

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ANÁLISE, PROTOTIPAGEM E ENSAIO DE UM  
MODELO DE PEQUENO PORTE DE TURBINA  
EÓLICA PARA APLICAÇÕES RESIDENCIAIS**

**Valerio Cittadini**

São Paulo

2017

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ANÁLISE, PROTOTIPAGEM E ENSAIO DE UM  
MODELO DE PEQUENO PORTE DE TURBINA  
EÓLICA PARA APLICAÇÕES RESIDENCIAIS**

Trabalho de formatura apresentado à Escola  
Politécnica da Universidade de São Paulo para  
obtenção do título de Graduação em Engenharia  
Mecânica

Aluno: Valerio Cittadini

Orientadores: Prof. Demetrio C.  
Zachariadis, Prof. Vincenzo Dossena

São Paulo

2017

Catálogo-na-  
publicação

Cittadini, Valerio

Análise, prototipagem e ensaio de um modelo de pequeno porte de turbina eólica para aplicações residenciais / V. Cittadini -- São Paulo, 2017.

66 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1.ENERGIA EÓLICA 2.FONTES ALTERNATIVAS DE ENERGIA  
3.FONTES RENOVÁVEIS DE ENERGIA 4.TÚNEIS DE VENTO  
I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II.t.

## RESUMO

O presente trabalho visa elaborar um modelo confiável para previsão do desempenho de uma turbina eólica de eixo vertical, de sustentação, de pás retas. No caso específico, o projeto é o de uma turbina para uso doméstico, inserindo-se no contexto da geração distribuída de potência, uma das perspectivas mais interessante e viável pelo crescimento da porcentagem de energia limpa no aproveitamento global. O escopo central do projeto é o de construir um modelo analítico capaz de prever o desempenho da turbina dada a geometria e as condições operacionais, ou seja, velocidade de fluxo de vento imperturbado e razão de velocidade de ponta de pá. Com este propósito adopta-se um modelo de quantidade de movimento do tipo DMST (*Double Multiple Stream Tube*), no qual são implementadas correções empíricas, para que o modelo utilizado seja mais fiel à física real do escoamento através das pás deste tipo de turbina. Este modelo será em seguida validado através de um teste experimental no túnel de vento de um protótipo construído em escala real. Para comprovar a confiabilidade do modelo elaborado serão comparadas as curvas de potência obtidas nos dois casos.

Palavras-chave: Energia eólica, energia renovável, túnel de vento.

## ABSTRACT

The present work aims to elaborate a reliable algorithm for the performance forecast of a lift-driven, straight-bladed vertical axis wind turbine. In the specific case, the project is that of a turbine for domestic use, in the conceptual context of the distributed generation, one of the most interesting and viable pathways for increasing the share of clean energy sources in the global energy supply. The main objective of the project is developing an analytic model able to forecast the turbine performance given its geometry and the operative parameters, i.e. free-stream wind velocity and tip speed ratio. It has been implemented a momentum model of DMST type (*Double Multiple Stream Tube*), in which some empirical corrections have been introduced, in order to reproduce with better accuracy the real flow of the wind through the turbine blades. Then, such an algorithm will be validated by means of an experimental test of a real-size prototype in a wind tunnel. The reliability of the model will be proven comparing the power curves obtained in the two cases.

Keywords: Wind energy, renewable energy, wind tunnel.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1- Evolução da produção global de eletricidade, com foco na mistura das renováveis (excluindo o hidrelétrico).....	12
Figura 1.2 - Interação aerofólio-ar: forças de sustentação (L) e arrasto (D).....	14
Figura 1.3 - Exemplos de turbinas por sustentação (esquerda) e arrasto (direita). ....	14
Figura 1.4 - Turbina de eixo horizontal (esquerda) e vertical (direita). ....	15
Figura 1.5 - Consumo total final de energia.....	18
Figura 2.1 - Extração de energia em uma turbina eólica.....	19
Figura 2.2 - Interação do disco com o fluxo. ....	21
Figura 2.3 - Coeficientes de potência e de força axial em função do fator de indução. ....	23
Figura 3.1 - Evolução dos modelos de quantidade de movimento. ....	25
Figura 3.2 - Sistema de vórtices associado a uma pá. ....	27
Figura 3.3 - Mapa conceitual do modelo DMST. ....	30
Figura 3.4 - Discretização azimutal do tubo de fluxo. ....	31
Figura 3.5 - Triângulo de velocidade por um aerofólio no upstream.....	33
Figura 3.6 - Forças aerodinâmicas no aerofólio no upstream. ....	34
Figura 3.7 - Triângulo de velocidade no downstream.....	36
Figura 3.8 - Forças aerodinâmicas no downstream.....	36
Figura 3.9 - Efeito de razão de aspecto finita.....	39
Figura 3.10 - Correção do Glauert de estado de esteira turbulenta. ....	43
Figura 4.1 - Segundo protótipo da turbina. ....	45
Figura 5.1 - Potência vs. razão de velocidade de ponta de pá.....	48
Figura 5.2 - Coeficiente de potência vs. razão de velocidade de ponta de pá.....	49
Figura 5.3 - Rampa RPM vs. $V_0$ .....	50
Figura 5.4 - Potência vs. razão de velocidade de ponta de pá.....	51
Figura 5.5 - Coeficiente de potência vs. razão de velocidade de ponta de pá.....	51

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 - Formas específicas de  $M_1$ ,  $M_2$  e  $\gamma_{mx}$ . ...**Errore. Il segnalibro non è definito.**

## LISTA DE SIMBOLOS

$A_D$	Área do tubo de fluxo projetada no plano ortogonal ao fluxo.
$AR$	Razão de aspecto da pá.
$C_D$	Coeficiente de força de arrasto.
$C_L$	Coeficiente de força de sustentação.
$C_N$	Coeficiente de força normal no sistema de referência da pá.
$C_P$	Coeficiente de potência.
$C_T$	Coeficiente de força tangencial no sistema de referência da pá.
$C_X$	Coeficiente de força axial no sistema de referência absoluto.
$D_R$	Diâmetro do rotor.
$M$	Número de Mach.
$N_p$	Número de pás.
$N_\theta$	Número de canais de fluxo no sentido azimutal.
$P_T$	Potência extraída.
$R$	Raio da turbina.
$Re$	Número de Reynolds.
$T$	Torque.
$V_0$	Velocidade de fluxo não perturbado.
$V_{D1}$	Velocidade no disco <i>upstream</i> .
$V_{D2}$	Velocidade no disco <i>downstream</i> .
$V_E$	Velocidade na saída do disco <i>upstream</i> .
$W_\infty$	Velocidade de referência.
$a$	Fator de indução de velocidade axial.
$c$	Corda do aerofólio.
$x_{or}$	Ponto de montagem (na corda) normalizado da pá.
$h$	Comprimento da pá.
$tc$	Espessura porcentual do aerofólio.
$\beta_c$	Ângulo de passo do aerofólio.
$\beta_\infty$	Ângulo de ataque.
$\theta_i$	Ângulo de localização do tubo de fluxo.



$\lambda$	Razão de velocidade de ponta de pá.
$\varphi_\infty$	Ângulo entre a direção da $W_\infty$ e a paralela à corda do aerofólio.

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	11
1.1	Energia renovável .....	11
1.2	Energia eólica.....	13
1.3	Geração distribuída .....	16
1.4	Objetivos .....	17
2	TEORIA AERODINÂMICA .....	19
2.1	Introdução .....	19
2.2	O disco atuador .....	20
3	MODELO AERODINÂMICO .....	24
3.1	Introdução .....	24
3.1.1	Modelos de quantidade de movimento .....	24
3.1.2	Modelos dos vórtices .....	27
3.2	Formulação do modelo .....	28
3.3	Correções .....	38
3.3.1	Curvatura de fluxo.....	38
3.3.2	Razão de aspecto finita .....	39
3.3.3	Estolamento dinâmico .....	40
3.3.4	Estado de esteira turbulenta .....	42
4	PROTOTIPAGEM E TESTE.....	44
5	RESULTADOS .....	48
6	CONCLUSÕES .....	53
	REFERÊNCIAS .....	55

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Energia renovável

A crescente preocupação nas questões ambientais fez surgir a necessidade de encontrar soluções alternativas para limitar os efeitos da ação do homem sobre o meio ambiente. A questão global mais importante de hoje em dia é, sem dúvida, a mudança climática, causada por emissões incontrolladas de gases de efeito estufa, ligadas aos atuais meios de aproveitamento energético, suprido por grande parte por combustíveis fósseis: carvão, petróleo e gás natural. A combustão deles, de fato, é a maior fonte de emissão do dióxido de carbono, um dos principais gases de efeito estufa. Além disso, a combustão está à base de fenômenos de poluição do meio hídrico e atmosférico. O esforço mais natural na tentativa de limitar estas emissões é limitar o uso das fontes que as causam. Por isso, surgiram estudos sobre as chamadas fontes alternativas, ou renováveis, de energia. A Agência Internacional da Energia (IEA) define a energia renovável como “uma energia que é derivada de processos naturais, que são renovados a uma taxa mais elevada do que eles são consumidos”. Energia solar, eólica, hidrelétrica, geotérmica, da maré, e da biomassa são exemplos de fontes de energia renovável. Essas são todas fontes de energia limpa, que não implica a combustão de hidrocarbonetos, e então a emissão do dióxido de carbono. A inclusão da biomassa como fonte limpa de energia é devida ao equilíbrio entre o carbono absorvido durante o seu crescimento e o emitido em fase de combustão.

O desenvolvimento de tecnologias adequadas e sustentáveis pelo crescimento da porcentagem de energia renovável no suprimento energético dos países está ao centro das políticas nacionais e internacionais, como testemunham respectivamente os incentivos nacionais para instalações sobre tudo solar e eólicas, e os acordos internacionais como o COP21, só o último em ordem cronológico. Só para dar uma ideia, em baixo há alguns gráficos, que mostram, no lado esquerdo, a evolução da produção global de eletricidade por fonte, e do lado direito como se compõe a porcentagem das renováveis. Tudo isso nos anos 1992, ano de instituição da UNFCCC (United Nation Framework on Climate Change), 1997, ano da estipulação do

Protocolo de Kyoto, e 2014, ano dos últimos dados disponíveis, pegados do site da IEA.

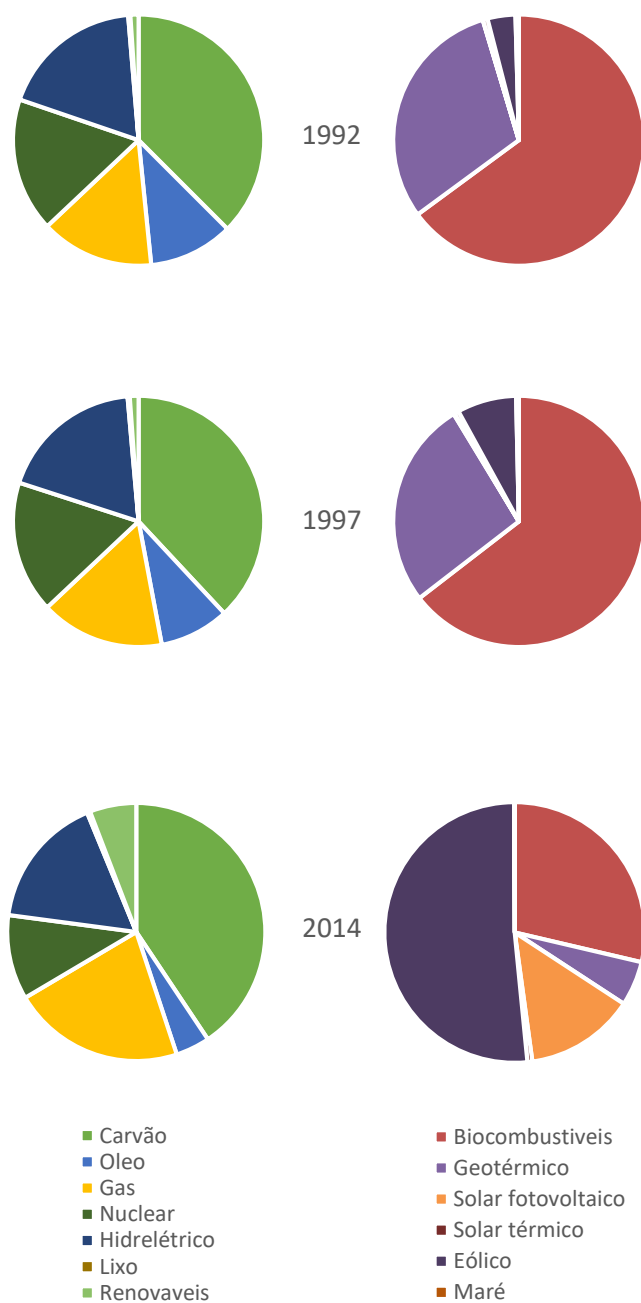


Figura 1.1- Evolução da produção global de eletricidade, com foco na mistura das renováveis (excluindo o hidrelétrico).

Fonte: IEA, 2016

Segundo os dados da IEA, a quantidade de energia produzida por fontes renováveis, excluindo a tecnologia do hidrelétrico, ficou em duas décadas dez vezes maior, passando da 129114 GWh no 1992 a 1393156 GWh no 2014. A porcentagem não tem a mesma tendência devido ao aumento total da energia produzida no mundo. Considerando os dados do 2014, juntando as fontes renováveis com o hidrelétrico, obtém-se uma porcentagem de energia limpa superior ao 20%. Os objetivos postos das organizações internacionais estão ainda longe, considerando as previsões em termos de desenvolvimento da população global, mas sem dúvida é um marco importante.

## **1.2 Energia eólica**

A tecnologia do setor eólico hoje em dia é, junta com a do solar, uma das mais desenvolvidas e confiáveis. Elas sozinhas cobrem, como mostrado pelos dados da Figura 1, quase o 75% da energia limpa produzida, sendo quase o 50% coberto da eólica. A energia eólica mesmo é a que tinha registrado o aumento mais significativo entre todas, passando, no nível global, de uma quantidade de energia de 4638 GWh no 1992 a 717293 GWh no 2014 (IEA, 2016).

Desde o seu uso nos moinhos para bombeamento de água até o uso de hoje para geração de eletricidade, a energia eólica é, entre as fontes renováveis, uma das mais difundida no mundo, sendo seu aproveitamento bastante simples: trata-se de adequar tecnologias já existentes das turbinas ao uso específico. Isso justificou o rápido desenvolvimento da tecnologia e o crescimento da potência instalada. O desafio principal de hoje em dia é baixar o custo da energia produzida por meio de turbinas eólicas, para ficar competitiva com as fontes tradicionais de energia e o crescimento da porcentagem de energia limpa se tornar mais rápido.

Baseado sobre o mecanismo de funcionamento do rotor, ou seja, a interação do aerofólio da pá com a vazão de ar, as turbinas eólicas podem ser distinguidas em duas categorias: as onde a força de propulsão é a sustentação (lift), e as onde essa força é o arrasto (drag), respectivamente as componentes da força perpendicular e paralela à direção do vento, indicadas na figura abaixo.

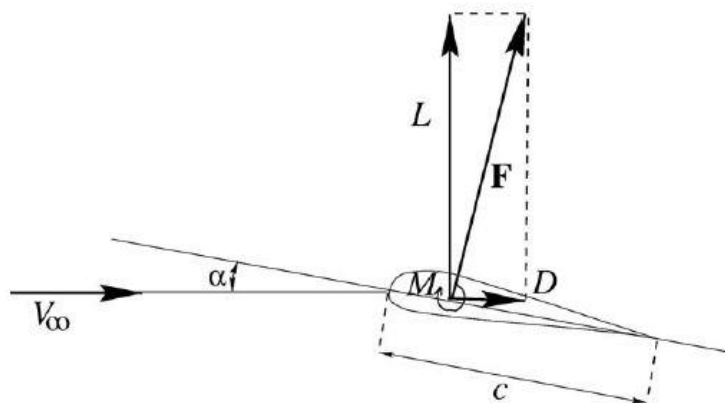


Figura 1.2 - Interação aerofólio-ar: forças de sustentação (L) e arrasto (D).

Fonte: Hansen, 2008

A diferente forma construtiva da turbina condiciona muito o funcionamento dela, e o seu desempenho. Todas as modernas turbinas eólicas são baseadas na força de sustentação, que resulta ser mais eficiente da força de arrasto na extração da potência do vento. Exemplos das duas configurações são apresentados na figura seguinte.

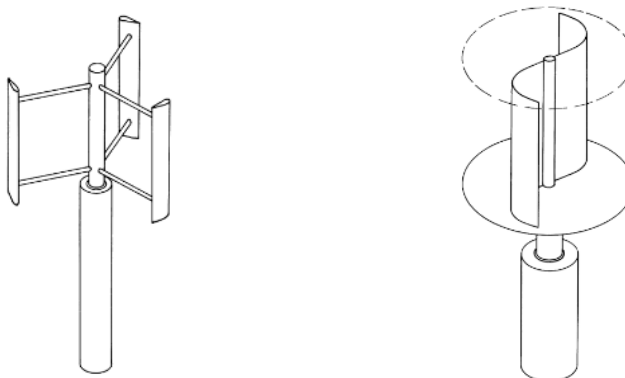


Figura 1.3 - Exemplos de turbinas por sustentação (esquerda) e arrasto (direita).

