

MARCELO NOGUEIRA FURTADO

ADAPTAÇÃO AO MODELO DE MERTON PARA CÁLCULO DE
PROBABILIDADE DE INADIMPLÊNCIA CORPORATIVA EM
MERCADOS COM INFORMAÇÃO INCOMPLETA

São Paulo

2011

MARCELO NOGUEIRA FURTADO

**ADAPTAÇÃO AO MODELO DE MERTON PARA CÁLCULO DE
PROBABILIDADE DE INADIMPLÊNCIA CORPORATIVA EM
MERCADOS COM INFORMAÇÃO INCOMPLETA**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo
para obtenção do título de Especialista
em Engenharia Financeira.

Área de Concentração: Engenharia
Financeira.

Orientador: Prof. Dr. Michael V. Araujo

Vinícius

São Paulo

2011

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha amada esposa Beatriz, grande inspiração de vida e minha maior apoiadora, meus pais Marcia e Henrique pelo suporte e amor, meus irmãos Priscilla e Fabrício pelo companheirismo e meus sobrinhos Felipe, Rafaella, Leonardo e Isabella pela alegria que me dão.

AGRADECIMENTOS

Esta dissertação não seria possível sem a influência de todos os mestres professores que tive ao longo da minha vida, especialmente aqueles que cultuam o pensamento criativo e nos ensinam a pensar.

E agradeço, particularmente, ao professor orientador Michael Viriato Araujo pelo seu valioso tempo despendido na execução deste trabalho.

Agradeço, também, a todas as pessoas que me apoiaram durante este curso por terem me dado força para realizá-lo e também àqueles que não me apoiaram por terem provocado a garra necessária para fazê-lo bem feito.

“Le véritable voyage de découverte ne consiste pas
à chercher de nouveaux paysages, mais à avoir de
nouveaux yeux.”

(Marcel Proust)

RESUMO

Os diversos modelos de mensuração de risco de crédito estatísticos são, em sua maioria, dependentes da disponibilidade de dados históricos do preço de mercado dos ativos das companhias para o cálculo de sua volatilidade histórica do *equity* (como é o caso das teorias derivadas do modelo de Merton) ou de uma base histórica significativamente grande para identificar padrões de inadimplência (caso dos modelos derivados da teoria logit). No caso do Brasil e, em especial, no segmento de empresas de médio porte, os gestores de crédito se deparam com situações de análise de crédito onde não há nenhuma dessas informações.

Este trabalho tem o objetivo de comparar um dos modelos de estimação de probabilidade de inadimplência estatísticos mais tradicionais, o modelo de Merton, com um modelo sugerido que terá a mesma formulação, porém, utilizando a metodologia de fluxo de caixa descontado para efetuar a valoração do *equity* da companhia e, desta forma, mensurar de maneira apropriada a probabilidade de inadimplência dessas companhias diante da incompletude de informações. Implementando a volatilidade dos ativos base na projeção de receita da companhia, a modelagem resultará em uma função de probabilidade de valores do *equity* da empresa, porém, sem a necessidade de dados históricos do mercado.

A comparação dos resultados obtidos mostrará se o modelo proposto poderá ser utilizado na avaliação de risco de crédito de empresas de capital fechado ou localizadas em mercados com informação incompleta, utilizando a metodologia demonstrada acima.

Palavras-chave: crédito, modelagem estatística de crédito, modelo de Merton, probabilidade de inadimplência, empresas de capital fechado, pequenas e médias empresas.

ABSTRACT

The various statistical credit models for measuring credit risk are highly dependent either on the availability of historical data of the company's asset market prices for the calculation of its historical volatility (such as all theories derived from the Merton model) or a significantly large historical database to identify patterns of default (the case of theories derived from the logit credit model). In the case of Brazil and, in particular in the segment of medium-sized companies, credit managers deal with situations of credit analysis where there is no such information.

This research aims to compare the Merton model, one of the most traditional credit default probability models, with a suggested model with the same formulation, however, using discounted cash flow to make the evaluation of the company's equity and thus measuring more accurately the default probability of these companies. Inserting the volatility of the underlying asset at the company's revenue, the model outputs an array of equity values of the company without needing historical market data.

The comparison of results will show if the suggested model can be adapted to assess the credit risk of private companies located in markets with incomplete information.

Keywords: credit, statistical credit modeling, Merton model, default probability, private companies, small and medium enterprises.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	8
1. Contextualização do Mercado de Crédito.....	12
1.1. O Mercado de Crédito no Brasil.....	13
2. Metodologias de Mensuração do Risco de Crédito	17
2.1. Introdução às Metodologias de Avaliação de Crédito	17
2.2. O modelo de Merton	21
3. Sugestão de Metodologia para Cálculo da Probabilidade de Default em Mercados com Informações Incompletas.....	26
3.1. Proposição do Modelo	26
3.2. Coleta de dados.....	29
3.4. Aplicação do Modelo Proposto	32
3.4.1 Avaliação da Companhia por Fluxo de Caixa Descontado	32
3.4.2 Aplicando o Processo Estocástico ao Fluxo de Caixa	35
3.4.3 Resultados Obtidos.....	37
4. CONCLUSÃO.....	40
REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....	42
APÊNDICES.....	46

INTRODUÇÃO

O mercado de crédito corporativo vem ganhando importância em todo o mundo, especialmente após as recentes crises financeiras mundiais que tiveram em seu epicentro avançados produtos e derivativos de crédito. Tais produtos, que tiveram como função inicial o fomento ao crédito, acabaram sendo utilizados de forma inconsequente, gerando problemas graves para diversas economias desenvolvidas. Dentro deste conceito, se torna cada vez mais importante o estudo de metodologias quantitativas de mensuração do risco de inadimplência corporativo.

Há bastante tempo, acadêmicos produzem artigos sobre estimação de inadimplência, como o modelo de classificação de Altman (1968), o modelo estrutural de Merton (1974) e o modelo de *hazard* de Shumway (2001). Este trabalho será desenvolvido, tendo como base o modelo de Merton (1974).

A aplicação do modelo de Merton aproxima o patrimônio líquido (*equity*) de uma determinada empresa como a opção de compra dos seus ativos tendo como preço de exercício (*strike*) o valor de seu endividamento.

Muitos estudos buscam testar e comparar a eficiência de diferentes modelos de risco de crédito como Leland (2004) que compara os diversos modelos estruturais de medida de inadimplência, Tarashev (2005) e Elizalde (2005) que comparam o modelo estrutural com outros tipos de modelagens de risco de crédito existentes ou até Zhang (2005) que, apesar de não ter foco no modelo de Merton, compara diversos outros modelos estatísticos de risco de crédito.

O modelo de Merton também é, constantemente, testado em diferentes mercados, como é o caso de Kulkarni, Mishra e Thakker (2008) que aplicam as metodologias no mercado Indiano; Erken (2008) que estuda a viabilidade do modelo em empresas Holandesas; Tudela e Young (2003) que testam o modelo em empresas do Reino Unido; Derviz e Kadlcakova (2005) que aplicam a teoria em carteiras bancárias da República Tcheca; e, por fim, Yanaka e

Holland (2010) que fazem uma importante análise do mercado brasileiro, contextualizando o estudo de risco de crédito com as recentes discussões dos limites de capital bancário imposto pelo acordo da Basileia.

Além de mercados, estudiosos também testam a viabilidade em setores específicos do crédito, como é o caso de Lin, Ansell e Andreeva (2007) que comparam modelos de score de crédito com o modelo de Merton na avaliação de risco de crédito de pequenas e médias empresas ou ainda de Elizalde (2005) que exemplifica o uso de modelo na precificação de títulos de dívida lastreados em ativos ou *Collateralized Debt Obligations* (CDO).

Há também uma série de publicações que buscam aprimorar o modelo de risco de crédito incorporando pequenas mudanças e testando os resultados, como Elizalde (2005) que, assim como este trabalho, busca ser uma referência para aplicações do modelo de Merton em mercados com informação incompleta ou Stein (2000) que prova que o modelo de Merton é incompleto e sugere que com pequenas alterações há ganhos de performance. Outros dois estudos buscam incorporar dados macroeconomicos ao modelo, tentando capturar grandes ciclos econômicos na análise de inadimplência, como Miao, J. e Wang, P. (2010) e Jakubík (2007). Outra importante contribuição foi a de Hull, Nelken e White (2003) que propõem um modo de se estimar os parâmetros de volatilidade implícita do *equity* de uma empresa, comparando-o com o uso tradicional do modelo.

Como regra, os diversos modelos de medida de risco de crédito estatísticos dependem da disponibilidade de dados históricos de preço de mercado dos ativos das companhias para o cálculo de volatilidade histórica do *equity*, como é o caso das teorias derivadas do modelo de Merton ou de uma base histórica significativamente grande para identificar padrões de *default*, como é o caso dos modelos derivados da teoria Logit (Regressão Logística).

No Brasil e, em especial, no segmento de empresas de médio porte, os analistas de crédito se deparam com situações de análise de crédito onde as informações são incompletas pelos seguintes motivos:

- i. Poucas empresas listadas em bolsa;

- ii. Empresas de médio porte, normalmente, tem um tamanho pequeno para serem listadas em bolsa de valores;
- iii. 'Popularização' do mercado acionário ocorreu há poucos anos;
- iv. Falta de liquidez para *small caps* prejudica a amostragem selecionada;
- v. Muitos setores da economia sem nenhuma amostra no mercado acionário;
- vi. Ausência de um cadastro positivo regulamentado cria um viés, na medida em que as instituições financeiras têm acesso somente à sua própria base histórica.

