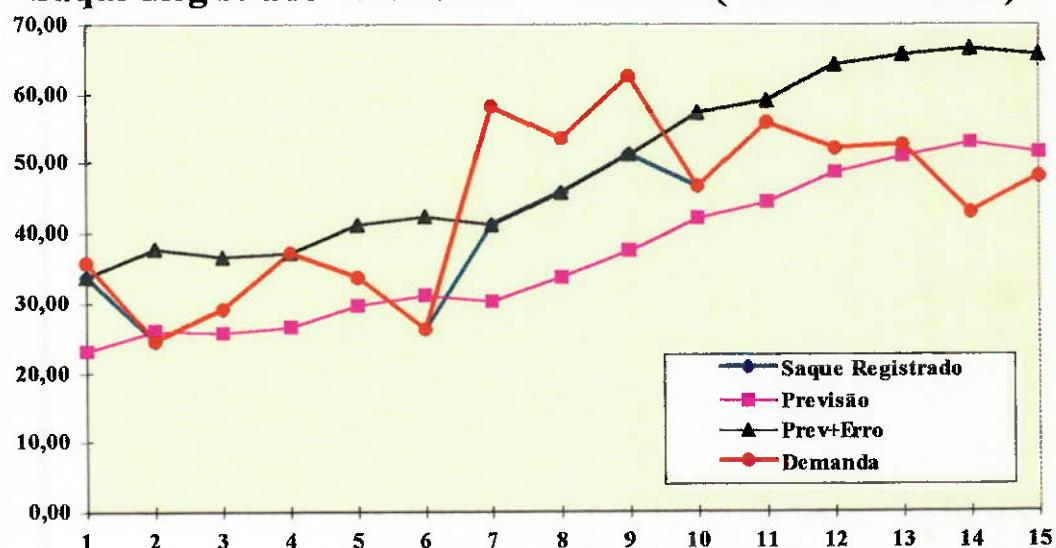
Talvez a melhor forma de diferenciar as duas ocorrências seja através do tempo em que a máquina ficou indisponível. Apesar da demanda variar nas diferentes horas do dia, muito provavelmente a máquina 163 ficou mais tempo indisponível no décimo período que no quinto. A variável “tempo de indisponibilidade” poderá ser então o indicador que determinará se houve apenas um erro de previsão do modelo ou se realmente a natureza da série de saques se alterou, com um salto para outro patamar.

Entende-se que em um primeiro momento esta análise seja feita pelos responsáveis da micro distribuição, sempre que uma máquina fique indisponível, qualquer que seja o motivo. Caso esta análise venha a ser feita por um modelo, um estudo complexo precisará ser desenvolvido. Acredita-se que isto não só atrasaria muito a implementação do sistema, como também seria algo de pequena relevância.

É importante que o problema seja levantado, não só para que tomemos conhecimento de sua existência, mas também para que possamos compreendê-lo e para que possamos medir a sua extensão. Realmente não é algo preocupante, pois espera-se que saltos como este não sejam freqüentes. As mudanças nos volumes sacados costumam ser graduais e identificadas pelo modelo através de uma tendência. O funcionário entretanto poderá prever ou detectar a ocorrência destas mudanças “bruscas” de patamar e deverá desprezar os resultados do modelo por alguns períodos, avaliando a situação e agregando seu conhecimento aos futuros abastecimentos.

O modelo deverá então ficar um tempo em “stand by”, até que possa oferecer bons resultados novamente. Este tempo de espera é proporcional ao tamanho do salto, pois quanto maior o degrau que separa um patamar do outro, mais tempo demora o modelo para se adaptar. Outra maneira de apressar o processo seria mudar a taxa de suavização para um valor mais alto, aumentando a velocidade de adaptação do modelo aos novos valores. Felizmente no caso da TecBan, estes saltos são pouco expressivos e o tempo de adaptação do modelo ao novo patamar é de alguns períodos: 2 no caso da ATM 163 e 3 no caso da 422, como podemos ver no gráfico abaixo.

Saque Registrado x Demanda - ATM 422 (milhares de reais)



6.3.7 - Quantidade de Numerário Disponível

É importante neste momento relembrarmos certos detalhes do processo de distribuição de numerário da rede Banco24Horas.

Na fase denominada “macro distribuição”, a TecBan entra em contato com as instituições financeiras associadas, negociando o montante a ser entregue nos dias da semana que se seguem. A quantidade de numerário a ser disponibilizada para a rede Banco24Horas é praticamente definida unilateralmente pelos bancos associados, sob alguma influência dos funcionários da TecBan. Entretanto, a empresa tem o direito de requisitar uma quantidade maior, porém deverá pagar um determinado percentual pela diferença, com base no CDI. Nesta regra se baseou toda a primeira parte deste trabalho, onde definimos os períodos de abastecimento ótimos das ATMs (implantado com sucesso em agosto de 1997).

O que é preciso ter em mente é que o montante a ser abastecido nas ATMs depende não só da sua previsão individual de saques (definida pela “micro distribuição”), mas também da disponibilidade de numerário da praça. Da maneira como o processo está hoje em dia formatado, não é raro os responsáveis pela micro terem que rever suas previsões de saque e alterá-las, devido a insuficiência de numerário na praça. Outra alternativa é uma renegociação com a macro, que pode tentar aumentar a remessa da praça. Porém, aumentar a remessa de uma praça se traduz obrigatoriamente em reduzir a de uma outra ou, em último caso, entrar em contato com algum banco e requisitar um complemento.

Não faz parte do escopo deste trabalho tentar definir esta parte do processo de distribuição do numerário de rede Banco24Horas, pois mudanças mais profundas envolvem os níveis mais altos da empresa e dos associados da rede. Neste trabalho buscamos o desenvolvimento e a implementação de ferramentas úteis ao processo, sendo imprescindível a flexibilidade das mesmas, podendo ser utilizadas independentemente das questões gerenciais e políticas que envolvem a distribuição do numerário.

Para tanto, desenvolveremos um último módulo, que será um complemento do sistema, trabalhando paralelamente ao modelo de previsão e conferindo-lhe maior flexibilidade. Este módulo irá adequar a quantidade de numerário requisitada pelo modelo de previsão (previsão do saque mais estoque de segurança das ATMs) à quantidade de numerário disponível na praça naquele período.

Se houver uma quantidade de numerário disponível na praça maior (ou igual) a que o modelo de previsão requisita para as ATMs, as máquinas serão abastecidas com os valores determinados pelo modelo e haverá uma sobra.

Para entender como o modelo irá trabalhar os casos em que houver falta de numerário, muito mais prováveis, começemos desdobrando a equação (6.8):

$$ES = F\Delta = z_\alpha \sqrt{\frac{\pi}{2}} \Delta$$

onde

ES é o estoque de segurança

F é o fator de segurança

z_α é um valor retirado da tabela da normal reduzida

α é probabilidade de parada da máquina

DMA (Δ) é o desvio médio absoluto

Definindo o nível de segurança do abastecimento, ou seja, a probabilidade de que a previsão mais o estoque de segurança de uma ATM sejam suficientes para atender a demanda dos saques, automaticamente definiu-se um valor da z.

A situação agora é diferente. Não há dinheiro suficiente na praça para garantir os níveis de confiabilidade anteriormente definidos e, consequentemente, os estoques de segurança terão que ser menores e a probabilidade de parada das máquinas aumentará.

Consequentemente, nossa tarefa é redimensionar o estoque de segurança, utilizando para isso a diferença entre a quantidade de numerário disponível na praça e a soma das previsões das ATMs. Portanto, esta diferença será o somatório dos estoques de segurança das ATMs da praça.

