

GUSTAVO ESTEVES ALBIERI

Estudo de perdas em polos maciços de máquinas síncronas

São Paulo
2014

GUSTAVO ESTEVES ALBIERI

Estudo de perdas em polos maciços de máquinas síncronas

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia

Orientador: Prof. Dr. Ivan Chabu.
Coordenador: Prof. Dr. Luiz C. R. Galvão

São Paulo
2014

GUSTAVO ESTEVES ALBIERI

Estudo de perdas em polos maciços de máquinas síncronas

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia

Área de Concentração:
Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Ivan Chabu.
Coordenador: Prof. Dr. Luiz C. R. Galvão

São Paulo

2014

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao meu orientador, Prof. Dr. Ivan Chabu, cuja colaboração foi essencial para a realização deste trabalho. Por estar sempre presente para ajudar e esclarecer dúvidas, assim como por ter permitido a utilização dos recursos da empresa Equacional Elétrica e Mecânica LTDA para as partes experimentais do projeto.

Por fim, agradeço também aos funcionários Luiz e Daniel da Equacional, que me auxiliaram durante o período em que estive na empresa.

RESUMO

Recentemente, após uma série de testes em um motor projetado em 2003 na Escola Politécnica da USP como Projeto de Formatura, as superfícies de suas sapatas polares mostraram uma coloração azulada. Esta coloração é evidência de que a temperatura nesta região atingiu valores elevados, cujo motivo mais provável é a ação de correntes parasitas induzidas nesta superfície. A indução de correntes pode ocorrer em máquinas síncronas devido ao efeito das ranhuras do estator, que provocam uma redução do campo magnético na região abaixo delas, de forma que o campo, visto pelo rotor, apresenta uma componente pulsante. Este motor síncrono serve como objeto de estudos deste trabalho, que apresenta uma análise das perdas causadas por esta indução de correntes parasitas. Inicialmente, em uma abordagem teórica do problema, o cálculo é feito seguindo um modelo analítico, encontrado em literatura sobre o tema, assim como por simulação pelo método dos elementos finitos. Com isso, o motor é levado a um laboratório para a realização de testes, a fim de levantar as curvas de perdas e confirmar os dados teóricos. Posteriormente, uma ação corretiva é proposta, parametrizada e implementada, a fim de reduzir as perdas. Por fim, novos testes são feitos no motor e a eficácia da ação corretiva é analisada e discutida.

Palavras-Chave: Máquinas elétricas. Máquinas síncronas. Correntes parasitas. Polos maciços.

ABSTRACT

Recently, after a set of tests in a motor, which was designed and constructed in 2003 for a Graduation Project in "Escola Politécnica da USP", the surface area of its pole shoes showed a bluish discoloration. This discoloration is an evidence that the temperature in this region reached high values, whose most probable cause is the action of induced eddy-currents in the pole shoes surface. Eddy currents induction can happen in synchronous machines due to the effect of the stator slots, which cause a reduction in the magnetic field beneath them, in such a way that this field presents an oscillating component from the rotor's perspective. This synchronous motor is the object of study in this work, which presents an analysis of the losses caused by these induced eddy currents. Initially, in a theoretical approach, the calculation is made according to an analytical model, found in the literature concerning this theme, as well as by simulation using the finite elements method. Besides that, the motor is taken to laboratory tests, in order for the losses curves to be obtained and compared with the theoretical results. Afterwards, a corrective action is proposed and implemented, in order to reduce the losses. Finally, a new set of tests is made and the effectiveness of the corrective action is analyzed and discussed.

Keywords: Electrical machines. Synchronous machines. Eddy-currents. Massive poles

SUMÁRIO

1. Introdução	8
1.1. Motivação	8
1.2. Objetivos e metodologia	8
2. Fundamentação teórica	10
2.1. Tipos de perdas em máquinas elétricas rotativas	10
2.2. Máquinas síncronas com polos salientes maciços	10
2.3. Efeito das ranhuras do rotor no campo do entreferro	11
3. Revisão bibliográfica	14
4. Apresentação do motor de testes	15
4.1. Topologia do motor	15
4.2. Induções no motor	16
4.3. Dimensões do motor	17
4.4. Apresentação do problema	17
4.5. Estimativa das perdas superficiais nas sapatas polares	18
5. Descrição analítica do problema	21
5.1. Resumo do equacionamento	21
5.2. Aplicação ao problema	22
6. Simulação numérica do motor de testes	25
6.1. Introdução	25
6.2. Simulação da distribuição do campo no entreferro	25
6.2.1. Definição da geometria	25
6.2.2. Atribuição de materiais e condições de contorno	26

6.2.3. Condições da simulação	26
6.2.4. Resultados	27
6.3. Simulação das perdas nas sapatas polares	28
6.3.1. Definição de geometria	28
6.3.2. Resultados	29
7. Ensaio em laboratório	30
7.1. Ensaio em vazio	30
7.2. Ensaio em curto circuito	32
7.3. Ensaio como motor em sincronismo.....	33
8. Análise dos resultados parciais	35
9. Ação corretiva para redução de perdas.....	36
9.1. Definição	36
9.2. Determinação dos parâmetros	36
9.3. Implementação da medida	37
10. Verificação da eficácia da ação corretiva	39
10.1. Novos ensaios em laboratório.....	39
10.2. Análise dos resultados finais.....	41
11. Conclusão.....	43
12. Referências Bibliográficas	44
Apêndice A. Indução de correntes parasitas em meio maciço	45
Apêndice B. Dados dos ensaios em laboratório	51
Anexo A. Dimensões do motor de testes	53

1. Introdução

1.1. Motivação

Em 2003, um Projeto de Formatura realizado na Escola Politécnica da USP teve como tema o projeto e construção de um “motor de corrente contínua, sem escovas, sem ímãs permanentes, com um circuito magnético não usual”. Este motor é constituído por um rotor passivo, sem enrolamentos ou ímãs, possibilitando a operação em elevada rotação [1].

Recentemente, o motor construído foi submetido a testes, os quais mostraram uma alta elevação de temperatura nos polos do rotor, evidenciada pela coloração azulada do aço na superfície das sapatas polares, efeito da oxidação do ferro. Isto pode ser explicado pelo fato do rotor ser construído com polos maciços, ou seja, não laminados, combinado com um entreferro de pequena espessura.

Usualmente, máquinas com polos maciços possuem entreferros relativamente grandes, de forma que a pulsação causada pelas ranhuras do estator no campo magnético é bastante amenizada e praticamente não chega aos polos. No motor estudado, entretanto, esta pulsação induz correntes parasitas nas sapatas polares, que devido à grande área de atuação são bastante elevadas, causando o aumento na temperatura verificado nos testes.

1.2. Objetivos e metodologia

O objetivo deste trabalho consiste em realizar uma análise das perdas em polos maciços de máquinas síncronas.

Isto se dá, inicialmente, por meio de uma descrição analítica do problema, seguindo métodos encontrados em literatura publicada sobre o tema. Além disso, as perdas do motor são também simuladas por meio de métodos numéricos e os resultados comparados e analisados.

Em um segundo momento, o motor é submetido a testes, a fim de se quantificar as perdas reais da máquina e uma medida para reduzi-las é proposta e implementada. Com isso, novos testes são realizados e a eficácia da medida corretiva analisada e discutida.

2. Fundamentação teórica

2.1. Tipos de perdas em máquinas elétricas rotativas

Todos os tipos de máquina apresentam, durante sua operação, perdas que afetarão seu rendimento. No caso de máquinas elétricas rotativas estas perdas podem ser basicamente divididas em quatro categorias [2]:

1. Perdas nos enrolamentos: liberação de calor gerado pela corrente fluindo nos enrolamentos com resistência diferente de zero.
2. Perdas de fricção: perdas causadas por fricção nos rolamentos e mancais. Em máquinas com contatos mecânicos há também fricção nas escovas.
3. Perdas na ventilação: em caso de ventoinha acoplada ao eixo mecânico, energia adicional é necessária para a ventilação da máquina.
4. Perda fundamental no ferro: perdas usualmente no núcleo laminado do estator causadas por histerese e indução de correntes Foucault.
5. Perdas adicionais: outras fontes de perdas, por exemplo, referentes à indução de correntes em sapatas maciças em máquinas síncronas.

O foco deste trabalho é o estudo da última categoria de perdas, especificamente as que ocorrem na superfície de sapatas maciças da máquina devido à variação de fluxo magnético. O objeto de estudo são especificamente geradores com polos maciços, nos quais o efeito das correntes induzidas pelo fluxo pulsante é bastante visível.

2.2. Máquinas síncronas com polos salientes maciços

Um dos problemas ao se tratar de máquinas síncronas é o método de partida até a sincronização do campo magnético indutor com o campo girante estatórico.

No caso de motores, é comum o uso de barras amortecedoras, semelhantes às usadas nos motores de gaiola, que além de servirem para amortecer as oscilações do rotor em regime permanente, também permitem sua partida em modo assíncrono. Isso ocorre, pois em caso de haver uma diferença entre as velocidades angulares do rotor e do

campo girante, ou seja, caso haja um escorregamento, corrente elétrica é induzida, causando um torque no sentido de anular este escorregamento.

Entretanto, em algumas aplicações esta corrente induzida pode atingir valores muito altos, causando uma forte elevação na temperatura e podendo até fundir as barras de amortecimento. Nestes casos, uma melhor opção é o uso de polos maciços no rotor, na superfície dos quais correntes parasitas serão induzidas, causando o mesmo efeito das barras amortecedoras. Assim, as correntes não ficam limitadas a uma região restrita e os esforços térmicos no rotor serão menores.

2.3. Efeito das ranhuras do rotor no campo do entreferro

Ao se utilizar um estator com ranhuras para o alojamento do enrolamento trifásico, provoca-se uma alteração no caminho seguido pelo fluxo magnético, em relação a um estator completamente liso. Isto ocorre, pois as linhas de campo tendem a seguir pelos dentes, se acumulando nessa região, ocasionando uma redução da densidade de fluxo nas áreas abaixo das ranhuras.

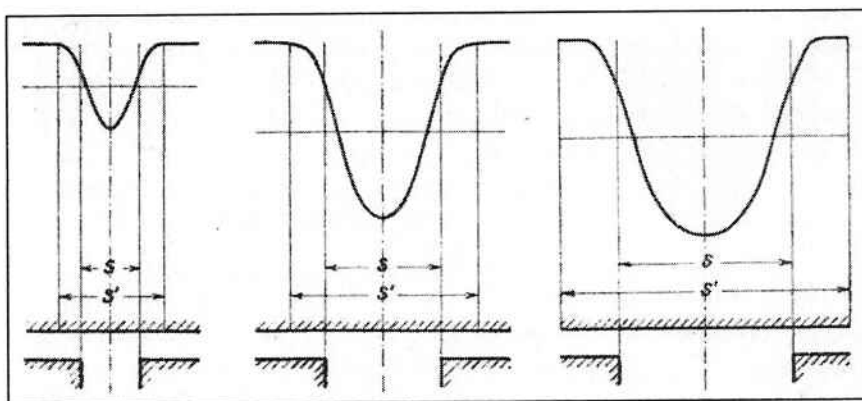


Figura 1: Componente normal da indução para diferentes relações ranhura/entreferro [3]

Desta forma, considerando uma excitação uniforme ao longo do perímetro do motor, a indução magnética na região do entreferro terá um ponto de máximo logo abaixo de cada dente e um mínimo abaixo de cada ranhura, o qual depende da relação entre abertura da ranhura e espessura do entreferro, como se pode ver na Figura 1.

A determinação desta redução da indução nas regiões das ranhuras se dá pela seguinte relação: [3]

$$\beta = \frac{B_0}{B_{\max}} = \frac{B_{\max} - B_{\min}}{2B_{\max}} \quad (1)$$

Os parâmetros B_0 , $B_{\max}$ e $B_{\min}$ estão ilustrados na Figura 2 e o termo β pode ser obtido graficamente da curva da Figura 3, a qual o representa para diferentes relações de abertura da ranhura com espessura do entreferro. Os outros termos observados nesta figura são de menor importância para este trabalho e não serão aqui explicados.

Este efeito das ranhuras na indução do entreferro tem influência na operação da máquina e deve ser levado em conta em sua fase de projeto.

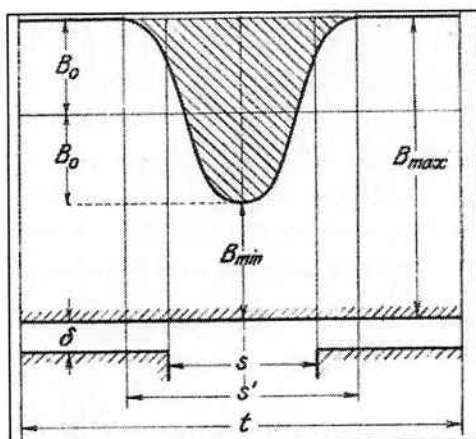


Figura 2: Queda da indução na região da ranhura [3]

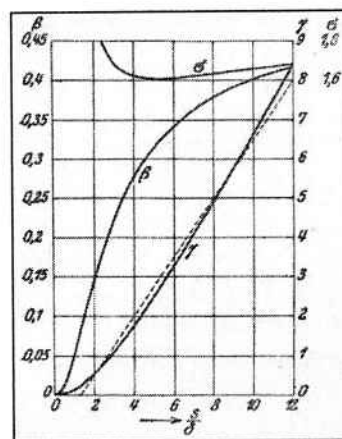


Figura 3: Distribuição do fator β de acordo com a relação entre ranhura e entreferro [3]

Uma forma de levar em conta este fenômeno é por meio do fator de Carter, que considera, para efeito de cálculo de circuito magnético, um entreferro equivalente maior que o original, necessitando assim uma maior excitação para uma mesma indução magnética.