Fonte: Hau, 2000

As turbinas eólicas basicamente consistem em algumas pás rotativas semelhantes as pás de hélice. Se essas pás são conectadas a um eixo horizontal, assim que a seção do rotor é perpendicular à direção do vento, a turbina é chamada de turbina de eixo horizontal (HAWT), enquanto que se conectadas a um eixo vertical, assim que

a seção do rotor é paralela à direção do vento, essa é chamada de turbina de eixo vertical (VAWT), que é o tópico deste trabalho. Exemplos de ambas as configurações são ilustrados na figura seguinte.



Figura 1.4 - Turbina de eixo horizontal (esquerda) e vertical (direita).

Fonte: Hau, 2000

Apesar do fato que as turbinas de eixo vertical foram as primeiras turbinas em ordem cronológica construídas para aproveitar a energia do vento, os pesquisadores e as empresas modernos perderam interesse nelas devido a percepção que elas não podiam ser utilizadas para geração em grande escala. Por isso nas ultimas décadas o desenvolvimento do setor eólico interessou quase totalmente as turbinas de eixo horizontal. Porém, o estudo das de eixo vertical continuou paralelamente, e no tempo mostrou como, por ter algumas vantagens práticas, elas tornam-se mais adequadas para específicas condições de funcionamento, como elevadas velocidades do vento e fluxos turbulentos. Outras grandes vantagens são a independência da direção do vento, sem mecanismos de guinada; uma maior estabilidade estrutural; a possibilidade de colocar o grupo gerador na base do eixo, por uma mais simples manutenção; a eficiência ideal mais elevada; e o menor barulho produzido. Por estas razões, as turbinas de eixo vertical resultam mais adequadas, por exemplo, para aplicações em contextos urbanos, enquanto que continuam a ser pouco atraentes do ponto de vista econômico por geração em grande escala.

### 1.3 Geração distribuída

O da geração distribuída é o último dos conceitos chave que constituem o quadro do presente trabalho. A potência distribuída é uma potência gerada perto do ponto de utilização ou nesse ponto mesmo. Embora não haja uma definição standard, sistemas de geração distribuída não produzem acima de 100 MW.

No atual paradigma de geração centralizada de potência, a eletricidade é produzida principalmente por sistemas de grande escala, e enviada por meio das linhas de transmissão e das redes de distribuição ao consumidor. Porém, as recentes buscas para eficiência e confiabilidade energéticas e a redução das emissões dos gases de efeito estufa levaram para uma exploração de eventuais possibilidades de alterar o atual paradigma com o fim de aumentar o desempenho global. Nesse contexto, uma das melhores alternativas é a geração distribuída mesmo. Historicamente, geradores distribuídos foram capazes de complementar a produção centralizada, fornecendo soluções para compensar as falhas dos sistemas centrais e para ajustar na hora o suprimento de energia. É, então, uma concepção já existente do modo de produzir potência, que pode também aproveitar de tecnologias existentes, e favorecer a virada das fontes convencionais para as renováveis. Sob o aspecto técnico da questão, há muitos pontos fracos no paradigma centralizado, que podem ser melhorados através da introdução da geração distribuída:

- ◆ Custos de transmissão e distribuição: eles constituem um dos maiores defeitos do sistema atual. Esses custos, na média, cobrem até o 30% do custo da eletricidade a baixa tensão entregue ao consumidor, e são o resultado maiormente de perdas de linha e de conversão, a última ocorrendo quando as características do fluxo de potência têm que ser adequadas às especificações da rede, por exemplo quando se muda a tensão na passagem da linha de transmissão para a rede de distribuição;
- ◆ Investimentos nas redes de transmissão e distribuição: para cumprir as necessárias melhorias nos sistemas de transmissão e distribuição, significativos investimentos tornam-se necessários. A introdução do sistema de geração distribuída pode constituir um bypass pelas atuais redes de transmissão e distribuição, evitando esses investimentos, cujo montante, segundo a IEA é, só para os países da OECD até o 2030, entre 3000 e 3500 bilhões de dólares.



- ◆ Eficiência energética: apesar de ter sido um dos fatores que, na década do 90, favoreceu a concentração da produção de potência, podendo largas estruturas lidar com maiores pressões e temperaturas, esse ganho de eficiência começou com o tempo a diminuir, sendo compensado por o incremento dos custos de operação e manutenção e dos materiais, e pela menor vida útil desses últimos mesmo, sujeitos à maiores estresses. Para incrementar a eficiência energética sem recorrer à maiores pressões, podem por exemplo ser utilizados sistemas de cogeração: a eficiência total obtida combinando eletricidade e calor vai até o 90%, enquanto que a geração de eletricidade só raramente vai acima do 40%. Além disso, o fato que o calor e o vapor são mais difíceis a ser transportados, eles justificam a produção perto do ponto de consumo.
- ◆ Segurança e confiabilidade: a presença de um único produtor de energia e uma única rede de transmissão e distribuição pode ficar um grande problema no suprimento em caso de falhas, problema que pode ser evitado com a introdução de mais produtores de menor tamanho. Também isto pode ajudar no controle dos preços da eletricidade entregue: um mercado mais flexível garante uma maior estabilidade de preços.
- ◆ Impacto ao meio ambiente: evitar as perdas relativas ao transporte da eletricidade, a possibilidade de aumentar a eficiência através da cogeração e de diferenciar os combustíveis, favorecendo o uso de fontes limpas, são meios chave para diminuir o impacto ambiental do setor da produção de potência, ele sozinho responsável, levando em conta o aspecto das emissões só, do 48,8% das emissões totais de dióxido de carbono e do 9,1% das de óxidos de nitrogênio (World Data Bank, 2008).

## 1.4 Objetivos

Juntando o conteúdo das seções anteriores obtém-se o quadro completo da ideia que quer ser transmitida através do desenvolvimento do presente trabalho. Como já apresentado, o objetivo deste trabalho é a modelagem de uma turbina eólica de eixo vertical por uso doméstico. Tomando novamente os dados IEA, pode-se construir um gráfico que mostra a composição do consumo final de energia por setor.

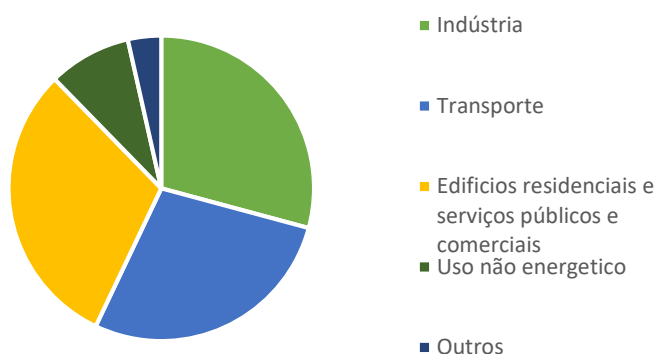


Figura 1.5 - Consumo total final de energia.

Fonte: IEA, 2016

Em uma perspectiva de geração distribuída, é possível considerar cada edifício como um ponto de produção delocalizada de potência, para seu uso mesmo, obtendo na melhor das hipóteses os chamados “*zero net energy buildings*”, e para imissão na rede de um eventual excedente. Também, supondo que esta quantidade de energia necessária ao uso residencial e o relativo a serviços públicos e comerciais seja suprida completamente por fontes renováveis, teríamos um terço do consumo total de energia do mundo, ou um quarto da energia total produzida (IEA, 2016), coberto por energia limpa. Esta porcentagem pode ser incrementada considerando o setor hidrelétrico.

O desenvolvimento de soluções tecnológicas nesta perspectiva permitiria de melhorar a situação em relação ao meio ambiente. A virada para o gás natural e para maiores eficiências no resto da mistura das fontes de aproveitamento energético seria mais um fator de melhoria. Obviamente há muitas questões técnicas relativas a tudo isso, primeiramente ligadas às características da rede de distribuição, que tem que lidar com as prerrogativas das fontes renováveis como a intrínseca volatilidade delas. Tornam-se, então, necessários investimentos neste sentido, para garantir uma maior flexibilidade da rede, uma maior capacidade para a introdução de novos geradores, e, além disso, também ajustes à atual política de regulação do mercado, para tornar esses novos geradores competitivos com os grandes.

## 2 TEORIA AERODINÂMICA

### 2.1 Introdução

Uma turbina eólica é um dispositivo que extrai energia cinética do vento. Removendo parte da sua energia o vento é por consequência desacelerado, mas só a porção que atravessa o disco do rotor. Como nas quase totalidade das aplicações relativas a esse campo o número de Mach é menor do limiar de incompressibilidade, podemos considerar o fluxo incompressível, e por isso a uma redução de velocidade através do rotor corresponde um aumento da seção do tubo de fluxo, como mostrado na figura abaixo (no caso específico, uma turbina de eixo horizontal).

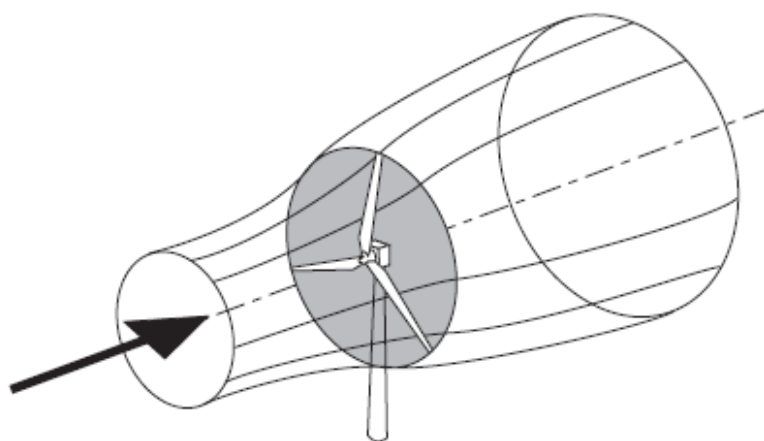


Figura 2.1 - Extração de energia em uma turbina eólica.

Fonte: BURTON, 2001

Apesar da energia cinética ser extraída do fluxo de ar, uma mudança na forma de degra da velocidade não é nem possível nem desejável, pois introduz acelerações enormes e por consequência enormes forças. Energia de pressão, ao contrário, pode ser extraída dessa maneira, e todas as turbinas eólicas, de qualquer forma construtiva, trabalham desse jeito.

A presença da própria turbina causa no vento em chegada uma desaceleração, tal que a velocidade do vento já na seção do disco é menor da de fluxo imperturbado. Como ainda não há produção de trabalho, verifica-se um aumento da seção de passagem e da pressão estática. Na hora do vento passar através do rotor, há uma queda de pressão tal que atrás dele o valor da pressão é sub-atmosférico. O vento procede então com velocidade reduzida e pressão sub-atmosférica, na região chamada de esteira. Mais longe atrás do rotor o valor da pressão estática vai se restaurar ao nível atmosférico.

## 2.2 O disco atuador

O conceito do disco atuador é basicamente um modelo 1-D de um rotor, que explica simplesmente os fenômenos mencionados anteriormente. Usando esse modelo é possível derivar relações simples entre as velocidades que caracterizam o fluxo com a força de impulso e a potência de eixo absorvida. O impulso é a força na direção axial que só pode resultar da queda de pressão através do rotor (sendo o tubo de fluxo que envolve o rotor cercado de ar a pressão atmosférica, que fornece uma força líquida nula), responsável pela desaceleração do vento da velocidade de fluxo imperturbado àquela da esteira, e tem a forma:

$$T = \Delta p A, \quad (2.1)$$

Onde  $A$  é a área do rotor. O fluxo é em regime permanente, incompressível e invíscido. Então a equação de Bernoulli pode ser aplicada entre as seções de fluxo imperturbado e a na frente do rotor e entre aquela apenas atrás dele e a longe na esteira. Uma visualização dos fenômenos envolvidos é dada pela Figura 2.2.

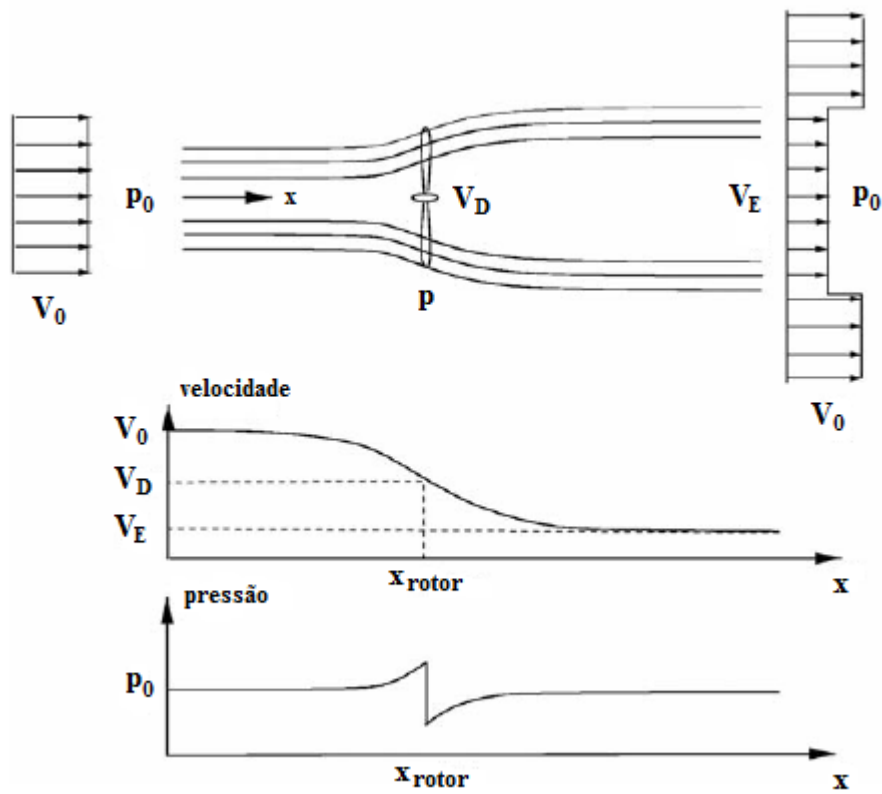


Figura 2.2 - Interação do disco com o fluxo.

Fonte: HANSEN, 2008

Baseado nesta figura, podemos formular a equação de Bernoulli como segue:

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho V_0^2 = p + \frac{1}{2}\rho V_D^2, \quad (2.2)$$

$$p - \Delta p + \frac{1}{2}\rho V_D^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho V_E^2, \quad (2.3)$$

E, combinando as duas:

$$\Delta p = \frac{1}{2}\rho(V_0^2 - V_E^2). \quad (2.4)$$

Agora, seguindo a derivação do HANSEN [8], tem-se, como expressão pelo impulso e pela potência de eixo, nas hipóteses mencionadas:

$$T = \rho A V_D (V_0 - V_E), \quad (2.5)$$

$$P = \frac{1}{2}\rho A V_D (V_0^2 - V_E^2). \quad (2.6)$$

A primeira formula, combinada com a (3.1), e a (3.4), fornece uma observação interessante:

$$V_D = \frac{1}{2}(V_0 + V_E). \quad (2.7)$$

Definindo agora o fator de indução de velocidade axial como:

$$a = \frac{V_0 - V_D}{V_0}, \quad (2.8)$$

Tem-se, por a mesma definição:

$$V_D = (1 - a)V_0, \quad (2.9)$$

E combinando esta com a (3.7):

$$V_E = (1 - 2a)V_0. \quad (2.10)$$

Com essas equações pode-se expressar o impulso e a potência em função do fator de indução:

$$T = 2\rho V_0^2 a(1 - a)A, \quad (2.11)$$

$$P = 2\rho V_0^3 a(1 - a)^2 A. \quad (2.12)$$

Agora, a potência máxima que é possível extrair numa seção igual a área do disco é:

$$P_{máx} = \frac{1}{2}\rho A V_0^3, \quad (2.13)$$

E daqui, pela definição do coeficiente de potência e de força axial, obtém-se:

$$C_P = \frac{P}{P_{máx}} = 4a(1 - a)^2, \quad (2.14)$$

$$C_X = \frac{T}{T_{máx}} = 4a(1 - a), \quad (2.15)$$

Sendo, da definição do impulso e a (3.4), pondo  $V_E = 0$ :

$$T_{máx} = \frac{1}{2}\rho A V_0^2. \quad (2.16)$$

Segue abaixo um gráfico que mostra as funções apenas definidas em função do coeficiente de indução.

