

JOÃO ANTÔNIO MARTINS ADORNO

**ESTUDO DE MODULADORES
ÓPTICOS EM ANEL BASEADOS EM
GRAFENO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
à Escola de Engenharia de São Carlos, da
Universidade de São Paulo

Curso de Engenharia Elétrica com ênfase
em Eletrônica

ORIENTADOR: Professor Doutor Ben-Hur Viana Borges

São Carlos
2014

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTA TRABALHO,
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

A241e Adorno, João Antônio Martins
Estudo de Moduladores Ópticos em Anel Baseados em
Grafeno / João Antônio Martins Adorno; orientador
Ben-Hur Viana Borges. São Carlos, 2014.

Monografia (Graduação em Engenharia Elétrica com
ênfase em Eletrônica) -- Escola de Engenharia de São
Carlos da Universidade de São Paulo, 2014.

1. Moduladores Ópticos. 2. Acoplamento Crítico. 3.
Grafeno. I. Título.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Nome: João Antônio Martins Adorno

Título: "Estudo de moduladores ópticos em anel baseados em grafeno"

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado
em 24/11/2014,

com NOTA 9,5 (nove, cinco), pela Comissão Julgadora:

Prof. Associado Ben-Hur Viana Borges - (Orientador - SEL/EESC/USP)

Prof. Dr. João Paulo Pereira do Carmo - (SEL/EESC/USP)

Mestre Leone Veiga Muniz - (Doutorando - SEL/EESC/USP)

Coordenador da CoC-Engenharia Elétrica - EESC/USP:
Prof. Associado Homero Schiabel

Dedico esse trabalho aos meus pais, Edson e Odete,
aos meus irmãos, Eduardo, Julio, Edson, Luiz
e aos meu avós Arci e Maria.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Ben-Hur, pela oportunidade de realizar esse trabalho, por me orientar e conceder todo o suporte necessário durante todo o período de estudo.

Aos meus amigos, Aliel Kauchakje Pedrosa, Heinz Stephan Suadicaní e Marcos Verdini, pela amizade e todo o apoio concedido, não apenas durante esse trabalho, mas por todos esses anos de graduação.

Ao pessoal do laboratório de telecomunicações, Leone, Achilles e Daniel que me ajudaram durante as simulações e na produção deste texto.

A todos os meus familiares que me ajudaram durante esses anos de faculdade, em especial aos meus pais, por toda luta e dedicação para que eu e meus irmãos pudéssemos estudar.

Resumo

Este trabalho tem como objetivo o estudo da modulação de sinais ópticos por meio do acoplamento entre guias de onda e anéis ressoadores baseados em grafeno. O modelo adotado tem como fundamento a teoria do ponto crítico de acoplamento que relaciona a transmissão através do modulador com as perdas no anel ressoador. A solução analisada consiste no controle da condutividade óptica do grafeno através do ajuste de uma tensão elétrica aplicada nesse material, permitindo, dessa forma, controlar as perdas por absorção no anel. O trabalho analisará ainda o comportamento da condutividade do grafeno em relação ao potencial químico desse material, além de apresentar resultados sobre a transmissão no modulador em relação às dimensões da área da estrutura do anel contendo grafeno.

Abstract

The present work aims to study the modulation of optical signals through waveguides and ring resonators based on graphene. The model chosen is based on the critical coupling theory which relates the losses in the ring with the transmission through the coupling region. The solution studied in this work consists in the graphene's optical conductivity control by a drive voltage applied on this material, which allows modulating losses on the ring cavity. Furthermore this work will also study the behavior of graphene's conductivity with respect to the chemical potential of this material, and presents results on the transmission through the coupling region regarding the area of the ring structure containing graphene.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Guia de onda retangular de três camadas. A camada central do guia n_2 possui espessura d , nas direções y e z o guia se estende infinitamente, assim como os meios n_1 e n_3 na direção x	10
Figura 2.2- Gráfico da equação (2.81) usado na análise das raízes dessa função. A rotina de extração de raízes analisa os pontos da curva onde $f(\beta)$ muda de sinal e aproxima o valor da raiz por esse ponto.	19
Figura 3.1 - (a) Estrutura de banda do grafeno. (b) Representação da energia de Fermi no grafeno para uma tensão elétrica positiva aplicada no material. (c) Representação da Energia de Fermi na estrutura de banda do grafeno sem a interferência de um campo elétrico externo. (d) Representação da energia de Fermi na estrutura de banda do grafeno para uma tensão elétrica negativa aplicada no material. Figura adaptada de [10].....	22
Figura 3.2- Curva de densidade de portadores em uma folha isolada de grafeno em relação ao potencial químico do material, parametrizada em relação a temperatura.	24
Figura 3.3 – Curvas da condutividade intrabanda e interbanda do grafeno normalizadas em relação a $\sigma_0 = e^2/4\hbar$. O ponto $\hbar\omega/\mu c = 2$ indica o limite da região onde a parte interbanda da condutividade começa a prevalecer, acima desse ponto a condutividade do grafeno vale $\sigma_0 = e^2/4\hbar$	28
Figura 3.4 - Curva da parte real da contribuição interbanda, equação (3.15), parametrizada em relação ao potencial químico e normalizada em relação a σ_0 , com $T=300$ [K], onde $\omega(\text{eV}) = \hbar 2\pi f(\text{Hz})e$	29
Figura 3.5 - Curva da equação (3.15) normalizada em relação a σ_0 e parametrizada em relação a temperatura, onde $\omega(\text{eV}) = \hbar 2\pi f(\text{Hz})e$	30
Figura 3.6 - (a) Secção do guia ilustrando a camada de Si sobreposta por duas camadas de grafeno e uma de alumina. (b) Vista mais detalhada da camada de grafeno e alumina que cobre a região guia de onda na Figura 3.6 (a).	35
Figura 3.7 - (a) Discretização do modelo apresentado na Figura 3.6 (a). (b) Gráfico de intensidade do fluxo de energia eletromagnética por unidade de área na direção z	36
Figura 3.8 – (a) Componente do campo elétrico em x . (b) Componente do campo magnético em y ...	37
Figura 3.9 – Parte real do índice de refração efetivo para uma onda propagando no guia da Figura 3.6. Gráfico parametrizado para $\mu c = 0,6$, $\mu c = 0,5$ e $\mu c = 0,3$	38
Figura 3.10 - Parte imaginária do índice de refração efetivo para uma onda propagando no guia da Figura 3.6. Gráfico parametrizado para $\mu c = 0,3$ eV.....	38
Figura 3.11- Parte imaginária do índice de refração efetivo para uma onda propagando no guia da Figura 3.6. Gráfico parametrizado para $\mu c = 0,5$ eV.....	39
Figura 3.12 - Parte imaginária do índice de refração efetivo para uma onda propagando no guia da Figura 3.6. Gráfico parametrizado para $\mu c = 0,6$ eV.	39

Figura 4.1 – Representação do deslocamento da faixa de corte pela modulação da parte real do índice de refração do material.....	41
Figura 4.2 – Esquema de um modulador em anel com a região de acoplamento destacada entre as superfícies A e B.	42
Figura 4.3 – Modulador em anel com grafeno aplicado na estrutura em destaque. O raio médio do anel é de 5 μm e o guia de onda é definido de acordo com o modelo apresentado na Figura 3.6.	45
Figura 4.4– Parâmetro de transmissão S_{21} do modulador da Figura 4.3 parametrizado para os valores de potencial químico no grafeno variando entre 0,3 eV, 0,5 eV e 0,6 eV.....	46
Figura 4.5 – Condições de fronteira. As fronteiras na região interna do modelo, guia de onda e anel ressonante, foram definidas como <i>continuity</i> , para as regiões externas, caixa computacional, usou-se <i>scattering</i> como parâmetro de fronteira, para que fossem eliminadas as reflexões no interior do modelo.....	47
Figura 4.6 – Diagrama ilustrativo dos passos seguidos para encontrar uma estrutura mais simples e equivalente ao guia apresentado na Figura 3.6.....	48
Figura 4.7 – Parâmetro S_{21} para o modelo da Figura 4.3, com um arco de $\theta = 40^\circ$ sobre o anel contendo grafeno com $\mu c = 0.3$ eV.....	49
Figura 4.8 - Análise do comprimento de onda acoplado no ressonador em função da dimensão do arco θ no anel contendo grafeno na estrutura.....	51
Figura 4.9- Parâmetro de transmissão S_{21} do modulador óptico em anel parametrizado em relação ao potencial químico μc do grafeno.....	51
Figura 4.10 - Razão de extinção para o modulador com $\theta = 40^\circ$ e o potencial químico μc variando entre 0,3 eV e 0,6 eV.....	52
Figura 4.11 - Razão de extinção para os comprimentos de onda acoplados em função da dimensão θ do arco contendo grafeno no anel ressonador.	52
Figura 4.12 - Perfil de transmissão no anel ressonador. (a) Dispositivo operando na região de transmissão, dimensão do arco de grafeno $\theta = 40^\circ$ e $\mu c = 0,6$ eV. (b) Dispositivo operando na região de corte, dimensão do arco de grafeno $\theta = 40^\circ$ e $\mu c = 0,3$ eV.....	53

LISTA DE ACRÔNIMOS

2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
TE	Modo elétrico transversal
TM	Modo magnético transversal

LISTA DE SÍMBOLOS

\vec{E} : vetor intensidade de campo elétrico [V/m]

\vec{H} : vetor intensidade de campo magnético [A/m]

\vec{D} : vetor densidade de fluxo elétrico [C/m²]

\vec{B} : vetor densidade de fluxo magnético [Wb/ m²]

\vec{J} : vetor densidade de corrente [A/ m²]

\vec{S} : vetor de Poynting [W· m²]

ρ : densidade de carga [C/ m³]

μ_0 : permeabilidade magnética no vácuo [H/m]

μ_r : permeabilidade magnética relativa

ϵ_0 : permissividade elétrica no vácuo [F/m]

ϵ_r : permissividade elétrica relativa

σ : condutividade elétrica [S/m]

ω : frequência angular [rad/s]

f : frequência [Hz]

λ : comprimento de onda [m]

\tilde{N} : índice de refração

n_{eff} : índice efetivo de refração

\vec{K} : constante de propagação [rad/m]

k_0 : numero de onda

μ_c : potencial químico [eV]

β : constante de fase [rad/m]

h : constante de Planck [J·s]

\hbar : constante reduzida de Planck [J·s]

K_B : constante de Boltzmann [J/K]

Γ : taxa de espalhamento fenomenológica [eV]

T : temperatura [K]

v_f : velocidade de Fermi [m/s]

f_d : distribuição de Fermi- Dirac

n : densidade de portadores [m^{-3}]

μ : mobilidade de portadores [$m^2/V \cdot s$]

e : carga do elétron [C]

α : coeficiente de perdas no anel

γ : ângulo de rotação da polarização de azimute [0]

τ : tempo de relaxação [s]

SUMÁRIO

Resumo.....	V
Abstract	VII
LISTA DE FIGURAS	IX
LISTA DE ACRÔNIMOS	XI
LISTA DE SÍMBOLOS	XIII
1 INTRODUÇÃO	1
2 FERRAMENTAS MATEMÁTICAS E CONCEITOS DE ÓPTICA DOS SÓLIDOS	3
2.1 Equações de Maxwell.....	3
2.2 Propriedades ópticas dos Sólidos	4
2.2.1 Permissividade e Condutividade Complexas	4
2.2.2 Transições Interbanda	7
2.3 Guias de Onda Retangulares e Índice de Refração Efetivo.....	10
3 PROPRIEDADES ELÉTRICAS E ÓPTICAS DO GRAFENO	21
3.1 Concentração de Portadores, Mobilidade e Estrutura de Banda	21
3.2 Condutividade Interbanda e Intrabanda	26
3.3 Permissividade Equivalente do Grafeno	30
3.3.1 Modos de Propagação no Grafeno	32
3.3.2 Influência do Grafeno no Índice de Refração Efetivo.....	34
4 O MODULADOR EM ANEL	41
4.1 Acoplamento Crítico	42
4.2 Influência do Grafeno no Acoplamento Crítico	45
5 CONCLUSÃO	55
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57

1 INTRODUÇÃO

O advento do grafeno vem proporcionando uma grande revolução nas pesquisas de dispositivos ópticos para aplicações em telecomunicações. Isso se deve às características intrínsecas deste material como, por exemplo, ser o primeiro material bidimensional produzido (espessura de uma camada atômica), a facilidade de modificação de sua condutividade em baixas tensões, entre outras [1]. Devido a essas particularidades, o grafeno tem se mostrado um grande atrativo no projeto de moduladores ópticos [2] [3] [4], notadamente nos moduladores em anel baseados no conceito de acoplamento crítico [2], onde o desafio se concentra em variar o índice de refração do ressonador com o objetivo de controlar a transmissão através do dispositivo.

Basicamente, o controle da transmissão no modulador óptico em anel pode ser realizado tanto pela variação da parte real do índice de refração da estrutura quanto por mudanças na parte imaginária desse parâmetro. No primeiro caso, a faixa de frequência acoplada no modulador em questão é deslocada à medida que a parte real do índice de refração é alterada. Essa mudança na parte real do índice pode ser alcançada em guias de onda de silício através da variação da concentração de portadores de carga no material ou por um campo elétrico aplicado sobre o mesmo [5]. O ajuste da parte imaginária do índice de refração efetivo da estrutura do ressonador, por outro lado, contribui com o controle das perdas no anel. Nos moduladores baseados no conceito de acoplamento crítico [6], esse controle contribui com o ajuste da transmissão de determinadas frequências através do dispositivo.

A modulação da parte imaginária do índice de refração pode ser realizada facilmente com o emprego do grafeno no ressonador, um material que apresenta uma estrutura de banda com características que permitem que o potencial químico μ_c seja modificado quando o grafeno é submetido a um campo elétrico. A variação do potencial químico no grafeno com a finalidade de controlar a transmissão em moduladores ópticos em anel pode ser realizada pela aplicação de baixas tensões no material. Valores entre 0,9 V e 2,6 V já foram reportados na literatura [2]. Além disso, o grafeno apresenta uma mobilidade de portadores excepcional, mesmo quando a concentração dessas partículas no material atinge valores muito elevados [1], o que contribui com altas taxas de modulação.

Este trabalho está organizado em cinco capítulos. O primeiro capítulo discorre sobre duas técnicas de manipulação do índice de refração e faz uma introdução sobre a aplicação do grafeno em moduladores em anel com o objetivo de controlar a transmissão nesses dispositivos, tendo como princípio de operação a teoria de acoplamento crítico.

O segundo capítulo introduz ferramentas matemáticas e conceitos básicos de óptica dos sólidos, assim como a teoria de propagação de ondas eletromagnéticas em guias de onda. O terceiro capítulo irá tratar das propriedades ópticas do grafeno e da influência desse material em um guia de onda de silício, mais especificamente em como o grafeno atua na parte imaginária do índice de refração da estrutura.

No capítulo quatro será estudado o mecanismo de chaveamento de moduladores ópticos em anel com base no conceito de acoplamento crítico. Será analisada a razão de extinção do modulador, assim como o parâmetro de transmissão S_{21} do dispositivo e as perdas no anel ressonador para os casos de transmissão e de corte. A influência do grafeno na estrutura do modulador será analisada variando-se as dimensões da região no anel onde esse material é aplicado. A geometria do modulador analisado neste trabalho é baseada no dispositivo apresentado em [2].

O capítulo cinco traz uma conclusão sobre o estudo realizado, ressaltando o valor máximo de razão de extinção encontrado, que permite um alto contraste no parâmetro de transmissão S_{21} em relação aos pontos de operação do dispositivo, região de corte e região de transmissão.

2 FERRAMENTAS MATEMÁTICAS E CONCEITOS DE ÓPTICA DOS SÓLIDOS

2.1 Equações de Maxwell

As equações de Maxwell permitem modelar matematicamente as propriedades ópticas e elétricas dos materiais, além de fenômenos eletromagnéticos, tais como propagação, guiamento e radiação de ondas eletromagnéticas no espaço livre, no interior de materiais e de estruturas. A solução de tais equações deve satisfazer as condições de contorno do problema em análise. As equações de Maxwell para uma região homogênea, linear e isotrópica são dadas por:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.4)$$

Escrevendo (2.1) e (2.2) e considerando a variação temporal $\exp(i\omega t)$, tem-se:

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H} \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \vec{H} = i\omega\varepsilon\vec{E} + \vec{J} \quad (2.6)$$

As relações constitutivas do meio são dadas por:

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \quad (2.7)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (2.8)$$

onde $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ e $\mu = \mu_r \mu_0$.

Cada equação desse conjunto incorpora variáveis relacionadas com as propriedades constitutivas do meio, que determinam o comportamento do campo eletromagnético em todos os pontos do espaço. A propagação de ondas eletromagnéticas nos sólidos é analisada nas próximas seções desse capítulo, tendo como base o conjunto de equações descrito de (2.1) a (2.8)

2.2 Propriedades ópticas dos Sólidos

2.2.1 Permissividade e Condutividade Complexas

O formalismo apresentado a seguir, baseado na referência [7], aborda alguns conceitos básicos sobre as propriedades ópticas dos sólidos, fundamentais para descrever a propagação eletromagnética em frequências ópticas em certos materiais. Aplicando a identidade vetorial $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$, na equação (2.5), tem-se:

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -i\omega\mu \nabla \times \vec{H} \quad (2.9)$$

Substituindo (2.3), (2.6) e (2.8) em (2.9), resulta:

$$\nabla\left(\frac{\rho}{\epsilon}\right) - \nabla^2 \vec{E} = -i\omega\mu(i\omega\epsilon \vec{E} + \vec{J}) \quad (2.10)$$

Supondo uma região com densidade de carga resultante nula, tem-se:

$$\nabla^2 \vec{E} = -\omega^2 \mu \epsilon \vec{E} + i\omega\mu \vec{J} \quad (2.11)$$

O vetor densidade de corrente é descrito como:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.12)$$

onde σ é a condutividade do material, logo:

$$\nabla^2 \vec{E} = -\omega^2 \mu \epsilon \vec{E} + i\omega \mu \sigma \vec{E} = (-\omega^2 \mu \epsilon + i\omega \mu \sigma) \vec{E} \quad (2.13)$$

Assumindo propagação na direção \hat{z} , o vetor campo elétrico é dado por:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{K} \cdot \vec{z} + \omega t)} \quad (2.14)$$

onde \vec{K} é a constante de propagação.