Da equação (6.8) temos:

$$\sum ES = \sum F\Delta = F \sum \Delta$$

Portanto:

$$F = \frac{\sum ES}{\sum \Delta} \quad (6.8)$$

Definindo F desta forma, automaticamente definimos Z e consequentemente α , pois da equação (6.7) temos:

$$F = z_\alpha \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (6.7.1)$$

ou

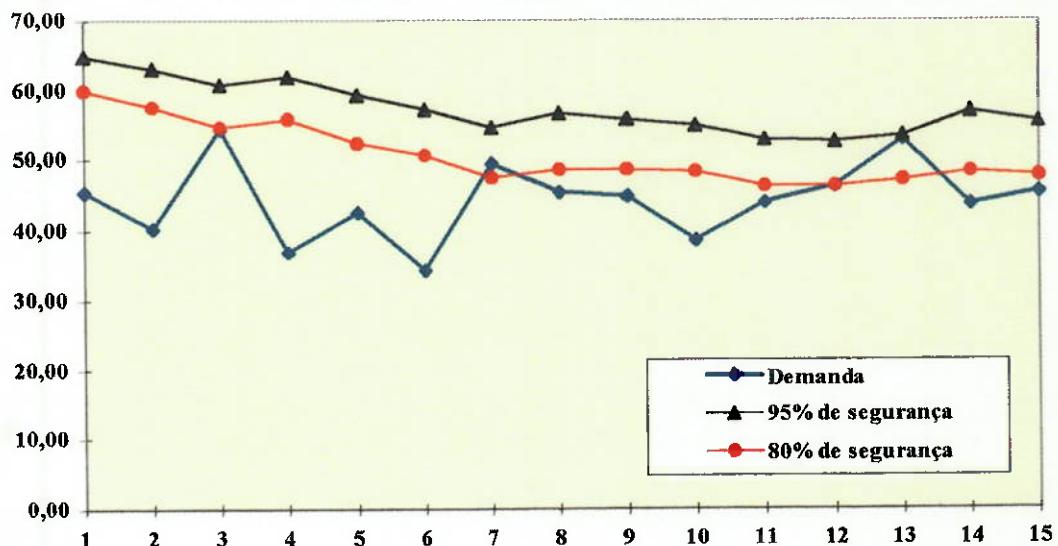
$$z_\alpha = F \sqrt{\frac{2}{\pi}} \quad (6.7.2)$$

Sabendo o valor de z_α , pode-se consultar a tabela da normal reduzida (ou utilizar uma função específica de uma planilha eletrônica), descobrindo o valor de α , ou seja, a probabilidade de parada da máquina e o nível de confiabilidade, dado por $1 - \alpha$.

Concluindo, a empresa poderá a princípio definir o valor do fator de segurança (F) que melhor lhe convier, sabendo claramente qual o risco associado a esta escolha. Se não houver numerário suficiente para cobrir o nível de segurança determinado, a empresa só terá duas opções: encontrar uma forma de enviar mais dinheiro à praça ou arcar com as consequências de operar com níveis de segurança mais baixos, porém conhecidos.

Vejamos em um gráfico quais os resultados que obteríamos para uma ATM cujo nível de segurança estabelecido fosse de 95% ($F = 2,062$), porém em todos os períodos só houvesse numerário suficiente para um fator de segurança igual a 1 (correspondendo a um nível de segurança de 80% aproximadamente):

Abastecimento de ATM com Níveis de Segurança Diferentes (milhares de reais)



Como era esperado, a diferença no nível de confiabilidade de 15% foi alta o suficiente para ocasionar a parada da máquina no sétimo e décimo terceiro períodos.

6.4 - Conclusões

Após passarmos por uma extensa revisão bibliográfica, fomos capazes de selecionar os critérios que seriam utilizados na seleção do modelo de previsão.

As técnicas de suavizamento exponencial foram então apontadas, à vista destes critérios e da experiência de certos autores, como as mais adequadas entre os inúmeras existentes. Dentre estas, selecionamos o Método Linear de Brown de Suavizamento Exponencial Duplo como sendo o mais apropriado.

Neste capítulo as restrições do modelo foram extensamente debatidas. Entendendo as suas limitações, pode-se passar para a fase de implantação, pois sabe-se exatamente os momentos em que intervenções serão necessárias.

O tratamento dos dias típicos em que o volume sacado aumenta e dos dias atípicos (como feriados), não é apresentado neste trabalho, porém alguns métodos já foram debatidos e provavelmente serão implantados em uma segunda fase do projeto.

O funcionamento do modelo foi aqui explicado em detalhes, sendo um roteiro básico para sua aplicação, desde a fase de cadastramento de datas e inicialização, até o momento em que se confronta as necessidades do modelo (previsão e estoque de segurança) com as eventuais disponibilidades de numerário da praça.

O estoque de segurança, dimensionado através da previsão dos erros e de fatores de segurança, se mostrou um elemento extremamente útil, pois através dele a empresa poderá calibrar o sistema para o nível de segurança que achar mais conveniente. Em contra partida, se não houver numerário suficiente para cobrir este nível de segurança desejado, a empresa poderá saber qual a probabilidade de parada das ATMs, decidindo se arcará ou não com estes riscos.

Não descarta-se entretanto a necessidade de intervenções por parte dos responsáveis, que com base em suas próprias experiências e análise, poderão modificar a previsão a ser utilizada.

6.5 - Vantagens

O processo de previsão automática de saques através de um modelo matemático inserido em um sistema de previsão completo deverá oferecer resultados coerentes com sua aplicação e parametrização.

Da forma como o modelo foi desenvolvido, até os menos experientes no processo de previsão poderão, a partir de um entendimento das suas bases conceituais, conseguir resultados satisfatórios às suas necessidades.

Não só haverá um ganho expressivo de produtividade, devido a velocidade com que a previsão poderá ser feita, como também praticamente será eliminado o subjetivismo existente na fase de micro distribuição.

Os resultados do modelo estão diretamente ligados a um nível de confiabilidade da previsão (ou a uma probabilidade de falha). A empresa então é capaz de determinar os níveis de confiabilidade com que a previsão dos saques irá operar, sabendo que a insuficiência de numerário ocasionará queda na confiabilidade, porém a níveis conhecidos.

CAPÍTULO VII

Conclusão Geral

7.1 - Conclusões Gerais

Quando no começo deste estudo definimos nossos objetivos, estávamos na verdade nos propondo a redefinir o processo de trabalho no sistema de abastecimento da Rede Banco24Horas. Com certeza era, e ainda é, um grande desafio para o autor e para todos os envolvidos, devido não só à dimensão das metas estabelecidas, como também às barreiras culturais que qualquer mudança deste tipo costuma encontrar.

Todo o trabalho se baseou na construção de modelos matemáticos que descreveriam nossos problemas de decisão, permitindo uma abordagem consistente e simplificada, uma vez que as complexidades e incertezas inerentes a qualquer problema desta natureza estariam dispostas de uma maneira lógica e passível de manipulação.

O balanço adequado entre realidade e tratamento analítico era algo fundamental e essencial à consistência dos modelos que criariam, caso realmente quiséssemos utilizá-los como ferramentas auxiliares às nossas decisões.

Aparentemente obtivemos êxito em nossas tentativas, uma vez que a utilização do modelo aprimorado para os períodos de abastecimento obteve uma repercussão extremamente positiva dentro da empresa, tendo sido, como desejávamos, uma ferramenta útil e prática à tomada de decisão.

Hoje os períodos de abastecimento das ATMs da Rede Banco24Horas foram alterados conforme indicado pelo modelo desenvolvido e os resultados têm sido muito satisfatórios, com uma sensível redução de custos e uma contribuição considerável ao aumento da disponibilidade das máquinas.

Ferramenta poderosa, a modelagem matemática de problemas de decisão poderá ainda ser muito útil à TecBan, pois existem outras áreas e trabalhos potencialmente favoráveis a sua utilização.

Entende-se que um trabalho junto aos responsáveis pelo abastecimento ainda precisa ser feito, para que os conceitos e fundamentos básicos que passaram a nortear seu processo de trabalho possam ser conhecidos por todos. Não espera-se com isto apenas “mantê-los informados”. Na verdade, a intenção é fazê-los entender os conceitos e adotá-los, utilizando as informações de forma correta e sugerindo mudanças.

Complementando a primeira fase de nosso projeto, passamos ao estudo da previsão de saques das ATMs da rede. Não bastasse a complexidade da tarefa, o autor precisou contar com o apoio de vários professores da universidade, face à sua inexperiência com o assunto. Consequentemente esta etapa do trabalho exigiu uma pesquisa bibliográfica relativamente extensa, onde critérios para a seleção foram levantados e diferentes modelos testados.

Inserido em um sistema de previsão, o trabalho atrelou o modelo matemático a um controle de previsão, responsável pela análise dos erros e adequação das previsões futuras. Constatou-se a normalidade dos erros de previsão e a possibilidade de definir níveis de segurança para os abastecimentos, traduzidos pelos volumes dos estoques de segurança.