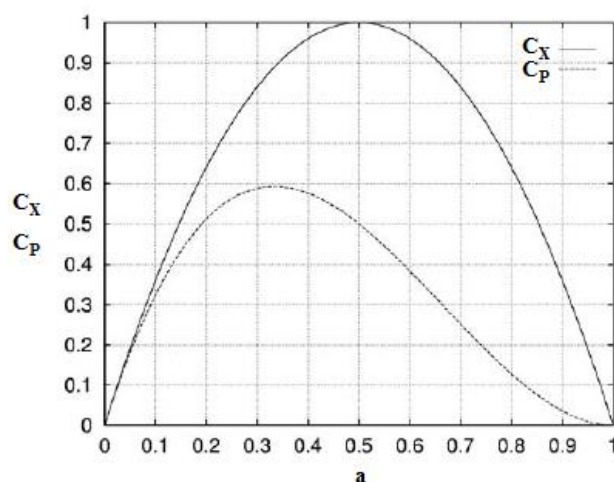


Figura 2.3 - Coeficientes de potência e de força axial em função do fator de indução.

Fonte: HANSEN, 2008

De maneira muito simples, partindo das equações dos dois coeficientes, pode-se mostrar que os máximos para os coeficientes de força axial e de potência encontram-se nos valores de  $a$  de 0,5 e  $1/3$ . Em particular, o máximo do coeficiente de potência, que por  $a = 1/3$  fica  $C_{p,máx} = 16/27$ , é chamado de limite de Betz para uma turbina eólica ideal. Como será mostrado nos capítulos seguintes, em relação ao coeficiente de força axial, o comportamento descrito por meio dessa função não corresponde à realidade, não descreve os fenômenos físico que realmente acontecem, e, portanto, deverá ser introduzida uma correção que leve em conta tudo isso.

## 3 MODELO AERODINÂMICO

### 3.1 Introdução

No passado, baseado em diferentes teorias, foram elaborados vários modelos matemáticos para a previsão do desempenho e o projeto de uma VAWT do tipo apresentado no presente trabalho. Os aspectos chave de todos os modelos computacionais podem ser resumidos nos seguintes:

- ◆ Resolução dos triângulos de velocidades - ou seja, cálculo das velocidades relativas e dos ângulos de ataque - para cada posição azimutal (orbital);
- ◆ Cálculo do fator de indução de velocidade axial, considerando a interação entre a pá e a sua mesma esteira;
- ◆ Expressões matemáticas para o cálculo das forças normais e tangenciais, baseadas em diferentes abordagens;
- ◆ Correções, na maioria dos casos empíricas ou semi-empíricas, para levar em conta efeitos tridimensionais, entre os quais os mais significativos são os fenômenos de estolamento dinâmico, razão de aspecto finita e correção do Glauert. Todos vão ser explicados em detalhe nos capítulos seguintes.

Referindo-se especificamente ao terceiro ponto deste elenco, os modelos mais estudados e validados para o cálculo das forças normais e tangenciais surgindo na interação da pá com o vento são basicamente 2: modelos de quantidade de movimento e de vórtice. No seguinte serão descritas as características, as vantagens e as desvantagens dos dois.

#### 3.1.1 Modelos de quantidade de movimento

Basicamente, por meio dos modelos de quantidade de movimento (também chamados de modelos BEM, *Blade Element Momentum*) o cálculo do campo de velocidade através da turbina é feito igualando a força aerodinâmica na pá paralela ao



fluxo à taxa de variação da quantidade de movimento do fluxo de ar, que é igual à variação geral de velocidade vezes a vazão mássica. Esta força é igual, também, à diferença média de pressão através do rotor. Várias abordagens que podem ser classificadas como modelos de quantidade de movimento foram desenvolvidas nos anos, e serão descritas brevemente no seguinte.

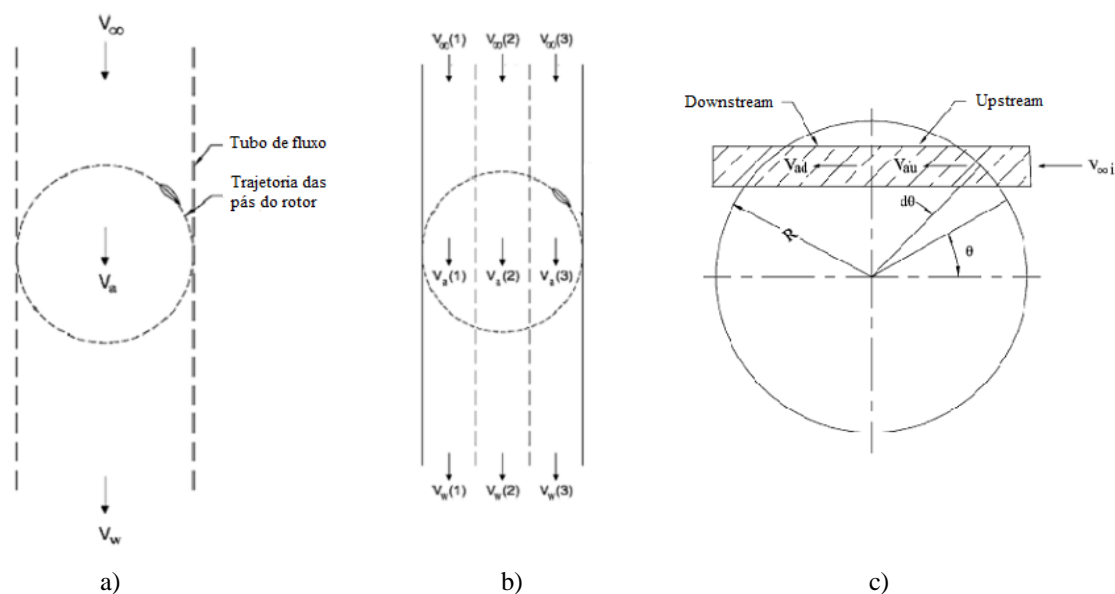


Figura 3.1 - Evolução dos modelos de quantidade de movimento.

Fonte: ISLAM, TING, FARTAJ, 2006

Na Fig. 1.a está mostrado o primeiro modelo de quantidade de movimento em ordem cronológica, formulado por o Templin, chamado de Modelo de único tubo de fluxo, e primeiro também a incorporar a teoria do disco atuador em um modelo aerodinâmico. Neste caso a velocidade induzida é assumida constante na superfície do disco e obtida igualando a força de arrasto paralela ao fluxo à variação axial de quantidade de movimento. Esta hipótese constitui a primeira grande aproximação deste modelo. Para superar este problema, foi introduzida a ideia de utilizar vários tubos de fluxo, obtendo como antes a velocidade induzida, que agora varia ao longo da superfície do disco. Isto levou ao chamado Modelo do múltiplo tubo de fluxo, ilustrado na Fig. 1.b. O disco é dividido em uma série de tubos de fluxos adjacentes e aerodinamicamente independentes, onde o cálculo da velocidade induzida constitui a

diferença entre as duas maiores formulações do modelo, elaboradas primeiramente pelos Wilson e Lissaman, e depois pelo Strickland. No primeiro, o fluxo no interno dos tubos é considerado incompressível e desprovido de viscosidade, assim que só a força de sustentação aparece no cálculo da velocidade. No segundo, ambas as forças aerodinâmicas (sustentação e arrasto) aparecem, fornecendo uma melhor previsão da interação pá-vento ao custo de um levemente maior custo computacional. Afinal, a Fig. 1.c representa a teoria do estado das artes nos modelos analíticos de quantidade de movimento, chamado Modelo de múltiplo tubo de fluxo duplo (DMST). A grande novidade introduzida por esse tipo de modelo é que ele leva em conta o fato que as pás da turbina interagem duas vezes com o fluxo de ar. Esta ideia foi primeiramente introduzida por o Lapin, antes da formulação do modelo do tubo de fluxo múltiplo, com o qual sucessivamente foi combinada criando o modelo citado, formulado em duas expressões diferentes pelo Paraschivoiu e os Read e Sharpe. A diferença entre os dois é constituída pelo fato que o segundo leva em conta a expansão do tubo de fluxo devida à diminuição da velocidade na direção axial causado por a presença da turbina, no enquanto que o primeiro assume tubos de fluxo lineares. Ambos os modelos se mostram bastante em acordo com os dados experimentais.

O modelo DMST baseia-se sobre a divisão da área varrida pelas pás da turbina como combinação de dois seções, chamadas de *upstream* e *downstream*, que podem ser representadas por dois discos atuadores em série. No meio da turbina, assume-se que haja um ponto de equilíbrio onde vai-se restaurar a pressão assintótica. Com esta hipótese, a velocidade no disco *upstream*, similarmente à teoria do Betz, pode ser calculada como a média entre a assintótica e a no meio. Do mesmo jeito é calculada a velocidade no disco *downstream*. O único vínculo entre os dois discos, cujo desempenho pode ser calculado em maneira completamente independente e com as mesmas equações, é que o disco *downstream* tem como input a velocidade na saída do disco *upstream*.

Além de aproximar com um bom grau de confiabilidade os resultados experimentais, a grande vantagem destes tipos de modelos, em geral, é o de ter elevada eficiência do ponto de vista computacional, com respeito aos outros que serão apresentados no seguinte, caracterizados por tempos de simulação muito mais compridos. Por isso podem ser utilizados para rolar rapidamente simulações, e dar uma

estimação confiável do desempenho da turbina. Do outro lado, as suas hipóteses simplificadoras limitam o campo de aplicabilidade do modelo. A complexidade da física do fluxo através de uma VAWT impõe o uso de modelos mais avançados para obter melhores resultados com os modelos DMST. É possível, de fato, efetuar algumas correções, a maioria empíricas, para levar em conta efeitos tridimensionais. A elaboração de um modelo DMST corrigido é o objetivo do presente trabalho.

### 3.1.2 Modelos dos vórtices

Os modelos dos vórtices são basicamente modelos de fluxo potencial baseados sobre o cálculo do campo de velocidade ao redor da turbina através da influência da vorticidade na esteira das pás. Elas são representadas como *bound* vórtices cuja intensidade (circulação,  $\Gamma$ ) é determinada usando set de dados do aerofólio e os resultados do cálculo da velocidade relativa e do ângulo de ataque. O sistema de vórtices por uma pá é mostrado na Fig. 2.

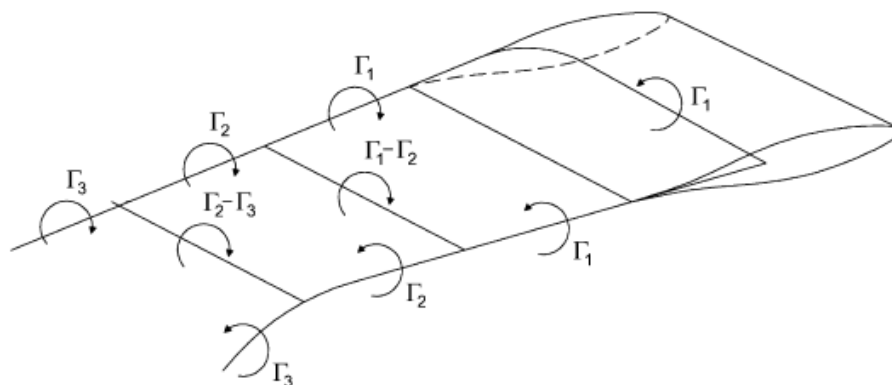


Figura 3.2 - Sistema de vórtices associado a uma pá.

Fonte: ISLAM, TING, FARTAJ, 2006

A intensidade dos *bound* vórtices e os da *trailing tip* são iguais como consequência do teorema da vorticidade de Helmholtz. De acordo com a figura, a intensidade dos vórtices derramados na direção do fluxo muda em várias ocasiões. Em cada uma delas,

é derramado um vórtice na direção paralela à pá, e a sua intensidade é igual à variação da dos *bound* vórtice como prescrito pelo teorema do Kelvin.

Em cada ponto do campo de fluxo a velocidade do fluido é a soma da velocidade do vento não perturbada e a induzida por todos os filamentos de vórtices no campo. A contribuição da velocidade induzida pode ser calculada pela lei de Biot-Savart, que a associa à intensidade do vórtice. Para segurar o fechamento do problema, é precisa uma relação entre a intensidade do *bound* vórtice e a velocidade induzida em um segmento de pá. A solução é combinar a lei de Kutta-Joukowski, que associa a força de sustentação com a circulação do vórtice, e a formulação da mesma força por meio do coeficiente de sustentação do aerofólio. Uma vez determinado o campo de velocidade induzida o cálculo das interações é de forma simples.

Com o tempo foram elaborados vários modelos baseados nesta teoria, que mostra melhor compatibilidade com os dados experimentais. Apesar das simplificações assumidas, como a do fluxo potencial, e a inclusão dos efeitos da viscosidade por meio de coeficientes empíricos, ele é considerado como o melhor modelo na previsão do desempenho da turbina, permitindo um cálculo mais preciso das forças instantâneas das pás e o fluxo da esteira atrás do rotor. A principal desvantagem deste modelo é que ele exige um grande dispêndio do ponto de vista computacional, sendo os tempos de simulação muito compridos, e por esta razão foi preferido o outro. Além disso, ele sofre as vezes de problemas de convergência também.

### 3.2 Formulação do modelo

Como antecipado no capítulo anterior, o modelo aerodinâmico a ser desenvolvido é um modelo do tipo DMST corrigido, para levar em conta efeitos tridimensionais que caracterizam a física do fluxo nas pás de uma VAWT. Antes de falar sobre as correções que vão ser aplicadas ao modelo geral, é bom dar uma ideia da estrutura conceitual dele mesmo.

O objetivo do modelo em questão é o cálculo do campo de velocidade ao longo das superfícies dos dois discos, aliás o cálculo do fator de indução axial de velocidade

a. A discretização de cada disco em múltiplos tubos de fluxo serve a ressaltar a natureza estritamente local desse fator, que será depois calculado por meio de uma estrutura iterativa igualando as expressões da força axial sofrida pelas pás extrapoladas das teorias da quantidade de movimento e do elemento de pá (por isso é chamado método BEM, *Blade element – Momentum*). A influência do fator de indução angular, importante pelas turbinas de eixo horizontal, é neste caso desprezível, e, portanto, não será considerado.

Na figura seguinte, Fig. 3, é apresentado um mapa conceitual do processo computacional a ser desenvolvido, por enquanto sem as correções, que serão explicadas sucessivamente. Todas as etapas e as grandezas mencionadas serão ilustradas logo depois do mapa. Repare-se, de novo, que o único vínculo entre os dois ciclos, *upstream* e *downstream*, é representado pela velocidade de saída do primeiro ciclo, que é usada como velocidade de fluxo não perturbado no segundo, devido à restauração da pressão assintótica no meio da turbina.

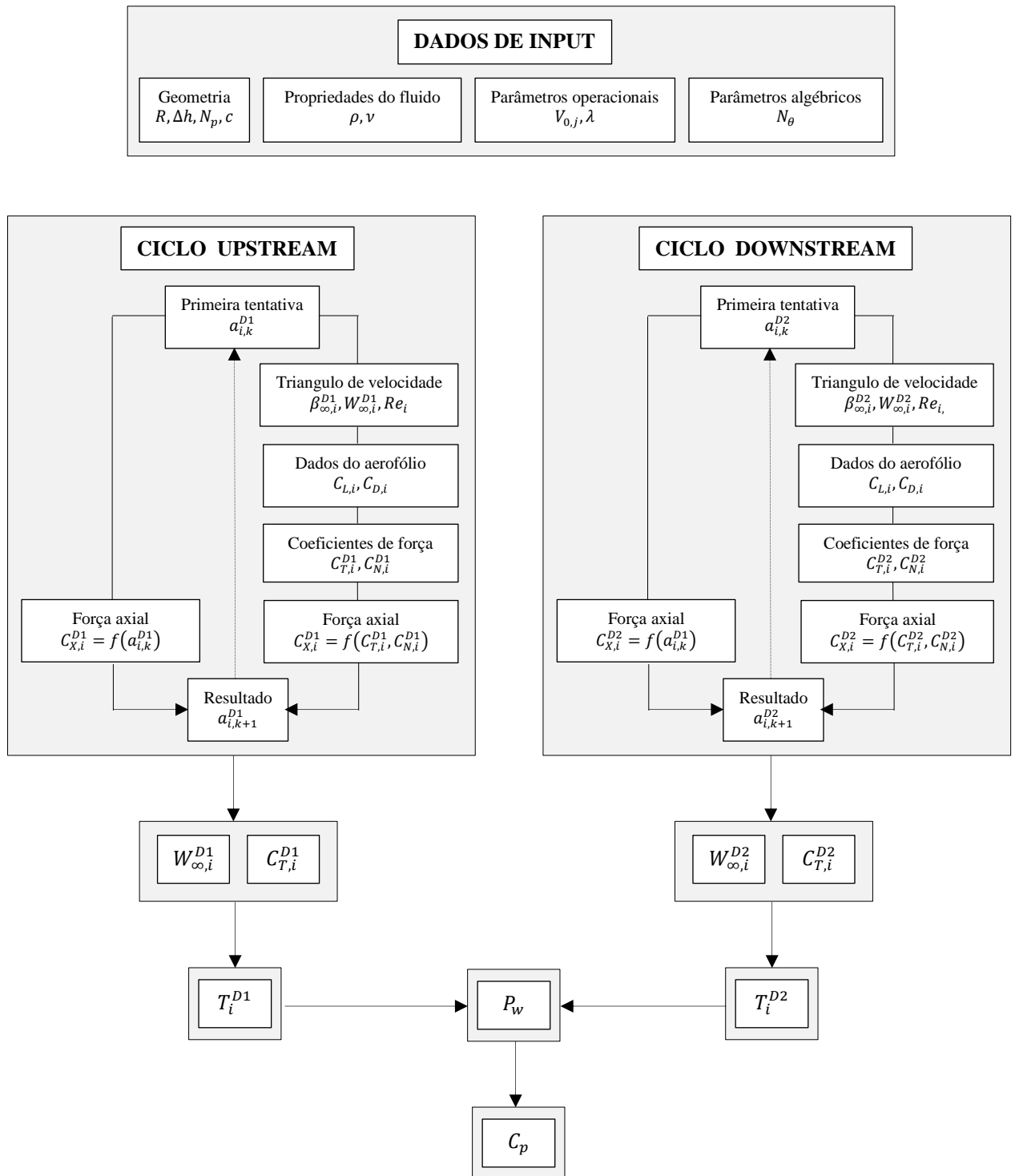


Figura 3.3 - Mapa conceitual do modelo DMST.