Um outro efeito, mais importante para o contexto deste trabalho, é a indução de correntes parasitas em sapatas polares maciças devido a esta pulsação no campo magnético. Esta indução ocorre a uma frequência de

$$f = N \cdot n \quad (2)$$

em que N é o número de ranhuras no estator e n a velocidade do rotor, em rotações por segundo (rps). Como as ranhuras estão fixas no estator, a pulsação do campo é ocasionada pela rotação do rotor, sendo o comprimento desta onda pulsante igual a um passo de ranhura.

3. Revisão bibliográfica

Neste capítulo são apresentados os trabalhos encontrados por meio de pesquisa bibliográfica, que contaram com métodos analíticos para a resolução do problema de indução de correntes por variação de fluxo magnético.

No ano 2000, uma dissertação de Mestrado realizada na Escola Politécnica da USP [4] tratou de um estudo de correntes induzidas em meios maciços com aplicação no projeto de freios de correntes parasitas (freios Foucault). Neste trabalho, a primeira parte apresenta uma descrição analítica do fenômeno por meio de uma rotina de cálculos com o objetivo de determinar o efeito das correntes na força exercida pela máquina.

Em 2007, uma tese de Doutorado realizada na universidade alemã TU Darmstadt [5], teve como tema o design de um atuador para a aplicação em sistemas ferroviários, com o objetivo de aumentar o coeficiente de atrito entre o trem e o trilho. Este atuador funciona por meio de indução de correntes parasitas no trilho, que provocam uma força de atração. Esta indução é descrita também analiticamente, de uma forma similar àquela realizada no primeiro trabalho.

Apesar de serem duas aplicações diferentes, ambos os procedimentos seguem o mesmo método para descrever o fenômeno de indução analiticamente, aplicando as leis de Maxwell nas diferentes regiões do sistema e encontrando assim as equações para as respectivas variáveis. Os dois fazem simplificações do problema, como considerar geometrias planas e meios lineares, que facilitam a descrição analítica e também foram adotadas neste trabalho.

4. Apresentação do motor de testes

A máquina de testes foi projetada em um Projeto de Formatura realizado na Escola Politécnica da USP em 2003 [1] como um motor *brushless*. Com o objetivo de solucionar os problemas de motores *brushless* usuais, como o uso de ímãs permanentes, este motor foi projetado com uma topologia não usual, com ambos os enrolamentos trifásico e de excitação localizados no estator e com um rotor sem ímãs feito de polos maciços. A seguir, as características do motor serão apresentadas.

4.1. Topologia do motor

A Figura 4 mostra a topologia do motor estudado. Por ser o rotor constituído por polos maciços o fluxo magnético flui na direção axial, encontrando, além do entreferro entre o pacote e os polos, um entreferro auxiliar entre os polos e a tampa do rotor. Desta forma, o fluxo segue pela tampa para o próximo polo e fecha o circuito magnético.

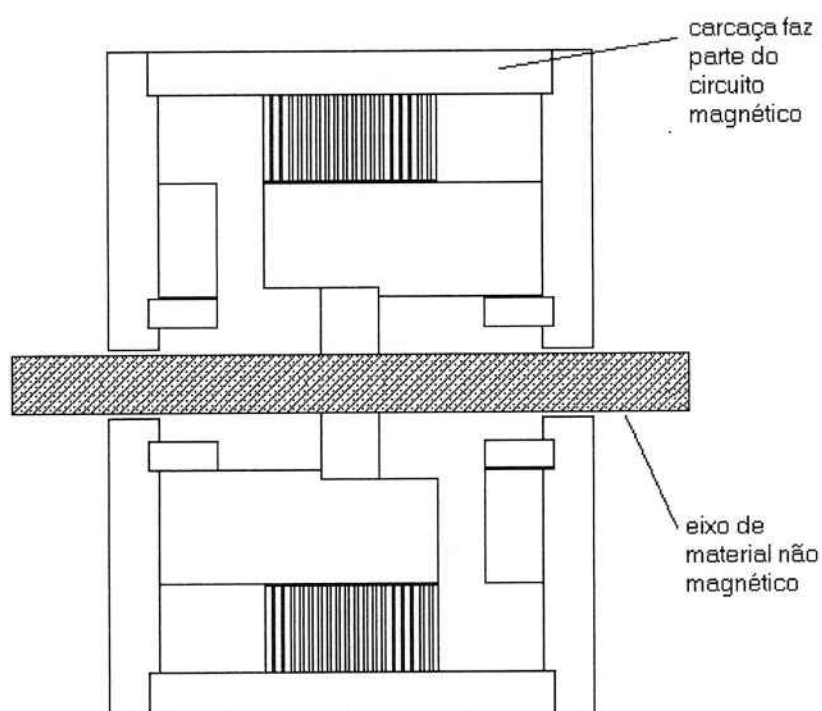


Figura 4: Topologia do motor de testes

Na Figura 5, o rotor e o estator do motor são mostrados. O estator tem a forma usual, com um enrolamento trifásico de seis polos dividido entre 36 ranhuras. No funcionamento como motor *brushless*, as fases deste enrolamento são ligadas a um circuito eletrônico, com transistores de potência que determinam quais fases devem ser alimentadas, baseado na posição atual do rotor. Além deste modo de operação, a máquina também pode ser utilizada como gerador síncrono.

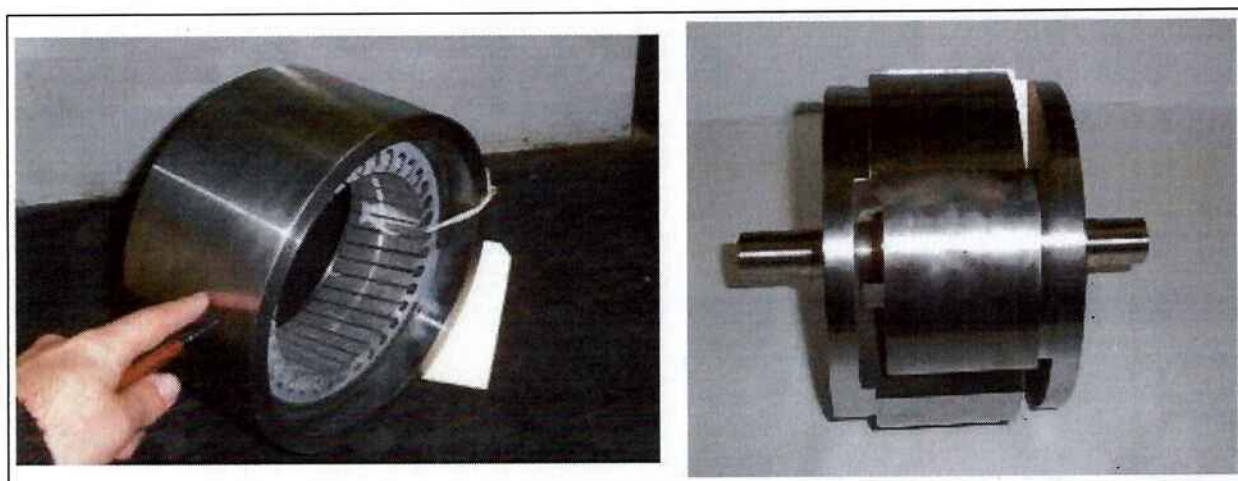


Figura 5: Estator e rotor do motor de testes

4.2. Induções no motor

Tabela 1: Induções nas diferentes partes do circuito magnético

Trecho	B	H	Comprimento	FMM do trecho
Entreferro principal	0,70 T	5570 Aesp/cm	0,86 mm	483 Aesp
Dente	1,62 T	21,5 Aesp/cm	1,57 cm	33,8 Aesp
Coroa	1,58 T	15,12 Aesp/cm	11,2 cm	169,3 Aesp
Tampa	1,30 T	1,59 Aesp/cm	5,8 cm	9,2 Aesp
Polo transversal	1,50 T	7,64 Aesp/cm	3,5 cm	26,7 Aesp
Carcaça	0,82 T	0,4 Aesp/cm	5,0 cm	2,0 Aesp
Entreferro auxiliar	0,68 T	5411 Aesp/cm	0,25 mm	140 Aesp

Na Tabela 1 os valores de indução nas diferentes partes do motor são apresentados. Observa-se que nenhuma região opera com grande saturação, sendo as maiores densidades de fluxo encontradas nos dentes.

4.3. Dimensões do motor

As dimensões mecânicas do motor de testes foram retiradas do trabalho original em que ele foi apresentado [1] e estão mostradas no Anexo A.

4.4. Apresentação do problema

O problema de perdas que serve como motivação para este trabalho foi descoberto somente vários anos após o projeto do motor, durante uma série de testes para caracterizá-lo. Nesta ocasião, o rotor foi desmontado e foi percebida uma coloração azulada na superfície das sapatas polares, o que evidencia um grande aumento de temperatura nesta região. Para este trabalho, o motor foi reaberto e as condições encontradas são apresentadas na Figura 6.

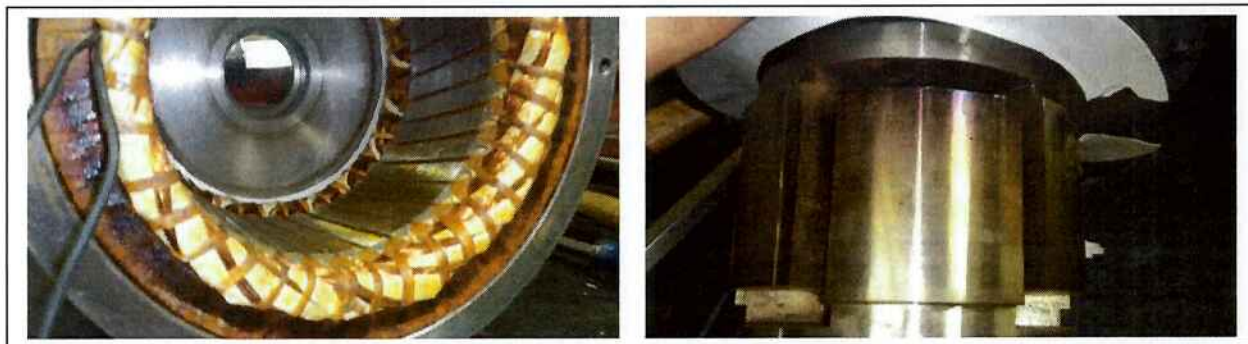


Figura 6: Condição do motor 11 anos após sua construção

Como o enrolamento de excitação desta topologia está alojado no estator, a única explicação plausível encontrada para o aquecimento no rotor, percebido pela coloração azulada dos polos, é o efeito de pulsação do campo magnético devido às ranhuras estatóricas, que causa indução de correntes na superfície dos polos, que por sua vez causam perdas e aumentam a temperatura.

4.5. Estimativa das perdas superficiais nas sapatas polares

Apesar de, na época em que o motor foi projetado, o fenômeno de indução de correntes parasitas nas sapatas polares não ter sido estudado, com as informações fornecidas no trabalho original é possível fazer uma estimativa aproximada dessas perdas, de forma a se ter uma ideia inicial de sua ordem de grandeza.

Naquela ocasião, foram realizados diversos ensaios, entre eles, o levantamento das perdas com o motor operando em vazio e sem excitação. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 7, para uma rotação de 1200 rpm.

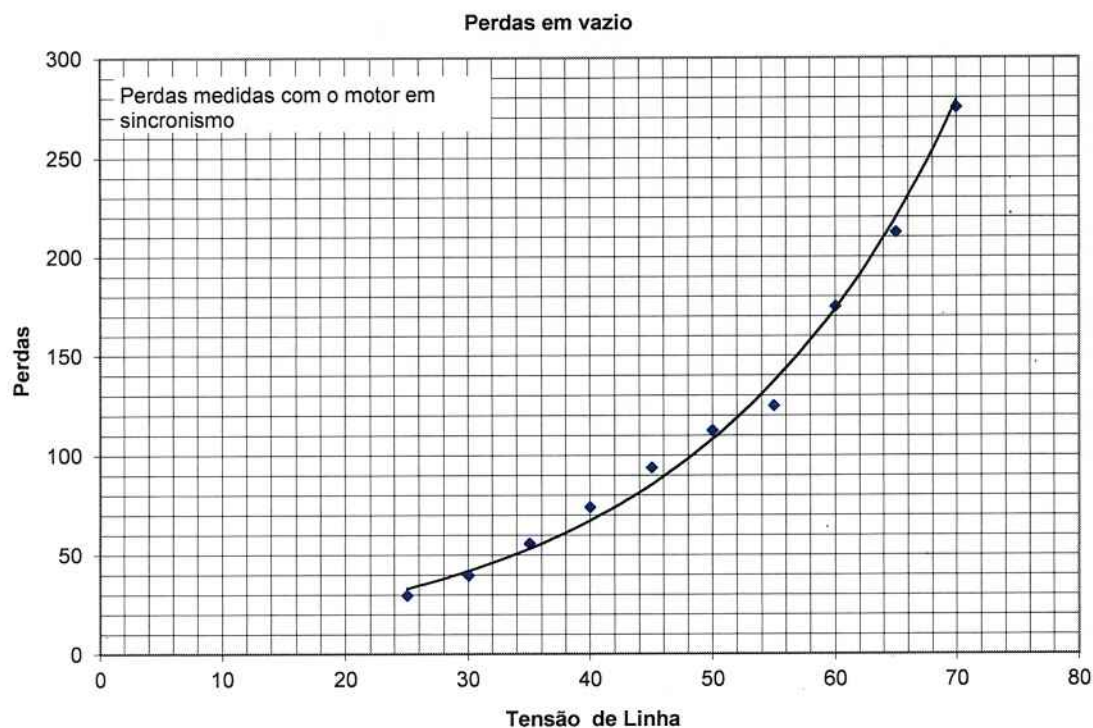


Figura 7: Curva de perdas com o motor em vazio [1]

Neste ensaio, o rotor é girado externamente por um motor de corrente contínua em sincronismo com o campo magnético gerado pelos enrolamentos do estator, alimentados com tensão trifásica, enquanto o enrolamento de excitação é mantido em aberto. Desta maneira, a potência ativa medida no eixo corresponde à soma das perdas

fundamentais no ferro, perdas Joule, perdas mecânicas, além das perdas por pulsação que supostamente ocorrem no rotor.

