

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS**

**Nicolau dos Santos Silva**

**ESTUDO COMPARATIVO DE SUPORTES DE  
MONTAGEM DE COMPRESSORES ROTATIVOS  
UTILIZANDO ANÁLISES ESTÁTICAS PELO MÉTODO  
DOS ELEMENTOS FINITOS**

**São Carlos**

**2021**



**Nicolau dos Santos Silva**

**ESTUDO COMPARATIVO DE SUPORTES DE  
MONTAGEM DE COMPRESSORES ROTATIVOS  
UTILIZANDO ANÁLISES ESTÁTICAS PELO MÉTODO  
DOS ELEMENTOS FINITOS**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica, da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Mecânico.

Orientador: Prof. Dr. Ernesto Massaroppi Júnior

**São Carlos  
2021**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO,  
POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS  
DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Dr. Sérgio Rodrigues Fontes da  
EESC/USP com os dados inseridos pelo(a) autor(a).

S586e      Silva, Nicolau dos Santos  
                 Estudo comparativo de suportes de montagem de  
                 compressores rotativos utilizando análises estáticas  
                 pelo método dos elementos finitos / Nicolau dos Santos  
                 Silva; orientador Ernesto Massaroppi Junior. São  
                 Carlos, 2021.

Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) --  
Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de  
São Paulo, 2021.

1. Análise estrutural por elementos finitos. 2.  
Suporte de montagem. 3. Compressores rotativos. 4.  
Redução de custos. I. Título.

## FOLHA DE AVALIAÇÃO

**Candidato:** Nicolau dos Santos Silva

**Título:**

Estudo comparativo de suportes de montagem de compressores rotativos utilizando análises estáticas pelo método dos elementos finitos.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à  
Escola de Engenharia de São Carlos da  
Universidade de São Paulo  
Curso de Engenharia Mecânica.

### BANCA EXAMINADORA

Professor Dr. Ernesto Massaroppi Junior  
(Orientador)

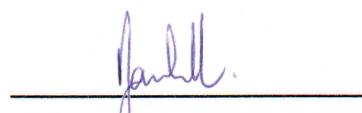
Nota atribuída: 9,0 (nove e zero)



(assinatura)

Professor Dr. Jonas de Carvalho

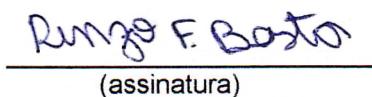
Nota atribuída: 9,0 (nove e zero)



(assinatura)

M.Sc. Renzo Fernandes Bastos

Nota atribuída: 9,0 (nove e zero)



(assinatura)

Média: 9,0 (nove e zero)

Resultado: APROVADO

Data: 29/07/2021.

Este trabalho tem condições de ser hospedado no Portal Digital da Biblioteca da EESC

SIM  NÃO  Visto do orientador





*“Se enxerguei além do horizonte foi  
porque subi em ombro de gigantes.”*

*Isaac Newton*



## RESUMO

SILVA, N. **Estudo comparativo de suportes de montagem de compressores rotativos utilizando análises estáticas pelo método dos elementos finitos.** 2021. 89p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.

O desenvolvimento de equipamentos com melhor eficiência e menor custo é fundamental para a progressão das indústrias de alta tecnologia. No mercado de refrigeração isso não é diferente, sendo essencial a busca por inovações tecnológicas em equipamentos de alta eficiência, procurando reduzir o consumo energético e seus impactos ambientais, bem como os insumos necessários para a produção dos mesmos. Tendo em vista esses requisitos, esse trabalho tem como objetivo analisar simulações computacionais para uma nova geometria para o suporte de montagem de compressores rotativos e comparar os resultados com a geometria atual, a fim de verificar e propor configurações que melhoram sua eficiência estrutural e também avaliar as condições financeiras da proposta, certificando-se de uma redução de massa e custo final do componente. Os modelos estruturais foram solucionados por meio de análises de elementos finitos com o auxílio da plataforma *Ansys®*. Os resultados obtidos para as avaliações indicam uma configuração de montagem otimizada para a montagem do modelo atual que resulta em menores tensões no conjunto. Já o perfil proposto apresentou comportamentos similares aos vistos na geometria atual. As verificações financeiras indicam uma redução de 55% nos custos de fabricação do componente e seu projeto de implementação possuí um *Payback* de 12,7 meses.

**Palavras-chave:** Análise estrutural por elementos finitos. Suporte de montagem. Compressores rotativos. Redução de custos.



## ABSTRACT

SILVA, N. **Comparative study of mounting bracket of rotary compressors using statical analysis by the finite element methods.** 2021. 89p. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021.

The development of equipment with higher efficiency and lower costs is vital for the progress of high-tech industries. On the HVAC market, it is not different, requiring researches for technological innovations in high efficiency equipment, aiming to reduce energy consumption and its environmental impacts, as well as the supplies for its production. In view of these requirements, this undergraduate thesis has the objective to evaluate computational simulations for a new proposal design for the mounting bracket of rotary compressors and compare its results with the current design, verifying and proposing assembly configurations that increase its structural efficiency and also evaluate the financial conditions of the proposal, making sure of reduction in the final cost of the component. The structural models were designed by the finite element method with the aid of the commercial software *Ansys®*, using several parameters for the analyses, such as the assembly position of the parts. The results obtained for the evaluations indicates an optimized configuration for the assembly of the current model that produces lower loads on the system, while the proposed profile presented results similar to those seen in the current model. The financial evaluations indicates a 55% reduction in the component cost and the implementation project has Payback of 12,7 months.

**Keywords:** Structural analysis by finite elements method. Mounting bracket. Rotary compressors. Cost reduction.



## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 – Classificação de compressores herméticos. . . . .  | 24 |
| Figura 2 – Esquema de compressor rotativo. . . . .  | 25 |
| Figura 3 – Mecanismo compressores rotativos de pistão rolante. . . . .  | 25 |
| Figura 4 – Gabinete de ar-condicionado com compressor rotativo. . . . .   | 26 |
| Figura 5 – Suporte de montagem atual. . . . .   | 27 |
| Figura 6 – Compressor rotativo do fabricante <i>Daikin</i> , modelo 2YC32JXD. . . . .   | 27 |
| Figura 7 – Representação dos esforços externos e internos. . . . .  | 31 |
| Figura 8 – Representação das tensões tridimensionais e bidimensionais. . . . .  | 32 |
| Figura 9 – Elemento no estado plano de tensões seccionado em $\phi$ . . . . .   | 33 |
| Figura 10 – Representação de um corpo de prova. . . . .   | 35 |
| Figura 11 – Elemento com tensões triaxiais. . . . .   | 37 |
| Figura 12 – Fluxograma para análise pelo método dos elementos finitos. . . . .  | 40 |
| Figura 13 – Estrutura discretizada. . . . .   | 41 |
| Figura 14 – Elemento de treliça. . . . .  | 43 |
| Figura 15 – Elemento de triangular em um estado plano de tensões. . . . .   | 45 |
| Figura 16 – Representação do elemento tetraédrico. . . . .  | 48 |
| Figura 17 – Representação do elemento hexaédrico. . . . .   | 49 |
| Figura 18 – Esquema da ferramenta usado nos processos de solda MIG. . . . .   | 52 |
| Figura 19 – Exemplo de Solda por Projeção. . . . .  | 52 |
| Figura 20 – Diagrama do conjunto de fixação de compressores rotativos. . . . .  | 56 |
| Figura 21 – Montagem do suporte com a tampa inferior. . . . .   | 58 |
| Figura 22 – Suporte de montagem proposto. . . . .   | 58 |
| Figura 23 – Montagem do suporte com novo <i>design</i> . . . . .  | 59 |
| Figura 24 – Face da tampa considerada como suporte fixo. . . . .  | 60 |
| Figura 25 – Carregamentos aplicados a área de contato do suporte com amortecedor. . . . .   | 61 |
| Figura 26 – Máximo deslocamento total dos componentes - Figura (a): Modelo atual. Figura (b): Modelo proposto. . . . .                                      | 62 |
| Figura 27 – Detalhes da malha refinada localmente - Figura (a): Modelo atual. Figura (b): Design proposto. . . . .  | 63 |
| Figura 28 – Máxima tensão de Von Mises ao longo da solda da 12 <sup>a</sup> configuração. . . . .   | 67 |
| Figura 29 – Deslocamento e Tensões para as configurações de montagem do suporte atual - Figura (a): Máxima tensão. Figura (b): Máximo deslocamento. . . . . | 68 |
| Figura 30 – Distribuição de tensões no cordão de solda. . . . .   | 69 |
| Figura 31 – Resultados de máxima tensão e deslocamentos para o suporte de montagem atual. . . . .   | 71 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 32 – Resultados de máxima tensão e deslocamentos para o suporte de montagem proposto. . . . .    | 72 |
| Figura 33 – Valor presente acumulado do projeto expresso em percentual do investimento inicial. . . . . | 73 |
| Figura 34 – Posições de montagem das configurações do suporte atual . . . . .                           | 81 |
| Figura 35 – Resultados das máximas tensões das configurações de montagem do suporte atual . . . . .     | 85 |
| Figura 36 – Resultado simulação modal configuração atual . . . . .                                      | 87 |
| Figura 37 – Resultado simulação modal configuração proposta . . . . .                                   | 89 |

## **LISTA DE TABELAS**

|   |    |
|---|----|
| Tabela 1 – Características técnicas . . . . .   | 56 |
| Tabela 2 – Propriedade mecânica dos materiais. . . . .  | 57 |
| Tabela 3 – Posições angulares dos cordões de solda e da tampa inferior, referenciadas em relação ao eixo <i>x</i> . . . . . | 64 |
| Tabela 4 – Resultados dos modelos de elementos finitos para a geometria proposta e o suporte de montagem atual. . . . .     | 70 |
| Tabela 5 – Posições angulares dos cordões de solda e da tampa inferior, referenciadas em relação ao eixo <i>x</i> . . . . . | 83 |



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|        |  |
|--------|--|
| ACF    | <i>Annual after-tax cash flow</i>  |
| ASHRAE | <i>American society of heating, refrigerating and air-conditioning engineers</i> |
| CAD    | <i>Computer-aided design</i>   |
| CAE    | <i>Computer-aided engineering</i>  |
| GDL    | Grau de liberdade  |
| HBP/AC | <i>High back pressure - air conditioning</i>                                     |
| HVAC   | <i>Heating, ventilating and air conditioning</i>                                 |
| IRR    | <i>Internal Rate of Return</i>   |
| MEF    | Método dos elementos finitos   |
| MIG    | <i>Metal inert gas</i>   |
| NPV    | <i>Net Present Value</i>   |
| R-22   | Fluído refrigerante clorodifluorometano  |



## LISTA DE SÍMBOLOS

|              |   |
|--------------|---|
| $\theta$     | Ângulo  |
| $\phi$       | Ângulo de rotação arbitrário  |
| $A$          | Área  |
| $\Delta A$   | Área finita   |
| $A_0$        | Área inicial de um corpo de prova                                   |
| $O$          | Centroide de corpo arbitrário                                       |
| $\alpha$     | Coeficiente da função interpolação                                  |
| $\nu$        | Coeficiente de Poisson  |
| $\Delta F_y$ | Componente força finita sobre direção $y$                           |
| $\Delta F_x$ | Componente força finita sobre direção $x$                           |
| $\Delta F_z$ | Componente força finita sobre direção $z$                           |
| $l$          | Comprimento final de um corpo de prova                              |
| $l_0$        | Comprimento inicial de um corpo de prova                            |
| $C$          | Conjugado de um motor elétrico                                      |
| $k$          | Constante de rigidez  |
| $u$          | Deformação de um elemento finito na direção $u$                     |
| $v$          | Deformação de um elemento finito na direção $v$                     |
| $\mu$        | Densidade de energia de deformação                                  |
| $\mu_v$      | Densidade de energia de deformação causada pela alteração de volume |
| $\mu_d$      | Densidade de energia de deformação causada pela distorção           |
| $d_0$        | Diâmetro inicial de um corpo de prova                               |
| $x_L$        | Eixo local  |
| $U$          | Energia interna de deformação                                       |
| $\Pi$        | Energia potencial   |

|                    |   |
|--------------------|---|
| $\Pi^{(e)}$        | Energia potencial elemento finito             |
| $t$                | Espessura, Período de investimento            |
| $F_t$              | Fluxo de caixa líquido                        |
| $F$                | Força   |
| $P$                | Força axial em um corpo de prova; Pressão     |
| $f$                | Força em um elemento finito                   |
| $\Delta F$         | Força finita                                  |
| $F_R$              | Força resultante de corpo arbitrário          |
| $n$                | Frequência                                    |
| $I_0$              | Investimento Inicial                          |
| $[B]$              | Matriz de deslocamento-deformação             |
| $[B]^{(e)}$        | Matriz de deslocamento-deformação do elemento |
| $[C]$              | Matriz de equações constitutivas              |
| $[K]^{(e)}$        | Matriz de rigidez do elemento finito          |
| $[K]$              | Matriz de rigidez global                      |
| $E$                | Módulo de Young                               |
| $M_{Ro}$           | Momento resultante de corpo arbitrário        |
| $P_m$              | Potência motor elétrico                       |
| $\epsilon$         | Taxa de deformação                            |
| $\epsilon_{long}$  | Taxa de deformação longitudinal               |
| $\epsilon_f$       | Taxa de deformação para ocorrência da falha   |
| $\epsilon_{trans}$ | Taxa de deformação transversal                |
| $p_t$              | Taxa de inflação no período $t$               |
| $r$                | Taxa de retorno esperada                      |
| $\tau_{xy}$        | Tensão cisalhante na direção $xy$             |
| $\tau_{xz}$        | Tensão cisalhante na direção $xz$             |

|             |  |
|-------------|--|
| $\tau_{yx}$ | Tensão cisalhante na direção $yx$                                |
| $\tau_{yz}$ | Tensão cisalhante na direção $yz$                                |
| $\tau_{zx}$ | Tensão cisalhante na direção $zx$                                |
| $\tau_{zy}$ | Tensão cisalhante na direção $zy$                                |
| $\tau$      | Tensão de cisalhamento   |
| $\sigma_e$  | Tensão de escoamento   |
| $\sigma'$   | Tensão efetiva, ou tensão de Von Mises                           |
| $\sigma$    | Tensão normal  |
| $\sigma_x$  | Tensão normal na direção $x$                                     |
| $\sigma_y$  | Tensão normal na direção $y$                                     |
| $\sigma_z$  | Tensão normal na direção $z$                                     |
| $\sigma_1$  | Tensão principal   |
| $\sigma_2$  | Tensão principal   |
| $\sigma_3$  | Tensão principal   |
| $\sigma_m$  | Tensão principal média   |
| $V$         | Trabalho das forças externas                                     |
| $\delta$    | Variação do comprimento de um corpo de prova; deslocamento nodal |
| $\{U\}$     | Vetor de deslocamentos globais                                   |
| $\{F\}$     | Vetor de forças resultantes                                      |



## SUMÁRIO

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b>                                    | <b>23</b> |
| 1.1      | Contextualização                                     | 23        |
| 1.2      | Compressores Rotativos                               | 24        |
| 1.3      | Objetivo Geral                                       | 26        |
| 1.4      | Objetivo Específico                                  | 28        |
| 1.5      | Delimitações   | 28        |
| 1.6      | Organização  | 29        |
| <b>2</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>                         | <b>31</b> |
| 2.1      | Prelúdio   | 31        |
| 2.2      | Mecânica dos Sólidos                                 | 31        |
| 2.2.1    | Tensões  | 31        |
| 2.2.2    | Transformação de Tensões                             | 33        |
| 2.2.3    | Deformações  | 34        |
| 2.2.4    | Critério de Falha                                    | 35        |
| 2.2.5    | Teoria de Máxima Tensão de Cisalhamento              | 36        |
| 2.2.6    | Teoria de Máxima Energia de Distorção                | 36        |
| 2.3      | Método Elementos Finitos                             | 38        |
| 2.3.1    | Idealização de Sistemas Discretos                    | 39        |
| 2.3.2    | Leis Fundamentais                                    | 42        |
| 2.3.3    | Elemento Unidimensional Linear                       | 42        |
| 2.3.4    | Elemento Triangular Linear                           | 45        |
| 2.3.5    | Elemento Sólido Tetraédrico Linear                   | 48        |
| 2.3.6    | Elemento Sólido Hexaédrico Linear                    | 49        |
| 2.3.7    | Generalização da Matriz de Rígidez de Elementos      | 50        |
| 2.3.8    | Matriz de Rígidez da Estrutura e Sistema de Equações | 50        |
| 2.4      | Processos de Soldagem                                | 51        |
| <b>3</b> | <b>METODOLOGIA</b>                                   | <b>55</b> |
| 3.1      | Contextualização                                     | 55        |
| 3.2      | Descrição do Produto                                 | 55        |
| 3.2.1    | Geometria  | 56        |
| 3.3      | Análise Numérica Estática Estrutural                 | 59        |
| 3.3.1    | Condições de Contorno                                | 59        |
| 3.3.2    | Discretização da Geometria                           | 61        |
| 3.3.3    | Configurações de Montagem                            | 63        |

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 3.4   | <b>Viabilidade Financeira</b>  | 64 |
| 4     | <b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>   | 67 |
| 4.1   | <b>Simulações das Configurações de Montagem</b>                        | 67 |
| 4.2   | <b>Comparação dos Resultados Entre as Geometrias</b>                   | 69 |
| 4.2.1 | Análise Estrutural Comparativa   | 69 |
| 4.2.2 | Verificação Modal  | 70 |
| 4.3   | <b>Análise Financeira</b>  | 73 |
| 5     | <b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES</b>  | 75 |
| 5.1   | <b>Conclusões</b>  | 75 |
| 5.2   | <b>Sugestões para Futuros Trabalhos</b>                                | 75 |
|       | <b>REFERÊNCIAS</b>   | 77 |
|       | <b>APÊNDICES</b>   | 79 |
|       | <b>APÊNDICE A – CONFIGURAÇÕES DE MONTAGEM DO SUSTORTE ATUAL</b>        | 81 |
|       | <b>APÊNDICE B – RESULTADOS SIMULAÇÃO DE CONFIGURAÇÕES DE MONTAGEM</b>  | 83 |
|       | <b>APÊNDICE C – RESULTADOS MÁXIMA TENSÃO CONFIGURAÇÕES DE MONTAGEM</b> | 85 |
|       | <b>APÊNDICE D – RESULTADO SIMULAÇÃO MODAL CONFIGURAÇÃO ATUAL</b>       | 87 |
|       | <b>APÊNDICE E – RESULTADO SIMULAÇÃO MODAL CONFIGURAÇÃO PROPOSTA</b>    | 89 |

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 Contextualização

Compressores herméticos são largamente utilizados em aplicações comerciais e residenciais para refrigeração. O primeiro compressor hermético foi inventado pelo francês Marcel Audiffren antes de 1895 (REAY; RAMSHAW; HARVEY, 2013), porém os refrigeradores se tornaram populares nas casas dos cidadãos americanos em 1927 (GANTZ, 2015), com o refrigerador chamado Monitor Top, que custava em torno de US\$525. Desde então o equipamento revolucionou os sistemas de refrigeração pelo mundo, sendo usado em diversas aplicações como refrigeração de alimentos, industrial, sistemas de transporte e controle de temperatura de ambientes. É difícil imaginar a vida sem esse tipo de equipamento, conforto e facilidade que eles trazem.

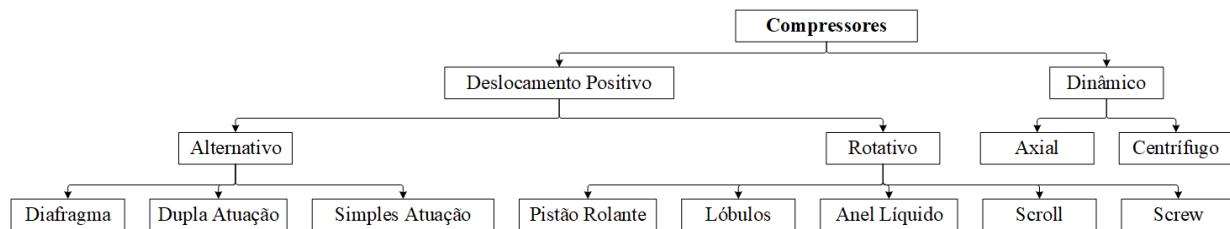
"O compressor é o coração do sistema de refrigeração a vapor. A sua função é aumentar a pressão do fluido refrigerante e fornecer a força primária para circular o fluido. O refrigerante então produz um efeito de refrigeração no evaporador, condensa em líquido no condensador, e expande até uma baixa temperatura através do dispositivo de expansão. (AMERICAN SOCIETY OF HEATING, 2008)"

Como citado em American Society of Heating (2008), os compressores são comumente categorizados pela sua construção das partes móveis e os motores elétricos, dividindo-se em compressores abertos, semi-herméticos e herméticos. Os compressores abertos possuem o motor elétrico separado da câmara de compressão, onde as partes móveis são acionadas externamente pelo motor. Diversos compressores utilizados na indústria automotiva se enquadram nessa categoria. Já nos compressores semi-herméticos, o motor elétrico está acoplado a câmara por meio de juntas e parafusos, tornado o motor acessível. Os compressores herméticos possuem o motor na mesma câmara aonde ocorre a compressão, esses equipamentos são montados em uma carcaça soldada, tornando inacessível tanto as partes móveis quanto o motor.