As simulações sobre dados reais da praça de Brasília demonstraram a adequação e a flexibilidade do modelo, com um número de paradas condizente com o grau de segurança utilizado na parametrização.

Parte essencial de um sistema de previsão completo, entendemos aqui que a agilidade e flexibilidade do modelo não são suas únicas vantagens. Ter o controle e conhecimento total sobre as suas probabilidades de falha (parada de máquinas) é um dos maiores ganhos do gestor do sistema, que poderá dosar o risco com que deseja trabalhar. Sabendo ainda de suas restrições, o gestor poderá interferir com relativa precisão sobre os resultados que não acreditar serem adequados.

Mais uma vez ressaltamos que um modelo não produz respostas. Um modelo será sempre uma ferramenta a ser utilizada no processo decisório e seus resultados devem estar sempre sujeitos a análise, para que sejam validados.

No caso do modelo de previsão, os responsáveis pela sua utilização deverão certamente ser submetidos a algum processo de treinamento, pois só assim o modelo poderá ser utilizado com eficiência.

Durante o mês de novembro/1997, o projeto provavelmente passará por um processo de avaliação pelos gerentes responsáveis, que decidirão se este terá continuidade. Cabe dizer que sou muito otimista com relação aos resultados da implantação do sistema, pois acredito na eficiência e praticidade destes modelos.

Neste último parágrafo, gostaria de ressaltar como esta experiência tem sido extremamente gratificante e agradecer a todos na TecBan pela oportunidade, confiança e amizade.

ANEXOS

ANEXO 1

SIMULAÇÃO PARA AS ATMs DA PRAÇA DE BELÉM (BEL) modelo 1

SITUAÇÃO	1	2	3
média diária de saque:	5.000	10.000	20.000
custo do carro forte:	37,61	37,61	37,61
taxa de juros diária:	0,08%	0,08%	0,08%

SITUAÇÃO 1

	diário	2 dias	3 dias	4 dias	5 dias	6 dias	7 dias	8 dias	9 dias	10 dias	11 dias	12 dias	13 dias	14 dias	15 dias	16 dias	17 dias	18 dias	19 dias	20 dias
demandada	5.000	10.000	15.000	20.000	25.000	30.000	35.000	40.000	45.000	50.000	55.000	60.000	65.000	70.000	75.000	80.000	85.000	90.000	95.000	100.000
juros	0,00	4,00	8,00	12,01	16,02	20,03	24,05	28,07	32,09	36,12	40,14	44,18	48,21	52,25	56,29	60,34	64,39	68,44	72,49	76,55
custos dos juros acum	0,00	4,00	12,00	24,01	40,03	60,06	84,11	112,18	144,27	180,38	220,53	264,71	312,92	365,17	421,46	481,80	546,18	614,62	687,11	763,66
custo dos juros acum (20 dias)	0	40	80	120	160	200	240	280	321	361	401	441	481	522	562	602	643	683	723	764
custo do carro forte (20 dias)	752	376	251	188	150	125	107	94	84	75	68	63	58	54	50	47	44	42	40	38
custos totais (juros + transporte)	752	416	331	308	311	326	348	374	404	436	469	504	539	575	612	649	687	725	763	801

SITUAÇÃO 2

	diário	2 dias	3 dias	4 dias	5 dias	6 dias	7 dias	8 dias	9 dias	10 dias	11 dias	12 dias	13 dias	14 dias	15 dias	16 dias	17 dias	18 dias	19 dias	20 dias
demandada	10.000	20.000	30.000	40.000	50.000	60.000	70.000	80.000	90.000	100.000	110.000	120.000	130.000	140.000	150.000	160.000	170.000	180.000	190.000	200.000
juros	0,00	8,00	16,01	24,02	32,04	40,06	48,10	56,13	64,18	72,23	80,29	88,35	96,42	104,50	112,58	120,67	128,77	136,87	144,98	153,10
custos dos juros acum	0,00	8,00	24,01	48,03	80,06	120,13	168,22	224,36	288,54	360,77	441,06	529,41	625,83	730,33	842,92	963,59	1092,36	1229,24	1374,22	1527,32
custo dos juros acum (20 dias)	0	80	160	240	320	400	481	561	641	722	802	882	963	1043	1124	1204	1285	1366	1447	1527
custo do carro forte (20 dias)	752	376	251	188	150	125	107	94	84	75	68	63	58	54	50	47	44	42	40	38
custos totais (juros + transporte)	752	456	411	428	471	526	588	655	725	797	870	945	1021	1097	1174	1252	1329	1408	1486	1565

SITUAÇÃO 3

	diário	2 dias	3 dias	4 dias	5 dias	6 dias	7 dias	8 dias	9 dias	10 dias	11 dias	12 dias	13 dias	14 dias	15 dias	16 dias	17 dias	18 dias	19 dias	20 dias
demandada	20.000	40.000	60.000	80.000	100.000	120.000	140.000	160.000	180.000	200.000	220.000	240.000	260.000	280.000	300.000	320.000	340.000	360.000	380.000	400.000
juros	0,00	16,00	32,01	48,04	64,08	80,13	96,19	112,27	128,36	144,46	160,58	176,71	192,85	209,00	225,17	241,35	257,54	273,75	289,97	306,20
custos dos juros acum	0,00	16,00	48,01	96,05	160,13	240,26	336,45	448,72	577,08	721,54	882,12	1058,82	1251,67	1460,67	1685,84	1927,19	2184,73	2458,48	2748,44	3054,64
custo dos juros acum (20 dias)	0	160	320	480	640	801	961	1122	1282	1443	1604	1765	1926	2087	2248	2409	2570	2732	2893	3055
custo do carro forte (20 dias)	752	376	251	188	150	125	107	94	84	75	68	63	58	54	50	47	44	42	40	38
custos totais (juros + transporte)	752	536	571	668	791	926	1069	1216	1366	1518	1672	1827	1984	2140	2298	2456	2615	2773	2933	3092

ANEXO 2
SIMULAÇÃO PARA AS ATMs DA PRAÇA DE JUIZ DE FORA (JDF)
modelo 1

SITUAÇÃO	1	2	3
média diária de saque:	5.000	10.000	20.000
custo do carro forte:	52,88	52,88	52,88
taxa de juros diária:	0,08%	0,08%	0,08%

SITUAÇÃO 1	diário	2 dias	3 dias	4 dias	5 dias	6 dias	7 dias	8 dias	9 dias	10 dias	11 dias	12 dias	13 dias	14 dias	15 dias	16 dias	17 dias	18 dias	19 dias	20 dias
demandada	5000	10000	15000	20000	25000	30000	35000	40000	45000	50000	55000	60000	65000	70000	75000	80000	85000	90000	95000	100000
juros	0,00	4,00	8,00	12,01	16,02	20,03	24,05	28,07	32,09	36,12	40,14	44,18	48,21	52,25	56,29	60,34	64,39	68,44	72,49	76,55
custos dos juros acum.	0,00	4,00	12,00	24,01	40,03	60,06	84,11	112,18	144,27	180,38	220,53	264,71	312,92	365,17	421,46	481,80	546,18	614,62	687,11	763,66
custo dos juros acum (20 dias)	0	40	80	120	160	200	240	280	321	361	401	441	481	522	562	602	643	683	723	764
custo do carro forte (20 dias)	1058	529	353	264	212	176	151	132	118	106	96	88	81	76	71	66	62	59	56	53
custos totais (juros + transporte)	1058	569	433	384	372	376	391	413	438	467	497	529	563	597	632	668	705	742	779	817

SITUAÇÃO 2	diário	2 dias	3 dias	4 dias	5 dias	6 dias	7 dias	8 dias	9 dias	10 dias	11 dias	12 dias	13 dias	14 dias	15 dias	16 dias	17 dias	18 dias	19 dias	20 dias
demandada	10000	20000	30000	40000	50000	60000	70000	80000	90000	100000	110000	120000	130000	140000	150000	160000	170000	180000	190000	200000
juros	0,00	8,00	16,01	24,02	32,04	40,06	48,10	56,13	64,18	72,23	80,29	88,35	96,42	104,50	112,58	120,67	128,77	136,87	144,98	153,10
custos dos juros acum.	0,00	8,00	24,01	48,03	80,06	120,13	168,22	224,46	288,54	360,77	441,06	529,41	625,83	730,33	842,92	963,59	1092,36	1229,24	1374,22	1527,32
custo dos juros acum (20 dias)	0	80	160	240	320	400	481	561	641	722	802	882	963	1043	1124	1204	1285	1366	1447	1527
custo do carro forte (20 dias)	1058	529	353	264	212	176	151	132	118	106	96	88	81	76	71	66	62	59	56	53
custos totais (juros + transporte)	1058	609	513	505	532	577	632	693	759	827	898	970	1044	1119	1194	1271	1347	1425	1502	1580