Como todas as perdas conhecidas podem ser numericamente determinadas, a diferença observada é estimada como sendo causada pela indução de correntes parasitas nas sapatas polares.

Ao se extrapolar a curva para uma tensão de linha nula, obtém-se o valor das perdas mecânicas, pois neste caso não há corrente fluindo nos enrolamentos. Neste caso, observa-se um valor de cerca de 15 W, que se mantém constante para uma mesma velocidade.

Em [1] é feito o cálculo das perdas fundamentais no ferro. Estas perdas são divididas em perdas por histerese e perdas Foucault, que são proporcionais à frequência de pulsação do fluxo no pacote e ao seu quadrado, respectivamente.

$$P_h = k_h \cdot f \cdot B^n$$

$$P_f = k_f \cdot f^2 \cdot t^2 \cdot B^2$$

Para a operação nominal, em que o motor apresenta as induções vistas na Tabela 1, os cálculos chegaram nos valores de 25,16 W na coroa e 14,07 W nos dentes, totalizando 39,23 W referentes à perda fundamental no ferro.

Com, isso, o próximo passo é o cálculo das perdas Joule no estator. Na Figura 8 encontra-se a curva de outro ensaio realizado na época, a curva "V" do motor, obtida a 1200 rpm e tensão de linha de 56 V. Desta curva, extrai-se que a corrente de linha absorvida quando não há excitação é de cerca de 13 A. Junta-se a isso a informação da resistência de 0,3465 Ω , medida entre dois terminais do enrolamento, e é possível obter as perdas pela seguinte expressão.

$$P_j = 0,3465 \cdot 13^2 \cdot 1,5 = 87,84 \text{ W}$$

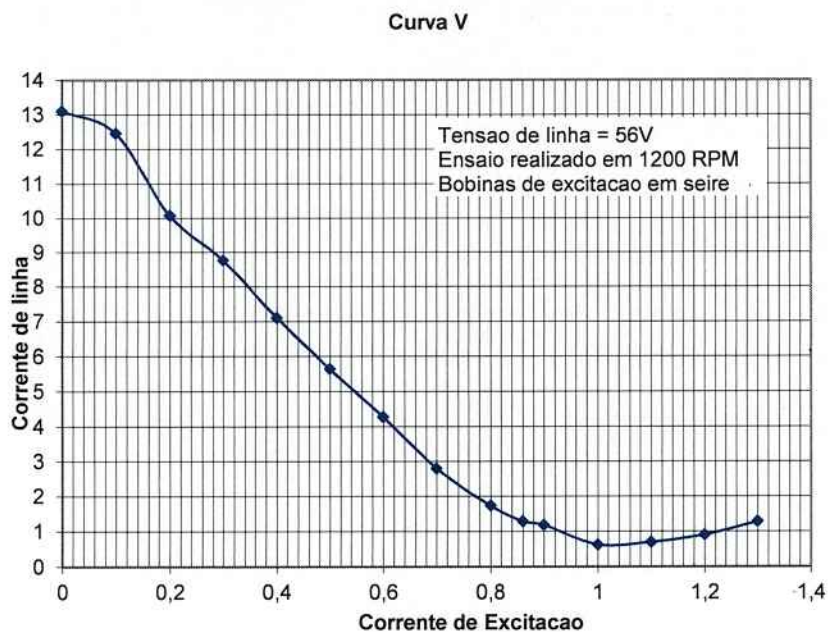


Figura 8: Curva "V" do motor de testes [1]

Assim, de acordo com a curva da Figura 7, tem-se para uma tensão de cerca de 56 V um valor de perda total de cerca de 160W. Assim, ao se subtrair deste valor as perdas calculadas anteriormente, resulta:

$$160 \text{ W} - 15 \text{ W} - 39,23 \text{ W} - 87,84 = 17,93 \text{ W}$$

Com isto, estima-se que as perdas na superfície das sapatas polares por pulsação de campo correspondam a cerca de 18 W, ou seja, cerca de 3 W por polo.

5. Descrição analítica do problema

5.1. Resumo do equacionamento

O método utilizado para descrever analiticamente o fenômeno de indução de correntes parasitas em meios maciços e as perdas atribuídas a eles foi apresentado em [5] e será aqui apenas brevemente explicado e aplicado ao problema aqui estudado. Uma descrição mais detalhada é apresentada no Apêndice A.

O modelo utilizado é apresentado na Figura 9, no qual a região "A" representa o estator da máquina, com permeabilidade magnética infinita e condutividade nula. A região "B" é o entreferro e a região "C" é o objeto principal de estudo, que é o polo do rotor, com material maciço com permeabilidade e condutividade finitas e velocidade v em relação ao estator.

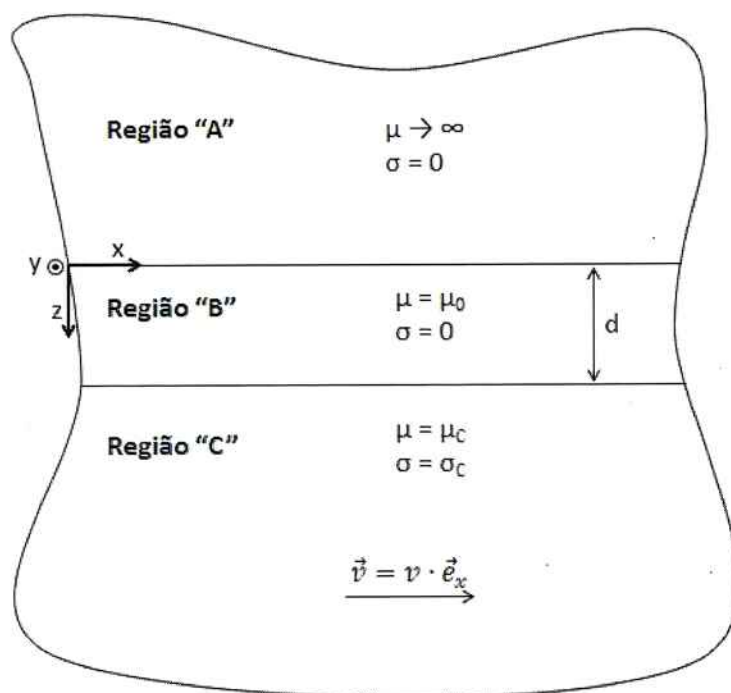


Figura 9: Modelo utilizado para o equacionamento do problema

A excitação é considerada senoidal no tempo e tem distribuição espacial também senoidal na direção x . Assim, o campo magnético nas regiões "B" e "C" também segue a mesma distribuição e pode ser representado da seguinte maneira:

$$\vec{B}(x, z, t) = \Re\{[B_x(z)\vec{e}_x + B_z(z)\vec{e}_z]e^{j(\omega t - kx)}\} = B_x\vec{e}_x + B_z\vec{e}_z \quad (3)$$

Com a aplicação das condições de contorno e resolvendo as equações diferenciais, encontra-se os parâmetros desconhecidos para as duas regiões:

$$\begin{aligned} B_{zB}(z) &= K_B e^{kz} + L_B e^{-kz} \quad , \quad B_{zC}(z) = K_C e^{k\beta z} + L_C e^{-k\beta z} \\ B_{xB}(z) &= -j(K_B e^{kz} - L_B e^{-kz}) \quad , \quad B_{xC}(z) = -j\beta(K_C e^{k\beta z} - L_C e^{-k\beta z}) \end{aligned} \quad (4)$$

em que os termos K_B , L_B , K_C e L_C são dados por:

$$\begin{aligned} K_B &= j\mu_0 \hat{\alpha} + L_B \quad , \quad L_B = \frac{-j\mu_0 \hat{\alpha} e^{kd} (1 + \beta \frac{\mu_0}{\mu_C})}{2(\sinh(kd) + \cosh(kd))} \\ K_C &= 0 \quad , \quad L_C = (j\mu_0 \hat{\alpha} e^{kd} + 2L_B \cosh(kd)) e^{k\beta d} \end{aligned} \quad (5)$$

Uma vez conhecida a distribuição do campo magnético, a densidade de corrente induzida na região "C" é determinada por:

$$J_{yC}(x, z, t) = \Re\{\hat{J}_{yC}(z)e^{j(\omega t - kx)}\} \quad (6)$$

$$\hat{J}_{yC}(z) = \frac{1}{\mu_C} (jkL_C e^{-k\beta z} + (-jk\beta^2)L_C e^{-k\beta z}) \quad (7)$$

e a perda média causada por unidade de comprimento na direção y e por comprimento de onda λ :

$$P_f = \int_0^\lambda dx \frac{1}{T} \int_1^T dt \int_{z=d}^\infty dz \frac{1}{\sigma_c} \cdot J_{yC}^2(x, z, t) = \frac{\lambda}{2\sigma_c} \int_{z=d}^\infty |\hat{J}_{yC}(z)|^2 dz \quad (8)$$

5.2. Aplicação ao problema

Feito o equacionamento, é possível agora substituir os valores para que as perdas sejam encontradas para o problema aqui tratado.

Como a descrição analítica usa a simplificação de que a permeabilidade magnética do material do rotor é linear, um valor de permeabilidade relativa teve de ser escolhido, de forma que a curva de indução original fosse suficientemente bem representada. Desta forma, foi atribuído ao rotor um valor de $\mu_r = 1500$ e a curva linearizada é apresentada juntamente com a curva real de magnetização do aço carbono 1020 na Figura 10.

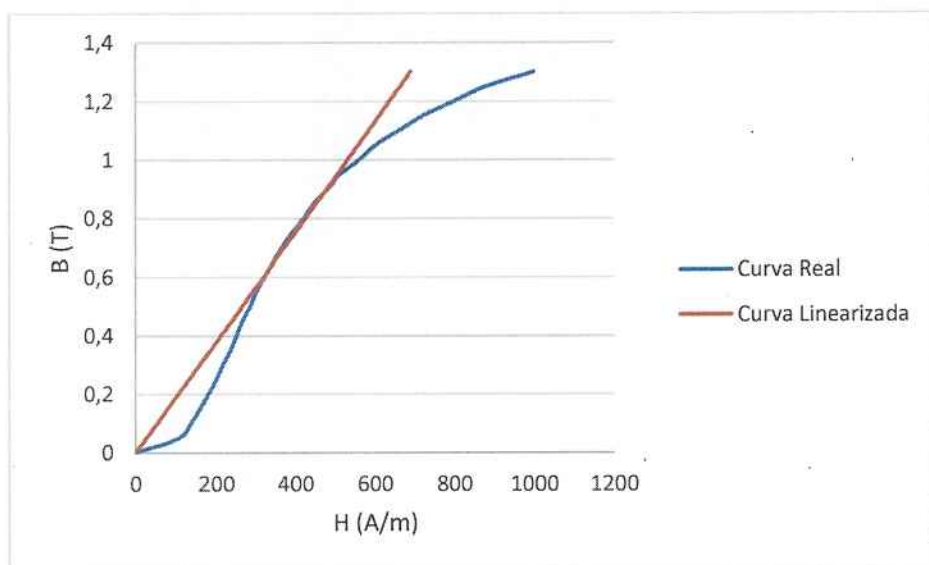


Figura 10: Curva linearizada em relação à curva original

De acordo com a curva apresentada na Figura 3, para uma relação entre abertura da ranhura e entreferro de $2,2/0,8 = 2,75$, tem-se um valor de $\beta = 0,2$, o que resulta numa amplitude de pulsação de campo igual a $0,2 \cdot 0,7 = 0,14$ T.

A excitação foi escolhida de forma que a amplitude da indução magnética no centro do entreferro correspondesse ao valor calculado, como pode ser visto na Figura 11. Nela está representado o valor da densidade de fluxo ao longo de uma sapata polar, o que abrange cinco dentes do estator.

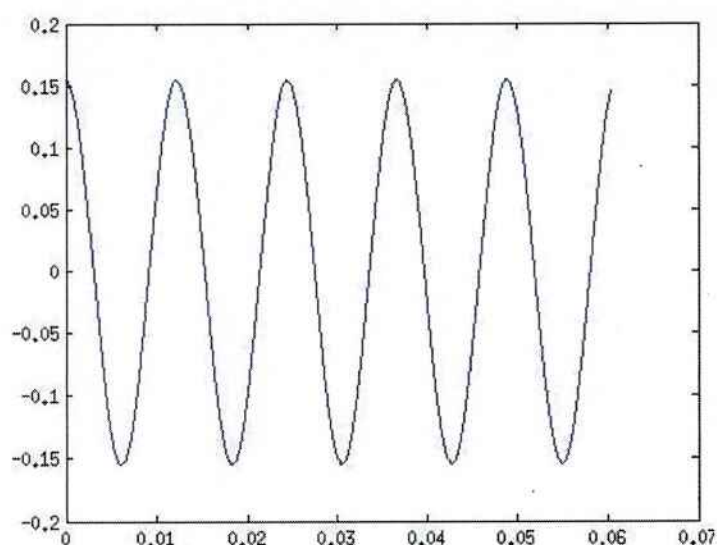


Figura 11: Indução magnética no centro da região "B". No eixo x, posição do entreferro ao longo da direção x (m). No eixo y, indução magnética (T).

Na Tabela 2 são encontrados os valores para os diferentes parâmetros utilizados no cálculo analítico.