Além dessa categorização os compressores podem ser subdivididos conforme seu princípio de funcionamento, separados em duas grandes classes, as dos compressores de deslocamento positivo e os compressores dinâmicos, conforme Figura 1. Os compressores de deslocamento positivo aumentam a pressão do líquido refrigerante a partir da redução do volume da câmara de compressão, enquanto que nos compressores dinâmicos esse aumento de pressão acontece com a transferência continua de energia cinética para o fluido. Um exemplo de compressores dinâmicos são os presentes nas turbinas de aviões turbo motores.

O modelo de compressor estudado no presente trabalho trata-se de compressores rotativos de pistões rolantes, também chamados de palheta fixa.

Figura 1 – Classificação de compressores herméticos.



Fonte: Adaptado de [Lin e Avelar \(2017\)](#)

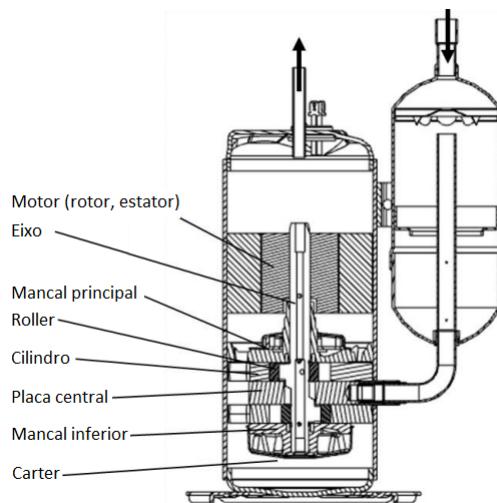
## 1.2 Compressores Rotativos

O primeiro compressor rotativo de pistão rolante foi patenteado por Charles C. Barnes em [1874](#), porém não existia tecnologia suficiente para manufatura desse tipo de sistema na época. O professor sueco A. Lysholm patenteou, em 1935 ([ATKINS; ESCUDIER, 2013](#)), o processo de manufatura que tornou viável a produção desse tipo de compressor. Atualmente os compressores rotativos herméticos de pistão rolante são amplamente usados em automóveis e em aplicações domésticas como ar-condicionado, devido ao seu tamanho compacto, ao fato de serem silenciosos e de possuírem uma geometria simples que leva ao baixo custo de produção. A demanda mundial por equipamentos de ar condicionado em 2019 foi de mais de 110,56 milhões de unidades ([FURION ANALYTICS RESEARCH & CONSULTING LLPTM, 2020](#)). O mercado de *Heating, Ventilating and Air Conditioning* (HVAC) possuía um valor aproximado de US\$ 240,8 Bilhões em 2019, e pode chegar a US\$ 358,1 Bilhões em 2030, um crescimento de 4,80% por ano segundo [Prescient & Strategic Intelligence Private Limited \(2020\)](#).

Compressores rotativos de pistão rolante, representado pela [Figura 2](#), são geralmente usados em sistemas de menor capacidade de refrigeração, inferiores a 15 kW. Em aplicações de ar-condicionado residencial, esse modelo representa mais de 90% do volume total de compressores utilizados. Esse tipo de compressor utiliza-se de um pistão rolante montado no excêntrico do eixo com uma única palheta posicionada no corpo cilíndrico, comumente chamado de bloco do cilindro. Devido ao movimento excêntrico realizado pelo pistão rolante, a palheta é levada a produzir um movimento recíproco na fenda usinada no bloco. As duas câmaras separadas pela palheta e pistão rolante, produzem a sucção e compressão do fluido refrigerante, como mostrado pelo esquema da [Figura 3](#). O selo entre a câmara de baixa e a câmara de alta pressão é gerado pela região de contato entre o bloco do cilindro e o pistão rolante; a região de contato entre a palheta e o pistão; e por

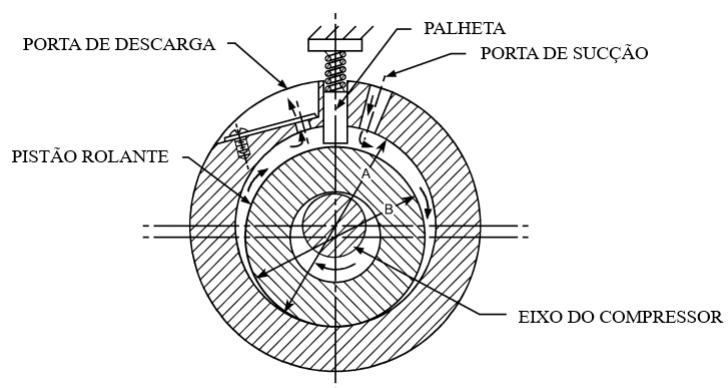
fim, entre o contato das regiões superiores e inferiores do pistão rolante e da palheta com os mancais (AMERICAN SOCIETY OF HEATING, 2008).

Figura 2 – Esquema de compressor rotativo.



Fonte: Adaptado de Kang et al. (2015)

Figura 3 – Mecanismo compressores rotativos de pistão rolante.



Fonte: Adaptado de American Society of Heating (2008)

Conforme evolução dos equipamentos domésticos cada vez mais se fez necessário o desenvolvimento de compressores com alta performance. O produto se tornou cada vez mais eficiente, diminuindo seu consumo, massa, volume ocupado e se tornando mais silenciosos. A otimização dos seus componentes é essencial para que as empresas se mantenham competitivas e aumentem sua produtividade, reduzindo a quantidade de insumos usados na fabricação do produto.

Figura 4 – Gabinete de ar-condicionado com compressor rotativo.



Fonte: Catálogo [LG Electronics \(2020\)](#)

O suporte de montagem, também chamado de base ou “pé” do compressor, é o componente responsável pela fixação do compressor no gabinete, como mostrado pela [Figura 4](#). Trata-se uma base de aço na extremidade inferior do compressor, conferindo estabilidade ao mesmo. Amortecedores são usados para minimizar a transferência de vibração para o gabinete. Para completar o conjunto de fixação, são usadas porcas e parafusos.

Quando mal dimensionados os suportes de montagem podem provocar ruídos, vibrações e degradação do produto, como por exemplo, a quebra dos tubos do sistema de refrigeração. A partir de uma análise dos custos de produção dos compressores rotativos pode-se identificar que esses componentes são responsáveis por aproximadamente 5% dos custos do equipamento, podendo representar milhões de dólares em uma produção em larga escala. Devido à padronização dos dispositivos de fixação dos compressores nos gabinetes, o perfil do componente sofreu poucas alterações conforme a evolução dos equipamentos.

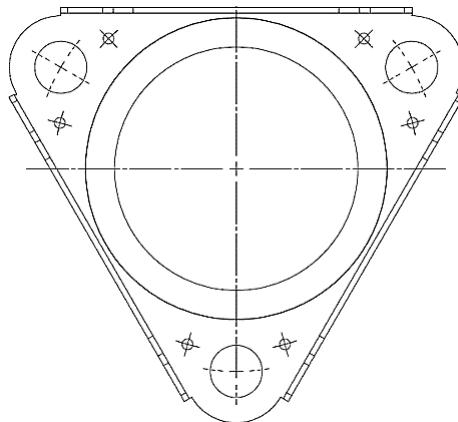
### 1.3 Objetivo Geral

Em uma grande empresa do setor de refrigeração, situada no interior de São Paulo, a geometria utilizada nos suportes de montagem sofreu poucas modificações desde a concepção do projeto, [Figura 5](#). Em análises de *benchmarking* evidenciou-se que os concorrentes utilizam uma geometria mais enxuta, utilizando menos material para a construção da peça, como evidenciado na [Figura 6](#). A partir dessa informação verificou-se a possibilidade de desenvolvimento de novas soluções para o componente, visando reduzir os custos, quantidade de material e melhorar o seu desempenho.

Esse trabalho tem por objetivo propor uma geometria para o suporte de montagem que reduza a massa do componente e se utilizar de uma análise estática estrutural por meio do método de elementos finitos (MEF) para verificar a confiabilidade da peça,

comparativamente com a geometria atual já validada na aplicação.

Figura 5 – Suporte de montagem atual.



Fonte: Elaborado pelo autor.

As análises estáticas estruturais foram realizadas com auxílio da plataforma de *Computer-Aided Engineering* (CAE), denominado *Ansys®*, onde ambas as geometrias do suporte de montagem foram simuladas sobre mesmas condições de contorno, buscando avaliar as propostas em condições similares as condições de aplicação.

A geometria proposta para a peça foi concebida a partir da avaliação dos componentes usados em compressores de fabricantes concorrentes e também de tentativas anteriores já realizadas pela empresa. Buscou-se levar em consideração as funções necessárias do componente, bem como as características construtivas que auxiliassem na sua fabricação e montagem no equipamento final.

Figura 6 – Compressor rotativo do fabricante *Daikin*, modelo 2YC32JXD.



Fonte: Plataforma *online* [ORIONAIR](#)

## 1.4 Objetivo Específico

Foram traçados os seguintes objetivos para a análise:

- a) Conceber um *design* com menor massa para o suporte de montagem.
- b) Construir um modelo numérico das estruturas.
- c) Analisar, a partir do MEF, o comportamento estrutural estático das geometrias, atual e proposta.
- d) Avaliar as possíveis configurações de montagem do suporte atual e seus comportamentos.
- e) Verificar a viabilidade financeira de projeto.

## 1.5 Delimitações

Essa monografia se propôs a estudar possíveis melhorias na geométrica dos suportes de montagem de compressores rotativos, a fim de reduzir os custos de produção e otimizar o componente, além de prover a mitigação com o dispêndio de recursos envolvidos nos processos de fabricação. A abordagem deste problema enfocará o uso de pacotes comerciais, de maneira a fornecer agilidade ao processo de concepção da geometria da peça proposta. A adoção deste caminho possibilita a apresentação de resultados sem a obrigação de um grande número de ensaios e testes em estruturas protótipo.

Assim, esse trabalho se limita ao emprego da plataforma *Ansys®* para uma análise estrutural por meio de elementos finitos para ambos os componentes, atual e proposto. Além disso, também procurou-se avaliar as posições de montagem usadas atualmente a fim de se verificar uma possível correlação com os esforços observados nos componentes, e por fim, propor uma posição otimizada desse conjunto.

Não foi parte do escopo desse trabalho descrever os processos de dimensionamento das peças, nem verificar ou validar experimentalmente os resultados obtidos a partir das simulações. Também não foi objeto dessa avaliação a modelagem dinâmica dos componentes, reservando-se à verificação estática dos elementos. Os processos envolvidos para a implementação da solução proposta, bem como as dificuldades ou dimensionamento das fixações e soldas dos componentes durante a montagem do sistema não foram abordados na presente monografia.

É importante citar que alguns pontos podem dificultar a implementação de novas soluções para o componente. Dentre eles estão as adversidades na fabricação das peças e os impactos da implementação da geometria proposta nos processos de montagem e fabricação dos compressores.

## 1.6 Organização

Essa monografia foi divida em cinco capítulos, organizados de maneira que descrevam sequencialmente os passos utilizados para alcançar os objetivos descritos acima.

Nesse capítulo inicial, procurou-se apresentar a contextualização do presente trabalho e as áreas de desenvolvimento que serão abordadas descrevendo a origem dos compressores herméticos e suas aplicações. Também foram apresentadas a motivação que originou o trabalho, apresentando o design do suporte de montagem atual e a possibilidade de otimização do seu perfil. Os objetivos traçados para o projeto, sua estrutura e as delimitações do projeto também foram apresentadas nesse capítulo.

No segundo capítulo, serão abordados os conceitos teóricos utilizados para o desenvolvimento do trabalho, a fim de familiarizar o leitor com esses tópicos. Primeiramente foram descritos os conceitos de mecânica dos sólidos e os critérios de falha que foram usados posteriormente nas análises. Também foram apresentados os conceitos envolvidos na formulação dos modelos matemáticos de elementos finitos.

No terceiro capítulo, foram apresentados os métodos e premissas utilizadas na concepção do trabalho, descrevendo as geometrias utilizadas, as considerações para a formulação numérica, e por fim as configurações de montagem utilizadas para a avaliação da geometria do suporte de montagem atual. As considerações para verificação de viabilidade financeira do projeto também foram apresentadas nesse capítulo.

No quarto capítulo foram apresentados os resultados obtidos a partir das simulações. Primeiramente foram apresentados os resultados das avaliações para as configurações de montagem para a geometria do suporte vigente, sendo possível verificar uma melhor combinação de montagem que reduza as tensões a que os componentes estão submetidos. Logo depois, são apresentados os resultados obtidos a partir da comparação com a nova geometria. Por fim são apresentados os resultados das avaliações das análises financeiras do projeto.

Na seção de considerações finais são apresentadas as conclusões obtidas por meio das análises dos resultados das simulações numéricas. Para concluir a monografia são apresentadas algumas sugestões para futuros trabalhos.



## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Prelúdio

Para análise dos modelos propostos, é necessária uma revisão dos conceitos utilizados no trabalho, sendo eles conceitos de mecânica dos sólidos e métodos de elementos finitos. Nesse capítulo serão revisados esses tópicos a fim de contextualizar o leitor com temas futuramente abordados nessa monografia. Também serão citados alguns conceitos sobre as soldas utilizadas na montagem dos componentes.

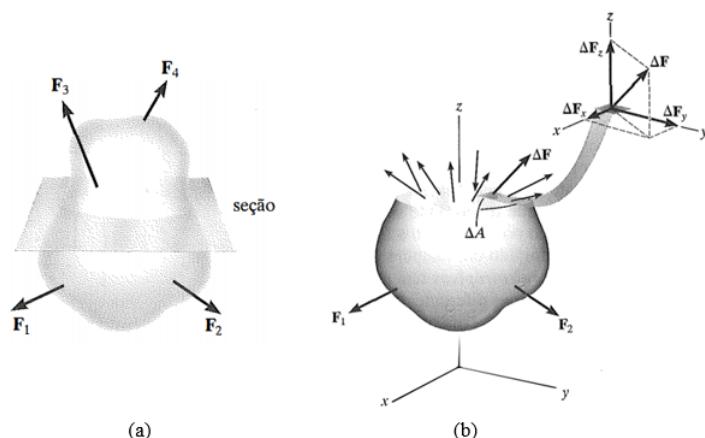
### 2.2 Mecânica dos Sólidos

#### 2.2.1 Tensões

"Uma das mais importantes aplicações da estática na análise de problemas de resistência dos materiais é poder determinar a força e o momento resultantes que agem no interior de um corpo e que são necessários para manter a integridade do corpo quando submetido a cargas externas (HIBBELER, 2009)."

Como apresentado na obra de [Hibbeler \(2009\)](#), considerando um corpo de material contínuo e coeso, sujeito a cargas externas, como representado pelo [Figura 7.a](#). Embora a distribuição das cargas interna seja desconhecida, pode-se usar as equações de equilíbrio para relacionar as forças externas sobre esse corpo com as forças e os momentos resultantes dessa distribuição,  $F_R$  e  $M_{R_o}$ , em qualquer ponto específico  $O$  na área seccionada.

Figura 7 – Representação dos esforços externos e internos.



Fonte: [Hibbeler \(2009\)](#)

Suponha-se que uma seção transversal desse corpo está divida em pequenas áreas de tamanho  $\Delta A$ . Sobre essa área atua uma força finita  $\Delta F$  porém muito pequena. Essa força pode ser representada apenas pelas suas três componentes,  $\Delta F_x$ ,  $\Delta F_y$  e  $\Delta F_z$ , como representado pela [Figura 7.b](#). À medida que a área  $\Delta A$  tende a zero, o mesmo ocorre com a força  $\Delta F$  e suas componentes. O quociente entre a força e a área tenderá a um limite finito. Esse quociente é denominado tensão e descreve a intensidade da força interna sobre um plano específico (área) que passa por um ponto ([HIBBEKER, 2009](#)).

A intensidade da força por unidade de área que age perpendicularmente a  $\Delta A$ , é definida como tensão normal,  $\sigma$ . Com na figura  $\Delta F_z$  é normal a área, então:

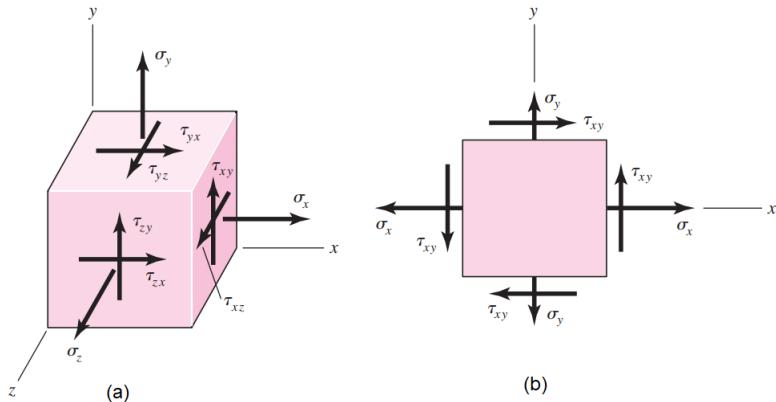
$$\sigma_z = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A} \quad (2.1)$$

Para uma força que aja tangente a  $\Delta A$ , a intensidade por unidade de força é denominada tensão de cisalhamento,  $\tau$ .

$$\tau_{zx} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A} \quad (2.2)$$

$$\tau_{zy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A}$$

Figura 8 – Representação das tensões tridimensionais e bidimensionais.



Fonte: [Shigley, Mischke e Budynas \(2004\)](#)

Como descrito por [Shigley, Mischke e Budynas \(2004\)](#), o estado geral de tensões é descrito por três planos mutualmente perpendiculares como mostrado pela [Figura 8.a](#). Um completo estado de tensões é definido por nove componentes,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{zx}$  e  $\tau_{zy}$ . Em equilíbrio, tem-se que os cisalhamentos cruzados são de mesma magnitude, portanto:

$$\tau_{yx} = \tau_{xy}, \quad \tau_{zy} = \tau_{yz}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad (2.3)$$

Isso reduz o número de componentes de tensão de nove para seis para os estados tridimensionais de tensões,  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$ , e  $\tau_{zx}$ .

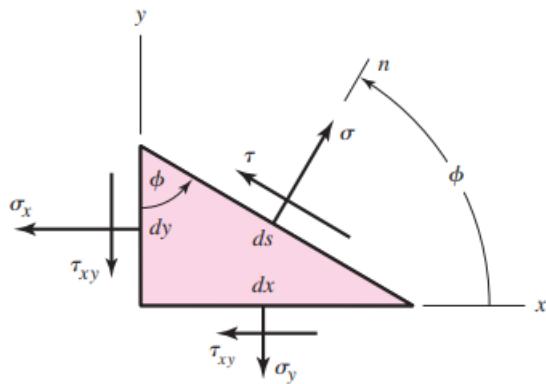
Um estado muito comum de tensões ocorre quanto as tensões em uma superfície são zero. Quando isso ocorre, o estado é chamado de estado plano de tensões. A [Figura 8.b](#) representa um estado plano de tensões, arbitrariamente assumindo que a superfície livre de tensões é direção z, sendo assim  $\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$ . É importante frisar que o elemento da [Figura 8.b](#) ainda é um elemento cúbico. Portanto, também é assumido que as tensões de cisalhamento são iguais tal que  $\tau_{yx} = \tau_{xy}$  e  $\tau_{zy} = \tau_{yz} = \tau_{xz} = \tau_{zx} = 0$  ([SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2004](#)).

### 2.2.2 Transformação de Tensões

Dado um determinado estado de tensões é importante determinar-se as máximas e mínimas tensões possíveis relacionadas a esse elemento para em seguida aplicar-se os critérios de falha.