Dentro deste contexto, o objetivo deste trabalho é sugerir um novo modelo estatístico de análise de crédito, derivado do modelo de Merton em mercados onde não há disponibilidade de informações suficientes para permitir ao analista de crédito a aplicação de modelos estatísticos quantitativos estimadores de inadimplência.

No capítulo 1, será apresentada uma breve contextualização do tema 'crédito', com uma descrição do que é crédito e como o mercado brasileiro de crédito vem se desenvolvendo.

O capítulo 2 apresentará uma análise mais específica de análise de crédito, trazendo um resumo das metodologias mais utilizadas pelo mercado e quais são os seus benefícios e limitações. Neste capítulo, também será detalhado o modelo de Merton, como uma introdução para a elaboração do modelo sugerido neste trabalho.

No terceiro capítulo, será feita a proposição do novo modelo para a estimação de inadimplência de créditos em mercados com escassez de informação, que é o objetivo deste trabalho, por meio da elaboração de um fluxo de caixa projetado ajustado por variáveis que seguem o processo de Wiener para mensurar a volatilidade dos ativos e dos custos da referida companhia. Como resultante, espera-se obter um conjunto de valores possíveis para o valor da empresa que será utilizado para se medir a probabilidade de inadimplência, tal qual no modelo de Merton, porém, sem a necessidade de dados históricos da companhia.

Por fim, serão destacadas as conclusões principais deste trabalho.

1. Contextualização do Mercado de Crédito

Crédito é diretamente relacionado com confiança. A palavra “crédito” deriva do latim *creditum* que, segundo Aulete *apud* Securato (2002), significa “confiança ou segurança na verdade de alguma coisa, crença/reputação, boa fama...”. Uma pessoa ou empresa que pretende tomar o crédito deverá convencer o seu potencial credor de sua capacidade de pagamento futuro do valor efetivamente emprestado adicionado de um custo estipulado pelas partes durante a negociação da operação.

O crédito é tido na política econômica pública como uma das mais importantes ferramentas de interferência na economia. Em momentos de recessão medidas são tomadas para facilitar a tomada de crédito tanto por empresas quanto por pessoas físicas e, desta maneira, estimular a economia com um aumento do consumo. De maneira inversa, quando acredita-se que a economia de um está super estimulada causando malefícios como uma alta inflação, a limitação do crédito atua diminuindo o poder de compra da população e o poder de investimento das empresas, consequentemente, desaquecendo a economia.

Um mercado de crédito maduro é tido como condição básica para o crescimento de qualquer economia, sendo que em economias mais desenvolvidas, os produtos de crédito ou derivados a ele são extensamente utilizados pelas empresas e pela população em geral. O estudo do mercado de crédito é importante, pois quanto melhor for a qualificação dos seus participantes, melhor e mais avançado serão os produtos de crédito e a análise da probabilidade de *default*.

Uma operação de crédito pode se apresentar em diversos tipos que podem ser classificados com base em diversos critérios, como por exemplo: em relação ao tomador, em relação à garantia apresentada na operação, em relação ao credor, entre outras classificações. Temos como exemplo de classificação de crédito:

Tabela 1 – Critérios de Classificação de Créditos

Critério	Classificação
Em relação ao tomador:	- Empréstimos para pessoa física; - Empréstimos para empresas grandes (operações <i>corporate</i>); - Empréstimos para empresas de médio porte (operações <i>middle market</i>).
Em relação ao credor:	- Recursos direcionados: empréstimo de dinheiro com destinação definida por órgãos públicos; - Recursos livres: empréstimo de dinheiro sem destinação específica; - <i>Intercompany</i>: empréstimo realizado entre empresas pertencentes a um mesmo grupo econômico.
Garantias apresentadas:	- Crédito sem garantia (operações <i>clean</i>); - Crédito imobiliário: empréstimos com garantia em imóveis; - Crédito agrícola: empréstimo com garantias agrícolas, podendo ser produtos financeiros ou ativos imóveis rurais; - Crédito automotivo: empréstimo com a garantia de veículos automotores.
Em relação ao prazo:	- Curto prazo: créditos com vencimento de até 12 meses; - Médio prazo: créditos com vencimento de 1 a 3 anos; - Longo prazo: créditos com vencimento a partir de 3 anos.

1.1. O Mercado de Crédito no Brasil

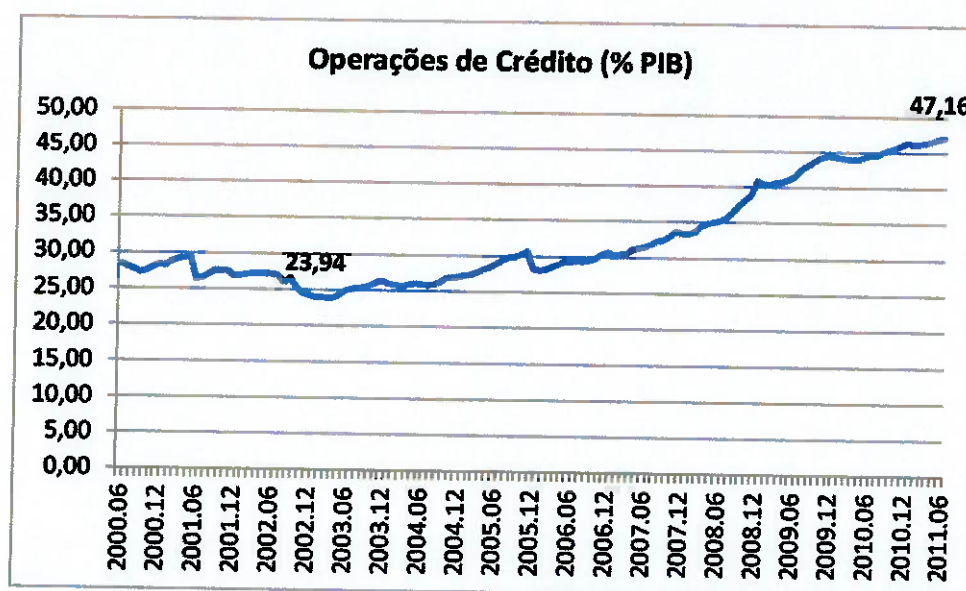
Após um longo período de instabilidade da moeda, em 1994 com o advento do Plano Real os órgãos governamentais puderam finalmente fomentar o crédito de maneira mais sustentável, diminuindo as taxas de juros básicas da economia e criando políticas claras de incentivo ao crédito. Uma das regulamentações para fomentar o crédito foi a criação de diversos produtos financeiros que poderiam ser negociados no mercado secundário por investidores interessados em correr este tipo de risco, como por exemplo:

Tabela 2 – Produtos e Derivativos de Crédito

CRI / CRA	Certificados de Recebíveis Imobiliários / Certificado de Recebíveis do Agronegócio - títulos de créditos lastreados por imóveis ou por produtos derivados do agronegócio respectivamente.
CPR	Certificado do Produtor Rural – títulos que deverão ser emitidos por produtores rurais (na pessoa física) sendo lastreados por sua produção (desde grãos até rebanho bovino).
CDCA	Certificado de Direito Creditório do Agronegócio – título que consolida diversos CPRs emitidos por diversos produtores rurais. A sua diferença é a possibilidade de agregar uma garantia real (imóvel rural, por exemplo) e a negociação de uma taxa de juros (equivalente à negociada por instituições financeiras).
LCI / LCA	Letra de Crédito Imobiliário / Letra de Crédito do Agronegócio – título de dívida emitido por um banco que tem lastro em imóveis ou créditos do agronegócio, respectivamente.
Debêntures	Títulos representativos de dívida de pessoa jurídica, também chamados <i>bonds</i> no mercado financeiro internacional.
CCB	Cédula de Crédito Bancário – título de dívida originado por instituições bancárias que podem ser vendidas para investidores diversos. Podem agregar diversos tipos de garantia como imóveis, recebíveis diversos, etc.