O processo iterativo ilustrado no mapa tem que ser aplicado para cada tubo de fluxo. Etapa *a priori*, então, é a discretização do tubo de fluxo que envolve a superfície

varrida pelas pás da turbina. Cada tubo de fluxo é identificado por um péndice  $i$ , que indica a posição azimuthal do tubo de fluxo. Essa discretização, como já dito, é feita para ressaltar a natureza local do fator de indução axial. Sendo o modelo elaborado para reproduzir o comportamento da turbina em um túnel de vento, pode-se desprezar a variação longitudinal da velocidade, que tem que ser considerada no caso de experimento em campo livre. Uma visualização da discretização do tubo de fluxo geral é dada pela Fig. 5.

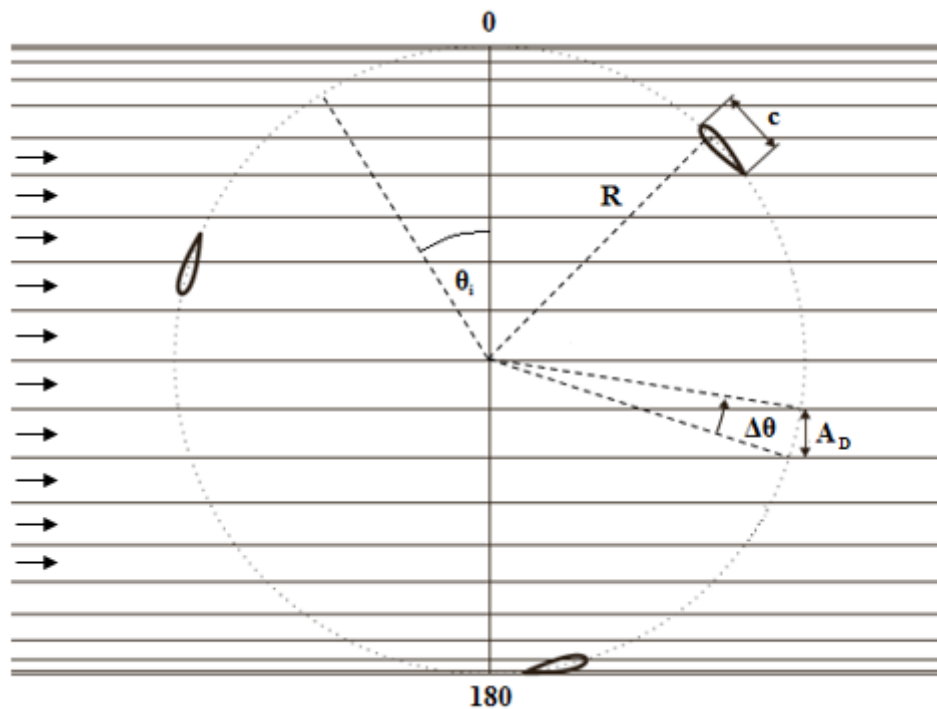


Figura 3.4 - Discretização azimuthal do tubo de fluxo.

Fonte: GOUDE (adaptado), 2012

Em um plano equatorial, o tubo de fluxo é discretizado por porções  $\Delta\theta$  constantes, o que implica uma redução da área projetada no plano ortogonal ao fluxo por ângulos próximos à  $0^\circ$  e  $180^\circ$ , sendo:

$$A_D = R\Delta\theta\Delta h\sin\theta_i. \quad (3.1)$$

Repare-se que, como mostrado na mesma figura, assume-se que os tubos de fluxo sejam paralelos entre eles, sem expansão devida à desaceleração do vento por mão das pás da turbina. Consequência disto é que os tubos de fluxo podem ser considerados

independentes dos outros, enquanto que considerando a expansão deles vão ser acoplados.

Dados de input do algoritmo apresentado são, como apresentado no mapa:

- ◆ Geometria da turbina: raio, altitude (comprimento da pá), número de pás e corda do aerofólio;
- ◆ Propriedades do fluido: densidade e viscosidade, basicamente funções das condições do ar ambiente;
- ◆ Alguns parâmetros operacionais: velocidade de entrada e razão de velocidade de ponta de pá. Os dois serão variados para conferir o comportamento da turbina nas várias condições;
- ◆ Parâmetros algébricos: número de canais em que o tubo de fluxo geral foi discretizado,  $N_\theta$ .

Uma vez discretizado o tubo de fluxo, passa-se aos cálculos verdadeiros, operados para cada canal, na seção *upstream* e *downstream*. No seguinte será apresentado o procedimento para o disco de *upstream* só, sendo o outro perfeitamente idêntico, a menos de especificar a velocidade de fluxo não perturbado.

A Fig. 5 abaixo mostra, em um plano equatorial, o triângulo de velocidade por um aerofólio rodando no sentido anti-horário, entre os ângulos de  $0^\circ$  e  $90^\circ$ . Vale a pena notar que foi assumido um ângulo de passo nulo.



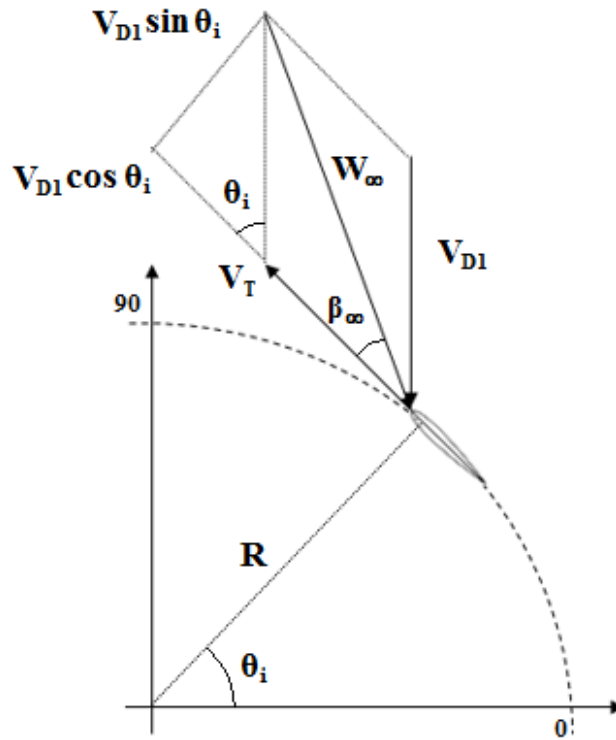


Figura 3.5 - Triângulo de velocidade por um aerofólio no upstream.

Agora, dados como parâmetro operacional de input o  $\lambda = \frac{\Omega R}{V_0}$ , do qual calcula-se  $\Omega$ , e a definição do fator de indução axial de velocidade (3.8), que permite de calcular a velocidade no disco  $V_{D1,i}$ , chutando inicialmente para  $a$  um valor de primeira tentativa, o triângulo de velocidade é logo resolvido, através das seguintes equações:

$$\varphi_{\infty,i} = \arctan\left(\frac{V_{D1,i} \sin \theta_i}{V_{D1,i} \cos \theta_i + \Omega R}\right) = \arctan\left(\frac{(1-a_i) \sin \theta_i}{(1-a_i) \cos \theta_i + \lambda}\right) = \beta_{\infty,i} + \beta'_c = \beta_{\infty,i}; \quad (3.2)$$

$$W_{\infty,i} = \sqrt{(V_{D1,i} \cos \theta_i + \Omega R)^2 + (V_{D1,i} \sin \theta_i)^2}; \quad (3.3)$$

$$Re_i = \frac{c W_{\infty,i}}{\nu}. \quad (3.4)$$

Uma vez que o triângulo de velocidade está resolvido, e dispõe-se dos valores do ângulo de ataque e do número de Reynolds, é possível achar os coeficientes aerodinâmicos experimentais das forças de sustentação e arrasto, interpolando sobre o ângulo de ataque e o número de Reynolds dos dados disponíveis. Uma visualização das forças envolvidas é dada pela Fig. 6.

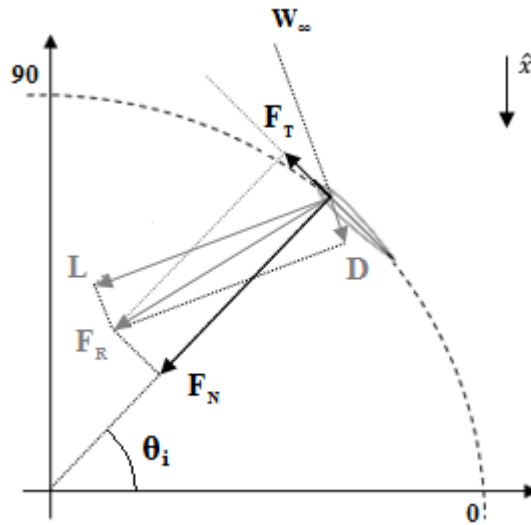


Figura 3.6 - Forças aerodinâmicas no aerofólio no upstream.

Como mostrado na foto, tem-se as forças de sustentação  $L$  e a de arrasto  $D$  nas direções respectivamente ortogonal e paralela à da velocidade de referência  $W_{\infty}$ , e aplicadas ao centro de forças do aerofólio. A soma destas forças dá como resultado a resultante  $F_R$ , decomposta nas duas componentes de força normal  $F_N$  e tangencial  $F_T$  ao longo das direções normal e tangencial à corda do aerofólio. Com estas ultimas componentes de força vão ser calculados o torque e a força axial. Ressalte-se que, por construção, tem-se também que o ângulo entre a direção da sustentação e a normal (radial) é igual ao mesmo ângulo de ataque. Por definição dos coeficientes de força normal e tangencial:

$$C_{N,i} = C_{L,i} \cos \beta_{\infty,i} + C_{D,i} \sin \beta_{\infty,i}; \quad (3.5)$$

$$C_{T,i} = C_{L,i} \sin \beta_{\infty,i} - C_{D,i} \cos \beta_{\infty,i}, \quad (3.6)$$

E daqui as forças:

$$F_{N,i} = \frac{1}{2} \rho W_{\infty,i}^2 c \Delta h C_{N,i}; \quad (3.7)$$

$$F_{T,i} = \frac{1}{2} \rho W_{\infty,i}^2 c \Delta h C_{T,i}; \quad (3.8)$$

Agora, como antecipado, é possível calcular a resultante na direção axial. Esta força será a relativa a uma pá da turbina, e portanto para obter a força axial total ela deve ser multiplicada pelo número de pás. Esta força será mediada para obter a contribuição local de cada canal, e afinal expressa como função dos coeficientes de força.

$$F_{X,i} = F_{N,i} \sin \theta_i - F_{T,i} \cos \theta_i; \quad (3.9)$$

$$\overline{F_{X,i}} = N_P \frac{\Delta \theta}{2\pi} F_{X,i}; \quad (3.10)$$

$$C_{X,i}^{D1} = \frac{\overline{F_{X,i}^{D1}}}{\frac{1}{2} \rho V_0^2 A_D} = \frac{N_{PC} W_{\infty,i}^2}{2\pi R V_0^2} \frac{1}{|\sin \theta_i|} (C_{N,i} \sin \theta_i - C_{T,i} \cos \theta_i). \quad (3.11)$$

Esta formulação pelo coeficiente de força axial será logo igualada com a da teoria monodimensional da quantidade de movimento (3.15), obtendo:

$$4a_i^{D1}(1 - a_i^{D1}) = \frac{N_{PC} W_{\infty,i}^2}{2\pi R V_0^2} \frac{1}{|\sin \theta_i|} (C_{N,i} \sin \theta_i - C_{T,i} \cos \theta_i) \quad (3.12)$$

Esta é a equação resolutive à base do processo iterativo para achar o valor do fator de indução de velocidade axial  $a_{i,j}$  para cada canal  $ij$ . O critério de convergência é estabelecido como:  $|(a_i^{D1})_{k+1} - (a_i^{D1})_k| < 10^{-5}$ . Como será mostrado nos capítulos seguintes, esta equação está à base de problemas de convergência do modelo. A falta é intrínseca do modelo, não da teoria: sendo ele um modelo iterativo, ele assume um valor inicial do coeficiente de indução de velocidade, e atualiza este valor à cada iteração, pode-se chegar em valores desse fator tais que o valor do coeficiente da força de impulso na formulação referente à quantidade de movimento supere a unidade, fazendo com que o código der erro. Por esta razão, para limitar a amplitude entre dois iterações, foi introduzido um coeficiente de sub-relaxação, de maneira tal que o valor na iteração sucessiva seja mais próximo do valor inicial, segundo o seguinte esquema:

$$(a_i^{D1})_{k+1} = sub * (a_i^{D1})' + (1 - sub) * (a_i^{D1})_k ,$$

Onde o valor do coeficiente de indução marcado com a linha indica o calculado pelo modelo, e o *sub* é o coeficiente de sub-relaxação. Os problemas maiores deste tipo encontram-se no *downstream*, onde o valor deste coeficiente é menor do que no *upstream*.

Os cálculos do ciclo de *downstream*, como já dito várias vezes, podem ser operados de um jeito perfeitamente análogo aos de *upstream*, até utilizando as mesmas equações, tomando alguns cuidados, devidos à variação de algumas grandezas com a modificação da velocidade de fluxo não perturbada, que é função do fator de indução de velocidade do disco de *upstream*. Em baixo são apresentados os gráficos relativos

ao triângulo de velocidade e a interação de forças no disco de *downstream*, e no seguinte são listadas as variações relevantes nas grandezas.

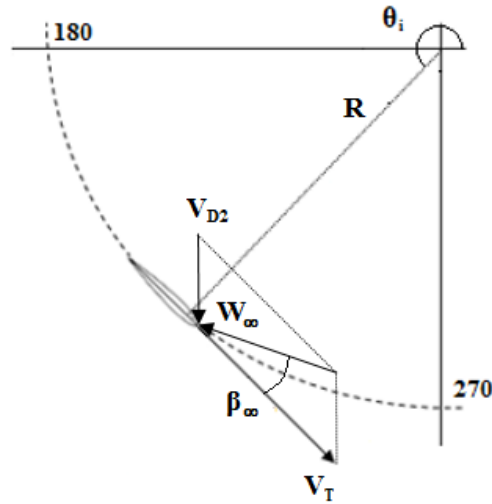


Figura 3.7 - Triângulo de velocidade no downstream.

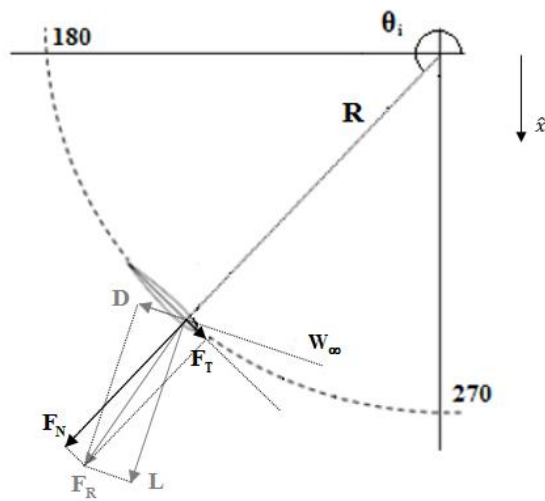


Figura 3.8 - Forças aerodinâmicas no downstream.