Assim, de (2.13) e (2.14):

$$-K^2 \vec{E} = -\omega^2 \mu \epsilon \vec{E} + i\omega \mu \sigma \vec{E} \quad (2.15)$$

logo,

$$-K^2 = -\omega^2 \mu \epsilon + i\omega \mu \sigma \quad (2.16)$$

A parte real da constante de propagação está relacionada com a atenuação da onda no meio, enquanto que a parte imaginária corresponde ao caráter oscilatório do campo. Da equação (2.16), tem-se:

$$K = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - i\omega \mu \sigma} \quad (2.17)$$

Para um meio sem atenuação, a equação (2,17) é dada por:

$$K = k_0 = \omega \sqrt{\mu \varepsilon} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.18)$$

onde k_0 é o numero de onda.

Assim,

$$K = \omega \sqrt{\mu \left(\varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega} \right)} \quad (2.19)$$

Da equação (2.19) define-se a permissividade complexa efetiva $\varepsilon_{complexa}$, como:

$$\varepsilon_{complexa} = \varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega} = \varepsilon_r + i\varepsilon_{Im} \quad (2.20)$$

onde ε_r é a contribuição real da permissividade e ε_{Im} refere-se à parte imaginária.

A condutividade do material σ , presente na equação (2.20), baseia-se em dois tipos de movimentos de portadores: um envolvendo interações intrabanda e o outro correspondendo às interações interbanda. O modelo de Drude, baseado no movimento clássico de elétrons em um campo elétrico, faz uma análise do movimento dos portadores livres no primeiro caso, sem considerar as transições interbanda. Quando o material é exposto a frequências ópticas mais elevadas, no entanto, a energia do fóton se aproxima da diferença de energia entre a banda de condução e a banda de valência e interações interbanda começam a ocorrer, dessa forma, além do modelo de Drude, deve-se considerar a parcela da condutividade devido à contribuição interbanda [7], assim:

$$\sigma_{complexa} = \sigma_{Drude} + \sigma_{interbanda} \quad (2.21)$$

onde $\sigma_{interbanda}$ representa a contribuição devido às interações interbanda e depende das características da estrutura de banda do material.

Define-se ainda o índice de refração complexo em função de $\epsilon_{complexa}$, como:

$$\tilde{N}_{complexo} = \sqrt{\mu \epsilon_{complexa}} \quad (2.22)$$

onde μ é a permeabilidade magnética do meio, nesse trabalho serão considerados materiais com $\mu = 1$.

O índice de refração complexo pode ser escrito ainda em termos das constantes ópticas \tilde{n} e \tilde{k} , definidas respectivamente como a parte real do índice de refração e como o coeficiente de extinção que compõe a parcela imaginária do índice.

$$\tilde{N}_{complexo} = \tilde{n} + i \tilde{k} \quad (2.23)$$

Das equações (2.20), (2.22), (2.23) e supondo $\mu = 1$, obtêm-se ainda as relações:

$$\epsilon_r = \tilde{n}^2 - \tilde{k}^2 \quad (2.24)$$

$$\epsilon_{Im} = 2\tilde{n}\tilde{k} \quad (2.25)$$

As equações (2.24) e (2.25) mostram como a parte real e a parte imaginária da permissividade complexa se relacionam com o índice de refração complexo. Esses parâmetros são fundamentais para um exame quantitativo das perdas por absorção em semicondutores e a variação da parte imaginária do índice de refração desempenha um importante papel no controle da transmissão de ondas eletromagnéticas no modulador óptico em anel estudado neste trabalho.

2.2.2 Transições Interbanda

O principal mecanismo de movimento de cargas em semicondutores e metais está associado com o deslocamento de portadores livres na banda de condução, mas à medida que esses materiais são expostos à frequências mais elevadas, a energia do fóton aproxima-se do valor da diferença de energia

entre a banda de valência e a região de condução e interações interbanda começam a aparecer. O coeficiente de absorção de um material é definido como a quantidade de energia removida de um feixe incidente por unidade de volume em relação ao fluxo de energia eletromagnética total [7], como mostra a relação (2.26).

$$\alpha_{abs}(\omega) = \left(\frac{h\omega}{\text{Unidade de Volume}} \right) \left(\frac{N^0}{\text{Unidade de tempo}} \right) \left(\frac{1}{\langle \vec{S} \rangle} \right) \quad (2.26)$$

onde \vec{S} é o vetor de Poynting, $\langle \vec{S} \rangle$ é o fluxo médio de energia eletromagnética, $h\omega$ é a mínima energia de um fóton para que uma transição ocorra e N^0 o numero de transições.

O fluxo médio de energia $\langle \vec{S} \rangle$ é dado por,

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E}^* \times \vec{H}) \quad (2.27)$$

O numerador de (2.26) é diretamente proporcional à probabilidade de transições por unidade de tempo, calculada pela Regra de Ouro de Fermi [1], que depende diretamente da densidade de estados $\rho_{cv}(h\omega)$ que pode ser expressa, como:

$$\rho_{cv}(h\omega) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m_r}{h^2} \right)^{3/2} \sqrt{h\omega - E_g} \quad (2.28)$$

onde m_r é a massa reduzida para as regiões de valência e de condução, h é a constante de Planck e E_g é a diferença de energia entre a banda mais externa e a banda de condução.

A função que descreve a probabilidade de transições inclui ainda outros parâmetros referentes ao estado quântico dos portadores. A dependência dessa função com $\rho_{cv}(h\omega)$, no entanto, permite escrever a relação de proporcionalidade apresentada em (2.29), que ilustra a relação do coeficiente de absorção com a diferença de energia E_g entre a banda de valência e a banda de condução, assim como a dependência com a frequência ω , proporcional à energia do fóton.

$$\alpha_{abs}(\omega) \propto \frac{1}{\omega} \sqrt{\hbar\omega - E_g} \quad (2.29)$$

De forma semelhante, uma função na forma $\theta(\hbar\omega - 2\mu_c)$, onde μ_c é o potencial químico do material e \hbar é a constante reduzida de Planck, aparece na parte real da condutividade do grafeno, proveniente da contribuição interbanda, e estabelece um limite a partir do qual uma faixa de frequências é absorvida pelo material.

Os processos interbanda relacionados com a absorção de energia eletromagnética apresentam uma dependência com a parte imaginária do índice de refração do material, o coeficiente de absorção $\alpha_{abs}(\omega)$ é diretamente proporcional a \tilde{k} e essa relação é dada por:

$$\alpha_{abs}(\omega) = \frac{4\pi \tilde{k}}{\lambda} \quad (2.30)$$

Substituindo (2.25) em (2.30) é possível relacionar a parte imaginária da permissividade com o coeficiente de absorção, assim:

$$\varepsilon_{Im}(\omega) = \frac{\tilde{n}\lambda}{2\pi} \alpha_{abs}(\omega) \quad (2.31)$$

A intensidade da luz $I(z)$, após um deslocamento z em um material com perdas por absorção, relaciona-se com a intensidade luminosa incidente I_o e com $\alpha_{abs}(\omega)$ através da expressão [7]:

$$I(z) = I_o e^{-\alpha_{abs}(\omega) z} \quad (2.32)$$

Em geral, os materiais isolantes apresentam uma diferença de energia elevada entre a banda de valência e a região de condução, o que implica que as transições interbanda ocorrerão significativamente em altas frequências. Nos semicondutores, por outro lado, o *gap* energético E_g entre essas regiões é pequeno o suficiente para permitir a transição eletrônica em frequências na faixa do visível. A estrutura de banda do grafeno apresenta um deslocamento energético nulo na interface entre a região de valência e a camada de condução, as interações interbanda nesse material são

definidas, desse modo, pelos valores assumidos pelo potencial químico μ_c do grafeno, como será analisado no próximo capítulo.

2.3 Guias de Onda Retangulares e Índice de Refração Efetivo

Os guias de onda retangulares desempenham um papel fundamental na óptica integrada e possuem aplicações em muitas áreas desse campo, como em dispositivos de chaveamento óptico, acopladores direcionais, moduladores, etc. O formalismo apresentado a seguir, baseado na referência [8], faz uma análise de um guia de três camadas com um modo elétrico transversal (TE) propagando na estrutura.

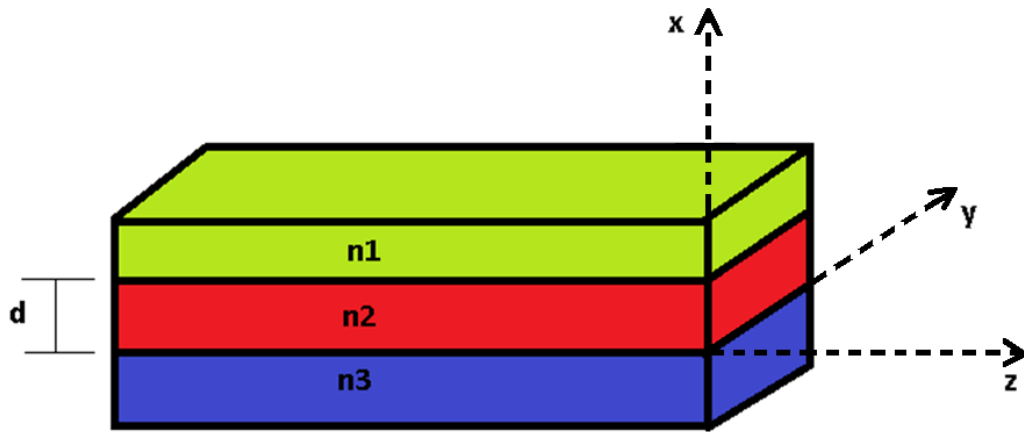


Figura 2.1 – Guia de onda retangular de três camadas. A camada central do guia n_2 possui espessura d , nas direções \hat{y} e \hat{z} o guia se estende infinitamente, assim como os meios n_1 e n_3 na direção \hat{x} .

O guia da Figura 2.1 estende-se infinitamente nas direções \hat{y} e \hat{z} . As componentes do modo TE são E_y , H_x e H_z , a dependência temporal na direção de cada componente é dada por $e^{i(\omega t)}$, onde β é a constante de fase. Para o sistema de coordenadas adotado para o modelo, considerou-se a origem do eixo x na fronteira entre n_2 e n_3 .

Da equação (2.5), tem-se:

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega\mu[H_x\hat{x} + H_z\hat{z}] \quad (2.33)$$

assim,

$$\hat{x} \left[0 - \frac{\partial E_Y}{\partial z} \right] + \hat{z} \left[\frac{\partial E_Y}{\partial x} - 0 \right] = -i\omega\mu[H_x\hat{x} + H_z\hat{z}] \quad (2.34)$$

Dessa forma, na direção \hat{x} , tem-se:

$$-\frac{\partial E_Y}{\partial z} = -i\omega\mu H_x \quad (2.35)$$

logo,

$$H_x = \frac{\beta}{\omega\mu} E_Y \quad (2.36)$$

A análise na direção \hat{z} , resulta em:

$$\frac{\partial E_Y}{\partial x} = -i\omega\mu H_z \quad (2.37)$$

assim,

$$H_z = \frac{i}{\omega\mu} \frac{\partial E_Y}{\partial x} \quad (2.38)$$

Da equação (2.6), para um meio livre de fontes de corrente, tem-se:

$$\nabla \times \vec{H} = i\omega\varepsilon E_Y \hat{y} \quad (2.39)$$

dessa forma,

$$\hat{x} \left[\frac{\partial H_z}{\partial Y} \right] - \hat{y} \left[\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} \right] + \hat{z} \left[0 - \frac{\partial H_x}{\partial Y} \right] = i\omega\varepsilon E_Y \hat{y} \quad (2.40)$$

Assim, na direção \hat{x} , fica:

$$\frac{\partial H_z}{\partial Y} = 0 \quad (2.41)$$

Em \hat{y} , tem-se:

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{\partial H_x}{\partial z} = i\omega\varepsilon E_Y \quad (2.42)$$

ou seja,

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} + i\beta H_x = i\omega\varepsilon E_Y \quad (2.43)$$

Por fim, na direção \hat{z} , pode-se escrever:

$$-\frac{\partial H_x}{\partial Y} = 0 \quad (2.44)$$

De (2.36), (2.38) e (2.43), tem-se:

$$-i \frac{1}{\omega\mu} \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + i \frac{\beta^2}{\omega\mu} E_y = i\omega\varepsilon E_y \quad (2.45)$$

Multiplicando ambos os lados por $-\frac{\omega\mu}{i}$, resulta em:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (k_0^2 n^2 - \beta^2) E_y = 0 \quad (2.46)$$

onde $k_0^2 n^2 = \omega^2 \mu \epsilon$, k_0 é o numero de onda e n o índice de refração do meio.

A relação apresentada em (2.46) é a equação de Helmholtz para o modo TE. O próximo passo dessa análise consiste em estabelecer as condições de contorno para o guia de onda.

A solução de (2.46) é dada na forma:

$$E_y(x) = A e^{-ik'x} + B e^{ik'x} \quad (2.47)$$

onde $k' = \sqrt{k_0^2 n^2 - \beta^2}$ e os parâmetros A e B são constantes calculadas através das condições de contorno do problema.

A primeira condição de contorno refere-se à propagação do modo na região com o maior índice de refração, aqui representada pela camada n_2 . A equação (2.47) deve apresentar nesse caso um caráter oscilatório, assim k' deve ser puramente real na camada guia de onda n_2 , dessa forma:

$$k'_2 = \sqrt{k_0^2 n_2^2 - \beta^2} = k_2 \quad (2.48)$$

Nas camadas n_1 e n_3 o campo deve tender a zero quando o eixo x caminhar para $+\infty$ e $-\infty$, respectivamente. Assim:

$$k'_1 = \sqrt{(-1)(-k_0^2 n_1^2 + \beta^2)} = ik_1 \quad (2.49)$$

$$k'_3 = \sqrt{(-1)(-k_0^2 n_3^2 + \beta^2)} = ik_3 \quad (2.50)$$

A equação (2.47) na região de n_1 é dada por:

$$E_y^{(1)}(x) = A_1 e^{k_1 x} + B_1 e^{-k_1 x} \quad (2.51)$$

Para que $E_y^{(1)}(x)$ se anule a medida que x se estende para o infinito, a constante de integração A_1 deve ser zero, dessa forma:

$$E_y^{(1)}(x) = B_1 e^{-k_1 x} \quad (2.52)$$

Escrevendo a equação (2.52) em uma forma mais conveniente com o sistema de coordenadas do problema, tem-se:

$$E_y^{(1)}(x) = B_1 e^{-k_1(x-d)} \quad d \leq x \leq +\infty \quad (2.53)$$

Na região de n_2 , onde é esperado um comportamento oscilatório para a solução, tem-se:

$$E_y^{(2)}(x) = A_2 e^{-jk_2 x} + B_2 e^{jk_2 x} \quad (2.54)$$

assim,

$$E_y^{(2)}(x) = A_2 [\cos(k_2 x) - i \operatorname{sen}(k_2 x)] + B_2 [\cos(k_2 x) + i \operatorname{sen}(k_2 x)] \quad (2.55)$$

logo,

$$E_y^{(2)}(x) = [A_2 + B_2] \cos(k_2 x) + i(B_2 - A_2) \operatorname{sen}(k_2 x) \quad (2.56)$$

Renomeando $C = [A_2 + B_2]$ e $D = j(B_2 - A_2)$, resulta:

$$E_y^{(2)}(x) = C \cos(k_2 x) + D \sin(k_2 x) \quad 0 \leq x \leq d \quad (2.57)$$

A análise do comportamento da onda na camada n_3 deve ser feita com as mesmas considerações usadas na camada n_1 , com a ressalva, porém, de que nesse caso o campo se anula quando o eixo x caminha para $-\infty$, assim:

$$E_y^{(3)}(x) = A_3 e^{k_3 x} \quad -\infty \leq x \leq 0 \quad (2.58)$$

O passo seguinte da análise consiste na aplicação das condições de contorno em cada interface levando em consideração a continuidade das componentes tangenciais às interfaces para o modo TE, ou seja, as componentes E_y e H_x . A continuidade de E_y em $x=d$ implica:

$$E_y^{(1)}(d) = E_y^{(2)}(d) \quad (2.59)$$

assim,

$$B_1 e^{-k_1(d-d)} = C \cos(k_2 d) + D \sin(k_2 d) \quad (2.60)$$

logo,

$$B_1 = C \cos(k_2 d) + D \sin(k_2 d) \quad (2.61)$$

Substituindo (2.61) em (2.53), resulta:

$$E_y^{(1)}(x) = [C \cos(k_2 d) + D \sin(k_2 d)] e^{-k_1(x-d)} \quad (2.62)$$

Para $x = 0$, tem-se:

$$E_y^{(2)}(0) = E_y^{(3)}(0) \quad (2.63)$$

assim,

$$C \cos(0) + D \sin(0) = A_3 e^{k_3 \cdot 0} \quad (2.64)$$

logo,

$$C = A_3 \quad (2.65)$$

Substituindo (2.65) em (2.58), resulta:

$$E_y^{(3)}(x) = C e^{k_3 x} \quad (2.66)$$

Reescrevendo os campos elétricos depois de aplicadas as condições de contorno, tem-se:

$$E_y^{(1)}(x) = [C \cos(k_2 d) + D \sin(k_2 d)] e^{-k_1(x-d)} \quad (2.67)$$

$$E_y^{(2)}(x) = C \cos(k_2 x) + D \sin(k_2 x) \quad (2.68)$$

$$E_y^{(3)}(x) = C e^{k_3 x} \quad (2.69)$$

A relação entre E_y e H_z é dada por (2.38), assim, a continuidade de H_z pode ser analisada aplicando essa equação nas interfaces. Em $x=d$, tem-se:

$$\left. \frac{i}{\omega \mu} \frac{\partial E_y^{(1)}}{\partial x} \right|_{x=d} = \left. \frac{i}{\omega \mu} \frac{\partial E_y^{(2)}}{\partial x} \right|_{x=d} \quad (2.70)$$