Supondo que o elemento diferencial representado pela [Figura 8.b](#) é seccionado por um plano oblíquo, com normal  $n$ , em um ângulo arbitrário  $\phi$  rotacionado em sentido anti-horário do eixo  $x$ , conforme [Figura 9](#). Por meio das equações de equilíbrio desse elemento tem-se que:

Figura 9 – Elemento no estado plano de tensões seccionado em  $\phi$ .



Fonte: [Shigley, Mischke e Budynas \(2004\)](#)

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\phi + \tau_{xy} \sin 2\phi \quad (2.4)$$

$$\tau = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\phi + \tau_{xy} \cos 2\phi \quad (2.5)$$

Para determinar a tensão normal máxima e mínima, deve-se realizar a derivada parcial da [Equação 2.4](#) em relação  $\phi$  e igualar a zero.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \phi} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}(2 \operatorname{sen} 2\phi) + 2\tau_{xy} \operatorname{cos} 2\phi = 0 \quad (2.6)$$

$$\operatorname{tan} 2\phi = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (2.7)$$

Essas são as equações de transformação do estado plano de tensões. A partir da [Equação 2.7](#), é possível definir-se dois valores para  $2\phi$  tal que em um encontra-se o valor máximo da tensão normal  $\sigma_1$  e em outro encontra-se o valor mínimo  $\sigma_2$ . Essas duas são chamadas tensões principais e suas direções são chamadas de direções principais. Nota-se que para essas direções, os valores de  $\tau$  são iguais a zero, ou seja, a superfície que contém as tensões principais não possui tensões de cisalhamento.

As transformações também podem ser aplicadas para a [Equação 2.5](#) onde serão encontradas as direções com máximo e mínimos valores para cisalhamento. Nessas direções a tensão normal será a média das componentes das tensões normais.

Assim, substituindo os valores de  $2\phi$  nas Equações [2.4](#) e [2.5](#), obtêm-se as fórmulas para a obtenção das duas tensões principais e os valores extremos para as tensões de cisalhamento ([SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2004](#)).

$$\sigma_1, \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.8)$$

$$\tau_1, \tau_2 = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (2.9)$$

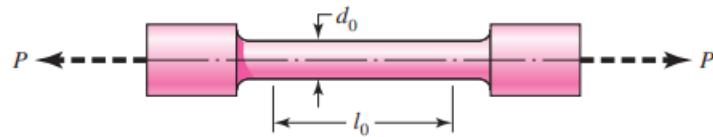
### 2.2.3 Deformações

Dado um corpo de prova, representado na [Figura 10](#), de material homogêneo e isotrópico, com comprimento  $l_0$  e diâmetro  $d_0$ . Sua área transversal inicial será  $A_0 = \frac{1}{4}\pi d_0^2$ , e pode-se considerar a sua constante de proporcionalidade como  $E$ , também chamada de Módulo de Young ou Módulo de Elasticidade. Quando esse corpo é submetido a uma força  $P$ , pode-se calcular a tensão por meio da expressão:

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \quad (2.10)$$

A partir do alongamento do total do corpo,  $\delta = l - l_0$ , onde a  $l$  é o comprimento final do corpo submetido a uma força  $P$ , calcula-se a taxa de alongamento por unidade de comprimento, chamada de deformação do corpo, de maneira que:

Figura 10 – Representação de um corpo de prova.



Fonte: [Shigley, Mischke e Budynas \(2004\)](#)

$$\epsilon = \frac{\delta}{l_0} \quad (2.11)$$

Caso uma relação linear entre a deformação e a tensão aplicada no corpo é observada, pode-se descrevê-la pelo modelo linear chamado de Lei de Hooke como:

$$\sigma = E\epsilon \quad (2.12)$$

Quando submetido a uma força axial, além de apresentar uma deformação longitudinal o corpo também apresenta uma deformação longitudinal e essas duas deformações são proporcionais entre si respeitando a Lei de Hooke, pode-se descrever essa proporção pelo chamado Coeficiente de Poisson:

$$\nu = \frac{\epsilon_{trans}}{\epsilon_{long}} \quad (2.13)$$

Onde  $\epsilon_{trans}$  e  $\epsilon_{long}$  são as deformações transversais e longitudinais, respectivamente.

Se a direção axial é a direção x, então as deformações transversais podem ser escritas como  $\epsilon_y = \epsilon_z = -\nu\epsilon_x$ . Portanto, tem-se que:

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad \epsilon_y = \epsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \quad (2.14)$$

#### 2.2.4 Critério de Falha

O comportamento estrutural dos materiais metálicos é tipicamente classificado entre dúctil ou frágil, e normalmente são classificados conforme sua deformação para falha,  $\epsilon_f$ . Materiais dúcteis apresentam deformação de falha de maneira que  $\epsilon_f \geq 0,05$ , e possuem limites de escoamento bem definidos. Já materiais frágeis, onde  $\epsilon_f \leq 0,05$ , não possuem tensão de escoamento bem definidas e são tipicamente classificados pelos seus limites de resistência a tração e a compressão. As teorias comumente aceitas são ([SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2004](#)):

**Materiais Dúcteis (critérios de escoamento):**

- Máxima tensão de cisalhamento.
- Máxima energia de distorção.
- Coulomb-Mohr para materiais dúcteis.

**Materiais Frágeis (critérios de fratura):**

- Máxima tensão normal.
- Coulomb-Mohr para materiais frágeis.
- Critério de Mohr modificado para materiais frágeis.

### 2.2.5 Teoria de Máxima Tensão de Cisalhamento

A teoria de máxima tensões de cisalhamento, também chamada de critério de Tresca, prevê que o escoamento do material se inicia quando a tensão de cisalhamento máxima de qualquer elemento se iguala ou excede o limite da tensão de escoamento obtida em um ensaio de tração em mesmo material.

Relembrando a formulação das tensões normais,  $\sigma = \frac{P}{A}$ , a máxima tensão de cisalhamento ocorre em uma superfície a  $45^\circ$  da superfície da tensão normal com a magnitude de  $\tau_{máx} = \frac{\sigma}{2}$ . Portanto, dada a máxima tensão de escoamento  $\sigma_e$ , a máxima tensão de cisalhamento nessa condição será tal que  $\tau_{máx} = \frac{\sigma_e}{2}$ . Para um estado geral de tensões onde as tensões principais podem ser determinadas e ordenadas por  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ . A máxima tensão de cisalhamento é tal que  $\tau_{máx} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ . Assim, para um estado geral de tensões, a teoria da máxima tensão de cisalhamento prevê o escoamento quando (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2004):

$$\tau_{máx} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \geq \frac{\sigma_e}{2} \quad ou \quad \sigma_1 - \sigma_3 \geq \sigma_e \quad (2.15)$$

### 2.2.6 Teoria de Máxima Energia de Distorção

A teoria de energia de distorção originou-se na observação que materiais dúcteis tracionados uniformemente, tensões principais iguais, apresentavam tensões de escoamento muito maiores que os valores obtidos pelos testes de tração. Portanto foi postulado que o escoamento não era um fenômeno simplesmente de tração ou compressão, mas sim estava relacionado de alguma maneira com a distorção do elemento carregado (SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2004).

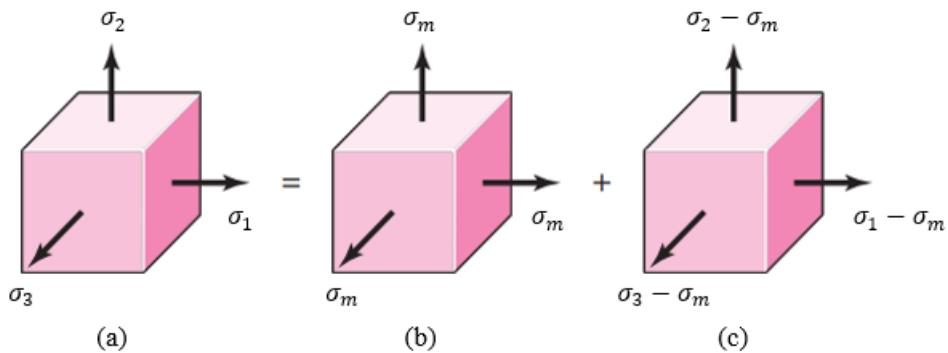
Conforme descrito por Hibbeler (2009), quando um material é deformado por uma carga externa, ele tende a armazenar energia internamente. A energia por unidade de volume é chamada de densidade de energia de deformação, caso o material esteja sujeito

a uma tensão uniaxial  $\sigma$ , a densidade de energia de deformação, representada por  $\mu$ , por ser definida como:

$$\mu = \frac{1}{2}\sigma\epsilon \quad (2.16)$$

Para o desenvolvimento do critério de falha com base na distorção causada pela energia de deformação, pode-se adotar um volume unitário submetido a qualquer estado de tensão tridimensional, incluindo o cisalhamento, representado pelas tensões  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ , conforme [Figura 11.a](#). Cada tensão principal contribui com uma porção para a densidade de energia de deformação total, de maneira que:

Figura 11 – Elemento com tensões triaxiais.



Fonte: Adaptado de [Shigley, Mischke e Budynas \(2004\)](#)

Legenda: (a) Elemento sob estado triaxial de tensões. (b) Elemento sob efeito de tensões médias, sofre apenas alteração de volume. (c) Elemento sob tensões de distorção, não sofre alteração de volume

$$\mu = \frac{1}{2} [\epsilon_1\sigma_1 + \epsilon_2\sigma_2 + \epsilon_3\sigma_3] \quad (2.17)$$

Substituindo as deformações principais descritas pela [Equação 2.14](#) em [Equação 2.17](#), tem-se que a densidade de energia de deformação pode ser representada por:

$$\mu = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2v(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] \quad (2.18)$$

A energia armazenada no elemento como resultado da mudança de seu volume,  $u_v$  é causada pela aplicação da principal média,  $\sigma_m$ :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2.19)$$

O elemento representado pela [Figura 11.b](#) representa esse estado, e a sua densidade de energia de deformação pode ser obtida substituindo  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ :

$$u_v = \frac{3\sigma_m^2}{2E}(1 - 2v) \quad (2.20)$$

Substituindo as equações, a energia armazenada pela distorção do volume,  $u_d$ , pode ser representada por:

$$u_d = u - u_v = \frac{1 + \nu}{3E} \left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right] \quad (2.21)$$

Esse estado está representado na [Figura 11.c](#), onde não ocorre alteração de volume, apenas distorção do elemento. É importante ressaltar que essa distorção não é uma distorção angular dos planos, ou seja, as faces permanecem perpendiculares umas as outras.

Para o simples teste de tração tem-se, no escoamento,  $\sigma_1 = \sigma_e$  e  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , portanto:

$$u_d = \frac{1 + \nu}{3E} \sigma_e^2 \quad (2.22)$$

Para o estado geral de tensões dado pela Eq. 2.21, o escoamento é previsto se a Eq. 2.21 é igual ou maior que a Eq. 2.22, assim:

$$\left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]^{1/2} \geq \sigma_e \quad (2.23)$$

Para o caso de tensão no plano ou biaxial, onde  $\sigma_3 = 0$ , tem-se que

$$\sigma_e^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 \quad (2.24)$$

Caso se trate de um caso simples de tração  $\sigma$ , então o escoamento ocorrerá quando  $\sigma \geq \sigma_e$ . Assim, o lado esquerdo da equação pode ser considerado como uma tensão simples, equivalente, ou efetiva para todo o estado de tensões dado por  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ . Essa tensão efetiva é normalmente chamada de tensão de Von Mises,  $\sigma'$  ([SHIGLEY; MISCHKE; BUDYNAS, 2004](#)).

## 2.3 Método Elementos Finitos

Conforme descrito por [Bathe \(2014\)](#), o método dos elementos finitos (MEF) é uma técnica de análise numérica para obtenção de soluções aproximadas para uma vasta variedade de problemas de engenharia. Foi apenas através do uso de computadores digitais que esse processo pode se tornar mais efetivo e possibilitou a aplicação generalizada nos

mais diversos campos da engenharia. Esse método é usado extensivamente na análise de sólidos, estruturas, transferência de calor e fluídos.

O método dos elementos finitos consiste em subdividir um meio contínuo em um certo número discreto de elementos de maneira que a grandeza de interesse seja aproximada por uma função dentro de cada um desses elementos. As funções aproximadas são definidas em termos dos valores determinados em cada ponto específico. Esses pontos são chamados de nós, ou pontos nodais, e normalmente localizam-se nas extremidades dos elementos, onde os elementos adjacentes se conectam. A combinação dos elementos que descrevem o meio contínuo resulta em uma série de equações que expressam as propriedades de cada elemento individualmente. Após a imposição das condições de contorno nos nós conhecidos é possível solucionar o sistema de equações e obter os resultados nos nós desconhecidos. Em um caso de equilíbrio ou em regime permanente, esse sistema será de equações lineares e não lineares. O fluxograma da [Figura 12](#) exemplifica o processo de resolução da análise pelo método dos elementos finitos.

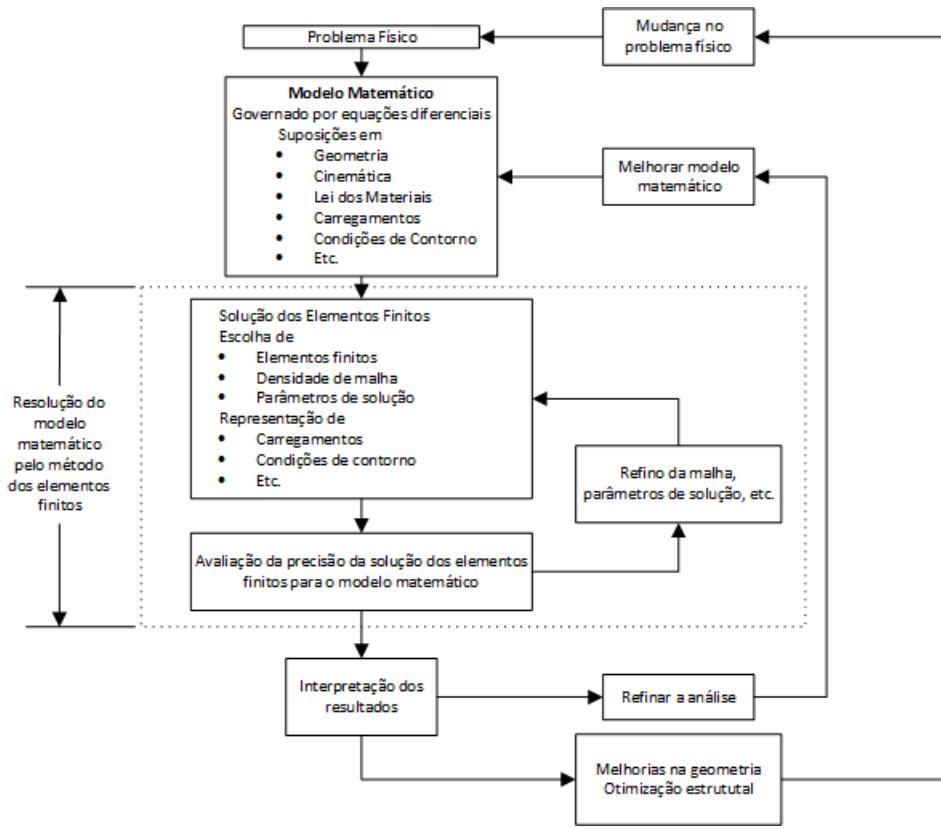
É claro que a solução de elementos finitos apenas resolve o modelo matemático selecionado, todas suas premissas usadas se refletirão na resposta obtida. Portanto, a escolha do modelo matemático adequado é crucial e determina completamente as ações que serão tomadas sobre o problema físico real ([BATHE, 2014](#)).

### 2.3.1 Idealização de Sistemas Discretos

Como descrito previamente, o método dos elementos finitos consiste em discretizar um meio contínuo em um número finito de elementos de maneira que se obtenha uma solução aproximada para a grandeza de interesse do meio. Tomando por exemplo uma viga unidimensional representada no diagrama da [Figura 13](#) submetida a uma carga  $P$  no ponto  $O$ . Nesse caso, a estrutura pode ser modelada por um número finito de elementos de comprimento  $l$ . Os pontos de conexão entre os elementos são chamados de nós do modelo. Em uma primeira instância são calculados somente os deslocamentos nos nós conhecidos, em um segundo momento os demais deslocamentos são solucionados. Julga-se que o número de pontos discretos escolhidos é suficiente para representar o deslocamento do conjunto inteiro de forma aproximada. A partir do conhecimento dos deslocamentos no nós e das propriedades atribuídas aos elementos, é possível calcular o comportamento interno de cada elemento. ([ALVES, 2000](#)).

Apesar do processo de discretização acima ter sido descrito em uma viga unidimensional, é mais comum solucionar esse tipo de problema por métodos analíticos, onde a resposta exata é obtida para os infinitos pontos da estrutura. Em estruturas mais complexas o método dos elementos finitos se torna mais interessante, uma vez que tais problemas exigem excessivas simplificações e resultam em cálculos menos apurados.

Figura 12 – Fluxograma para análise pelo método dos elementos finitos.



Fonte: Adaptado de [Bathe \(2014\)](#)

O processo de discretização, quando feito em estruturas bi ou tridimensionais, subdivide-as em um número finitos de elementos bi e tridimensionais, respectivamente. Qualquer que seja a geometria e o tipo de carregamento, a configuração deformada da estrutura é determinada pelos deslocamentos dos nós. Ou seja, os parâmetros que descrevem o comportamento da estrutura inteira são os deslocamentos nodais. Dessa forma, pode-se calcular as tensões e avaliar a resistência da estrutura analisada. Em linguagem mais geral, esses parâmetros são chamados também de Variáveis de Estado, pois governam e descrevem o estado de equilíbrio da estrutura ([ALVES, 2000](#)).

Uma das vantagens da análise pelo método dos elementos finitos advém do fato de ser possível manter um mesmo algoritmo de resolução para os mais diversos problemas. A solução de problemas contínuos por esse método sempre segue um processo passo a passo, com as seguintes etapas:

1. Discretização da geometria: inicialmente a geometria ou região deve ser idealizada como um conjunto de elementos.
2. Seleção das funções interpoladoras: na sequência são atribuídos os nós para cada elemento e selecionada a função interpoladora. Desta forma é possível representar o campo

de variáveis em cada elemento. O número de graus do polinômio da função depende do número de nós atribuído para os elementos e a natureza de cada nó.

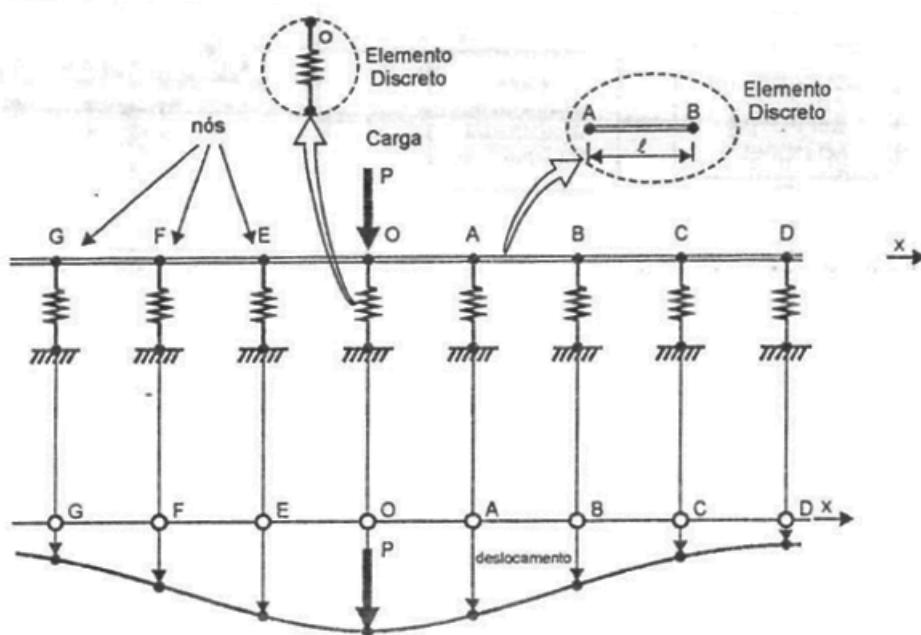
3. Propriedade dos elementos: uma vez selecionada a função interpoladora, é possível determinar a matriz de equações que expressa as propriedades os elementos individualmente.

4. Montagem das propriedades dos elementos e sistema de equações: com a combinação das matrizes dos elementos, obtém-se a matriz que expressa o comportamento do sistema inteiro. A matriz do sistema completo possuí a mesma forma das matrizes individuais dos elementos, porém contém muito mais termos, uma vez que são incluídos todos os nós. A base para a montagem da matriz do sistema vem do fato que no nós onde os elementos estão conectados, os valores devem ser iguais.