A velocidade de fluxo não perturbada, no disco de *downstream*, é a velocidade de saída do disco de *upstream*, que após a troca de forças fica como indicado pela (3.10). Com isso, muda um dos termos da definição de fator de indução, e portanto o cálculo da velocidade no disco de *downstream*, que pode ser mesmo expressa como função da velocidade  $V_0$ :

$$V_{D2,i} = (1 - a_i^{D2})V_{E,i} = (1 - a_i^{D2})(1 - 2a_i^{D1})V_0. \quad (3.13)$$

Com esta expressão da velocidade no disco as grandezas no segundo disco podem ser relacionadas às do primeiro. A modificação mais relevante encontra-se na formulação do coeficiente de força axial pela teoria da quantidade de movimento, que neste caso resulta:

$$C_{x,i}^{D2} = 4a_i^{D2}(1 - a_i^{D2})(1 - 2a_i^{D1})^2. \quad (3.14)$$

Então, a equação resolutive para achar o valor do fator de indução no disco de *downstream* é:

$$4a_i^{D2}(1 - a_i^{D2})(1 - 2a_i^{D1})^2 = \frac{N_{PC}}{2\pi R} \frac{W_{\infty,i}^2}{V_0^2} \frac{1}{|\sin\theta_i|} (C_{N,i}\sin\theta_i - C_{T,i}\cos\theta_i) \quad (3.15)$$

Tomando cuidado de usar as grandezas relativas ao disco correto. O critério de convergência é o mesmo do estabelecido pelo *upstream*.

Resolvidos os dois discos, pode-se finalmente calcular os valores dos torques, calculados para cada canal  $i$  e da potência produzida pela turbina, obtida como média de todas as contribuições, multiplicada pelo número de pás. Última etapa é o cálculo do coeficiente de potência da turbina, que representa uma medida da eficiência dela mesmo. As equações são as seguintes:

$$T_i = \frac{1}{2}\rho W_{\infty,i}^2 c \Delta h C_{T,i} * R; \quad (3.16)$$

$$P_T = N_P \left[ \frac{1}{2N_\theta} (\sum_{k=1}^{N_\theta} \Omega T_i^{D1} + \sum_{k=1}^{N_\theta} \Omega T_i^{D2}) \right]; \quad (3.17)$$

$$C_P = \frac{P_T}{\frac{1}{2}\rho V_0^3 A}.$$

Repare-se que na equação da potência o valor total do torque foi dividido por  $2N_\theta$ , numero total de discos atuadores considerados, e que a área indicada na última equação é a área frontal da máquina:  $A = 2Rh$ .

### 3.3 Correções

O objetivo desta seção é ilustrar as passagens adicionais efetuados na implementação do procedimento apenas descrito. Isso para levar em conta efeitos tridimensionais não considerados por esse modelo que é basicamente em duas dimensões. Todas essas correções são empíricas ou semi-empíricas, e foram introduzidas para reproduzir a real interação da turbina com o vento. Com isso, então, o modelo fica mais consistente com os dados experimentais, e portanto fornece resultados mais confiáveis. Esses ajustes visam simular os efeitos de curvatura de fluxo, razão de aspecto finita, estolamento dinâmico, estado de esteira turbulenta, e modelar como a presença de um perfil de velocidade (e não uma velocidade uniforme) no fluxo não perturbado e da torre da turbina influenciam o desempenho dela. Nos capítulos seguintes a notação será levemente aliviada, mas cada grandeza sempre deve ser referida ao disco e o canal  $ij$  de pertinência.

#### 3.3.1 Curvatura de fluxo

A expressão encontrada no capítulo anterior pelo ângulo de ataque é válida para pá simétrica e infinitamente pequena. Na realidade a pá sofre um movimento rotacional, e a direção da velocidade rotacional ao longo da corda do aerofólio varia continuamente, assim que o fluxo sobre o aerofólio mesmo tem uma natureza curvilínea. Para levar em conta efeitos de curvatura, então, ele tem que ser modificado. Através de técnicas de *conformal mapping* e da transformação de Joukowski, cujas explicações estão além do escopo do presente trabalho, pode-se transformar o problema do aerofólio físico em movimento de rotação em um de aerofólio virtual em fluxo reto. Juntam-se à formulação a hipótese de fluxo potencial bidimensional e a condição de Kutta. A derivação completa da equação é documentada em GOUDE [7], e a expressão final é:

$$\beta'_{\infty} = \arctan\left(\frac{V_D \sin \theta_i}{V_D \cos \theta_i + \Omega R}\right) - \frac{\Omega c x_{0r}}{W_{\infty}} - \frac{\Omega c}{4W_{\infty}}, \quad (3.18)$$

Os últimos dois termos na equação levam em conta a razão corda/raio e a posição de montagem da pá. Hipóteses adicionais na obtenção da expressão foram ângulo de

chaveamento nulo e linhas de fluxo retas, paralelas à corda. A presente adaptação é utilizada no modelo do SHARPE, [19], mas assumindo que a força de curvatura é aplicada na direção normal (ao  $C_N$ ) só e que o ponto de montagem seja no centro da pá (portanto,  $x_{0r} = 0$ ).

### 3.3.2 Razão de aspecto finita

Uma primeira correção dos valores dos coeficientes de força faz uso da teoria simplificada de Prandtl para os propulsores de hélices, envolvendo uma redução adicional do ângulo de ataque, e então da performance do aerofólio. Tudo isso é dado por:

$$\beta''_{\infty} = \beta'_{\infty} - \varepsilon = \beta'_{\infty} - \left| \frac{C_L}{\pi AR} \right|; \quad (3.19)$$

$$C'_D = C_D + \frac{C_L^2}{\pi AR}; \quad (3.20)$$

$$C'_L = C'_L(\beta''_{\infty}), \quad (3.21)$$

Com o *Aspect ratio* definido como  $AR = \frac{h}{c}$ . O fenómeno físico que está atrás desta correção (pá finita) é mostrado na figura seguinte.

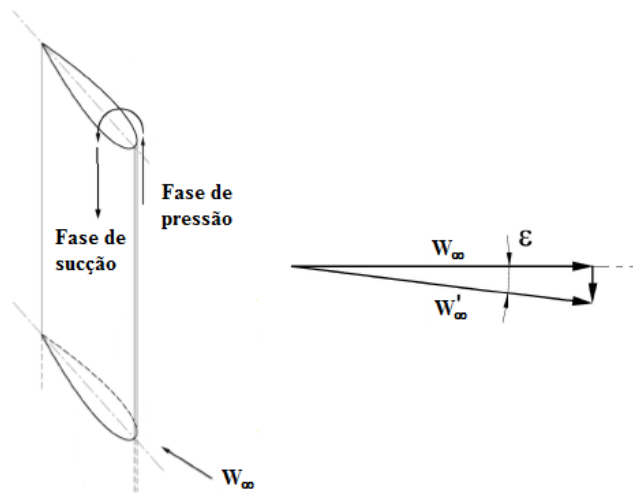


Figura 3.9 - Efeito de razão de aspecto finita.

Aproximando-se à ponta, a pressão tem um valor intermediário entre as das fases de pressão e sucção. Esse gradiente produz uma redução no ângulo de ataque, como antecipado, e então nos coeficientes de força: o de sustentação diminui

apreciavelmente, enquanto que o arrasto, mesmo se é introduzida uma componente adicional induzida pela sustentação, não muda muito.

Vale a pena ressaltar que as equações apenas apresentadas são derivadas na origem na hipótese de ângulo de ataque constante, vórtices de ponta estendendo-se em linha reta atrás da pá, e pá elíptica. Tudo isso tem que ser levado em conta na avaliação da precisão do modelo.

### 3.3.3 Estolamento dinâmico

O estolamento dinâmico é um fenômeno instável complexo relacionado a um aerofólio sujeito à largas e rápidas variações do ângulo de ataque com o tempo. Quando ele ultrapassa o ângulo de estolamento estático, o fluxo vai se destacar da superfície da pá, o que reduz a força de sustentação e aumenta a de arrasto. O mecanismo de separação do fluxo demora um tempinho para desenvolver-se e se a pá aumenta rapidamente o seu ângulo de ataque a força de sustentação pode ser maior que no caso estático por um curto intervalo de tempo. Durante este intervalo um vórtice começa a se formar na superfície da pá e quando ele se derrama a força de sustentação cai. No complexo, nessas condições as características da sustentação e arrasto dinâmicos apresentam uma resposta de histerese que é completamente diferente dos coeficientes estáticos. Quando a turbina opera em regime de baixa razão de velocidade de ponta de pá os ângulos de ataque são maiores, suficientemente para a pá experimentar este fenômeno. Então o objetivo de um modelo de estolamento dinâmico é de simular este comportamento, partindo dos dados experimentais disponível pelo caso estático. GORMONT [6] primeiro desenvolveu um modelo para pás de helicóptero, reproduzindo empiricamente a resposta de histerese através da definição de um ângulo de referência, ao qual são considerados os dados experimentais estáticos e bidimensionais, formulado como:

$$\beta_{ref} = \beta''_{\infty} - K\Delta\beta, \quad (3.22)$$

Onde:

$$K = \begin{cases} 1 & \dot{\beta} \geq 0 \\ -0,5 & \dot{\beta} < 0 \end{cases};$$



$$\Delta\beta = \begin{cases} \gamma_1 S & S \leq S_C \\ \gamma_1 S_C + \gamma_2 (S - S_C) & S > S_C \end{cases};$$

$$S = \sqrt{\left| \frac{c\dot{\beta}}{2W} \right|};$$

$$S_C = 0,06 + 1,5 \left( 0,06 - \frac{t}{c} \right);$$

$$\gamma_1 = \begin{cases} \frac{\gamma_2}{2} & \text{for lift} \\ 0 & \text{for drag} \end{cases};$$

$$\gamma_2 = \gamma_{mx} \max \left\{ 0, \min \left[ 1, \frac{M - M_2}{M_1 - M_2} \right] \right\}.$$

Na tabela seguinte são mostrados os coeficientes desta última relação.  $M_1$ ,  $M_2$  e  $\gamma_{mx}$ .

Tabela 3.1 - Formas específicas de  $M_1$ ,  $M_2$  e  $\gamma_{mx}$ .

Grandeza	Sustentação	Arrasto
$M_1$	$0,4 + 5,0(0,06 - t/c)$	0,2
$M_2$	$0,9 + 2,5(0,06 - t/c)$	$0,7 + 2,5(0,06 - t/c)$
$\gamma_{mx}$	$1,4 - 6,0(0,06 - t/c)$	$1,0 - 2,5(0,06 - t/c)$

Fonte: MASSON, LECLERC, PARASCHIVOIU, 1997

Onde  $M$  é o numero de Mach local,  $\dot{\beta}$  a derivada no tempo de  $\beta$  (ângulo de ataque,  $\beta''$ ) e  $t/c$  é a máxima espessura relativa do aerofólio. Finalmente, os coeficientes dinâmicos são formulados assim:

$$C_L^{dyn} = C_L(\beta_0) + m(\beta'' - \beta_0); \quad (3.23)$$

$$C_D^{dyn} = C_D(\beta_{ref}); \quad (3.24)$$

Onde:

$$m = \min \left[ \frac{C_L(\beta_{ref}) - C_L(\beta_0)}{\beta_{ref} - \beta_0}, \frac{C_L(\beta_{ss}) - C_L(\beta_0)}{\beta_{ss} - \beta_0} \right].$$

$\beta_0$  é qualquer ângulo de ataque conveniente, mas tipicamente é considerado como o ângulo de ataque de sustentação nula, e  $\beta_{ss}$  é o angulo de estolamento estático. Vale a pena reparar que neste modelo o valor do ângulo de referência é diferente pelas duas forças, como mostram claramente as expressões para os coeficientes  $M_1$ ,  $M_2$  e  $\gamma_{mx}$ .

Como notado antes, o modelo de Gormont foi desenvolvido para pás de helicóptero, mas nesta aplicação os ângulos de ataque alcançados são muito menores

que no caso de uma VAWT. Por isso foi estimado que o modelo original de Gormont superestimasse os efeitos de estolamento dinâmico. Para evitar isso foram propostas várias modificações. MASSÉ [13] propôs de calcular os coeficientes dinâmicos baseado em uma interpolação linear entre os coeficientes de Gormont e os estáticos como no seguinte:

$$C_L^{mod} = \begin{cases} C_L + \left[ \frac{A_M \beta_{ss} - \beta}{A_M \beta_{ss} - \beta_{ss}} \right] (C_L^{dyn} - C_L) & \beta \leq A_M \beta_{ss} ; \\ C_L & \beta > A_M \beta_{ss} \end{cases} \quad (3.25)$$

$$C_D^{mod} = \begin{cases} C_D + \left[ \frac{A_M \beta_{ss} - \beta}{A_M \beta_{ss} - \beta_{ss}} \right] (C_D^{dyn} - C_D) & \beta \leq A_M \beta_{ss} ; \\ C_D & \beta > A_M \beta_{ss} \end{cases} \quad (3.26)$$

Onde  $\beta = \beta''$ , e  $A_M$  é uma constante empírica. Massé propôs um valor de 1,8 para esta constante, trocada em futuro pelo BERG [1] até 6. Este valor de  $A_M$  mostra-se de bom acordo com os dados experimentais. Outra proposta do BERG foi de assumir  $\beta_{ss}$  como o ângulo no qual a tendência do coeficiente de sustentação para de ser linear. Neste trabalho será tomado como ângulo de estolamento estático o ângulo do pico da função de sustentação.

### 3.3.4 Estado de esteira turbulenta

Aumentando a razão de velocidade de ponta de pá, o fator de indução aumenta também. Especificamente, por valores do fator de indução próximos à 0,5, o disco atuador comporta-se como um disco impermeável e o fluxo tende a se separar nas bordas: formam-se vórtices, que transportam quantidade de movimento do fluxo na esteira. Tudo isso é chamado de estado de esteira turbulenta. Apesar disso, a formulação do coeficiente de força axial do balanço de quantidade de movimento, sendo uma parábola com concavidade negativa, prevê uma redução deste coeficiente com o aumento do fator de indução, efeito que não tem fundamentos físicos: maior o freio na velocidade de fluxo não perturbado operada pela presença das pás da turbina, maior a troca de forças. Por esta razão aquela lei não é mais válida, e uma correção deve ser introduzida. Várias no tempo foram propostas, mas a mais comum, e a que será implementada no presente trabalho é a correção do Glauert, mostrada na Fig. 10.

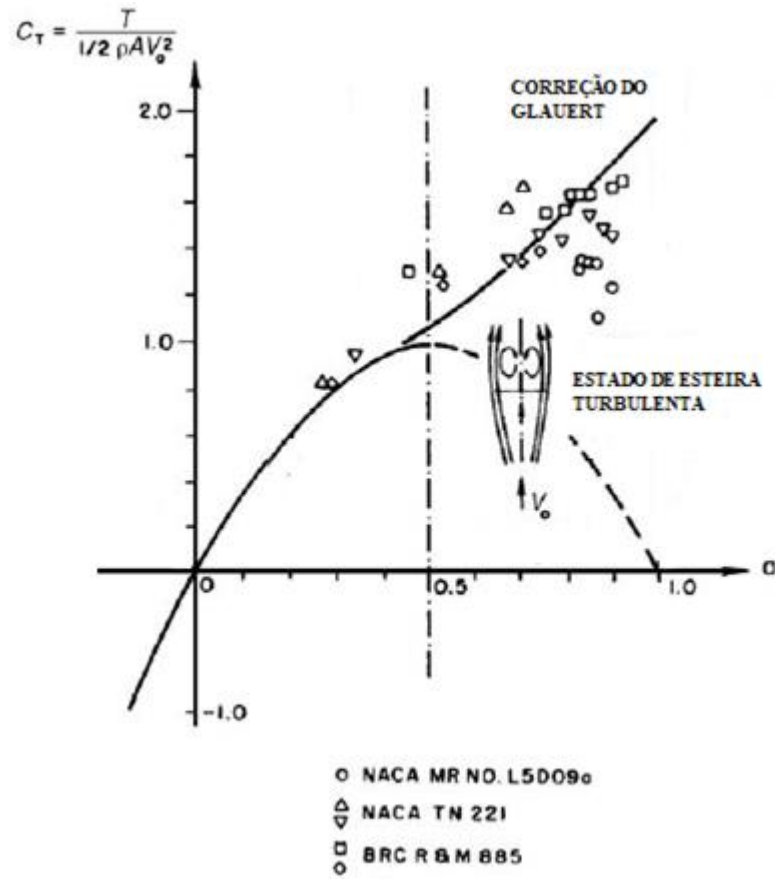


Figura 3.10 - Correção do Glauert de estado de esteira turbulenta.

Fonte: HANSEN (adaptado), 2008

A formulação desta correção – que deve ser uma reta tangente à parábola da teoria da quantidade de movimento no ponto de transição - e do ponto de transição, foram tomadas do BURTON et al. [4], e têm a forma:

$$C_X = C_{X1} - 4(\sqrt{C_{X1}} - 1)(1 - a), \quad (3.27)$$

$$a_T = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{C_{X1}}, \quad (3.28)$$

Onde  $a$  é o fator de indução local,  $a_T$  o ponto de transição e  $C_{X1} = C_X(a = 1)$ . O valor para  $C_{X1}$  que melhor adapta-se aos dados experimentais, e que será tomado aqui, é 1,816 [4]. O valor dado pelo Glauert mesmo era maior, mas ele considerava o caso de uma hélice no estado de *windmill brake* onde os ângulos de ataque são negativos.