O termo $\frac{i}{\omega\mu}$ é comum em ambos os lados, assim, simplificando e realizando a derivada em x , resulta:

$$-k_1[C \cos(k_2 d) + D \sin(k_2 d)]e^{-k_1(d-d)} = -k_2 C \sin(k_2 d) + k_2 D \cos(k_2 d) \quad (2.71)$$

rearranjando,

$$C[-k_1 \cos(k_2 d) + k_2 \sin(k_2 d)] = D[k_1 \sin(k_2 d) + k_2 \cos(k_2 d)] \quad (2.72)$$

Colocando $\cos(k_2 d)$ em evidencia, tem-se:

$$C \cos(k_2 d) [-k_1 + k_2 \tan(k_2 d)] = D \cos(k_2 d) [k_1 \tan(k_2 d) + k_2] \quad (2.73)$$

assim,

$$C = D \frac{k_1 \tan(k_2 d) + k_2}{k_2 \tan(k_2 d) - k_1} \quad (2.74)$$

Em $x=0$:

$$\left. \frac{i}{\omega\mu} \frac{\partial E_y^{(2)}}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{i}{\omega\mu} \frac{\partial E_y^{(3)}}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (2.75)$$

Após as simplificações, tem-se:

$$-k_2 C \sin(k_2 0) + k_2 D \cos(k_2 0) = k_3 C e^{-k_3 0} \quad (2.76)$$

assim,

$$C = \frac{k_2 D}{k_3} \quad (2.77)$$

Escrevendo as equações (2.74) e (2.77) na forma de matriz,

$$\begin{vmatrix} 1 & -\frac{k_1 \tan(k_2 d) + k_2}{k_2 \tan(k_2 d) - k_1} \\ 1 & -\frac{k_2 D}{k_3} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} C \\ D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (2.78)$$

Aplicando a condição para que haja a solução não trivial,

$$-\frac{k_2 D}{k_3} + \frac{k_1 \tan(k_2 d) + k_2}{k_2 \tan(k_2 d) - k_1} = 0 \quad (2.79)$$

Assim, chega-se a equação transcendental para o modo TE, dada por:

$$\tan(k_2 d) = k_2 \frac{[k_1 + k_3]}{k_2^2 - k_1 k_3} \quad (2.80)$$

A única variável desconhecida na equação (2.80) é a constante de fase β , os valores desse parâmetro foram encontrados através de uma rotina de obtenção de raízes aplicada na equação (2.81).

$$f(\beta) = \tan(k_2 d) - k_2 \frac{[k_1 + k_3]}{k_2^2 - k_1 k_3} \quad (2.81)$$

O gráfico da Figura 2.2 ilustra o comportamento da função (2.81) para $n_1 = n_3 = 1,5$ e $n_2 = 3,48$, além disso, considerou-se um comprimento de onda de 1550 nm propagando na estrutura e

a espessura do núcleo $d = 0,220 \mu\text{m}$. Os valores de β encontrados de (2.81) para as condições em questão foram, $\beta_1 = 1,0863 \times 10^7 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$, $\beta_2 = 1,1585 \times 10^7 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$ e $\beta_3 = 1,2169 \times 10^7 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$, sendo que o primeiro valor corresponde à propagação do modo fundamental.

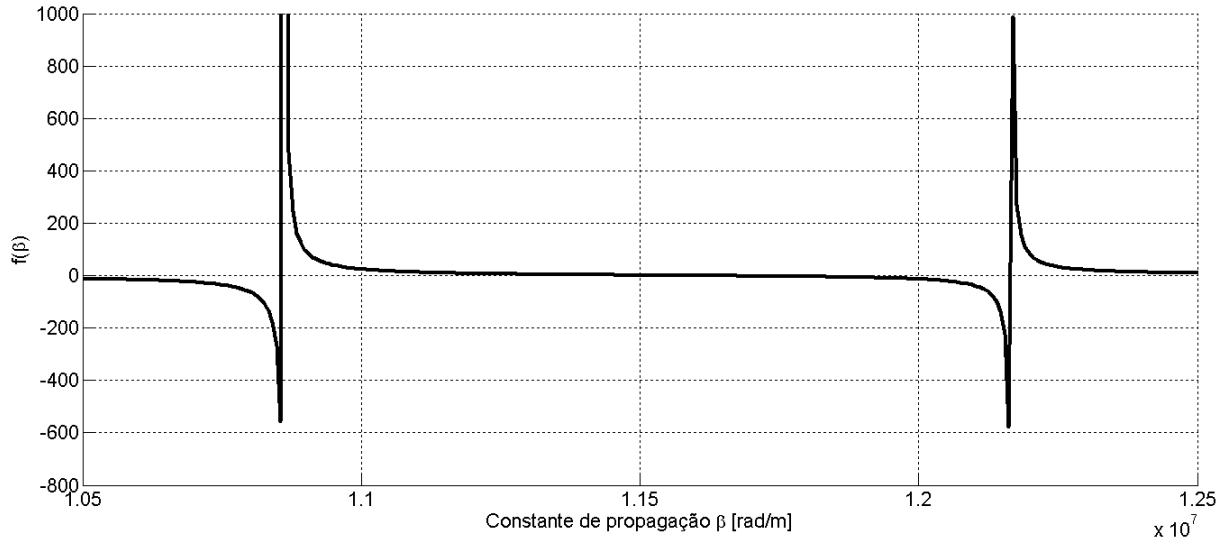


Figura 2.2- Gráfico da equação (2.81) usado na análise das raízes dessa função. A rotina de extração de raízes analisa os pontos da curva onde $f(\beta)$ muda de sinal e aproxima o valor da raiz por esse ponto.

Uma vez encontradas as raízes de (2.81) é possível calcular o índice de refração efetivo da estrutura pela relação (2.82).

$$\beta = n_{eff} k_0 \quad (2.82)$$

onde n_{eff} o índice de refração efetivo.

O índice de refração efetivo é um parâmetro chave para a análise de estruturas multicamadas que apresentam variações no valor desse parâmetro em cada região do guia, ou para estruturas que contém camadas com espessura muito reduzidas, que poderiam demandar um consumo elevado de memória e tempo computacional para serem simuladas. Devido à espessura muito reduzida do grafeno, é conveniente usar na simulação uma região com permissividade equivalente que produziria os mesmos efeitos desse material, mas sem a necessidade de um nível elevado, ou mais elaborado, de discretização, que poderia demandar um esforço computacional maior durante as simulações.

3 PROPRIEDADES ELÉTRICAS E ÓPTICAS DO GRAFENO

Sistemas baseados em compostos de carbono mostram uma infinidade de estruturas com uma ampla variedade de propriedades físicas, muitas vezes relacionadas às dimensões dessas estruturas. O grafeno, em particular, é uma estrutura bidimensional (2D), formada por uma monocamada plana de átomos de carbonos arranjados em retículos hexagonais e pode ser base para a formação de outros compostos, como nanotubos (1D) e grafite (3D) [1].

As características mais relevantes do grafeno para aplicações no campo da óptica, no entanto, estão relacionadas às propriedades eletrônicas desse material [1]. A capacidade do grafeno de variar o potencial químico μ_C , ou energia de Fermi no contexto de semicondutores, em relação a uma diferença de potencial elétrico aplicada no material desempenha um papel fundamental nos processos de modulação baseados em estruturas contendo esse material [2][3][4].

Quando imerso em um campo eletromagnético, o grafeno pode ser modelado como uma superfície caracterizada por uma condutividade $\sigma(\omega, \mu_C, \Gamma, T)$, um parâmetro escalar que depende da frequência angular ω , do potencial químico μ_C , de uma taxa de espalhamento fenomenológica Γ e da temperatura T . Os trabalhos relacionados com estruturas envolvendo o grafeno baseiam-se na formula de Kubo [9] para descrever a condutividade superficial desse material, que engloba a contribuição das interações intrabanda e interbanda no grafeno.

3.1 Concentração de Portadores, Mobilidade e Estrutura de Banda

O grafeno exibe propriedades eletrônicas únicas que o torna diferente dos semicondutores, tanto em termos de mobilidade de portadores, quanto em relação à concentração dessas partículas [1]. Essas características, dentre outras, são reflexo da particular estrutura de banda desse material, na qual a região de transição entre a banda de valência e a banda de condução apresenta um *gap* energético nulo, a Figura 3.1(a) adaptada de [10] ilustra essa região.

A relação de dispersão dessa estrutura de banda é calculada como:

$$P(\vec{k}) = s\hbar v_f \sqrt{k_x^2 + k_y^2} \quad (3.1)$$

onde v_f é a velocidade de Fermi, ou seja, é a velocidade correspondente à energia cinética de uma partícula de spin semi-inteiro, ou férmion, em uma temperatura próxima ao zero absoluto, \vec{k} é o vetor de onda e \hbar é a constante reduzida de Planck. O parâmetro s está relacionado com a região do espectro de energia, se $s = +1$, $P(k)$ refere-se à banda de condução (elétrons livres), por outro lado, se $s = -1$, a equação (3.1) esta relacionada com o espectro de energia na banda de valência (*holes*) [11].

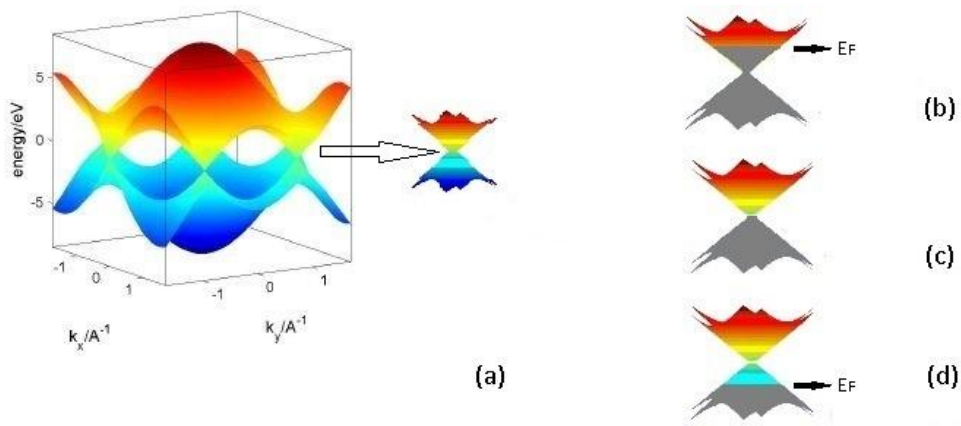


Figura 3.1 - (a) Estrutura de banda do grafeno. (b) Representação da energia de Fermi no grafeno para uma tensão elétrica positiva aplicada no material. (c) Representação da Energia de Fermi na estrutura de banda do grafeno sem a interferência de um campo elétrico externo. (d) Representação da energia de Fermi na estrutura de banda do grafeno para uma tensão elétrica negativa aplicada no material. Figura adaptada de [10].

Cada célula da estrutura cristalina do grafeno é composta por seis átomos dispostos em um formato hexagonal. O átomo de carbono nessa estrutura possui três elétrons envolvidos na formação de ligações sigmas e apenas um elétron por átomo é responsável pelas ligações do tipo π [12]. Os elétrons que formam esse ultimo tipo de ligação, no entanto, são responsáveis pelas propriedades eletrônicas desse material, pois os elétrons nas ligações sigmas formam estruturas de banda distantes do nível de Fermi.

A análise da energia de Fermi na estrutura de banda do grafeno [1] mostra que quando o material é submetido a uma tensão elétrica $V_g > 0$ a população de portadores na banda de condução aumenta proporcionalmente a tensão aplicada, ou seja, $n = \Phi V_g$, onde n é a concentração de portadores no grafeno e Φ é uma constante de proporcionalidade, que vale aproximadamente $7,2 \times 10^{10} \text{cm}^{-2} \text{V}^{-1}$ para um dispositivo de efeito de campo com uma camada de SiO_2 de 300 nm de

espessura usado como dielétrico [1]. Quando o material é submetido a uma tensão negativa, no entanto, a energia de Fermi fica limitada a banda de valência, Figura 3.1(d), e a probabilidade de transições interbanda ocorrerem é reduzida, diminuindo a concentração de portadores na banda de condução. Na ausência de um campo elétrico externo sobre o material, a energia de Fermi limita-se à região conhecida como ponto de Dirac, Figura 3.1(c), onde a banda de condução toca a banda de valência, nessa configuração o grafeno ainda absorve aproximadamente 2,3% da luz branca incidente, pois a probabilidade de elétrons ocuparem uma dessas bandas é a mesma e transições interbanda podem acontecer com certa facilidade devido ao *gap* nulo de energia entre as bandas.

A mobilidade μ de portadores é uma função que depende da densidade dessas partículas no material, maiores valores de mobilidade podem ser obtidos à medida que a concentração de portadores diminui. No grafeno, no entanto, a mobilidade permanece alta mesmo quando a densidade de portadores é grande. Valores de μ na ordem de $15.000 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ com concentração de portadores próxima de 10^{13} cm^{-2} já foram reportados para o grafeno em condições ambiente [1], enquanto que o silício apresenta um valor de mobilidade eletrônica de aproximadamente $1.500 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ nas mesmas condições e com concentração de dopantes próxima a 10^{13} cm^{-3} . A densidade de portadores no material pode ainda ser relacionada com o potencial químico μ_c pela relação (3.2).

$$n = \frac{2}{\pi \hbar^2 v_F^2} \int_0^\infty \varepsilon (f_d(\varepsilon) - f_d(\varepsilon + 2\mu_c)) d\varepsilon \quad (3.2)$$

onde $f_d(\varepsilon) = \left(e^{\frac{\varepsilon - \mu_c}{k_B T}} + 1 \right)^{-1}$ é a distribuição de Fermi-Dirac, que descreve um número médio de partículas com energia ε em função do potencial químico μ_c e da temperatura T .

A curva apresentada na Figura 3.2 é derivada da equação (3.2) e ilustra a variação da densidade de portadores no grafeno em relação ao potencial químico do material. O gráfico em questão, parametrizado em relação à temperatura, mostra que variações térmicas influenciam pouco na densidade de portadores de carga. A equação (3.3) descreve a relação entre a mobilidade de carga no grafeno com a densidade de portadores [13], como consequência da baixa influência da temperatura sobre n , o parâmetro μ não sofre alterações significativas em relação a variações térmicas.

$$\mu = \frac{e v_F}{\hbar n \sqrt{\frac{\pi}{n}}} \tau \quad (3.3)$$

onde e é a carga do elétron e $1/\tau$ é a razão de espalhamento.

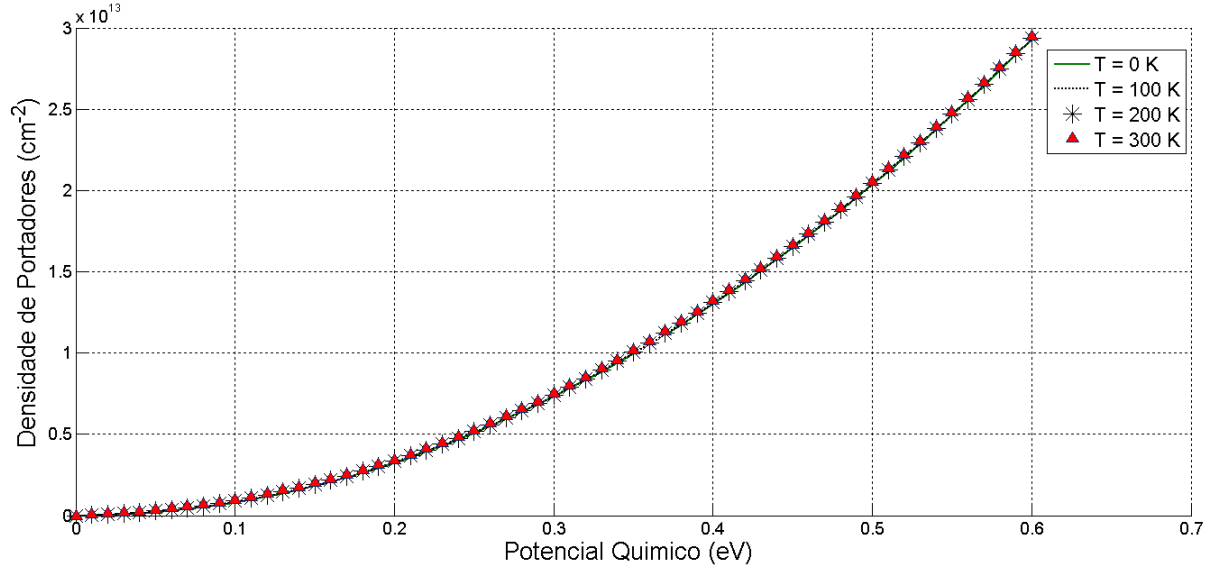


Figura 3.2- Curva de densidade de portadores em uma folha isolada de grafeno em relação ao potencial químico do material, parametrizada em relação a temperatura.