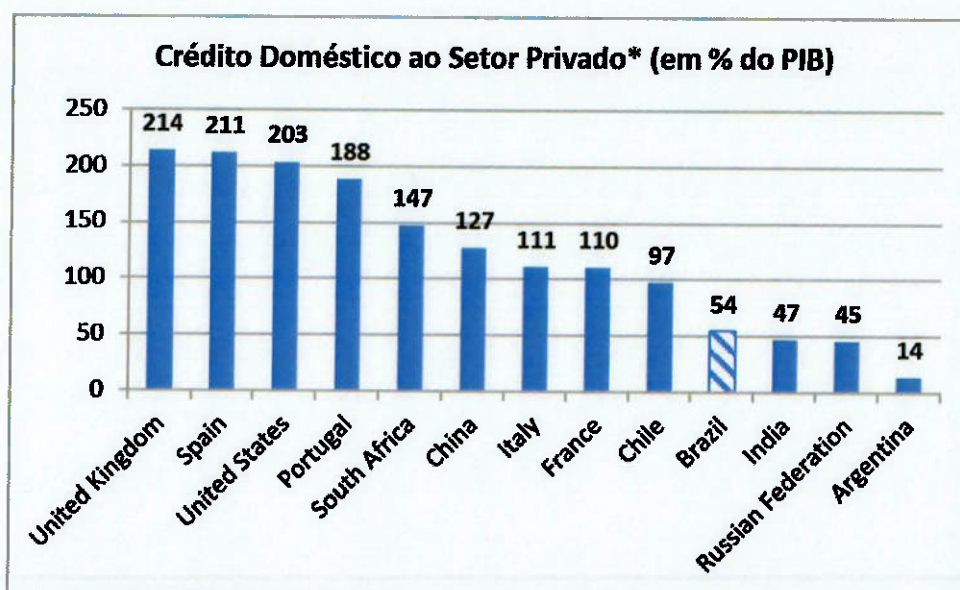
Outra importante melhoria no setor de crédito foi a criação de uma estrutura de investimento especializada em crédito, mais especificamente, a criação dos Fundos de Investimento em Direitos Creditórios (ou FIDC) que permitem que o investidor tenha benefícios fiscais claros na compra de direitos creditórios diversos. Um dos benefícios é a alíquota diferenciada de apenas 15% de imposto sobre o ganho na operação, em contra partida com os 34% de imposto pagos se a aquisição não for feita através deste instrumento. Outro importante benefício é que o imposto somente será pago no resgate das quotas do referido fundo, permitindo que os ganhos sejam compensados com eventuais prejuízos em algum crédito específico, calculando-se o imposto apenas na carteira consolidada.

Tais melhorias permitiram uma maior liquidez do mercado secundário, permitindo que instituições financeiras originadoras de crédito liberassem o seu balanço para originar novas operações, e com isso, fomentassem o mercado de crédito em geral. O ganho é claramente visto quando comparamos o tamanho do crédito em relação ao produto interno bruto brasileiro.



Fonte: Banco Central.

Mesmo assim, o nível de crédito do mercado brasileiro em relação ao seu produto interno bruto continua muito abaixo de outras economias desenvolvidas, conforme mostra o gráfico comparativo abaixo.



Fonte: Banco Mundial. *World Development Indicators*. Elaboração própria¹.

Dentro deste cenário, espera-se que o mercado de crédito brasileiro tenha um crescimento bastante grande nos próximos anos, proporcionalmente ao crescimento econômico do país. Para que este crescimento seja sustentável, é indispensável que analistas de crédito tenham cada vez mais ferramentas adaptadas ao mercado local para mensurar a qualidade das suas operações. Ao longo dos próximos capítulos procurar-se-á desenvolver um novo modelo que possa contribuir para tal crescimento especificamente no mercado brasileiro de crédito onde se estima que mais de 90% das empresas sejam de pequeno e médio porte com informações disponíveis extremamente limitadas.

¹ Crédito doméstico ao setor privado refere-se aos recursos financeiros fornecidos ao setor privado, na forma de empréstimos, aquisição de títulos, crédito comercial e outras contas de recebíveis que representam um direito de pagamento. Em alguns países, as empresas estatais estão incluídas no setor privado.

2. Metodologias de Mensuração do Risco de Crédito

2.1. Introdução às Metodologias de Avaliação de Crédito

A avaliação do risco de crédito foi bem definida por Vasicek (1984):

Avaliação de crédito é um processo objetivo e quantitativo. Ele não deve depender no julgamento de uma pessoa em particular ou de um comitê. Ao invés disso, deve se basear em dados observados, mais particularmente do valor de mercado dos ativos do tomador. Risco de crédito deve ser medido em termos de probabilidade e estimadores matemáticos e não por classificações qualitativas. Quando executado desta maneira, podemos nos referir a um modelo de avaliação de crédito. (VASICEK, 1984).

De acordo com Oliveira (2011), os modelos de avaliação de crédito podem ser divididos em três categorias principais: classificação, modelos de mercado e modelos de carteira.

Os modelos de classificação são aqueles que atribuem uma nota ou uma classe para cada crédito analisado e por meio de diferentes métodos buscam estabelecer um divisor entre os bons e maus pagadores. Nesses modelos, os mais simples são aqueles de análise estatística, como o de regressão linear e o de análise discriminante linear, e os mais complexos os compostos por redes neurais artificiais.

Como exemplo de modelos de classificação, Oliveira lista:

Tabela 3 – Modelos de Classificação

Modelos de Classificação	
Técnicas	Modelos
Análise Estatística	Regressão Linear e Múltipla
	Análise Discriminante Linear e Quadrática
	Logit, Probit

Redes Neurais	Perceptron Multi Camadas
	Radial Basis
	Learning Vector Quantization
	Self Organization Maps
Aprendizagem de Máquina (Supervisionado e não Supervisionado)	K-Nearest Neighbors
	Parzen Windows
	Support Vector Machine
	Kernel Regression
	Cluster
	PCA

Os modelos de mercado são aqueles que serão mais estudados neste trabalho. Como exemplo, temos os conhecidos modelos estruturais de Merton (1974), Black and Cox (1976) e Vasicek (1984).

Segundo Oliveira, são exemplos de modelos de mercado:

Tabela 4 – Modelos de Mercado

Modelos de Mercado		
Famílias		Trabalhos
Modelos Estruturais – 1ª Geração		Merton (74), Black and Cox (76), Geske (77), Vasicek (84), Crouhy e Galai (94), Jones Mason e Rosenfeld (84)
Modelos Estruturais – 2ª Geração		Kim, Ramaswamy e Sundaresan (93), Nielsen Saá-Requejo e Santa Clara (93), Hull-White (95), Longstaff e Schwartz (95)
Modelos de Forma Reduzida		Litterman e Iben (91), Madan e Unal(95), Jarrow e Turnbull (95), JLT (97), Lando (98), Duffie e Singleton (99), Duffie (98) Duffee(99)

Modelos Estocásticos na PD e na RR	Frye (2000a, 2000b), Jarrow (2001), Carey e Gordy (2001), Altman e Brady (2002)
Informação Incompleta	Duffie e Lando (2001), Giesecke (2001), Giesecke e Goldberg (2003a e 2003b)

Segundo Andrade (2004), “o termo modelo de risco de portfólio de crédito é utilizado preponderantemente para modelos cujo maior objetivo é gerar a distribuição estatística de perdas da carteira”.

De acordo com Oliveira, são exemplos de modelos de portfólio:

Tabela 5 – Modelos de Portfólio

Modelos de Portfólio	
Abordagem	Trabalho
CreditMetrics	Gupton, Finger, Bhatia (97)
CreditRisk +	CSFP (97)
KMV CreditManager	Crosbie (99)
CreditPortfolioView	Wilson (97)

De acordo com Bystrom (2007), um investidor poderá seguir diversos caminhos na tentativa de se avaliar o risco de crédito de determinada empresa. Pode-se utilizar os relatórios de agências de rating que são empresas privadas que analisam a capacidade de pagamento de uma determinada companhia e a classificam com uma nota que poderá, posteriormente, ser convertida em uma probabilidade de inadimplência. Outra maneira é desenvolver o seu próprio critério de escore de crédito por meio de técnicas de redes neurais artificiais ou método de discriminante linear. Segundo o autor, essas duas teorias são falhas na medida em que apresentam resultados discretos que são pouco úteis na quantificação do risco de crédito. Em relação às agências de rating, o autor

pondera que os dados são atualizados com pouca frequência podendo ficar desatualizado ao longo do tempo.

O autor ainda apresenta a metodologia de análise de risco com base em indicadores contábeis das empresas, porém, Bystrom (2007) pondera que essas análises falham em olhar para o passado tentando acessar um risco futuro de inadimplência. Da mesma maneira que a ponderação apresentada em relação às agências de *rating*, os métodos de análise contábeis também são atualizados com pouca frequência, tornando modelos de quantificação de risco de crédito ineficientes em períodos intermediários a publicação de demonstrativos financeiros.

Outra crítica em relação aos métodos de análise de risco de crédito discretos é a dificuldade em converter o resultado em uma medida quantitativa de risco, como por exemplo, a probabilidade de *default* de um determinado empréstimo e, principalmente, a perda esperada dada uma situação de *default* ou, conforme encontrado na literatura *LGD – Loss Given Default*.

A forma mais utilizada de se mensurar quantitativamente o risco de crédito é por meio de metodologias estatísticas de mensuração de probabilidade de *default*, como o modelo de Merton (1974) que mais tarde se aperfeiçoaria como o modelo KMV-Merton. Este modelo compara os passivos de uma companhia, compostos por suas dívidas e o capital dos sócios, com os ativos da companhia. O diferencial deste modelo é que a estimativa do valor do ativo é dada utilizando-se os valores das ações da companhia no mercado e sua volatilidade para se estimar uma série de valor futuro da companhia em uma data futura com base em um movimento estocástico do ativo.

Estas características permitem que a atualização da probabilidade de *default* de determinada companhia ocorra no mesmo intervalo de tempo que os dados referente ao preço das ações são divulgados. Em mercados com alta liquidez, essa periodicidade é quase que instantânea, tornado o método extremamente poderoso.