## 4 PROTOTIPAGEM E TESTE

Para validar o modelo analítico elaborado e ilustrado no capítulo anterior o método melhor envolve a construção de um protótipo e o ensaio dele em um túnel de vento. O protótipo foi construído de acordo com a geometria definida no modelo, com vários materiais de baixo custo e aproveitando da disponibilidade dos utensílios de usinagem de madeira e metal nas oficinas do Departamento de Mecânica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Para o ensaio foi utilizado o túnel de vento do Instituto de Pesquisas Tecnológicas. Ele é um túnel de vento de circuito aberto e superelevado; pelos seus 40 m de comprimento, é o maior túnel de vento subsônico da América Latina.

Sendo este trabalho desenvolvido paralelamente a um outro, com o mesmo propósito de estudar turbinas eólicas de pequeno porte para aplicações residenciais, mas do tipo Savonius, foi construída uma mesma estrutura para as duas turbinas. Foi utilizado um eixo de aço de diâmetro 30 mm e comprimento 130 cm como estrutura principal, onde encaixar todos os outros componentes. Por esta razão, em uma metade do eixo o diâmetro foi reduzido até 20 mm, de maneira tal de permitir de inseri-lo em um rolamento e acoplá-lo de maneira simples para a instrumentação de medição, constituída por um torquímeter, fornecido pelo mesmo IPT, com fundo de escala de 100 Nm. Pelo caso específico, a utilização deste torquímeter introduziu uma incerteza adicional na medição, sendo o torque a ser medido inferior ao 10% deste fundo de escala. Aos fins da tomada de medição, foi utilizado um freio manual construído com braços de alumínio e uma camada de borracha no ponto de prensagem. O rolamento utilizado é do tipo de roda, e o acoplamento é uma junta flexível, para atenuar as vibrações e evitar desse jeito medições falsadas de torque e velocidade. Para torquímeter ser mantido na posição vertical, e a turbina a uma determinada altura dentro do túnel, foram construídos dois suportes em madeira MDF, dos quais o primeiro foi fixado em uma chapa de MDF abaixo do túnel, e o segundo no mesmo chão do túnel. A instrumentação de medição teve também um tubo de Pitot para medição de pressão, e cálculo de velocidade. O ventilador, que arrasta o ar do externo por sucção, é por sua vez controlado através de um inversor de frequência.

O primeiro protótipo da turbina que é objeto deste trabalho foi construído com apenas 4 peças. As duas pás, retas, de corda constante de 5 cm, de altura de 50 cm e de aerofólio simétrico NACA0015 foram fabricadas a partir de uma chapa de MDF lixando progressivamente a chapa através de uma lixadeira. Em seguida, para uniformar melhor a superfície das pás, e minimizar a rugosidade, foi aplicada uma camada de papel contact. Os braços da turbina, que conectam as duas pás nas extremidades com o eixo, foram fabricados a partir de uma chapa de alumínio composto (ACM), parafusados em discos de alumínio, os quais foram acoplados ao eixo com um acoplamento de tipo chaveta. No momento do ensaio, a turbina conseguiu se manter em rotação só por uma velocidade do vento de cerca 13 m/s, e por isso não se conseguiu levantar dados relevantes com este protótipo. Por velocidades de vento inferiores, a força aerodinâmica produzida pelas pás da turbina fora insuficiente para vencer o torque resistente da estrutura mecânica. Isso de um lado confirma os resultados obtidos pelo modelo analítico, pelo qual a previsão do torque dava como resultado um valor muito baixo. Imprecisões significativas na fabricação e a mecânica da estrutura e dos suportes foram os fatores principais que determinaram este resultado. Não tendo como mudar a estrutura da turbina, optou-se para mudar a arquitetura da própria turbina, de maneira tal que ela produzisse um torque maior.

O segundo protótipo de turbina tinha uma arquitetura com 3 pás, e uma corda de 20 cm, enquanto que o comprimento da pá foi mantido igual, conforme foto abaixo.



Figura 4.1 - Segundo protótipo da turbina.

O processo de fabricação deste segundo protótipo foi diferente. Com o objetivo de minimizar o peso da estrutura da turbina, para não repetir de novo o erro feito antes, as pás, que teriam sido bastante pesadas se construídas do mesmo jeito que no primeiro protótipo, foram fabricadas a partir de um esqueleto de vários aerofólios de madeira, de espessura de 6 mm, cortados em cortadora laser, encaixados em uma longarina feita com um tubo de PVC do tipo hidráulico, do diâmetro de 20 mm, a uma distância de metade de um comprimento de corda um do outro. Este esqueleto foi em seguida encarenado com papel do tipo Kraft, que se adapta bem à aplicação. Foi aplicada também uma camada de fita de Durex no sentido longitudinal para reforçar a encarnamento. Com este processo de fabricação conseguiu-se com certeza alcançar um grau de precisão maior, tendo a cortadora laser uma tolerância menor do que 1 mm. As imprecisões estão todas no posicionamento correto dos aerofólios ao longo da longarina e na aplicação do papel Kraft. Com este segundo protótipo a turbina teve um comportamento muito melhor, conseguindo se manter em rotação já para uma velocidade de 6 m/s. Seja no primeiro que no segundo caso, foi necessária uma movimentação inicial da turbina, tendo ela problemas de auto iniciação.

Como primeiro teste desta nova turbina, tentou-se determinar a relação entre a velocidade do vento e a de rotação da turbina ao equilíbrio. Foi aumentada progressivamente a velocidade do vento e medida a cada etapa a rotação da turbina no ponto de equilíbrio, ajudando-a no arranque. Isso para analisar o transiente para a turbina entrar em regime de funcionamento. Em seguida, passou-se a fazer o ensaio verdadeiro. Ele foi conduzido segundo as etapas seguintes:

1. Estabelecimento da velocidade de fluxo imperturbado, segundo um critério que será ilustrado no capítulo seguinte;
2. Estabelecimento da velocidade de rotação da turbina ao equilíbrio, sem carga;
3. Aplicação de carga através do freio;
4. Aumento progressivo da carga até parada da turbina.

Operando deste jeito o teste, é possível levantar dados entre os dois pontos de potência nula, o de torque nulo e o de rotação nula, sendo a potência mecânica produzida igual a:

$$P_m = T * \omega .$$

Este ensaio foi conduzido por duas velocidades do vento, para analisar a variação das grandezas em questão em função deste fator.

## 5 RESULTADOS

Como já antecipado, pelo primeiro protótipo da turbina não se conseguiu levantar dados significativos, sendo a rotação muito baixa para um correto acionamento do freio. Encontraram-se, também, problemas de convergência do modelo, devido às mesmas apresentadas no parágrafo 3.2, intrínsecas do modelo em si. Ele funciona bem para turbinas de grandes dimensões, com resultados bastante confiáveis em qualquer faixa de razão de velocidade de ponta de pá. A medida que o tamanho da turbina diminui, o modelo perde confiabilidade, fornecendo resultados bons só para as regiões de máxima eficiência. Encontram-se vários documentos na literatura que comprovam esses resultados. Abaixo é apresentado o gráfico da potência e do coeficiente de potência da turbina em função da razão de velocidade de ponta de pá, calculados por duas velocidades do vento.

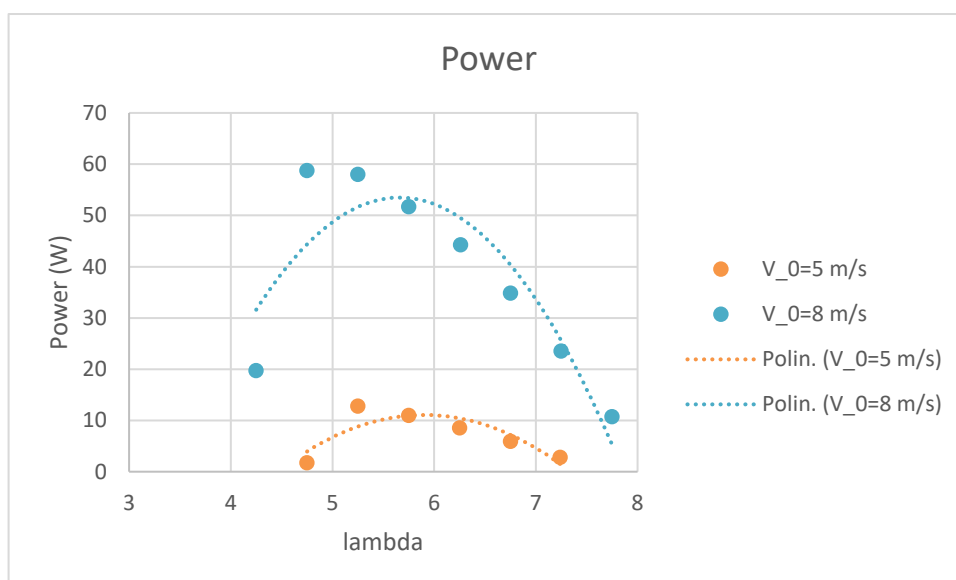


Figura 5.1 - Potência vs. razão de velocidade de ponta de pá.



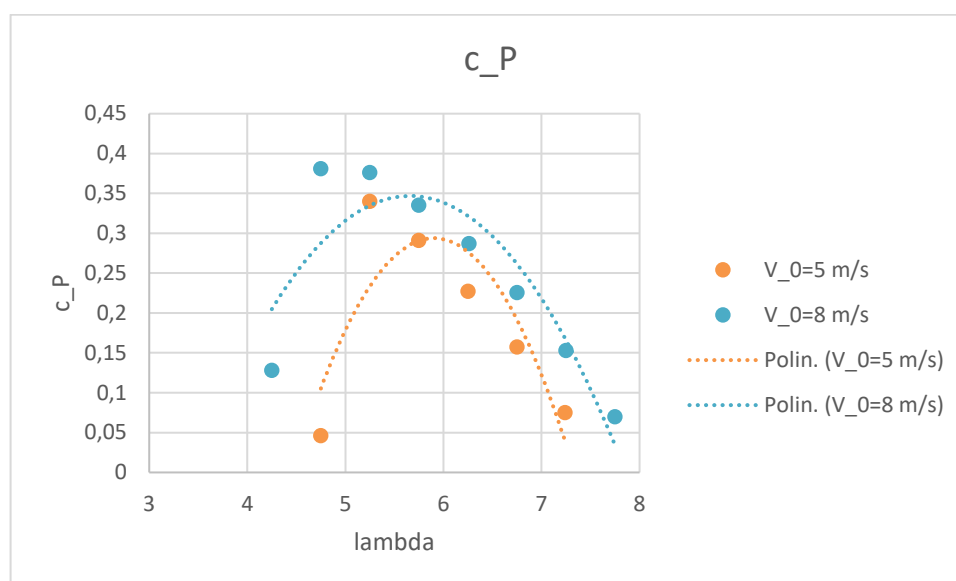


Figura 5.2 - Coeficiente de potência vs. razão de velocidade de ponta de pá.

Referente ao segundo protótipo, embora conseguiu-se fazer medições, teve um outro problema: para esta nova arquitetura de turbina, o modelo analítico ilustrado nos capítulos anteriores perde estabilidade, e não chega a convergência, nem com o mínimo coeficiente de subrelaxação e com outras escolhas do valor de primeira tentativa, pelos mesmos problemas já ilustrados. Como ilustrado no capítulo 4, o primeiro teste da turbina tinha objetivo de estabelecer a relação entre velocidade de fluxo imperturbado e rotação da turbina no equilíbrio. Os resultados, mostrados no gráfico abaixo, mostram como a turbinas conseguiu se manter em rotação já por uma velocidade do vento de pouco mais que 5 m/s, velocidade na qual a força aerodinâmica produzida pelas pás da turbina consegue vencer o torque resistente da estrutura mecânica da máquina.

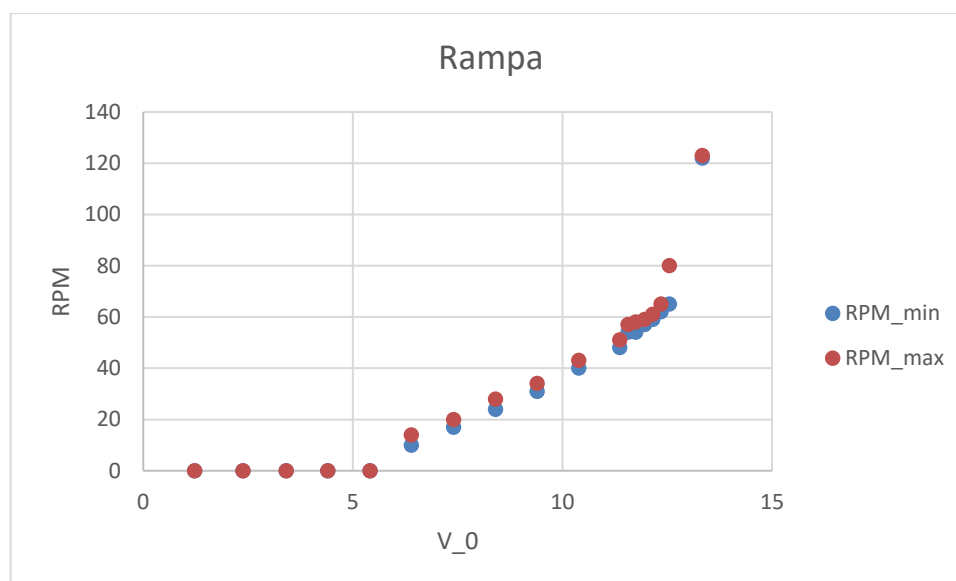


Figura 5.3 - Rampa RPM vs.  $V_0$

Daí a tendência é mais ou menos linear, o que mostra um balanceamento entre o torque ativo e o resistente. Nesta fase se manifestam fenômenos evidentes de vibração no eixo, devido às imperfeições da estrutura, mas sobre tudo ao estolamento das pás da turbina, sendo nestas condições operacionais os ângulos de ataque muito altos. A velocidade do vento foi aumentada de maneira constante até uma velocidade de cerca 12 m/s, após a qual foi aumentada a amplitude do passo. Neste momento, como pode-se ressaltar do gráfico, a rotação da turbina aumentou muito: o último dado de velocidade, na verdade, continuou aumentando até mais que 300 RPM. Foi o momento no qual a turbina entrou em regime de funcionamento. Os fenômenos de vibração praticamente desapareceram, e a turbina adquiriu maior estabilidade. Devido à incerteza sobre a resistência da turbina nessas velocidades de rotação, ela foi frejada e a velocidade do vento diminuída. Em testes sucessivos, reparou-se que este fenômeno ocorria sempre quando a velocidade era aumentada bruscamente: surgia, desta maneira, uma força suficiente para a turbina entrar em regime. A dinâmica deste fenômeno não foi entendida, pesquisas futuras sobre o assunto poderiam ser interessantes, para entender se ele é associado às imperfeições de fabricação ou se é característico do transiente na iniciação da turbina.

O ensaio verdadeiro da turbina foi conduzido por velocidades de rotação menores, devido às questões de resistência. Por isso as velocidades do vento imperturbado foram escolhidas antes do limiar de entrada em regime. Foram escolhidas velocidades de 8,4 m/s e 10,4 m/s. Os resultados estão apresentados nos gráficos abaixo:

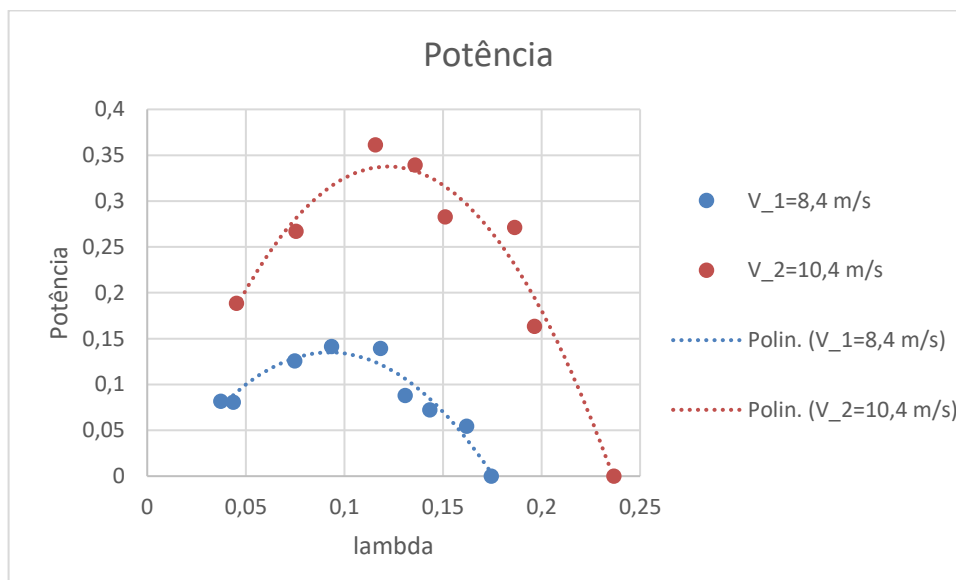


Figura 5.4 - Potência vs. razão de velocidade de ponta de pá.