SITUAÇÃO 3	diário	2 dias	3 dias	4 dias	5 dias	6 dias	7 dias	8 dias	9 dias	10 dias	11 dias	12 dias	13 dias	14 dias	15 dias	16 dias	17 dias	18 dias	19 dias	20 dias
demandada	20000	40000	60000	80000	100000	120000	140000	160000	180000	200000	220000	240000	260000	280000	300000	320000	340000	360000	380000	400000
juros	0,00	16,00	32,01	48,04	64,08	80,13	96,19	112,27	128,36	144,46	160,58	176,71	192,85	209,00	225,17	241,35	257,54	273,75	289,97	306,20
custos dos juros acum.	0,00	16,00	48,01	96,05	160,13	240,26	336,45	448,72	577,08	721,54	882,12	1058,82	1251,67	1460,67	1685,84	1927,19	2184,73	2458,48	2748,44	3054,64
custo dos juros acum (20 dias)	0	160	320	480	641	801	961	1122	1282	1443	1604	1765	1926	2087	2248	2409	2570	2732	2893	3055
custo do carro forte (20 dias)	1058	529	353	264	212	176	151	132	118	106	96	88	81	76	71	66	62	59	56	53
custos totais (juros + transporte)	1058	689	673	745	852	977	1112	1254	1400	1549	1700	1853	2007	2162	2318	2475	2632	2790	2959	3108

ANEXO 3
SIMULAÇÃO PARA AS ATMs DA PRAÇA DE SÃO JOSÉ DOS CAMPOS (SJK)
modelo 1

SITUAÇÃO		1	2	3																	
média diária de saque:	5.000	10.000	20.000																		
custo do carro forte:	105,22	105,22	105,22																		
taxa de juros diária:	0,08%	0,08%	0,08%																		
SITUAÇÃO 1		diário	2 dias	3 dias	4 dias	5 dias	6 dias	7 dias	8 dias	9 dias	10 dias	11 dias	12 dias	13 dias	14 dias	15 dias	16 dias	17 dias	18 dias	19 dias	20 dias
demandada	5000	10000	15000	20000	25000	30000	35000	40000	45000	50000	55000	60000	65000	70000	75000	80000	85000	90000	95000	100000	
juros	0,00	4,00	8,00	12,01	16,02	20,03	24,05	28,07	32,09	36,12	40,14	44,18	48,21	52,25	56,29	60,34	64,39	68,44	72,49	76,55	
custos dos juros acum.	0,00	4,00	12,00	24,01	40,03	60,06	84,11	112,18	144,27	180,38	220,53	264,71	312,92	365,17	421,46	481,80	546,18	614,62	687,11	763,66	
custo dos juros acum (20 dias)	0	40	80	120	160	200	240	280	321	361	401	441	481	522	562	602	643	683	723	764	
custo do carro forte (20 dias)	2104	1052	701	526	421	351	301	263	234	210	191	175	162	150	140	132	124	117	111	105	
custos totais (juros + transporte)	2104	1092	781	646	551	541	543	554	571	592	617	643	672	702	734	766	800	834	869		
SITUAÇÃO 2		diário	2 dias	3 dias	4 dias	5 dias	6 dias	7 dias	8 dias	9 dias	10 dias	11 dias	12 dias	13 dias	14 dias	15 dias	16 dias	17 dias	18 dias	19 dias	20 dias
demandada	10000	20000	30000	40000	50000	60000	70000	80000	90000	100000	110000	120000	130000	140000	150000	160000	170000	180000	190000	200000	
juros	0,00	8,00	16,01	24,02	32,04	40,06	48,10	56,13	64,18	72,23	80,29	88,35	96,42	104,50	112,58	120,67	128,77	136,87	144,98	153,10	
custos dos juros acum.	0,00	8,00	24,01	48,03	80,06	120,13	168,22	224,36	288,54	360,77	441,06	529,41	625,83	730,33	842,92	963,39	1092,36	1229,24	1374,22	1527,32	
custo dos juros acum (20 dias)	0	80	160	240	320	400	481	561	641	722	802	882	963	1043	1124	1204	1285	1366	1447	1527	
custo do carro forte (20 dias)	2104	1052	701	526	421	351	301	263	234	210	191	175	162	150	140	132	124	117	111	105	
custos totais (juros + transporte)	2104	1132	862	766	741	751	781	824	875	932	993	1058	1125	1194	1264	1336	1409	1483	1557	1633	
SITUAÇÃO 3		diário	2 dias	3 dias	4 dias	5 dias	6 dias	7 dias	8 dias	9 dias	10 dias	11 dias	12 dias	13 dias	14 dias	15 dias	16 dias	17 dias	18 dias	19 dias	20 dias
demandada	20000	40000	60000	80000	100000	120000	140000	160000	180000	200000	220000	240000	260000	280000	300000	320000	340000	360000	380000	400000	
juros	0,00	16,00	32,01	48,04	64,08	80,13	96,19	112,27	128,36	144,46	160,58	176,71	192,85	209,00	225,17	241,35	257,54	273,75	289,97	306,20	
custos dos juros acum.	0,00	16,00	48,01	96,05	160,13	240,26	336,45	448,72	577,08	721,54	882,12	1058,82	1251,67	1460,67	1685,84	1927,19	2184,73	2458,48	2748,44	3054,64	
custo dos juros acum (20 dias)	0	160	320	480	641	801	961	1122	1282	1443	1604	1765	1926	2087	2248	2409	2570	2732	2893	3055	
custo do carro forte (20 dias)	2104	1052	701	526	421	351	301	263	234	210	191	175	162	150	140	132	124	117	111	105	
custos totais (juros + transporte)	2104	1212	1022	1006	1061	1152	1262	1385	1516	1654	1795	1940	2088	2237	2388	2541	2694	2849	3084	3160	

ANEXO 4

média saque (ATM)	5.000,00
custo fixo abast.	37,61
taxa de juros diária	0,08%
multíplic. da sexta	3,5

Política de Abastecimento	Custo Total em 20 dias (R\$)
Abastece apenas as sextas	311
Abastece apenas a 1quinta 2sexta	339
Abastece apenas as quintas	351
Abastece apenas as quartas e sextas	365
Abastece apenas as terças e sextas	365
Abastece pulando três dias	368
Abastece pulando dois dias	371
Abastece apenas a 1quarta 2quinta	379
Abastece apenas a 1quarta 2sexta	383
Abastece apenas as quartas	391
Abastece pulando cinco dias	392
Abastece apenas as quintas e sextas	397
Abastece apenas as segundas e sextas	397
Abastece apenas as terças e quintas	405
Abastece apenas as segundas e quintas	405
Abastece apenas a 1terça 2quarta	419
Abastece apenas a 1terça 2quinta	423
Abastece apenas as terças	431
Abastece pulando um dia	436
Abastece apenas as quartas e quintas	437
Abastece apenas a 1terça 2sexta	443
Abastece apenas as segundas e quartas	445
Abastece apenas a 1segunda 2terça	459
Abastece apenas a 1segunda 2quarta	463
Abastece pulando seis dias	468
Abastece apenas as segundas	471
Abastece apenas as terças e quartas	477
Abastece apenas a 1segunda 2quinta	483
Não abastece as: segundas e quartas	483
Não abastece as: segundas e quintas	483
Não abastece as: terças e quintas	483
Não abastece as: segundas e terças	499
Não abastece as: terças e quartas	499
Não abastece as: quartas e quintas	499
Abastece pulando sete dias	515
Abastece apenas as segundas e terças	517
Abastece apenas a 1segunda 2sexta	519
Não abastece as: quartas e sextas	523
Não abastece as: terças e sextas	523
Abastece apenas as sextas (quinzenal)	536
Não abastece as: segundas e sextas	539
Abastece apenas as quintas (quinzenal)	576
Não abastece as: quintas e sextas	579
Abastece apenas as quartas (quinzenal)	616
Não abastece as: segundas	618
Não abastece as: terças	618
Não abastece as: quartas	618
Não abastece as: quintas	618
Abastece apenas as terças (quinzenal)	656
Não abastece as: sextas	658
Abastece apenas as segundas (quinzenal)	697
Abastece todo dia	752