A crítica que se faz a este modelo é a necessidade de uma série histórica do preço das ações da companhia a ser analisada para se conseguir quantificar com precisão o seu risco de crédito.

Isso é uma realidade nos mercados de ações norte-americano ou europeu, onde há inúmeras empresas de capital aberto cujas ações são constantemente negociadas e, mesmo que se esteja analisando uma empresa de capital fechado, é provável que haja outra empresa listada em bolsa do mesmo setor com operações similares para se avaliar tal risco. Porém, no mercado brasileiro e, em especial, no segmento de empresas de *middle-market*, o número de empresas com o seu capital aberto em bolsa é ínfimo e, quando há, é bastante provável que a liquidez dessas ações seja bastante baixa inviabilizando a utilização de dados de mercado para medidas de *default*.

2.2. O modelo de Merton

O modelo de Merton para a previsão de inadimplência foi criado a partir da teoria de Black-Scholes (1973) que já entendia o *equity* de uma empresa como uma opção de compra dos seus ativos. Após esta idéia ter sido aprimorada por Merton (1974), Black e Cox (1976) e Ingersoll (1977), esta passou a ser conhecida como o modelo de Merton. Posteriormente, o modelo também foi aprimorado pela empresa KMV, sendo que muitos artigos acadêmicos, como Bharath (2005), denominam este último como modelo KMV-Merton.

O modelo de Merton defende a idéia de que em uma empresa com uma estrutura de capital simplificada o valor do patrimônio líquido de uma determinada empresa nada mais é do que a diferença entre o valor do seu ativo e o valor de sua dívida. Emprestando-se conceitos da teoria de opções, pode-se dizer que o valor do patrimônio líquido de uma empresa é, na verdade, o *payoff* do seu ativo em relação ao seu passivo. O modelo de Merton entende as ações da companhia como uma opção de compra de seus ativos tendo como valor de exercício o valor de face de sua dívida em um instante futuro. Se

o valor dos ativos for menor do que o valor da dívida, isso significa que a opção (ou o valor das ações) seria zero, dado o *payoff* negativo da opção.

Kealhofer (2003) simplifica o modelo de Merton através de um exemplo prático. Imaginemos que uma determinada companhia detenha como ativo 1 milhão de ações da Microsoft. Em contrapartida, esta mesma companhia tem apenas uma dívida com valor de face de US\$ 100 milhões. Em um ano, o valor das ações da Microsoft sofrerão uma variação tal que poderão ser suficientes para cobrir o valor da dívida ou não. Desta maneira, o valor do patrimônio líquido desta companhia depende diretamente do valor de mercado dos seus ativos e de sua volatilidade, juntamente com os termos de pagamento de sua dívida.

A primeira premissa assumida pelo modelo de Merton é que o valor de uma empresa (ou de seu patrimônio líquido) segue um movimento Browniano geométrico,

$$dV = \mu V dt + \sigma_V V dW \quad (1)$$

onde V é o valor da empresa, μ é o retorno esperado dos ativos da companhia, σ_V é a volatilidade dos ativos da companhia e dW é o movimento Browniano, ou processo de Wiener, que nada mais é que um processo estocástico em tempo contínuo.

A segunda premissa assumida pelo modelo de Merton é que a empresa em estudo tem apenas um título de dívida que vence em um tempo T . Esta é na verdade uma das críticas que se faz ao modelo de Merton em função de assumir uma estrutura de capital extremamente simples e, ainda, prever uma eventual inadimplência apenas no vencimento deste título de dívida único quando, na verdade, as empresas têm estruturas de dívidas e de capital muito mais complexas, com múltiplos vencimentos e condições variadas de pagamento.

O modelo de Merton ainda simplifica o valor de uma empresa, como sendo a somatória do valor de sua dívida com o valor de seu patrimônio líquido (*equity*):

$$\text{Valor da Empresa (V)} = \text{Valor da Dívida (F)} + \text{Valor do equity (S)} \quad (2)$$

A partir desta teoria Bharath (2005) descreve o modelo de Merton através da projeção do valor do equity de determinada empresa aplicando o modelo de Black-Scholes-Merton, onde o valor do equity em uma data t é: $S(V, F, T, t)$; sendo V o valor da empresa, F o valor de face da dívida vencendo em T e a volatilidade do valor da empresa:

$$S(V, F, T, t) = VN(d_1) - e^{-rT}FN(d_2) \quad (3)$$

Sendo:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V}{F}\right) + (r + 0,5\sigma_V^2)T}{\sigma_V\sqrt{T}} \quad (4)$$

e

$$d_2 = d_1 - \sigma_V\sqrt{T} \quad (5)$$

O modelo de Merton faz uma importante relação na equação (1), expressando o valor do patrimônio líquido de uma empresa como uma função do valor da empresa como um todo (*firm value*). A segunda relaciona a volatilidade do valor da empresa com a volatilidade do seu patrimônio líquido que por meio do Lema de Itô, segue

$$\sigma_E = \left(\frac{V}{E}\right) \frac{\partial E}{\partial V} \sigma_V \quad (6)$$

No modelo de Black-Scholes-Merton, tem-se que $\frac{\partial E}{\partial V} = N(d_1)$, portanto, utilizando-se as premissas do modelo de Merton, a relação da volatilidade do valor da empresa e do valor de seu patrimônio líquido, pode ser escrita por

$$\sigma_E = \left(\frac{V}{E}\right) N(d_1) \sigma_V \quad (7)$$

sendo que d_1 é definido pela equação (4).

Bharath (2005) ainda coloca que o modelo de Merton utiliza essas equações para traduzir tanto o valor de uma empresa quanto a sua volatilidade em uma medida de probabilidade de *default*.

A distância ao *default* (DD) é dada por:

$$DD = \frac{\ln\left(\frac{V}{F}\right) + (\mu - 0,5\sigma_v^2)T}{\sigma_v\sqrt{T}} \quad (8)$$

A probabilidade de *default* segue a seguinte equação:

$$PD = N\left(-\left(\frac{\ln\left(\frac{V}{F}\right) + (\mu - 0,5\sigma_v^2)T}{\sigma_v\sqrt{T}}\right)\right) = N(-DD) \quad (9)$$

Sendo:

$N(.)$ = Distribuição gaussiana cumulativa

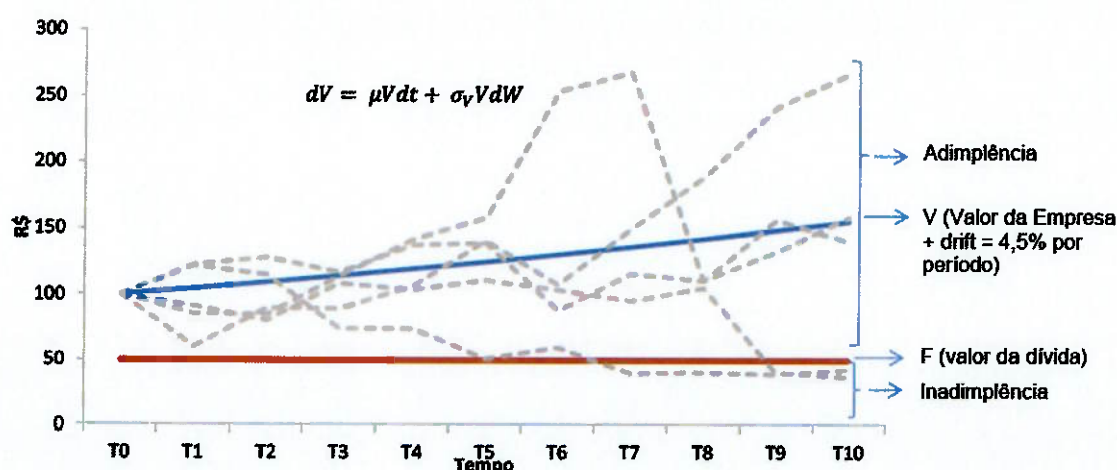
V_t = Valor da empresa no instante (t)

K = Barreira para o Default

σ_v = Volatilidade do valor dos ativos da empresa

μ = Retorno esperado dos ativos da companhia

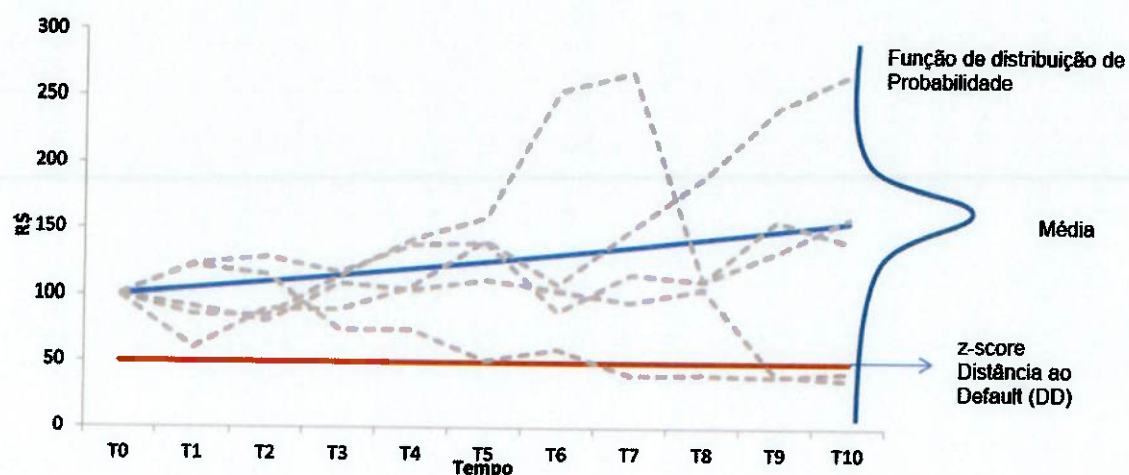
Podemos ilustrar o modelo de Merton, da seguinte maneira:



As linhas tracejadas são estimadas utilizando a equação (1). Note que os percursos orbitam o valor estabelecido como médio, dado pelo valor da empresa inicial adicionado de um *drift* ao longo do tempo.