Tabela 2: Valores utilizados para o cálculo analítico das perdas

Permeabilidade relativa da região C	$\mu_{c,r}$	1500
Condutividade do material em C	σ_c	5,8 MS
Densidade linear de corrente	α	50000 A/m
Comprimento de onda	λ	12,2 mm
Largura do entreferro	l_g	0,8 mm
Velocidade da região C	v	4,35 m/s
Frequência	f	0 Hz

Ao se fazer os cálculos para esta configuração, obtém-se um valor de perdas de 1,73 W para uma sapata polar, totalizando 10,35 W para o motor inteiro.

6. Simulação numérica do motor de testes

6.1. Introdução

Outra maneira de determinar as perdas nos polos maciços da máquina é por meio de simulação numérica. Neste trabalho, o programa usado é o FEMM 4.2, um software que utiliza o método dos elementos finitos para resolver problemas nas áreas de magnetostática, magnetodinâmica, eletrostática, problemas térmicos e de fluxo de corrente.

Para isto, o usuário deve apresentar a geometria do objeto de estudos e definir as condições do problema, atribuindo os materiais para as diferentes regiões, assim como as condições de contorno. Com isso, o programa divide a geometria em uma quantidade finita de elementos triangulares (elementos finitos), de modo que as equações do problema sejam resolvidas individualmente para cada elemento, e posteriormente integradas para representar o resultado referente à geometria inteira.

6.2. Simulação da distribuição do campo no entreferro

A primeira simulação a ser feita é a da distribuição do campo magnético ao longo do entreferro. Com isso, será possível verificar realmente como as ranhuras do entreferro influenciam neste aspecto.

6.2.1. Definição da geometria

Como o FEMM 4.2 só permite o cálculo em duas dimensões, a representação do motor de testes teve que ser feita de maneira simplificada, visto que sua topologia foi projetada para que o fluxo magnético seguisse nas três dimensões.

Desta maneira, a ligação magnética entre dois polos do rotor não é considerada como na forma original, seguindo a direção axial e passando pela tampa, mas é representada por meio de uma coroa no rotor. Assim, o circuito magnético se situa apenas em um plano.

A geometria utilizada para as simulações pode ser vista na Figura 12, assim como a distribuição da malha de elementos finitos.

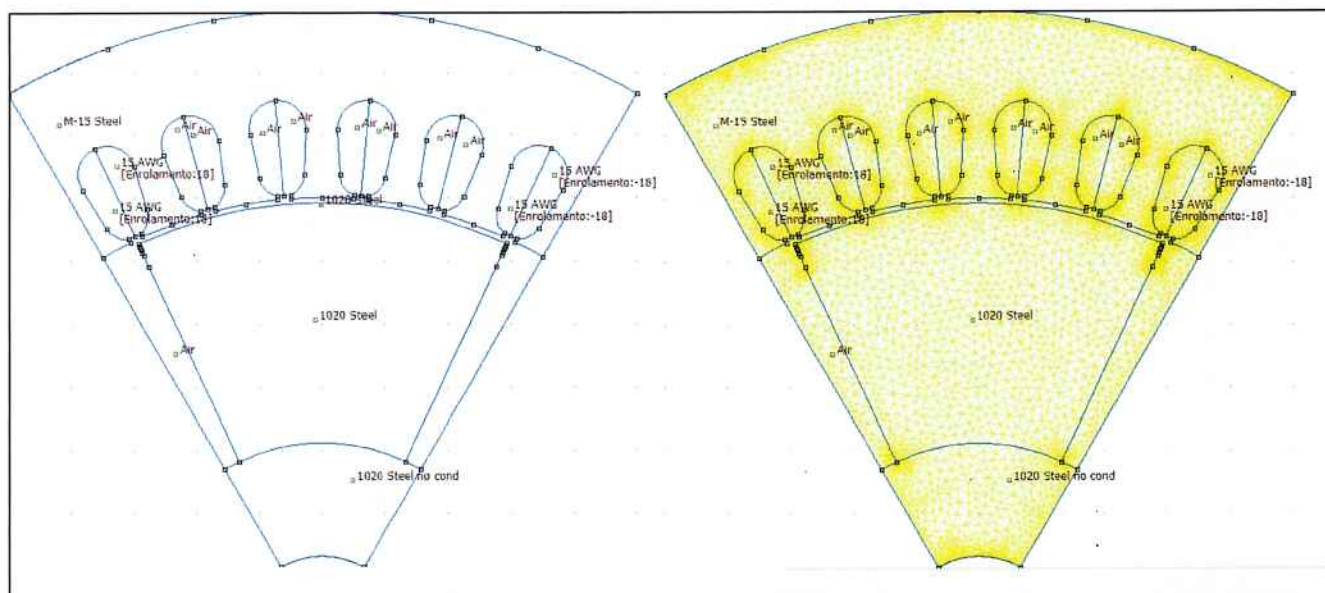


Figura 12: Geometria do motor de testes no FEMM 4.2 sem e com a malha de elementos finitos

6.2.2. Atribuição de materiais e condições de contorno

Com a geometria definida, os materiais são atribuídos às diferentes partes do modelo. Ao estator é atribuído aço silício, com chapas de 0,5 mm e fator de laminação de 98%. O rotor é simulado com aço carbono maciço e às bobinas é atribuído cobre.

Nas áreas de fronteira da geometria, as seguintes condições de contorno são definidas. Na superfície do diâmetro externo do estator e do diâmetro interno do rotor o fluxo magnético só apresenta componente tangencial, não sendo capaz de atravessar essas fronteiras. Para aproveitar a simetria do motor, apenas um polo é simulado, utilizando-se para isso do recurso de fronteiras antiperiódicas nas regiões entre polos.

6.2.3. Condições da simulação

Para a excitação da máquina, é considerado um enrolamento cobrindo um passo polar e alimentado com corrente contínua. O número de espiras e o valor da corrente são

escolhidos de tal forma que o valor máximo da indução magnética no entreferro corresponda àquele projetado, como visto na Tabela 1.

Na janela de definição do problema, este é definido como planar, com profundidade de 60 mm, equivalente ao comprimento do pacote do estator.

6.2.4. Resultados

Na Figura 13 são apresentadas as linhas de fluxo no motor, enquanto a Figura 14 mostra a distribuição da indução magnética no centro do entreferro. Nesta figura é nítida a influência das ranhuras do estator, que pode ser vista nas regiões em que o campo sofre uma queda abrupta.

Conforme previsto na seção 2.3, esta redução é de cerca de 0,3 T.

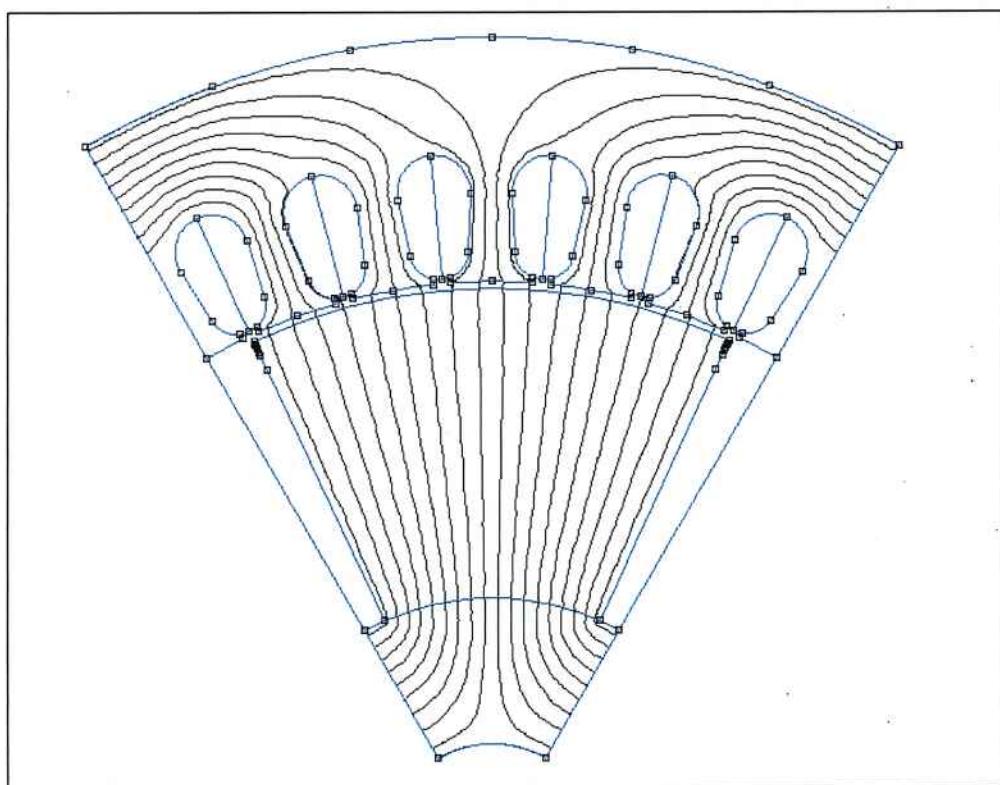


Figura 13: Linhas de fluxo no motor

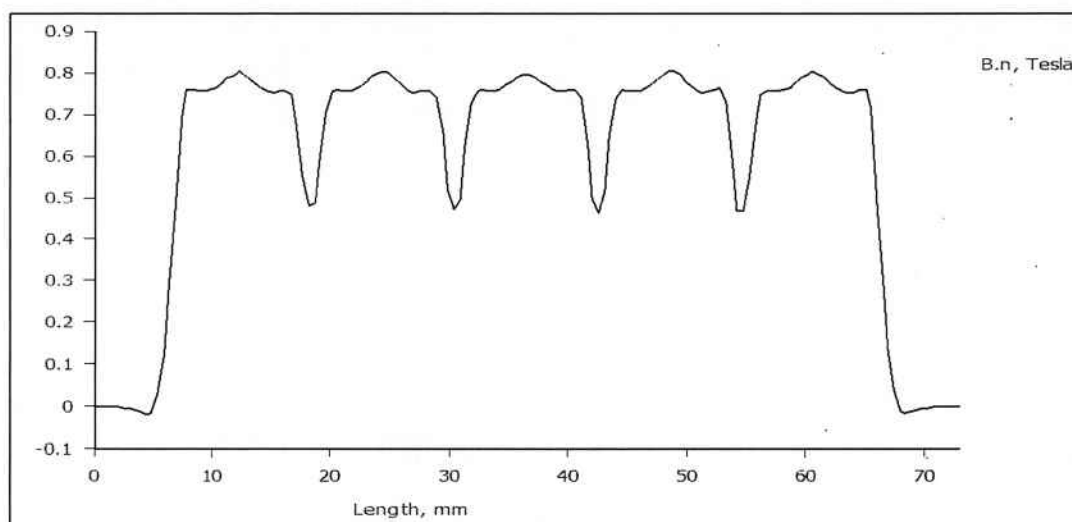


Figura 14: Componente normal da indução no entreferro ao longo de um passo polar

6.3. Simulação das perdas nas sapatas polares

Como o programa FEMM 4.2 não possibilita a simulação da rotação do rotor sob o campo estacionário obtido na seção anterior, um novo modelo é construído com o propósito da simulação das perdas nos polos.

6.3.1. Definição de geometria

A nova geometria é apresentada na Figura 15. Este modelo tem a largura de um passo de ranhura e tem como intuito obter no entreferro uma distribuição do campo magnético que apresente um pulso de 0,15 T em seu centro, de forma a representar a variação causada por cada ranhura do estator.

Isto é feito por meio de um estator em formato de “dente”, com largura ajustada para que o pulso induzido tenha características próximas das quedas de indução vistas na Figura 14. Os materiais utilizados são os mesmos do modelo anterior

Com isso, o problema é definido para ser simulado com uma frequência de 720 Hz, que é a frequência com a qual o rotor sofre o efeito de pulsação.

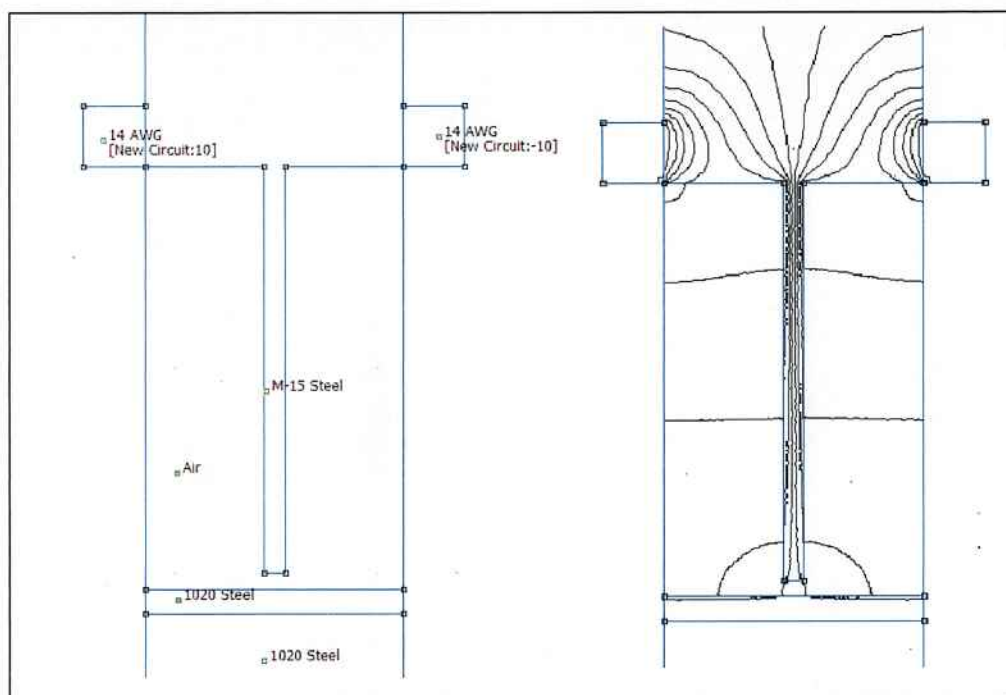


Figura 15: Geometria utilizada para a simulação das perdas na superfície das sapatas polares e linhas de fluxo

6.3.2. Resultados

Após rodar a simulação, o campo encontrado no entreferro tem a distribuição apresentada na Figura 16.