ANEXO 5

media saque (ATM)	10.000,00
custo fixo abast.	37,61
taxa de juros diária	0,08%
multiplic. da sexta	3,5

Política de Abastecimento	Custo Total em 20 dias (R\$)
Abastece apenas as quartas e sextas	429
Abastece apenas as terças e sextas	429
Abastece apenas as sextas	471
Abastece pulando dois dias	491
Abastece apenas as quintas e sextas	493
Abastece apenas as segundas e sextas	493
Abastece pulando um dia	496
Abastece apenas as terças e quintas	509
Abastece apenas as segundas e quintas	509
Não abastece as: segundas e quartas	515
Não abastece as: segundas e quintas	515
Não abastece as: terças e quintas	515
Abastece apenas a 1 quinta 2 sexta	527
Não abastece as: segundas e terças	547
Não abastece as: terças e quartas	547
Não abastece as: quartas e quintas	547
Abastece pulando três dias	548
Abastece apenas as quintas	551
Abastece apenas as quartas e quintas	573
Abastece apenas as segundas e quartas	589
Não abastece as: quartas e sextas	595
Não abastece as: terças e sextas	595
Abastece apenas a 1 quarta 2 quinta	607
Abastece apenas a 1 quarta 2 sexta	615
Não abastece as: segundas e sextas	627
Abastece apenas as quartas	631
Não abastece as: segundas	634
Não abastece as: terças	634
Não abastece as: quartas	634
Não abastece as: quintas	634
Abastece apenas as terças e quartas	653
Abastece pulando cinco dias	659
Abastece apenas a 1 terça 2 quarta	687
Abastece apenas a 1 terça 2 quinta	695
Não abastece as: quintas e sextas	707
Abastece apenas as terças	711
Não abastece as: sextas	714
Abastece apenas as segundas e terças	733
Abastece apenas a 1 terça 2 sexta	735
Abastece todo dia	752
Abastece apenas a 1 segunda 2 terça	767
Abastece apenas a 1 segunda 2 quarta	775
Abastece apenas as segundas	791
Abastece apenas a 1 segunda 2 quinta	815
Abastece pulando seis dias	828
Abastece apenas a 1 segunda 2 sexta	888
Abastece pulando sete dias	935
Abastece apenas as sextas (quinzenal)	997
Abastece apenas as quintas (quinzenal)	1077
Abastece apenas as quartas (quinzenal)	1157
Abastece apenas as terças (quinzenal)	1238
Abastece apenas as segundas (quinzenal)	1318

ANEXO 6

média saque (ATM)	20.000,00
custo fixo abast.	37,61
taxa de juros diária	0,08%
multiplic. da sexta	3,5

Política de Abastecimento	Custo Total em 20 dias (R\$)
Abastece apenas as quartas e sextas	557
Abastece apenas as terças e sextas	557
Não abastece as: segundas e quartas	579
Não abastece as: segundas e quintas	579
Não abastece as: terças e quintas	579
Abastece pulando um dia	616
Não abastece as: segundas e terças	643
Não abastece as: terças e quartas	643
Não abastece as: quartas e quintas	643
Não abastece as: segundas	666
Não abastece as: terças	666
Não abastece as: quartas	666
Não abastece as: quintas	666
Abastece apenas as quintas e sextas	685
Abastece apenas as segundas e sextas	685
Abastece apenas as terças e quintas	717
Abastece apenas as segundas e quintas	717
Abastece pulando dois dias	731
Não abastece as: quartas e sextas	739
Não abastece as: terças e sextas	739
Abastece todo dia	752
Abastece apenas as sextas	791
Não abastece as: segundas e sextas	803
Não abastece as: sextas	826
Abastece apenas as quartas e quintas	845
Abastece apenas as segundas e quartas	877
Abastece apenas a 1quinta 2sexta	903
Abastece pulando três dias	908
Abastece apenas as quintas	951
Não abastece as: quintas e sextas	963
Abastece apenas as terças e quartas	1005
Abastece apenas a 1quarta 2quinta	1063
Abastece apenas a 1quarta 2sexta	1079
Abastece apenas as quartas	1111
Abastece apenas as segundas e terças	1165
Abastece pulando cinco dias	1193
Abastece apenas a 1terça 2quarta	1223
Abastece apenas a 1terça 2quinta	1240
Abastece apenas as terças	1271
Abastece apenas a 1terça 2sexta	1320
Abastece apenas a 1segunda 2terça	1384
Abastece apenas a 1segunda 2quarta	1400
Abastece apenas as segundas	1432
Abastece apenas a 1segunda 2quinta	1480
Abastece pulando seis dias	1549
Abastece apenas a 1segunda 2sexta	1625
Abastece pulando sete dias	1777
Abastece apenas as sextas (quinzenal)	1919
Abastece apenas as quintas (quinzenal)	2079
Abastece apenas as quartas (quinzenal)	2240
Abastece apenas as terças (quinzenal)	2400
Abastece apenas as segundas (quinzenal)	2561

ANEXO 7

média saque (ATM)	5.000,00
custo fixo abast.	52,88
taxa de juros diária	0,08%
multiplic. da sexta	3,5

Política de Abastecimento	Custo Total em 20 dias (R\$)
Abastece apenas as sextas	372
Abastece apenas a 1quinta 2sexta	400
Abastece apenas as quintas	412
Abastece apenas a 1quarta 2quinta	440
Abastece pulando cinco dias	443
Abastece apenas a 1quarta 2sexta	444
Abastece pulando três dias	444
Abastece apenas as quartas	452
Abastece pulando dois dias	473
Abastece apenas a 1terça 2quarta	480
Abastece apenas a 1terça 2quinta	484
Abastece apenas as quartas e sextas	487
Abastece apenas as terças e sextas	487
Abastece apenas as terças	492
Abastece apenas a 1terça 2sexta	504
Abastece pulando seis dias	512
Abastece apenas as quintas e sextas	519
Abastece apenas as segundas e sextas	519
Abastece apenas a 1segunda 2terça	520
Abastece apenas a 1segunda 2quarta	524
Abastece apenas as terças e quintas	527
Abastece apenas as segundas e quintas	527
Abastece apenas as segundas	532
Abastece apenas a 1segunda 2quinta	544
Abastece pulando sete dias	553
Abastece apenas as quartas e quintas	559
Abastece apenas as sextas (quinzenal)	567
Abastece apenas as segundas e quartas	567
Abastece apenas a 1segunda 2sexta	580
Abastece pulando um dia	589
Abastece apenas as terças e quartas	599
Abastece apenas as quintas (quinzenal)	607
Abastece apenas as segundas e terças	639
Abastece apenas as quartas (quinzenal)	647
Não abastece as: segundas e quartas	667
Não abastece as: segundas e quintas	667
Não abastece as: terças e quintas	667
Não abastece as: segundas e terças	683
Não abastece as: terças e quartas	683
Não abastece as: quartas e quintas	683
Abastece apenas as terças (quinzenal)	687
Não abastece as: quartas e sextas	707
Não abastece as: terças e sextas	707
Não abastece as: segundas e sextas	723
Abastece apenas as segundas (quinzenal)	727
Não abastece as: quintas e sextas	763
Não abastece as: segundas	862
Não abastece as: terças	862
Não abastece as: quartas	862
Não abastece as: quintas	862
Não abastece as: sextas	902
Abastece todo dia	1058

ANEXO 8

média saque (ATM)	10.000,00
custo fixo abast.	52,88
taxa de juros diária	0,08%
multiplic. da sexta	3,5