Após a simulação de diferentes caminhos, calcula-se a probabilidade de que eles estejam abaixo da linha da dívida da companhia significando uma inadimplência.

A área da curva de função de distribuição de probabilidade abaixo da linha da dívida da companhia corresponde a probabilidade de inadimplência, conforme expósito na ilustração a seguir.



3. Sugestão de Metodologia para Cálculo da Probabilidade de Default em Mercados com Informações Incompletas

3.1. Proposição do Modelo

Conforme abordado no capítulo anterior, a quantificação do risco de crédito em mercados com informação incompleta, como em empresas de médio porte ou empresas localizadas em mercados ilíquidos, torna-se imprecisa dada a demanda dos modelos estatísticos por dados históricos de preço e de volatilidade. Com essa limitação, analistas se voltam para metodologias menos eficientes como a análise de demonstrativos contábeis e modelagem de um escore de crédito próprio. Ambos os métodos contêm falhas em sua concepção na medida em que analisam dados estáticos que não são atualizados frequentemente e ainda confia-se na avaliação subjetiva do analista em relação ao comportamento futuro de determinado ativo, no caso, o valor da companhia.

Em relação a montagem de um escore de crédito próprio o problema se torna ainda mais presente em instituições financeiras recém criadas ou com pouco tempo de atividade, na medida em que um modelo de escoragem depende basicamente de uma base de dados com a performance histórica de empresas similares a que se pretende analisar. Se uma instituição desejar criar uma nova área de negócios focada em emprestar dinheiro para um segmento que ela ainda não conhece, a escoragem de crédito própria torna-se inviável. Em um cenário mais amplo, essa particularidade pode levar a uma reserva natural de mercado em financiamentos de empresas de pequeno e médio porte o que, definitivamente, não é benéfico para o mercado de crédito em geral, tornando os empréstimos mais caros e mais escassos.

A proposta deste trabalho, portanto, é adaptar os modelos tradicionais de quantificação do risco de crédito ao nível de informações disponibilizadas por empresas de pequeno e médio porte em mercados ilíquidos, como o brasileiro.

Na elaboração do modelo proposto foram consideradas primeiramente as informações que poderão ser facilmente conseguidas por analistas de crédito em qualquer tipo de empresa.

Tabela 6 – Informações necessárias para a análise de crédito

Dados de fácil acesso	1. Demonstrativos financeiros (balanço patrimonial, demonstrativo de resultado do exercício, demonstrativo de origem e aplicações dos recursos); 2. Dados relativos ao mercado de atuação da companhia: participação no mercado, crescimento histórico, concorrentes, ineficiências, etc; 3. Comportamento histórico dos insumos básicos e das matérias-primas básicas que compõem a linha de custo e receita, respectivamente, da companhia; 4. Dados macro-econômicos da região em que a empresa atua.
Dados de difícil acesso	1. Marcação a mercado ou o valor de mercado das ações da empresa e/ou de seus concorrentes; 2. Volatilidade histórica do preço das ações e/ou de seus concorrentes.

Sendo assim, propomos um modelo de risco de crédito quantitativo utilizando-se apenas as informações classificadas acima como de fácil acesso.

O primeiro passo consiste em elaborar um *valuation* da companhia utilizando-se do método do fluxo de caixa descontado. Em seguida aplicaremos uma sensibilidade na linha de receita da companhia com base em dados disponíveis no mercado para simular o comportamento do valor da empresa baseado na perspectiva futura de comportamento do seu ativo base.

Espera-se que, como resultado, o modelo resulte em uma série de valores prováveis para o valor da empresa. A seguir, observaremos o percentual de

amostras que resultam em um valor da empresa inferior ao valor de sua dívida, assim como um caso de *default* no modelo de Merton.

Para este trabalho, decidiu-se fazer um estudo de caso de uma empresa que pudesse ter seu risco de crédito modelado tanto pelo modelo de Merton, quanto pelo modelo proposto, de maneira a comparar os resultados obtidos. Por este motivo, a empresa selecionada deve ter, entre outras características, uma liquidez elevada no mercado de capitais e dados de fácil acesso. Dentro dessas características, o objeto alvo desta aplicação será a Petrobras, empresa que por anos apresenta uma das maiores liquidez da bolsa de valores brasileira, sendo responsável atualmente por 12,74% do Índice Bovespa de acordo com a BM&F Bovespa (em 19/09/2011).

O modelo proposto considera a possibilidade de modelar estatisticamente todas os itens que compõe o fluxo de caixa da companhia, aumentando a precisão do cálculo da probabilidade de default. Pode-se, por exemplo, projetar uma evolução das receitas diferente da evolução dos custos administrativos ou até dos custos da mercadoria vendida.

No estudo de caso realizado para o presente trabalho aplicaremos a sensibilidade apenas na linha de receita, imaginando que todas as outras linhas do resultado da companhia sejam de certa forma proporcional à receita bruta, ou seja, todos os custos diretos e indiretos serão projetados aplicando o percentual histórico deles em relação á receita. Desta maneira, podemos considerar que o modelo proposto encontra-se livre de qualquer viés referente a eventuais ganhos ou perdas de produtividade pela companhia. Estimaremos que a produtividade dos empregados e recursos acompanhará o nível de atividade da companhia, no mesmo nível dos anos passados.

Apesar de eliminar qualquer viés referente a produtividade, poder-se-ia atribuir sensibilidade a algumas linhas de custo, como por exemplo, o custo direto da mercadoria vendida da companhia, visto que, normalmente, esta também segue um comportamento referenciado em algum ativo base com alta liquidez. Porém, nesta primeira proposição, também se considera que a linha de custo da mercadoria vendida acompanha o nível da receita bruta da companhia a fim

de comparar os resultados do modelo proposto com os resultados do modelo de Merton de maneira mais correta, assumindo as mesmas premissas nas duas aplicações.

3.2. Coleta de dados

Antes de aplicar o modelo, fez-se necessária uma coleta de dados para a modelagem dos modelos de Merton e do modelo proposto. Para o primeiro, coletou-se a base histórica de preços das ações preferenciais da Petrobras no mercado de ações brasileiro e de lá extraiu-se o último preço das suas ações e a volatilidade diária dos seus retornos, conforme a seguinte fórmula:

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (m - x_i)^2} \quad (10)$$

sendo,

σ_P = Desvio padrão ou volatilidade histórica do ativo

n = número de dias (neste caso, 252)

m = média dos retornos logarítmicos de um dia

x_i = Diferença dos logaritmos dos preços diários da ação

onde,

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (11)$$

e

$$x_i = \ln \left(\frac{P_i}{P_{i-1}} \right) \quad (12)$$

sendo que,

P_i = Preço de fechamento da ação no dia i

Aplicando-se a fórmula (10) acima, obtém-se a volatilidade diária do ativo. Assumindo que os retornos são independentes e identicamente distribuídos, ou seja, o retorno de um ativo hoje não depende do passado e que a distribuição de probabilidade não se altera ao longo do tempo, podemos anualizar a volatilidade, procedendo-se da seguinte maneira:

$$\sigma_{P(ano)} = \sigma_{P(dia)} * \sqrt{252} \quad (13)$$

Em seguida, acessamos os demonstrativos contábeis da companhia com data base 31 de março de 2011 disponibilizados em sua área de relações com investidores com a finalidade de extrairmos o saldo da sua dívida líquida de sua posição de caixa imediata e, também, o número total de ações em circulação a fim de calcularmos o valor total da companhia, conforme fórmula previamente apresentada na equação (2).

Para a aplicação do modelo proposto, além dos dados contábeis da empresa que foram utilizados como base para o fluxo de caixa projetado da companhia, também foi coletado a série de histórica de preços do petróleo tipo Brent visto que esta commodity é a principal fonte de receita da Petrobras. Com base nesses preços, foi extraída a volatilidade histórica do ativo anualizada da mesma maneira demonstrada nas fórmulas (10) e (13).

Após a coleta dos dados, temos as seguintes premissas para os modelos:

Tabela 7 – Premissas do modelo de análise de crédito observadas

Dados Coletados	
Empresa	Petrobrás
Ação	PETR4
	R\$
Último Preço	20,52
Número de ações em circulação (em milhões)	13.044
Endividamento líquido (em milhões)	R\$ 87.220,00

Também foram calculadas as volatilidades históricas das ações e do ativo base, neste caso, o petróleo tipo Brent.