O movimento dos portadores, resultante do campo elétrico aplicado no grafeno, pode ser caracterizado pelo vetor densidade de corrente, assim, o módulo da corrente de deriva é dado por:

$$J = en\mu E \quad (3.4)$$

onde n é a densidade de portadores no grafeno, E é o módulo do vetor campo elétrico e e é a carga do elétron.

A condutividade σ pode ser escrita em função da intensidade do vetor densidade de corrente e da intensidade do vetor campo elétrico, assim:

$$\sigma = \frac{J}{E} \quad (3.5)$$

Logo, de (3.4) e (3.5), tem-se:

$$\sigma = \mu e n \quad (3.6)$$

Substituindo (3.3) em (3.6), resulta em:

$$\sigma = \frac{e^2 v_F \tau}{\hbar \sqrt{\pi}} \sqrt{n} \quad (3.7)$$

Assim, a variação na condutividade do grafeno devido à variação da densidade de portadores é dada por:

$$\Delta \sigma = \frac{e^2 v_F \tau}{\hbar \sqrt{\pi}} \sqrt{\Delta n} \quad (3.8)$$

A análise realizada em [1], como discutido anteriormente, resultou na expressão $n = \Phi V_g$, que relaciona a concentração de portadores n , com a tensão elétrica aplicada no grafeno, dessa forma, é possível estender a análise que conduziu à equação (3.8) e parametrizar a condutividade do grafeno em função de V_g , assim:

$$\Delta \sigma = \frac{e^2 v_F \tau \sqrt{\Phi}}{\hbar \sqrt{\pi}} \left(\sqrt{V_{gf} - V_{gi}} \right) \quad (3.9)$$

onde V_{gi} e V_{gf} são respectivamente os valores inicial e final de tensão aplicada sobre o material.

Se for adotado um valor nulo para a tensão inicial V_{gi} , a variação da condutividade na superfície de grafeno em relação à tensão aplicada é dada por,

$$\Delta \sigma = \frac{e^2 v_F \tau \sqrt{\Phi}}{\hbar \sqrt{\pi}} \left(\sqrt{V_{gf}} \right) \quad (3.10)$$

A equação (3.10) ilustra a dependência da condutividade do grafeno com uma tensão elétrica aplicada nesse material. A próxima seção deste capítulo irá analisar o comportamento da curva de condutividade em relação ao potencial químico no grafeno.

3.2 Condutividade Interbanda e Intrabanda

O modelo de Drude que relaciona a condutividade em função da frequência óptica $\sigma(\omega)$ é dado por:

$$\sigma(\omega) = \frac{ne^2\tau}{m_e(1 - i\omega\tau)} \quad (3.11)$$

onde m_e é a massa efetiva do elétron e τ corresponde ao tempo de relaxação.

Esse modelo, no entanto, desconsidera o efeito das interações interbanda, que passam a ser predominantes no grafeno para certas frequências ópticas. A componente intrabanda da condutividade do grafeno, derivada da fórmula de Kubo [9], é expressa por:

$$\sigma_{intra}(\omega) = -i \frac{e^2 k_B T}{\pi \hbar^2 (\omega - i2\Gamma)} \left(\frac{\mu_c}{k_B T} + 2 \ln \left(e^{-\frac{\mu_c}{k_B T}} + 1 \right) \right) \quad (3.12)$$

onde μ_c é o potencial químico, \hbar é a constante reduzida de Planck, k_B é a constante de Boltzmann e Γ é a taxa de espalhamento fenomenológica.

Para $\frac{T}{\mu_c} \rightarrow 0$ e $\Gamma = 0$ a equação (3.12) assume a forma,

$$\sigma_{intra}(\omega) = i \frac{e^2 \mu_c}{\pi \hbar^2 \omega} \quad (3.13)$$

A expressão relacionada à contribuição interbanda é dada por [9]:

$$\sigma_{inter}(\omega) = \frac{e^2}{4\hbar} \left(\frac{1}{2} \tanh \frac{\hbar\omega + 2\mu_c}{4k_B T} + \frac{1}{2} \tanh \frac{\hbar\omega - 2\mu_c}{4k_B T} - \frac{i}{\pi} \ln \left| \frac{2\mu_c + \omega\hbar}{2\mu_c - \omega\hbar} \right| \right) \quad (3.14)$$

Assim,

$$\text{Re}\{\sigma_{inter}(\omega)\} = \frac{e^2}{4\hbar} \frac{1}{2} \left(\tanh \frac{\hbar\omega + 2\mu_c}{4k_B T} + \tanh \frac{\hbar\omega - 2\mu_c}{4k_B T} \right) \quad (3.15)$$

$$\text{Im}\{\sigma_{inter}(\omega)\} = -\frac{e^2}{4\pi\hbar} \ln \left| \frac{2\mu_c + \omega\hbar}{2\mu_c - \omega\hbar} \right| \quad (3.16)$$

O gráfico da Figura 3.3, normalizado em relação a $\sigma_0 = \frac{e^2}{4\hbar}$, ilustra o comportamento da parte real e da parte imaginária das curvas de condutividade interbanda e intrabanda em função de $\frac{\hbar\omega}{\mu_c}$. O gráfico mostra que a parte real da contribuição interbanda tem o comportamento de uma função degrau, para valores de $\frac{\hbar\omega}{\mu_c} < 2$ essa parcela da condutividade é igual a zero e o grafeno não absorve a luz nas frequências contidas no intervalo $\omega < \frac{2\mu_c}{\hbar}$, por outro lado, quando $\frac{\hbar\omega}{\mu_c} > 2$, a função $\theta(\hbar, \omega, \mu_c) = \left(\tanh \frac{\hbar\omega + 2\mu_c}{4k_B T} + \tanh \frac{\hbar\omega - 2\mu_c}{4k_B T} \right)$ assume seu valor máximo, o que caracteriza um predomínio das interações interbanda, resultando na absorção de luz pelo grafeno das frequências contidas no intervalo $\omega > \frac{2\mu_c}{\hbar}$.

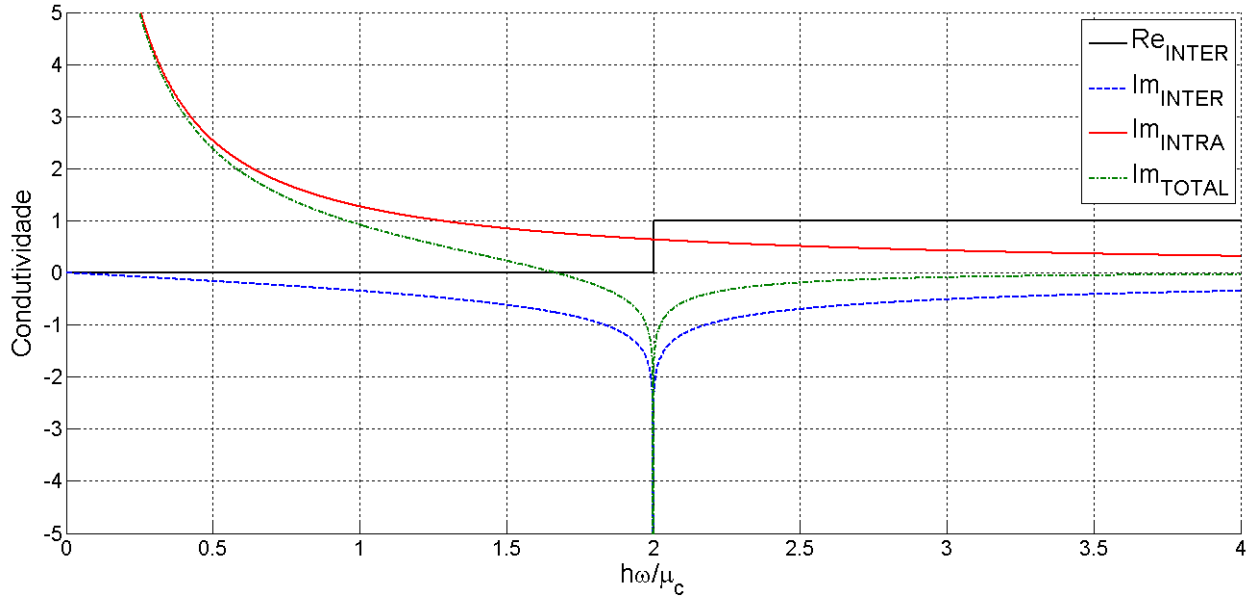


Figura 3.3 – Curvas da condutividade intrabanda e interbanda do grafeno normalizadas em relação a $\sigma_0 = \frac{e^2}{4h}$. O ponto $\frac{\hbar\omega}{\mu_c} = 2$ indica o limite da região onde a parte interbanda da condutividade começa a prevalecer, acima desse ponto a condutividade do grafeno vale $\sigma_0 = \frac{e^2}{4h}$.

A curva apresentada na Figura 3.4 está parametrizada para três valores de potencial químico, $\mu_c = 0,3$ eV, $\mu_c = 0,4$ eV e $\mu_c = 0,5$ eV. Para a frequência $\omega = 0,8$ eV (1550 nm), onde $\omega(\text{eV}) = \frac{\hbar 2\pi f(\text{Hz})}{e}$, e temperatura $T=300\text{K}$, nota-se que quando μ_c passa de 0,3 eV para 0,5 eV a parte real da condutividade cai para aproximadamente zero. O comprimento de onda λ relacionado com essa frequência é de aproximadamente 1550 nm, assim, para introduzir perdas por absorção em um dispositivo óptico operando na frequência em questão, deve-se atuar no grafeno induzindo uma tensão limiar suficiente para alcançar um valor de potencial químico de aproximadamente 0,3 eV, fazendo com que a condutividade do material seja deslocada para a região caracterizada pela máxima absorção óptica da frequência de operação.

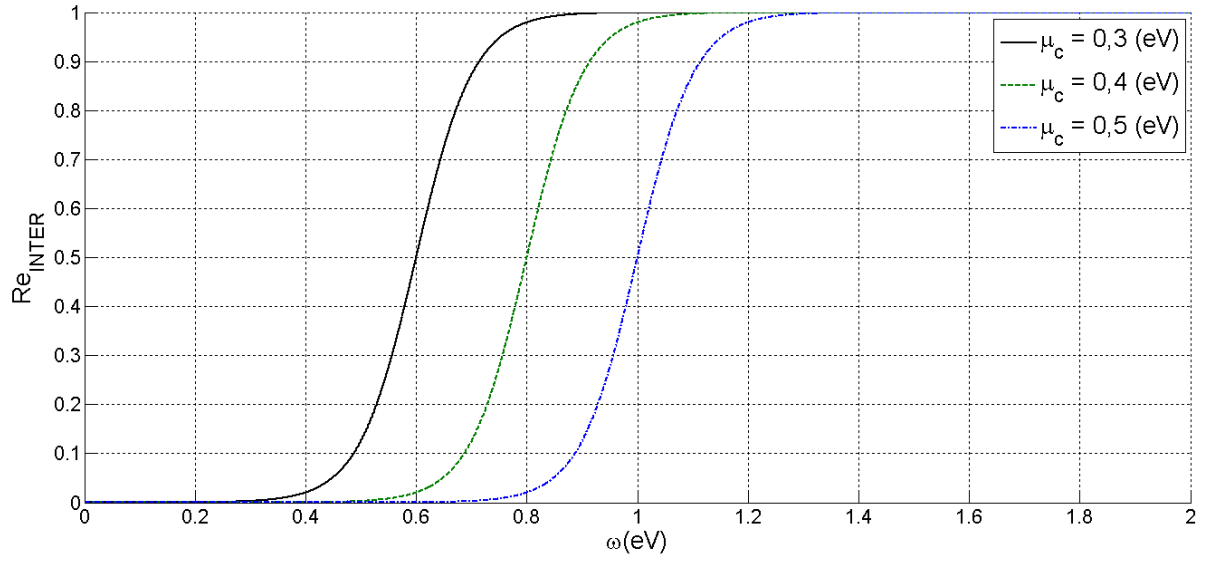


Figura 3.4 - Curva da parte real da contribuição interbanda, equação (3.15), parametrizada em relação ao potencial químico e normalizada em relação a σ_0 , com $T=300$ [K], onde $\omega(\text{eV}) = \frac{\hbar 2\pi f(\text{Hz})}{e}$.

O gráfico da Figura 3.5 mostra que a dependência com a temperatura influencia na inclinação da curva na região onde a condutividade muda de estado, à medida que $T \rightarrow 0(K)$ a transição torna-se quase instantânea, mas quando a temperatura aumenta, no entanto, uma faixa de frequência assume valores de condutividade no intervalo $0 < \text{Re}\{\sigma_{\text{inter}}(\omega)\} < \sigma_0$. O comportamento da condutividade fora da região de transição não varia em relação a mudanças na temperatura, o que pode ser observado também na relação apresentada pela equação (3.8), uma vez que variações significativas na densidade de portadores são causadas por mudanças no potencial químico do material, sofrendo pouca influência das mudanças térmicas, como mostra o gráfico da Figura 3.2.

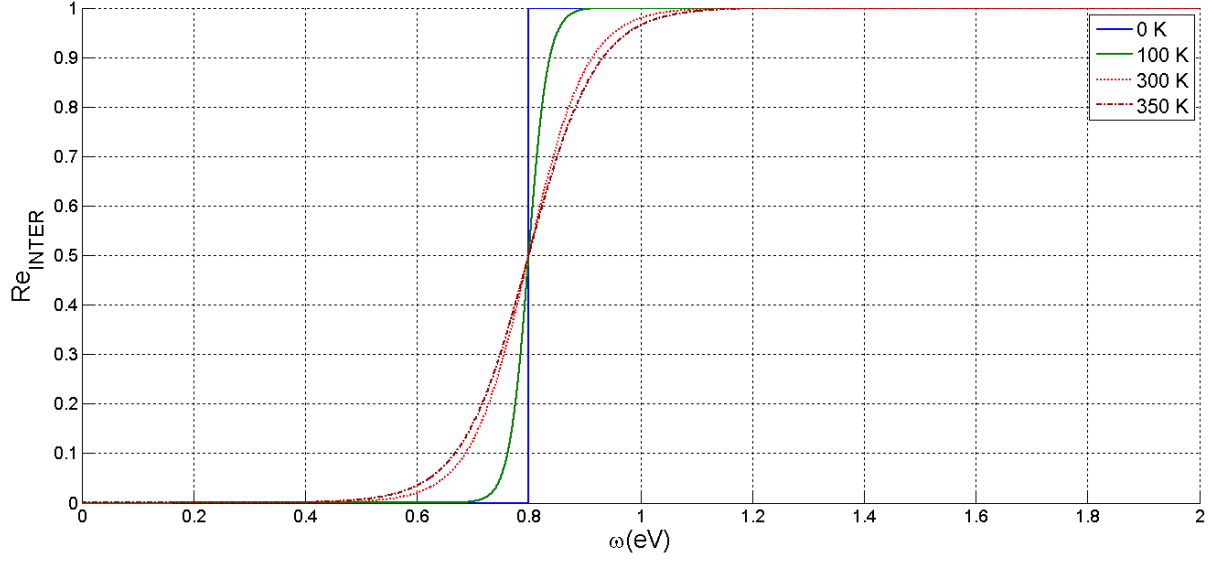


Figura 3.5 - Curva da equação (3.15) normalizada em relação à σ_0 e parametrizada em relação a temperatura, onde $\omega(\text{eV}) = \frac{\hbar 2\pi f(\text{Hz})}{e}$.

3.3 Permissividade Equivalente do Grafeno

Um fator limitante para a análise computacional de estruturas contendo grafeno é a dimensão desse material. Como já mencionado, o grafeno é formado por uma camada monoatômica de átomos de carbono e essa dimensão reduzida exigiria um grau de discretização da estrutura que poderia demandar um custo computacional relativamente grande durante a simulação. Vakil e Engheta [14] propuseram, no entanto, considerar o grafeno como uma superfície muito fina de espessura Δ e, assim, converter a condutividade superficial desse material em uma condutividade volumétrica $\sigma_{g,v}$, para depois calcular a permissividade equivalente $\epsilon_{g,eq}$ do grafeno, dessa forma, define-se $\sigma_{g,v}$ como:

$$\sigma_{g,v} = \frac{\sigma_g}{\Delta} \quad (3.17)$$

onde σ_g é a condutividade superficial do grafeno.

Assim, de (2.20) e (3.17), tem-se:

$$\varepsilon_{g,eq} = \varepsilon - i \frac{\sigma_{g,v}}{\omega} \quad (3.18)$$

logo:

$$\varepsilon_{g,eq} = \varepsilon - i \frac{\sigma_{g,r}}{\omega\Delta} + \frac{\sigma_{g,Im}}{\omega\Delta} \quad (3.19)$$

onde $\sigma_{g,r}$ e $\sigma_{g,Im}$ representam respectivamente a parte real e a parte imaginária da condutividade.