Política de Abastecimento	Custo Total em 20 dias (R\$)
Abastece apenas as sextas	532
Abastece apenas as quartas e sextas	551
Abastece apenas as terças e sextas	551
Abastece apenas a 1 quinta 2 sexta	588
Abastece pulando dois dias	593
Abastece apenas as quintas	612
Abastece apenas as quintas e sextas	615
Abastece apenas as segundas e sextas	615
Abastece pulando três dias	625
Abastece apenas as terças e quintas	631
Abastece apenas as segundas e quintas	631
Abastece pulando um dia	649
Abastece apenas a 1 quarta 2 quintas	668
Abastece apenas a 1 quarta 2 sextas	676
Abastece apenas as quartas	692
Abastece apenas as quartas e quintas	695
Não abastece as: segundas e quartas	699
Não abastece as: segundas e quintas	699
Não abastece as: terças e quintas	699
Abastece pulando cinco dias	710
Abastece apenas as segundas e quartas	711
Não abastece as: segundas e terças	731
Não abastece as: terças e quartas	731
Não abastece as: quartas e quintas	731
Abastece apenas a 1 terça 2 quarta	748
Abastece apenas a 1 terça 2 quinta	756
Abastece apenas as terças	772
Abastece apenas as terças e quartas	775
Não abastece as: quartas e sextas	779
Não abastece as: terças e sextas	779
Abastece apenas a 1 terça 2 sexta	796
Não abastece as: segundas e sextas	811
Abastece apenas a 1 segunda 2 terça	828
Abastece apenas a 1 segunda 2 quarta	836
Abastece apenas as segundas	852
Abastece apenas as segundas e terças	855
Abastece pulando seis dias	872
Abastece apenas a 1 segunda 2 quinta	876
Não abastece as: segundas	878
Não abastece as: terças	878
Não abastece as: quartas	878
Não abastece as: quintas	878
Não abastece as: quintas e sextas	891
Abastece apenas a 1 segunda 2 sexta	949
Não abastece as: sextas	958
Abastece pulando sete dias	974
Abastece apenas as sextas (quinzenal)	1028
Abastece todo dia	1058
Abastece apenas as quintas (quinzenal)	1108
Abastece apenas as quartas (quinzenal)	1188
Abastece apenas as terças (quinzenal)	1268
Abastece apenas as segundas (quinzenal)	1349

ANEXO 9

média saque (ATM)	20.000,00
custo fixo abast.	52,88
taxa de juros diária	0,08%
multiplic. da sexta	3,5

Política de Abastecimento	Custo Total em 20 dias (R\$)
Abastece apenas as quartas e sextas	679
Abastece apenas as terças e sextas	679
Não abastece as: segundas e quartas	763
Não abastece as: segundas e quintas	763
Não abastece as: terças e quintas	763
Abastece pulando um dia	769
Abastece apenas as quintas e sextas	807
Abastece apenas as segundas e sextas	807
Não abastece as: segundas e terças	827
Não abastece as: terças e quartas	827
Não abastece as: quartas e quintas	827
Abastece pulando dois dias	833
Abastece apenas as terças e quintas	839
Abastece apenas as segundas e quintas	839
Abastece apenas as sextas	852
Não abastece as: segundas	910
Não abastece as: terças	910
Não abastece as: quartas	910
Não abastece as: quintas	910
Não abastece as: quartas e sextas	923
Não abastece as: terças e sextas	923
Abastece apenas a 1quinta 2sexta	964
Abastece apenas as quartas e quintas	967
Abastece pulando três dias	985
Não abastece as: segundas e sextas	987
Abastece apenas as segundas e quartas	999
Abastece apenas as quintas	1012
Abastece todo dia	1058
Não abastece as: sextas	1070
Abastece apenas a 1quarta 2quinta	1124
Abastece apenas as terças e quartas	1127
Abastece apenas a 1quarta 2sexta	1141
Não abastece as: quintas e sextas	1147
Abastece apenas as quartas	1172
Abastece pulando cinco dias	1244
Abastece apenas a 1terça 2quarta	1284
Abastece apenas as segundas e terças	1288
Abastece apenas a 1terça 2quinta	1301
Abastece apenas as terças	1332
Abastece apenas a 1terça 2sexta	1381
Abastece apenas a 1segunda 2terça	1445
Abastece apenas a 1segunda 2quarta	1461
Abastece apenas as segundas	1493
Abastece apenas a 1segunda 2quinta	1541
Abastece pulando seis dias	1593
Abastece apenas a 1segunda 2sexta	1686
Abastece pulando sete dias	1815
Abastece apenas as sextas (quinzenal)	1949
Abastece apenas as quintas (quinzenal)	2110
Abastece apenas as quartas (quinzenal)	2270
Abastece apenas as terças (quinzenal)	2431
Abastece apenas as segundas (quinzenal)	2592

ANEXO 10

média saque (ATM)	5.000,00
custo fixo abast.	105,22
taxa de juros diária	0,08%
multíplic. da sexta	3,5

Política de Abastecimento	Custo Total em 20 dias (R\$)
Abastece apenas as sextas	581
Abastece apenas a 1quinta 2sexta	609
Abastece pulando cinco dias	618
Abastece apenas as quintas	621
Abastece apenas a 1quarta 2quinta	649
Abastece apenas a 1quarta 2sexta	653
Abastece apenas as quartas	661
Abastece pulando seis dias	661
Abastece apenas as sextas (quinzenal)	671
Abastece pulando sete dias	684
Abastece apenas a 1terça 2quarta	689
Abastece apenas a 1terça 2quinta	693
Abastece apenas as terças	701
Abastece pulando três dias	706
Abastece apenas as quintas (quinzenal)	711
Abastece apenas a 1terça 2sexta	713
Abastece apenas a 1segunda 2terça	729
Abastece apenas a 1segunda 2quarta	733
Abastece apenas as segundas	741
Abastece apenas as quartas (quinzenal)	752
Abastece apenas a 1segunda 2quinta	753
Abastece apenas a 1segunda 2sexta	790
Abastece apenas as terças (quinzenal)	792
Abastece pulando dois dias	821
Abastece apenas as segundas (quinzenal)	832
Abastece apenas as quartas e sextas	906
Abastece apenas as terças e sextas	906
Abastece apenas as quintas e sextas	938
Abastece apenas as segundas e sextas	938
Abastece apenas as terças e quintas	946
Abastece apenas as segundas e quintas	946
Abastece apenas as quartas e quintas	978
Abastece apenas as segundas e quartas	986
Abastece apenas as terças e quartas	1018
Abastece apenas as segundas e terças	1058
Abastece pulando um dia	1112
Não abastece as: segundas e quartas	1295
Não abastece as: segundas e quintas	1295
Não abastece as: terças e quintas	1295
Não abastece as: segundas e terças	1311
Não abastece as: terças e quartas	1311
Não abastece as: quartas e quintas	1311
Não abastece as: quartas e sextas	1335
Não abastece as: terças e sextas	1335
Não abastece as: segundas e sextas	1351
Não abastece as: quintas e sextas	1391
Não abastece as: segundas	1700
Não abastece as: terças	1700
Não abastece as: quartas	1700
Não abastece as: quintas	1700
Não abastece as: sextas	1740
Abastece todo dia	2104

ANEXO 11

média saque (ATM)	10.000,00
custo fixo abast.	105,22
taxa de juros diária	0,08%
multiplic. da sexta	3,5

Política de Abastecimento	Custo Total em 20 dias (R\$)
Abastece apenas as sextas	741
Abastece apenas a 1quinta 2sexta	797
Abastece apenas as quintas	821
Abastece apenas a 1quarta 2quinta	877
Abastece pulando cinco dias	885
Abastece apenas a 1quarta 2sexta	885
Abastece pulando três dias	886
Abastece apenas as quartas	901
Abastece pulando dois dias	942
Abastece apenas a 1terça 2quarta	957
Abastece apenas a 1terça 2quinta	965
Abastece apenas as quartas e sextas	970
Abastece apenas as terças e sextas	970
Abastece apenas as terças	981
Abastece apenas a 1terça 2sexta	1006
Abastece pulando seis dias	1022
Abastece apenas as quintas e sextas	1034
Abastece apenas as segundas e sextas	1034
Abastece apenas a 1segunda 2terça	1037
Abastece apenas a 1segunda 2quarta	1046
Abastece apenas as terças e quintas	1050
Abastece apenas as segundas e quintas	1050
Abastece apenas as segundas	1062
Abastece apenas a 1segunda 2quinta	1086
Abastece pulando sete dias	1104
Abastece apenas as quartas e quintas	1114
Abastece apenas as segundas e quartas	1130
Abastece apenas as sextas (quinzenal)	1132
Abastece apenas a 1segunda 2sexta	1158
Abastece pulando um dia	1172
Abastece apenas as terças e quartas	1194
Abastece apenas as quintas (quinzenal)	1212
Abastece apenas as segundas e terças	1274
Abastece apenas as quartas (quinzenal)	1293
Não abastece as: segundas e quartas	1327
Não abastece as: segundas e quintas	1327
Não abastece as: terças e quintas	1327
Não abastece as: segundas e terças	1359
Não abastece as: terças e quartas	1359
Não abastece as: quartas e quintas	1359
Abastece apenas as terças (quinzenal)	1373
Não abastece as: quartas e sextas	1407
Não abastece as: terças e sextas	1407
Não abastece as: segundas e sextas	1439
Abastece apenas as segundas (quinzenal)	1453
Não abastece as: quintas e sextas	1519
Não abastece as: segundas	1716
Não abastece as: terças	1716
Não abastece as: quartas	1716
Não abastece as: quintas	1716
Não abastece as: sextas	1796
Abastece todo dia	2104