5. Condições de contorno: antes da solução do sistema de equações, devem ser levadas em conta as condições de contorno impostas ao problema, ou seja, são impostos valores em nós conhecidos.

6. Demais cálculos: a partir da resolução do sistema de equações descrito acima, é possível determinar outros parâmetros importantes para a análise. Tomando o exemplo da viga unidimensional, sendo conhecidos os deslocamentos nos nós, é possível calcular as tensões e deformações nos elementos. ([HUEBNER et al., 2001](#)).

Figura 13 – Estrutura discretizada.



Fonte: [Alves \(2000\)](#)

### 2.3.2 Leis Fundamentais

Como descrito por [Alves \(2000\)](#), a concepção do modelo matemático que representa de forma discreta a estrutura pode ser estabelecida a partir da aplicação de algumas leis da mecânica estrutural. A estrutura em equilíbrio deve satisfazer as três leis fundamentais:

**a. Equilíbrio de forças.**

Considerando a condição de equilíbrio da estrutura, pode-se aplicar as equações de equilíbrio conhecidas do estudo da mecânica em cada um dos elementos isoladamente. Da mesma forma, a condição de equilíbrio também pode ser aplicada internamente em cada elementos.

**b. Compatibilidade de deslocamentos.**

Esse conceito exige que os elementos adjacentes conectados no nó, mantenham-se conectados no mesmo nó na condição deformada. Ou seja, as extremidades dos elementos conectados por um nó estão sujeitas aos mesmos componentes de deslocamento, caso contrário os elementos estariam de afastando entre si, e a estrutura estaria abrindo ou se sobrepondo. Isso implica que, ao se montar o sistema de equações que descrevem o comportamento da estrutura, os valores das variáveis nodais serão iguais para todos elementos que compartilham os mesmos nós.

**c. Lei de comportamento do material.**

Ao se deformarem as tensões são transmitidas ao longo da estrutura. Quando o nível dessas tensões não for muito elevado, as forças internas crescem proporcionalmente às deformações, ou seja, devem respeitar a proporcionalidade descrita pela Lei de Hooke.

As variáveis ou parâmetros nodais atribuídos aos elementos são chamados de Graus de Liberdade (GDL). Para problemas estruturais, o deslocamento normalmente é a variável nodal atribuída. Tomando como exemplo um elemento triangular de um caso de tensão planar. Caso esse elemento possua um nó em cada extremidade, cada qual com duas componentes de deslocamento, esse elemento então possuirá seis graus de liberdade.

### 2.3.3 Elemento Unidimensional Linear

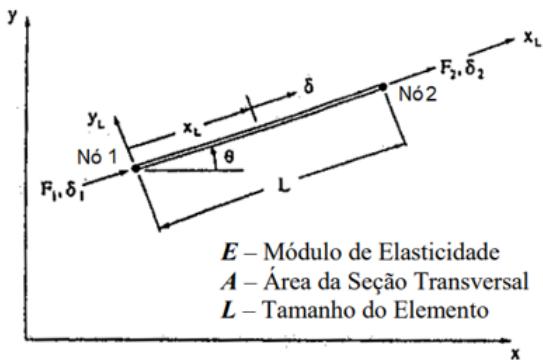
Como descrito por [Alves \(2000\)](#), no âmbito das aplicações estruturais, o objeto de interesse da análise está na determinação da configuração deformada da estrutura obtida a partir do cálculo dos deslocamentos nodais. Os deslocamentos nodais estão relacionados as forças que atuam em um determinado elemento e as diversas rigidezes associadas a esse elemento.

Para introduzir o conceito de rigidez do elemento, pode-se considerar uma mola. A constante elástica da mola é a medida de rigidez da mola, e pode ser expressa pela relação entre a força aplicada,  $F$ , e o deslocamento medido na extremidade da mola,  $\delta$ .

Como descrito na mecânica dos sólidos, caso essa relação seja linear, ela pode ser descrita pela Lei de Hooke, de maneira que  $F = k * \delta$ . Nesse caso mais simples, a mola possui apenas rigidez axial, e transfere apenas as forças axiais.

Esse conceito é válido para qualquer tipo de estrutura, sob quaisquer condições de carregamento. Como descrito por [Huebner et al. \(2001\)](#), tomando agora o mais simples elemento finito, um elemento de treliça de comprimento  $L$ , seção transversal  $A$  e módulo de elasticidade  $E$ , como mostrado na [Figura 14](#). Em cada extremidade do elemento existe uma componente de deslocamento nodal e força nodal ao longo do eixo local  $x_L$ . Esse eixo local faz um ângulo  $\theta$  com o eixo global  $x$ . Cada ponto no interior desse elemento possui um deslocamento axial,  $\delta$ , que varia ao longo do elemento. Assumindo que a variação do deslocamento é linear, pode-se representar o deslocamento em função de  $x_L$  de maneira que:  $\delta = \alpha_1 + \alpha_2 x_L$ . Onde  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são constantes a serem determinadas.

Figura 14 – Elemento de treliça.



Fonte: Adaptado de [Huebner et al. \(2001\)](#)

Dado que esta função descreve o deslocamento no interior do elemento, pode-se determinar os coeficientes  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  a partir das duas equações:

$$\begin{aligned}\delta(0) &= \delta_1 = \alpha_1 \\ \delta(L) &= \delta_2 = \alpha_1 + \alpha_2 L\end{aligned}\tag{2.25}$$

Substituindo os valores de  $\alpha$  na equação, tem-se que:

$$\delta = \delta_1 + \frac{\delta_2 - \delta_1}{L} x_L\tag{2.26}$$

Dessa forma é possível determinar a deformação e a tensão do elemento, que para um elemento de treliça ocorrerá apenas na direção axial. Para esse caso ambos, deformação

e tensão, serão constantes e independentes de  $x_L$ .

$$\begin{aligned}\epsilon &= \frac{\delta_2 - \delta_1}{L} \\ \sigma &= E\epsilon = \frac{E}{L}(\delta_2 - \delta_1)\end{aligned}\quad (2.27)$$

Como mencionado anteriormente, a matriz de rigidez do elemento relaciona as forças nodais aos deslocamentos nodais. Pode-se usar o princípio de mínima energia potencial para determinar as equações de equilíbrio do elemento. Desta forma, é possível obter a sua matriz de rigidez. Para uma estrutura elástica, a energia potencial  $\Phi$  é a soma da energia interna de deformação  $U$  menos o trabalho das forças externas  $V$ . A energia interna de deformação é obtida pela integração no volume do elemento. Integrando no seu volume substituindo as equações de tensão e deformação, temos que:

$$U = \frac{1}{2} \frac{EA}{L} (\delta_2 - \delta_1)^2 \quad (2.28)$$

O trabalho das forças externas é determinado pelo somatório das multiplicações das forças nodais pelos deslocamentos nodais, de maneira que:

$$V = F_1\delta_1 + F_2\delta_2 \quad (2.29)$$

Combinando os resultados obtém-se a energia potencial total, onde  $(e)$  denota a energia potencial total do elemento:

$$\Pi^{(e)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{EA}{L} (\delta_2 - \delta_1)^2 - (F_1\delta_1 + F_2\delta_2) \quad (2.30)$$

Para um estado em equilíbrio, o princípio de mínima energia potencial determina que:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \delta_1} = \frac{\partial \Pi}{\partial \delta_2} = 0 \quad (2.31)$$

Fazendo as derivadas indicadas, tem-se as equações de equilíbrio:

$$\begin{aligned}-\frac{EA}{L}(\delta_2 - \delta_1) - F_1 &= 0 \\ \frac{EA}{L}(\delta_2 - \delta_1) - F_2 &= 0\end{aligned}\quad (2.32)$$

Reescrevendo as equações de forma matricial:

$$\frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (2.33)$$

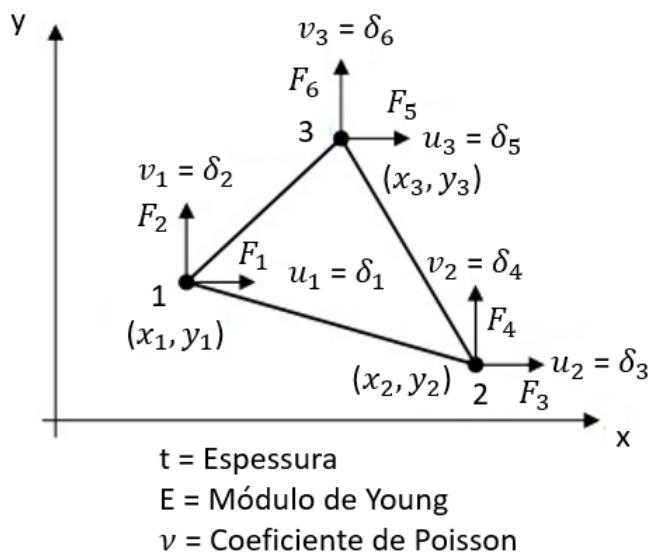
Onde a matriz de rigidez do elemento é:

$$[K]^{(e)} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

### 2.3.4 Elemento Triangular Linear

O mesmo procedimento pode ser aplicado para elementos triangulares, [Figura 15](#). Esse é o elemento mais simples e vastamente utilizados para a resolução de problemas planos. Nesse caso cada nó agora possuí dois componentes de deslocamento, portanto seis graus de liberdade. Onde pode-se representar os deslocamentos pelo seguinte vetor:

Figura 15 – Elemento de triangular em um estado plano de tensões.



Fonte: Adaptado de [Huebner et al. \(2001\)](#)

$$(\delta) = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

A distribuição do deslocamento dentro do elemento deve ser uma função de x e y, e será determinada pelos deslocamentos nodais, assim como no elemento unidimensional,

de maneira que:

$$\begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ v &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \end{aligned} \quad (2.36)$$

Onde os valores de  $\alpha$  devem ser determinados.

Considerando a área do elemento triangular como:

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} \quad (2.37)$$

Pode-se obter os valores de  $\alpha_1$  até  $\alpha_6$  resolvendo os deslocamentos  $u$  e  $v$  para cada nó. Com as devidas manipulações algébricas, tem-se que:

$$u = \frac{a_1 u_1 + a_2 u_2 + a_3 u_3}{2\Delta} + \frac{b_1 u_1 + b_2 u_2 + b_3 u_3}{2\Delta} + \frac{c_1 u_1 + c_2 u_2 + c_3 u_3}{2\Delta} y \quad (2.38)$$

$$v = \frac{a_1 v_1 + a_2 v_2 + a_3 v_3}{2\Delta} + \frac{b_1 v_1 + b_2 v_2 + b_3 v_3}{2\Delta} + \frac{c_1 v_1 + c_2 v_2 + c_3 v_3}{2\Delta} y \quad (2.39)$$

Onde:

$$\begin{aligned} a_1 &= x_2 y_3 - x_3 y_2 & a_2 &= x_3 y_1 - x_1 y_3 & a_3 &= x_1 y_2 - x_2 y_1 \\ b_1 &= y_2 - y_3 & b_2 &= y_3 - y_1 & b_3 &= y_1 - y_2 \\ c_1 &= x_3 - x_2 & c_2 &= x_1 - x_3 & c_3 &= x_2 - x_1 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Como o campo de deslocamentos determinado, é possível encontrar as deformações do elemento. Considerando que as deformações existentes estão no plano x-y, para pequenos deslocamentos tem-se que:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.41)$$

Dessa forma, escrevendo as deformações de forma matricial:

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_2 & 0_3 & 0 & b_3 \\ 0 & c_1 & 0 & c_2 & 0 & c_3 \\ c_1 & b_1 & c_2 & b_2 & c_3 & b_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix} \quad (2.42)$$

Considerando:

$$[B] = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_2 & 0 & b_3 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & c_2 & 0 & c_3 \\ c_1 & b_1 & c_2 & b_2 & c_3 & b_3 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Assim:

$$\{\epsilon\}^{(e)} = [B]^{(e)}\{\delta\}^{(e)} \quad (2.44)$$

Onde (e) é o indicador que a equação está descrita para um elemento.

A lei de Hooke fornece as equações constitutivas necessárias para relacionar as tensões aos deslocamentos, onde a matriz  $[C]$ , 6x6, é a matriz de proporcionalidade:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & c_{12} & \dots & C_{16} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ C_{61} & C_{62} & \dots & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (2.45)$$

Ou

$$\{\sigma\} = [C]\{\epsilon\} \quad (2.46)$$

Assim como no procedimento do elemento unidimensional, deve-se determinar a energia potencial total a partir do trabalho das forças externas e da energia interna de deformação, integrando no volume do elemento.

Para um estado de equilíbrio, a derivada parcial da energia potencial total em relação a cada deformação nodal de ser igual a zero:

$$\frac{\partial \Pi^{(e)}}{\partial \delta_1} = \frac{\partial \Pi^{(e)}}{\partial \delta_2} = \dots = \frac{\partial \Pi^{(e)}}{\partial \delta_6} = 0 \quad (2.47)$$

Com as devidas passagens algébricas, obtém-se o seguinte resultado:

$$t\Delta[B]^T[C][B]\{\delta\} - \{F\} = 0 \quad (2.48)$$

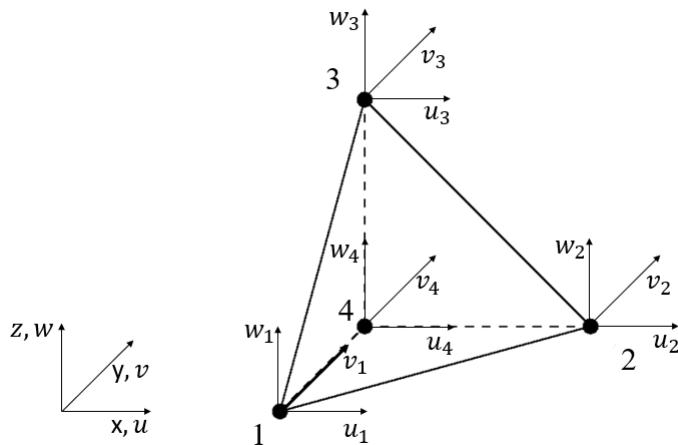
Sendo assim, a matriz de rigidez do elemento triangular pode ser descrita como:

$$[K]^{(e)} = t\Delta[B]^T[C][B] \quad (2.49)$$

### 2.3.5 Elemento Sólido Tetraédrico Linear

Um meio sólido pode ser discretizado em elementos de diversas geometrias. O elemento mais simples, no entanto, é o elemento tetraédrico. Devido a versatilidade da geometria, qualquer corpo contínuo sólido pode ser representado como um conjunto de tetraedros. O estudo do comportamento físico do elemento tetraédrico pode ser efetuado isolando-o do resto da estrutura, como representado pela [Figura 16](#). O elemento tetraédrico possui quatro nós, apresentando 12 graus de liberdade. Assim a matriz coluna das forças nodais tem dimensão 12x1 e da mesma forma a matriz coluna dos deslocamentos nodais também terá 12x1, como consequência a Matriz de Rígidez terá dimensão 12x12. Como em qualquer problema de estado triaxial de tensões, o deslocamento de qualquer ponto é definido pelos componentes  $u$ ,  $v$  e  $w$  nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente.

Figura 16 – Representação do elemento tetraédrico.



Fonte: Adaptado de [Chaves \(2013\)](#)

$$\{f\}_{12x1} = [k]_{12x12} * \{\delta\}_{12x1} \quad (2.50)$$

Por ser um problema tridimensional, os deslocamentos dependem da posição,  $x$ ,  $y$  e  $z$ , que se encontram. Cada deslocamento pode ser representado por uma função na qual esse posicionamento são as variáveis, como descrito pela [Equação 2.51](#). O polinômio de interpolação nesse caso possuirá 12 graus, já que o elemento possui 12 graus de liberdade. Assim como para os elementos o problema do estado plano de tensões, será considerado nesse caso que os deslocamentos variam linearmente ([ALVES, 2000](#)).

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x + \alpha_3 \cdot y + \alpha_4 \cdot z \\ v(x, y, z) &= \alpha_5 + \alpha_6 \cdot x + \alpha_7 \cdot y + \alpha_8 \cdot z \\ w(x, y, z) &= \alpha_9 + \alpha_{10} \cdot x + \alpha_{11} \cdot y + \alpha_{12} \cdot z \end{aligned} \quad (2.51)$$

Para o cálculo das deformações do elemento tetraédrico, deve-se se considerar as seguintes equações a partir da teoria da elasticidade:

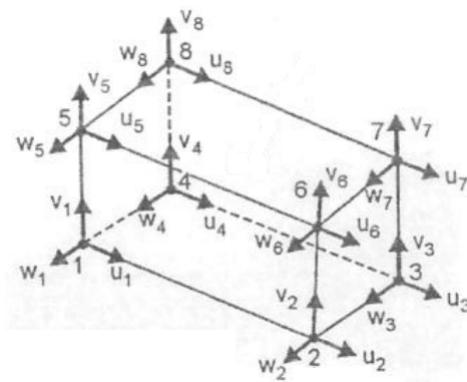
$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}; \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.52)$$

Assim como feito para o problema planar, deve-se substituir as funções de interpolação para os valores nodais. Posteriormente, assim que determinado as constantes desconhecidas, pode-se determinar as equações para o trabalho interno e externo e a condição de equivalência.

### 2.3.6 Elemento Sólido Hexaédrico Linear

Assim como foi feito para o elemento tetraédrico, também pode-se subdividir um corpo em elementos sólidos na forma de paralelepípedos, os chamados elementos sólidos hexaédricos, representados pela [Figura 17](#). Para essa configuração o elemento possuí oito nós, cada qual com seus três graus de liberdade, totalizando 24 graus de liberdade. Como consequência, apresenta a seguinte formulação:

Figura 17 – Representação do elemento hexaédrico.



Fonte: [Alves \(2000\)](#)

$$\{f\}_{24x1} = [k]_{24x24} * \{\delta\}_{24x1} \quad (2.53)$$

Assim como foi descrito para o elemento tetraédrico, as deformações do elemento hexaédrico também serão representadas como função de x, y e z, porém agora teremos 24

coeficientes para as 3 funções.

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= \alpha_1 + \alpha_2 \cdot x + \alpha_3 \cdot y + \alpha_4 \cdot z + \alpha_5 \cdot x \cdot y + \alpha_6 \cdot x \cdot z + \alpha_7 \cdot y \cdot z + \alpha_8 \cdot x \cdot y \cdot z \\ v(x, y, z) &= \alpha_9 + \alpha_{10} \cdot x + \alpha_{11} \cdot y + \alpha_{12} \cdot z + \alpha_{13} \cdot x \cdot y + \alpha_{14} \cdot x \cdot z + \alpha_{15} \cdot y \cdot z + \alpha_{16} \cdot x \cdot y \cdot z \\ w(x, y, z) &= \alpha_{17} + \alpha_{18} \cdot x + \alpha_{19} \cdot y + \alpha_{20} \cdot z + \alpha_{21} \cdot x \cdot y + \alpha_{22} \cdot x \cdot z + \alpha_{23} \cdot y \cdot z + \alpha_{24} \cdot x \cdot y \cdot z \end{aligned} \quad (2.54)$$

As deformações para o elemento hexaédrico, segundo a teoria da elasticidade, devem ser de tal maneira que:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}; \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.55)$$

### 2.3.7 Generalização da Matriz de Rigidez de Elementos

Generalizando a obtenção da matriz de rigidezes dos elementos finitos, pode-se descrever um procedimento com cinco etapas.

Inicialmente se deve determinar a função de interpolação do elemento, de maneira que seja possível uma aproximação do campo de deslocamentos dentro do elemento. Os graus dessa função interpolação deve ser proporcional ao grau de liberdade do elemento.

Em seguida são determinados os coeficientes da função. A partir dos deslocamentos nodais é possível solucionar os deslocamentos dentro do elemento, por meio da Função de Forma  $[N(x)]$ , de maneira que  $\delta_{ELEMENTO} = [N(x)] \cdot \delta_{NODAL}$ .

Nesse momento é possível se determinar as deformações dentro do elemento, por intermédio da Matriz Deslocamento-Deformação,  $[B(x)]$ .  $\epsilon_{ELEMENTO} = [B(x)] \cdot \delta_{NODAL}$ .

As forças internas e tensões do elemento são calculadas a partir das suas deformações,  $\sigma_{ELEMENTO} = [C] \cdot \epsilon_{ELEMENTO}$ , com a matriz constitutiva  $[C]$ .