A permissividade ε_g pode ser analisada em dois casos. O primeiro, quando $\frac{\hbar\omega}{\mu_c} > 2$, implica que $\sigma_{g,r} \approx \sigma_0 = \frac{e^2}{4\hbar} \approx 6,085337 \times 10^{-5}$ [S], e a parte imaginária $\sigma_{g,Im}$, como pode ser observado na Figura 3.3, exerce pouca influencia nessas condições, assim:

$$\varepsilon_{g,eq} = \varepsilon - i \frac{\sigma_0}{\omega\Delta} \quad (3.20)$$

Para o caso em que $\frac{\hbar\omega}{\mu_c} < 2$, a parte real da condutividade $\sigma_{g,r}$ tende para um valor nulo e a contribuição de $\sigma_{g,Im}$ passa a ser mais significativa, dessa forma:

$$\varepsilon_{g,eq} = \varepsilon + \frac{\sigma_{g,Im}}{\omega\Delta} \quad (3.21)$$

De (3.13), (3.16) e (3.21), tem-se:

$$\varepsilon_{g,eq} = \varepsilon + \frac{\sigma_0}{\omega\pi\Delta} \left(\frac{4\mu_c}{\hbar\omega} - \ln \left| \frac{2\mu_c + \omega\hbar}{2\mu_c - \omega\hbar} \right| \right) \quad (3.22)$$

A componente real ε , presente na equação (3.19), refere-se à permissividade do meio próximo a superfície de grafeno, onde a onda se propaga efetivamente, dessa forma, $\varepsilon_{g,eq}$ representa uma

permissividade equivalente de um dielétrico com uma superfície condutora adjacente, camada de grafeno, que não altera o perfil de propagação da onda, por apresentar uma espessura desprezível, mas adiciona uma parte imaginária na constante dielétrica efetiva, referente às perdas por absorção de luz [2].

3.3.1 Modos de Propagação no Grafeno

A propagação de modos eletromagnéticos que normalmente não existiriam em sistemas com uma relação de dispersão eletrônica parabólica mostram-se possíveis no grafeno devido à relação de dispersão, (3.1), que esse material apresenta [15]. A relação matemática que descreve o perfil do modo magnético transversal (TM) propagando próximo à superfície de grafeno, apresentada em [15], é dada por:

$$1 + \frac{2\pi i \sigma(\omega) \sqrt{q^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}}{\omega} = 0 \quad (3.23)$$

O modo elétrico transversal (TE), por sua vez, apresenta o espectro eletromagnético para o mesmo modelo bidimensional da forma,

$$1 - \frac{2\pi i \omega \sigma(\omega)}{c^2 \sqrt{q^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}} = 0 \quad (3.24)$$

onde c é a velocidade da luz.

Da equação (3.24), a condutividade superficial em função da frequência para o modo TE propagando próximo à estrutura é dada por:

$$\sigma(\omega) = -i \frac{c^2 \sqrt{q^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}}{2\pi \omega} \quad (3.25)$$

Das equações (3.13) e (3.16), tem-se:

$$\text{Im}\{\sigma(\omega)\} = \frac{e^2 \mu_c}{\pi \hbar^2 \omega} - \frac{e^2}{4\pi \hbar} \ln \frac{|2\mu_c + \omega \hbar|}{|2\mu_c - \omega \hbar|} \quad (3.26)$$

Para valores de $\frac{\hbar \omega}{\mu_c} < 2$ a contribuição da parte real da condutividade do grafeno é nula e $\sigma(\omega)$ é dada pela relação apresentada em (3.26). Aplicando a condição para a propagação do modo TE próximo à estrutura 2D do grafeno, ou seja, substituindo (3.25) em (3.26), tem-se:

$$\frac{c^2 \sqrt{q^2 - \frac{\omega^2}{c^2}}}{2\pi \omega} = \frac{e^2 \mu_c}{\pi \hbar^2 \omega} - \frac{e^2}{4\pi \hbar} \ln \frac{2\mu_c + \omega \hbar}{2\mu_c - \omega \hbar} \quad (3.27)$$

assim,

$$\sqrt{\left(\frac{qc}{\omega}\right)^2 - \left(\frac{\hbar \omega}{\mu_c}\right)^2} = \frac{e^2}{\hbar c} \left(\frac{\hbar \omega}{2\mu_c} \ln \frac{2\mu_c + \omega \hbar}{2\mu_c - \omega \hbar} - 2 \right) \quad (3.28)$$

A equação (3.28) implica que a existência do modo TE ocorre em um intervalo de frequência determinado pelas relações:

$$\frac{\hbar \omega}{\mu_c} < 2 \quad (3.29)$$

$$\frac{\hbar \omega}{2\mu_c} \ln \frac{2\mu_c + \omega \hbar}{2\mu_c - \omega \hbar} > 2 \quad (3.30)$$

Dessa forma,

$$1,67 < \frac{\hbar\omega}{\mu_c} < 2 \quad (3.31)$$

logo,

$$1,67 \frac{\mu_c}{2\pi\hbar} < f < 2 \frac{\mu_c}{2\pi\hbar} \quad (3.32)$$

A faixa de frequência que suporta o modo TE na estrutura, como mostra a equação (3.32), depende do potencial químico do material, para $\mu_c = 2,76$ eV, por exemplo, o modo TE deve propagar no intervalo de frequência dado por, $177,5802 \text{ THz} < f < 212,6709 \text{ THz}$, ou em termos de comprimento de onda, $1410,6 \text{ nm} < \lambda < 1689,4 \text{ nm}$.

3.3.2 Influência do Grafeno no Índice de Refração Efetivo

O emprego do grafeno em estruturas ópticas, como analisado anteriormente, possibilita a introdução de perdas por absorção que podem ser moduladas por meio do controle do potencial químico desse material. Essa influência foi analisada no software COMSOL Multiphysics® na opção *RF-Module (Perpendicular Waves, Hybrid-Mode Waves)* em um guia de onda retangular com camadas de grafeno aplicadas sobre a região guia de onda. O modelo simulado segue a linha da estrutura apresentada em [2], onde o núcleo do guia, composto por uma estrutura de silício com 220 nm de altura, 400 nm de largura e permissividade $\epsilon_{Si} = 12,1$, está ilustrado na Figura 3.6(a). A disposição das camadas de grafeno e da camada de alumina aplicadas sobre o guia de silício esta apresentada na Figura 3.6 (b), onde as superfícies de grafeno são modeladas como camadas de espessura $\Delta = 0,34 \text{ nm}$ e permissividade $\epsilon_{g,eq}$ dada pela equação (3.19). A camada de alumina é composta por uma estrutura de 7 nm de altura e permissividade $\epsilon_{Al_2O_3} = 3$ para frequências ópticas.

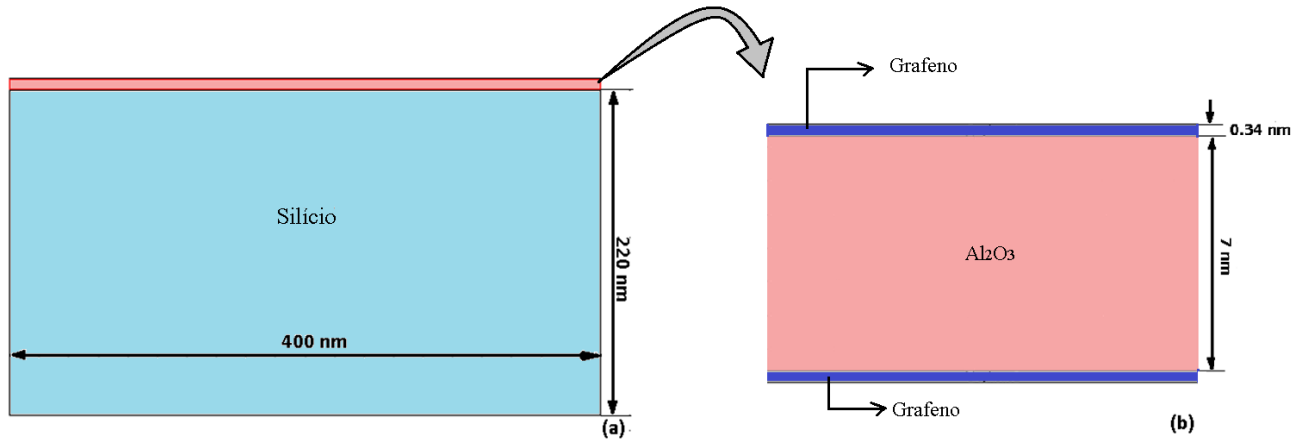


Figura 3.6 - (a) Secção do guia ilustrando a camada de Si sobreposta por duas camadas de grafeno e uma de alumina. (b) Vista mais detalhada da camada de grafeno e alumina que cobre a região guia de onda na Figura 3.6 (a).

A Figura 3.7 (a) ilustra a discretização do modelo feita em software para o cálculo do índice de refração efetivo da estrutura apresentada na Figura 3.6. Para a simulação em questão, foi usada uma caixa computacional com dimensão $2,0 \mu\text{m} \times 2,0 \mu\text{m}$ caracterizada como Sílica, tendo como permissividade $\epsilon_{\text{SiO}_2} = 2,25$. A discretização ilustrada na Figura 3.7 (a) é constituída de 51.782 elementos, sendo que cada região caracterizada como grafeno apresenta 1.686 elementos. O núcleo de silício e a camada de alumina apresentam respectivamente 16.727 e 17.140 elementos. O gráfico de intensidade do fluxo de energia eletromagnética por unidade de área $\vec{S} = \Re(\vec{E}^* \times \vec{H})$ na direção \hat{z} está ilustrado na Figura 3.7 (b). O modo propagante na estrutura apresentou um perfil quasi-TE (Elétrico transversal), para um comprimento de onda $\lambda=1550 \text{ nm}$.

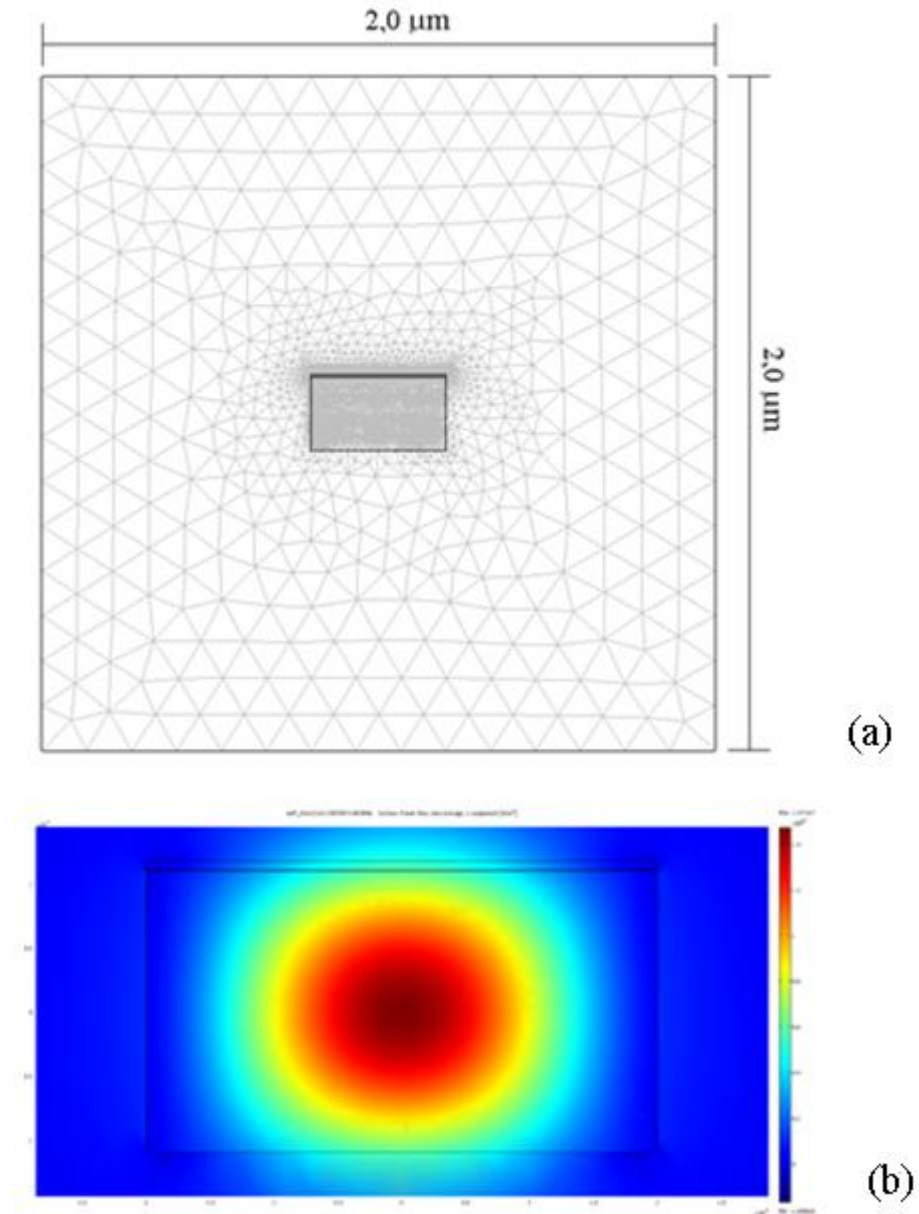


Figura 3.7 - (a) Discretização do modelo apresentado na Figura 3.6 (a). (b) Gráfico de intensidade do fluxo de energia eletromagnética por unidade de área na direção \hat{z} .

A Figura 3.8(a) ilustra a componente na direção \hat{x} do vetor intensidade de campo elétrico, enquanto que a componente do vetor intensidade de campo magnético na direção \hat{y} está ilustrada na Figura 3.8(b).

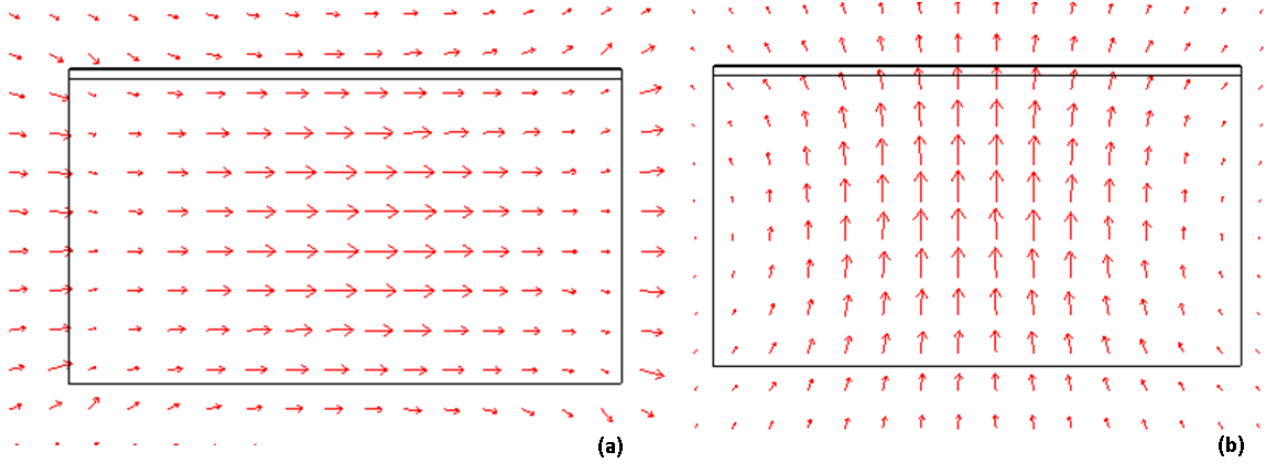


Figura 3.8 – (a) Componente do campo elétrico em \hat{x} . (b) Componente do campo magnético em \hat{y} .

A análise do índice de refração efetivo n_{eff} do modelo descrito acima, considerando a aproximação da permissividade $\epsilon_{g,eq}$ do grafeno pela equação (3.19), foi realizada inicialmente para dois valores de μ_c , considerando uma frequência de propagação de aproximadamente 193,54 THz, correspondente ao comprimento de onda no vácuo de 1550nm. Os valores encontrados foram:

$$\text{Sem Grafeno:} \quad n_{eff} = 2,254217 \quad (3.33)$$

$$\mu_c = 0,3 \text{ eV:} \quad n_{eff} = 2,253244 - 3,82 \times 10^{-3} i \quad (3.34)$$

$$\mu_c = 0,5 \text{ eV:} \quad n_{eff} = 2,254083 - 10,000137 \times 10^{-5} i \quad (3.35)$$

A parte real do índice de refração efetivo não sofre influência significativa em relação às variações do potencial químico no grafeno, como pode ser observado no gráfico da Figura 3.9, parametrizado em relação a três valores de potencial químico, $\mu_c = 0,3 \text{ eV}$, $\mu_c = 0,5 \text{ eV}$ e $\mu_c = 0,6 \text{ eV}$. Essa parte do índice varia linearmente em relação ao comprimento de onda, permanecendo sobre a mesma reta para diferentes valores de μ_c . As variações significativas no índice de refração efetivo, causadas pela variação do potencial químico no grafeno, ocorrem na parte imaginária daquele parâmetro e desempenham um papel fundamental no processo de chaveamento do modulador em anel estudado nesse trabalho, mais precisamente no controle do ponto crítico de acoplamento, como será analisado no próximo capítulo, uma vez que as perdas por absorção no anel dependem diretamente da parte imaginária do índice de refração efetivo da estrutura, equação (2.30).