ANEXO 12

média saque (ATM)	20.000,00
custo fixo abast.	105,22
taxa de juros diária	0,08%
multiplic. da sexta	3,5

Política de Abastecimento	Custo Total em 20 dias (R\$)
Abastece apenas as sextas	1061
Abastece apenas as quartas e sextas	1098
Abastece apenas as terças e sextas	1098
Abastece apenas a 1quinta 2sexta	1173
Abastece pulando dois dias	1182
Abastece apenas as quintas	1221
Abastece apenas as quintas e sextas	1226
Abastece apenas as segundas e sextas	1226
Abastece pulando três dias	1246
Abastece apenas as terças e quintas	1258
Abastece apenas as segundas e quintas	1258
Abastece pulando um dia	1292
Abastece apenas a 1quarta 2quinta	1334
Abastece apenas a 1quarta 2sexta	1350
Abastece apenas as quartas	1382
Abastece apenas as quartas e quintas	1386
Não abastece as: segundas e quartas	1391
Não abastece as: segundas e quintas	1391
Não abastece as: terças e quintas	1391
Abastece apenas as segundas e quartas	1418
Abastece pulando cinco dias	1418
Não abastece as: segundas e terças	1455
Não abastece as: terças e quartas	1455
Não abastece as: quartas e quintas	1455
Abastece apenas a 1terça 2quarta	1494
Abastece apenas a 1terça 2quinta	1510
Abastece apenas as terças	1542
Abastece apenas as terças e quartas	1546
Não abastece as: quartas e sextas	1551
Não abastece as: terças e sextas	1551
Abastece apenas a 1terça 2sexta	1591
Não abastece as: segundas e sextas	1615
Abastece apenas a 1segunda 2terça	1654
Abastece apenas a 1segunda 2quarta	1670
Abastece apenas as segundas	1702
Abastece apenas as segundas e terças	1706
Abastece pulando seis dias	1743
Não abastece as: segundas	1748
Não abastece as: terças	1748
Não abastece as: quartas	1748
Não abastece as: quintas	1748
Abastece apenas a 1segunda 2quinta	1751
Não abastece as: quintas e sextas	1775
Abastece apenas a 1segunda 2sexta	1895
Não abastece as: sextas	1908
Abastece pulando sete dias	1946
Abastece apenas as sextas (quinzenal)	2054
Abastece todo dia	2104
Abastece apenas as quintas (quinzenal)	2214
Abastece apenas as quartas (quinzenal)	2375
Abastece apenas as terças (quinzenal)	2536
Abastece apenas as segundas (quinzenal)	2696

Anexo 13 - Teste de Kolmogorov-Smirnov para as ATMs de Brasília

Extraído e adaptado de "Estatística" - Pedro Luiz de Oliveira Costa Neto

Uma importante classe de testes não-paramétricos é constituída pelos chamados testes de aderência, em que a hipótese testada refere-se à forma da distribuição da população. Nestes testes, admitimos por hipótese, que a distribuição da variável de interesse (o erro de previsão no nosso caso) seja descrita por determinado modelo de distribuição de probabilidade, ou seja, verificamos a boa ou má aderência dos dados da amostra ao modelo. Se obtivermos uma boa aderência e a amostra for suficientemente grande, poderemos, a princípio, admitir que o modelo forneça uma boa idealização da distribuição populacional. Inversamente, a rejeição de H_0 em um dado nível de significância indica que o modelo testado é inadequado para representar a distribuição da população.

Kolmogorov e Smirnov desenvolveram um método, em geral mais poderoso que o do χ^2 , para testar a aderência da curva normal, em que a variável de teste é a maior diferença observada entre a função de distribuição acumulada do modelo e a da amostra.

A função de distribuição acumulada do modelo testado, ou função da repartição, dá as probabilidades acumuladas em cada ponto, ou seja, $F(x) = P(X \leq x)$. Designa-se uma função $G(x)$ de freqüências acumuladas, com intervalos igualmente espaçados dados por $(i-1)/n$ à esquerda e i/n à direita dos pontos x_i .

O teste consta simplesmente da verificação do valor

$$d_{\max} = \max |F(x) - G(x)|$$

e da comparação com um valor crítico tabelado em função de α e n (número de elementos da amostra). Se d_{\max} for maior que o valor crítico, rejeita-se H_0 .

No nosso caso, n é igual a 15, o que corresponde a valores críticos tabelados de 0,338 ($\alpha = 5\%$) e 0,404 ($\alpha = 1\%$).

As hipóteses a serem testadas são:

- H_0 , a distribuição dos erros de previsão é uma normal de média (μ) 0 e

$$\text{desvio padrão } \sigma_e = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \Delta;$$

- H_1 , tal não ocorre.

Erro*	DMA (Δ)	desvio (σ)	z	F_x	G_x	$ F_x G_x $	
						Esquerda	Direita
					0,000		
1	-10,85	6,05	7,58	-1,43	0,072	0,063	0,0722
2	-8,66	6,82	8,55	-1,01	0,122	0,125	0,0597
3	-5,52	5,82	7,30	-0,76	0,229	0,188	0,1039
4	-5,31	5,52	6,91	-0,77	0,238	0,250	0,0501
5	-3,04	5,54	6,94	-0,44	0,341	0,313	0,0913
6	-2,84	6,42	8,05	-0,35	0,351	0,375	0,0389
7	-2,18	6,00	7,52	-0,29	0,385	0,438	0,0097
8	-1,27	5,09	6,38	-0,20	0,432	0,500	0,0056
9	0,72	5,52	6,91	0,10	0,539	0,563	0,0386
10	3,25	6,21	7,79	0,42	0,669	0,625	0,1063
11	4,19	5,82	7,29	0,57	0,714	0,688	0,0886
12	9,78	5,15	6,45	1,52	0,906	0,750	0,2184
13	10,24	6,62	8,29	1,23	0,916	0,813	0,1657
14	12,24	5,86	7,34	1,67	0,950	0,875	0,1377
15	13,04	6,54	8,20	1,59	0,960	0,938	0,0853
					1,000		

*O teste apresentado na tabela diz respeito aos erros de previsão do gráfico apresentado no trabalho