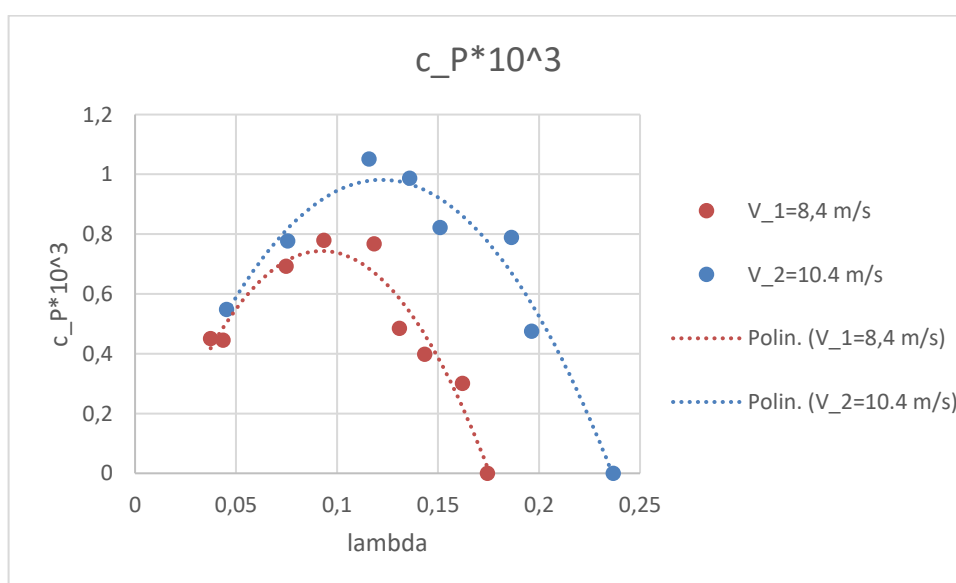


Figura 5.5 - Coeficiente de potência vs. razão de velocidade de ponta de pá.

O primeiro gráfico apresenta o comportamento da potência (em Watts) em função da razão de velocidade de ponta de pá. Pode-se reparar como nestas condições de vento a potência produzida é muito pequena, devido ao balanceamento entre torque ativo e resistente. Com o aumento da velocidade do vento, aumenta também a potência produzida: isto é consequência do aumento do número de Reynolds, com o qual aumenta o coeficiente de sustentação. Claramente igual é o comportamento do coeficiente de potência, sendo a potência máxima produzida a uma determinada velocidade constante. Repare-se que no gráfico o dado do coeficiente de potência é multiplicado por um fator de 1000, sendo muito baixo. Interessante é ver como a variação do coeficiente de potência é menos marcada que no caso da mesma potência mecânica, sendo muito próximas por baixas razões de velocidade de ponta de pá.

## 6 CONCLUSÕES

O desenvolvimento do presente trabalho constituiu uma grande fonte de aprendizado referente ao funcionamento das turbinas eólicas, do ponto de vista aerodinâmico, com a elaboração do modelo teórico, mas sobre tudo do ponto de vista mecânico, através da construção dos dois protótipos. Foi estudada a física do escoamento através de uma turbina de eixo vertical, que resulta ser muito complexa e difícil a ser captada por qualquer modelo que se pode usar. Torna-se necessário um esforço acadêmico para entender melhor os fenômenos envolvidos para melhorar os modelos de previsão. Como já dito no capítulo 3, modelos de quantidade de movimento não são os melhores na previsão do desempenho aerodinâmico, mas são sem dúvida os mais eficientes do ponto de vista computacional, com tempos de simulação que permitem de definir um esboço de dimensionamento em pouco tempo. Conforme quanto já era conhecido, e quanto aprendido neste projeto, os maiores limites do modelo selecionado são:

- ◆ Não-resolução do escoamento: o desempenho aerodinâmico da turbina não vem da resolução das equações relativas ao escoamento (continuidade, Navier-Stokes etc.) mas é avaliado a partir de coeficientes experimentais, função do ângulo de ataque e do número de Reynolds; além disso, a interação pá-vento é expressada unicamente por meio da distribuição espacial do fator de indução de velocidade axial, sem levar em conta outras direções (angular, por exemplo);
- ◆ Correções empíricas/semi-empíricas;
- ◆ Instabilidade;
- ◆ Estolamento dinâmico: a correção relativa ao estolamento dinâmico depende da escolha do ângulo de estolamento estático. Sem reprodução do escoamento, ele pode ser escolhido como o ângulo de pico da função de sustentação (como neste trabalho), ou como o ângulo onde a tendência da função começa a mudar, e isso influencia bastante os resultados.

Vale a pena ressaltar de novo que os problemas do modelo vão aumentando a medida que o tamanho da turbina é reduzido: para turbinas de grande porte os resultados do

modelo e os dados experimentais estão bastante de acordo. Diminuindo as dimensões da turbina, a previsão do desempenho fica pior para razões de velocidade de ponta de pá fora da faixa de máxima eficiência, onde o modelo superestima a performance. Na faixa baixa do  $\lambda$ , isso é devido principalmente à descrição dos fenômenos de estolamento, que precisa ser melhorada, enquanto que na faixa alta a queda de performance é devida à maior blocagem do escoamento pela maior rotação da turbina.

Referente à parte experimental, de importância fundamental é tomar os vários cuidados para minimizar o torque resistente da estrutura: a utilização de materiais leves e resistentes é imprescindível. Fundamental também é medir este torque, cuja influência neste trabalho foi subestimada, e determinou a necessidade de construção do segundo protótipo. No processo de fabricação é importante reduzir as incertezas referentes à tolerância dos perfis aerodinâmicos, à tolerância nos acoplamentos e nas fixações principalmente, podendo surgir fenômenos indesejados, vibrações etc. que afetam a performance da máquina e são danificas pela mesma estrutura. Referente ao sistema de medição, é importante que os instrumentos sejam adequados para a medição a ser tomada. Nisso ajudam as simulações de desempenho também: para ter um valor de referência das forças envolvidas. Com um sistema de medição não adequado, introduz-se incertezas adicionais, sobre tudo no caso do torquímetro: surgem incertezas relevantes quando o torque a ser medido é inferior ao 10% do fundo de escala, como se verificou neste trabalho.

Além de um estudo mais aprofundado da física do problema de um ponto de vista aerodinâmico, como sugestão para trabalhos futuros no campo das turbinas de pequeno porte, pelos mesmos escopos do presente, resulta ser melhor a elaboração de um modelo de tipo numérico, ou seja, um estudo em CFD, que, por tão básico que seja, capta de maneira melhor os fenômenos que surgem da interação pá-vento. Pela parte experimental ocorre um planejamento adequado e detalhado das várias atividades, referente primeiramente à aquisição dos materiais e ao processo de fabricação.

## REFERÊNCIAS

1. BERG, D. E. An improved double multiple streamtube model for the Darrieus type vertical axis wind turbine, Laboratórios Nacionais Sandia, Albuquerque, 1983
2. BHUTTA, M. M. A., HAYAT, N., FAROOQ, A. U., ALI, Z., JAMIL, S. R., HUSSAIN, Z. Vertical axis wind turbine – A review of various configurations and design techniques, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Engenharia e Tecnologia Lahore, Pakistan, Elsevier, 2012
3. BIANCHINI, A., FERRARA, G., FERRARI, L. Design guidelines for H-Darrieus wind turbines: optimization of the annual energy yield, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Firenze, Itália, e CNR-ICCOM, Conselho Nacional pela Pesquisa, Sesto Fiorentino, Itália, Elsevier, 2014
4. BURTON, T., SHARPE, D., JENKINS, N., BOSSANYI, E. Wind energy handbook, Wiley, 2001
5. DYACHUK, E., GOUDE, A. Simulating dynamic stall effects for vertical axis wind turbines applying a double multiple streamtube model, Divisão de Elétrica, Departamento de Ciências de Engenharia, Universidade de Uppsala, Suécia, 2015
6. GORMONT, R. E. A mathematical model of unsteady aerodynamics and radial flow for application to helicopter blades, Companhia Boeing Vertol, Laboratorio de Pesquisa e Desenvolvimento de Mobilidade Aérea do Exército, Estados Unidos, 1973
7. GOUDE, A., Fluid mechanics of vertical axis turbines - Simulations and model development, Faculdade de Ciência e Tecnologia, Universidade de Uppsala, Suécia, 2012
8. HANSEN, M. O. L. Aerodynamics of wind turbines, Segunda edição, Earthscan, 2008
9. HAU, E. Wind turbines – Fundamentals, technologies, applications, economics, Terceira edição, Springer, 2013
10. IEA, International Energy Agency, <http://www.iea.org>

11. ISLAM, M., TING, D. S. K., FARTAJ, A. Aerodynamic models for Darrieus-type straight-bladed vertical axis wind turbines, Departamento de Engenharia Mecânica, Automotiva e de Materiais, Universidade de Windsor, Canada, Elsevier, 2006
12. MARTIN, J. An introduction to distributed generation, HEC Paris, 2009
13. MASSÉ, B., 1981, Description de deux programmes d'ordinateur pour le calcul des performances et des charges aerodynamiques pour des eoliennes a'axe vertical, Relatório técnico IREQ 2379, Instituto de pesquisa de Hydro-Québec, Canada.
14. MASSON, C., LECLERC, C., PARASCHIVOIU, I. Appropriate dynamic stall models for performance predictions of VAWT with NLF blades, Bombardier Aeronautical Chair, Escola Politecnica, Montréal, Canada, 1997
15. PARASCHIVOIU, I. Double multiple streamtube model for Darrieus wind turbines, Instituto de Pesquisa de Hydro-Québec, Canada, 1981
16. PARASCHIVOIU, I. Wind turbine design with emphasis on Darrieus concept, Polytechnic International Press, 2002
17. RACITI CASTELLI, M., FEDRIGO, A., BENINI, E. Effect of dynamic stall, finite aspect ratio and streamtube expansion on VAWT performance prediction using the BE-M model, Jornal Internacional de Engenharia Mecânica, Aeroespacial, Industrial, Mecatrônica e de Produção, 2012
18. SHARPE, D. J. Refinements and developments of the multiple streamtube theory for the aerodynamic performance of vertical axis wind turbines, Procedimentos da conferência BWEA sobre energía eólica, 1984
19. SHIRES, A. Development and evaluation of an aerodynamic model for a novel vertical axis wind turbine concept, Escola de Engenharia, Universidade de Cranfield, Reino Unido, 2013
20. SORAGHAN, C. E., LEITHEAD, W. E., YUE, H., FEUCHTWANG, J. Double multiple streamtube model for variable pitch vertical axis wind turbines, Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica, Universidade de Strathclyde, Glasgow, Reino Unido, Instituto Americano de Aeronautica e Astronautica (AIAA), 2013



21. WORLD DATABANK, The World Bank Group,

<http://databank.worldbank.org/data/home.aspx>

## Apêndice I – Código MATLAB do modelo analítico

```
%GEOMETRY - parameters review @ design_optimaldimension.pdf
R=0.5                                %[m]
h=0.5                                %[m]
c=0.05                               %[m]
c_or=0.5
tc=0.15                             % maximum thickness/chord ratio NACA0015
AR=h/c
N_b=2
sigma=c*N_b/(2*pi*R)

%AIR PROPERTIES
rho=1.205                            %[kg/m^3]
ni=1.511*10^(-5)                    %[m^2/s]

V_0=8

%rotational velocity
lambda_ref=4.75
omega=lambda_ref*V_0/R

%AIRFOIL PROPERTIES
%airfoil data - NACA0015 @ Sheldahl (aerodinamically smooth
airfoils)
Re=[10000 20000 40000 80000 160000 360000 700000 1600000 2000000
5000000]                             %add terms if inserting other datasets
aoa=xlsread('airfoil_data','0,8E5','A3:A75')

c_L_1=xlsread('airfoil_data','0,1E5','B3:B75')
c_D_1=xlsread('airfoil_data','0,1E5','C3:C75')
c_L_2=xlsread('airfoil_data','0,2E5','B3:B75')
c_D_2=xlsread('airfoil_data','0,2E5','C3:C75')
c_L_3=xlsread('airfoil_data','0,4E5','B3:B75')
c_D_3=xlsread('airfoil_data','0,4E5','C3:C75')
c_L_4=xlsread('airfoil_data','0,8E5','B3:B75')
c_D_4=xlsread('airfoil_data','0,8E5','C3:C75')
c_L_5=xlsread('airfoil_data','1,6E5','B3:B75')
c_D_5=xlsread('airfoil_data','1,6E5','C3:C75')
c_L_6=xlsread('airfoil_data','3,6E5','B3:B75')
c_D_6=xlsread('airfoil_data','3,6E5','C3:C75')
c_L_7=xlsread('airfoil_data','7E5','B3:B75')
c_D_7=xlsread('airfoil_data','7E5','C3:C75')
c_L_8=xlsread('airfoil_data','1E6','B3:B75')
c_D_8=xlsread('airfoil_data','1E6','C3:C75')
c_L_9=xlsread('airfoil_data','2E6','B3:B75')
c_D_9=xlsread('airfoil_data','2E6','C3:C75')
c_L_10=xlsread('airfoil_data','5E6','B3:B75')
c_D_10=xlsread('airfoil_data','5E6','C3:C75')

C_L=[c_L_1 c_L_2 c_L_3 c_L_4 c_L_5 c_L_6 c_L_7 c_L_8 c_L_9 c_L_10]
C_D=[c_D_1 c_D_2 c_D_3 c_D_4 c_D_5 c_D_6 c_D_7 c_L_8 c_D_9 c_D_10]
```

```

%DOMAIN PARTITION - STREAMTUBE COORDINATES
N_theta=40
delta_theta=180/N_theta

%UPSTREAM CODE - cycle until |a-a'|<10^5

theta_0_D1=delta_theta/2
theta_D1=theta_0_D1:delta_theta:180

for z=1:N_theta

A_D1(z)=abs(R*deg2rad(delta_theta)*h*sin(deg2rad(theta_D1(z))))

%first guess a_i_j
a1_D1(z)=0.2
a_D1(z)=0.1
sub_D1=0.7

while abs(a_D1(z)-a1_D1(z))>0.00001
    a_D1(z)=a1_D1(z)

%disk velocities
V_D1(z)=(1-a_D1(z))*V_0
V_E1(z)=(1-2*a_D1(z))*V_0

%velocity triangle - null pitch angle
beta_D1(z)=rad2deg(atan(V_D1(z)*sin(deg2rad(theta_D1(z)))/(V_D1(z)*cos(deg2rad(theta_D1(z)))+omega*R)))
W_D1(z)=sqrt((V_D1(z)*cos(deg2rad(theta_D1(z)))+omega*R)^2+(V_D1(z)*sin(deg2rad(theta_D1(z))))^2)

%Flow curvature correction
beta_c1_D1(z)=beta_D1(z)-
((omega*c_0r*c)/W_D1(z)+(omega*c)/(4*W_D1(z)))

Re_D1(z)=c*W_D1(z)/ni

i=find(Re<Re_D1(z),1,'last')
j=i+1

c_L0_z_D1(:,z)=[C_L(:,i)+(Re_D1(z)-Re(i))/(Re(j)-Re(i))*(C_L(:,j)-C_L(:,i)))]
c_D0_z_D1(:,z)=[C_D(:,i)+(Re_D1(z)-Re(i))/(Re(j)-Re(i))*(C_D(:,j)-C_D(:,i)))]

m=find(aoa<beta_c1_D1(z),1,'last')
n=m+1

c_L0_D1(z)=c_L0_z_D1(m,z)+(beta_c1_D1(z)-aoa(m))/(aoa(n)-aoa(m))*(c_L0_z_D1(n,z)-c_L0_z_D1(m,z))
c_D0_D1(z)=c_D0_z_D1(m,z)+(beta_c1_D1(z)-aoa(m))/(aoa(n)-aoa(m))*(c_D0_z_D1(n,z)-c_D0_z_D1(m,z))

%Prandtl correction: finite blade
eps_D1(z)=abs(c_L0_D1(z))/(pi*AR)