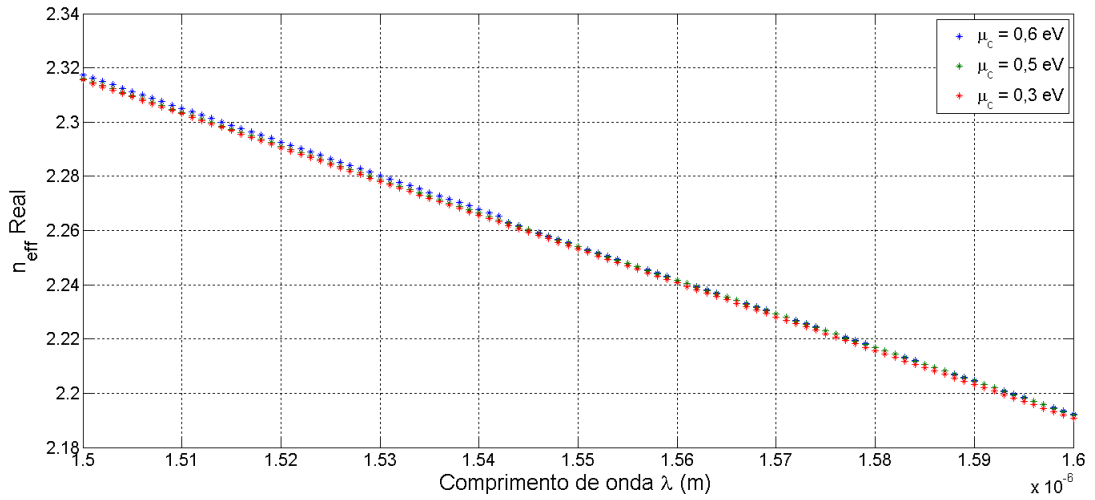


Figura 3.9 – Parte real do índice de refração efetivo para uma onda propagando no guia da Figura 3.6. Gráfico parametrizado para $\mu_c = 0,6$, $\mu_c = 0,5$ e $\mu_c = 0,3$.

Os gráficos ilustrados na Figura 3.10, Figura 3.11 e Figura 3.12, mostram o comportamento da parte imaginária do índice de refração efetivo em função do comprimento de onda variando no intervalo $1500 \text{ nm} \leq \lambda \leq 1600 \text{ nm}$. Para o caso em que $\mu_c = 0,3 \text{ eV}$ o intervalo de comprimento de onda em questão está contido na região onde a condutividade do grafeno sofre máxima influência das interações interbanda, Figura 3.4, para $\mu_c = 0,5 \text{ eV}$ e $\mu_c = 0,6 \text{ eV}$ esse intervalo está contido na região onde a condutividade do grafeno é pouco influenciada por essas interações.

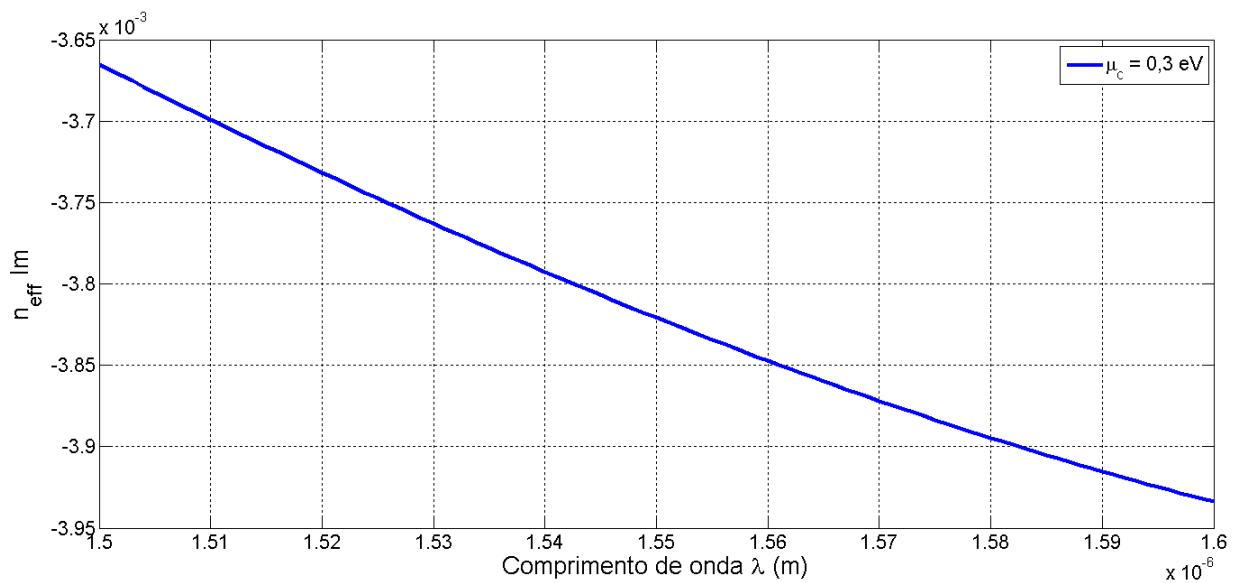


Figura 3.10 - Parte imaginária do índice de refração efetivo para uma onda propagando no guia da Figura 3.6. Gráfico parametrizado para $\mu_c = 0,3 \text{ eV}$.

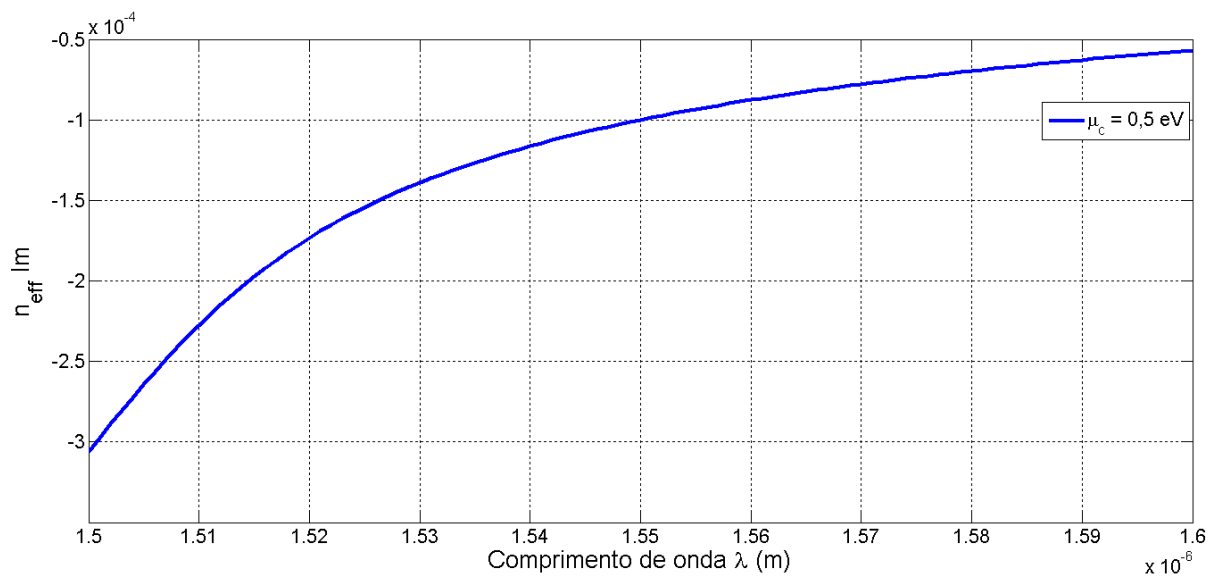


Figura 3.11- Parte imaginária do índice de refração efetivo para uma onda propagando no guia da Figura 3.6. Gráfico parametrizado para $\mu_c = 0,5 \text{ eV}$.

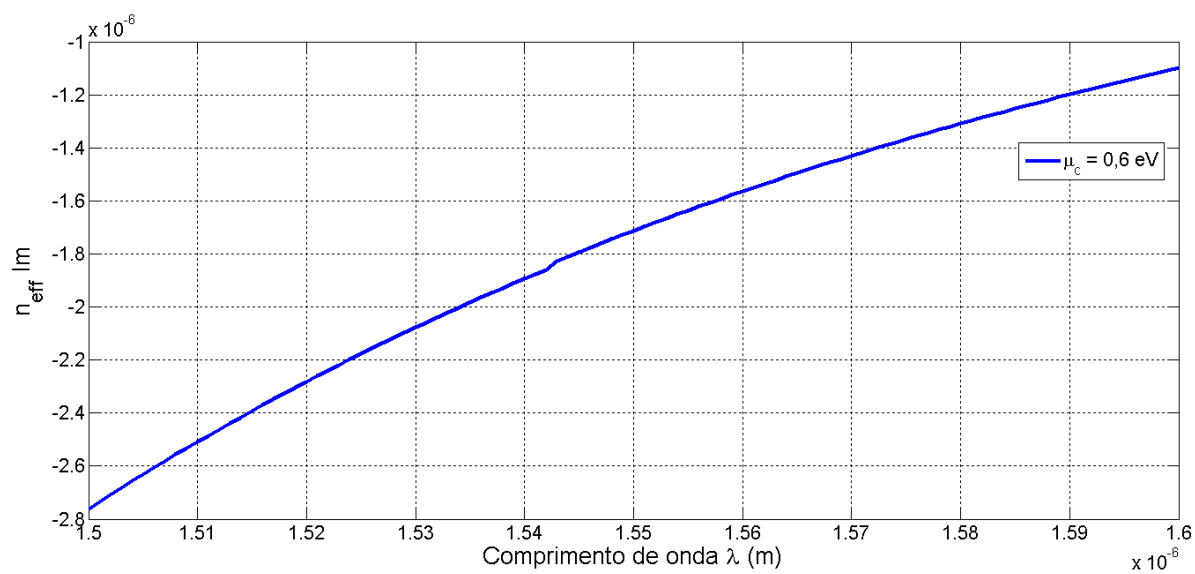


Figura 3.12 - Parte imaginária do índice de refração efetivo para uma onda propagando no guia da Figura 3.6. Gráfico parametrizado para $\mu_c = 0,6 \text{ eV}$.

4 O MODULADOR EM ANEL

Moduladores ópticos são dispositivos fundamentais na óptica integrada, o processo de modulação pode ocorrer de maneira direta, através da manipulação da fonte de luz pelo controle da corrente elétrica no dispositivo, ou de forma indireta, por um procedimento externo no qual a luz passa por um dispositivo que altera algum parâmetro do modo propagante na estrutura. As técnicas de modulação externas são mais vantajosas em relação à modulação direta quando se trabalha com altas taxas de transmissão, isso porque muitas vezes o tempo de resposta da fonte de luz é muito grande e impossibilita uma resposta adequada em taxas mais elevadas.

O modulador em anel é um filtro óptico que controla a transmissão de luz através da região de acoplamento. Esse controle pode ser realizado pelo deslocamento da frequência de ressonância do anel, como ilustra a Figura 4.1, ou seja, quando a frequência de corte é deslocada de Δf a taxa de transmissão da frequência de ressonância do anel sofre uma variação ΔT . A mudança na região de corte do filtro pode ser realizada pela modulação da parte real do índice de refração do anel. O trabalho pioneiro de Soref [15] faz uma análise quantitativa das alterações no índice de refração do silício relativas a variações na concentração de portadores no material.

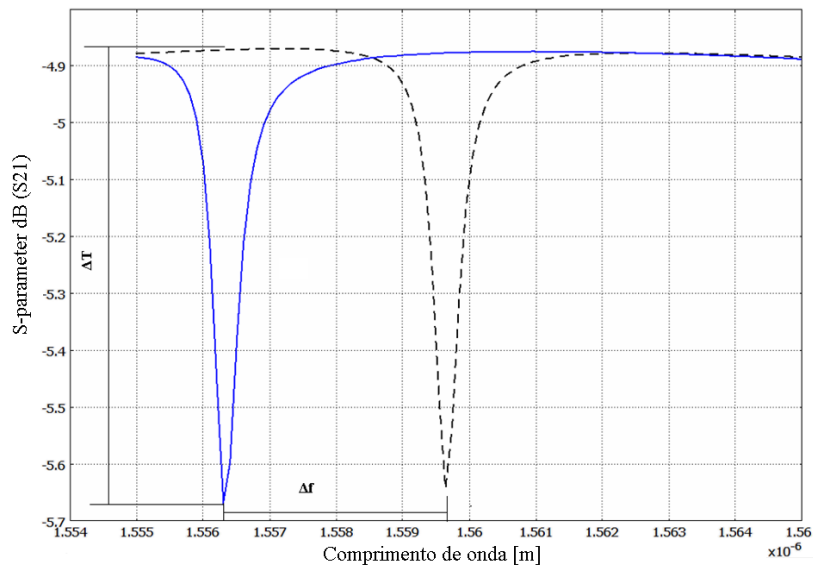


Figura 4.1 – Representação do deslocamento da faixa de corte pela modulação da parte real do índice de refração do material.

O controle da frequência transmitida através da região de acoplamento entre o anel ressonante e o guia de onda também pode ser realizado por meio da variação da parte imaginária do índice de refração do material, nesse caso o processo recai sobre o controle das perdas no anel, pois a modulação desse parâmetro permite variações na transmissão através da região de acoplamento, como será visto na análise do efeito de acoplamento crítico.

4.1 Acoplamento Crítico

O efeito de acoplamento crítico introduzido por A. Yariv [6] é base para o princípio de funcionamento do modulador óptico em anel estudado nesse trabalho, Figura 4.2.

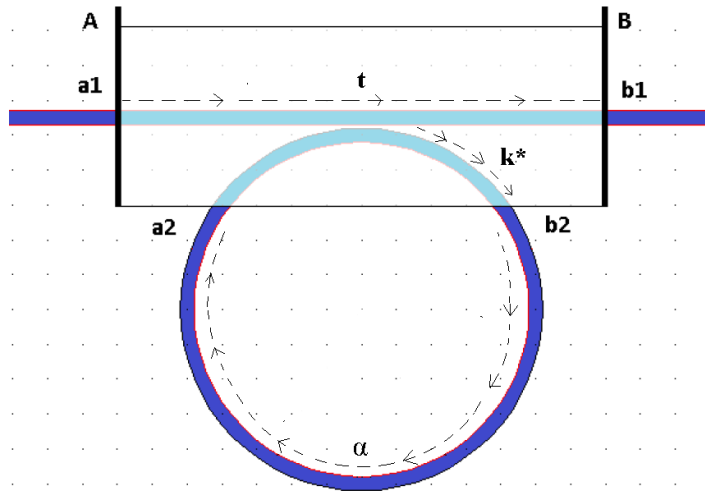


Figura 4.2 – Esquema de um modulador em anel com a região de acoplamento destacada entre as superfícies A e B.

O formalismo apresentado em [6] introduz uma análise quantitativa do fator de transmissão parametrizado em relação às perdas no anel. Seguindo essa análise, a dinâmica de acoplamento é governada pelo seguinte conjunto de equações:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t & k \\ -k^* & t^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

onde a_i e b_i representam respectivamente o campo eletromagnético na entrada e na saída da região de acoplamento, o parâmetro t refere-se ao coeficiente de transmissão no guia através da região de acoplamento e k é o coeficiente de acoplamento. Expandindo (4.1), tem-se:

$$b_1 = ta_1 + ka_2 \quad (4.2)$$

$$b_2 = -k^* a_1 + t^* a_2 \quad (4.3)$$

Por conservação de energia, tem-se:

$$|k|^2 + |t|^2 = 1 \quad (4.4)$$

A relação entre a_2 e b_2 é dada, por:

$$a_2 = \alpha e^{i\gamma} b_2 \quad (4.5)$$

onde α é um coeficiente de atenuação e γ representa a mudança de fase. Combinando (4.3) e (4.5), tem-se:

$$b_2 = \frac{-k^* a_1}{1 - t^* \alpha e^{i\gamma}} \quad (4.6)$$

De (4.5) e (4.6),

$$a_2 = \alpha e^{i\gamma} \frac{-k^* a_1}{1 - t^* \alpha e^{i\gamma}} \quad (4.7)$$

Substituindo (4.7) em (4.2), resulta:

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{-\alpha + te^{-i\gamma}}{-\alpha t^* + e^{-i\gamma}} \quad (4.8)$$

Assim, a razão entre a potência transmitida $|b_1|^2$ e a potência que chega à região de acoplamento $|a_1|^2$ é dada, por:

$$\frac{|b_1|^2}{|a_1|^2} = \frac{\alpha^2 + |t|^2 - 2\alpha|t|\cos\gamma}{1 + \alpha^2|t|^2 - 2\alpha|t|\cos\gamma} \quad (4.9)$$

Normalizando o módulo da potência incidente e considerando a condição de ressonância no anel, $\gamma = 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$, a energia transmitida é dada por:

$$|b_1|^2 = \frac{(\alpha - |t|)^2}{(1 - \alpha|t|)^2} \quad (4.10)$$

O ponto crítico acontece quando $\alpha = \alpha_{\text{crit}} = |t|$, e caracteriza a não transferência de energia, ou seja, $|b_1|^2 = 0$. A equação (4.2) mostra que nessa situação a relação entre o campo transmitido através do guia, ta_1 , e o campo que retorna do anel ressonante, ka_2 , é dada, por:

$$-ta_1 = ka_2 \quad (4.11)$$

assim,

$$(ta_1)e^{i\pi} = ka_2 \quad (4.12)$$

ou seja, $\alpha_{\text{crit}} = |t|$ é uma condição que atribui uma diferença de fase de 180° entre ta_1 e ka_2 , resultando em uma interferência destrutiva entre esses campos na região de acoplamento, fazendo com que o campo b_1 se anule. Por outro lado, quando $\alpha \rightarrow 1$, a razão de transferência tende a ser unitária, ou seja, quase toda a energia é transmitida.

Nesse ponto observa-se que o controle de α define a base para o chaveamento, ou modulação, do sinal óptico. O mecanismo apresentado em [2] sugere o emprego do grafeno em uma região do anel com a finalidade de introduzir perdas por eletroabsorção, que podem ser facilmente controladas pelo ajuste do potencial químico do material, como analisado anteriormente.

4.2 Influência do Grafeno no Acoplamento Crítico

A modulação do potencial químico μ_c no grafeno reflete em variações na parte imaginária do índice de refração efetivo n_{eff} da estrutura, como mostra (3.34) e (3.35). As perdas por absorção, como pode ser observado na equação (2.30), se relacionam diretamente com a parcela imaginária de n_{eff} , dessa forma, a condição de acoplamento crítico através do controle do coeficiente de atenuação α do anel pode ser atingida pela atuação direta no potencial químico do grafeno. A Figura 4.3 ilustra o perfil do modulador, o arco destacado sobre o anel ressoante corresponde ao ângulo θ da estrutura que contém grafeno sobre a região guia de onda, cujas dimensões estão apresentadas na Figura 3.6. O raio médio do anel usado nas simulações é de $5\ \mu\text{m}$.