Por fim, é possível determinar a matriz de rigidez do elemento, aplicando à condição de equivalência de energia, igualando os trabalhos internos e externos integrados no volume do elemento. Dessa forma, a matriz de rigidez do elemento será:

$$[K]^{(e)} = \left[ \int_{Vol} [B]^T \cdot [C] \cdot [B] \cdot dVol \right] \quad (2.56)$$

### 2.3.8 Matriz de Rigidez da Estrutura e Sistema de Equações

Encontradas as equações algébricas que descrevem as características de cada elemento. O próximo passo para uma análise de elementos finitos é combinar todas essas

equações. Dessa forma é possível se determinar a matriz de rigidez da estrutura, que deve ser obtida a partir do somatório das rigidezes de cada dos elementos:

$$[K] = \sum [K]_i^{(e)} \quad (2.57)$$

Onde  $[K]$  representa a matriz de rigidez global da estrutura e  $[K]_i^{(e)}$  é a matriz de rigidez do  $i$ -ésimo elemento, (e) denota elemento.

Assim como um típico elemento de mola, as relações entre forças e deslocamentos podem ser descritas de maneira matricial como:

$$\{F\} = [K]\{U\} \quad (2.58)$$

Realizando a montagem do sistema de equações, as variáveis que descrevem a resposta da estrutura podem ser escritas como o vetor de deslocamentos  $\{U\}$ . Já o vetor  $\{F\}$  representa as forças resultantes. A composição do sistema de equações que descrevem a estrutura deve respeitar a compatibilidade de elementos adjacentes em seus nós. Ou seja, os valores das variáveis nodais devem ser os mesmos para todos os elementos que compartilham esse nó.

O conjunto de equações formado já considera condições de contorno externas a estrutura, porque está incluído no vetor de forças resultantes  $\{F\}$ . Porém para uma solução única do sistema de equações é necessário ao menos uma, de em alguns casos mais de uma, variável nodal.

Assim ao se resolver o sistema de equações descrito pela [Equação 2.58](#), com as condições de contorno imposta no problema, se conclui a análise pelo método dos elementos finitos. Com o problema devidamente solucionado é possível determinar outras variáveis de interesse, como tensões e forças internas nos elementos.

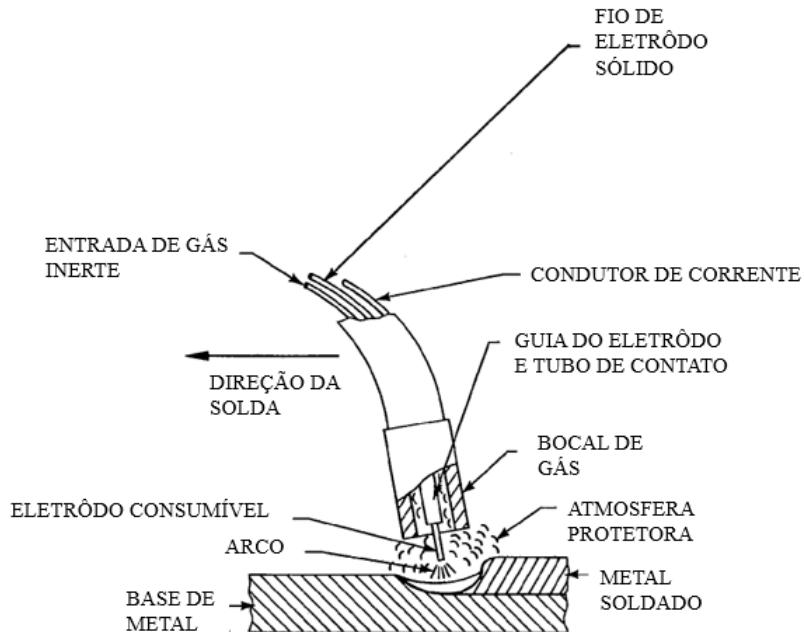
## 2.4 Processos de Soldagem

Apesar de não ser o intuito do presente trabalho, uma breve revisão sobre alguns processos de soldagem será feita nessa seção para um melhor entendimento da fixação e montagem dos componentes, procurando familiarizar o leitor com alguns conceitos utilizados posteriormente para a concepção dos modelos numéricos.

Para a fixação do suporte de montagem atual, são utilizados três cordões de solda feito a partir do processo chamado Metal Inert Gas (MIG). Esse tipo de solda se utiliza de um arco elétrico entre um eletrodo metálico e os componentes onde é depositado a solda. O eletrodo é alimentado continuamente, sendo depositado na junta dos materiais, e é fundido pela corrente do arco elétrico. O eletrodo fica protegido por um fluxo de gás, ou mistura de gases, normalmente argônio, inerte que protege o processo de fusão dos

componentes da atmosfera. Na [Figura 18](#) pode-se notar o dispositivo usado no processo de soldagem ([AMERICAN WELDING SOCIETY, 1991](#)).

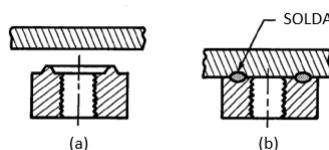
Figura 18 – Esquema da ferramenta usado nos processos de solda MIG.



Fonte: Adaptado de [American Welding Society \(1991\)](#)

A nova geometria foi idealizada para ser usada com uma fixação através de um processo de solda chamado de solda por resistência, especificamente solda por projeção. Nesse processo, uma pressão é aplicada entre as superfícies que se deseja soldar, então uma corrente é aplicada nos componentes. Essa corrente desenvolve calor suficiente para que ambos os materiais sejam aquecidos e derretam nas projeções. Então é permitido que as superfícies resfriam sobre pressão, gerando uma força que fixa as peças juntas. Na [Figura 19](#) se mostra um exemplo de aplicação das soldas por projeção.

Figura 19 – Exemplo de Solda por Projeção.



Fonte: Adaptado de [American Welding Society \(1991\)](#)

Legenda: (a) Antes da soldagem; (b) Depois do processo de soldagem por projeção.

O uso desse tipo de solda para a nova geometria é facilitado pelo fato de que a peça deve ser produzida por processos de conformação, permitindo a confecção das projeções durante a estampagem.



### 3 METODOLOGIA

#### 3.1 Contextualização

Esse trabalho tem por finalidade avaliar a proposta de alteração da geometria dos suportes de montagem utilizados em compressores rotativos. Essa modificação proporcionaria uma redução significativa nos custos de produção, tornando o produto mais competitivo. Além de reduzir os custos do produto final, a solução proporcionaria uma redução de massa dos componentes. Para avaliação dessa solução, foram preparadas análises pelo método de elementos finitos comparando a geometria utilizada atualmente com a proposta, verificando ambas em condições de carregamento similares a aplicação.

Além da concepção do modelo de elementos finitos, também foi feita uma verificação da viabilidade financeira sobre os investimentos envolvidos na implementação da solução, a fim de se confirmar se a proposta atinge seu principal propósito, ou seja, a redução de custo do produto.

#### 3.2 Descrição do Produto

Os compressores rotativos são largamente utilizados em aplicações de refrigeração residencial. É estimado que mais de 90% dos equipamentos de ar-condicionado residencial usem compressores rotativos de palheta fixa, devido ao fato de terem poucos componentes e sua geometria ser simples como citado por [Ooi e Yap \(2015\)](#).

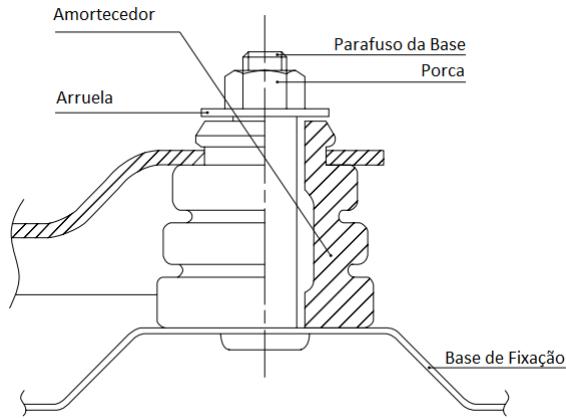
Os compressores rotativos possuem uma alta eficiência volumétrica, isso ocorre pelo fato dos mecanismos possuírem pequenas folgas e o terem baixo volume morto, reduzindo as perdas por reexpansão no ciclo termodinâmico, inerentes a concepção do equipamento. Como a descarga do refrigerante em alta pressão ocorre dentro da carcaça do compressor, essa característica reduz significativamente a pulsação do fluído nos tubos de descarga do sistema e consequentemente os níveis de ruído.

A fixação do suporte de montagem dos compressores nesses equipamentos é feita por meio de um conjunto de fixação, como mostrado na [Figura 20](#). Esse conjunto é composto por uma base, amortecedor, parafuso (normalmente soldado a base), porca e arruela de fixação. O funcionamento dos motores e o fato do compressor estar fixado a base geram uma grande vibração rotacional nos componentes, podendo levar a quebra dos tubos de sucção e descarga do sistema. Os amortecedores previnem que essa vibração seja transmitida para o equipamento.

Para as análises da presente monografia, foi selecionado o compressor de maior massa em que é aplicado essa geometria de suporte. Suas características técnicas são

apresentadas na [Tabela 1](#).

Figura 20 – Diagrama do conjunto de fixação de compressores rotativos.



Fonte: Adaptado de [Samsung \(2018\)](#)

Tabela 1 – Características técnicas.

| Parâmetros                      | Valores  |
|---------------------------------|--|
| Aplicação                       | High back pressure - Air conditioning (HBP/AC) |
| Fluído Refrigerante             | R-22   |
| Tensão (V)                      | 240  |
| Frequência (Hz)                 | 50   |
| Capacidade [ASHRAE] (BTU/h)     | 9580   |
| Potência (W)                    | 925  |
| Deslocamento (cm <sup>3</sup> ) | 16,14  |
| Massa (kg)                      | 12,895   |

Fonte: Catálogo [Tecumseh \(2021\)](#)

### 3.2.1 Geometria

Para a avaliação estrutural dos componentes foram consideradas as geometrias dos suportes de montagem atual e a geometria sendo proposta, bem como o componente que recebe essas peças durante a montagem do compressor, a tampa inferior. O suporte de montagem atual trata-se de um componente cuja a estrutura é formada toda em aço AISI 1020 laminado a quente, de espessura nominal 2,28mm e propriedade descritas pela [Tabela 2](#). Possui um formato triangular contendo três furos que recebem os amortecedores durante a montagem do equipamento no gabinete, como mostrado na [Figura 21](#). A base metálica possui um elemento com perfil esférico, dimensionado para garantir o contato com a superfície de esférica da tampa inferior. O componente possui abas laterais que criam um plano de apoio nas suas extremidades. Essas abas também garantem que a

geometria resista às tensões envolvidas no funcionamento e nos processos de fabricação do compressor. A peça também apresenta seis furos de menor diâmetro que permitem a fixação de parafusos que são usados para receber os fios de aterramento do compressor quando instalado no gabinete. Ao lado desses furos também existem três símbolos de aterramento estampados.

Tabela 2 – Propriedade mecânica dos materiais.

| Propriedades                                   | AISI 1020 |
|--|-----------|
| Densidade ( $Kg/m^3$ )                         | 7850,0    |
| Coeficiente de Poisson                         | 0,29      |
| Módulo de Elasticidade ( $Pa$ )                | 2,12E+11  |
| Limite de resistência a tração ( $Pa$ )        | 3,93e+08  |
| Limite de resistência a compressão ( $Pa$ )    | 1,69E+11  |
| Limite de resistência ao cisalhamento ( $Pa$ ) | 8,23e+10  |
| Tensão de escoamento ( $Pa$ )                  | 2,935e+08 |

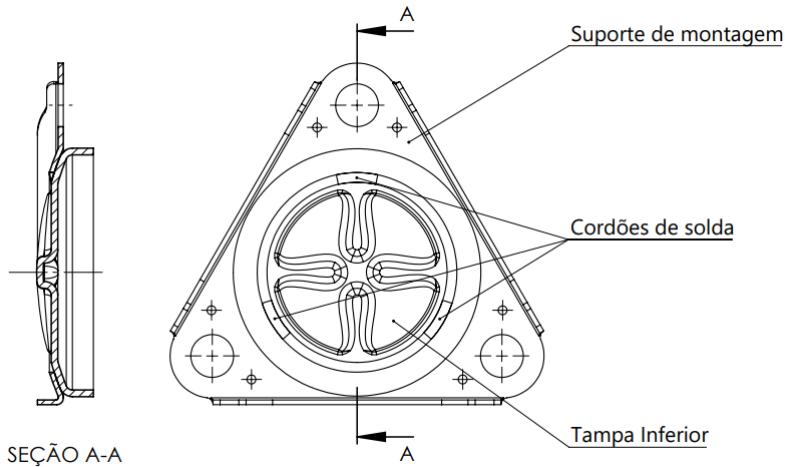
Fonte: Retirado de Granta **DESIGN** biblioteca nativa à plataforma *Ansys®*

O componente que permite a montagem do suporte no compressor é a tampa inferior, uma peça também fabricada pelo processo de estampagem em uma chapa de 3,0mm de espessura, também de aço AISI 1020. O formato cilíndrico das laterais da tampa permite que a peça seja inserida na carcaça do compressor. As tampas inferior e superior em conjunto com a carcaça formam o volume hermético que recebe o fluído refrigerante em alta pressão. Toda essa montagem é finalizada por dois cordões de solda do tipo MIG ao redor de todo o perímetro da carcaça na região de junção das peças.

A tampa inferior possui uma superfície em forma de calota esférica com sulcos para aumentar a sua rigidez. A região mais externa da tampa também possui um formato de uma secção esférica, que permite o contato da tampa com o suporte de montagem. A fixação do suporte atual na tampa inferior é feita por meio de três cordões de solda MIG equidistantes, não possuindo indexação quanto a sua posição angular no perímetro da tampa.

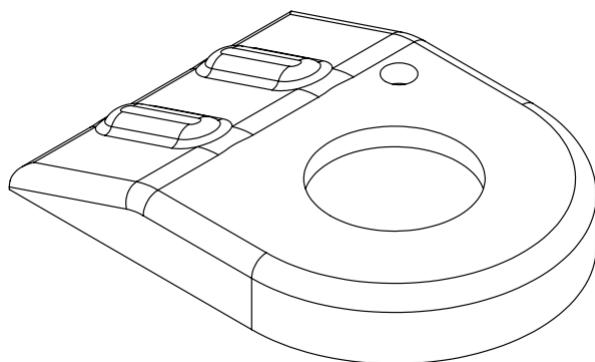
A geometria proposta para alteração trata-se de três componentes, [Figura 22](#), iguais também fabricados através de estampagem de aço AISI 1020, com o intuito de reduzir os custos de fabricação e material, conforme [Figura 23](#). Buscou-se manter as características e funções do componente atual, como o furo para alojamento do amortecedor, um furo com a função de receber o parafuso de aterramento e abas laterais para aumentar a resistência aos esforços de fabricação e funcionamento do produto, além de garantir um plano de apoio do compressor para facilitar o transporte e o manuseio.

Figura 21 – Montagem do suporte com a tampa inferior.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 22 – Suporte de montagem proposto.

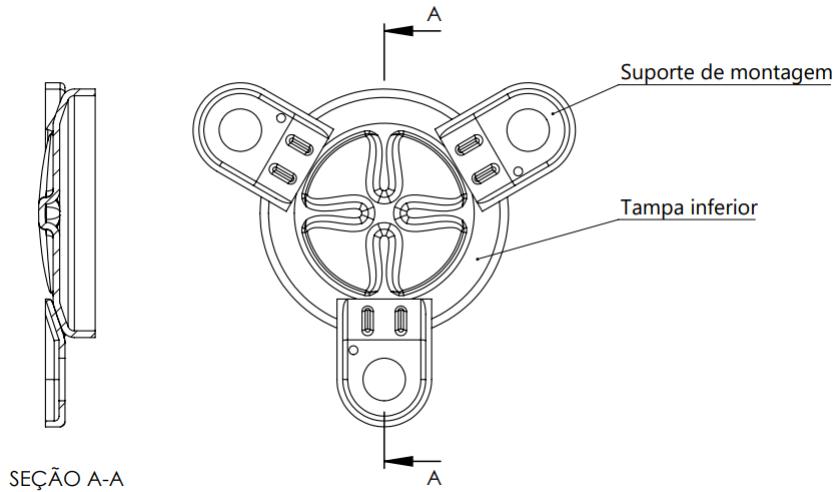


Fonte: Elaborado pelo autor.

Uma alteração dos elementos de fixação da nova configuração foi proposta a fim de garantir a resistência do componente aos esforços envolvidos. A fixação proposta para esse componente trata-se de solda por resistência, nesse caso foram usadas projeções, dimensionadas conforme citado em [American Welding Society \(1991\)](#). A região da tampa inferior utilizada para a montagem desses componentes foi a mesma já usada no processo atual, o perfil esférico.

Os modelos geométricos *Computer-Aided Design* (CAD), foram preparados na plataforma de modelagem *Solidworks® 2019* e importados para a plataforma de simulação integrada do software *Ansys®*, denominada *Workbench*. A partir da interface de modelagem geométrica nativa, *Space Claim*, foram feitas algumas simplificações das geometrias e ajustes das faces, preparando o modelo para as análises de elementos finitos.

Figura 23 – Montagem do suporte com novo *design*.



Fonte: Elaborado pelo autor.

As variáveis como o tamanho dos elementos e as posições angulares dos componentes foram parametrizadas na própria plataforma *Workbench*, permitindo a modelagem do sistema em diversas configurações, para posterior verificação dos seus comportamentos.

### 3.3 Análise Numérica Estática Estrutural

Nos tópicos anteriores foram apresentadas as geometria e propriedades dos componentes envolvidos na formulação do problema a ser estudado. A partir dessas informações foram desenvolvidos os modelos de elementos finitos que buscam representar o comportamento dos sistemas em questão. A análise pelo método dos elementos finitos foi usada para avaliação dos deslocamentos e das tensões geradas nas duas configurações estudadas pelo trabalho. Posteriormente os resultados foram comparados entre si, visando identificar se a proposta cumpre o objetivo inicial estipulado.

#### 3.3.1 Condições de Contorno

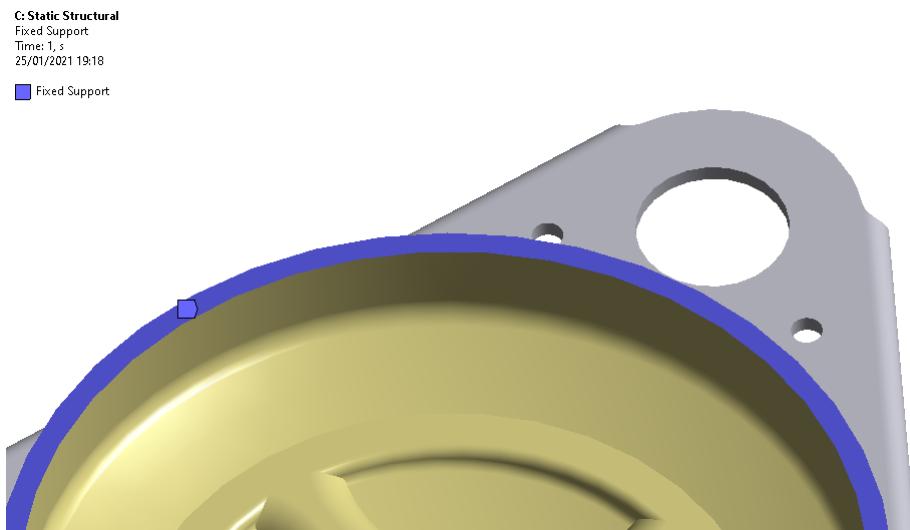
Para a formulação do modelo de elementos finitos e suas condições de contorno, foram consideradas premissas que buscam representar o problema real. Visando simplificar a análise, foram consideradas apenas as peças envolvidas na montagem do conjunto, tampa inferior e suportes de montagem. Essas considerações foram tomadas uma vez que as maiores tensões estudadas se concentram na fixação entre ambas as peças, sendo desprezível o efeito do corpo do compressor devida à metodologia da análise. Também foram feitas simplificações nas geometrias das peças em estudo, buscando reduzir o dispêndio computacional e obter um resultado suficientemente preciso.

A face superior da tampa, que na montagem do compressor encontra-se fixada à carcaça, foi considerada engastada, como mostrado na [Figura 24](#), impossibilitando a translação dos nós nessa região, restringindo os seus três graus de liberdade de translação, dado que foi-se utilizados elementos sólidos tridimensionais.