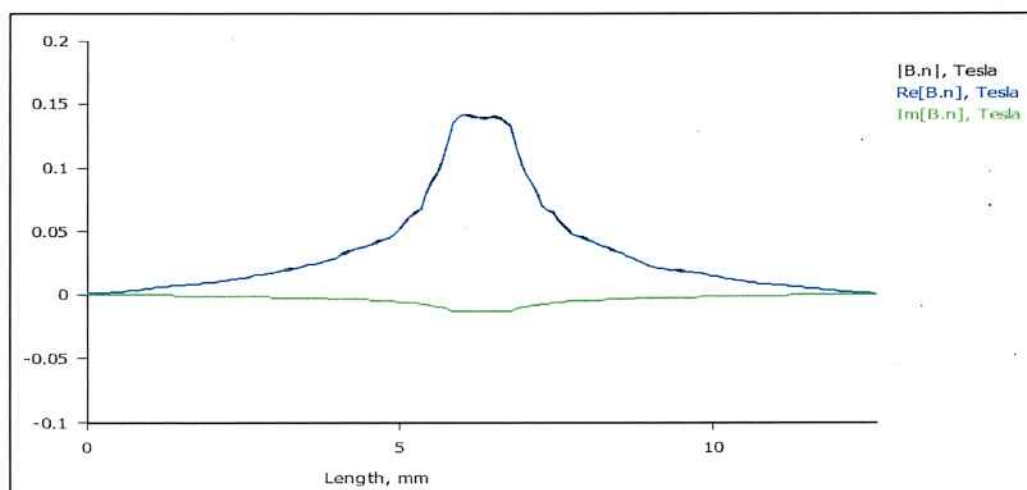


Figura 16: Simulação das perdas: distribuição do campo magnético no entreferro

Com a pulsação deste campo a 720 Hz, o valor de perdas encontrado na superfície de cada polo corresponde a 0,63 W, com um total de 3,76 W no motor inteiro.

7. Ensaio em laboratório

Com as previsões teóricas em mãos, o motor foi levado a laboratório para uma nova série de testes, para que as perdas pudessem ser determinadas com mais exatidão. A diferença destes ensaios em relação ao feito em 2003 está no fato de que na época não se tinha conhecimento destas perdas no rotor e agora eles foram feitos com um foco diferente e com um método de medidas mais preciso.

A bancada de testes pode ser vista na Figura 17 e consiste em um motor de corrente contínua utilizado para acelerar a máquina de testes e de uma balança para medir o torque mecânico no eixo, além de volímetros e amperímetros para a medição das grandezas elétricas. Com esta configuração, três ensaios foram realizados: ensaio em vazio, em curto-circuito e como motor em sincronismo.



Figura 17: Bancada de testes

7.1. Ensaio em vazio

No ensaio em vazio, a máquina de testes é acelerada pelo motor de corrente contínua, enquanto os terminais do enrolamento estatórico são mantidos em aberto. Assim, a

máquina opera como gerador em vazio, e a tensão de linha e torque são medidos para diferentes valores de corrente de excitação.

O ensaio foi feito para a velocidade de 1200 rpm e a curva obtida de perdas em função do fluxo magnético no gerador é apresentada abaixo na Figura 18. Os dados exatos medidos se encontram no Apêndice B.

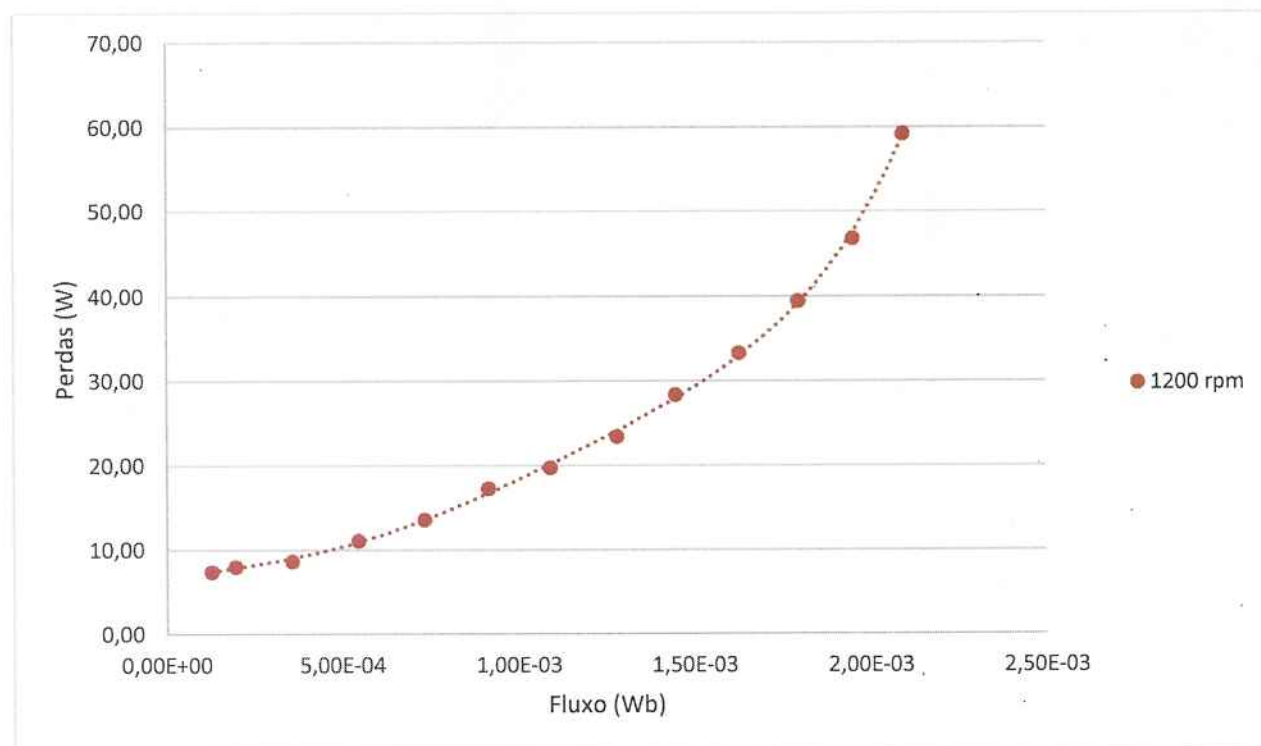


Figura 18: Resultado do ensaio em vazio

As perdas apresentadas foram calculadas a partir do torque mecânico medido com ajuda da balança e correspondem às perdas mecânicas e fundamental no ferro, além das ocasionadas por correntes parasitas no rotor.

O fluxo magnético foi calculado a partir da tensão induzida (no ensaio em vazio, medida diretamente nos terminais do enrolamento) e dos dados do enrolamento da máquina, pela seguinte expressão:

$$\Phi = \frac{E}{4,44 \cdot f \cdot N \cdot k_e}$$

De acordo com [1], o número de espiras por fase N é 72 e o fator de enrolamento k_e é igual a 0,833.

Na região próxima da operação nominal foram encontradas perdas de aproximadamente 45 W. Como a parcela de perda fundamental no ferro corresponde a 39 W e a de perdas mecânicas a pouco menos de 10 W, não é possível identificar se existe alguma perda adicional causada pela indução de correntes, pois, caso exista, tem valor abaixo da precisão das medidas feitas.

7.2. Ensaio em curto circuito

Assim como no ensaio em vazio, no ensaio em curto circuito a máquina é operada como gerador, sendo acelerada pelo motor de corrente contínua, mas com a diferença de que neste teste os enrolamentos do estator são fechados em curto-circuito, com a corrente de linha sendo medida no lugar da tensão induzida.

O ensaio foi feito a 1200 rpm e as perdas em função da corrente de linha são apresentadas na Figura 19. Os dados exatos medidos são encontrados no Apêndice B.

Para o ponto com corrente de linha de 13 A, que corresponde à excitação nominal, foram medidas perdas totais de 133 W. Com a soma dos valores de perdas Joule, mecânica e fundamental no ferro, o seguinte valor é obtido.

$$87,96 + 13 + 39 \approx 140 \text{ W}$$

Observa-se que o valor calculado ultrapassa em 7 W as perdas medidas, o que evidencia as imprecisões deste tipo de ensaio.

Assim, no ensaio em curto circuito também não foi possível identificar nenhuma parcela de perdas adicional que pudesse ser relacionada ao problema estudado.

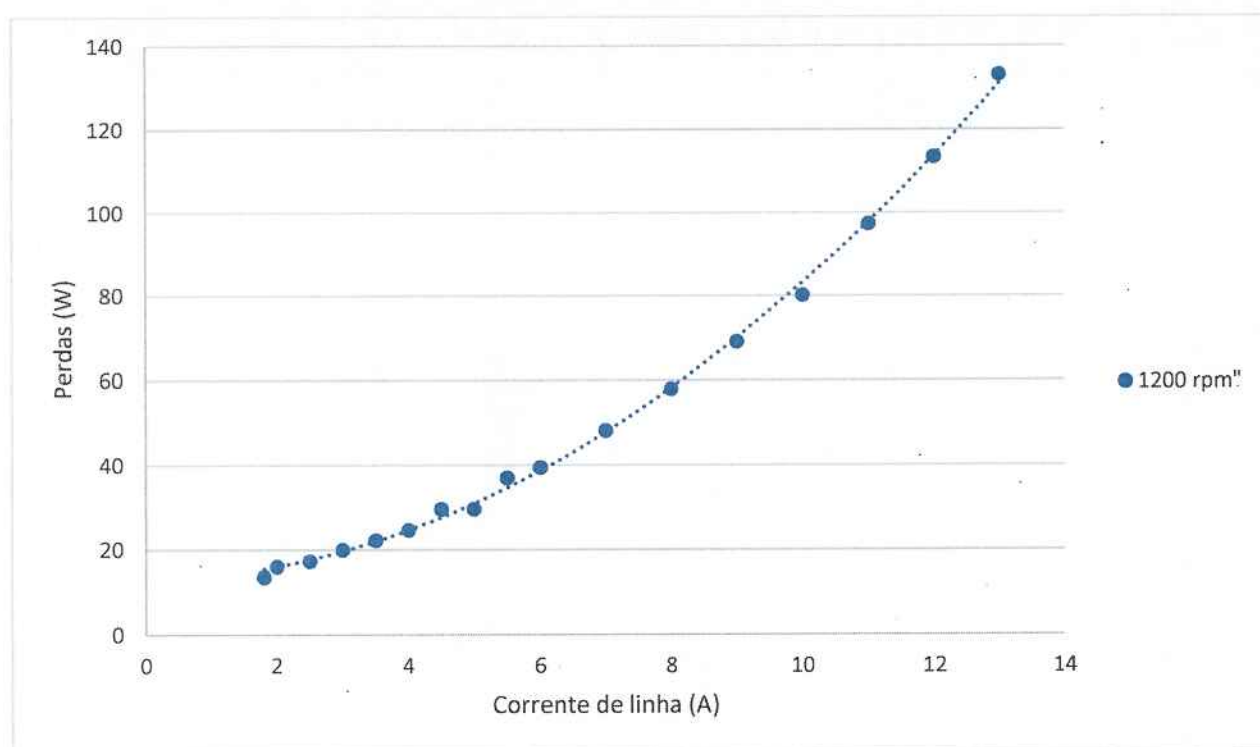


Figura 19: Resultado do ensaio em curto circuito

7.3. Ensaio como motor em sincronismo

Neste ensaio a máquina é girada pelo motor de corrente contínua a uma velocidade de 1200 rpm, enquanto o estator é alimentado por uma fonte de tensão trifásica na mesma frequência do rotor e com amplitude variável.

A vantagem deste ensaio é que as perdas absorvidas são medidas pelo lado elétrico, ou seja, somente a imprecisão do wattímetro interfere na medida, diferentemente do que acontece quando se mede pelo lado mecânico.

Dois testes foram realizados. No primeiro, a tensão de linha foi variada sem que houvesse excitação e, no segundo, a excitação foi ajustada para cada ponto de operação de forma que a corrente no estator fosse mínima. Assim, a corrente em cada ponto foi medida e a potência absorvida calculada.

A Figura 20 representa as duas curvas obtidas nos ensaios. Os dados completos são apresentados no Apêndice B.

Observa-se que a potência absorvida sem excitação é bastante maior do que com excitação. Isto acontece, porque quando não há excitação a corrente no enrolamento estático é maior, o que tem como efeito um maior valor de perdas Joule, que crescem com o quadrado da corrente.

Entretanto, como se vê no gráfico, ao se subtrair as perdas Joule de cada ponto de operação, obtém-se um valor de perdas ainda maior do que o obtido com excitação. Nota-se, além disso, que esta diferença cresce quanto maior a excitação e, conseqüentemente, a corrente de linha. Isto significa que existe uma parcela adicional de perdas dependente da corrente que, possivelmente, corresponde as perdas causadas pelas correntes parasitas nas sapatas polares.