```

```

beta_c2_D1(z)=beta_c1_D1(z)-eps_D1(z)

m=find(aoa<beta_c2_D1(z),1,'last')
n=m+1

c_L1_D1(z)=c_L0_z_D1(m,z)+(beta_c2_D1(z)-aoa(m))/(aoa(n)-
aoa(m))*(c_L0_z_D1(n,z)-c_L0_z_D1(m,z))

c_D1_D1(z)=c_D0_D1(z)+(c_L0_D1(z))^2/(pi*AR)

%Dynamic stall correction
A_m=6

syms x
beta_f_D1(z)=atan(V_D1(z)*sin(x)/(V_D1(z)*cos(x)+omega*R))
W_f_D1(z)=sqrt((V_D1(z)*cos(x)+omega*R)^2+(V_D1(z)*sin(x))^2)
beta_f_c1_D1(z)=beta_f_D1(z)-
((omega*c_0r*c)/W_f_D1(z)+(omega*c)/(4*W_f_D1(z)))
beta_f_c2_D1(z)=beta_f_c1_D1(z)-eps_D1(z)

d_beta_c2_D1(z)=eval(subs(diff(beta_f_c2_D1(z)),x,deg2rad(theta_D1(z)
))))

S_D1(z)=sqrt(abs(c*d_beta_c2_D1(z)/(2*W_D1(z))))
S_c=0.06+1.5*(0.06-tc)
V_w=340.27 %speed of sound in air @ T=15°C
M_D1(z)=W_D1(z)/V_w

if d_beta_c2_D1(z)>=0
    K_D1(z)=1
elseif d_beta_c2_D1(z)<0
    K_D1(z)=-0.5
end

%Lift
M_1L=0.4+5*(0.06-tc)
M_2L=0.9+2.5*(0.06-tc)
gamma_mxL=1.4-6*(0.06-tc)

gamma_2L_D1(z)=gamma_mxL*max([0 min([1 (M_D1(z)-M_2L)/(M_1L-
M_2L)])])
gamma_1L_D1(z)=gamma_2L_D1(z)/2

if S_D1(z)<=S_c
    delta_beta_L_D1(z)=gamma_1L_D1(z)*S_D1(z)
elseif S_D1(z)>S_c
    delta_beta_L_D1(z)=gamma_1L_D1(z)*S_c+gamma_2L_D1(z)*(S_D1(z)-
S_c)
end

beta_ref_L_D1(z)=beta_c2_D1(z)-K_D1(z)*delta_beta_L_D1(z)

m=find(aoa<beta_ref_L_D1(z),1,'last')
n=m+1

```

```

c_L2_D1(z)=c_L0_z_D1(m,z)+(beta_ref_L_D1(z)-aoa(m))/(aoa(n)-
aoa(m))*(c_L0_z_D1(n,z)-c_L0_z_D1(m,z))

beta_0(z)=0 %symmetrical profile
c_L_0(z)=0 %c_L(beta_0)=0

[pks,locs]=findpeaks(c_L0_z_D1(:,z))
i=find(locs>37,1)
j=locs(i)
beta_ss_D1(z)=aoa(j)

m=find(aoa<beta_ss_D1(z),1,'last')
n=m+1

c_L_ss_D1(z)=c_L0_z_D1(m,z)+(beta_ss_D1(z)-aoa(m))/(aoa(n)-
aoa(m))*(c_L0_z_D1(n,z)-c_L0_z_D1(m,z))
s_L_D1(z)=min([(c_L2_D1(z)-c_L_0(z))/(beta_ref_L_D1(z)-beta_0(z))
(c_L_ss_D1(z)-c_L_0(z))/(beta_ss_D1(z)-beta_0(z))])

c_L_dyn_D1(z)=c_L_0(z)+s_L_D1(z)*(beta_c2_D1(z)-beta_0(z))

if beta_c2_D1(z)<=A_m*beta_ss_D1(z)
    c_L_def_D1(z)=c_L1_D1(z)+((A_m*beta_ss_D1(z)-
beta_c2_D1(z))/(A_m*beta_ss_D1(z)-beta_ss_D1(z)))*(c_L_dyn_D1(z)-
c_L1_D1(z))
elseif beta_c2_D1(z)>A_m*beta_ss_D1(z)
    c_L_def_D1(z)=c_L1_D1(z)
end

%Drag
M_1D=0.2
M_2D=0.7+2.5*(0.06-tc)
gamma_mxD=1-2.5*(0.06-tc)

gamma_2D_D1(z)=gamma_mxD*max([0 min([1 (M_D1(z)-M_2D)/(M_1D-
M_2D)])])
gamma_1D_D1(z)=0

if S_D1(z)<=S_c
    delta_beta_D_D1(z)=gamma_1D_D1(z)*S_D1(z)
elseif S_D1(z)>S_c
    delta_beta_D_D1(z)=gamma_1D_D1(z)*S_c+gamma_2D_D1(z)*(S_D1(z)-
S_c)
end

beta_ref_D_D1(z)=beta_c2_D1(z)-K_D1(z)*delta_beta_D_D1(z)

m=find(aoa<beta_ref_D_D1(z),1,'last')
n=m+1

c_D2_D1(z)=c_D0_z_D1(m,z)+(beta_ref_D_D1(z)-aoa(m))/(aoa(n)-
aoa(m))*(c_D0_z_D1(n,z)-c_D0_z_D1(m,z))

c_D_dyn_D1(z)=c_D2_D1(z)

if beta_c2_D1(z)<=A_m*beta_ss_D1(z)

```

```

        c_D_def_D1(z)=c_D1_D1(z)+((A_m*beta_ss_D1(z)-
beta_c2_D1(z))/(A_m*beta_ss_D1(z)-beta_ss_D1(z)))*(c_D_dyn_D1(z)-
c_D1_D1(z))
elseif beta_c2_D1(z)>A_m*beta_ss_D1(z)
        c_D_def_D1(z)=c_D1_D1(z)
end

%Forces interaction
c_n_D1(z)=c_L_def_D1(z)*cos(deg2rad(beta_c2_D1(z)))+c_D_def_D1(z)*si
n(deg2rad(beta_c2_D1(z)))
c_t_D1(z)=c_L_def_D1(z)*sin(deg2rad(beta_c2_D1(z)))-
c_D_def_D1(z)*cos(deg2rad(beta_c2_D1(z)))

F_n_D1(z)=1/2*rho*c*h*c_n_D1(z)*(W_D1(z))^2
F_t_D1(z)=1/2*rho*c*h*c_t_D1(z)*(W_D1(z))^2

F_x_D1(z)=F_n_D1(z)*sin(deg2rad(theta_D1(z)))-
F_t_D1(z)*cos(deg2rad(theta_D1(z)))
F_x_av_D1(z)=N_b*delta_theta/360*F_x_D1(z)

c_x_av_D1(z)=F_x_av_D1(z)/(1/2*rho*V_0^2*A_D1(z))

c_x1=1.816                                %Burton
a_T=(1-1/2*sqrt(c_x1))
a=roots([4 -4 c_x_av_D1(z)])

if a_D1(z)<a_T
        if abs(a_D1(z)-a(1))<abs(a_D1(z)-a(2))
                a_c_D1(z)=a(1)
        elseif abs(a_D1(z)-a(1))>abs(a_D1(z)-a(2))
                a_c_D1(z)=a(2)
        end
elseif a_D1(z)>=a_T
        a_c_D1(z)=1+(c_x_av_D1(z)-c_x1)/(4*sqrt(c_x1)-4)    %Glauert
correction
end

a1_D1(z)=sub_D1*a_c_D1(z)+(1-sub_D1)*a_D1(z)

end

T_D1(z)=F_t_D1(z)*R

end

%DOWNSTREAM CODE - cycle until |a-a'|<10^5

theta_0_D2=180+delta_theta/2
theta_D2=theta_0_D2:delta_theta:360

for z=1:N_theta

A_D2(z)=abs(R*deg2rad(delta_theta)*h*sin(deg2rad(theta_D2(z))))

```

```

%first guess a_i_j
a1_D2(z)=0.4
a_D2(z)=0.3
sub_D2=0.5

while abs(a_D2(z)-a1_D2(z))>0.00001
    a_D2(z)=a1_D2(z)

%disk velocities
V_D2(z)=(1-a_D2(z))*V_E1(N_theta+1-z)

%velocity triangle - null pitch angle
beta_D2(z)=rad2deg(atan(V_D2(z)*sin(deg2rad(theta_D2(z)))/(V_D2(z)*cos(deg2rad(theta_D2(z)))+omega*R)))
W_D2(z)=sqrt((V_D2(z)*cos(deg2rad(theta_D2(z)))+omega*R)^2+(V_D2(z)*sin(deg2rad(theta_D2(z))))^2)

%Flow curvature correction
beta_c1_D2(z)=beta_D2(z)-
((omega*c_0r*c)/W_D2(z)+(omega*c)/(4*W_D2(z)))

Re_D2(z)=c*W_D2(z)/ni

i=find(Re<Re_D2(z),1,'last')
j=i+1

c_L0_z_D2(:,z)=[C_L(:,i)+(Re_D2(z)-Re(i))/(Re(j)-Re(i))*(C_L(:,j)-C_L(:,i)))]
c_D0_z_D2(:,z)=[C_D(:,i)+(Re_D2(z)-Re(i))/(Re(j)-Re(i))*(C_D(:,j)-C_D(:,i)))]

m=find(aoa<beta_c1_D2(z),1,'last')
n=m+1

c_L0_D2(z)=c_L0_z_D2(m,z)+(beta_c1_D2(z)-aoa(m))/(aoa(n)-aoa(m))*(c_L0_z_D2(n,z)-c_L0_z_D2(m,z))
c_D0_D2(z)=c_D0_z_D2(m,z)+(beta_c1_D2(z)-aoa(m))/(aoa(n)-aoa(m))*(c_D0_z_D2(n,z)-c_D0_z_D2(m,z))

%Prandtl correction: finite blade
eps_D2(z)=abs(c_L0_D2(z))/(pi*AR)
beta_c2_D2(z)=beta_c1_D2(z)-eps_D2(z)

m=find(aoa<beta_c2_D2(z),1,'last')
n=m+1

c_L1_D2(z)=c_L0_z_D2(m,z)+(beta_c2_D2(z)-aoa(m))/(aoa(n)-aoa(m))*(c_L0_z_D2(n,z)-c_L0_z_D2(m,z))

c_D1_D2(z)=c_D0_D2(z)+(c_L0_D2(z))^2/(pi*AR)

%Dynamic stall correction
A_m=6

syms x

```

```

beta_f_D2(z)=atan(V_D2(z)*sin(x)/(V_D2(z)*cos(x)+omega*R))
W_f_D2(z)=sqrt((V_D2(z)*cos(x)+omega*R)^2+(V_D2(z)*sin(x))^2)
beta_f_c1_D2(z)=beta_f_D2(z)-
((omega*c_0r*c)/W_f_D2(z)+(omega*c)/(4*W_f_D2(z)))
beta_f_c2_D2(z)=beta_f_c1_D2(z)-eps_D2(z)

d_beta_c2_D2(z)=eval(subs(diff(beta_f_c2_D2(z)),x,deg2rad(theta_D2(z))))

S_D2(z)=sqrt(abs(c*d_beta_c2_D2(z)/(2*W_D2(z))))
S_c=0.06+1.5*(0.06-tc)
V_w=340.27 %speed of sound in air @ T=15°C
M_D2(z)=W_D2(z)/V_w

if d_beta_c2_D2(z)>=0
    K_D2(z)=1
elseif d_beta_c2_D2(z)<0
    K_D2(z)=-0.5
end

%Lift
M_1L=0.4+5*(0.06-tc)
M_2L=0.9+2.5*(0.06-tc)
gamma_mxL=1.4-6*(0.06-tc)

gamma_2L_D2(z)=gamma_mxL*max([0 min([1 (M_D2(z)-M_2L)/(M_1L-M_2L)])])
gamma_1L_D2(z)=gamma_2L_D2(z)/2

if S_D2(z)<=S_c
    delta_beta_L_D2(z)=gamma_1L_D2(z)*S_D2(z)
elseif S_D2(z)>S_c
    delta_beta_L_D2(z)=gamma_1L_D2(z)*S_c+gamma_2L_D2(z)*(S_D2(z)-S_c)
end

beta_ref_L_D2(z)=beta_c2_D2(z)-K_D2(z)*delta_beta_L_D2(z)

m=find(aoa<beta_ref_L_D2(z),1,'last')
n=m+1

c_L2_D2(z)=c_L0_z_D2(m,z)+(beta_ref_L_D2(z)-aoa(m))/(aoa(n)-aoa(m))*(c_L0_z_D2(n,z)-c_L0_z_D2(m,z))

beta_0(z)=0 %symmetrical profile
c_L_0(z)=0
%c_L(beta_0)=0

[pks,locs]=findpeaks(c_L0_z_D2(:,z))
i=find(locs>37,1)
j=locs(i)
beta_ss_D2(z)=aoa(j)

m=find(aoa<beta_ss_D2(z),1,'last')
n=m+1

```



```

c_L_ss_D2(z)=c_L0_z_D2(m,z)+(beta_ss_D2(z)-aoa(m))/(aoa(n)-
aoa(m))*(c_L0_z_D2(n,z)-c_L0_z_D2(m,z))
s_L_D2(z)=min([(c_L2_D2(z)-c_L0(z))/(beta_ref_L_D2(z)-beta_0(z))
(c_L_ss_D2(z)-c_L0(z))/(beta_ss_D2(z)-beta_0(z))])

c_L_dyn_D2(z)=c_L0(z)+s_L_D2(z)*(beta_c2_D2(z)-beta_0(z))

if beta_c2_D2(z)<=A_m*beta_ss_D2(z)
    c_L_def_D2(z)=c_L1_D2(z)+((A_m*beta_ss_D2(z)-
beta_c2_D2(z))/(A_m*beta_ss_D2(z)-beta_ss_D2(z)))*(c_L_dyn_D2(z)-
c_L1_D2(z))
elseif beta_c2_D2(z)>A_m*beta_ss_D2(z)
    c_L_def_D2(z)=c_L1_D2(z)
end

%Drag
M_1D=0.2
M_2D=0.7+2.5*(0.06-tc)
gamma_mD=1-2.5*(0.06-tc)

gamma_2D_D2(z)=gamma_mD*max([0 min([1 (M_D2(z)-M_2D)/(M_1D-
M_2D)])])
gamma_1D_D2(z)=0

if S_D2(z)<=S_c
    delta_beta_D_D2(z)=gamma_1D_D2(z)*S_D2(z)
elseif S_D2(z)>S_c
    delta_beta_D_D2(z)=gamma_1D_D2(z)*S_c+gamma_2D_D2(z)*(S_D2(z)-
S_c)
end

beta_ref_D_D2(z)=beta_c2_D2(z)-K_D2(z)*delta_beta_D_D2(z)

m=find(aoa<beta_ref_D_D2(z),1,'last')
n=m+1

c_D2_D2(z)=c_D0_z_D2(m,z)+(beta_ref_D_D2(z)-aoa(m))/(aoa(n)-
aoa(m))*(c_D0_z_D2(n,z)-c_D0_z_D2(m,z))

c_D_dyn_D2(z)=c_D2_D2(z)

if beta_c2_D2(z)<=A_m*beta_ss_D2(z)
    c_D_def_D2(z)=c_D1_D2(z)+((A_m*beta_ss_D2(z)-
beta_c2_D2(z))/(A_m*beta_ss_D2(z)-beta_ss_D2(z)))*(c_D_dyn_D2(z)-
c_D1_D2(z))
elseif beta_c2_D2(z)>A_m*beta_ss_D2(z)
    c_D_def_D2(z)=c_D1_D2(z)
end

%Forces interaction
c_n_D2(z)=c_L_def_D2(z)*cos(deg2rad(beta_c2_D2(z)))+c_D_def_D2(z)*si
n(deg2rad(beta_c2_D2(z)))
c_t_D2(z)=c_L_def_D2(z)*sin(deg2rad(beta_c2_D2(z)))-
c_D_def_D2(z)*cos(deg2rad(beta_c2_D2(z)))

F_n_D2(z)=1/2*rho*c*h*c_n_D2(z)*(W_D2(z))^2

```

```

F_t_D2(z)=1/2*rho*c*h*c_t_D2(z)*(W_D2(z))^2

F_x_D2(z)=F_n_D2(z)*sin(deg2rad(theta_D2(z)))-
F_t_D2(z)*cos(deg2rad(theta_D2(z)))
F_x_av_D2(z)=N_b*delta_theta/360*F_x_D2(z)

c_x_av_D2(z)=F_x_av_D2(z)/(1/2*rho*V_0^2*A_D2(z))

c_x1=1.816                                %Burton
a_T=(1-1/2*sqrt(c_x1))
b=roots([4 -4 (c_x_av_D2(z))/(1-2*a_D1(N_theta+1-z))^2])

if a_D2(z)<a_T
    if abs(a_D2(z)-b(1))<abs(a_D2(z)-b(2))
        a_c_D2(z)=b(1)
    elseif abs(a_D2(z)-b(1))>abs(a_D2(z)-b(2))
        a_c_D2(z)=b(2)
    end
elseif a_D2(z)>=a_T
    a_c_D2(z)=1+1/(4*sqrt(c_x1)-4)*(c_x_av_D2(z)/(1-
2*a_D1(N_theta+1-z))^2-c_x1)    %Glauert correction
end

a1_D2(z)=sub_D2*a_c_D2(z)+(1-sub_D2)*a_D2(z)

end

T_D2(z)=F_t_D2(z)*R

end

%POWER & c_P CALCULATION

T_tot=sum(T_D1)+sum(T_D2)
T_real=N_b/(2*N_theta)*T_tot
P=T_real*omega
P_max=rho*R*h*V_0^3

c_P=P/P_max

```