Tabela 8 – Premissas do modelo de análise de crédito calculadas

Cálculos efetuados

Volatilidade histórica (252 dias) - PETR4	28,64%
Volatilidade histórica (252 dias) - Petróleo tipo Brent	27,61%

Para a aplicação do modelo, além dos valores observados no mercado e calculados, consideramos também um retorno esperado das ações de 4,5% ao ano que é coerente com a expectativa do mercado de crescimento da economia. O horizonte de tempo para a estimação de probabilidade de inadimplência considerada foi de 10 anos.

Tabela 9 – Premissas do modelo de análise de crédito atribuídas

Premissas adotadas

Tempo de análise (em anos)	10
Retorno esperado das ações	4,50%

3.3. Resultados Obtidos com o Modelo de Merton

Aplicando-se o modelo de Merton para o cálculo de probabilidade de inadimplência da Petrobras em um horizonte de 10 anos, obtivemos o seguinte resultado:

Tabela 10 – Resultados do modelo de Merton aplicado à Petrobras

Premissas	
Empresa	Petrobrás
Data	15/09/2011
P (Preço / Ação)*	20,52
n (Número de Ações em Milhões)	13.044
S (Valor do <i>Equity</i> = $P \times n$)**	267.673
F (Valor Da Dívida)**	87.220
V (Valor da Empresa = $S + F$)**	354.893
σ (Volatilidade 360 dias)	28,64%
T (Tempo em Anos)	10,00
μ (Retorno Esperado)	4,50%
DD (<i>Distance to Default</i>)	1,59
PD (<i>Probabilidade de Default</i>)	5,55%

* em Reais

* em Milhões de Reais

Portanto, através desta metodologia, a Petrobras teria uma probabilidade de inadimplência de 5,5% em um horizonte de 10 anos.

3.4. Aplicação do Modelo Proposto

3.4.1 Avaliação da Companhia por Fluxo de Caixa Descontado

A primeira etapa da aplicação do modelo consistiu na elaboração de uma projeção de fluxo de caixa para a Petrobras para os próximos 10 anos, utilizando o mesmo horizonte de tempo utilizado na estimação da probabilidade de inadimplência pelo modelo de Merton. Para isso, buscou-se projetar um fluxo de caixa simplificado para eliminar quaisquer interferências que uma ou outra premissa subjetiva, como por exemplo um eventual ganho de produtividade da companhia ao longo do tempo, pudesse ter nos resultados obtidos.

Com base no resultado da companhia dos três últimos anos, modelou-se um crescimento da receita bruta exatamente igual ao crescimento esperado do modelo de Merton, ou seja, 4,5% ao ano. Conforme explicado anteriormente,

todas as outras linhas de resultado foram projetadas considerando-se uma proporção média histórica em relação a receita. Desta maneira, em uma primeira análise, estaríamos projetando o crescimento da empresa linearmente correlacionado com o seu crescimento de receita.

Em seguida, foi calculado o custo médio ponderado do capital ou WACC (do inglês *Weighted Average Cost of Capital*), a fim de se determinar a taxa de desconto mais correta a ser utilizada. Para este cálculo, assumimos como custo de dívida da Petrobras (K_d) como sendo 12% ao ano, equivalente a remuneração do Certificado de Depósito Interbancário (CDI) dado a grande qualidade de crédito da companhia percebido pelo mercado. Como base comparativa, atualmente, a Petrobras tem um título de dívida emitido em dólares americanos que, no seu valor de face, remunera aproximadamente 7,5% ao ano. Se somarmos a esta remuneração um eventual custo de *hedge* para converter o papel para o real, podemos estimar que o custo de endividamento da companhia, de fato, é próximo dos 12% estimados neste modelo.

A taxa livre de risco de mercado foi obtida como sendo aproximadamente o valor de remuneração dos títulos de dívida norte-americano de 10 anos. O beta foi obtido através da base de dados de Damodaran (2011), especificamente, do setor de *Oilfield Services and Equipment*. Dado que a companhia opera no Brasil, somou-se ainda um *spread* equivalente ao risco país de 1,50% e um prêmio de diferencial de inflação de 2%. Resumidamente, o cálculo da taxa de desconto do fluxo de caixa teve as seguintes premissas:

Cálculo WACC

Risk-free (US-10 anos)	3,0%		
(*) Beta (2-anos)	1,50		
(+) Equity Risk Premium	4,0%		
(+) Credit Default Swap - Brasil	1,5%		
(+) Inflação (7)	2,0%		
Ke	12,50%	Kd	12,0%
Alavancagem	37%		
WACC	12,32%		

O cálculo do WACC apresenta-se da seguinte maneira:

$$WACC = Ke * \left(\frac{E}{D}\right) + Kd * \left(\frac{D}{V}\right) \quad (14)$$

Sendo:

$$Ke = Rf + \beta * Rp + CDS + I \quad (15)$$

Onde:

Rf = Risk – free (taxa livre de risco)

β = Beta

Rp = Equity Risk Premium

CDS = Credit Default Swap Brasil – prêmio de risco do mercado local

I = Prêmio pelo diferencial de inflação

E ainda:

Kd = Custo da dívida (neste modelo, 12% ao ano)

E = Valor do patrimônio líquido da companhia

D = Valor da dívida da companhia

V = Valor da companhia (E + D)

O último dado faltante para o cálculo de valor da empresa pelo método de fluxo de caixa descontado é o valor residual da companhia ao fim do período de projeção. Como a projeção será feita para os próximos 10 anos, torna-se bastante difícil e subjetivo prever as condições de mercado para um horizonte tão distante. De acordo com as informações de mercado obtidas em 07 de Outubro de 2011, o valor de mercado da Petrobrás era equivalente a cinco vezes o seu fluxo de caixa dos últimos 12 meses, desta maneira, utilizamos o mesmo valor para esta modelagem.

Até esta etapa, apenas foi elaborado uma avaliação da empresa, utilizando a metodologia de fluxo de caixa descontado, onde:

$$FCD = \sum_{t=0}^N \frac{VF_t}{(1+i)^t} + \frac{VF_N * M}{(1+i)^N} \quad (16)$$

Sendo:

FCD = Fluxo de Caixa Descontado

VF = Valor nominal de um fluxo de caixa em um período futuro

i = taxa de juros utilizada para descontar o fluxo de caixa (WACC)

t = tempo (em anos)

N = Número de anos da análise

M = Múltiplo da companhia para cálculo de valor residual

3.4.2 Aplicando o Processo Estocástico ao Fluxo de Caixa

A grande diferença deste modelo é a aplicação de uma volatilidade ao fluxo de caixa a fim de simular prováveis resultados de valor da companhia. Desta maneira, foi aplicado um processo de Wiener com *drift*, também chamado de movimento Browniano nas variáveis primárias da projeção e que, de certa forma, sofrerão impactos conforme a oscilação do preço do ativo base da companhia, neste caso, o ativo base é o petróleo. As variáveis escolhidas para a simulação foram a receita da companhia ao longo dos dez anos da simulação e também o valor residual da companhia já que este se altera conforme as perspectivas do mercado mudam para o futuro da companhia. As premissas básicas utilizadas foram:

Tabela 11 – Premissas básicas utilizadas no modelo proposto

Premissas Básicas	
Volatilidade do ativo base (Petróleo)	27,61%
Média de crescimento da receita	4,50%
Múltiplo da Companhia (10 ano)	5,0

Resumidamente, a estrutura do fluxo de caixa elaborado e a modelagem de cada item podem ser apresentadas da seguinte forma:

Tabela 12 – Modelagem dos itens de fluxo de caixa

Item	Modelagem
Receita Líquida (1)	Projeção de crescimento de 4,5% ao ano assumindo uma volatilidade de 27,61% ao ano
(-) Custo da Mercadoria Vendida (2)	% da receita líquida (assumindo a média dos últimos anos)
(=) Lucro Bruto (3)	(1) + (2)
(-) Despesas de Vendas e Administrativas (4)	% da receita líquida (assumindo a média dos últimos anos)
(-) Outras despesas operacionais (5)	Fixo, mesmo valor do último ano fechado
(=) Lucro antes de impostos (6)	(3) - (4+5)
(-) Impostos sobre ganho - Atual (7)	% do lucro antes dos impostos (assumindo a média dos últimos anos)
(=) Lucro Líquido	

Para a modelagem do processo Browniano, foi necessário criar uma variável aleatória com distribuição normal, média zero e desvio padrão equivalente a um. Dado que a ferramenta utilizada para a construção deste modelo disponibilizava a geração de números aleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 1, a variável requerida foi obtida através da seguinte metodologia: considerando que temos as seguintes variáveis aleatórias: $U_i \text{ iid } \sim U(0,1)$ e $S = \sum_{i=1}^m U_i$ podemos aproximar a distribuição de S, como:

$$S \sim N(m \cdot E[U_i], m \cdot \text{Var}[U_i]) \quad (17)$$

Dado que sabemos que o valor esperado $E[U_i]$ é 0,5 e $\text{Var}[U_i]$ é 12, podemos dizer que:

$$S \sim N\left(\frac{m}{2}, \frac{m}{12}\right) \quad (18)$$

A fim de normalizar a variável S, podemos subtrair a sua média e dividir pelo seu desvio padrão. Desta maneira podemos descrever a variável S normalizada, como:

$$Z = \frac{S - \frac{m}{2}}{\sqrt{\frac{m}{12}}} \quad (19)$$

Sendo $Z \sim N(0,1)$.