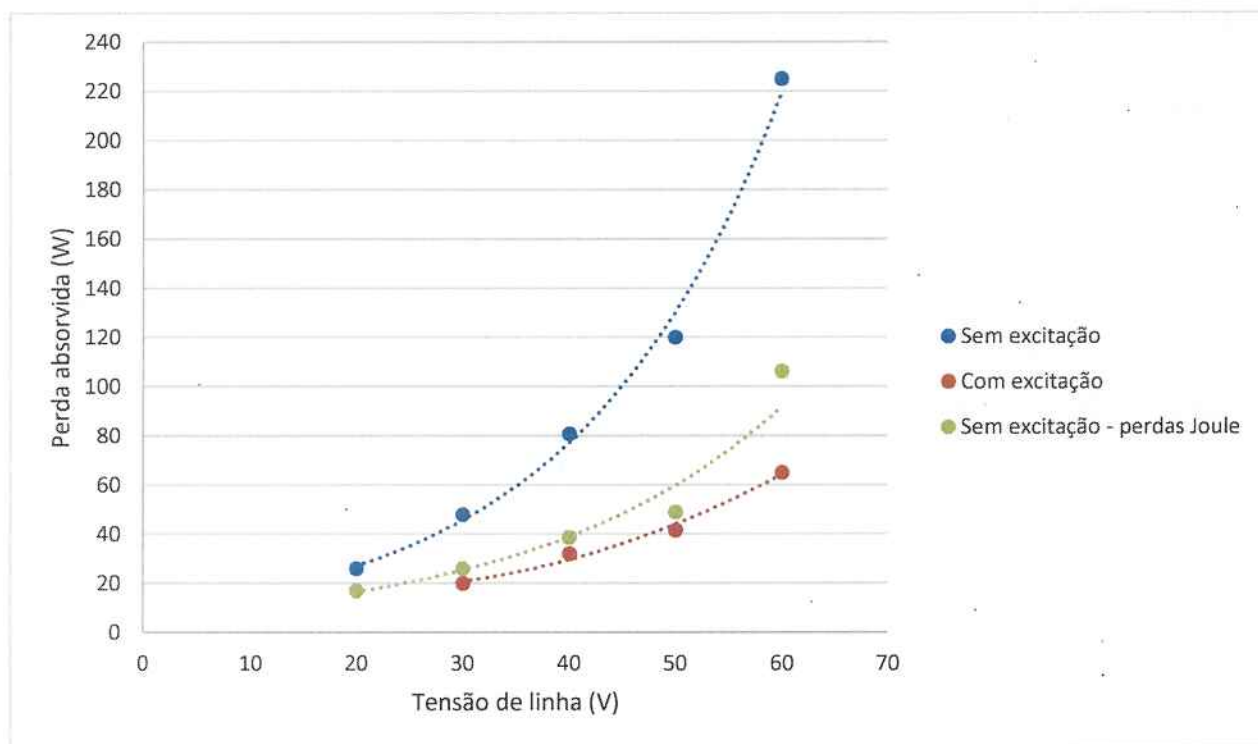


Figura 20: Resultado do ensaio de motor em sincronismo

Na região em que a tensão vale 50 V, esta diferença tem valor de cerca de 20 W.

8. Análise dos resultados parciais

As diferentes metodologias para tentar determinar as perdas no rotor apresentaram resultados variados, que devem ser agora analisados.

Como visto anteriormente, os dois métodos de cálculo: analiticamente e por simulação, resultaram em valores relativamente distantes um do outro. O método analítico teve como resultado perdas de cerca de 10 W, enquanto a simulação obteve 3,75 W. Esta diferença pode ser explicada pelas aproximações que são feitas no modelo analítico, que não correspondem exatamente com a realidade e que, como as perdas são de baixo valor, podem causar grandes desvios.

Entre estas aproximações, está a consideração de que o campo magnético no entreferro tem formato senoidal, o que, como se vê na Figura 14, não é verdade. Na realidade, as quedas no campo causadas pelas ranhuras deveriam ser representadas por pulsos, com duração bastante menor do que um passo de ranhura. Quando se considera esta variação como sendo senoidal, a variação do campo tem uma duração maior ao longo de um período, o que resulta em perdas maiores. Desta forma, interpreta-se que o resultado obtido por simulação representa melhor a realidade do que o modelo analítico.

Em relação aos testes em laboratório, os ensaios em vazio e em curto-circuito não apresentaram qualquer evidência de perdas além das já conhecidas. Entretanto, no ensaio como motor em vazio, foi percebida uma parcela de perdas adicionais com valor próximo à estimativa feita na seção 4.5, a partir do mesmo teste realizado em 2003.

Isto pode ser um indicador de que a indução de correntes aconteça com maior intensidade devido à reação de armadura. Assim, as perdas sem reação de armadura corresponderiam aos valores baixos obtidos na simulação e que não puderam ser medidos devido à imprecisão dos aparelhos. Por outro lado, ao se operar a máquina como motor sem excitação, a reação de armadura poderia ser responsável pelas perdas de cerca de 20 W identificadas nos dois ensaios deste tipo feitos em 2003 e 2014.

9. Ação corretiva para redução de perdas

Após feito o estudo das perdas vistas na máquina, o próximo passo consiste na definição, implementação e testes da ação a ser tomada de modo a minimizar o problema.

9.1. Definição

O problema de indução de correntes parasitas tem como principal causa o fato das sapatas polares do motor serem constituídas de aço carbono maciço. Sendo assim, uma forma de preveni-lo é adicionando ranhuras no rotor, o que, em relação ao campo pulsante, teria efeito semelhante ao de se usar polos feitos com chapas de aço, ou seja, reduz a superfície disponível para indução de correntes. Esta medida foi a escolhida para tentar reduzir as perdas no motor.

Estas ranhuras devem ser feitas no mesmo sentido das chapas usadas no estator e devem ter profundidade suficiente apenas para suprimir as correntes induzidas pela pulsação em alta frequência, que se localizam na superfície dos polos. Desta forma, a utilização dos polos maciços para efeito de amortecimento não é afetada, visto que, neste caso, as correntes induzidas são de baixa frequência, o que significa que elas atingem uma profundidade maior nas sapatas, em regiões onde o aço permanece maciço.

9.2. Determinação dos parâmetros

Uma vez definida a ação corretiva, os seus parâmetros devem ser determinados. No caso das ranhuras, devem ser previamente calculadas a sua profundidade e distância entre elas, de forma que a indução de correntes seja devidamente suprimida.

Para isso foi utilizada novamente a ferramenta de simulação numérica já vista anteriormente, o *software* FEMM 4.2. Com o mesmo modelo utilizado para cálculo de perdas, foram introduzidas camadas no rotor, nas quais o material foi definido como aço carbono laminado. Para cada simulação, a profundidade da camada ou a largura das lâminas foi variada e o novo valor de perdas por indução foi obtido.

Na Figura 21 estão apresentados os resultados obtidos. Cada curva representa um passo diferente de ranhura (no programa são ajustados largura da lâmina e fator de empacotamento, que foi calculado para ranhuras fixas de 0,5 mm de largura) e as perdas são apresentadas em função da profundidade da ranhura.

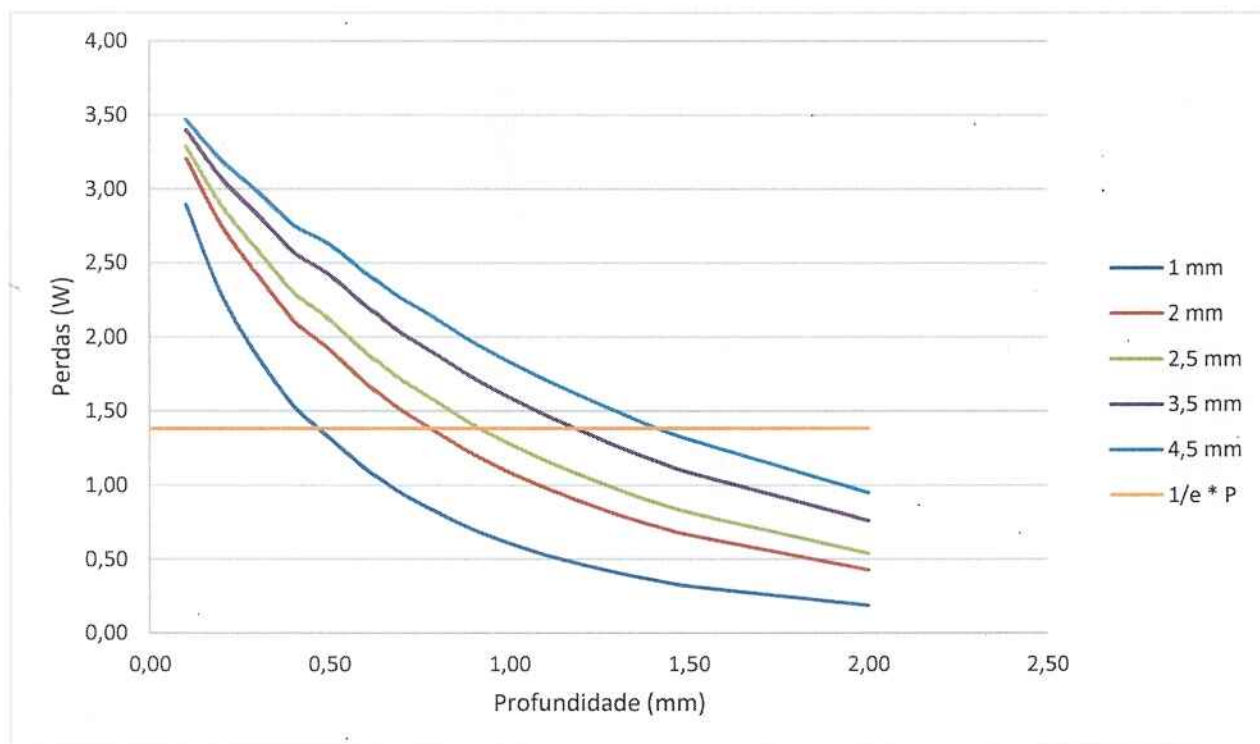


Figura 21: Perdas em função da profundidade das ranhuras e largura da lâmina

A linha laranja determina, para cada passo de ranhura, a profundidade em que as perdas são reduzidas a $1/e$, isto é, a 36,8% de seu valor original.

9.3. Implementação da medida

Para escolher a profundidade e passo ideais, além do estudo anterior, a precisão do equipamento foi também levada em consideração. As ranhuras foram feitas em um torno mecânico e seria inviável realizá-las com profundidade menor do que 1 mm. Assim, o passo escolhido foi de 2,5 mm (curva vermelha), com profundidade de 1 mm.

Na Figura 22 pode ser visto o resultado do frisamento do rotor. Antes de ser levado para a usinagem, a superfície dos polos foi lixada e, por este motivo, a coloração azulada vista anteriormente não está mais presente.

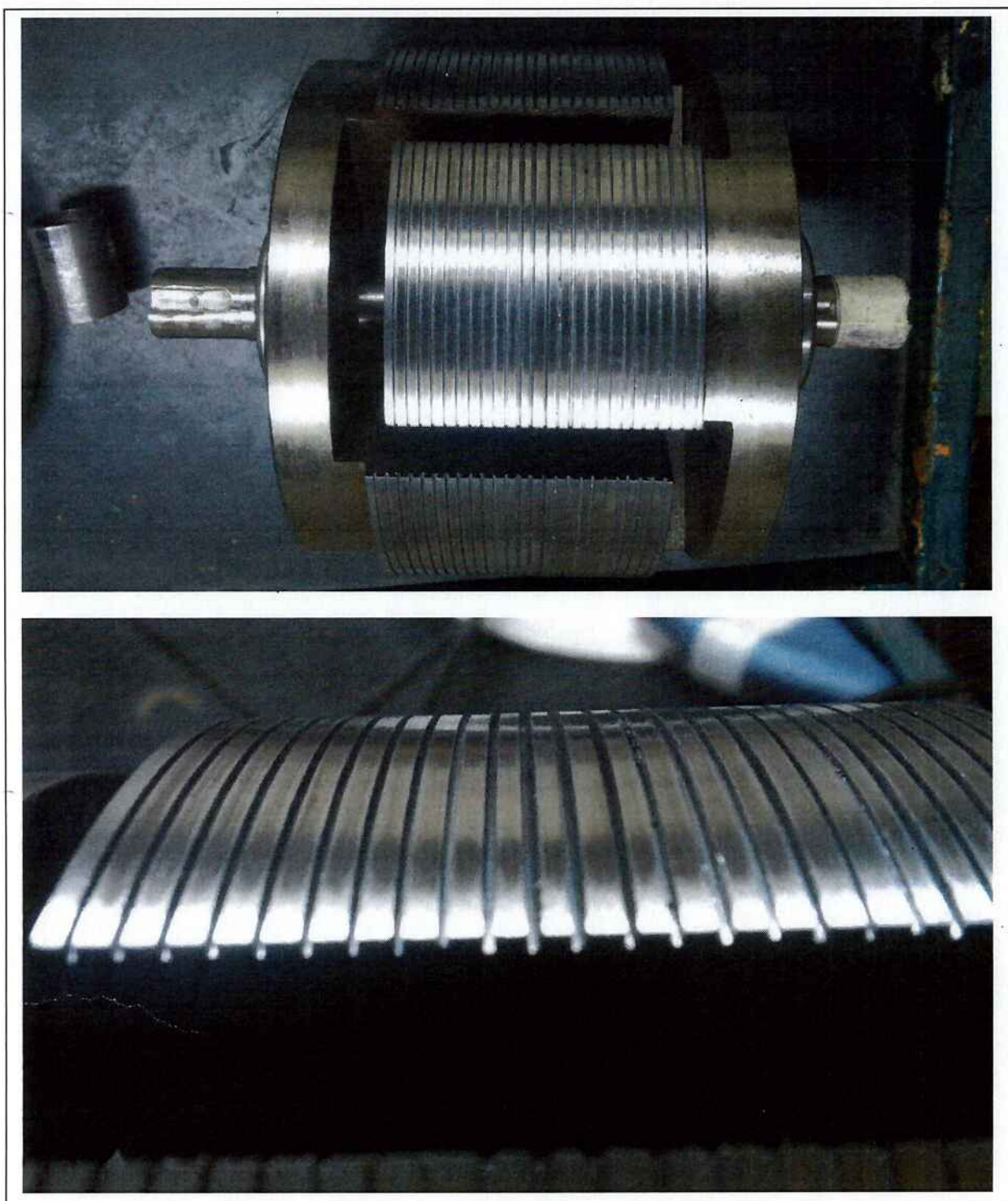


Figura 22: Rotor após frisamento

10. Verificação da eficácia da ação corretiva

10.1. Novos ensaios em laboratório

Com o rotor frisado, um novo teste foi feito em laboratório, de forma a verificar a eficácia da ação tomada, isto é, para identificar uma possível redução nas perdas medidas, de acordo com o estudo feito anteriormente.