Durante o funcionamento do compressor, o suporte de montagem deve suportar ao menos dois tipos de forças. As forças verticais, geradas pelo peso próprio do compressor e os esforços torcionais, gerados pela interação entre o torque gerado pelo motor elétrico ao rotacionar o eixo e pela reação do fluído refrigerante a compressão.

Esses dois esforços foram representados no modelo numérico por quatro forças aplicadas nas respectivas regiões de contato entre o suporte e o amortecedor, como representado na [Figura 25](#). O peso do compressor, representado por apenas uma força no modelo, foi distribuído uniformemente entre as três regiões de apoio como uma força vertical direcionada para a face engastada, representado a reação do apoio sobre a face do suporte. O valor para essa força foi obtido a partir das informações descritas na ficha técnica do modelo do compressor como apresentado na [Tabela 1](#).

Figura 24 – Face da tampa considerada como suporte fixo.



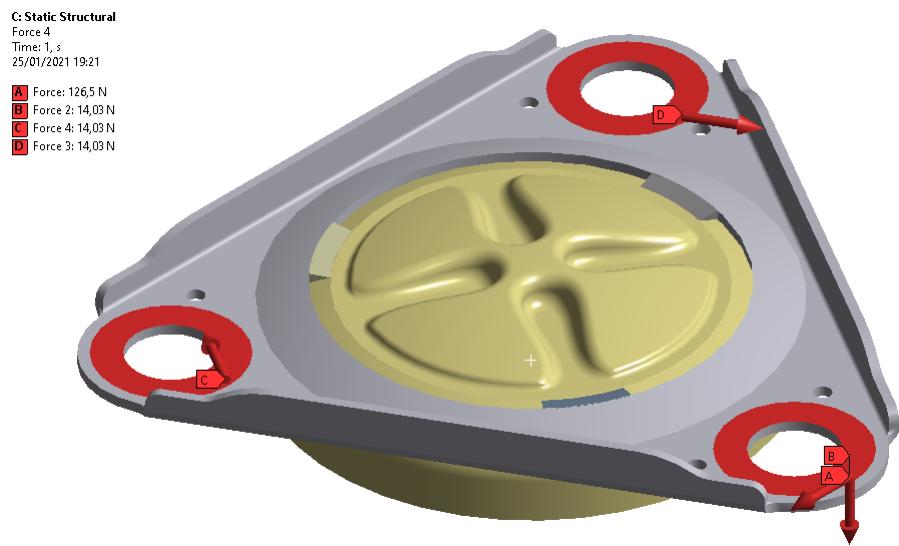
Fonte: Elaborado pelo autor.

Os esforços relacionados ao torque gerado pelo motor elétrico foram representados por forças horizontais tangentes ao raio formado pelos três alojamentos dos amortecedores. Assim como as demais, essas forças também foram distribuídas nas regiões de contato com o amortecedor. Essas forças foram estipuladas a partir do conjugado do motor, conforme [Equação 3.1](#) (WEG, 2020), considerando-se  $P_m$  a potência declarada de 925 kW pelo modelo do compressor,  $n$  a rotação de 3000rpm referente a frequência da rede, no caso

50Hz devido a aplicação do modelo no mercado norte-americano.

$$P_m(kW) = \frac{C(Nm)n(rpm)}{9555} \quad (3.1)$$

Figura 25 – Carregamentos aplicados a área de contato do suporte com amortecedor.



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.3.2 Discretização da Geometria

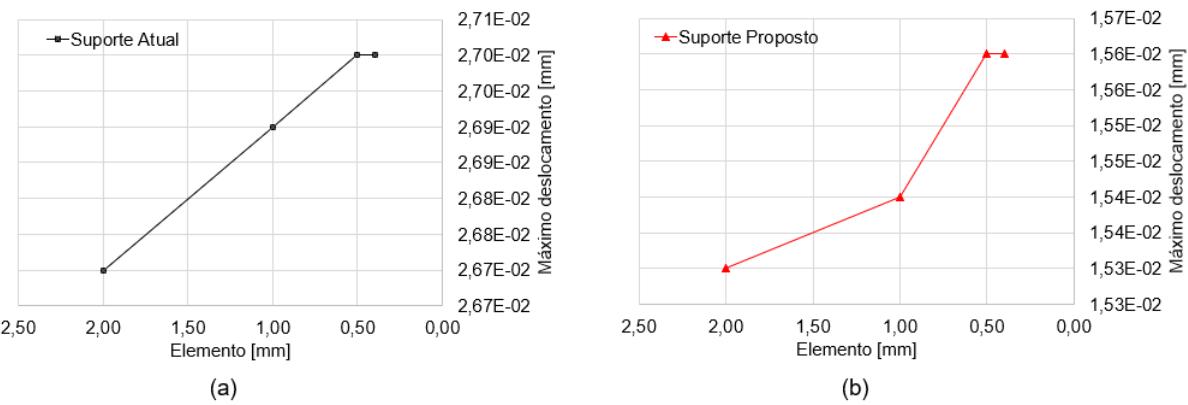
Como citado por Bathe (2014), é importante ressaltar que o método dos elementos finitos é um procedimento numérico para resolução de problemas matemáticos idealizados a partir de um problema físico real, sendo assim, considerações importantes devem ser feitas quanto a precisão dos resultados e a convergência da solução numérica da análise. Deve-se reconhecer que o modelo matemático está implícito na representação do problema físico a partir de elementos discretizados, ou seja, a solução pelo método dos elementos finitos deve convergir para a solução exata analítica das equações diferenciais que governam o modelo matemático.

Se as condições para um critério de convergência monotônica forem satisfeitas, a precisão dos resultados irá aumentar continuamente com o refino da malha utilizada. Esse procedimento de refino da malha é feito subdividindo-se os elementos da malha utilizada anteriormente em dois ou mais elementos. Posto isso, é necessário enfatizarmos que existe um compromisso entre a qualidade dos resultados obtidos e o dispêndio computacional no modelo. Uma malha muito densa pode tornar a análise inviável, já uma malha pouco refinada pode apresentar uma solução imprecisa do problema analítico.

As simulações para a definição da malha foram conduzidas em ambos os modelos. Foram usados elementos sólidos tetraédricos de ordem quadrática, de maneira que permitisse uma representação mais aproximada da geometria. As análises estruturais tiveram como objetivo obter dados de deslocamento total dos componentes mediante a aplicação dos esforços estipulados anteriormente pelo estudo de aplicação do produto. Na [Figura 26](#) é possível observar a convergência desses resultados a partir dos deslocamentos totais obtidos para ambos os modelos, em função do tamanho do elemento estrutural estudado.

Observa-se que a máxima variação do deslocamento dos componentes foi inferior a 2,0%, se mantendo entre 0,026 e 0,027mm para a geometria usada atualmente e 0,015 e 0,016mm para a geometria a ser estudada para tamanhos de elementos variando entre de 2 à 0,4mm. As malhas com elementos de dimensão 0,5mm apresentaram resultados satisfatório para ambos os modelos.

Figura 26 – Máximo deslocamento total dos componentes - Figura (a): Modelo atual. Figura (b): Modelo proposto.



Fonte: Elaborado pelo autor

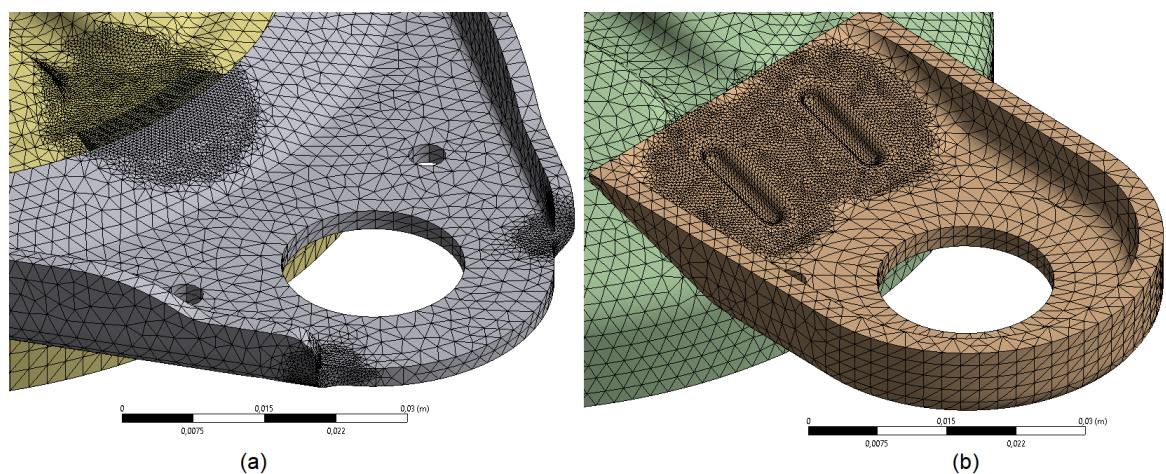
É importante ressaltar que o refinamento da malha estudada foi feito localmente como mostrado na [Figura 27](#), visto que as regiões de descontinuidade geométrica e as áreas em seu entorno estão sujeitas a tensões de maior magnitude, enquanto nas regiões com elementos de tamanho maior essa variável não influência na análise. Esse processo de refino da malha foi feito ao redor das regiões de interesse para o estudo, a partir da ferramenta de controle do tamanho da malha com o auxílio da ferramenta *Sphere of Influence* do software.

Como citado por [Plaza e Carey \(2000\)](#), o refinamento local é crítico para uma solução aproximada eficiente de equações diferenciais parciais. Em problemas tridimensionais, o refinamento local é particularmente importante devido aos problemas de complexidade do modelo e seu custo computacional, que crescem rapidamente em um refinamento uni-

forma da malha.

A região compartilhada entre a tampa e os suportes de montagem foi definida a partir das ferramentas da interface do *SpaceClaim*, ferramenta de modelagem geometria nativa do *Ansys Workbench*, onde as faces de diferentes peças são consideradas engastadas umas às outras. Ou seja, nessa região as faces em contato estão compartilhando os nós e possuem malhas iguais, de maneira que representem um meio contínuo.

Figura 27 – Detalhes da malha refinada localmente - Figura (a): Modelo atual. Figura (b): Design proposto.



Fonte: Elaborado pelo autor

Também foi levada em consideração a interação entre as faces que não estão em contato no início da análise, definindo sua condição de contorno como *Frictionless*, restringindo o movimento ou deformação entre as faces na direção da compressão, e permitindo apenas o surgimento da força de reação do contato entre as peças. Nesse caso, é desconsiderado a força de atrito caso ocorra um deslizamento entre as faces ([ANSYS CUSTOMER PORTAL HELP, 2020](#)).

A título de informação, os modelos de elementos finitos foram composto por 6,23E+05 nós distribuídos em 3,69E+05 elementos. E o tempo de processamento total das simulações foi em torno de 35 horas.

### 3.3.3 Configurações de Montagem

Com o intuito de se avaliar o comportamento dos componentes envolvidos na montagem para o design atual, foram preparados adicionalmente modelos com diversas configurações angulares possíveis do conjunto. Essas configurações foram simuladas buscando verificar uma correlação entre a posição angular das peças e as tensões desenvolvidas no sistema, investigando o possível arranjo estrutural mais adequado para a fixação do su-

porte de montagem. A implementação dessa análise foi feita a partir da parametrização das posições angulares da tampa inferior e dos cordões de solda, conforme a [Tabela 3](#). A rotação angular da tampa inferior foi representada por três possíveis valores, enquanto a posição angular dos cordões de solda foi representada por quatro posições, isso devido a simetria das geometrias de cada componente. Desta forma, totalizaram-se doze combinações de montagem para o sistema, como mostrado na [Figura 34](#).

Os modelos numéricos foram preparados da mesma forma já citada anteriormente, quanto ao modelo de malha, vínculos e carregamentos. Averiguou-se uma possível correlação entre essas configurações e os resultados das tensões e deslocamentos resultantes obtidos no análise.

Tabela 3 – Posições angulares dos cordões de solda e da tampa inferior, referenciadas em relação ao eixo  $x$

| Configuração de montagem | Posição angular cordões de solda (°) | Posição angular tampa inferior (°) |
|--------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| 1                        | 0                                    | 0                                  |
| 2                        | 0                                    | 30                                 |
| 3                        | 0                                    | 60                                 |
| 4                        | 30                                   | 0                                  |
| 5                        | 30                                   | 30                                 |
| 6                        | 30                                   | 60                                 |
| 7                        | 60                                   | 0                                  |
| 8                        | 60                                   | 30                                 |
| 9                        | 60                                   | 60                                 |
| 10                       | 90                                   | 0                                  |
| 11                       | 90                                   | 30                                 |
| 12                       | 90                                   | 60                                 |

Fonte: Elaborado pelo autor.

### 3.4 Viabilidade Financeira

Com o objetivo de se verificar a viabilidade financeira para implementação da geometria proposta. Foram avaliados os custos envolvidos na produção do novo componente, bem como o investimento inicial das alterações envolvidas nos dispositivos de soldagem.

A massa da geometria proposta foi estimada a partir dos modelos geométricos CAD. O novo suporte de montagem proporciona uma de 224 para 169 gramas, já contabilizada as três peças da proposta. Essa redução representa uma diminuição percentual de 24,5% em relação a massa da geometria atual. A partir das informações obtidas para a produção da nova peça, identificou-se uma redução de 55,1% nos custos do componente em relação à geometria atual. Não sendo necessário investimento em ferramental para produção do novo item uma vez que o este é produzido externamente.

Como descrito por [Brigham e Houston \(2018\)](#), os modelos financeiros se baseiam no princípio do valor do dinheiro no tempo, sugerindo que o dinheiro atual vale mais que o dinheiro recebido no futuro. Dessa forma se busca avaliar a viabilidade do projeto. Algumas métricas foram utilizadas para essa verificação. Dentre elas estão o período de retorno do investimento inicial do projeto, *Payback*, a taxa interna de retorno do projeto, *Internal Rate of Return* (IRR), e o seu valor presente líquido, *Net Present Value* (NPV), no período de um ano.

O *Payback* é a estimativa de tempo necessário para recuperar os investimentos no projeto e pode ser calculado como:

$$Payback = \frac{\text{Investimentos}}{\text{Retornos}} \quad (3.2)$$

Nessa avaliação, os retornos serão calculados mensalmente com base na redução do custo das peças multiplicada pelos volumes de produção mensais estimados para os próximos meses.

Já o valor presente do projeto, NPV, pode ser obtido a partir da seguinte equação:

$$NPV_{projeto} = I_0 + \sum \frac{F_t}{(1 + r + p_t)^t} \quad (3.3)$$

Onde  $I_0$  representa o investimento inicial,  $F_t$  é o fluxo líquido de retornos no período  $t$ , para essa avaliação será considerado o período de um ano. A taxa de retorno necessária  $r$ , ou seja, o retorno mínimo esperado do projeto, que será considerado um valor de 10% ao ano, e a taxa de inflação  $p_t$  no período  $t$  será considerada 5%.

A taxa interna de retorno, IRR, quantifica a qual taxa de retorno o projeto remunera a empresa. De maneira que pode ser calculada por:

$$I_0 = \sum_{n=1}^t \frac{ACF^t}{(1 + IRR^t)} \quad (3.4)$$

Onde o *Annual after-tax cash flow* (ACF), representa os retornos do projeto após as taxas de desconto no período  $t$ . Para essa análise serão considerados os retornos mensais sem descontos.



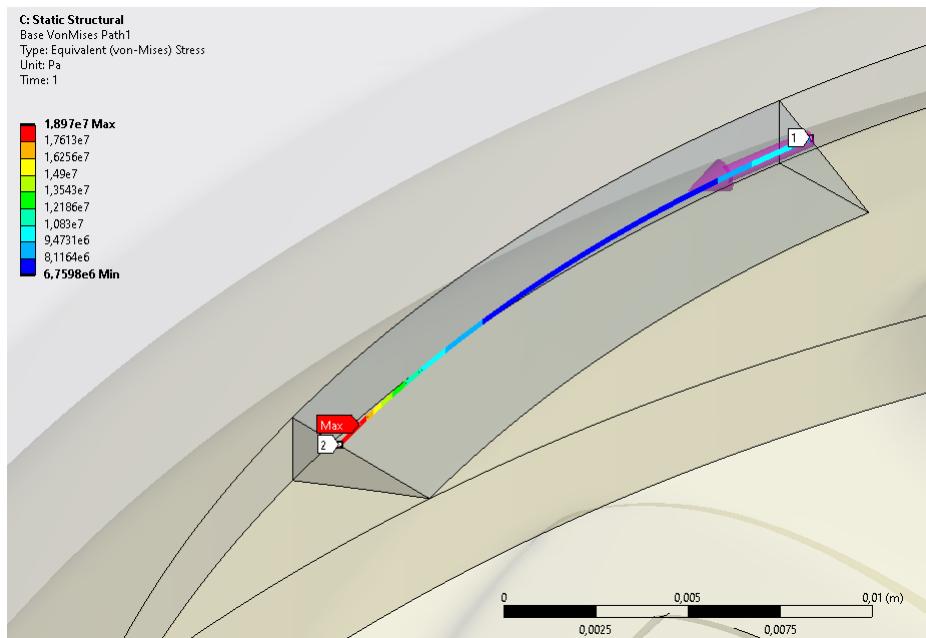
## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 Simulações das Configurações de Montagem

Neste capítulo são apresentados os resultados das análises por elementos finitos, tanto para a avaliação das configurações de montagem do suporte atual, como também a comparação do seu comportamento em relação a configuração proposta.

As máximas tensões foram avaliadas ao longo da face do cordão de solda sobre um arco de circunferência disposto no primeiro terço desse elemento, a partir da interface de contato entre as soldas e o suporte de montagem, como mostrado na [Figura 28](#). Esse artifício foi usado para minimizar os efeitos dos concentradores de tensão.

Figura 28 – Máxima tensão de Von Mises ao longo da solda da 12<sup>a</sup> configuração.



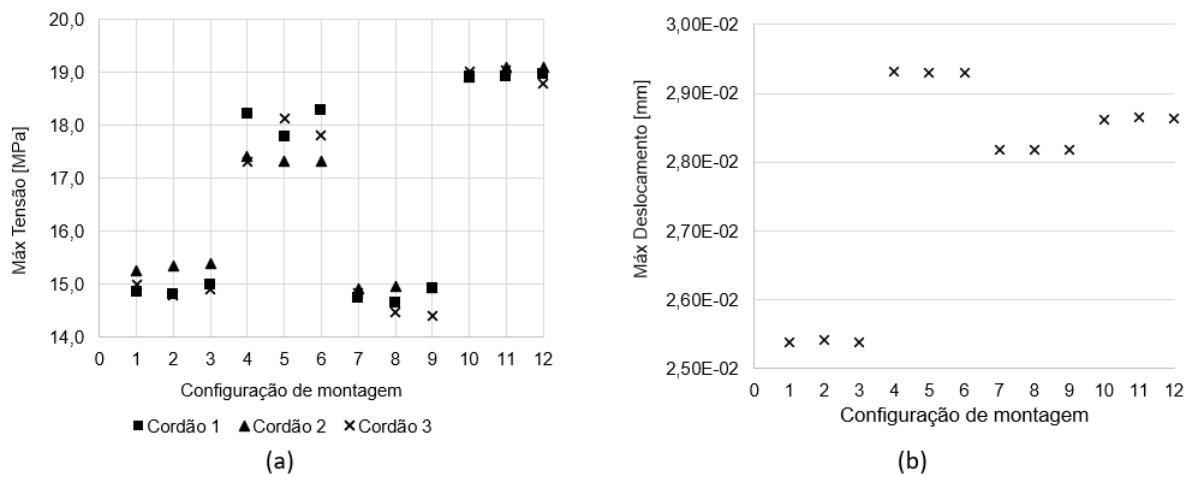
Fonte: Elaborado pelo autor

Baseado na geometria e nas condições de contorno apresentadas na seção anterior, foram realizadas as análises estruturais das possíveis configurações de montagem do suporte atual, utilizando o software CAE *Ansys®*. Na [Figura 29.a](#) são apresentados os resultados de máxima tensão e na [Figura 29.b](#) os resultados de máximo deslocamento obtidos para as doze condições avaliadas. Dados apresentados com detalhes na [Tabela 5](#) e na [Figura 35](#), dos [Apêndice B](#) e [Apêndice C](#).

Como pode-se aferir dos dados obtidos, os resultados tiveram um comportamento *clusterizado*, ou seja, conforme a variação das posições angulares das peças, foram obti-

dos resultados segmentados em quatro grupos para o deslocamento máximo do sistema. Conclui-se que a posição angular da tampa inferior, variável que está sendo compartilhada internamente a cada grupo de três pontos, tem baixa influência no deslocamento do suporte. A máxima variação das tensões entre os cordões de solda de um mesmo modelo chegou a um valor de 5,59%, na sexta configuração.