Quando utilizamos 12 números aleatórios com distribuição normal, a fórmula pode ser aproximada por:

$$Z = \frac{S - \frac{12}{2}}{\sqrt{\frac{12}{12}}} = S - 6 \quad (20)$$

Com a fórmula acima, obtém-se um número aleatório com distribuição normal somando-se 12 números aleatórios com distribuição uniforme e em seguida subtraindo-se 6.

A evolução da receita da companhia foi obtida através do processo Browniano que pode ser generalizado da seguinte forma:

$$X_{t+1} = X_t * (1 + \mu + \sigma dW) \quad (21)$$

Onde:

X_t = Receita no ano t

μ = Variação média esperada, também conhecido como drift

σ = Volatilidade estimada (neste caso a volatilidade do ativo base)

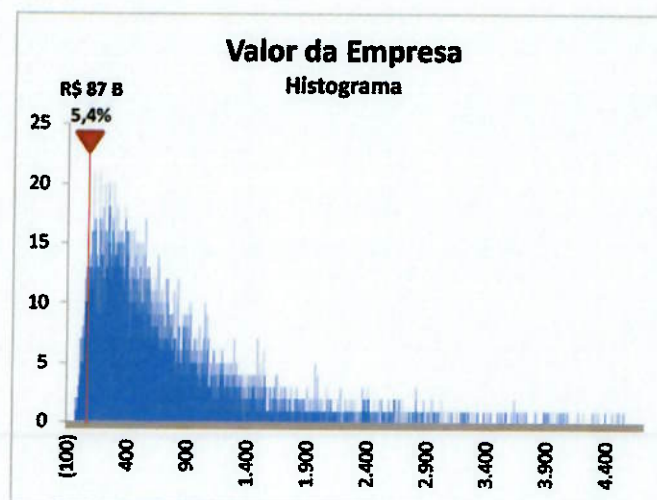
dW = número aleatório $\sim N(0,1)$

3.4.3 Resultados Obtidos

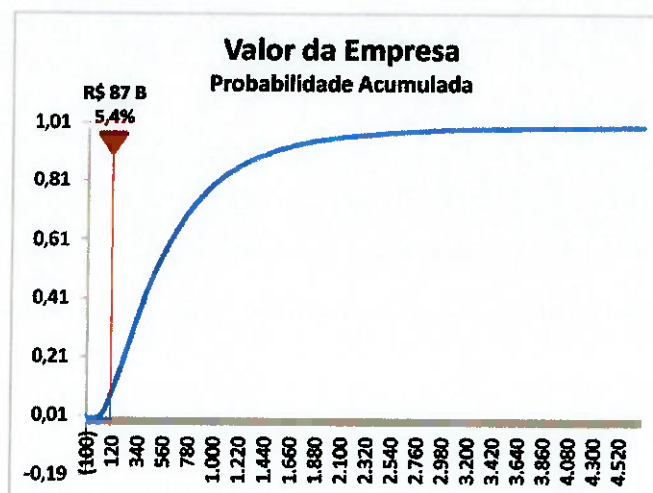
Para se obter o resultado foram feitas 10 simulações tendo cada uma 10.000 iterações com diferentes números aleatórios sendo gerados em cada simulação, conforme descrito no item anterior. Cada simulação, portanto, obteve 10.000 diferentes valores para o ativo da companhia. A probabilidade de inadimplência foi então estimada, efetuando-se um corte nos valores obtidos a partir do volume de endividamento da companhia, neste exemplo da Petrobrás equivalente a R\$ 87 bilhões.

Abaixo, a distribuição dos valores da companhia obtidos em uma das simulações e o corte de inadimplência. Neste caso 5,4% dos valores obtidos

ficaram abaixo da linha dos R\$ 87 bilhões, ou seja, valores em que seriam caracterizados casos de inadimplência.



Abaixo, a probabilidade acumulada de acordo com os valores da companhia obtidos:



O valor mínimo da companhia obtido foi de R\$ 27 bilhões e o valor máximo de R\$ 9,1 trilhões. O valor médio obtido foi de R\$ 680 bilhões, equivalente a dizer que as ações da companhia valeriam R\$ 45,35 como demonstrado no Anexo I deste trabalho. Dado que a média do preço de fechamento das ações PETR4 (Petrobras PN) ao longo do ano de 2011 até o momento da conclusão deste trabalho foi de R\$ 24,34, podemos dizer que, por esta análise, há um potencial de valorização das ações da companhia de mais de 85% em relação ao seu preço médio de 2011.

Abaixo, a descrição da análise estatística da simulação efetuada:

Sumário da Simulação		Estatísticas da Simulação	
Número de Simulações	1	Mínimo	-27,00
Número de Iterações	10.000	Máximo	9.168,00
Número de Inputs	11	Média	680,80
Número de Outputs	1	Desv Pad	661,47
# total < R\$ 87mm	543	Variância	437.537,62
% Default	5,43%	Mediana	491,00
		Moda	111,00

Ainda, foram elaboradas outras nove simulações a fim de se obter um valor médio de probabilidade de inadimplência. O resultado final obtido foi de 5,47%, conforme demonstrado no quadro abaixo:

Simulações	
Simulação #1	5,41%
Simulação #2	5,55%
Simulação #3	5,56%
Simulação #4	5,51%
Simulação #5	5,78%
Simulação #6	5,22%
Simulação #7	5,41%
Simulação #8	5,12%
Simulação #9	5,74%
Simulação #10	5,43%
Média	5,47%

Entende-se, portanto, que através da metodologia proposta, a probabilidade de inadimplência da Petrobrás em um horizonte de 10 anos é de 5,47%, número muito próximo do resultado obtido através do modelo Merton de 5,55%.

4. CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi comparar o modelo de Merton para mensuração de risco de crédito com um modelo sugerido que traz algumas alterações na forma de se conceber o problema e, desta forma, permitir que empresas localizadas em mercados com informação incompleta também possam ser alvo de análises de probabilidade de inadimplência com certo grau de precisão.

Aplicando o modelo de Merton na empresa alvo deste trabalho a probabilidade de inadimplência obtida foi de 5,5%, ao passo que utilizando o modelo proposto este mesmo índice foi de 5,4%. O resultado extremamente próximo demonstra que a aplicação do modelo proposto reflete, de certa forma, as premissas utilizadas no modelo de Merton e, por este motivo, o modelo pode ser considerado uma alternativa viável de mensuração de probabilidade de inadimplência em mercados com informação incompleta.

Ao mesmo tempo em que o teste comparativo do modelo foi efetuado com sucesso, acredita-se haver enormes ganhos em se aplicar esta metodologia, aumentando o seu grau de precisão, aplicando diferentes tipos de distribuição de probabilidade conforme for o comportamento do seu ativo base, ou ainda, acrescentando movimento Browniano a outras variáveis, como por exemplo, custos diretos e custos indiretos, ou até, projetando uma evolução das receitas não linear.

Acreditamos que o objetivo proposto de mensurar quantitativamente o crédito em mercados com informações incompletas foi atingido, na medida em que o modelo sugerido pode ser usado desde o menor e mais informal negócio. Pode-se imaginar, por exemplo, a mensuração do risco de crédito de uma banca de feira popular projetando suas vendas utilizando-se a volatilidade dos preços de frutas, hortaliças e verduras que são facilmente conseguidos através de preços históricos divulgados por órgãos governamentais.

Da mesma forma que as conclusões são apresentadas com certo nível de otimismo, é necessário também ressaltar que o modelo aqui proposto exige do analista de crédito maior conhecimento sobre o seu objeto de análise.

Enquanto os modelos tradicionais eliminam quase que totalmente o nível subjetivo da análise, este modelo demanda certa subjetividade do analista em determinar quais variáveis sofrerão oscilações e que tipo de volatilidade será aplicado.

Espera-se que este trabalho seja apenas uma provocação e o início de discussões mais constantes e mais aprofundadas sobre a mensuração de crédito em mercados com informação incompleta.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- ALTMAN, E. I. **Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy**. Journal of Finance, 589-609. 1968.
- ALTMAN, E.; BRADY, B. **Explaining Aggregate Recovery Rates on Corporate Bond Defaults**. NYU Salomon Center Working Paper Series. 2002.
- ANDRADE, F.W.M. **Desenvolvimento de Modelo de Risco de Portfólio para Carteiras de Crédito a Pessoas Físicas**. FGV/EAESP. Tese apresentada ao Curso de Doutorado. 2004.
- BHARATH, S.T.; SHUMWAY, T. **Forecasting Default with the KMV-Merton Model**. University of Michigan, 2005.
- BLACK, F.; COX, J.C. **Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions**. Journal of Finance 31, 351-367. 1976.
- BLACK, F.; SCHOLES, M. **The Pricing of Options and Corporate Liabilities**. Journal of Political Economy 81, 637-654. 1973.
- BMFBOVESPA. São Paulo. **Índice Bovespa – Ibovespa**. Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/indices/ResumoCarteiraTeorica.aspx?Indice=IBOVESPA&idioma=pt-br>>. Acesso em: 17 set. 2011.
- BYSTROM, H. **Merton for Dummies: A Flexible Way of Modeling Default Risk**. 2007.
- CAREY, M.; GORDY, M. **Systematic Risk in Recoveries on Defaulted Debt**. Financial Management Association Meetings, Toronto, October 20. 2001.
- CREDIT SUISSE. **CreditRisk+: A Credit Risk Management Framework**. Credit Suisse Financial Products. 1997.
- CROSBIE, P. **Modeling default risk**. Technical Report, KMV Corporation. 1999.
- CROSBIE, P.; BOHN, J. **Modeling Default Risk**. KMV. 2002
- CROUHY, M.; GALAI, D. **The interaction between the financial and investment decisions of the firm: The case of issuing warrants in a levered firm**. Journal of Banking and Finance 18, 861±880. 1994.
- DAMODARAN. **Betas By Sector**. Disponível em: <<http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/>>. Acesso em: 07 out. 2011.
- DERVIZ, A.; KADLCAKOVA, N. **Business cycle, credit risk and economic capital determination by commercial banks**. BIS Papers No 22. 2005
- DUFFEE, G. **The Relation Between Treasury Yields and Corporate Bond Yield Spreads**. Journal of Finance, 53:6, 2225-2240. 1998.