Devido ao fato de que, na etapa de identificação das perdas, os ensaios em vazio e curto-circuito não possibilitaram identificar a parcela correspondente à pulsação de campo, nesta segunda parte apenas o ensaio como motor em sincronismo em vazio foi repetido. Os resultados obtidos estão apresentados na Figura 23 e os dados medidos se encontram no Apêndice B.

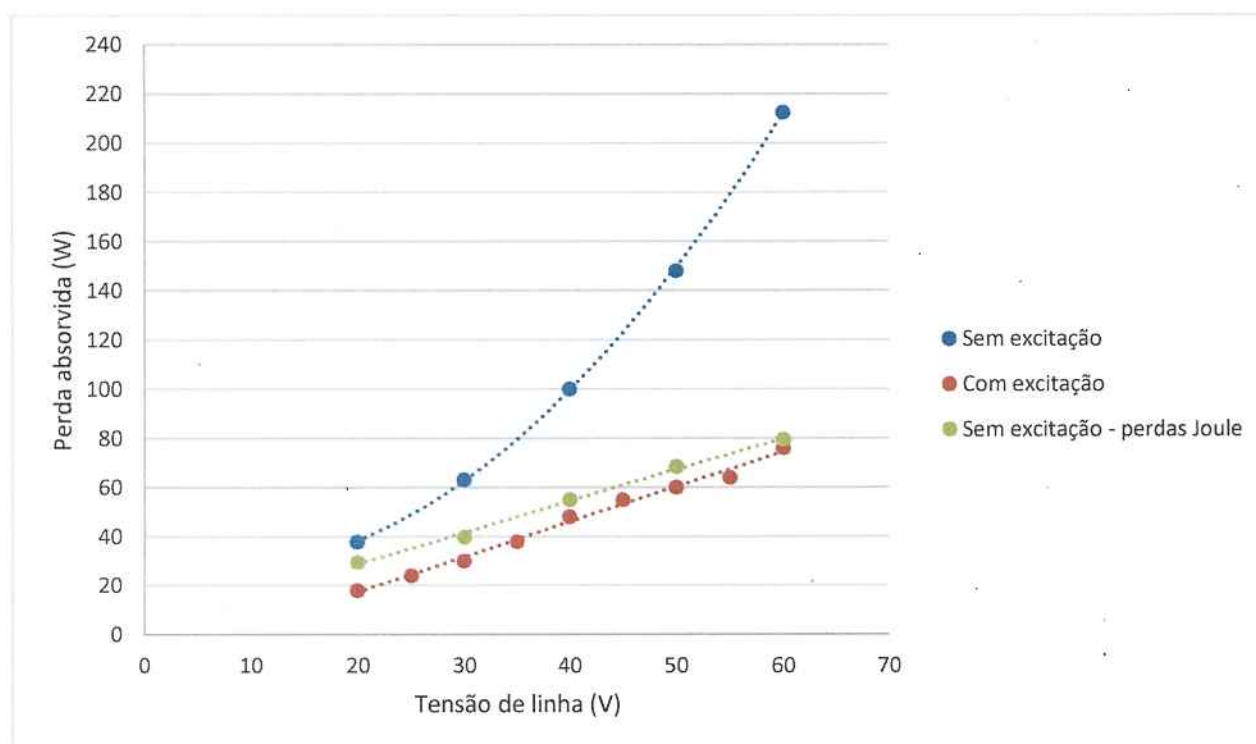


Figura 23: Resultado do novo ensaio de motor em sincronismo

Pode-se notar que, desta vez, a diferença de valor entre os ensaios com e sem excitação se deve basicamente às perdas Joule no enrolamento, pois, ao se subtrair estas perdas do ensaio sem excitação, a curva encontrada está próxima da vista no

ensaio com excitação. O distanciamento das duas curvas com o aumento da corrente de linha, observado anteriormente, não pode ser identificado neste ensaio.

O fato de, nos valores mais baixos, elas apresentarem uma distância maior entre si pode ser explicado pelo valor alto de erro do *wattímetro* nessa região de medida, correspondente ao início de escala. Conforme a potência aumenta, a precisão da medida é melhorada e os pontos dos dois gráficos se aproximam.

Na Figura 24 é feita a comparação entre os dois ensaios com o motor sem excitação, com a normalização das perdas mecânicas, para que apenas as grandezas elétricas fossem levadas em consideração.

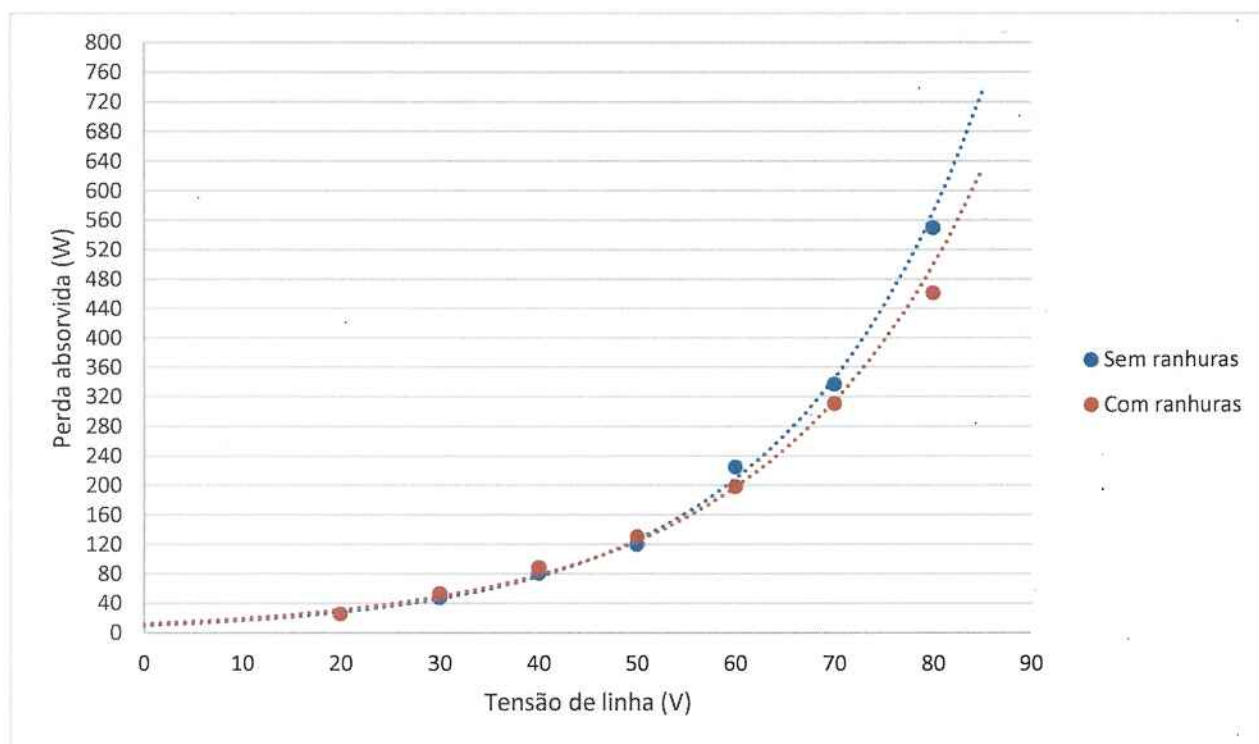


Figura 24: Comparação entre os ensaios sem excitação antes e depois do frisamento do rotor

Esta comparação mostra, inicialmente, que o motor após o frisamento apresenta valores maiores de perda absorvida em relação ao ensaio feito anteriormente. Entretanto, com o aumento da excitação, as perdas do motor original ultrapassam às da nova configuração e seguem com uma taxa de crescimento maior.

Novamente, a imprecisão do *wattímetro* no início de escala pode ser a explicação para os valores maiores no início das medidas, visto que este comportamento não faria sentido do ponto de vista físico. Com o aumento da potência, porém, a precisão do aparelho melhora e, além disso, a diferença entre as perdas também cresce, visto que a corrente no estator é maior e, conseqüentemente, o efeito de reação de armadura, responsável pela indução de correntes.

10.2. **Análise dos resultados finais**

Como pode ser notado neste trabalho, a quantificação das perdas causadas pela pulsação do campo magnético nas sapatas polares não é uma tarefa simples. Devido ao fato de não poderem ser diretamente calculadas, o único método encontrado foi por meio da subtração das perdas já conhecidas e facilmente caracterizadas dos valores totais, com o resultado sendo então atribuído a elas.

Por este motivo, em todos os resultados aqui obtidos está contida uma série de erros e imprecisões que podem ter afetado as medidas. Apesar disso, o comportamento observado permite algumas análises.

Ao se considerar os ensaios como motor sem excitação, nota-se, principalmente a partir do ponto de 60 V de tensão de linha, que houve redução na perda absorvida, que para este ponto vale cerca de 20 W. Este valor coincide com o identificado na fase de estudos como sendo a parcela de perdas por indução.

Apesar dos pontos anteriores a este terem mostrado um leve aumento nas perdas, estes valores são muito pequenos em comparação com a imprecisão das medidas e foram descartados. Ao se extrapolar as curvas dos ensaios feitos, nota-se que, sem as ranhuras, a potência absorvida pelo motor aumenta com uma taxa de crescimento maior conforme a corrente cresce, enquanto o motor com ranhuras mantém o crescimento quadrático com a corrente, referente apenas às perdas Joule.

Desta forma, apesar das variações devido a imprecisões, esta redução na taxa de crescimento é um forte indicador de que a adição das ranhuras no motor de testes teve um efeito direto de redução de perdas absorvidas.

11. Conclusão

Este projeto pode ser dividido em três partes principais: quantificação das perdas no rotor, estudo e implementação da medida corretiva e análise da eficácia desta medida.

Inicialmente, os estudos teóricos (analítico e por simulação), evidenciaram que as perdas causadas apenas pelo efeito das ranhuras do estator sobre o fluxo nominal gerado pela excitação eram de baixo valor (cerca de 4 W). Este fato foi confirmado posteriormente nos ensaios em vazio e curto-circuito, nos quais não foi possível identificar estas perdas, devido à imprecisão das medidas.

Por outro lado, o ensaio como motor em vazio mostrou uma parcela de perdas não identificadas que, próximo à operação nominal tinha valor de cerca de 20 W e que foi atribuída às perdas por pulsação. O fato deste valor ser consideravelmente maior do que o previsto teoricamente foi explicado pela possibilidade destas perdas não serem causadas apenas pelo efeito das ranhuras no campo do entreferro, mas sim pela reação de armadura, observada quando há corrente nos enrolamentos do estator.

Após esta quantificação, foi feito o estudo da ação corretiva a ser tomada para reduzir as perdas. A medida consiste na realização de canais no rotor na mesma direção das laminas do estator, a fim de suprimir a indução de correntes parasitas. A profundidade e passo das ranhuras foram escolhidos baseados em um estudo feito por simulação numérica, além de levar em conta também a precisão do torno mecânico, no qual os canais seriam realizados.

Com isso, um novo ensaio como motor em vazio foi feito e os resultados, apesar da imprecisão das medidas, mostraram um forte indicativo de que as perdas absorvidas foram reduzidas. Na região de tensão nominal, a redução foi de aproximadamente 20 W, valor que havia sido anteriormente previsto para as perdas no rotor.

Ao fim do projeto, pode-se dizer que o resultado obtido foi positivo, com identificação da origem, assim como visível redução das perdas estudadas.

12. Referências Bibliográficas

- [1] R. M. Yabiku, „Motor de corrente contínua sem escovas, sem ímãs permanentes, com um circuito magnético não usual,“ Escola Politécnica da USP, São Paulo - Brasil, 2003.
- [2] A. Binder, Energy Converters - CAD and System Dynamics, Darmstadt - Alemanha: TU Darmstadt, 2010.
- [3] R. Richter, Elektrische Maschinen, 1 Bd, Alemanha: Birkhäuser Basel, 1951.
- [4] A. B. Dietrich, „Um Estudo de Correntes Induzidas em Meios Maciços - Aplicação no Projeto de Freios de Correntes Parasitas,“ Escola Politécnica da USP, São Paulo - Brasil, 2000.
- [5] B. Funieru, „Design and Optimization of a Linear DC Actuator used as Tractive Effort Booster in Railway Applications,“ Technische Universität Darmstadt, Darmstadt - Alemanha, 2007.

Apêndice A. Indução de correntes parasitas em meio maciço

Neste capítulo será apresentado o método analítico escolhido para descrever a indução de correntes parasitas em meios maciços. O método foi utilizado em [5] para o cálculo da força gerada por um atuador a corrente contínua e será aqui aplicado com os dados do motor de testes apresentado no capítulo 4, de forma que as perdas causadas pelas correntes induzidas sejam quantificadas.

A.1. Apresentação

A Figura 25 mostra o modelo a ser utilizado para o equacionamento do problema. Este é composto pelas três regiões "A", "B" e "C", cada uma com diferentes características.