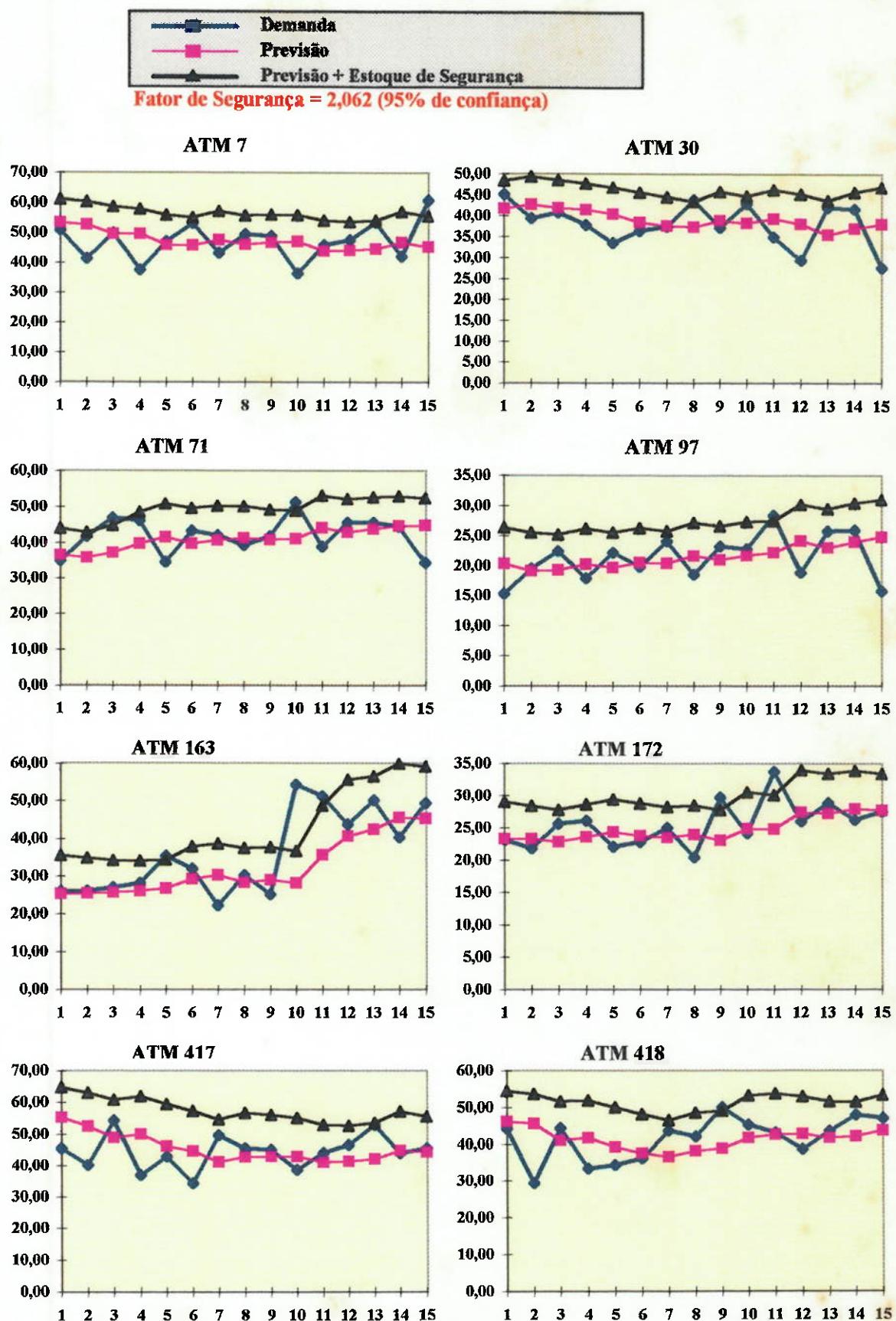
Portanto, dado que $d_{\max} = 0,2184$, para ambos os níveis de significância (1 e 5%) não podemos rejeitar a hipótese de normalidade da distribuição dos erros de previsão.

O teste foi executado para todas as máquinas da praça de Brasília, porém somente o resultado final do teste (d_{\max}) é apresentado na tabela abaixo:

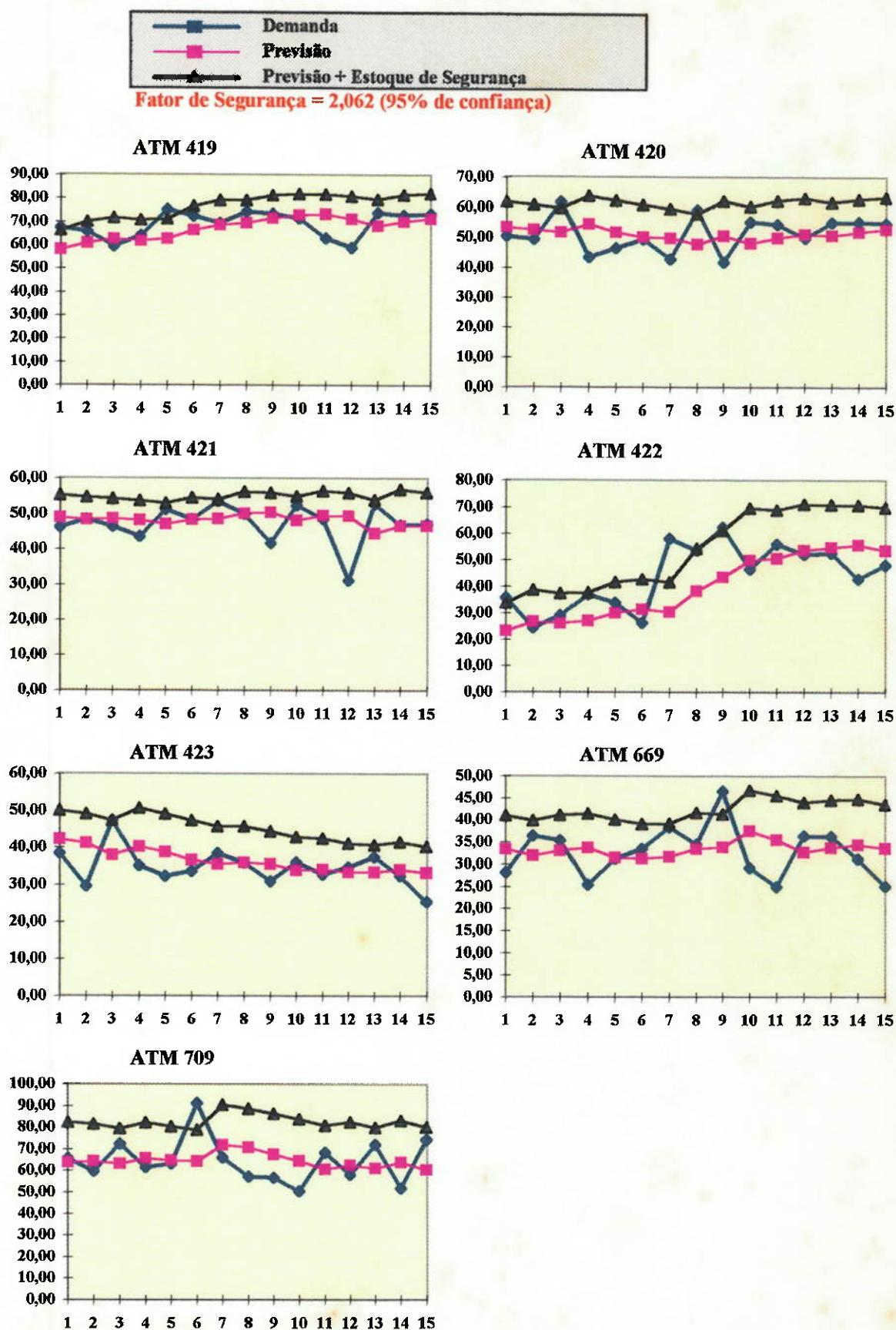
ATM	$d_{\max} = F_x G_x $
7	0,2153
30	0,2185
71	0,1428
97	0,1694
163	0,2879
172	0,1461
417	0,2184
418	0,1380
419	0,2568
420	0,1128
421	0,2017
422	0,1846
423	0,2171
669	0,2447
709	0,2086

Portanto, vemos que para todas as ATMs de Brasília, não devemos rejeitar H_0 e podemos assumir que os erros de previsão têm média 0 e desvio padrão $\sigma_e = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \Delta$.

ANEXO 14 - Demanda de Saques, Previsão e Estoque de Segurança das ATMs da Praça de Brasília



ANEXO 15 - Demanda de Saques, Previsão e Estoque de Segurança das ATMs da Praça de Brasília



BIBLIOGRAFIA

BIBLIOGRAFIA

- 1) JOHNSON, Lynwood A.. Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control. New York, John Wiley&Sons, 1974.
- 2) MAKRIDAKIS, Spyros; WHEELWRIGHT, Steven. Forecasting: Methods and Applications. New York, John Wiley&Sons, 1983.
- 3) COSTA NETO, Pedro Luiz de Oliveira. Estatística. São Paulo, Edgard Blücher, 1977.
- 4) WOILER, Sansão; WASHINGTON, Franco Mathias. Projetos. São Paulo, Atlas, 1994.
- 5) FERRARI, Adriana. Previsão de Vendas para um Bem de Consumo. Trabalho de Formatura. São Paulo, EPUSP, 1996.
- 6) O'DONAVAN, Thomas M.. Short Term Forecasting: An Introduction to the Box-Jenks approach. New York, 1983.
- 7) GRADIA, Fernando Luiz de Freitas. Previsão de Demanda para uma Indústria Alimentícia. Trabalho de Formatura. São Paulo, EPUSP, 1991.
- 8) ACKOFF, Russel L.; SASIENI Maurice W. Fundamentals of Operations Reserch. New York, John Wiley&Sons, 1968.