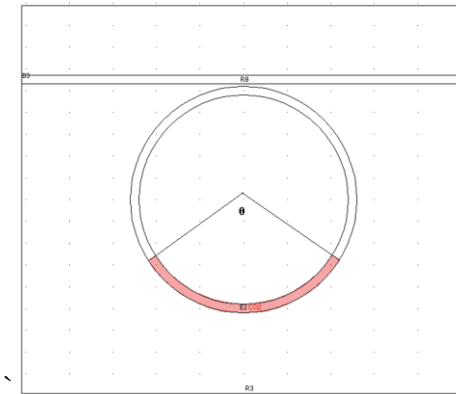


Figura 4.3 – Modulador em anel com grafeno aplicado na estrutura em destaque. O raio médio do anel é de $5\ \mu\text{m}$ e o guia de onda é definido de acordo com o modelo apresentado na Figura 3.6.

O comportamento do modulador da Figura 4.3 em relação ao parâmetro de transmissão S_{21} pode ser observado no gráfico ilustrado na Figura 4.4, parametrizado para três valores de potencial químico. Na situação em que $\mu_c = 0.3\ \text{eV}$, a condição de acoplamento crítico é atingida para $\lambda \approx 1556,4\ \text{nm}$, deve-se ressaltar que nesse ponto a condutividade do grafeno é máxima na região

interbanda para o comprimento de onda em questão, ou seja, $\sigma_{gmax} = \sigma_0 = \frac{e^2}{4\hbar}$. À medida que o potencial químico aumenta, no entanto, a curva de condutividade interbanda do grafeno se desloca para a direita, Figura 3.4, quando $\mu_c > \frac{\hbar\omega}{2}$ as interações interbanda no grafeno exercem menor influência na condutividade desse material e o coeficiente de atenuação do anel assume valores que permitem a transmissão da frequência de ressonância, como pode ser observado nas curvas para $\mu_c = 0.5$ eV e $\mu_c = 0.6$ eV no gráfico da Figura 4.4.

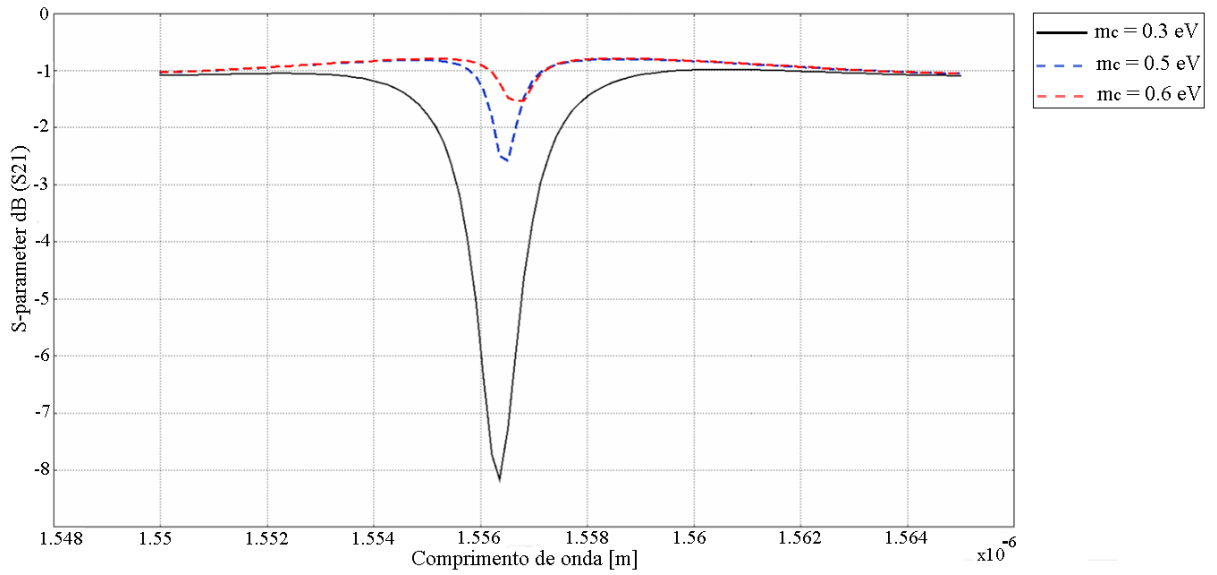


Figura 4.4— Parâmetro de transmissão S_{21} do modulador da Figura 4.3 parametrizado para os valores de potencial químico no grafeno variando entre 0,3 eV, 0,5 eV e 0,6 eV.

Uma análise da influência da dimensão da região contendo grafeno na estrutura foi realizada primeiramente mantendo-se o potencial químico $\mu_c = 0,3$ eV à medida que o arco definido por θ foi variado de 10^0 a 180^0 , em intervalos de 10^0 , na região inferior do anel, como ilustrado na Figura 4.3. Para cada simulação o comprimento de onda λ foi variado entre 1500 nm e 1600 nm, com a finalidade de encontrar o ponto crítico de acoplamento nessa faixa, para cada ponto encontrado o modelo foi simulado novamente para um intervalo de comprimento de onda menor, restrito à região de acoplamento. Quando $\mu_c = 0,3$ eV, o grafeno apresenta condutividade máxima na região interbanda, $\sigma_{gmax} = \sigma_0 = \frac{e^2}{4\hbar}$, para os comprimentos de onda contidos no intervalo $1500 \text{ nm} \leq \lambda \leq 1600 \text{ nm}$, Figura 3.4, nessa situação as perdas por absorção são mais elevadas e o coeficiente de atenuação α do anel ressonador atinge valores que permitem o acoplamento crítico. A condição de transmissão foi simulada com $\mu_c = 0,6$ eV para a mesma variação do arco θ . Para esse valor de potencial químico a

condutividade do grafeno é mínima na região interbanda para o intervalo de comprimento de onda em questão, Figura 3.4, e as perdas por absorção são menores, fazendo com que o coeficiente de atenuação α do anel ressonador atinja valores que permitam a transmissão.

O modelo foi criado no software COMSOL Multiphysics® na opção *RF-Module (In-Plane Hybrid-Mode)* e foi simulado em duas dimensões com excitação do modo TE no guia de onda retangular. A condição de fronteira para a região interna do modelo, Figura 4.5, contendo o guia de onda e o anel ressonador, foi definida como *continuity* e as regiões externas do modelo foram definidas como *scattering*, para que fossem eliminadas as reflexões no interior da estrutura. Os extremos do guia de onda foram definidos como portas, nas quais uma excita o modo TE na estrutura e a outra recebe a onda proveniente da região de acoplamento.

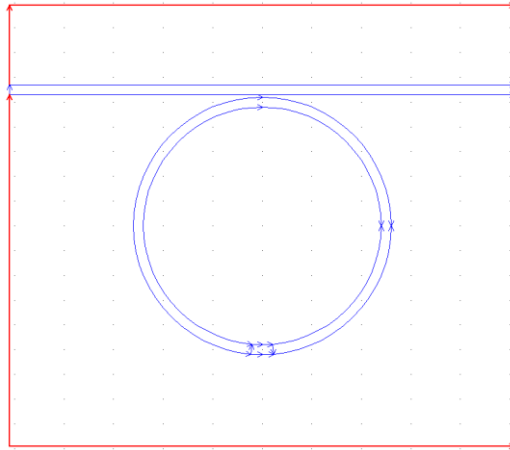


Figura 4.5 – Condições de fronteira. As fronteiras na região interna do modelo, guia de onda e anel ressonante, foram definidas como *continuity*, para as regiões externas, caixa computacional, usou-se *scattering* como parâmetro de fronteira, para que fossem eliminadas as reflexões no interior do modelo.

O diagrama ilustrado na Figura 4.6 mostra as etapas seguidas para encontrar um material equivalente, com uma permissividade equivalente $\epsilon_{\text{equivalente}}$, que resulta no mesmo índice de refração efetivo produzido pela região do anel contendo grafeno. O primeiro passo consiste em encontrar o índice de refração efetivo com a estrutura completa, como foi feito para o guia apresentado na Figura 3.6. Em seguida, o guia de onda com várias camadas é substituído por uma estrutura de uma única camada, com um $\epsilon_{\text{equivalente}}$ encontrado via simulação que produz um n_{eff} correspondente ao encontrado com o guia completo. O valor da permissividade equivalente é usado para simplificar o modelo 2D do modulador em anel durante as simulações, excluindo, assim, a necessidade de se usar o

modelo da camada de grafeno, que poderia causar um esforço computacional maior, devido as dimensões muito reduzidas dessa estrutura.

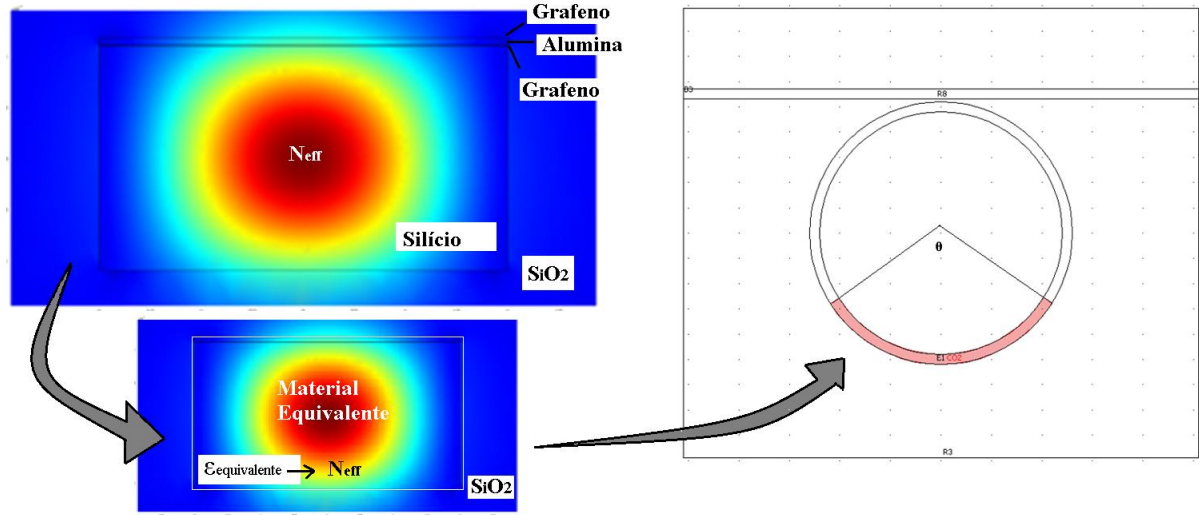


Figura 4.6 – Diagrama ilustrativo dos passos seguidos para encontrar uma estrutura mais simples e equivalente ao guia apresentado na Figura 3.6.

A Figura 4.7 ilustra o parâmetro de transmissão S_{21} para o modelo da Figura 4.3 com $\theta = 40^\circ$, ponto de máxima atenuação encontrado durante todo o processo, -24,798178 dB para $\lambda = 1516,2$ nm. Uma estimativa do valor do coeficiente de atenuação no ponto crítico α_{crit} pode ser realizada levando em consideração também as perdas por curvatura na região do anel que não contém grafeno. O gráfico de perdas por curvatura ilustrado em [3] mostra que para um anel de raio médio igual a $5 \mu m$ a atenuação é de aproximadamente $1,4 \times 10^{-3} dB/\mu m$, enquanto que o índice de refração efetivo da região contendo grafeno, para $\lambda = 1516,2$ nm e $\mu_c = 0,3$, é $n_{eff} = 2,298133 - 3,74 \times 10^{-3}i$, Figura 3.9 e Figura 3.10, dessa forma, a atenuação no arco θ pode ser calculada pela relação dada em (4.13), isto é:

$$A_{graf_{0,3}} = 20 \times \log \left(e^{\frac{2\pi}{1,5162 \times 10^{-6}} \times 3,74 \times 10^{-3} \times (1\mu m)} \right) = 0,1346 \text{ dB}/\mu m \quad (4.13)$$

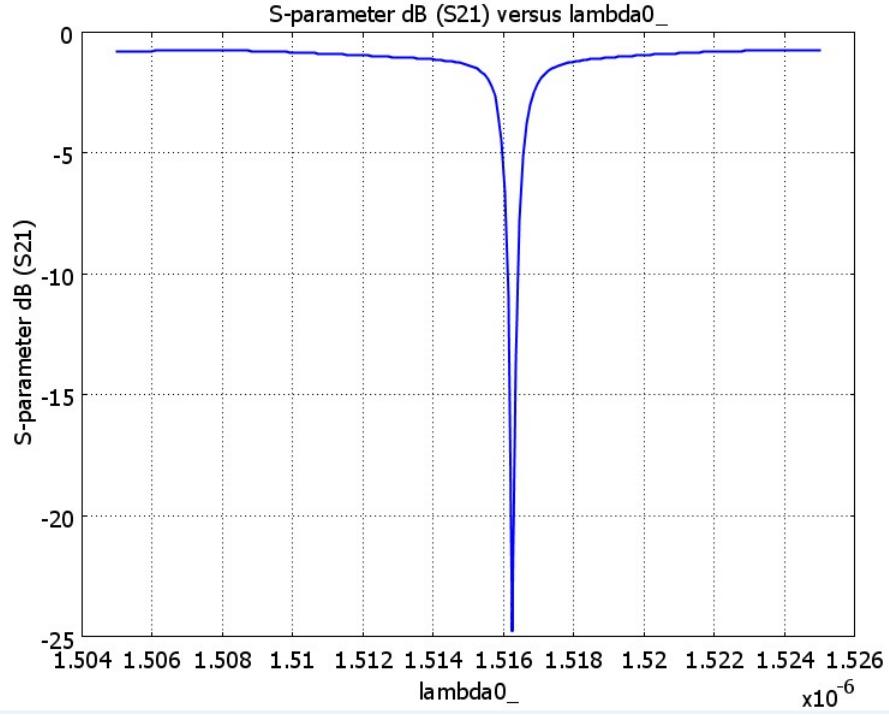


Figura 4.7 – Parâmetro S_{21} para o modelo da Figura 4.3, com um arco de $\theta = 40^\circ$ sobre o anel contendo grafeno com $\mu_c = 0.3$ eV.

Logo, a atenuação no anel pode ser calculada, como:

$$A_H = (A_{graf_0,3} \times L_{grafeno}) + 1,4 \times 10^{-3} (L_{anel} - L_{grafeno}) \quad (4.14)$$

onde A_H é a atenuação no anel para o grafeno com condutividade $\sigma_0 = \frac{e^2}{4\hbar}$, $L_{grafeno}$ é o comprimento do anel contendo grafeno e $L_{anel} = 2 \times \pi \times 5\mu m = 10\pi \mu m$ é o comprimento total da estrutura.

Assim,

$$A_H = 0,1346 \frac{\text{dB}}{\mu m} \times \left(\frac{40}{360} \right) \times L_{anel} + 1,4 \times 10^{-3} \frac{\text{dB}}{\mu m} \times \left(\frac{320}{360} \right) L_{anel} = 0.508 \text{dB} \quad (4.15)$$

Dessa forma, α_{crit} é dado por:

$$\alpha_{crit} = \sqrt{10^{(-0.508/10)}} = 0,9432 \quad (4.16)$$

Para o caso em que o dispositivo opera com $\mu_c = 0,6$ eV, o índice efetivo de refração da região contendo grafeno, para $\lambda = 1,5162 \mu\text{m}$, é $n_{eff} = 2.29758 - 2.3693 \times 10^{-6}i$, Figura 3.9 e Figura 3.12, assim, a atenuação nessa parte do anel pode ser calculada como:

$$A_{graf_0,6} = 20 \times \log \left(e^{\frac{2\pi}{1.5162 \times 10^{-6}} \times 2.3693 \times 10^{-6} \times (1 \mu\text{m})} \right) = 8,5282 \times 10^{-5} \text{ dB}/\mu\text{m} \quad (4.17)$$

Logo, a atenuação no anel na condição de transmissão pode ser calculada como:

$$A_L = 8,5282 \times 10^{-5} \frac{\text{dB}}{\mu\text{m}} \times \left(\frac{40}{360} \right) \times L_{anel} + 1,4 \times 10^{-3} \frac{\text{dB}}{\mu\text{m}} \times \left(\frac{320}{360} \right) L_{anel} = 0,0394 \text{ dB} \quad (4.18)$$

Assim, o coeficiente de atenuação α no anel, com $\theta = 40^\circ$ e $\mu_c = 0,6$ eV, é dado, por:

$$\alpha = \sqrt{10^{(-0,0394/10)}} = 0.9955 \quad (4.19)$$

Da equação (4.10), se considerarmos $t = \alpha_{crit}$, a razão de transmissão para $\theta = 40^\circ$ e $\mu_c = 0,6$ eV, é dada por:

$$T = \frac{(0.9955 - 0,9432)^2}{(1 - 0.9955 \times 0,9432)^2} = 0,7327 \quad (4.20)$$

O gráfico da Figura 4.8 ilustra os comprimentos de onda acoplados em relação ao ângulo θ da estrutura do anel contendo grafeno. O valor do parâmetro de transmissão S_{21} para cada caso contido nessa figura pode ser observado no gráfico apresentado na Figura 4.9, parametrizado em relação ao potencial químico do grafeno.