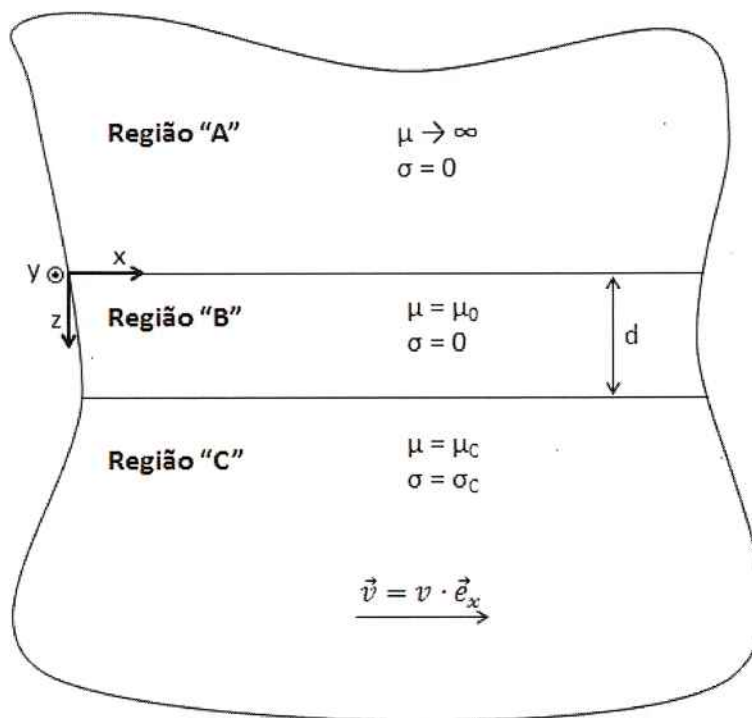


Figura 25: Modelo utilizado para a descrição analítica

A região "A" representa o estator da máquina, responsável pela excitação e não é a área de interesse deste estudo de perdas. Assim, será considerada para esta região permeabilidade magnética " μ " infinita e condutividade elétrica " σ " nula.

A região "B" corresponde ao entreferro, com largura "d" e permeabilidade magnética $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$

A região "C" é a área de principal interesse e representa o secundário do sistema, neste caso os polos maciços, onde as correntes parasitas são induzidas. Esta região tem permeabilidade e condutividade μ_C e σ_C , respectivamente e tem uma velocidade $\vec{v} = v \cdot \vec{e}_x$ em relação ao primário.

A.2.Simplificações

De forma a facilitar o equacionamento, as seguintes simplificações são assumidas nos cálculos:

- As regiões "A" e "C" são consideradas espaços semi-infinitos, isto é, são infinitamente longas nas direções x e z.
- O modelo é considerado uniforme e infinitamente longo na direção y. Isso implica que $\frac{\partial}{\partial y} = 0$.
- A espessura da camada de excitação é assumida infinitesimal em $z = 0$, é orientada apenas na direção y e tem variação senoidal no tempo e ao longo da direção x.
- Da mesma maneira, as correntes parasitas são consideradas somente na direção y, sendo ignoradas as correntes de fechamento
- A permeabilidade magnética da região "C" é finita e assumida linear.
- Como a corrente no primário só tem componentes na direção y, o campo magnético é distribuído apenas no plano x-z:

$$\vec{B} = B_x \cdot \vec{e}_x + B_z \cdot \vec{e}_z \quad (9)$$

A.3.Determinação das equações diferenciais para as regiões "B" e "C"

Aplicando as leis de Ampère-Maxwell e de Gauss nas regiões "B" e "C", tem-se:

Região "B"	Região "C"	
$\nabla \times \vec{B} = 0$	$\nabla \times \vec{B} = \mu_C \vec{J}$	(10)
$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	

Substituindo (9) em (10), obtém-se para a Região "B":

$$\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad (11)$$

Finalmente, destas duas equações diferenciais se deriva a equação diferencial de segunda ordem que descreve a região "B":

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} = 0 \quad (12)$$

Como a região "C" se move em relação ao referencial fixo em "A", a indução ocorrerá tanto pela variação do fluxo magnético em relação ao tempo quanto pelo movimento do secundário com velocidade $\vec{v}$. Assim, o campo elétrico resultante induzido é $\vec{E}_v = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$ e a aplicação da lei de Maxwell-Faraday resulta nas seguintes equações:

$$\nabla \times \vec{E}_v = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (13)$$

$$\frac{\partial E_{v,y}}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t} - v \frac{\partial B_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial E_{v,y}}{\partial z} = \frac{\partial B_x}{\partial t} - v \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

Sabendo-se que $\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$, obtém-se de (10):

$$E_{v,y} = \frac{1}{\sigma_C \cdot \mu_C} \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) \quad (14)$$

Substituindo (14) na primeira equação de (13), combinado com a Lei de Gauss do magnetismo, determina-se a equação diferencial de segunda ordem que descreve a região "C":

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_z}{\partial z^2} = \sigma_c \mu_c \left(\frac{\partial B_z}{\partial t} + v \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) \quad (15)$$

A.4. Aplicação das condições de contorno

Para resolver as equações diferenciais (12) e (15), as seguintes condições de contorno serão aplicadas.

Na fronteira entre as regiões "B" e "C", as componentes normais do campo magnético e as componentes tangenciais do campo magnetizantes das duas regiões tem o mesmo valor

$$z = d \quad B_{zB} = B_{zC} \quad , \quad \frac{B_{xB}}{\mu_0} = \frac{B_{xC}}{\mu_c} \quad (16)$$

Ao aplicar-se a lei de Ampère-Maxwell no contorno retangular da Figura 26, na fronteira entre as regiões "A" e "B", tem-se:

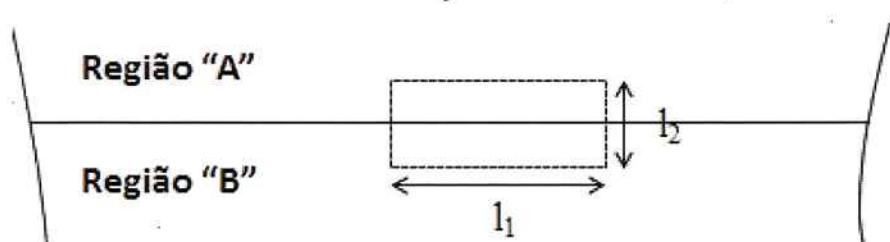
$$\oint H \cdot dl = I \quad (17)$$


Figura 26: Contorno para aplicação da Lei de Ampère-Maxwell

Devido ao fato de que a permeabilidade magnética do ferro no primário é considerada infinita e assumindo l_2 infinitesimal, obtém-se a seguinte relação:

$$z = 0 \quad \vec{H}_{xB} = \alpha(x, t) \quad (18)$$

em que α é a relação A/m da excitação no primário.

Finalmente, será assumido que o fluxo magnético na região "C" será nulo para valores de z tendendo ao infinito:

$$z \rightarrow \infty \quad B_{xC}(z \rightarrow \infty) = B_{zC}(z \rightarrow \infty) = 0 \quad (19)$$

A.5. Resolução das equações diferenciais

Como o campo magnético nas regiões "B" e "C" tem distribuição senoidal, ele pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\vec{B}(x, z, t) = \Re\{[\underline{B}_x(z)\vec{e}_x + \underline{B}_z(z)\vec{e}_z]e^{j(\omega t - kx)}\} = B_x\vec{e}_x + B_z\vec{e}_z \quad (20)$$

Desta forma, substituindo $\vec{B}(x, z, t)$ nas equações (12) e (15), encontra-se as seguintes relações para as duas regiões:

$$\text{Região "B"} \quad \underline{B}_{zB}'' = k^2 \underline{B}_{zB}(z) \quad (21)$$

$$\text{Região "C"} \quad \underline{B}_{zC}'' = k^2 \beta^2 \cdot \underline{B}_{zC}(z) \quad (22)$$

De modo a facilitar os cálculos, a seguinte abreviação foi feita em (22):

$$\beta^2 = 1 + \frac{j\mu_c \sigma_c}{k} \left(\frac{\omega}{k} - v \right) \quad (23)$$

Assim, as soluções das equações diferenciais de segunda ordem terão a forma exponencial a seguir:

$$\underline{B}_{zB}(z) = \underline{K}_B e^{kz} + \underline{L}_B e^{-kz} \quad , \quad \underline{B}_{zC}(z) = \underline{K}_C e^{k\beta z} + \underline{L}_C e^{-k\beta z} \quad (24)$$

Das relações em (11), obtém-se também as expressões para as componentes tangenciais de campo:

$$\underline{B}_{xB}(z) = -j(\underline{K}_B e^{kz} - \underline{L}_B e^{-kz}) \quad , \quad \underline{B}_{xC}(z) = -j\beta(\underline{K}_C e^{k\beta z} - \underline{L}_C e^{-k\beta z}) \quad (25)$$

Por fim, com a aplicação das condições de contorno determinadas na seção A.4, as constantes complexas são determinadas e a distribuição do campo magnético ao longo das regiões de estudo equacionada:

$$\begin{aligned} \underline{K}_B &= j\mu_0\hat{\alpha} + \underline{L}_B, & \underline{L}_B &= \frac{-j\mu_0\hat{\alpha}e^{kd}\left(1 + \beta\frac{\mu_0}{\mu_C}\right)}{2(\sinh(kd) + \cosh(kd))} \\ \underline{K}_C &= 0, & \underline{L}_C &= (j\mu_0\hat{\alpha}e^{kd} + 2\underline{L}_B \cosh(kd))e^{k\beta d} \end{aligned} \quad (26)$$

A partir da distribuição do campo magnético, a densidade de corrente induzida por ele na região "C" é derivada a partir de (14):

$$J_{yC}(x, z, t) = \Re \left\{ \hat{J}_{yC}(z) e^{j(\omega t - kx)} \right\} \quad (27)$$

$$\hat{J}_{yC}(z) = \frac{1}{\mu_C} (jk\underline{L}_C e^{-k\beta z} + (-jk\beta^2)\underline{L}_C e^{-k\beta z}) \quad (28)$$

e a perda média causada por unidade de comprimento na direção y e por comprimento de onda λ :

$$P_f = \int_0^\lambda dx \frac{1}{T} \int_1^T dt \int_{z=d}^\infty dz \frac{1}{\sigma_C} \cdot J_{yC}^2(x, z, t) = \frac{\lambda}{2\sigma_C} \int_{z=d}^\infty \left| \hat{J}_{yC}(z) \right|^2 dz \quad (29)$$

Com isso finaliza-se o equacionamento e as perdas induzidas podem ser calculadas para basicamente qualquer condutor "C".

Apêndice B. Dados dos ensaios em laboratório

Tabela 3: Dados do ensaio em vazio (rotor sem ranhuras)

Velocidade (rpm)					
1200					
I_{exc} (A)	V (V)	m (kg)	C (N.m)	P (W)	Fluxo (Wb)
0,00	3,550	0,030	0,0589	7,40	1,28E-04
0,04	5,416	0,033	0,0638	8,01	1,96E-04
0,10	9,920	0,035	0,0687	8,63	3,58E-04
0,17	15,160	0,045	0,0883	11,09	5,48E-04
0,23	20,350	0,055	0,1079	13,56	7,35E-04
0,29	25,290	0,070	0,1373	17,26	9,13E-04
0,35	30,160	0,080	0,1570	19,72	1,09E-03
0,43	35,400	0,095	0,1864	23,42	1,28E-03
0,52	40,040	0,115	0,2256	28,35	1,45E-03
0,62	45,060	0,135	0,2649	33,28	1,63E-03
0,79	49,700	0,160	0,3139	39,45	1,80E-03
1,00	53,960	0,190	0,3728	46,84	1,95E-03
1,40	57,890	0,240	0,4709	59,17	2,09E-03

Tabela 4: Dados do ensaio em curto-circuito (rotor sem ranhuras)

I_{exc} (A)	I_{linha} (A)	P (W)
0,00	1,8	13,56
0,01	2,0	16,03
0,05	2,5	17,26
0,08	3,0	20,00
0,11	3,5	22,19
0,14	4,0	24,66
0,16	4,5	29,59
0,18	5,0	29,59
0,24	5,5	36,98
0,19	6,0	39,45
0,25	7,0	48,08
0,29	8,0	57,94
0,35	9,0	69,03
0,39	10,0	80,13
0,44	11,0	97,39
0,49	12,0	113,41
0,54	13,0	133,14

Tabela 5: Dados do ensaio como motor em vazio com e sem excitação (rotor sem ranhuras)

Ensaio como motor sem excitação				Ensaio como motor, com excitação			
$W_{fe} + W_{mec} = W_0 - R \cdot (I_0)^2$				I_{exc} ajustada para mínima I_0			
V_0 (V)	I_0 (A)	W_0 (W)	$W_{fe}+W_{mec}$ (W)	I_{exc} (A)	V_0 (V)	I_0 (A)	W_0 (W)
20	4,15	26,0	17,05	0,294	30	0,34	20,0
30	6,50	48,0	26,04	0,520	40	0,33	32,0
40	9,00	80,8	38,70	0,740	50	0,36	41,6
50	11,68	120,0	49,09	1,375	60	0,35	65,0
60	15,12	225,0	106,18				
70	19,60	337,5	137,83				
80	25,75	550,0	205,37				

Tabela 6: Dados do ensaio como motor em vazio com e sem excitação (rotor com ranhuras)

Ensaio como motor sem excitação				Ensaio como motor, com excitação			
$W_{fe} + W_{mec} = W_0 - R \cdot (I_0)^2$				I_{exc} ajustada para mínima I_0			
V_0 (V)	I_0 (A)	W_0 (W)	$W_{fe}+W_{mec}$ (W)	I_{exc} (A)	V_0 (V)	I_0 (A)	W_0 (W)
30	6,94	67,2	42,17	0,280	25	0,75	24
40	9,50	102,8	55,89	0,330	30	0,75	30
50	12,27	145,0	66,75	0,425	35	0,76	38
60	15,69	212,5	84,55	0,500	40	0,88	48
70	20,37	325,0	109,34	0,620	45	0,85	55
80	16,75	475,0	329,18	0,830	50	0,84	60
				1,055	55	0,81	64
				1,600	60	0,96	76

Anexo A. Dimensões do motor de testes