Figura 29 – Deslocamento e Tensões para as configurações de montagem do suporte atual  
- Figura (a): Máxima tensão. Figura (b): Máximo deslocamento.



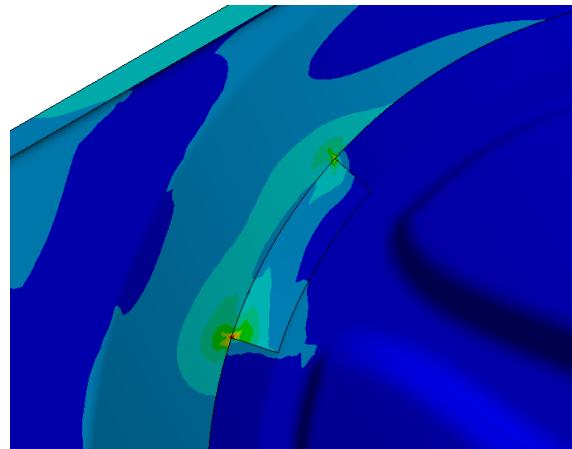
Fonte: Elaborado pelo autor

Pode-se ver também que a primeira posição dos cordões de solda, configurações onde o cordão está alinhado com os furos para alojamento dos amortecedores, tiveram o menor deslocamento dentre as posições verificadas. Isso ocorre pelo fato de que os cordões de solda ao estar mais próximos da região de menor rigidez do suporte, aumenta a resistência ao deslocamento da região no seu entorno, produzindo um efeito de engaste nessa área do suporte.

Nas configurações onde o cordão de solda não se encontra posicionado simetricamente em relação ao suporte, observa-se um comportamento de distribuição assimétrica das tensões ao longo do cordão de solda, como mostrado na [Figura 30](#). Esse fato contribui para uma maior tensão e um maior deslocamento nos modelos, como representado pelas posições 4, 5, 6 e 10, 11, 12. Essas posições apresentaram um incremento de 32,5% na máxima tensão atingida.

Dados os resultados das simulações, verifica-se que as posições onde os cordões de solda são preparados de maneira que fiquem alinhados com as furações do suporte de montagem, configuram a posição otimizada da montagem, reduzindo as tensões geradas nos elementos envolvidos e reduzindo os deslocamento totais da base do equipamento. Essas posições são descritas pelas montagens I, II e III na [Figura 34](#) do [Apêndice A](#).

Figura 30 – Distribuição de tensões no cordão de solda.



Fonte: Elaborado pelo autor

## 4.2 Comparação dos Resultados Entre as Geometrias

### 4.2.1 Análise Estrutural Comparativa

Nesse tópico será descrito a comparação entre os resultados obtidos para os modelos da geometria utilizada atualmente e os resultados para a nova configuração. Ambos os modelos foram preparados considerando uma estrutura de aço AISI 1020. Os modelos foram baseados nos conceitos apresentados na revisão bibliográfica e considerando as condições da análise numérica descritas no terceiro capítulo.

Assim como nos modelos anteriores, para a comparação entre os resultados de máxima tensão entre as geometrias, foram consideradas as tensões obtidas em um arco de circunferência localizado no primeiro terço da projeção da solda procurando amenizar os efeitos dos concentradores de tensão advindos da geometria dos componentes.

Quanto aos resultados obtidos dos modelos de elementos finitos das duas configurações do suporte de montagem, é possível verificar que os deslocamentos e tensões apresentadas pelo novo conceito de suporte se apresentaram menores que os resultados obtidos para a geometria atual. Como mostrado pela [Tabela 4](#), a configuração proposta apresentou uma redução de 42,2% do deslocamento total em relação à condição atual. Já no campo das tensões foi verificado uma redução de 6,8%.

Na [Figura 31](#) pode-se verificar os resultados das análises de elementos finitos para a geometria atual, tanto para as tensões máximas, quanto os deslocamentos totais apresentados pelo modelo. Na [Figura 32](#) são apresentados os comportamentos, também quanto as tensões e deslocamentos, para a geometria proposta.

Tabela 4 – Resultados dos modelos de elementos finitos para a geometria proposta e o suporte de montagem atual.

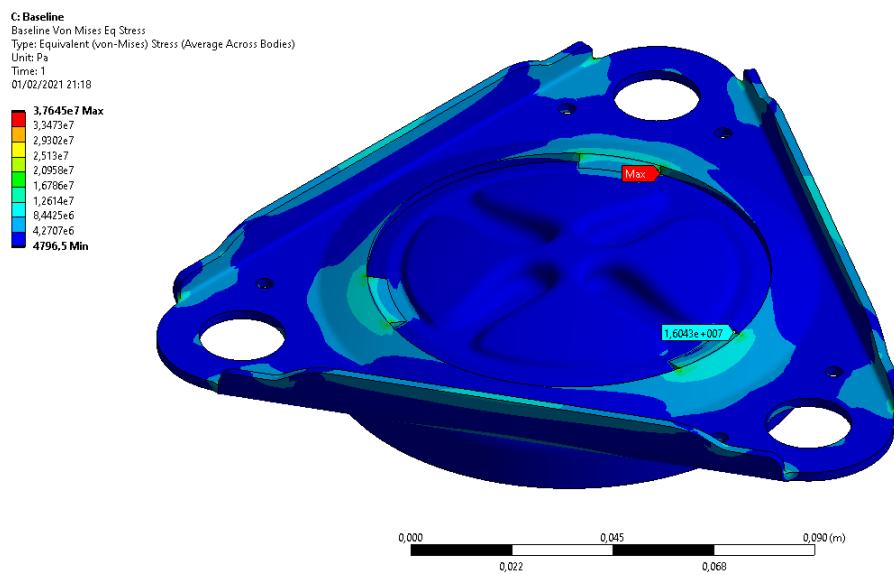
| Suporte de montagem | Máx. deslocamento total [mm] | Máx. tensão solda [MPa] |
|---------------------|------------------------------|-------------------------|
| Geometria atual     | 2,70E-02                     | 1,60E+01                |
| Geometria proposta  | 1,56E-02                     | 1,49E+01                |

Fonte: Elaborado pelo autor.

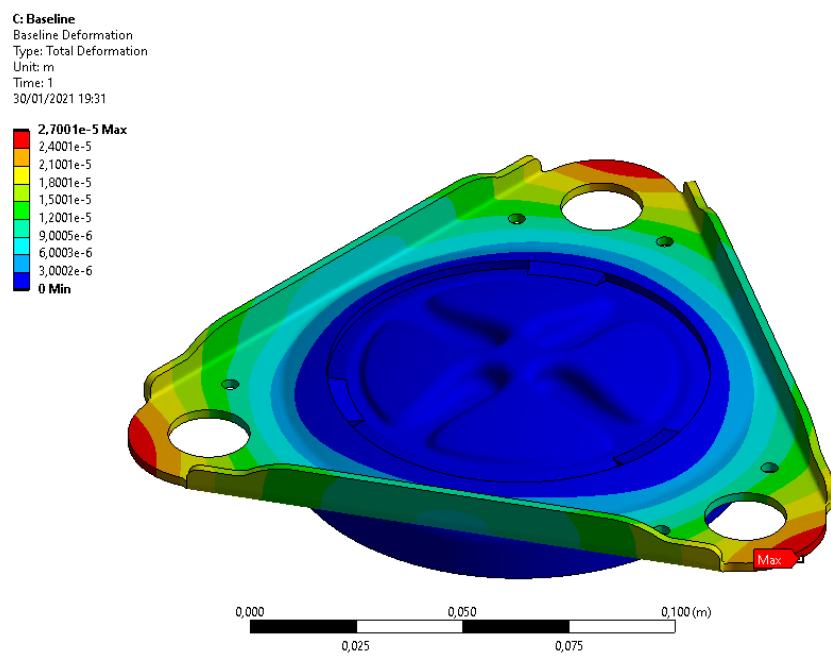
#### 4.2.2 Verificação Modal

Apesar de não ser o objetivo dessa monografia e a título de informação, também foram avaliados os modelos atual e proposto com relação aos seus comportamentos dinâmicos, por uma análise modal livre. A partir dos resultados apresentados na [Figura 36](#) e na [Figura 37](#), apresentados no [Apêndice D](#) e [Apêndice E](#), é possível verificar que a primeira frequência natural ocorre acima de 980Hz, tanto para o conceito atual quanto para o novo conceito. Essas faixas de frequências encontram-se muito distantes das frequências que o equipamento está exposto em seu funcionamento, onde seus valores giram em torno de 0 - 100Hz ([PINNINTI; VENUGOPAL; KOMARAIAH, 2014](#)).

Figura 31 – Resultados de máxima tensão e deslocamentos para o suporte de montagem atual.



(a)

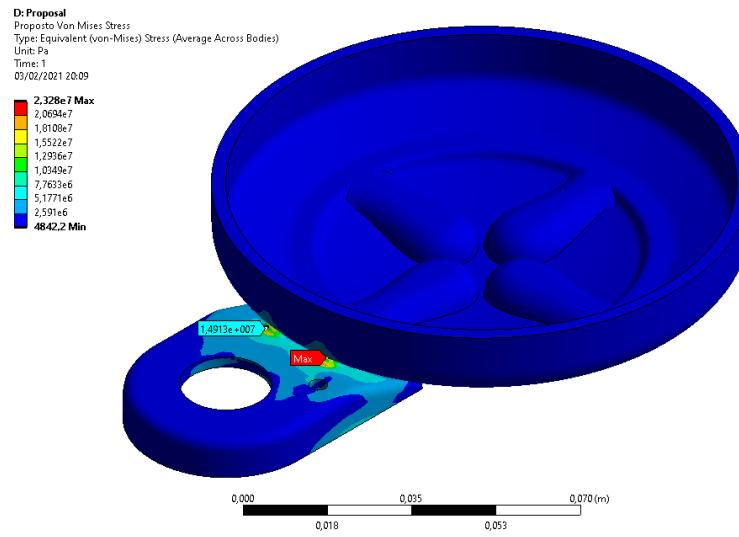


(b)

Fonte: Elaborado pelo autor.

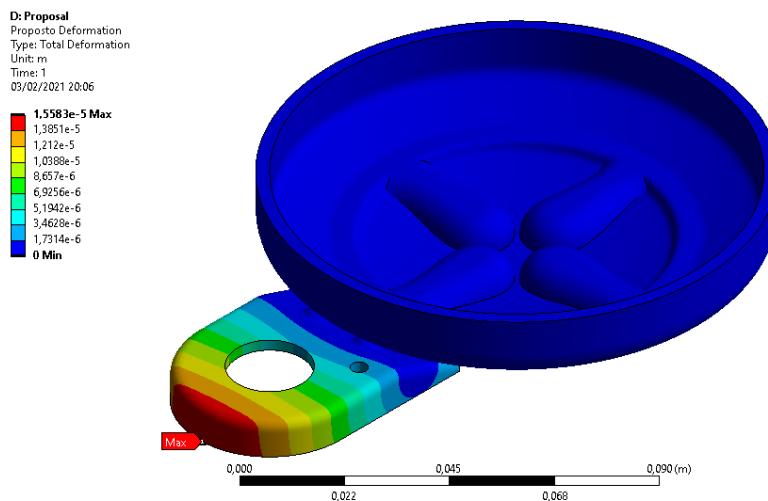
Legenda: (a): Máxima tensão para o conceito atual. (b): Resultados de máximos deslocamentos.

Figura 32 – Resultados de máxima tensão e deslocamentos para o suporte de montagem proposto.



(a)

Fonte: Elaborado pelo autor.



(b)

Legenda: (a): Resultados de máximos deslocamentos. (b): Máxima tensão para o novo conceito.

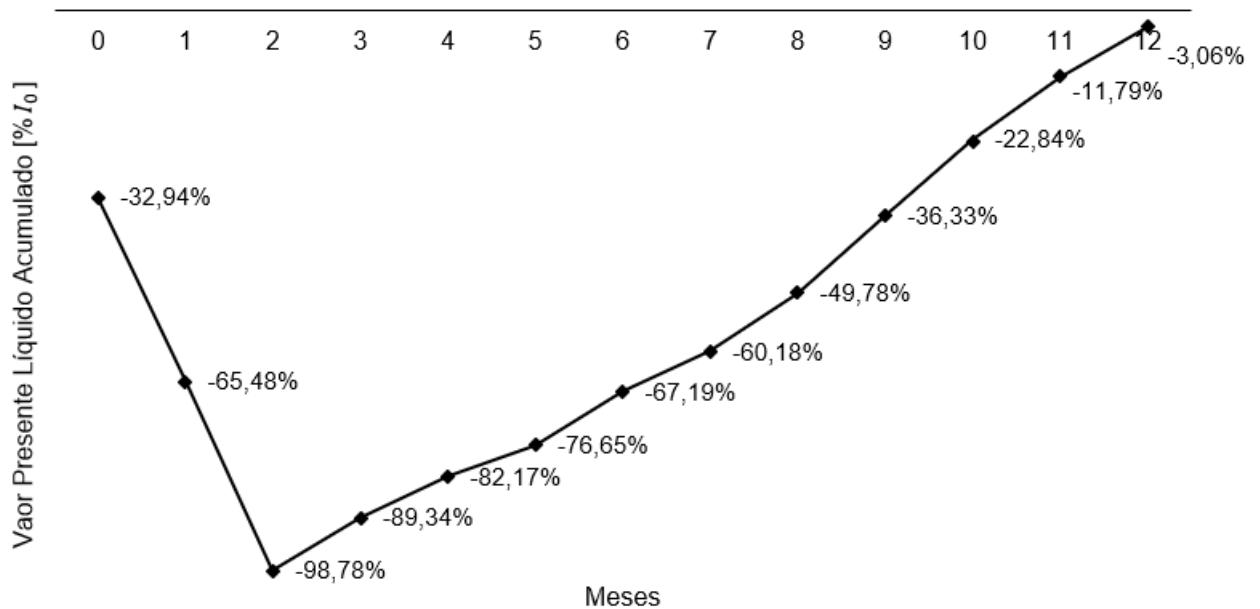
### 4.3 Análise Financeira

Com base nos valores de redução por peça e o investimento inicial nos dispositivos do processo de soldagem é possível estimar as taxas de retorno do projeto, IRR, e seu valor presente, NPV. O período do projeto foi considerado de um ano, de maneira que os investimento foram divididos em um aporte inicial e outros dois aportes em dois meses. Dessa forma o tempo inicial de dois meses representam o período necessário para implementação das alterações nos processos.

Na [Figura 33](#) é possível verificar o fluxo de retornos descontados do projeto percentualmente em relação ao investimento inicial  $I_0$ . Dessa forma, o aporte inicial equivale um terço do investimento total. No final do segundo mês se concluem os aportes, não sendo apresentado como 100% devido as taxas de desconto consideradas na [seção 3.4](#).

O período de retorno do investimento, *Payback*, com as devidas considerações, é de 12,7 meses. Portanto após 13 meses, o retorno da nova proposta já superou os investimentos iniciais no projeto. Assim o valor presente líquido no final, NPV, do período de 12 meses representa aproximadamente -3% do valor despendido inicialmente nas alterações. A taxa interna de retorno calculada conforme [Equação 3.4](#) é de 9,2%, valor próximo ao considerado como a taxa de retorno interno mínima considerada, 10%.

Figura 33 – Valor presente acumulado do projeto expresso em percentual do investimento inicial.



Fonte: Elaborado pelo autor



## 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

### 5.1 Conclusões

A presente monografia apresentou uma metodologia para a avaliação dos suportes de montagem de compressores rotativos a partir de uma análise estrutural por meio do MEF. Os conhecimentos sobre o método numérico e sua customização em um problema prático foram aprofundados nesses aspectos. As avaliações de diferentes configurações de montagem para o suporte atual apresentaram uma proposta que permite a redução das tensões observadas na análise. Dessa forma, verificou-se a melhor configuração possível para a montagem desses componentes usados atualmente.

A partir das avaliações comparativas entre as geometrias, conclui-se que o novo conceito obteve comportamento similar ao suporte atual, porém possibilitando uma redução na massa das peças. Quanto à viabilidade financeira da alteração, pode-se concluir que a peça com novo perfil permite uma redução dos custos envolvidos no processo de produção do equipamento, com um curto tempo de retorno dos investimentos.

### 5.2 Sugestões para Futuros Trabalhos

Durante o preparo desse trabalho, verificou-se que outros tópicos mereciam ser abordados com mais detalhes para a apresentação mais completa do tema estudado. Dentro eles estão os seguintes:

- Avaliar experimentalmente as forças envolvidas aplicação do produto e no processo produtivo do equipamento. O suporte de montagem é uma peça fundamental para alguns processos de produção dos compressores rotativos, processos esses que podem expor o componente a altas cargas, como exemplo é o processo de pintura dos compressores, onde o equipamento fica suspenso a partir de apenas um dos alojamentos dos amortecedores. Outro exemplo seriam os processos de embalagem das peças, onde o suporte de montagem é utilizado como referência para a montagem dos paletes e colmeias que abrigam os compressores.
- Aprofundar nas simulações dinâmicas dos componentes para avaliar possíveis impactos em ruído ou vibração nas unidades condensadoras em que o compressor é aplicado, uma vez que essas são características que influenciam a percepção do cliente sobre a qualidade do produto. Verificações do comportamento dos componentes à fadiga também seriam necessários para uma análise mais completa do problema.
- Validar os resultados obtidos nas simulações através de experimentos com as cargas e condições de contorno similares ao modelo. Assim esse processo poderia fornecer

resultados mais precisos tanto para as propriedades dos materiais envolvidos como para o comportamento dos componentes conforme a investigação desses tópicos.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, A. F. **Elementos Finitos - A Base da Tecnologia CAE**. 1. ed. [S.l.]: Érica, 2000.
- AMERICAN SOCIETY OF HEATING. **Ashrae Handbook**: Hvac systems and equipment. [S.l.]: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, 2008.
- AMERICAN WELDING SOCIETY. **Welding Handbook**: Welding processes. 8th. ed. [S.l.]: American Welding Society, 1991. v. 2. 110 p.
- ANSYS CUSTOMER PORTAL HELP. **Frictionless Support**. Release 2020 R2 - ANSYS, Inc., 2020. Disponível em: <<https://ansyshelp.ansys.com/>>. Acesso em: 5 jan. 2021.
- ATKINS, T.; ESCUDIER, M. **A Dictionary of Mechanical Engineering**. 1st. ed. [S.l.]: Oxford University Press, 2013.
- Charles Edward Ceb BARNES. **Rotary Pump**. 1874. CA3559A.
- BATHE, K.-J. **Finite Element Procedures**. 2nd. ed. [S.l.: s.n.], 2014.
- BRIGHAM, E. F.; HOUSTON, J. F. **Fundamentals of Financial Management**. 15th. ed. [S.l.]: Cengage Learning, 2018.
- CHAVES, E. W. V. **Notes on Continuum Mechanics**. Dordrecht Springer, 2013. Disponível em: <[https://previa.uclm.es/profesorado/evieira/asignatura/meccomp/book/elasticidad/elast\\_3D/elast\\_3D.htm](https://previa.uclm.es/profesorado/evieira/asignatura/meccomp/book/elasticidad/elast_3D/elast_3D.htm)>. Acesso em: 16 jul. 2020.
- DESIGN, G. **Granta Selector**. Disponível em: <<https://www.grantadesign.com/industry/products/data/full-materials-data-listings/>>. Acesso em: 7 jan. 2021.
- FURION ANALYTICS RESEARCH & CONSULTING LLPTM. **Air Conditioning Market - Forecast(2020 - 2025)**. 2020. Disponível em: <<https://www.industryarc.com/Report/18505/air-conditioning-market-research-report-analysis.html>>. Acesso em: 16 set. 2020.
- GANTZ, C. M. **Design Chronicles: Significant Mass-Produced Designs of the 20th Century**. Illustrated. [S.l.]: Schiffer Publishing, 2015.
- HIBBEKER, R. C. **Resistência dos Materiais**. 7. ed. [S.l.: s.n.], 2009.
- HUEBNER, K. H. et al. **The Finite Element Method for Engineers**. 4th. ed. [S.l.]: Wiley-Interscience, 2001. 8 p.
- KANG, S.-M. et al. Development of high speed inverter rotary compressor for the air-conditioning system. IOP Publishing, 2015.
- LG ELETROONICS. **Residential Air Conditioners Catalogue 2020**. 2020. Disponível em: <<https://www.lg.com/in/range-e-catalogue/air-conditioners-catalogue.PDF>>. Acesso em: 4 jan. 2021.