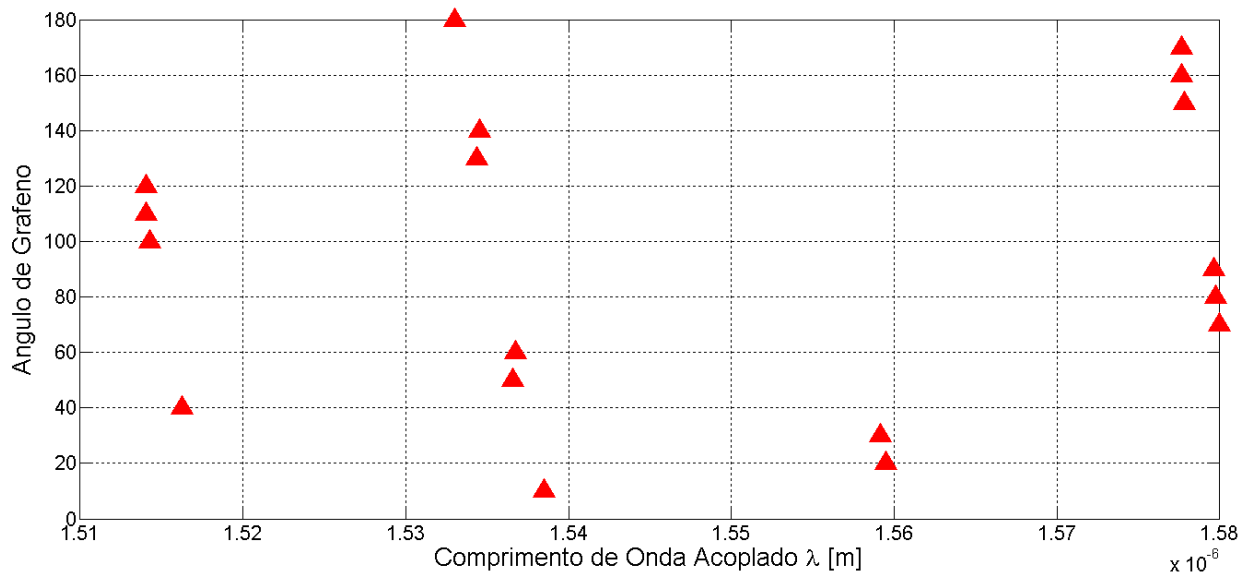


Figura 4.8 - Análise do comprimento de onda acoplado no ressoador em função da dimensão do arco θ no anel contendo grafeno na estrutura.

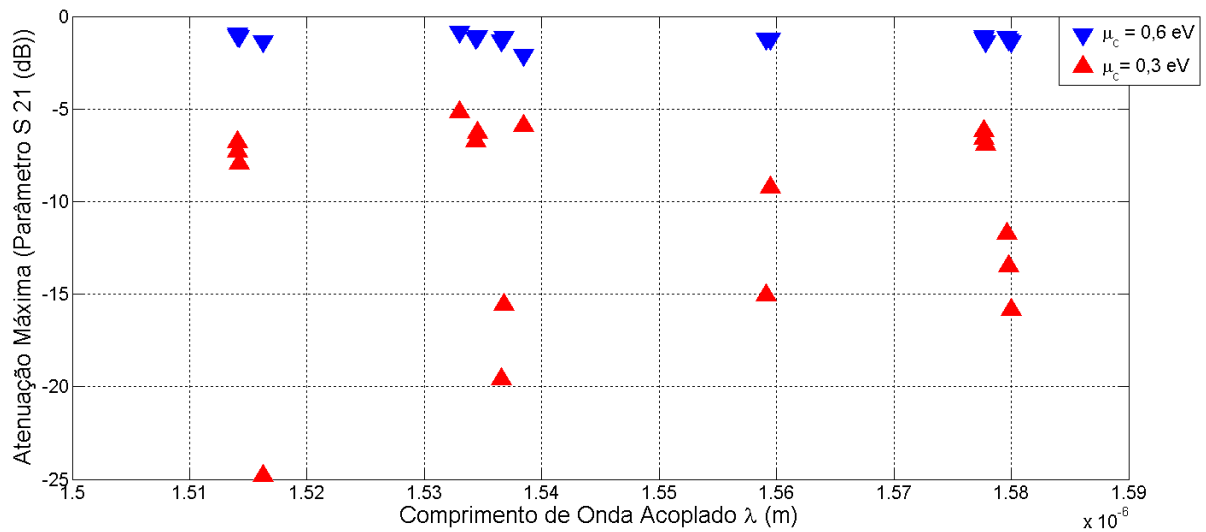


Figura 4.9- Parâmetro de transmissão S_{21} do modulador óptico em anel parametrizado em relação ao potencial químico μ_c do grafeno.

O gráfico da Figura 4.11 mostra a razão de extinção do modelo em função do arco θ no anel que contém grafeno. Esse parâmetro é definido, para a escala decibel (dB), como a diferença ΔT entre o ponto de máxima atenuação e o ponto onde ocorre a transmissão, como ilustra a Figura 4.10.

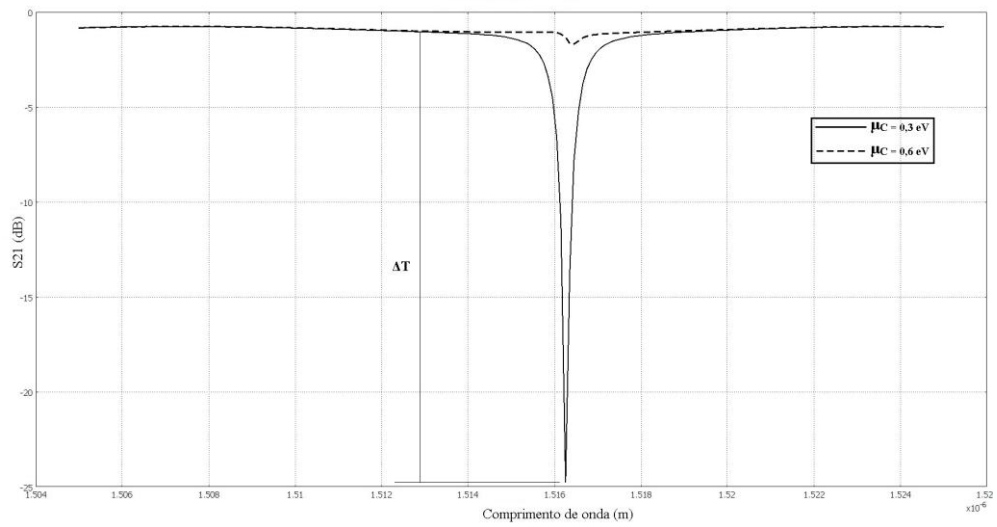


Figura 4.10 - Razão de extinção para o modulador com $\theta = 40^\circ$ e o potencial químico μ_c variando entre 0,3 eV e 0,6 eV.

O gráfico da razão de extinção ilustrado na Figura 4.11 mostra o contraste no parâmetro de transmissão S_{21} introduzido pelo grafeno quando o potencial químico desse material assume os valores $\mu_c = 0,3$ eV e $\mu_c = 0,6$ eV. Assim, através desse parâmetro, é possível encontrar a dimensão da região do anel que contém grafeno que proporciona o maior grau de modulação do sinal em relação a uma determinada variação de tensão elétrica aplicada nesse material.

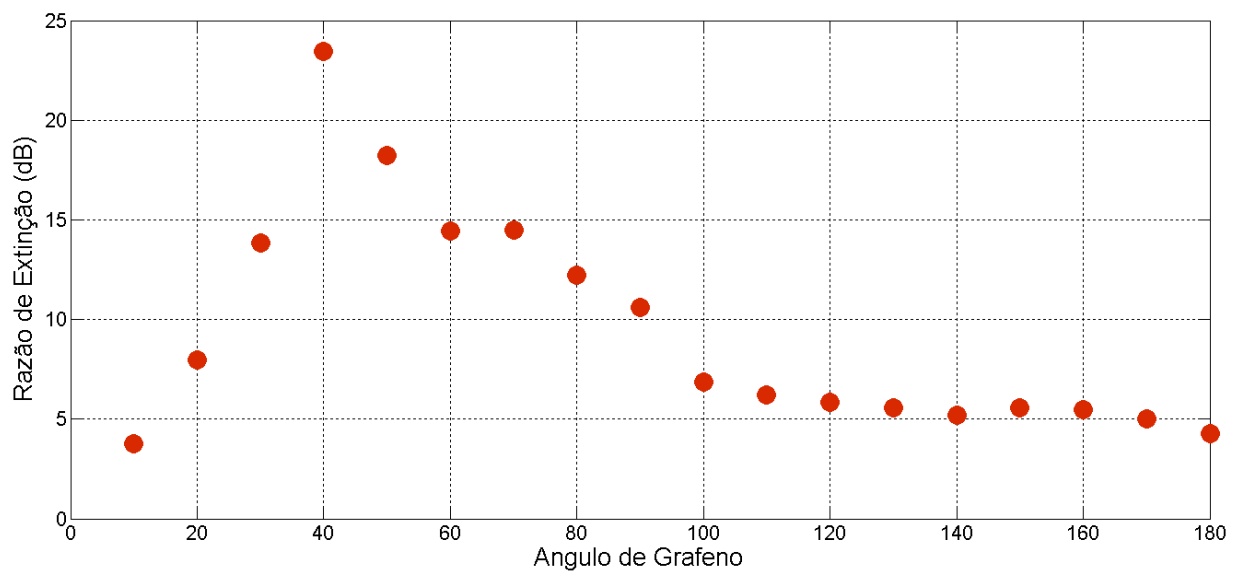


Figura 4.11 - Razão de extinção para os comprimentos de onda acoplados em função da dimensão θ do arco contendo grafeno no anel ressonador.

Os gráficos da Figura 4.12 ilustram o perfil do campo elétrico normalizado para o modulador em anel estudado, com $\theta = 40^\circ$ e $\mu_c = 0,6 \text{ eV}$ para o dispositivo na região de transmissão, Figura 4.12 (a), e $\mu_c = 0,3 \text{ eV}$ para o dispositivo operando na região de corte, Figura 4.12 (b).

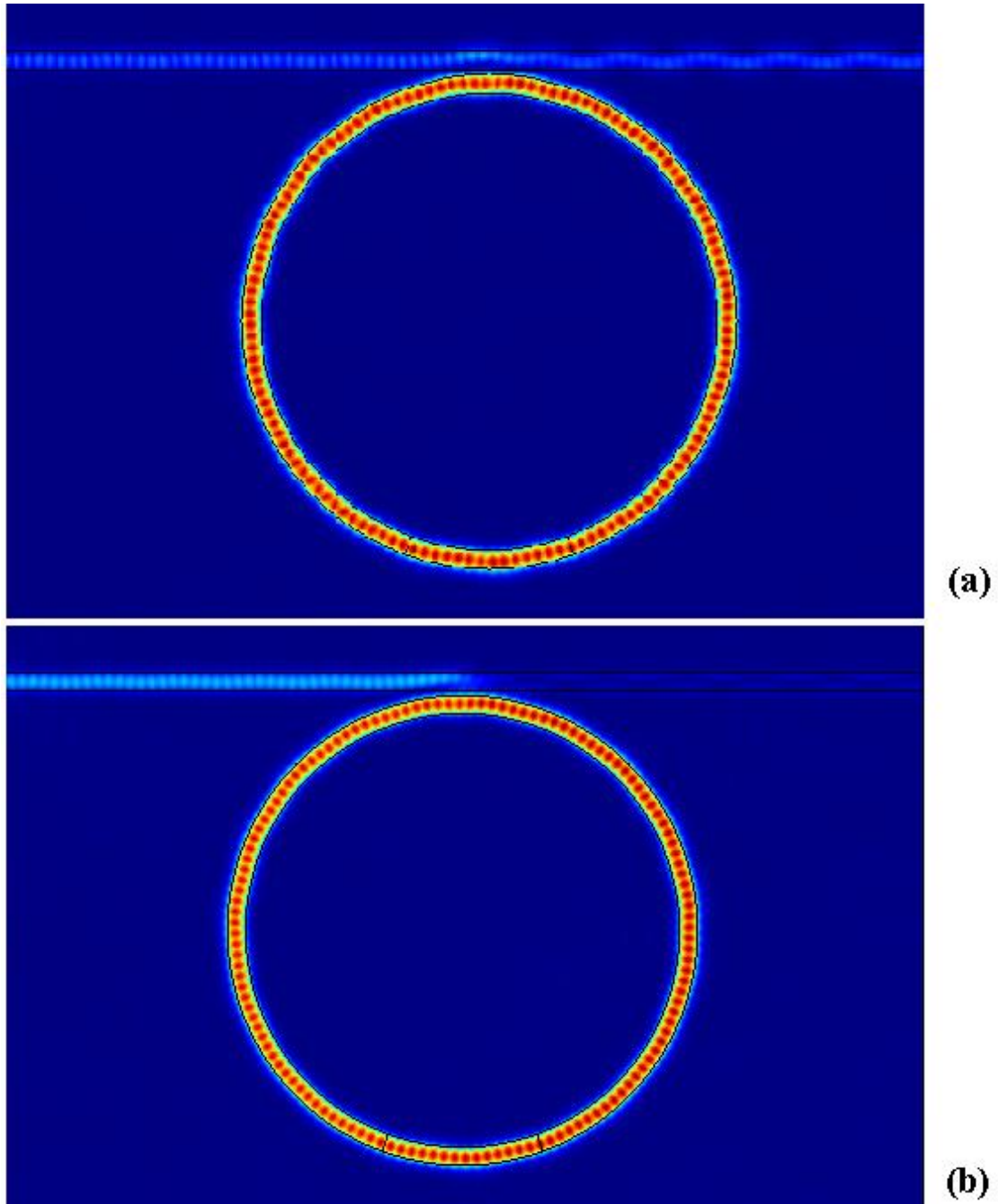


Figura 4.12 - Perfil de transmissão no anel ressoador. (a) Dispositivo operando na região de transmissão, dimensão do arco de grafeno $\theta = 40^\circ$ e $\mu_c = 0,6 \text{ eV}$. (b) Dispositivo operando na região de corte, dimensão do arco de grafeno $\theta = 40^\circ$ e $\mu_c = 0,3 \text{ eV}$.

5 CONCLUSÃO

Os desafios envolvendo o controle baseado no acoplamento crítico no modulador óptico em anel apresentado em [6] têm como base a modulação eficiente do coeficiente de atenuação α do ressonador. O grafeno apresentou um papel satisfatório na estrutura, sendo possível encontrar um ponto de corte, sempre com uma atenuação acima de 3 dB, ao longo de toda a faixa de frequência testada, apenas variando a dimensão do arco θ de grafeno na estrutura. O controle da transmissão se deu de forma igualmente eficiente, com a simples variação do potencial químico no grafeno foi possível alcançar condições de corte e de transmissão com uma razão de extinção de aproximadamente 23,45 dB.

O modulador estudado nesse trabalho, baseado no dispositivo apresentado em [2], foi projetado para alcançar o acoplamento crítico quando o grafeno apresentar alta condutividade óptica, situação em que o coeficiente de atenuação α no anel contribui para que a condição expressa em (4.12) ocorra e, assim, faça com que interferências destrutivas aconteçam no final da região de acoplamento, extinguindo, dessa forma, a transmissão da frequência acoplada no ressonador.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] A. K. Geim and K. S. Novoselov, "The rise of graphene," *Nat. Mater.* **6**, 183–191 (2007)
- [2] - Michele Midrio; Stefano Boscolo; Michele Moresco; Marco Romagnoli; Costantino De Angelis; Andrea Locatelli and Antonio-Daniele Capobianco, "Graphene–assisted critically–coupled optical ring modulator," *Opt. Express* **20**, 23144-23155 (2012)
- [3] Liu, Ming; Yin; Xiaobo; Ulin-Avila; Erick; Geng; Baisong; Zentgraf; Thomas; Ju; Long; Wang; Feng; Zhang; Xiang (8 May 2011). "A graphene-based broadband optical modulator". *Nature* **474** (7349): 64–67 (2011)
- [4] Zhaolin Lu and Wangshi Zhao, "Nanoscale electro-optic modulators based on graphene-slot waveguides," *J. Opt. Soc. Am. B* **29**, 1490-1496 (2012)
- [5] R. Soref and B. Bennett, "Electrooptical effects in silicon," *IEEE J. Quantum Electron.* **23**(1), 123–129 (1987).
- [6] A. Yariv, "Critical coupling and its control in optical waveguide-ring resonator systems," *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 14, no. 4, pp. 483–485, Apr. 2002.
- [7] Dresselhaus M.S. Solid State Physics 2, Optical Properties Of Solids (198s)_PS_.pdf (lecture notes).
- [8] Borges, Ben-Hur Viana. Apostila de Comunicações Ópticas (Notas de aula).
- [9] T. Stauber, N. M. R. Peres, and A. K. Geim, "The Optical conductivity of graphene in the visible region of the spectrum," *Phys. Rev. B* **78**, 085432 (2008).
- [10] Hu JIN, "Electronic Band Structure of Graphene", *Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou, China, 310058, May 7, 2012*.
- [11] K. L. Shepard, I. Meric, and P. Kim, "Characterization and modeling of graphene field-effect devices," *Proceedings of the International Conference on Computer-Aided Design*, 2008, pp. 406-411.
- [12] J. N. Fuchs and M. O. Goerbig, "Introduction to the Physical Properties of Graphene", *Lecture Notes* (2008).
- [13] Tahy, Kristóf. 2D Graphene and Graphene Nanoribbon Field Effect Transistors.
- [14] Engheta N. and Vakil A., "One-Atom-Thick IR Metamaterials and Transformation Optics Using Graphene", 2011.
- [15] S. A. Mikhailov and K. Ziegler, "New Electromagnetic Mode in Graphene," *Phys. Rev. Lett.* **99**, 016803 (2007).