- DUFFIE, D. **Credit Swap Valuation**. Financial Analyst Journal, 73-87. 1999.
- DUFFIE, D.; SINGLETON, K.J. **Modeling the term structure of defaultable bonds**. Review of Financial Studies, 12, 687-720. 1999.
- DUFFIE, D.; LANDO, D. **Term Structure of Credit Spreads with Incomplete Accounting Information**. Forthcoming in Econometrica. 1997.
- ELIZALDE, A. **Credit risk models II: Structural Models**. CEMFI. 2005.
- _____. **Credit risk models III: Reconciliation Reduced – Structural Models**. CEMFI. 2005.
- _____. **Credit risk models IV: Understanding and pricing CDOs**. CEMFI. 2005.
- ERKEN, L.J. **The Merton model for default probabilities: a valid model for Dutch Companies?** Universiteit Van Tilburg. 2008.
- FRYE, J. **Collateral Damage Detected**. Federal Reserve Bank of Chicago - Working Paper, Emerging Issues Series. 2000.
- FRYE, J. **Depressing Recoveries**. Federal Reserve Bank of Chicago, Risk, January. 2000.
- GESKE, R. **The Valuation of Corporate Liabilities as Compound Options**. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 541-552. 1977.
- GIESECKE, K.; GOLDBERG, L. R. **Sequential defaults and incomplete information**. Journal of Risk 7, 1-26. 2004.
- GIESECKE, K. **Correlated default with incomplete information**. Working Paper Humboldt University, 2002.
- GUPTON, G.; FINGER, C.; BHATIA, M. **CreditMetrics Technical Document**. New York, NY: Morgan Guaranty Trust Company. 1997.
- JAKUBÍK, P. **Credit risk and the Finnish economy**. Czech Economic Review. 2007.
- HULL, J. C.; WHITE, A. **The Impact of Default Risk on Options and Other Derivative Securities**. Journal of Banking and Finance. 1995.
- HULL, J.; NELKEN, I.; WHITE, A. **Merton's Model, Credit Risk, and Volatility Skews**. University of Toronto. 2003.
- JARROW, R.; TURNBULL, S. **Pricing derivatives on financial securities subject to default risk**. Journal of Finance, 50, 53-86. 1995.
- JARROW, R.; YU, F. **Counterparty Risk and the Pricing of Defaultable Securities**. Journal of Finance, 56 (5), 1765-99. 2001.
- JARROW, R.; LANDO, D.; TURNBULL, S. **A Markov Model for the Term Structure of Credit Spreads**. Review of Financial Studies, 10: 481-523. 1997.

- JONES, P. E.; MASON, S. P.; ROSENFELD, E. **Contingent claims analysis of corporate capital structures: An empirical investigation.** *Journal of Finance*, v39 n3 July:611-625, 1984.
- KEALHOFER, S. **Quantifying Credit Risk I: Default Prediction.** *Financial Analyst Journal*. 2003.
- KIM, I. J.; RAMASWAMY, K.; SUNDARESAN, S. M. **Does default risk in coupons affect the valuation of corporate bonds?: A contingent claims model.** *Financial Management* 22, 117-131. 1993.
- KULKARNI, A.; MISHRA, A.K.; THAKKER, J. **How good is Merton model at assessing credit risk: Evidence from India.** *Second Singapore International Conference on Finance*. 2008.
- LANDO, D.; Cox. **Processes and Credit Risky Securities.** *Review of Derivatives Research*, 2 (2-3), 99-120. 1998.
- LELAND, E.H. **Predictions of Default Probabilities in Structural Models of Debt.** University of California, Berkeley. 2004.
- LIN, S.M.; ANSELL, J.; ANDREEVA, G. **Merton models or credit scoring: modeling default of a small business.** *Credit Research Centre, Management School & Economics - University of Edinburg*. 2007.
- LITTERMAN, R.; IBEN, T. **Corporate Bond Valuation and the Term Structure of Credit Spreads.** *The Journal of Portfolio Management*, Spring, pp. 52-64. 1991.
- LONGSTAFF, F.; SCHWARTZ, E. **Valuing Risky Debt: A New Approach.** *Journal of Finance*, 789-820. 1995.
- MADAN, D.; UNAL, H. **A Two-Factor Hazard Rate Model for Pricing Risky Debt and the Term Structure of Credit Spreads.** *Journal of Financial & Quantitative Analysis*, 35 (1), 43-65. 2000.
- MERTON, R.C. **On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates.** *Journal of Finance* 29, 449-70. 1974.
- MIAO, J.; WANG, P. **Credit risk and business cycles.** 2010.
- NIELSEN, L. T.; SAÁ-REQUEJO, J.; SANTA-CLARA, P. **Default Risk and Interest Rate Risk: The Term Structure of Default Spreads.** *Working Paper, INSEAD*. 1993.
- OLIVEIRA, A. **Modelagem em Risco de Crédito: Uma Aplicação ao Caso Brasileiro.** São Paulo. PECE/USP, 2011. Aulas ministradas pelo Prof. Alexandre Oliveira.
- SECURATO, J.R. **Crédito - Análise e Avaliação do Risco.** Saint Paul Editora. 2007.

STEIN, R. M. Evidence on the incompleteness of Merton-type structural models for Default Prediction. Moody's KMV Company - Technical Paper. 2000.

TARASHEV, N.A. An empirical evaluation of structural credit risk models. BIS Working Papers No 197. 2005.

TUDELA, M.; Young, G. A Merton-model approach to assessing the default risk of UK public companies. Bank of England. 2003.

VASICEK, O.A. Credit Valuation. KMV Corporation. 1984.

YANAKA, G.M.; HOLLAND, M. Basiléia II e Exigência de Capital para Risco de Crédito dos Bancos do Brasil. Revista Brasileira de Finanças. 2010.

ZHANG, A. Statistical Methods in Credit Risk Modeling. University of Michigan. 2009.

APÊNDICES

Apêndice A - Modelo Projetado Completo

Empresa

Petrobras

Premissas Básicas

Volatilidade do ativo base (Petróleo)	27,61%
Média de crescimento da receita	4,50%
Multiplo da Companhia (10 ano)	5,0

	Projetado												
	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Receita Líquida	215.119	182.834	213.274	161.526	158.979	156.574	130.858	79.323	57.336	70.903	60.911	39.448	30.577
(-) CMV	-141.623	-106.707	-136.052	-101.806	-100.201	-98.685	-82.477	-49.996	-36.138	-44.689	-38.391	-24.863	-19.272
Lucro Bruto	73.495	74.127	77.222	59.719	58.778	57.889	48.381	29.327	21.198	26.214	22.520	14.585	11.305
EBITDA	43.731	44.437	45.575	32.777	32.024	31.313	23.708	8.468	1.966	5.978	3.023	-3.324	-5.947
Lucro Líquido	30.898	33.344	35.901	23.167	22.634	22.132	16.757	5.985	1.390	4.225	2.137	-2.349	-4.204
Fluxo de Caixa Líquido	27.770	33.506	33.339	23.167	22.634	22.132	16.757	5.985	1.390	4.225	2.137	-2.349	-4.204
WACC	12,32%												
Período de Desconto				0,50	1,50	2,50	3,50	4,50	5,50	6,50	7,50	8,50	9,50
Fator de Desconto				0,94	0,84	0,75	0,67	0,59	0,53	0,47	0,42	0,37	0,33
Valor Presente do Fluxo de Caixa Livre				21.859,70	19.016,76	16.564,68	11.159,73	3.548,93	733,59	1.986,06	894,22	-875,49	-1.394,66

Cálculo WACC

Risk-free (US-10 anos)

(*) Beta (2-anos)

(+) Equity Risk Premium

(+) Credit Default Swap - Brasil

(+) Inflação (7)

Ke	12,50%	Kd	12,0%
Alavancagem	37%		
WACC	12,32%		

Valuation da Empresa

Valor Presente do Fluxo de Caixa Livre	73.482,52
Valor residual	0
Valuation da Empresa	73.483
Dívida Líquida	-87.220,00

S (Valor do Equity)	591.553
n (Número de Ações em Milhões)	13.044
P (Preço / Ação (R\$))	45,35