LIN, P.; AVELAR, V. The different types of cooling compressors. Schneider Electric, 2017.

OOI, K. T.; YAP, K. S. Design evolution: From rolling piston to revolving vane to cross-vane expander-compressor unit. IOP Publishing Ltd, 2015.

ORIONAIR. **OrionAir**. Disponível em: <<https://www.orionairsales.co.uk/daikin-air-conditioning-spare-part1567063-compressor-2yc32jxde-13136-p.asp>>. Acesso em: 23 set. 2020.

PINNINTI, R. R.; VENUGOPAL, D.; KOMARAIAH, M. Harmonic analysis of rotary compressor using fea. Research Gate, 2014. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/274372626\\_HARMONIC\\_ANALYSIS\\_OF\\_ROTARY\\_COMPRESSOR\\_USING\\_FEA](https://www.researchgate.net/publication/274372626_HARMONIC_ANALYSIS_OF_ROTARY_COMPRESSOR_USING_FEA)>. Acesso em: 03 fev. 2021.

PLAZA, A.; CAREY, G. Local refinement of simplicial grids based on the skeleton. Elsevier, 2000.

PRESCIENT & STRATEGIC INTELLIGENCE PRIVATE LIMITED. **HVAC Market Research Report**: By offering (equipment, services), end user (commercial, industrial, residential) - global industry analysis and growth forecast to 2030. 2020. Disponível em: <<https://www.psmarketresearch.com/market-analysis/hvac-market/segmentation>>. Acesso em: 15 set. 2020.

REAY, D.; RAMSHAW, C.; HARVEY, A. **Process Intensification**: Engineering for efficiency, sustainability and flexibility. 2. ed. [S.l.: s.n.], 2013.

SAMSUNG. **Compressor Catalogue 2018**. [S.l.: s.n.], 2018.

SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. **Mechanical Engineering Design**. 3rd. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2004.

TECUMSEH, P. C. **Technical Datasheet Model: RGA5512EXC**. [s.n.], 2021. Disponível em: <<https://www.tecumseh.com/en/eu/products/rotary/rga5512exc?pdf=print>>. Acesso em: 06 fev. 2021.

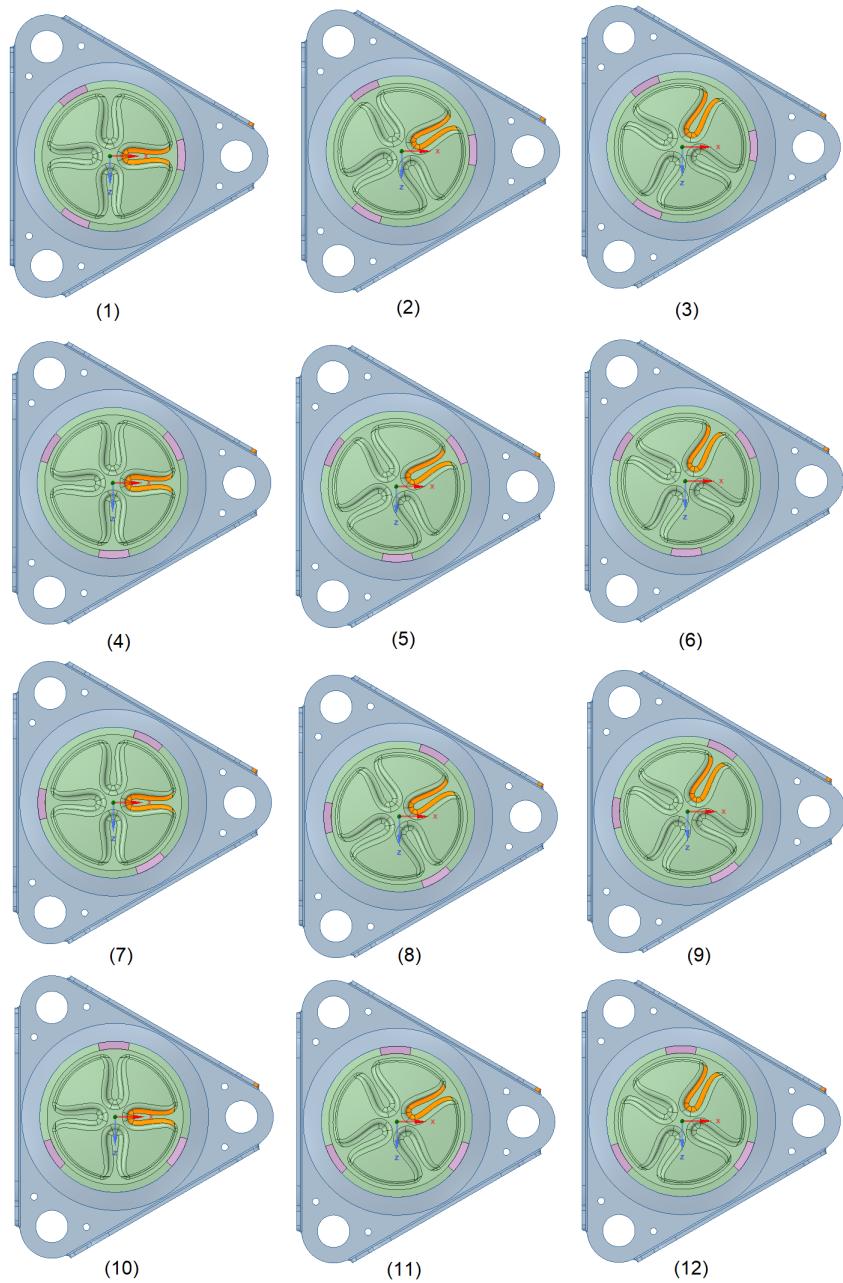
WEG. **Guia de Especificação**: Motores elétricos. [S.l.], 2020.

## **Apêndices**



**APÊNDICE A – CONFIGURAÇÕES DE MONTAGEM DO SUPORTE ATUAL**

Figura 34 – Posições de montagem das configurações do suporte atual



Fonte: Elaborado pelo autor.

Legenda: Configurações de montagem referentes a [Tabela 3](#). Cordões de solda representados em rosa e referência da posição angular da tampa inferior destacada em laranja.



## APÊNDICE B – RESULTADOS SIMULAÇÃO DE CONFIGURAÇÕES DE MONTAGEM

Tabela 5 – Posições angulares dos cordões de solda e da tampa inferior, referenciadas em relação ao eixo  $x$

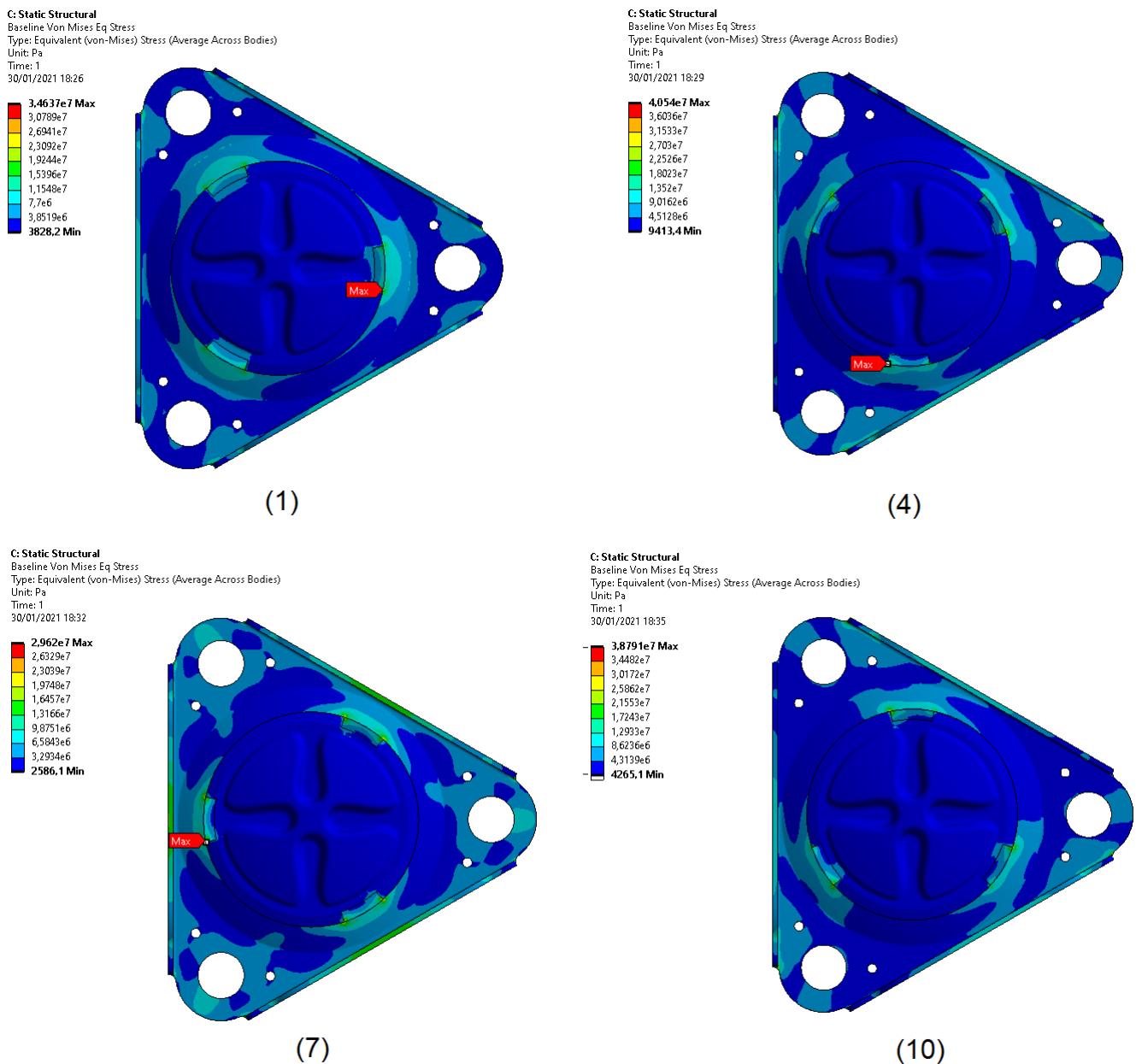
| Configuração de montagem | Máxima tensão ao longo do arco da solda 1 [Pa] | Máxima tensão ao longo do arco da Solda 2 [Pa] | Máxima tensão ao longo do arco da Solda 3 [Pa] | Máximo Deslocamento Total [m] |
|--------------------------|--|--|--|-------------------------------|
| 0                        | 1,48E+07                                       | 1,53E+07                                       | 1,50E+07                                       | 2,54E-05                      |
| 1                        | 1,48E+07                                       | 1,53E+07                                       | 1,48E+07                                       | 2,54E-05                      |
| 2                        | 1,50E+07                                       | 1,54E+07                                       | 1,49E+07                                       | 2,54E-05                      |
| 3                        | 1,82E+07                                       | 1,74E+07                                       | 1,73E+07                                       | 2,93E-05                      |
| 4                        | 1,78E+07                                       | 1,73E+07                                       | 1,81E+07                                       | 2,93E-05                      |
| 5                        | 1,83E+07                                       | 1,73E+07                                       | 1,78E+07                                       | 2,93E-05                      |
| 6                        | 1,47E+07                                       | 1,49E+07                                       | 1,48E+07                                       | 2,82E-05                      |
| 7                        | 1,46E+07                                       | 1,49E+07                                       | 1,45E+07                                       | 2,82E-05                      |
| 8                        | 1,49E+07                                       | 1,49E+07                                       | 1,44E+07                                       | 2,82E-05                      |
| 9                        | 1,89E+07                                       | 1,89E+07                                       | 1,90E+07                                       | 2,86E-05                      |
| 10                       | 1,89E+07                                       | 1,91E+07                                       | 1,90E+07                                       | 2,86E-05                      |
| 11                       | 1,90E+07                                       | 1,91E+07                                       | 1,88E+07                                       | 2,86E-05                      |

Fonte: Elaborado pelo autor.



## APÊNDICE C – RESULTADOS MÁXIMA TENSÃO CONFIGURAÇÕES DE MONTAGEM

Figura 35 – Resultados das máximas tensões das configurações de montagem do suporte atual



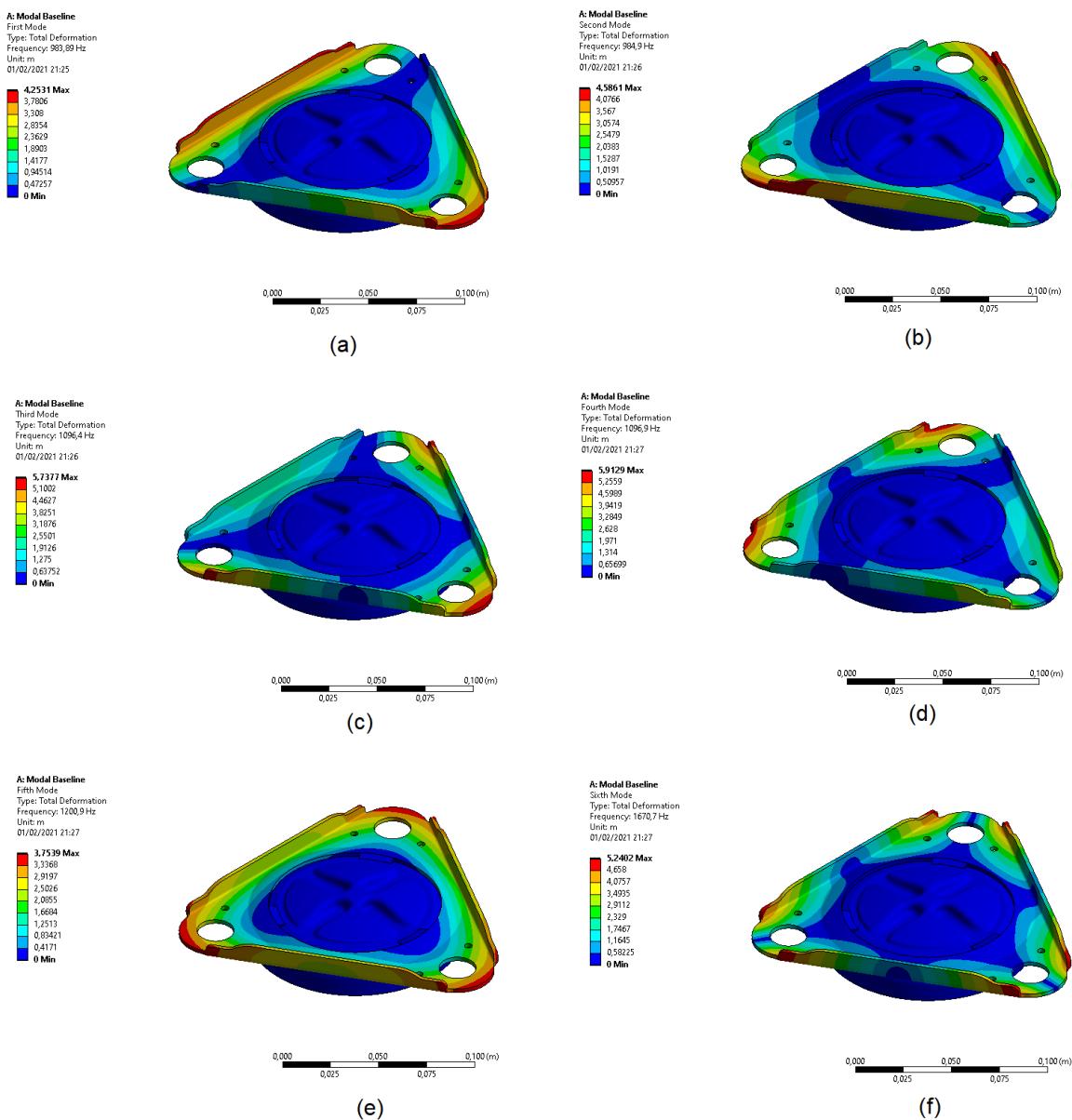
Fonte: Elaborado pelo autor

Legenda: Resultados de tensão máximas nas configurações de montagem do suporte atual, pontos de design 1, 4, 7 e 10.



## APÊNDICE D – RESULTADO SIMULAÇÃO MODAL CONFIGURAÇÃO ATUAL

Figura 36 – Resultado simulação modal configuração atual



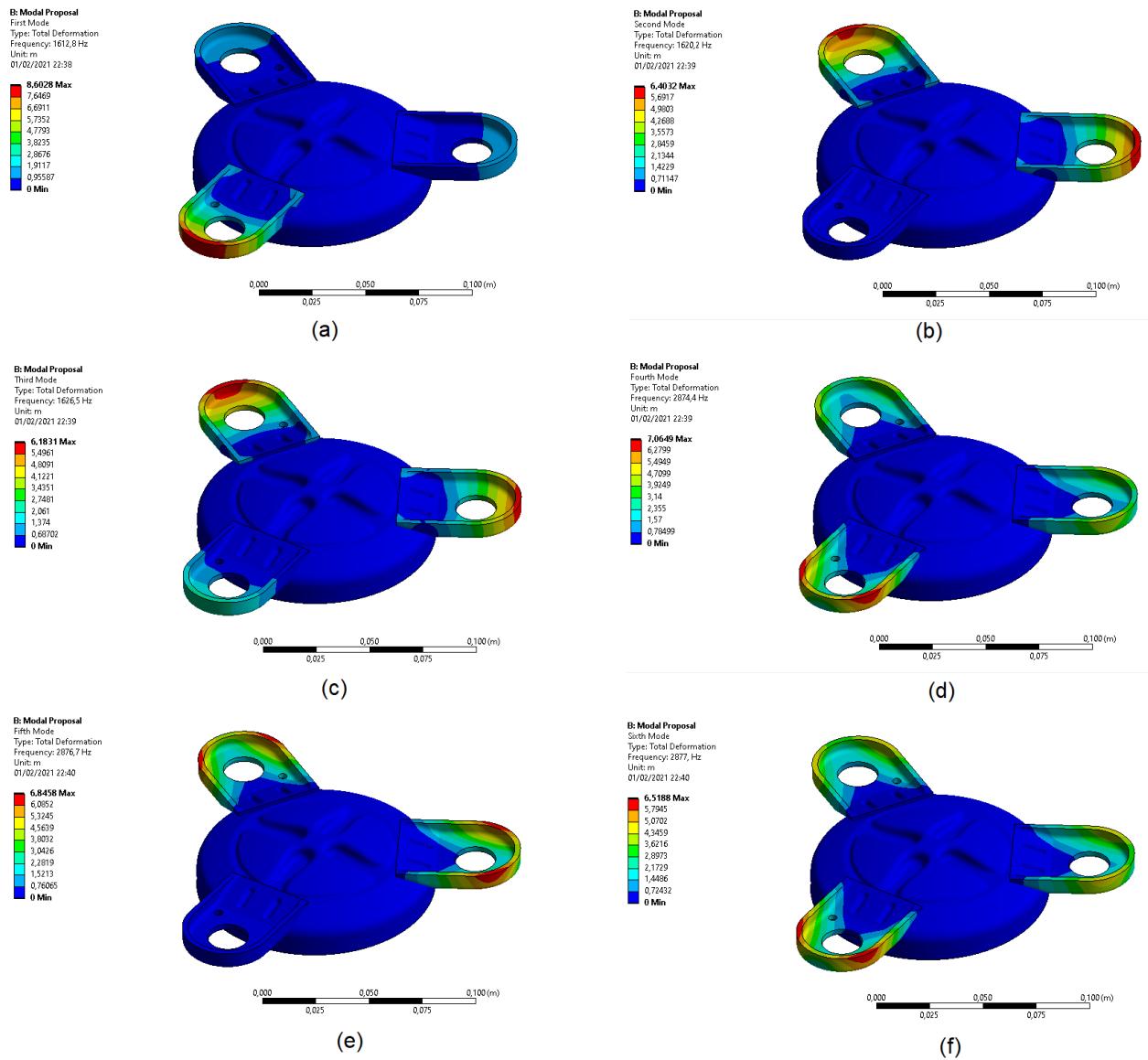
Fonte: Elaborado pelo autor

Legenda: Resultados das simulações modais para a configuração do suporte atual, do primeiro ao sexto modo de vibração, respectivamente.



## APÊNDICE E – RESULTADO SIMULAÇÃO MODAL CONFIGURAÇÃO PROPOSTA

Figura 37 – Resultado simulação modal configuração proposta



Fonte: Elaborado pelo autor

Legenda: Resultados das simulações modais para a configuração do suporte proposto, do primeiro ao sexto modo de vibração, respectivamente.